BAB III

SISTEM HISAB ALMANAK NAUTIKA DAN *ASTRONOMICAL ALGORITHMS* JEAN MEEUS

Pada bab ini penulis akan membahas mengenai Almanak Nautika dan *Astronomical Algortihms* karya Jean Meeus. Pembahasan lebih memfokuskan pada penyajian data dan proses perhitungan kedua data tersebut. Pembahasan dibagi menjadi dua kajian penting yakni Almanak Nautika dan *Astronomical Algorithms* Jean Meeus. Dalam Almanak Nautika, penulis mengkaji terlebih dahulu mengenai sejarah, penggunaan dan penyajian data secara umum. Kemudian penulis mengulas bagaiman algoritma yang dipakai dalam perhitungan awal bulan kamariah dengan menggunakan data Almanak Nautika.

Selanjutnya pada sub bab *Astronomical Algortihms* Jean Meeus, penulis memaparkan mengenai riwayat hidup Jean Meeus sebagai pengarang (*author*) buku *Astronomical Algorithms* secara global. Kemudian akan dibahas pula algoritma yang dibangun Jean Meeus dalam menentukan posisi Bulan dan Matahari.

A. Sistem Hisab Almanak Nautika

1. Pengertian dan Sejarah Almanak Nautika

Almanak Nautika merupakan model perhitungan kontemporer dalam menentukan posisi benda langit. Dalam kajian ini, Almanak Nautika dibutuhkan untuk menghitung posisi Bulan pada saat Matahari terbenam (*ghurub*). Sehingga dapat diketahui perkiraan posisi Bulan dalam menentukan awal bulan kamariah, apakah Bulan sudah di atas ufuk ataukah belum dan parameter-parameter lainnya yang dapat ditentukan dengan mengambil data-data dari Almanak Nautika.

Almanak Nautika di Indonesia diterbitkan secara resmi oleh Jawatan Dinas Hidro Oseanografi[21], Makas Besar TNI Angkatan Laut, diambil dari naskah aslinya yang berjudul "*The Nautical Almanac*". Daftar inilah yang selalu digunakan oleh Badan Hisab Rukyat Departemen Agama (sekarang menjadi tanggung jawab Kementerian Agama) untuk keperluan menghisab awal bulan kamariah (Peradilan Agama, 1983: 27).

Almanak Nautika bersumber dari hasil kerja sama antara *Her Majesty's Nautical Alamanac Office, Royal Naval Observatory* dan *United State Naval Observatory*, keduanya merupakan lembaga-lembaga bertaraf Internasional yang sangat ahli dalam bidang Astronomi (Depag, 1981: 107).

Her Majesty's Nautical Alamanac Office, Royal Naval Observatory menerbitkan almanak Nautika setiap tahunnya di Cambridge Inggris. Penerbitan pertama kali di London pada tahun 1766 untuk data tahun 1767, dengan lokasi markaz observasinya kota Greenwich di London. Sementara *United State Naval Observatory* menerbitkan Almanak Nautika setiap tahunnya di Amerika Serikat untuk angkatan Laut sejak tahun 1852 (Usno, 2014).

Pada tahun 1958, *United State Naval Observatory* (USNO) dan *Her Majesty's Nautical Alamanac Office, Royal Naval Observatory* bersama-sama menerbitkan Almanak Nautika terpadu untuk digunakan oleh Angkatan Laut kedua negara. Dalam perkembangannya, Almanak Nautika juga dipakai di

[21] Dinas Hidro Oseanografi (Dishidro) adalah lembaga survey dan pemetaan dibawah TNI Angkatan Laut yang bertugas membina dan melaksanakan fungsi hidro-oseanografi meliputi survey, penelitian, pemetaan laut untuk kepentingan umum dan militer.

beberapa negara untuk kepentingan pelayaran, dan telah diterjemahkan ke dalam bahasa-bahasa Brazilia, Danish, Greek, India, Italia, Korea, Meksiko, Norwegia, Peru dan Swedia (Depag, 1981: 107).

2. Penggunaan Almanak Nautika

Sesuai dengan namanya, "*The Nautical Almanac*", data ini sebenarnya sengaja disusun untuk keperluan pelayaran (Rachim, 1983: 60). Almanak Nautika bagi tiap pelaut merupakan salah satu hal yang penting bagi navigasi, khusus digunakan di laut yang jauh dari darat. Dengan demikian maka penentuan tempat kedudukan kapal hanya dapat diketahui dengan mengukur tingginya benda angkasa yang terlihat (Pardi, 1960: 4).

Navigasi sendiri merupakan ilmu untuk menentukan posisi kapal laut, pesawat udara, peluru kendali dan banyak lagi wahana dalam aplikasi yang bermacam. Navigasi dipakai juga dalam menentukan lintasan untuk pengendalian pesawat agar dapat mendarat secara aman dari satu titik posisi ke posisi lain. Namun secara umum, sebetulnya navigasi adalah ilmu untuk menentukan posisi di permukaan Bumi yang dinyatakan dalam besaran lintang dan bujur (Saksosno, 2007: 108).

Oleh karena itu, Almanak Nautika selain sebagai alat navigasi bagi pelayaran dapat juga digunakan untuk memperhitungkan posisi benda langit termasuk posisi hilal pada saat awal bulan kamariah.

3. Penyajian Data

Dalam Almanak Nautika dimuat daftar posisi Matahari dan Bulan pada tiap-tiap jam menurut GMT. Melalui daftar ini, kita dapat mencari harga deklinasi dan sudut waktu untuk kedua benda langit tersebut. Daftar yang menyatakan saat Matahari terbenam (*sunset*) dan Matahari terbit (*sunrise*) ditulis dalam tiga hari sekali. Angka tersebut sebenarnya dimaksudkan untuk hari (tanggal) yang ada di tengah dan dinyatakan dalam UT (Universal Time). Adapun saat-saat waktu Bulan terbenam (*moonset*) dan Bulan terbit (moonrise) dalam UT dinyatakan dalam setiap hari. *Equation of time* (E) atau perata waktu, juga dicantumkan dalam setiap hari. *Equation of time* (E) ini merupakan selisih sudut waktu Matahari sebenarnya (*true Sun*) dengan sudut waktu Matahari rata-rata atau Matahari pertengahan (*mean Sun*) (Peradilan Agama, 1983: 26).

4. Metode Perhitungan

Adapun langkah-langkah dalam menghitung awal bulan kamariah dengan menggunakan sistem Almanak Nautika, di antaranya adalah:

a. Mengkonversi penanggalan Hijriyah ke Masehi (tanggal, bulan dan tahun).

   Konversi penanggalan Hijriyah ke Masehi di maksudkan untuk mengetahui perkiraan kapan terjadinya ijtimak awal bulan kamariah dalam penanggalan Masehi. Konversi diharapkan untuk mendapatkan hari, tanggal, bulan dan tahun Masehi yang bertepatan dengan ijtimak pada bulan kamariah. Langkah ini sangat penting untuk diketahui pertama kali karena memudahkan kita dalam pengambilan data-data yang berada dalam Almanak Nautika. Mengingat data-data tersebut disajikan dalam penanggalan tahun Masehi (*Solar System*), bukan tahun Hijriyah (*Lunar System*).

b. Menentukan saat terjadinya ijtimak

Menentukan saat terjadinya ijtimak bulan kamariah pada Almanak Nautika telah dicantumkan dalam tabel *phase of the moon*. Waktu ijtimak yang disediakan masih dalam waktu GMT (*Greenwich Mean Time*). Sehingga kita perlu mengkoreksinya dalam waktu lokal (*Local Mean Time*) di mana posisi kita berada. Namun demikian, pencantuman saat ijtimak memudahkan kita untuk mengetahui tanpa melakukan proses perhitungan yang panjang dan rumit.

c. Menghitung waktu maghrib

Setelah menghitung perkiraan dan saat terjadinya ijtimak awal bulan kamariah, tahap berikutnya adalah menghitung waktu maghrib. Proses perhitungan dilakukan 2 kali, yakni:

1) Menghitung perkiraan waktu maghrib

Perkiraan waktu maghrib dilakukan dengan cara menghitung kapan terjadinya *ghurub* pada lintang pengamat (sebagai contoh Pelabuhan Ratu 07^0 07^0 LS). Data tersebut diambil dari data Almanak Nautika dengan melihat table *sunrise* (Matahari terbit) dan *sunset* (Matahari terbenam). Pada tabel *sunset* disediakan beberapa waktu Matahari terbenam dalam setiap lintang di permukaan Bumi. Seperti lintang 0^0, 10^0, 15^0, 20^0 LS/LU dan seterusnya.

Oleh karena lintang pengamat berada pada 07^0 07^0 LS, maka pengambilan data diambil dari tabel *moonset* pada lintang *ghurub* antara 0^0 dam 10^0 LS. perlu proses perhitungan dengan cara interpolasi. Adapun rumus interpolasi waktu *ghurub* yaitu:

$$\boxed{\textbf{Ghurub}_{\theta} = \textbf{Ghurub}_{0} + (\textbf{Ghurub}_{10\ LS} - \textbf{Ghurub}_{0}) \textbf{ x } \varphi : (-10 - 0)}$$

Keterangan :

$\text{Ghurub}_{\boldsymbol{\theta}}$ = Ghurub pada lintang tempat pengamat (φ)

$\text{Ghurub}_{\mathbf{0}}$ = Ghurub pada lintang 0^0

$\text{Ghurub}_{\mathbf{10\ LS}}$ = Ghurub pada lintang 10^0 LS

φ = Lintang Tempat Pengamat

Perkiraan waktu maghrib dinyatakan dalam GMT (*Greenwich Mean Time*) untuk memudahkan mengambil data dalam tabel pergerakkan deklinasi Matahari dan Bulan.

2) Menghitung waktu maghrib hakiki

Untuk menghitung waktu hakiki diperlukan ketinggian Matahari, deklinasi Matahari dan sudut waktu Matahari. Deklinasi Matahari diambil dari data pergerakkan Matahari perjam dalam waktu *Greenwich*. Jika waktu tersebut tidak tepat dalam waktu yang disediakan dalam *Greenwich,* maka perlu melakukan interpolasi di antara jam tersebut. Begitu juga dengan mencari *equatioon of time* (e) dilakukan interpolasi karena di dalam Almanak Nautika hanya disedikan *equation of time* pada jam 0 GMT dan 12 GMT.

Menghitung ketinggian Matahari pada waktu *ghurub* memerlukan koreksi-koreksi di antaranya koreksi Semi Diameter Matahari (SD), refraksi, dan kerendahan ufuk (Dip). Setelah dihasilkan ketinggian Matahari yang telah dikoreksi kemudian menghitung sudut waktu Matahari ketika *ghurub* dan menghitung awal waktu maghrib dengan rumus sebagai berikut:

$$\boxed{\mathbf{(12 - e) + t : 15 + (\lambda_{daerah} - \lambda_{tempat}) : 15}}$$

Adapun t (sudut waktu) dihitung dengan menggunakan rumus

$$\boxed{\mathbf{\cos t_{\odot} = \sin h_{\odot} : (\cos \varphi \times \cos \delta_{\odot}) - (\tan \varphi \times \tan \delta_{\odot})}}$$

Keterangan :

e = *equation of time*

$t_{\odot}$ = Sudut waktu Matahari

$h_{\odot}$ = ketinggian Matahari pada waktu Maghrib

φ = Lintang tempat pengamat

λ_{daerah} = Bujur daerah (WIB=105^0, WITA=120^0, WIT=135^0)

λ_{tempat} = Bujur tempat pengamat

$\delta_{\odot}$ = deklinasi Matahari.

d. Menghitung Ketinggian Bulan

1) Menghitung sudut waktu Bulan

Untuk mencari ketinggian Bulan hakiki pada waktu maghrib, terlebih dahulu perlu menghitung sudut waktu Bulan. Sama halnya seperti sudut waktu Matahari, sudut waktu Bulan merupakan sudut pada titik kutub langit yang dibentuk oleh perpotongan antara lingkaran meridian dan lingkaran waktu. Sebelum melakukan proses perhitungan sudut waktu, maka terlebih dahulu perlu mengetahui titik *askensiorekta* dalam tabel *Greenwich Hour Angle* (GHA). GHA diambil dengan melihat pada jam berapa terjadinya ijtimak antara Bulan dan Matahari. Jika waktu ijtimak tersebut tidak ada dalam tabel atau berdekatan waktunya dengan salah satu tabel GHA yang ditampilkan perjam, maka perlu melakukan interpolasi di antara waktu tersebut.

Kemudian sudut waktu (t) Bulan dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\boxed{\mathbf{t_{\square} = GHA_{\square} + \lambda_{tempat} - 360}}$$

Keterangan: $GHA_{\square}$ = *Greenwich Hour Angle* (GHA) Bulan

λ_{tempat} = Bujur tempat pengamat

$t_{\square}$ = Sudut waktu Bulan

2) Menghitung ketinggian Bulan hakiki

Setelah diketahui seberapa besar sudut waktu Bulan pada waktu maghrib, selanjutnya menghitung ketinggian Bulan hakiki pada waktu maghrib. Adapun rumus untuk mencari ketinggian Bulan hakiki adalah:

$$\boxed{\mathbf{\sin h_{\square} = (\sin \varphi \times \sin \delta_{\square}) + (\cos \varphi \times \sin \delta_{\square} \times \cos t_{\square})}}$$

Keterangan: $h_{\square}$ = Ketinggian Bulan hakiki

φ = lintang tempat pengamat

$\delta_{\square}$ = deklinasi Bulan pada saat Maghrib

$t_{\square}$ = Sudut waktu Bulan pada waktu Maghrib

Pada data deklinasi Bulan, jika tabel tersebut tidak ditemukan waktu yang tepat, maka perlu melakukan perhitungan interpolasi pada jam tersebut. Sedangkan sudut waktu (t) Bulan telah diketahui pada waktu maghrib.

3) Menghitung ketinggian Bulan *mar'i*

Setelah proses perhitungan ketinggian hilal secara hakiki, maka perlu perhitungan ketinggian Bulan secara *mar'i* (titik pandang pengamat dari Bumi / toposentrik). Ketinggian Bulan secara *mar'i* memerlukan beberapa koreksi di antaranya adalah koreksi Parallaks Bulan, Refraksi, Semi Diameter (SD) Bulan dan kerendahan ufuk (Dip) yang dihitung dari ketinggian pengamat.[22] Kemudian perhitungan dilakukan dengan menggunakan rumus:

$$\boxed{\mathbf{h_{\square}' = h_{\square} - \pi + ref + SD_{\square} + Dip}}$$

Keterangan:

$h_{\square}'$ = ketinggian hilal setelah dilakukan koreksi

$h_{\square}$ = ketinggian hilal hakiki

π = nilai sudut pandang pengamat terhadap Bulan

ref = refraksi; pembiasan/ pembelokkan cahaya yang terjadi ketika Bulan berada di ufuk

$SD_{\square}$ = Semi Diameter / garis seperdua Bulan.

Dip = kerendahan ufuk yang dihitung dari ketinggian pengamat di muka Bumi.

Ketinggian hilal *mar'i* diperlukan karena untuk kebutuhan observasi (*rukyatul hilal*). Sehingga dapat dipastikan apakah hilal sudah di atas ufuk apa masih di bawah ufuk ketika *ghurub* untuk meminalisir kesalahan obyek dalam melihat hilal.

e. Umur Hilal

Umur Hilal dihitung dengan mengurangi waktu *ghurub* dengan waktu saat terjadinya ijtimak. Umur hilal dinyatakan dalam bentuk derajat jam, menit dan detik.

$$\boxed{\textbf{Moon age = ghurub – saat ijtimak}}$$

[22] Nilai koreksi akan dilampirkan pada sub bab koreksi-koreksi pada hisab Almanak Nautika.

f. Menghitung Azimuth Bulan

Azimuth Bulan dihitung dengan rumus :

$$\boxed{\textbf{Sin } A_{\square} = \textbf{Cos } \delta_{\square} \div \textbf{cos } h_{\square} \times \textbf{sin } t_{\square}}$$

Keterangan: $A_{\square}$ = Azimuth Bulan pada waktu maghrib

$\delta_{\square}$ = Deklinasi Bulan pada waktu maghrib

$t_{\square}$ = sudut waktu Bulan pada waktu maghrib

g. Menghitung Azimuth Matahari

Azimuth Matahari dihitung dengan rumus :

$$\boxed{\textbf{Sin } A_{\odot} = \textbf{Cos } \delta_{\odot} \div \textbf{cos } h_{\odot} \times \textbf{sin}}$$

Keterangan: $A_{\odot}$ = Azimuth Matahari pada waktu maghrib

$\delta_{\odot}$ = Deklinasi Matahari pada waktu maghrib

$t_{\odot}$ = sudut waktu Matahari pada waktu maghrib

h. Menghitung posisi Bulan

Posisi Bulan dihitung dengan mencari selisih antara Azimuth Bulan dengan Azimuth Matahari.

$$\boxed{\textbf{PH} = A_{\square} - A_{\odot}}$$

Jika posisi Bulan bernilai negatif, maka Bulan terletak di sebelah selatan Matahari, sementara jika posisi Bulan bernilai positif, maka Bulan terletak di sebelah Utara Matahari.

i. Elongasi

Elongasi bulan dihitung dengan rumus berikut:

$$\boxed{\textbf{Cos } \epsilon = (\textbf{sin } h_{\square} \times \textbf{sin } h_{\odot}) + (\textbf{cos } h_{\square} \times \textbf{cos } h_{\odot} \times \textbf{cos PH})}$$

Di mana:

ϵ = Sudut elongasi Bulan – Matahari.

h□ = ketinggian Bulan

$h_{\odot}$ = ketinggian Matahari

PH = posisi hilal (selisih *azimuth* Bulan – Matahari)

5. Koreksi-Koreksi terhadap Posisi Bulan dan Matahari

a. Semi Diameter

Nilai Semi Diameter Bulan dan Matahari sebenarnya sudah dicantumkan dalam buku Almanak Nautika, namun baik Semi Diameter Bulan maupun Semi Diameter Matahari hanya sampai pada ketelitian sepersepuluh menit busur. Agar lebih presisi, Semi Diameter bulan dapat dihitung dengan cara mengalikan *horizontal parallaks* Bulan dengan perbandingan jari-jari Bumi dan jari-jari Bulan dengan rumus sebagai berikut:

$$\boxed{(\boldsymbol{SD}) = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a}} \times \boldsymbol{HP}}$$

Keterangan : SD□ = Semi Diameter Bulan

a = jari-jari Bumi = 6378,137 KM (WGS ’84)

a□ = jari-jari Bulan = 1738, 64 KM

HP□ = *Horizontal Parallaks* Bulan

b. Refraksi

Dalam buku *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, dijelaskan bahwa untuk mencari refraksi pada ketinggian objek tertentu, dapat menggunakan rumus sebagai berikut (Seidelmann, 2006: 281):

$$\boxed{\boldsymbol{ref} = \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{T} + \mathbf{273,15}} \frac{\mathbf{0,1594} + \mathbf{0,0196}\boldsymbol{h} + \mathbf{0,00002}(\boldsymbol{h})^{\mathbf{2}}}{\mathbf{1} + \mathbf{0,505}\boldsymbol{h} + \mathbf{0,0845}(\boldsymbol{h})^{\mathbf{2}}}}$$

Di mana:

P = tekanan atmosfer sekitar dinyatakan dalam milibar.

T = suhu atmosfer sekitar dinyatakan dalam derajat Celcius.

$\boldsymbol{h}$ = ketinggian geosentrik Bulan.

Umumnya dalam keadaan standar, nilai yang digunakan untuk tekanan sebesar 1010 milibar dan suhu 10°C. Jika ketinggian geosentrik bernilai 0 derajat, maka refraksinya bernilai 34,5 menit busur.

c. Kerendahan Ufuk

Jika diketahui ketinggian tempat diukur dari permukaan air laut sebesar H meter, maka kerendahan ufuk (Dip) dirumuskan sebagai berikut (Djambek, 1976: 34):

$$\boxed{\boldsymbol{Dip = \left(1{,}76'\sqrt{\mathrm{H}}\right)}}$$

Nilai dip dinyatakan dalam menit busur (1/60 derajat), sedangkan nilai koefisien 1,76 menit busur menyatakan saat pengamatan kondisi langit cukup cerah dan tidak diselubungi oleh awan yang cukup tebal.

d. Parallaks

Nilai *Horizontal Parallaks* (HP) baik Matahari maupun Bulan sudah dicantumkan dalam buku Almanak Nautika. Nilai *horizontal parallaks* Matahari selalu tetap yakni 0,15 menit busur atau 9 detik busur. Sehingga untuk mencari sudut *parallaks* Bulan dengan cara *horizontal parallaks* dikalikan dengan nilai kosinus ketinggian Bulan geosentrik.

$$\boxed{\boldsymbol{\pi = \mathrm{HP} \times \cos h}}$$

Di mana: HP = *Horizontal Parallaks* Bulan

$h_{\square}$ = Ketinggian Geosentrik Bulan

B. Sistem Hisab *Astronomical Algorithms* Jean Meeus

1. Tinjauan Umum *Astronomical Algorithms* Jean Meeus

Algortima Meeus digunakan untuk menghitung posisi Bulan, Matahari, Planet-Planet anggota tata surya dan bintang lainnya apabila diketahui *epoch* atau tanggal yang akan dicari posisinya dengan persamaan-persamaan yang melibatkan banyak suku koreksi. Algoritma Meeus sebenarnya merupakan reduksi dari algortima VSOP87 yang lengkap. Dari ribuan suku koreksi dalam algoritma VSOP87 untuk menentukan posisi Matahari (bujur ekliptika, lintang ekliptika, dan jarak Bumi-Matahari), maka yang diperhitungkan adalah sekitar ratusan suku-suku yang besar dan penting dalam algoritma Meeus ini. Adapun suku-suku lainnya yang kecil-kecil tidak ikut diperhitungkan (Rinto Anugraha, 2012:68).

2. Metode perhitungan

Adapun langkah-langkah dalam menghitung awal bulan kamariah menggunakan algotirma Jean Meeus adalah sebagai berikut:

a. Parameter Awal

1) Menentukan Ijtimak

Dalam parameter awal ini, langkah pertama yang dilakukan adalah menentukan bilangan lunasi *k* dengan rumus berikut:

$$\boxed{\boldsymbol{k} \textbf{ = 12 x tahun kamariyah + bulan kamariyah – 17050}}$$

Bilangan lunasi adalah bilangan yang digunakan untuk menghitung kapan terjadinya ijtimak. Dalam rumus asalnya, nilai *k* dihitung berdasarkan perkiraan tanggal dalam kalender Masehi[23]. Namun, untuk kepentingan praktis, nilai *k* bisa langsung ditentukan jika diketahui bulan dan tahun dalam kalender kamariah. Bilangan lunasi *k* bernilai 0 tepat pada ijtimak awal Syawal 1420 Hijriyah yang jatuh pada 7 Januari 2000 sehingga hasil penjumlahan bilangan tahun kamariah yang dikalikan 12 dengan bilangan Bulan harus dikurangi 17050[24].

Selanjutnya adalah menghitung Bilangan Abad Julian *T* dengan rumus berikut:

$$\boxed{\boldsymbol{T = \mathrm{k} / 1236{,}85}}$$

Nilai 1236,85 diperoleh dari periode revolusi Bumi (365,2422 hari) dibagi dengan periode revolusi sinodis Bulan (29,5306 hari).

Selanjutnya adalah menghitung Julian Date Ephemeris ketika ijtimak yang belum terkoreksi dengan rumus berikut:

$$\boldsymbol{JDE_{ijtima\ belum\ terkoreksi} = 2451550{,}07965 + 29{,}530588853k}$$
$$\boldsymbol{+\ 0{,}0001337T^2 + 0{,}00000015\ T^3 + 0{,}00000000074\ T^4}$$

Dimana: T = bilangan abad Julian

k = bilangan lunasi

Nilai Julian Date Ephemeris tadi belum dikoreksi, sehingga agar diperoleh waktu ijtimak yang tepat harus mencari koreksi-koreksi antara lain koreksi fase Bulan dan koreksi argumen Planet.

[23] Nilai *k* dengan input tanggal Masehi diturunkan dari rumus bilangan abad $T = k \div 1236{,}85$ dan $T = (JDE - JDE_{2000}) \div 36525$. Sehingga diperoleh rumus k = (tahun masehi – 2000) ÷ 1236,85.

[24] Nilai 17050 diperoleh dari Syawal yang memiliki nomor bulan 10 dijumlah dengan tahun 1420 yang dikalikan 12. 12 × 1420 + 10 = 17040 + 10 = 17050.

Dalam menghitung koreksi fase Bulan, pertama-tama adalah menentukan eksentrisitas orbit Bulan dengan rumus berikut (Meeus, 1991: 308):

$$\boxed{\boldsymbol{E = 1 - 0{,}02516\, T - 7{,}4 \times 10^{-6}\, T^2}}$$

Dimana: E = eksentrisitas orbit Bulan

T = bilangan abad Julian.

Selanjutnya mencari argumen atau sudut yang diperlukan dalam perhitungan koreksi fase Bulan, antara lain (Meeus, 1991: 308):

- Anomali Rata-Rata Matahari (*M*)

$$M = 2{,}5534° + 29{,}10535669k - 0{,}0000218T^2 - 0{,}000000011T^3$$

- Anomali Rata-Rata Bulan (*M'*)

$$M = 201{,}5643° + 385{,}81693528k + 0{,}0107438T^2 + 0{,}000012391T^3 - 0{,}000000058T^4$$

- Argumen Lintang Bulan (*F*)

$$F = 160{,}7108° + 390{,}67050274k - 0{,}0016341T^2 - 0{,}00000227T^3 + 0{,}000000011T^4$$

- Argumen Simpul Bulan (*Ω*)

$$\Omega = 124{,}7746° - 1{,}5637558k + 0{,}0020691T^2 + 0{,}00000215T^3$$

Berikut ini adalah rumus yang digunakan untuk menghitung koreksi fase Bulan (Meeus, 1991: 321):

$$C_1 = \big(-40720 \sin(M') + 17241E\sin(M) + 1608\sin(2M') + 1039\sin(2F) + 739E\sin(M'-M) - 514E\sin(M'+M) + 208E^2\sin(2M) - 111\sin(M'-2F) - 57\sin(M'+2F) + 56E\sin(2M'+M) - 42\sin(3M') + 42E\sin(M+2F) + 38E\sin(M-2F) - 24E\sin(2M'-M) - 17\sin(\Omega) - 7\sin(M'+2M) + 4\sin\big(2(M'-F)\big) + 4\sin(3M) + 3\sin(M'+M-2F) + 3\sin\big(2(M'+F)\big) -$$

$3\sin(M' + M + 2F) + 3\sin(M' - M + 2F) - 2\sin(M' - M - 2F) -$

$2\sin(3M' + M) + 2\sin(4M')\big) \times 10^{-5}$

Selanjutnya adalah menghitung koreksi argumen Planet yang terdiri dari 14 suku, antara lain (Meeus, 1991: 321):

- Argumen Planet $A_1 = 299{,}77° + 0{,}107408k - 0{,}009173T^2$
- Argumen Planet $A_2 = 251{,}88° + 0{,}016321k$
- Argumen Planet $A_3 = 251{,}83° + 26{,}651886k$
- Argumen Planet $A_4 = 349{,}42° + 36{,}412478k$
- Argumen Planet $A_5 = 84{,}66° + 18{,}206239k$
- Argumen Planet $A_6 = 141{,}74° + 53{,}303771k$
- Argumen Planet $A_7 = 207{,}14° + 2{,}453732k$
- Argumen Planet $A_8 = 154{,}84° + 7{,}30686k$
- Argumen Planet $A_9 = 34{,}52° + 27{,}261239k$
- Argumen Planet $A_{10} = 207{,}19° + 0{,}121824k$
- Argumen Planet $A_{11} = 291{,}34° + 1{,}844379k$
- Argumen Planet $A_{12} = 161{,}72° + 24{,}198154k$
- Argumen Planet $A_{13} = 239{,}56° + 25{,}513099k$
- Argumen Planet $A_{14} = 331{,}55° + 3{,}592518k$

Masing-masing nilai sinus dari setiap argumen dikalikan oleh koefisiennya, sehingga diperoleh koreksi total argumen planet dengan rumus sebagai berikut (Meeus, 1991: 321):

$C_2 = (325\sin A_1 + 165\ \sin A_2 + 164\ \sin A_3 + 126\ \sin A_4 +$

$110\ \sin A_5 + 62\sin A_6 + 60\ \sin A_7 + 56\ \sin A_8 + 47\sin A_9 +$

$42 \sin A_{10} + 40 \sin A_{11} + 37 \sin A_{12} + 35 \sin A_{13} +$

$23 \sin A_{14}) \times 10^{-6}$.

Selanjutnya untuk menghitung Julian Date Ephemeris ijtimak setelah koreksi adalah dengan menambahkan Julian Date Ephemeris ijtimak sebelum terkoreksi dengan koreksi fase Bulan dan koreksi argumen Planet (Meeus, 1991: 319).

$$\boldsymbol{JDE_{ijtima\ terkoreksi} = JDE_{ijtima\ belum\ terkoreksi} + C_1 + C_2}$$

Setelah mendapatkan nilai Julian Date Ephemeris ketika ijtimak yang sudah terkoreksi, selanjutnya adalah mencari delta T (*ΔT*). Parameter yang dibutuhkan adalah Y yang merupakan bilangan tahun Julian. Nilai Y didapatkan dari rumus berikut:

$$\mathbf{Y = 2000 + 100\ T}$$

Di mana T adalah bilangan abad Julian. Jika saat ini tahun terletak diantara rentang 2005 dan 2050, maka persamaan delta T yang dipakai adalah sebagai berikut (Morinson, 2004: 327-336):

$$\mathbf{\Delta T = 62{,}92 + 0{,}32217\ (Y - 2000) + 0{,}005589\ (Y - 2000)^2}$$

Di mana Y adalah bilangan tahun Julian. Setelah mendapatkan nilai delta T, nilai ini digunakan untuk mengurangi Julian Date Ephemeris ijtimak untuk mendapatkan nilai Julian Date ijtimak yang kemudian akan dikonversi dalam bentuk tanggal.

$$\mathbf{JD_{ijtimak} = JDE_{ijtimak} - \Delta T}$$

Berikut ini adalah langkah-langkah mengonversi Julian Date ke dalam tanggal:

- Menjumlahkan Julian Date dengan 0,5.

- Mencari nilai Z (angka bantu) dengan membulatkan kebawah Julian Date yang sudah dijumlahkan dengan 0,5 terlebih dahulu.
- Mencari nilai F (angka bantu) dengan mengurangkan JD + 0,5 dengan Z.
- Memeriksa nilai Z apakah lebih besar dari 2299161 (Julian Date pada 15 Oktober 1582), jika lebih besar mencari nilai AA (angka bantu) dengan rumus:

AA = (Z – 1867216,5) ÷ 36524,25 × *16*

Jika tidak, maka tidak perlu mencari nilai AA

- Menghitung nilai A (angka bantu) dengan rumus berikut:

Jika nilai AA ada, A = Z + AA – INT(AA÷4)

Jika nilai AA tidak ada, A = Z

- Menjumlahkan nilai A agar memperoleh nilai B
- Mencari nilai C dengan rumus berikut:

C = INT((B – 122,1) ÷ 365,25)

- Mencari nilai D dengan rumus berikut:

D = INT(365,25 × C)

- Mencari nilai E dengan rumus berikut:

E = INT((B – D) ÷ 365,25)

- Mencari tanggal dengan rumus berikut:

tanggal = B – D – INT(30,6001 × E)

- Mencari bulan dengan rumus berikut:

Jika nilai E lebih besar dari 13, bulan = E – 13

Jika nilai E lebih kecil dari 14, bulan = E – 1

- Mencari tahun dengan rumus berikut:

Jika bulan lebih besar dari 13, tahun = C – 4716

Jika bulan lebih kecil dari 14, tahun = C – 4715

- Mencari jam, menit dan detik dengan rumus berikut:

$$\textbf{Jam} = \mathbf{INT\ (24 \times F)}$$

$$\textbf{Menit} = \mathbf{INT\ (60 \times (24 \times F - jam))}$$

$$\textbf{Detik} = \mathbf{3600 \times (24 \times F - (menit \div 60))}$$

2) Menentukan Waktu Maghrib dan Umur Hilal

Setelah mengetahui kapan terjadi ijtimak, maka selanjutnya adalah mencari waktu maghrib. Waktu maghrib dihitung dua kali, yakni mencari perkiraan waktu maghrib dan waktu maghrib hakiki. Parameter yang harus diketahui terlebih dahulu adalah lintang tempat, bujur tempat, bujur daerah, ketinggian tempat dan Julian Date pada pukul 12 waktu lokal. Julian Date pukul 12 waktu lokal dicari dengan rumus berikut:

$$\mathbf{JD_{12\ LT} = INT(JD_{ijtimak} + 0{,}5) - (\lambda_{daerah} \div 360)}$$

Keterangan:

$JD_{12\ LT}$ = Julian Date pada jam 12 waktu lokal

$JD_{ijtimak}$ = Julian Date pada Ijtimak

λ_{daerah} = Bujur daerah (WIB=105^0, WITA=120^0, WIT=135^0)

Julian Date pada pukul 12 waktu lokal digunakan untuk menghitung *equation of time*, deklinasi Matahari, sudut waktu dan perkiraan waktu maghrib. Untuk menghitung *equation of time* dan deklinasi Matahari, terlebih dahulu mencari Bilangan Abad Julian (T),

$$\mathbf{T = (JD_{12\ LT} - 2451545) \div 36525}$$

Sudut Tahun (U) dan Bujur Rata-rata Matahari (L_0) dengan rumus sebagai berikut (Meeus, 1991: 151).

$$\boxed{\mathbf{U = 2\pi T \times 100}}$$

$$\boxed{\mathbf{L = 280{,}46607^0 + 36000{,}7698 \times U}}$$

Selanjutnya menghitung deklinasi Matahari dan *equation of time* dengan rumus berikut[25]:

$$\boxed{\begin{aligned}\boldsymbol{\delta} &= \mathbf{0{,}37877° + 23{,}264° \sin (57{,}297 \times T - 79{,}547) + 0{,}3812° \sin} \\ &\mathbf{(2 \times 57{,}297 \times T - 82{,}682) + 0{,}17132° \sin (3 \times 57{,}297 \times T - 59{,}722)}\end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\mathbf{e} &= \mathbf{-(1789 + 237\ U)\ SIN\ L - (7146 - 62\ U)\ COS\ L + (9934 - 14\ U)} \\ &\mathbf{SIN\ 2\ L - (29 + 5\ U)\ COS\ 2\ L + (74 + 10\ U)\ SIN\ 3\ L + (320 - 4\ U)} \\ &\mathbf{COS\ 3\ L - 212\ SIN\ 4\ L}\end{aligned}}$$

Di mana:

T = bilangan abad Julian

U = sudut tahun

L = Bujur rata-rata Matahari

$\delta_\odot$ = deklinasi matahari

e = *equation of time*

Sebelum menghitung sudut waktu maghrib, terlebih dahulu mencari ketinggian matahari saat terbenam dibawah ufuk yaitu:

$$\boxed{\mathbf{h_{\odot\ Maghrib} = -(1{,}73' \sqrt{H} + 50')}}$$

Di mana: $h_{\odot\ Maghrib}$ = tinggi matahari saat terbenam

H = ketinggian tempat (meter)

[25] Rumus deklinasi dan *equation of time* yang dipakai penulis untuk perhitungan perkiraan waktu maghrib merupakan penurunan rumus oleh Dr. Eng. Rinto Anugraha, M.Si dalam buku beliau yang berjudul *Mekanika Benda Langit* hal. 79

Nilai 50 menit busur diperoleh dari penjumlahan Semi Diameter rata-rata Matahari sebesar 16 menit busur dengan refraksi pada ketinggian 0 derajat sebesar 34 menit busur.

Adapun t (sudut waktu) dihitung dengan menggunakan rumus

$$\boxed{\mathbf{\cos t_{\odot} = \sin h_{\odot} : (\cos \varphi \times \cos \delta_{\odot}) - (\tan \varphi \times \tan \delta_{\odot})}}$$

Dimana:

$t_{\odot}$ = sudut waktu

$h_{\odot}$ = tinggi Matahari

φ = lintang pengamat

$\delta_{\odot}$ = deklinasi Matahari

Setelah diketahui besarnya sudut waktu, maka perkiraan waktu maghrib dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$\boxed{\mathbf{Maghrib = 12 + (t_{\odot} \div 15) - (e \div 60) - [(\lambda_{tempat} - \lambda_{daerah}) \div 15]}}$$

Selanjutnya membandingkan antara perkiraan waktu maghrib dan ijtimak menggunakan parameter umur hilal yang merupakan waktu maghrib dikurangi dengan ijtimak. Jika umur hilal positif (ijtimak terjadi sebelum maghrib), maka dapat dilanjutkan dengan mencari maghrib hakiki dengan mengulang perhitungan seperti ketika menghitung perkiraan waktu maghrib namun dengan sedikit perubahan parameter. Jika pada perhitungan perkiraan waktu maghrib, menggunakan Julian Date jam 12 waktu lokal, pada perhitungan maghrib hakiki menggunakan Julian Date ketika Maghrib seperti yang ditunjukkan oleh rumus berikut.

$$\boxed{\begin{array}{c}\mathbf{JD_{Maghrib} = JD_{12\ LT} - 0{,}5 + (t_{\odot} \div 15)} \\ \mathbf{T = (JD_{Maghrib} - 2451545) \div 36525}\end{array}}$$

Jika umur hilal negatif (ijtimak terjadi setelah maghrib), maka Julian Date pada jam 12 waktu lokal dapat ditambah dengan 1 yang menandakan bahwa perhitungan waktu maghrib dilakukan untuk esok harinya. Kemudian dilakukan iterasi kembali sampai didapat waktu maghrib hakiki.

3) Koreksi Nutasi dan Sumbu Rotasi Bumi

Dalam perhitungan koreksi nutasi dan sumbu Bumi, terlebih dahulu menentukan paramater yang digunakan untuk perhitungan antara lain (Meeus, 1991: 133-137).

- Julian Date ketika Maghrib

  $\mathbf{JD_{maghrib'} = JD_{maghrib} - (t_{\odot} \div 15) + (t_{\odot}' \div 15)}$

- Delta T (untuk 2005 < Y < 2050)

  $\mathbf{\Delta T = 62{,}92 + 0{,}32217\ (Y - 2000) + 0{,}005589\ (Y - 2000)^2}$

  $\mathbf{Y = 2000 + (100 \times T)}$ dan $\mathbf{T = (JD_{maghrib} - 2451545) \div 36525}$

- Julian Date Ephemeris ketika Maghrib

  $\mathbf{JDE_{maghrib'} = JD_{maghrib'} + \Delta T}$

- Bilangan Abad Julian (T)

  $\mathbf{T = (JDE_{maghrib'} - 245145) \div 36525}$

- Bilangan Milenium Julian (τ)

  $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{T \div 10}$

- Elongasi Rata-Rata Bulan (D)

$$D = 297{,}85036° + 445267{,}11148T - 0{,}0019142(T)^2 + \frac{(T)^3}{189474}$$

- Anomali Rata-Rata Matahari (M)

$$M = 357{,}52772° + 35999{,}05034T - 0{,}0001603(T)^2 + \frac{(T)^3}{300000}$$

- Anomali Rata-Rata Bulan (M')

$$M' = 134{,}96298° + 477198{,}867398T - 0{,}0086972(T)^2 + \frac{(T)^3}{56250}$$

- Argumen Lintang (F)

$$F = 93{,}27191° + 483202{,}017538T - 0{,}0036825(T)^2 + \frac{(T)^3}{327270}$$

- Bujur *Ascending Node* Rata-Rata (Ω)

$$\Omega = 125{,}04452° + 1934{,}136261T - 0{,}0020708(T)^2 + \frac{(T)^3}{450000}$$

- Kemiringan sumbu rotasi Bumi rata-rata (ε_0) (Meeus, 1991:135) :

$$\varepsilon_0 = 23°26'21{,}448'' - 4680{,}93''\left(\frac{T}{100}\right) - 1{,}55''\left(\frac{T}{100}\right)^2 + 1999{,}25''\left(\frac{T'}{100}\right)^3 - 51{,}38''\left(\frac{T}{100}\right)^4 - 249{,}67''\left(\frac{T}{100}\right)^5 - 39{,}05''\left(\frac{T}{100}\right)^6 + 7{,}12''\left(\frac{T}{100}\right)^7 + 27{,}87''\left(\frac{T}{100}\right)^8 + 5{,}79''\left(\frac{T}{100}\right)^9 + 2{,}45''\left(\frac{T}{100}\right)^{10}$$

- *Greenwich Sidereal Time* (θ_0)

$$\theta_0 = (280{,}46061837^0 + 360{,}98564736629 \times (JD_{maghrib'} - 2451545) + 0{,}000387933 \times T^2 + T^3 \div 38710000) \div 15$$

Setelah semua parameter yang diperlukan dihitung, selanjutnya adalah menghitung koreksi nutasi dengan rumus berikut (dihitung dengan satuan detik busur) (Meeus, 1991: 133-134):

$$\Delta\psi = \Big((-171996 - 174{,}2T')\sin\Omega - (13187 + 1{,}6T')\sin(2\Omega + 2F - 2D) - (2274 + 0{,}2T')\sin(2\Omega + 2F) + (2062 + 0{,}2T')\sin 2\Omega + (1426 - 3{,}4T')\sin M + (712 + 0{,}1T')\sin M' - (517 - 1{,}2T')\sin(M + 2F + 2\Omega - D) - (386 + 0{,}4T')\sin(2F + \Omega) + (217 - 0{,}5T')\sin(2F + 2\Omega - 2D - M) + (129 + 0{,}1T')\sin(2F + \Omega - 2D) + (63 + 0{,}1T')\sin(\Omega + M') - (58 + 0{,}1T')\sin(\Omega - M') + (17 - 0{,}1T')\sin 2M - (16 - 0{,}1T') - 301\sin(M' + 2F +$$

$2\Omega) - 158\sin(M' - D) + 123\sin(2F + 2\Omega - \mathrm{M}') + 63\sin 2D - 59\sin(2D + 2F + 2\Omega - \mathrm{M}') - 51\sin(M' + F + \Omega) + 48\sin(2M' - 2D) + 46\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{M}') - 38\sin(2D + 2F + 2\Omega) - 31\sin(2M' + 2F + 2\Omega) + 29\sin 2M' + 29\sin(M' + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + 26\sin 2F - 22\sin(2F - 2D) + 21\sin(2F - M' + \Omega) + 16\sin(2D - M' + \Omega) - 15\sin(M + \Omega) - 13\sin(M' + \Omega - 2\mathrm{D}) - 12\sin(\Omega - \mathrm{M}') + 11\sin(2M' - 2F) - 10\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{D}) - 8\sin(2D + M' + 2F + 2\Omega) + 7\sin(M + 2F + 2\Omega) - 7\sin(M + M' - 2D) - 7\sin(2F + 2\Omega - \mathrm{M}) - 7\sin(2D + 2F + \Omega) + 6\sin(2D + M') + 6\sin(2M' + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + 6\sin(M' + 2F + \Omega - 2\mathrm{D}) - 6\sin(2D - 2M' + F) - 6\sin(2D + \Omega) + 5\sin(M' - M) - 5\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{D} - 2\mathrm{M}') - 5\sin(\Omega - 2\mathrm{D}) - 5\sin(2M' + 2F + 2\Omega) + 4\sin(2M' + \Omega - 2\mathrm{D}) + 4\sin(2M + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + 4\sin(M' - 2F) - 4\sin(M' - D) - 4\sin D - 4\sin(M - 2D) + 3\sin(M' + 2F) - 3\sin(2F + 2\Omega - 2\mathrm{M}') - 3\sin(M' - M - D) - 3\sin(M' + 2F + 2\Omega - \mathrm{M}) - 3\sin(M + M') - 3\sin(2F + 2\Omega - \mathrm{M}' - \mathrm{M}) - 3\sin(3M' + 2F + 2\Omega) - 3\sin(2\mathrm{D} + 2\mathrm{F} + 2\Omega - \mathrm{M}')\big) \times 10^{-5}$

Berikut ini rumus koreksi kemiringan sumbu Bumi (dihitung dengan satuan detik busur):

$\Delta\varepsilon = \big((92025 + 8{,}9T)\sin\Omega + (5736 - 3{,}1T)\sin\ (2\Omega + 2\mathrm{F} - 2\mathrm{D}) + (977 - 0{,}5T')\sin(2\Omega + 2\mathrm{F}) - (895 - 0{,}5T)\sin 2\Omega + (54 - 0{,}1T)\sin M + (224 - 0{,}6T)\sin(M + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + (129 - 0{,}1T)\sin(M' + 2F + 2\Omega) - (95 - 0{,}3T)\sin(2F + 2\Omega - 2\mathrm{D} - \mathrm{M}) - 7\sin M' + 200\sin(2F + \Omega) - 70\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{D}) - 53\sin(2F + 2\Omega - \mathrm{M}') - 33\sin(M' + \Omega) + 26\sin(2D + 2F + 2\Omega - \mathrm{M}') + 32\sin(\Omega - \mathrm{M}') + 27\sin(M' + 2F + \Omega) - 24\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{M}') + 16\sin(2D + 2F + 2\Omega) + 13\sin(2M' + 2F + 2\Omega) - 12\sin(M' + 2F + \Omega - 2\mathrm{D}) - 10\sin(2F + \Omega - \mathrm{M}') - 8\sin(2D - M' + \Omega) + 7\sin(2M + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + 9\sin(\mathrm{M} + \Omega) + 7\sin(M' + \Omega - 2\mathrm{D}) + 6\sin(\Omega - \mathrm{M}) + 5\sin(2D + 2F + \Omega - \mathrm{M}') + 3\sin(2D + M' + 2F + 2\Omega) - 3\sin(M + 2F + 2\Omega) + 3\sin(2F + 2\Omega - \mathrm{M}) + 3\sin(2F + \Omega) - 3\sin(2M' + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) - 3\sin(M' + 2F + \Omega -$

$2\mathrm{D}) + 3\sin(2D + \Omega - 2M') + 3\sin(2D + \Omega) + 3\sin(2F + 2\Omega - 2\mathrm{D} - \mathrm{M}) +$

$3\sin(\Omega - 2\mathrm{D}) + 3\sin(2M' + 2F + \Omega)\big) \times 10^{-5}$

4) Jam Bintang Lokal

Kemiringan sumbu Bumi sesungguhnya dapat dihitung dengan menjumlahkan kemiringan sumbu Bumi rata-rata dengan koreksi kemiringan sumbu Bumi.

$$\boxed{\boldsymbol{\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon}}$$

Sedangkan GST Tampak dirumuskan dengan persamaan berikut (Meeus, 1991: 84):

$$\boxed{\boldsymbol{\theta_0' = \theta + (\Delta\psi \cos \varepsilon) \div 15}}$$

Sehingga jam lokal bintang (LST, *Local Sidereal Time*) dapat dihitung menggunakan persamaan dibawah ini:

$$\boxed{\boldsymbol{\theta' = \theta_0' + (\lambda \div 15)}}$$

Jika hasilnya lebih besar dari 24, kurangkanlah dengan kelipatan 24.

b. Posisi Matahari

Berikut ini adalah rumus-rumus untuk menghitung posisi Matahari:

- Asensiorekta Matahari (Meeus, 1991: 89)

$$\boxed{\boldsymbol{\text{cotan } \alpha_\odot = (\tan \lambda_\odot \times \cos \varepsilon) - (\tan \beta_\odot \times \sin \varepsilon \div \cos \lambda_\odot)}}$$

- Deklinasi Matahari (Meeus, 1991: 89)

$$\boxed{\boldsymbol{\sin \delta_\odot = (\sin \beta_\odot \times \cos \varepsilon_\odot) + (\cos \beta_\odot \times \sin \varepsilon \times \sin \lambda_\odot)}}$$

- Sudut *Parallaks* Matahari

$$\boxed{\boldsymbol{\tan \pi_\odot = 6378{,}137 \div}}$$

- Semi Diameter Matahari (Meeus, 1991: 359)

$$\boxed{\boldsymbol{SD_\odot = 959{,}63 \div R}}$$

- Ketinggian Matahari (Meeus, 1991: 89)

$$\boxed{\sin h_\odot = (\sin \varphi \times \sin \delta_\odot) + (\cos \varphi \times \cos \delta_\odot \times \cos t_\odot)}$$

- *Azimuth* Matahari (Meeus, 1991: 89)

$$\boxed{\text{cotan } A_\odot = (\tan t_\odot \times \sin \varphi) - (\tan \delta_\odot \times \cos \varphi \div \sin t_\odot)}$$

Keterangan:

$\lambda_\odot$ = Bujur Ekliptika Matahari

$\beta_\odot$ = Lintang Ekliptika Matahari

ε = Kemiringan Sumbu Bumi

$\alpha_\odot$ = Asensiorekta Matahari

$\delta_\odot$ = Deklinasi Matahari

R = Jarak Bumi-Matahari

$\pi_\odot$ = *Horizontal Parallaks* Matahari

$SD_\odot$ = Semi Diameter Matahari

$h_\odot$ = Ketinggian Matahari

$A_\odot$ = *Azimuth* Matahari.

Perhitungan dan koreksi untuk lintang ekliptika Matahari, bujur ekliptika Matahari dan jarak Bumi-Matahari akan dijelaskan di bawah ini:

1) Koreksi Lintang Ekliptika Matahari

Berikut ini adalah persamaan koreksi lintang ekliptika Matahari (Meeus, 1991: 386-389) :

- Koreksi Lintang Tampak Matahari B_0 = 280 cos (3,199 + 84334,662 τ) + 102 cos (5,422 + 5507,553 τ) + 80 cos (3,88 + 5223,69 τ) + 44 cos (3,7 + 2352,87 τ) + 32 cos (4 + 1577,34 τ)

- Koreksi Lintang Tampak Matahari B_1 = 9 cos (3,9 + 5507,55 τ) + 6 cos (1,73 + 5223,69 τ)

  Lintang tampak Matahari sebelum koreksi dirumuskan dengan persamaan berikut (dinyatakan dalam radian):

  $$\boxed{\boldsymbol{\beta_0 = -(B_0 + B_1\tau) \div 100000000}}$$

  Koreksi terhadap bujur Matahari dinyatakan dengan persamaan berikut:

  $$\boxed{\boldsymbol{\lambda_0 = \Theta_0 - 1{,}397\tau - 0{,}00031\tau^2}}$$

  Koreksi lintang tampak Matahari dinyatakan dengan persamaan berikut:

  $$\boxed{\boldsymbol{\Delta\beta = 0{,}03916\ (\cos \lambda_0 - \sin \lambda_0)}}$$

  Sehingga, lintang tampak Matahari setelah koreksi adalah lintang tampak Matahari sebelum terkoreksi ditambah dengan koreksi lintang tampak Matahari.

  $$\boxed{\boldsymbol{\beta = \beta_0 + \Delta\beta}}$$

2) Koreksi Bujur Ekliptika Matahari

Berikut ini adalah persamaan koreksi bujur ekliptika Matahari:

- Koreksi Bujur Ekliptik L_0 = 175347046 + 3341656 cos (4,6692568 + 6283,07585τ) + 34894 cos (4,6261 + 12566,1517τ) + 3497 cos (2,7441 + 5753,3849 τ) + 3418 cos (2,8289 + 3,5231 τ) + 3136 cos (3,6277 + 777713,772 τ) + 2676 cos (4,4181 + 7860,4194 τ) + 2343 cos (6,1352 + 3930,2097 τ) + 1324 cos (0,7425 + 11506,77 τ) + 1273 cos (2,0371 + 529,691 τ) + 1199 cos (1,1096 + 1577,3435 τ) + 990 cos (5,233 + 5884,927 τ) + 902 cos (2,045 + 26,298 τ) +

857 cos (3,508 + 398,149 τ) + 780 cos (1,179 + 5223,694 τ) + 753 cos (2,533 + 5507,553 τ) + 505 cos (4,583 + 18849,228 τ) + 492 cos (4,205 + 775,523 τ) + 357 cos (2,92 + 0,067 τ) + 317 cos (5,849 + 11790,629 τ) + 284 cos (1,899 + 796,298 τ) + 271 cos (0,315 + 10977,079 τ) + 243 cos (0,345 + 5486,778 τ) + 206 cos (4,806 + 2544,314 τ) + 205 cos (1,869 + 5573,143 τ) + 202 cos (2,458 + 6069,777 τ) + 156 cos (0,833 + 213,299 τ) + 132 cos (3,411 + 2942,463 τ) + 126 cos (1,083 + 20,775 τ) + 115 cos (0,645 + 0,98 τ) + 103 cos (0,636 + 4694,003 τ) + 102 cos (0,976 + 15720,839 τ) + 99 cos (6,21 + 2146,17 τ) + 98 cos (0,68 + 155,42 τ) + 86 cos (5,98 + 161000,69 τ) + 85 cos (3,67 + 71430,7 τ) + 80 cos (1,81 + 17260,15 τ) + 79 cos (3,04 + 12036,46 τ) + 75 cos (1,76 + 5088,63 τ) + 74 cos (3,5 + 3154,69 τ) + 74 cos (4,68 + 801,82 τ) + 70 cos (0,83 + 9437,76 τ) + 62 cos (3,98 + 8827,39 τ) + 61 cos (1,82 + 7084,9 τ) + 57 cos (2,78 + 6286,6 τ) + 56 cos (4,39 + 14143,5 τ) + 56 cos (3,47 + 6279,55 τ) + 52 cos (0,19 + 12139,55 τ) + 52 cos (1,33 + 1748,02 τ) + 51 cos (0,28 + 5856,48 τ) + 49 cos (0,49 + 1194,45 τ) + 41 cos (5,37 + 8429,24 τ) + 41 cos (2,4 + 19651,05 τ) + 39 cos (6,17 + 10447,39 τ) + 37 cos (6,04 + 10213,29 τ) + 37 cos (2,57 + 1059,38 τ) + 36 cos (1,71 + 2352,87 τ) + 22 cos (0,59 + 17789,85 τ) + 30 cos (0,44 + 83996,85 τ) + 30 cos (2,74 + 1349,87 τ) + 25 cos (3,16 + 3690,48 τ)

- Koreksi Bujur Ekliptik L_1 = 628331966747 + 206059 cos (2,678235 + 6283,0759 τ) + 4303 cos (2,6351 + 12566,152 τ) +

425 cos (1,59 + 3,523 τ) + 119 cos (5,796 + 26,298 τ) + 109 cos (2,966 + 1577,344 τ) + 93 cos (2,59 + 18849,23 τ) + 72 cos (1,14 + 529,69) + 68 cos (1,87 + 398,15 τ) + 67 cos (4,41 + 5507,55 τ) + 59 cos (2,89 + 5223,69 τ) + 56 cos (2,17 + 155,42 τ) + 45 cos (0,4 + 796,3 τ) + 36 cos (0,47 + 775,52 τ) + 29 cos (2,65 + 7,11 τ) + 21 cos (5,34 + 0,98 τ) + 19 cos (1,85 + 5486,79 τ) + 19 cos (4,97 + 213,3 τ) + 16 cos (0,03 + 2544,31 τ) + 16 cos (1,43 + 2146,17 τ) + 15 cos (1,21 + 10977,08 τ) + 12 cos (2,83 + 1748,02 τ) + 12 cos (3,26 + 5088,63 τ) + 12 cos (5,27 + 1194,45 τ) + 12 cos (2,08 + 4694 τ) + 11 cos (0,77 + 553,57 τ) + 10 cos (1,3 + 6286,6 τ) + 10 cos (4,24 + 1349,87 τ) + 9 cos (2,7 + 242,73 τ) + 9 cos (5,64 + 951,72 τ) + 8 cos (5,3 + 2352,87 τ) + 6 cos (2,65 + 9437,76 τ) + 6 cos (4,67 + 3690,48 τ)

- Koreksi Bujur Ekliptik L_2 = 52919 + 8720 cos (1,0721 + 6283,0758 τ) + 309 cos (0,867 + 12566,152 τ) + 27 cos (0,05 + 3,52 τ) + 16 cos (5,19 + 26,3 τ) + 16 cos (3,68 + 155,42 τ) + 10 cos (0,76 + 18849,23 τ) + 9 cos (2,06 + 77713,77 τ) + 7 cos (0,83 + 775,52 τ) + 5 cos (4,66 + 1577,34 τ) + 4 cos (1,03 + 7,11 τ) + 4 cos (3,44 + 5573,14 τ) + 3 cos (5,14 + 796,3 τ) + 3 cos (6,05 + 5507,55 τ) + 3 cos (1,19 + 242,73 τ) + 3 cos (6,12 + 529,69 τ) + 3 cos (0,31 + 398,15 τ) + 3 cos (2,28 + 553,57 τ) + 2 cos (4,38 +5223,69 τ) + 2 cos (3,75 + 0,98 τ)

- Koreksi Bujur Ekliptik L_3 = 289 cos (5,844 + 6283,076 τ) + 35 + 17 cos (5,49 + 12566,15 τ) + 3 cos (5,2 + 155,42 τ) + cos (4,72 + 3,52 τ) + cos (5,3 + 18849,23 τ) + cos (5,97 + 242,73 τ)
- Koreksi Bujur Ekliptik L_4 = 114 cos 3,142 + 8 cos (4,13 + 6283,08 τ) + cos (3,84 + 12566,15 τ)
- Koreksi Bujur Ekliptik L_5 = cos 3,14

Bujur ekliptika Matahari dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$\boxed{\mathbf{\Theta_0 = L_0 + L_1\tau + L_2\tau^2 + L_3\tau^3 + L_4\tau^4 + L_5\tau^5}}$$

$$\boxed{\mathbf{\Theta = \Theta_0 + 180^0 - 0{,}09033''}}$$

Selanjutnya, menghitung koreksi aberasi dengan rumus berikut (dinyatakan dalam detik busur):

$$\boxed{\mathbf{c = -\,20{,}4898'' \div R}}$$

Di mana R adalah jarak Bumi-Matahari.

Sehingga bujur Matahari tampak (*Sun's Apparent Longitude*) diperoleh dari bujur ekliptika Matahari ditambah dengan koreksi aberasi.

$$\boxed{\mathbf{\lambda = \Theta + c}}$$

3) Koreksi Jarak Bumi-Matahari

Berikut ini adalah persamaan koreksi jarak Bumi-Matahari:

- Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_0 = 100013989 + 1670700 cos (3,0984635 + 6283,07585 τ) +13956 cos (3,05525 + 12566,1517 τ) + 3084 cos (5,1985 +77713,7715 τ) + 1628 cos (1,1739 + 5753,3849 τ) + 1576 cos (2,8469 + 7860,4194 τ) + 925 cos (5,453 +11506,77 τ) + 542 cos (4,564 +3930,21 τ) + 472 cos (3,661 +

5884,927 τ) + 346 cos (0,964 + 5570,553 τ) + 329 cos (5,9 + 5223,694 τ) + 307 cos (0,299 + 5573,143 τ) + 243 cos (4,273 + 11790,629 τ) + 212 cos (5,847 + 1577,344 τ) + 186 cos (5,022 + 5486,778 τ) + 175 cos (3,012 + 18849,228 τ) + 110 cos (5,044 + 5486,778 τ) + 98 cos (0,89 + 6069,78 τ) + 86 cos (5,69 + 15720,84 τ) + 65 cos (0,27 + 17260,15 τ) + 63 cos (0,92 + 529,69 τ) + 57 cos (2,01 + 83996,85 τ) + 56 cos (5,24 + 71430,7 τ) + 49 cos (3,25 + 2544,31 τ) + 47 cos (2,58 + 775,52 τ) + 45 cos (5,54 + 9437,76 τ) + 43 cos (6,01 + 6275,96 τ) + 39 cos (5,36 + 4694 τ) + 38 cos (2,39 + 8827,39 τ) + 37 cos (4,9 + 12139,55 τ) + 36 cos (1,67 + 12036,46 τ) + 35 cos (1,84 +2942,46 τ) + 33 cos (0,24 + 7084,9 τ) + 32 cos (0,18 + 5088,63 τ) + 32 cos (1,78 + 398,15 τ) + 28 cos (1,21 + 6286,6 τ) + 28 cos (1,9 + 6279,55 τ) + 26 cos (4,59 + 10447,39 τ)

- Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_1 = 103019 cos (1,10749 + 6283,07585 τ) + 1721 cos (1,0644 + 12566,1517 τ) + 702 cos 3,142 + 32 cos (1,02 + 18849,23 τ) + 31 cos (2,84 + 5597,55 τ) + 25 cos (1,32 + 5223,69 τ) + 18 cos (1,42 + 1577,34 τ) + 10 cos (5,91 + 10977,08 τ) + 9 cos (1,42 + 6275,96 τ) + 9 cos (0,27 + 5486,78)
- Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_2 = 4359 cos (5,7846 + 6283,0758 τ) + 124 cos (5,579 + 12566,152 τ) + 12 cos 3,14 + 9 cos (3,63 + 777713,77 τ) + 6 cos (1,87 + 5573,14 τ) + 3 cos (5,47 + 18849,23 τ)

- Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_3 = 145 cos (4,273 + 6283,076 τ) + 7 cos (3,92 + 12566,15 τ)

- Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_4 = 4 cos (2,56 + 6283,08 τ)

Sehingga jarak Bumi-Matahari dapat dinyatakan dengan persamaan berikut (satuan dalam Satuan Astronomi / AU = 149598000 kilometer):

$$\mathbf{R = (R_0 + R_1\tau + R_2\tau^2 + R_3\tau^3 + R_4\tau^4) \div 100000000}$$

c. Posisi Bulan

Berikut ini adalah rumus-rumus untuk menghitung posisi Bulan (Meeus, 1991:89):

- Asensiorekta Bulan

$$\mathbf{cotan\ \alpha_{\square} = (tan\ \lambda_{\square} \times cos\ \varepsilon) - (tan\ \beta_{\square} \times sin\ \varepsilon \div cos}$$

- Deklinasi Bulan

$$\mathbf{sin\ \delta_{\square} = (sin\ \beta \times cos\ \varepsilon) + (cos\ \beta_{\square} \times sin\ \varepsilon \times sin\ \lambda_{\square})}$$

- *Horiontal Parallaks* Bulan

$$\mathbf{tan\ HP_{\square} = 6378{,}137 \div r}$$

- Sudut *Parallaks* Bulan

$$\mathbf{\pi_{\square} = HP_{\square} \times cos}$$

- Semi Diameter Bulan

$$\mathbf{SD_{\square} = 99575{,}94 \div r}$$

- Ketinggian Bulan Geosentrik

$$\mathbf{sin\ h_{\square} = (sin\ \varphi \times sin\ \delta_{\square}) + (cos\ \varphi \times cos\ \delta_{\square} \times cos\ t_{\square})}$$

- Refraksi

$$\mathbf{Ref = (P \div (T + 273{,}15)) \times (0{,}1594 + 0{,}0196\ h_{\square} + 0{,}00002\ h_{\square}^{2}) / (1 + 0{,}505\ h_{\square} + 0{,}0845\ h_{\square}^{2})}$$

- Ketinggian Bulan Toposentrik

$$\boxed{\mathbf{h_{\square}' = h_{\square} - SD_{\square} - ref - dip + \pi_{\square}}}$$

- *Azimuth* Bulan

$$\boxed{\mathbf{cotan\ A_{\square} = (tan\ t_{\square} \times sin\ \varphi) - (tan\ \delta_{\square} \times cos\ \varphi \div sin\ t_{\square})}}$$

Keterangan:

$\lambda_{\square}$ = Bujur Ekliptika Bulan

$\beta_{\square}$ = Lintang Ekliptika Bulan

ε = Kemiringan Sumbu Bumi

$\alpha_{\square}$ = Asensiorekta Bulan

$\delta_{\square}$ = Deklinasi Bulan

r = Jarak Bumi-Bulan

$\pi_{\square}$ = Sudut *Parallaks* Bulan

$SD_{\square}$ = Semi Diameter bulan

$h_{\square}'$ = Ketinggian Bulan Toposentrik

$h_{\square}$ = Ketinggian Bulan Geosentrik

ref = refraksi

P = tekanan atmosfer pada tempat pengamat (milibar)

T = suhu atmosfer pada tempat pengamat (derajat Celcius)

dip = kerendahan ufuk

A = *Azimuth* Bulan.

Perhitungan dan koreksi untuk lintang ekliptika Bulan, bujur ekliptika Bulan dan jarak Bumi-Bulan akan dijelaskan di bawah ini:

1) Koreksi Lintang Ekliptika Bulan

Dalam menghitung koreksi lintang ekliptika Bulan maupun bujur ekliptika Bulan, terlebih dahulu menentukan paramater yang akan digunakan di dalam perhitungan antara lain (Meeus, 1991: 308):

- Bujur Rata-Rata Bulan (L')

$$L' = 218{,}3164591° + 481267{,}88134236T - 0{,}0013268(T)^2 + \frac{(T)^3}{538841} - \frac{(T)^4}{65194000}$$

- Elongasi Rata-Rata Bulan (D)

$$D = 297{,}8502042° + 445267{,}1115168T - 0{,}00163(T)^2 + \frac{(T)^3}{545658} - \frac{(T)^4}{113065000}$$

- Anomali Rata-Rata Matahari (M)

$$M = 357{,}5291092° + 35999{,}0502909T - 0{,}0001536(T)^2 + \frac{(T)^3}{24490000}$$

- Anomali Rata-Rata Bulan (M')

$$M' = 134{,}9634114° + 477198{,}8676313T - 0{,}008997(T)^2 + \frac{(T)^3}{69699} - \frac{(T)^4}{14712000}$$

- Argumen lintang Bulan (F)

$$F = 93{,}2720993° + 483202{,}0175273T - 0{,}0034029(T)^2 + \frac{(T)^3}{3526000} - \frac{(T)^4}{863310000}$$

- Argumen A_1

  A_1 = (119,75 + 131,849T)

- Argumen A_2

  A_2 = (53,09 + 479264,29T)

- Argumen A_3

  A_3 = (313,45 + 481266,484T)

- Eksentrisitas Orbit Bulan

$$E = 1 - 0{,}002516T - 0{,}0000074T^2$$

Sehingga lintang ekliptika Bulan dinyatakan dengan persamaan berikut (Meeus, 1991: 311):

Lintang Ekliptika Bulan $\beta = 5{,}128122 \sin F + 0{,}280602 \sin(M' + F) + 0{,}277693 \sin(M' - F) + 0{,}173237 \sin(2D - F) + 0{,}055413 \sin(2D - M' + F) + 0{,}046271 \sin(2D - M' - F) + 0{,}032573 \sin(D + F) + 0{,}017198 \sin(M' + F) + 0{,}009266 \sin(2D + M' - F) + 0{,}008822 \sin(2M' - F) + 0{,}008216E^{-1} \sin(2D - M - F) + 0{,}004324 \sin(2D - 2M' - F) + 0{,}0042 \sin(2D + M' + F) - 0{,}00359E \sin(2D + M - F) + 0{,}002463E^{-1} \sin(2D - M - M + F) + 0{,}002211E^{-1} \sin(2D - M + F) + 0{,}002065E^{-1} \sin(2D - M - M' - F) - 0{,}00187E \sin(M - M' - F) + 0{,}001828 \sin(4D - M' - F) - 0{,}001794E \sin(M + F) - 0{,}001749 \sin 3F - 0{,}001565E \sin(M - M' + F) - 0{,}001491 \sin(D + F) - 0{,}001475e \sin(M + M' + F) - 0{,}00141EE \sin(M + M' - F) - 0{,}001344E \sin(M - F) - 0{,}001335 \sin(D - F) + 0{,}001107 \sin(3M' + F) + 0{,}001021 \sin(4D - F) + 0{,}000833 \sin(4D - M' + F) + 0{,}000777 \sin(M' - 3F) + 0{,}000671 \sin(4D - 2M' + F) + 0{,}000607 \sin(2D - 3F) + 0{,}000596 \sin(2D + 2M' - F) + 0{,}000491E^{-1} \sin(2D - M + M' - F) - 0{,}000451 \sin(2D - 2M' + F) + 0{,}000439 \sin(3M' - F) + 0{,}000422 \sin(2D - 3M' - F) + 0{,}000421 \sin(2D - 3M' - F) - 0{,}000366e \sin(2D + M - M' + F) - 0{,}000351E \sin(2D + M + F) + 0{,}000331 \sin(4D + F) + 0{,}000315e^{-1} \sin(2D - M + M' + F) + 0{,}000302E^{-2} \sin(2D - 2M - F) - 0{,}000283 \sin(M' + 3F) - 0{,}000229E \sin(2D + M + M' - F) + 0{,}000223E \sin(D + M - F) + 0{,}000223E \sin(D + M + F) - 0{,}00022E \sin(M - 2M' - F) - 0{,}00022 \sin(2D + M - M' - F) - 0{,}000185 \sin(D + M' + F) + 0{,}000181E^{-1} \sin(2D - M - 2M' - F) - 0{,}000177E \sin(M + 2M' + F) + 0{,}000176 \sin(4D - 2M' - F) + 0{,}000166E^{-1} \sin(4D - M - M' - F) - 0{,}000164 \sin(D + M' - F) +$

$0{,}000132 \sin(4D + M' - F) - 0{,}000119 \sin(D - M' - F) +$

$0{,}000115E^{-1} \sin(4D - M - F) + 0{,}000107E^{-2} \sin(2D - 2M + F) -$

$0{,}002235 \sin L' + 0{,}000382 \sin A_3 + 0{,}000175 \sin(A_3 - F) +$

$0{,}000175 \sin(A_1 + F) + 0{,}000127 \sin(L' - M') - 0{,}000115 \sin(L' + M')$

2) Koreksi Bujur Ekliptika Bulan

Berikut ini adalah persamaan koreksi bujur Bulan (Meeus, 1991: 305-306):

Koreksi Bujur Bulan $\Delta L' = 6{,}288774 \sin M' + 1{,}274027 \sin(2D - M') +$

$0{,}658314 \sin 2D + 0{,}213618 \sin 2M' - 0{,}1815116e \sin M - 0{,}114332 \sin 2F +$

$0{,}058793 \sin(2D - 2M) + 0{,}057066E^{-1} \sin(2D - M - M') +$

$0{,}053322 \sin(2D + M') + 0{,}045758E^{-1} \sin(2D - M) - 0{,}040923DE \sin(M -$

$M') - 0{,}03472 \sin D - 0{,}030383EE \sin(M + M') + 0{,}015327 \sin 2D -$

$0{,}015327 \sin(2D - 2F) - 0{,}012528 \sin(M' + 2F) + 0{,}01098 \sin(M' - 2F) +$

$0{,}010675 \sin(4D - M') + 0{,}010034 \sin(3M') + 0{,}008548 \sin(2D - 2M') -$

$0{,}007888E \sin(2D + M - M') - 0{,}006766E \sin(2D + M) - 0{,}005163 \sin(D -$

$M') + 0{,}004987E \sin(D + M) + 0{,}004036E \sin(2D - M + M') +$

$0{,}003994 \sin(2D - 2M') + 0{,}003861 \sin 4D + 0{,}003665 \sin(2D - 3M') -$

$0{,}002689E \sin(M - 2M') - 0{,}002602 \sin(2D - M' - 2F) +$

$0{,}00239E^{-1} \sin(2D - M - 2M') - 0{,}002348 \sin(D + M') +$

$0{,}002236E^{-2} \sin(2D - 2M) - 0{,}00212E \sin(M + 2M') - 0{,}002069E^{2} \sin 2M +$

$0{,}002048E^{-2} \sin(2D - 2M - 2M') - 0{,}001773 \sin(2D + M' - 2F) -$

$0{,}001595 \sin(2D + 2F) + 0{,}001215E^{-1} \sin(4D - M - M') -$

$0{,}00111 \sin(2M' + 2F) - 0{,}000892 \sin(3D - M') - 0{,}00081E \sin(2D + M +$

$M') - 0{,}000759E^{-1} \sin(4D - M - 2M') - 0{,}000713E^{2} \sin(2M - M') -$

$0{,}0007E^{2} \sin(2D + 2M - M') + 0{,}000691E \sin(2D + M - 2M') +$

$0{,}000596E^{-1} \sin(2D - M - 2F) + 0{,}000549 \sin(4D - M') +$

$0{,}000537 \sin 4M' + 0{,}00052E^{-1} \sin(4D - M) - 0{,}000487 \sin(D - M') -$

$0{,}000399E \sin(2D + M - 2F) - 0{,}000381 \sin(2M' - 2F) + 0{,}000351E \sin(D +$

$M + M') - 0{,}00034 \sin(3D - 2M') + 0{,}00033 \sin(4D - 3M') +$

$0{,}000327E^{-1} \sin(2D - M + 2M) - 0{,}000323E^{2} \sin(2M + M') +$

$0{,}000299E \sin(D + M - M') + 0{,}000294 \sin(2D + 3M') + 0{,}003958 \sin A_1 +$

$0{,}001962 \sin(L' - F) + 0{,}000318 \sin A_2$

Sehingga Bujur Ekliptika Bulan adalah bujur rata-rata Bulan ditambah dengan koreksi bujur ekliptika Bulan dan koreksi nutasi (Meeus, 1991: 312)

$$\boxed{\lambda = L' + \Delta L' + \Delta\psi}$$

3) Koreksi Jarak Bulan-Bumi

Berikut ini adalah persamaan koreksi jarak Bumi-Bulan (Meeus, 1991: 319-310):

$\Delta r = -20905{,}355 \cos M' - 3699{,}111 \cos(2D - M') - 2955{,}968 \cos 2D -$

$569{,}925 \cos M' + 246{,}158 \cos(2D - 2M') - 204{,}586E^{-1} \cos(2D - 2M) -$

$170{,}733 \cos(2D + M') - 152{,}138E^{-1} \cos(2D - M - M') - 129{,}62E \cos(M -$

$M') + 108{,}743 \cos D + 104{,}755E \cos(M + M') + 79{,}661 \cos(M' - 2F) +$

$48{,}888E \cos M - 34{,}782 \cos(4D - M') + 30{,}824E \cos(2D + M) +$

$24{,}208E \cos(2D + M - M') - 23{,}21 \cos 3M' - 21{,}636 \cos(4D - 2M') -$

$16{,}675E \cos(D + M) + 14{,}403 \cos(2D - 3M') - 12{,}831E^{-1} \cos(2D - M +$

$M') - 11{,}65 \cos 4D - 10{,}445 \cos(2D - 2M') + 10{,}321 \cos(2D - 2F) +$

$10{,}056E^{-1}(2D - M - 2M') - 9{,}884E^{-2} \cos(2D - 2M) + 8{,}752 \cos(2D - 2M' -$

$2F) - 8{,}379 \cos(D - M') - 7{,}003E \cos(M - 2M') + 6{,}322 \cos(D - M') +$

$5{,}751E \cos(M - 2M') - 4{,}95E^{-2} \cos(2D - 2M - M') - 4{,}421 \cos(2M' - 2F) +$

$4{,}13 \cos(2D + M' - 2F) - 3{,}958E^{-1} \cos(4D - M - M') + 3{,}258 \cos(3D - M') -$

$3{,}149 \cos(2F) + 2{,}616E \cos(2D + M + M') + 2{,}354E^{2} \cos(2D + 2M - M') -$

$2{,}117E^{2} \cos(2M - M') - 1{,}897E^{-1} \cos(4D - M - 2M') - 1{,}739 \cos(D - 2M') -$

$1{,}571E^{-1} \cos(4D - M) - 1{,}423 \cos(4D + M') + 1{,}165E^{2} \cos(2M + M') -$

$1{,}117 \cos(4M')$

Sehingga, jarak Bumi-Bulan adalah sebagai berikut:

$$\boxed{\mathbf{r = 385000,56 + \Delta r}}$$

C. Perhitungan Awal Bulan Kamariah

1. Perhitungan Almanak Nautika

a. Awal Bulan Ramadhan 1435 H

1) Perkiraan Ijtimak

Dalam perhitungan perkiraan ijtimak ini, penulis menggunakan konversi Hijri *'urfi* ke Masehi yang algoritmanya juga dipakai dalam hisab awal bulan kamariah sistem Ephemeris yang dikembangkan oleh Kementrian Agama RI.

Akhir bulan Sya'ban 1435 secara astronomis berarti 1434 tahun ditambah 7 bulan ditambah 29 hari.

1435 ÷ 30[26]	= 47 daur + 24 thn + 7 bln + 29 hari
47 daur × 10631[27]	= 499657 hari
24 tahun = 24×354 + 9[28]	= 8505 hari
7 bulan = (30×4) + (29×3)[29]	= 207 hari
29 hari	= 29 hari +
	508398 hari[30]

[26] Satu siklus dalam tahun Hijriah terdiri dari 30 tahun dengan 19 tahun bashithah (berumur 354 hari) dan 11 tahun kabisat (berumur 355 hari)

[27] Jumlah hari dalam 1 siklus tahun hijriah (30 tahun) adalah 354×19 + 355×11 = 10631

[28] Ditambah 9 karena dalam 24 tahun terdapat 9 tahun Kabisat. Mencari jumlah tahun kabisat dari sisa pembagian tahun oleh 30 dapat dilakukan dengan membagi angka tahun 30 dan dicari sisa pembagian tersebut. Jika memiliki sisa 2,5,7,10,13,15,18,21,24,26,29 maka jumlah tahun kabisat dihitung kumulatif sebelum sisa pembagian (sisa pembagian juga ikut dihitung).

[29] Jumlah kumulatif hari dalam tahun hijriah: Muharram 30 hari, Safar 59 hari, Rabi'ul Awwal 89 hari, Rabi'us Sani 118 hari, Jumadal Ula 148 hari, Jumadas Saniyah 177 hari, Rajab 207 hari, Sya'ban 236 hari, Ramadan 266 hari, Syawwal 295 hari, Zulqa'dah 325 dan Zulhijjah 354 hari / 355 hari (Umur bulan Zulhijjah untuk tahun kabisat adalah 30 hari).

[30] Nilai ini dapat digunakan untuk menentukan hari dan pasaran dengan membagi nilai yang diperoleh dengan 7. Sisa bagi 1 merupakan Jum'at, 2= Sabtu, dst. Misalkan 508398 dibagi 7 memiliki sisa 2 sehingga jatuh pada hari ***Sabtu***.

Tafawwut (Anggaran M – H)[31]	= 227016 hari
Anggaran *Gregorius* (10 + 3)	= 13 hari +
	735427 hari[32]
735427 ÷ 1461[33]	= 503 + 544 hari
503 siklus = 503 × 4 tahun	= **2012**
544 hari ÷ 365	= **1 tahun** + 179 hari
179 hari[34] ÷ 30,4	= **5 bulan** + **28 hari**

Sehingga 29 Sya'ban 1435 Hijriah menurut perhitungan Urfi diperkirakan jatuh pada hari Sabtu, tanggal 28 bulan (5+1) tahun (2012+1+1) atau 28 Juni 2014.

Berdasarkan data pada tabel fase Bulan, fase Bulan baru yang berdekatan dengan tanggal perkiraan ijtimak Ramadan 1435 Hijriah terjadi pada tanggal 27 Juni 2014 pukul 08.08 GMT. Sehingga, ijtimak awal Ramadan 1435 Hijriah jatuh pada **Jumat, 27 Juni 2014 pukul 08:08:00,00 GMT** atau **15:08:00,00 WIB.**

2) Perkiraan Waktu Maghrib

Lintang (φ)	= 7°1′4″ Selatan
Bujur (λ)	= 106°33′27″ Timur
Ketinggian (H)	= 52,846 meter di atas permukaan laut

[31] Diperoleh dari jumlah hari Masehi untuk 1 Muharram 1 H = 15 Juli 622 M, terdiri dari 155 tahun kabisat (155×366 hari) ditambah 466 tahun basithah (466×365 hari) + 181 (Jumlah kumulatif hari bulan Juli untuk tahun basithah) + 15 hari

[32] Nilai ini dapat digunakan untuk menentukan hari dan pasaran dengan membagi nilai yang diperoleh dengan 7. Sisa bagi 1 merupakan Ahad, 2= Senin, dst. Misalkan 735427 dibagi 7 sisa 0 (7) sehingga jatuh pada hari Sabtu.

[33] Jumlah hari dalam 1 sikus tahun Masehi terdiri dari 3 tahun basithah (365 hari) dan 1 tahun kabisat (366 hari)

[34] Jumlah kumulatif hari bulan Masehi (Basithah / Kabisat) berturut-turut adalah : Januari (31), Februari (59/60), Maret (90/91), April (120/121), Mei (151/152), Juni (181/182), Juli (212/213), Agustus (243/244), September (273/274), Oktober (304/305), November (334/335), Desember (365/366)

Litang tempat terletak diantara 0 dan -10 derajat.

Maghrib pada lintang 0° → 18:07

Maghrib pada lintang 10° Selatan → 17:50

Menginterpolasikan waktu Maghrib dalam waktu lokal (*Local Mean Time* / LMT) dengan rumus berikut:

$$Magrib_{\varphi=-7°1'4''} = Magrib_{\varphi=0°} + \frac{Magrib_{\varphi=-10°} - Magrib_{\varphi=0°}}{-10° - 0°}\ \varphi$$

$=18^j 07^m + \frac{17^j 50^m - 18^j 07^m}{-10° - 0°}(-7°1'4'') = 18^j\ 07^m - 0^j\ 11^m\ 5{,}81^s = 17^j\ 55^m\ 4{,}19^s$

Maghrib = $17^j\ 55^m\ 4{,}19^s$ LMT

Koreksi Waktu Daerah (KWD)

$= = \frac{\lambda_{daerah} - \lambda_{tempat}}{15} = \frac{105° - 106°33'27''}{15}$ = $-\ 00^j\ 06^m\ 13{,}8^s$ +

$17^j\ 48^m\ 50{,}39^s$ WIB

Konversi ke Greenwich Mean Time (GMT)

$= \frac{0 - \lambda_{daerah}}{15} = \frac{0° - 105°}{15}$ = $-\ 07^j\ 00^m\ 0{,}00^s$ +

Waktu Maghrib Perkiraan = **$10^j\ 48^m\ 50{,}39^s$ GMT**

Oleh karena waktu maghrib perkiraan terletak diantara pukul 10 dan 11 GMT, maka data deklinasi diambil pada jam tersebut kemudian menginterpolasikan nilai deklinasinya:

$\delta_{\odot\ 10\ GMT} = 23°18'42''$

$\delta_{\odot\ 11\ GMT} = 23°18'36''$

$\delta_{\odot\ 10.48.50,39\ GMT} = \delta_{10\ GMT} + \frac{\delta_{11\ GMT} - \delta_{10\ GMT}}{11^j - 10^j}\left(Magrib - 10^j\right)$

$= 23°18'42'' + \frac{23°18'36''-23°18'42''}{11^j-10^j}\left(10^j 48^m 50{,}39^s - 10^j\right)$

$= 23°18'37{,}12''$

Waktu Maghrib Perkiraan terletak di antara pukul 0 dan 12 GMT, mencari data *equation of time* (ET) pada jam tersebut dan menginterpolasikan nilai *equation of time*:

$e_{0\ GMT} = -02^m\ 57^s$

$e_{12\ GMT} = -03^m\ 03^s$

$e_{10.48.50,39\ GMT} = e_{0\ GMT} + \frac{e_{13\ GMT} - e_{0\ GMT}}{12^j-0^j}\left(10^j 48^m 50{,}39^s - 0j\right)$

$= -02^m 57^s + \frac{-03^m 03^s - (-02^m 57^s)}{12^j-0^j}\left(10^j 48^m 50{,}39^s - 0^j\right)$

$= -03^m\ 02{,}41^s$

Menentukan tinggi Matahari *mar'i* (*apparent*) ketika terbenam:

$SD_\odot$	=	00°15′42″
Refraksi	=	00°34′30″ (konstan)
Kerendahan Ufuk (dip)	=	00°12′47,66″ $(1{,}76'\sqrt{H})$
Tinggi Matahari Terbenam ($h_\odot$)	=	–01°02′39,66″ [– (SD + ref + dip)]

3) Waktu Maghrib Hakiki

Mencari sudut jam ($t_\odot$) Maghrib dengan rumus berikut:

$$\cos t = \frac{\sin h}{\cos\varphi\cos\delta} - \tan\varphi\tan\delta$$

$\cos t_\odot = \frac{\sin(-01°02'39{,}66'')}{\cos(-7°1'4'')\cos 23°18'37{,}12''} - \tan(-7°1'4'')\tan 23°18'37{,}12''$

$\cos t_\odot = 0{,}03304530701$

$t_{\odot}$ = acos 0,03304530701 = 88°06′22,7″

Istiwa' Rata-Rata	=	$12^j\ 00^m\ 00^s$
Equation of Time (e)	=	$-\ 00^j\ 03^m\ 02{,}41^s$ +
Istiwa' Sejati	=	$12^j\ 03^m\ 02{,}41^s$
Sudut jam dibagi 15 (t ÷ 15)	=	$05^j\ 52^m\ 25{,}51^s$ +
Maghrib Waktu Lokal	=	$17^j\ 55^m\ 27{,}92^s$ LMT
Koreksi Waktu Daerah (KWD)	=	$-\ 00^j\ 06^m\ 13{,}8^s$ +
Maghrib Hakiki (dalam WIB)	=	$17^j\ 49^m\ 14{,}12^s$ WIB
Koreksi Waktu Greenwich	=	$-\ 07^j\ 00^m\ 0{,}00$ +
Maghrib Hakiki (dalam GMT)	=	**$10^j\ 49^m\ 14{,}12^s$ GMT**

4) Menentukan Umur Hilal

Umur hilal diukur dari ijtimak sampai maghrib hakiki. Jika ijtimak terjadi sebelum maghrib hakiki, maka umur hilal **POSITIF,** sedangkan jika ijtimak terjadi sebelum maghrib hakiki, maka umur hilal **NEGATIF**. Berikut ini rumus untuk menghitung umur hilal:

Umur Hilal = Maghrib Hakiki – Jam Ijtimak

= $10^j\ 49^m\ 14{,}12^s - 8^j\ 08^m\ 00{,}00^s = 2^j\ 41^m\ 14{,}12^s$

5) Menentukan Ketinggian Hilal Toposentrik

Maghrib hakiki tejadi di antara pukul 10 dan 11 GMT. Mencari data *Greenwich Hour Angle* (GHA) Bulan pada jam tersebut dan menginterpolasikannya:

GHA$_{\square\ 10\ GMT}$ = 328°32′36″

GHA$_{\square\ 11\ GMT}$ = 343°03′12″

GHA$_{\square\ 10.49.14,12\ GMT}$$= GHA_{10\ GMT} + \frac{GHA_{11\ GMT} - GHA_{10\ GMT}}{11^j - 10^j}(10^j 49^m 14{,}12^s - 10^j)$

$= 328°32'36'' + \frac{343°03'12'' - 328°32'36''}{11^j - 10^j}(10^j 49^m 14{,}12^s - 10^j)$

$= 340°27'00{,}23''$

Sudut jam Bulan ($t_{□}$) = ($GHA_{□\ 10.49.14,12\ GMT} + \lambda_{tempat}$) mod 360°

= (340°27′00,23″ + 106°33′27″) mod 360

= 87°00′27,23″

Maghrib hakiki tejadi di antara pukul 10 dan 11 GMT. Mencari data deklinasi Bulan pada jam tersebut dan menginterpolasikannya:

$\delta_{□\ 10\ GMT}$ = 18°32′00″

$\delta_{□\ 11\ GMT}$ = 18°29′36″

$\delta_{□\ 10:49:14,12\ GMT}$ $= \delta_{10\ GMT} + \frac{\delta_{11\ GMT} - \delta_{10\ GMT}}{11^j - 10^j}\left(10^j 49^m 14{,}12^s - 10^j\right)$

$= 18°32'00'' + \frac{18°29'36'' - 18°32'00''}{11^j - 10^j}(10^j 49^m 14{,}12^s - 10^j)$

$= 18°30'01{,}84''$

Mencari ketinggian bulan geosentrik (ketinggian bulan sebenarnya) dengan rumus berikut:

$\sin \mathrm{h} = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos t$

= sin 18°30′01,84″sin –7°1′4″ + cos 18°30′01,84″cos –7°1′4″ cos 87°00′27,23″

= 0,0136690795

h□ = asin 0,0136690795 = **00°35′38,37″**

Menghitung koreksi-koreksi untuk ketinggian Bulan secara *mar'i*:

Horizontal Parallaks Bulan (HP_{moon}) pada waktu Maghrib = 00°54,6′ (lihat tabel)

Maka, Semi Diameter Bulan (SD$_{□}$) = $\frac{a}{a} \times HP = \frac{1738,64}{6378,137} \times 00°54,6' =$ $00°14'53,02''$

Paralaks Bulan π$_{□}$ = HP$_{□}$ cos h$_{□}$ = $00°54,6'$ cos $00°35'38,37''$ = $00°54'35,82''$

Refraksi (ref) = $\frac{P}{T+273,15} \frac{0,1594+0,0196h+0,00002h^2}{1+0,505h+0,0845h^2}$ = $00°27'31,77''$

Ketinggian hilal toposentrik (diukur dari ufuk tampak sampai piringan bawah hilal) adalah: h$_{□}$’ = h$_{□}$ + ref – SD$_{□}$ + dip – π$_{□}$

h$_{□}$' = $00°35'38,37''$ + $00°27'31,77''$ – $00°14'53,02''$ + $00°12'47,66''$ – $00°54'35,82''$

= $00°06'28,96''$

6) **Menentukan *Azimuth* Matahari dan Bulan serta Elongasi Matahari – Bulan**

Menghitung azimuth matahari menggunakan rumus berikut:

$$\tan A = \frac{\sin t}{\cos t \sin \varphi - \tan \delta \cos \varphi}$$

$$= \frac{\sin\ 88°06'22,7''}{\cos\ 88°06'22,7'' \sin(-7°1'4'') - \tan\ 23°18'37,12'' \cos(-7°1'4'')}$$

= –2,315208057

A$_{\odot}$ = atan (–2,315208057) = $293°21'38,89''$ = $23°21'38,89''$ (B – U)

Menghitung *azimuth* Bulan menggunakan rumus berikut:

$$\tan A = \frac{\sin t}{\cos t \sin \varphi - \tan \delta \cos \varphi}$$

$$= \frac{\sin\ 87°00'27,23''}{\cos\ 87°00'27,23'' \sin(-7°1'4'') - \tan\ 18°30'01,84'' \cos(-7°1'4'')}$$

= –2,950385166

$A_{\square}$ = atan (–2,950385166) = 288°43′24,45″

= 18°43′24,45″ (B – U)

Posisi Bulan ΔAz = $A_{\square}$ – $A_{\odot}$ = 288°43′24,45″ – 293°21′38,89″

= – 4°38′14,44″ (**4°38′14,44″ sebelah Selatan Matahari**).

7) Elongasi Bulan – Matahari

$$\cos \epsilon = \sin h \sin h + \cos h \cos h \cos \Delta A$$

= sin 0° sin 00°35′38,37″ + cos 0° cos 00°35′38,37″ cos (– 4°38′14,44″)

= 0,9966728323

ϵ = acos 0,9966728323 = 04°35′38,37″

8) Kesimpulan:

Berikut ini adalah data ephemeris Matahari dan Bulan ketika ijtimak awal Ramadan 1435 Hijriah:

Markaz	: Pelabuhan Ratu		
Lintang	: -7°01′04″	Bujur	:110°36′27″
Tinggi Tempat	: 52,846 meter	Zona Waktu	: +7 jam

Ijtimak	: Jumat, 27 Juni 2014 pukul 08:34:24,16
Matahari Terbenam	: 17:49:14,12
Umur Hilal	: 2:41:14,12
Altitude Matahari	: –01°02′39,66″
Azimuth Matahari	: 293°21′38,89″ = 23°21′38,89″ (B – U)
Semi Diameter Matahari	: 00°15′42″

Sudut *Parallaks* Matahari: 00°00′09″

Deklinasi Matahari : 23°18′37,12″

Altitude Bulan : 00°06′28,96″

Azimuth Bulan : 288°43′24,45″ = 18°43′24,45″ (B – U)

4°38′14,44″ sebelah Selatan Matahari

Semi Diameter Bulan : 00°14′53,02″

Sudut Paralaks Bulan : 00°54′35,82″

Deklinasi Bulan : 18°30′01,84″

Elongasi Matahari-Bulan : 04°35′38,37″

b. Awal Bulan Syawal 1435 H

1) Perkiraan Ijtimak

Dalam perhitungan perkiraan ijtimak ini, penulis menggunakan konversi Hijri Urfi ke Masehi yang algoritmanya juga dipakai dalam hisab awal bulan kamariah sistem Ephemeris yang dikembangkan oleh Kementrian Agama RI.

Akhir bulan Ramadan 1435 secara astronomis berarti 1434 tahun ditambah 8 bulan ditambah 29 hari.

1435 ÷ 30	= 47 daur + 24 thn + 8 bln + 29 hari
47 daur × 10631	= 499657 hari
24 tahun = 24×354 + 9	= 8505 hari
8 bulan = (30×4) + (29×4)	= 236 hari
29 hari	= 29 hari +
	508427 hari
Tafawwut (Anggaran M – H)	= 227016 hari

Anggaran *Gregorius* (10 + 3)	= 13 hari +
	735456 hari
735456 ÷ 1461	= 503 + 573 hari
503 siklus = 503 × 4 tahun	= 2012
573 hari ÷ 365	= 1 tahun + 208 hari
208 hari ÷ 30,4	= 6 bulan + 27 hari

Sehingga 29 Ramadan 1435 Hijriah menurut perhitungan Urfi diperkirakan jatuh pada hari Ahad, tanggal 27 bulan (6+1) tahun (2012+1+1) atau 27 Juli 2014.

Berdasarkan data pada tabel fase bulan baru, perkiraan ijtimak bulan Syawal 1435 H terjadi pada tanggal 26 Juli 2014 pukul 22.41 GMT. Sehingga, ijtimak awal Syawal 1435 Hijriah jatuh pada Sabtu, 26 Juli 2014 pukul 22:41:00,00 GMT atau Ahad, 27 Juli 2014 pukul 05:41:00,00 WIB.

2) Perkiraan Waktu Maghrib

Lintang (φ) = 7°1′4″ Selatan

Bujur (λ) = 106°33′27″ Timur

Ketinggian (H) = 52,846 meter di atas permukaan laut

Litang tempat terletak diantara 0 dan -10 derajat.

Maghrib pada lintang 0° → 18:10

Maghrib pada lintang 10° Selatan → 17:56

Menginterpolasikan waktu Maghrib dalam waktu lokal (*Local Mean Time* / LMT) dengan rumus berikut:

$$Magrib_{\varphi=-7°1'4''} = Magrib_{\varphi=0°} + \frac{Magrib_{\varphi=-10°} - Magrib_{\varphi=0°}}{-10° - 0°}\varphi$$

$=18^j 10^m + \frac{17^j 56^m - 18^j 10^m}{-10° - 0°}(-7°1'4'') = 18^j\ 10^m -$

$0^j\ 09^m\ 49{,}49^s = 18^j\ 00^m\ 10{,}51^s$

Maghrib = $18^j\ 00^m\ 10{,}51^s$ LMT

Koreksi Waktu Daerah (KWD)

$= \frac{\lambda_{daerah} - \lambda_{tempat}}{15} = \frac{105° - 106°33'27''}{15} = -\ 00^j\ 06^m\ 13{,}8^s +$

$17^j\ 53^m\ 56{,}71^s$ WIB

Konversi ke Greenwich Mean Time (GMT)

$= \frac{0 - \lambda_{daerah}}{15} = \frac{0° - 105°}{15}$ $= -\ 07^j\ 00^m\ 0{,}00^s +$

Waktu Maghrib Perkiraan = $10^j\ 53^m\ 56{,}71^s$ GMT

Karena waktu maghrib perkiraan terletak di antara pukul 10 dan 11 GMT, mencari data deklinasi pada jam tersebut dan menginterpolasikan nilai deklinasinya:

$\delta_{\odot\ 10\ GMT}$ = 19°15′42″

$\delta_{\odot\ 11\ GMT}$ = 19°15′12″

$\delta_{\odot\ 10:53:56,57\ GMT}$ $= \delta_{10\ GMT} + \frac{\delta_{11\ GMT} - \delta_{10\ GMT}}{11^j - 10^j}\left(10^j 53^m 56{,}57^s - 10^j\right)$

$= 19°15'42'' + \frac{19°15'12'' - 19°15'42''}{11^j - 10^j}\left(10^j 53^m 56{,}57^s - 10^j\right)$

$= 19°15'15{,}03''$

Begitu juga karena waktu maghrib perkiraan terletak di antara pukul 0 dan 12 GMT, maka mencari data *equation of time* (ET) pada jam tersebut degan menginterpolasikan nilai *equation of time*:

$e_{0\ GMT}$ = $-06^m\ 32^s$

$e_{12\ GMT}$ = $-06^m\ 32^s$

$e_{10:53:56,57\ GMT}$ $= ET_{0\ GMT} + \frac{ET_{13\ GMT} - ET_{0\ GMT}}{12^j - 0^j}(10^j 53^m 56{,}57^s - 0j)$

$= -06^m 32^s + \frac{-06^m 32^s - (-06^m 32^s)}{12^j - 0^j}\left(10^j 53^m 56{,}57^s - 0^j\right)$

$= -06^m\ 32^s$

3) Menentukan tinggi Matahari *mar'i* (*apparent*) ketika terbenam:

SD Matahari ($SD_\odot$)	=	$00°15'42''$
Refraksi (ref)	=	$00°34'30''$ (konstan)
Kerendahan Ufuk (dip)	=	$00°12'47{,}66''$ $\left(1{,}76'\sqrt{H}\right)$
Tinggi Matahari Terbenam ($h_\odot$)	=	$-01°02'39{,}66''$ [– (SD + ref + dip)]

4) Waktu Maghrib Hakiki

Terlebih dahulu mencari sudut jam (t) Maghrib dengan rumus berikut:

$$\cos t = \frac{\sin h}{\cos \varphi \cos \delta} - \tan \varphi \tan \delta$$

$\cos t_\odot = \frac{\sin(-01°02'39{,}66'')}{\cos(-7°1'4'') \cos 19°15'15{,}03''} - \tan(-7°1'4'') \tan 19°15'15{,}03''$

$\cos t_\odot = 0{,}02454638563$

$t_\odot = \text{acos } 0{,}02454638563 = 88°39'02{,}76''$

Istiwak Rata-Rata	=	$12^j\ 00^m\ 00^s$
Equation of Time (e)	=	$-\ 00^j\ 06^m\ 32^s$ +
Istiwak Sejati	=	$12^j\ 06^m\ 32^s$
Sudut jam dibagi 15 (t ÷ 15)	=	$05^j\ 54^m\ 36{,}18^s$ +
Maghrib Waktu Lokal	=	$18^j\ 01^m\ 08{,}18^s$ LMT
Koreksi Waktu Daerah (KWD)	=	$-\ 00^j\ 06^m\ 13{,}8^s$ +
Maghrib Hakiki (dalam WIB)	=	$17^j\ 54^m\ 55{,}38^s$ WIB
Koreksi Waktu Greenwich	=	$-\ 07^j\ 00^m\ 0{,}00^s$ +

Maghrib Hakiki (dalam GMT) = **$10^j\ 54^m\ 55{,}38^s$ GMT**

5) Menentukan Umur Hilal

Umur Hilal diukur dari ijtimak sampai maghrib hakiki. Jika ijtimak terjadi sebelum maghrib hakiki, maka umur hilal **POSITIF,** sedangkan jika ijtimak terjadi sebelum maghrib hakiki, maka umur hilal **NEGATIF**. Berikut ini rumus untuk menghitung umur hilal: Umur Hilal = Maghrib Hakiki – Jam Ijtimak

$= 10^j\ 54^m\ 55{,}38^s - 22^j\ 41^m\ 00{,}00^s = -11^j\ 46^m\ 04{,}62^s = 12^j\ 13^m\ 55{,}38^s$

6) Menentukan Ketinggian Hilal Toposentrik

Oleh karena maghrib hakiki tejadi di antara pukul 10 dan 11 GMT, maka mencari data *Greenwich Hour Angle* (GHA) bulan pada jam tersebut dan menginterpolasikannya:

$GHA_{\square\ 10\ GMT} = 324°25'12''$

$GHA_{\square\ 11\ GMT} = 338°58'06''$

$GHA_{\square\ 10:54:55,38\ GMT}$

$$= GHA_{\ 10\ GMT} + \frac{GHA_{\ 11\ GMT} - GHA_{\ 10\ GMT}}{11^j - 10^j}\left(10^j 54^m 55{,}38^s - 10^j\right)$$

$$= 324°25'12'' + \frac{338°58'06'' - 324°25'12''}{11^j - 10^j}\left(10^j 54^m 55{,}38^s - 10^j\right)$$

$= 337°44'14{,}23''$

Sudut jam bulan $t_{\square} = (GHA_{\square\ 10:54:55,38\ GMT} + \lambda_{tempat}) \bmod 360°$

$= (337°44'14{,}23'' + 106°33'27'') \bmod 360$

$= 84°17'41{,}29''$

Begitu juga karena maghrib hakiki terjadi di antara pukul 10 dan 11 GMT, maka mencari data deklinasi Bulan pada jam tersebut cengan cara menginterpolasikannya:

$\delta_{\square\ 10\ \mathrm{GMT}}$ = 13°15′30″

$\delta_{\square\ 11\ \mathrm{GMT}}$ = 13°08′30″

$\delta_{\square\ 10:54:55,38\ \mathrm{GMT}}$ $= \delta_{10\ GMT} + \frac{\delta_{11\ GMT} - \delta_{10\ GMT}}{11^j - 10^j}\left(10^j 54^m 55{,}38^s - 10^j\right)$

$= 13°15'30'' + \frac{13°08'30'' - 13°15'30''}{11^j - 10^j}\left(10^j 54^m 55{,}38^s - 10^j\right)$

= 13°09′05,54″

Mencari ketinggian Bulan geosentrik (ketinggian bulan sebenarnya) dengan rumus berikut:

$\sin h = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos \mathrm{t}$

= sin 13°09′05,54″sin (–7°1′4″) + cos 13°09′05,54″cos (–7°1′4″) cos 84°17′41,29″

= 0,06827875997

h□ = asin 0,06827875997 = **03°54′54,47″**

Untuk mencari ketinggian Bulan pada posisi toposentrik Bumi, maka perlu beberapa koreksi. Adapun koreksi-koreksinya yaitu:

Horizontal Parallax Bulan (HP□) pada waktu Maghrib = 00°54′

Maka, Semi Diameter Bulan :

SD□ = $\frac{a}{a} \times HP = \frac{1738{,}64}{6378{,}137} \times 00°54'$

= 00°14′43,2″

Paralaks Bulan π□ = HP□ cos h□ = 00°54′ cos 03°54′54,47″

= 00°53′52,44″

Refraksi (ref) = $\frac{P}{T+273{,}15}\frac{0{,}1594+0{,}0196h+0{,}00002h^2}{1+0{,}505h+0{,}0845h^2}$ = 00°11′50,68″

Ketinggian hilal toposentrik (diukur dari ufuk tampak sampai piringan bawah hilal) adalah: h□’ = h□ + ref – SD□ + dip – π□

h□’ = 03°54′54,47″+ 00°11′50,68″ – 00°14′43,2″ + 00°12′47,66″ – 00°53′52,44″

= 03°10′57,17″

7) **Menentukan *Azimuth* Matahari dan Bulan serta Elongasi Matahari – Bulan**

Menghitung *azimuth* Matahari menggunakan rumus berikut:

$$\tan A = \frac{\sin t}{\cos t \sin \varphi - \tan \delta \cos \varphi}$$

$$= \frac{\sin 88°39'02{,}76''}{\cos 88°39'02{,}76'' \sin(-7°1'4'') - \tan 19°15'15{,}03'' \cos(-7°1'4'')}$$

= –2,859967426

A☉ = atan (–2,859967426) = 289°16′20,64″ = 19°16′20,64″ (B – U)

Menghitung *azimuth* Bulan menggunakan rumus berikut:

$$\tan A = \frac{\sin t}{\cos t \sin \varphi - \tan \delta \cos \varphi}$$

$$= \frac{\sin 84°17'41{,}29''}{\cos 84°17'41{,}29'' \sin(-7°1'4'') - \tan 13°09'05{,}54'' \cos(-7°1'4'')}$$

= –4,077209302

A□ = atan (–4,077209302) = 283°46′50,4″ = 13°46′50,4″ (B – U)

Posisi Bulan ΔA = A□ – A☉ = 283°46′50,4″ – 289°16′20,64″

= – 5°29′30,24″ (**5°29′30,24″ sebelah Selatan Matahari**)

Elongasi Bulan – Matahari

$$\cos \epsilon = \sin h \sin h + \cos h \cos h \cos \Delta Az$$

= sin 0° sin 03°54′54,47″+cos 0° cos 03°54′54,47″ cos (–5°29′30,24″)

= 0,9930870111

ϵ = acos 0,9930870111 = 06°44′27,42″

8) Kesimpulan:

Berikut ini adalah data ephemeris Matahari dan Bulan ketika ijtimak awal Syawal 1435 Hijriah:

Markaz	: Pelabuhan Ratu		
Lintang	: -7°01′04″ LS	Bujur	:110°36′27″ BT
Tinggi Tempat	: 52,846 meter	Zona Waktu	: +7 jam

Ijtimak	: Senin, 27 Juli 2014 05:41:00,00 WIB
Matahari Terbenam	: 17:54:55,38
Umur Hilal	: 12:13:55,38
Altitude Matahari	: –01°02′39,66″
Azimuth Matahari	: 289°16′20,64″ = 19°16′20,64″ (B – U)
Semi Diameter Matahari	: 00°15′42″
Sudut *Parallaks* Matahari	: 00°00′09″
Deklinasi Matahari	: 23°18′37,12″
Altitude Bulan	: 03°10′57,17″
Azimuth Bulan	: 283°46′50,4″ = 13°46′50,4″ (B – U)
	5°29′30,24″ sebelah Selatan Matahari
Semi Diameter Bulan	: 00°14′43,2″
Sudut *Parallaks* Bulan	: 00°53′52,44″
Deklinasi Bulan	: 13°09′05,54″
Elongasi Matahari-Bulan	: 06°44′27,42″

2. Perhitungan *Astronomical Algorithms* Jean Meeus

a. Awal Bulan Ramadan 1435 H

1) Menentukan waktu ijtimak

Bilangan Bulan = 9

Tahun: 1435

$k = 12\ tahun + bulan - 17050 = 179$

bilangan abad $\mathrm{T} = \dfrac{k}{1236{,}85} = 0{,}1447224805$

eksentrisitas $\mathrm{E} = 1 - 0{,}002516T - 7{,}4 \times 10^{-6}T^2$ = 0,9996357232

Anomali Rata2 Matahari

$$M_{(rad)} = \frac{\pi}{180°} \times (2{,}5534° + 29{,}10535669k - 0{,}0000218T^2 - 0{,}00000011T^3)$$

$mod\ 360°$ = 3,00916 radian

Anomali Rata2 Bulan

$$M'_{(rad)} = \frac{\pi}{180°} \times \begin{pmatrix} 201{,}5643° + 385{,}81693528k \\ +0{,}0107438T^2 + 0{,}000012391T^3 - 0{,}0000000058T^4 \end{pmatrix}$$

$mod\ 360°$ = 2,49226 radian

Argumen Lintang Bulan

$F_{(rad)} =$

$$\frac{\pi}{180°} \times \begin{pmatrix} 160{,}7108° + 390{,}67050274k \\ -0{,}00163341T^2 - 0{,}00000227T^3 + 0{,}0000000011T^4 \end{pmatrix} mod\ 360°$$

= 4,37608 radian

Argumen Simpul Bulan

$$\Omega_{(rad)} = \frac{\pi}{180°} \times (124{,}7746° - 1{,}5637558k + 0{,}00020691T^2 + 0{,}00000215T^3)$$

$mod\ 360°$ = 3,57552 radian

Perhitungan Koreksi:

Argumen Planet $A_1 = \frac{\pi}{180°} \times (299{,}77° + 0{,}107408k - 0{,}009173T^2) =$ 5,56753 radian

Argumen Planet $A_2 = \frac{\pi}{180°} \times (251{,}88° + 0{,}016321k)$ = 4,44712 radian

Argumen Planet $A_3 = \frac{\pi}{180°} \times (251{,}83° + 26{,}651886k)$ = 87,65947 radian

Argumen Planet $A_4 = \frac{\pi}{180°} \times (349{,}42° + 36{,}412478k)$ = 119,85619 radian

Argumen Planet $A_5 = \frac{\pi}{180°} \times (84{,}66° + 18{,}206239k)$ = 58,35642 radian

Argumen Planet $A_6 = \frac{\pi}{180°} \times (141{,}74° + 53{,}303771k)$ = 169,00224 radian

Argumen Planet $A_7 = \frac{\pi}{180°} \times (207{,}14° + 2{,}453732k)$ = 11,28108 radian

Argumen Planet $A_8 = \frac{\pi}{180°} \times (154{,}84° + 7{,}30686k)$ = 25,53012 radian

Argumen Planet $A_9 = \frac{\pi}{180°} \times (34{,}52° + 27{,}261239k)$ = 85,77040 radian

Argumen Planet $A_{10} = \frac{\pi}{180°} \times (207{,}19° + 0{,}121824k)$ = 3,99674 radian

Argumen Planet $A_{11} = \frac{\pi}{180°} \times (291{,}34° + 1{,}844379k)$ = 10,84694 radian

Argumen Planet $A_{12} = \frac{\pi}{180°} \times (161{,}72° + 24{,}198154k)$ = 78,42095 radian

Argumen Planet $A_{13} = \frac{\pi}{180°} \times (239{,}56° + 25{,}513099k)$ = 83,88759 radian

Argumen Planet $A_{14} = \frac{\pi}{180°} \times (331{,}55° + 3{,}592518k)$ = 17,01017 radian

Koreksi Argumen Planet:

$$
\begin{aligned}
C_2 = {} & (325 \sin A_1 + 165 \sin A_2 + 164 \sin A_3 + 126 \sin A_4 + 110 \sin A_5 \\
& + 62 \sin A_6 + 60 \sin A_7 + 56 \sin A_8 + 47 \sin A_9 + 42 \sin A_{10} \\
& + 40 \sin A_{11} + 37 \sin A_{12} + 35 \sin A_{13} + 23 \sin A_{14}) \times 10^{-6} \\
& = -0{,}000429\ hari
\end{aligned}
$$

Koreksi Fase Bulan: $C_1 = \big(-40720 \sin (M') + 17241E \sin(M) + 1608 \sin(2M') + 1039 \sin(2F) + 739E \sin(M' - M) - 514E \sin(M' + M) + 208E^2 \sin(2M) - 111 \sin(M' - 2F) - 57 \sin(M' + 2F) + 56E \sin(2M' + M) - 42 \sin(3M') + 42E \sin(M + 2F) + 38E \sin(M - 2F) - 24E \sin(2M' - M) -$

$17\sin(\Omega) - 7\sin(M' + 2M) + 4\sin\big(2(M' - F)\big) + 4\sin(3M) + 3\sin(M' + M - 2F) + 3\sin\big(2(M' + F)\big) - 3\sin(M' + M + 2F) + 3\sin(M' - M + 2F) - 2\sin(M' - M - 2F) - 2\sin(3M' + M) + 2\sin(4M')\big) \times 10^{-5} = -0{,}232691\ hari$

JDE belum terkoreksi $= 2451550{,}09765 + 29{,}530588853k + 0{,}0001337T^2 + 0{,}00000015T^3 - 0{,}00000000073T^4 = 2456835{,}07306$

JDE terkoreksi = JDE belum terkoreksi + C_1 + C_2 = 2456835,840037

Selanjutnya, menghitung Delta T

Tahun Y = 2000 + 100 T = 2014,472

Karena tahun 2014,472 terletak diantara 2005 dan 2050, maka menggunakan rumus: $\Delta T = 62{,}92 + 0{,}32217Y + 0{,}005589\ (Y - 2000)^2$ = 68,75 detik = 0,000796 hari

JD fase = JD terkoreksi - ΔT = $2456835{,}839241$

Konversi JD – tanggal

JD fase + 0,5 = $2456836{,}339241$

Z = |JD fase + 0,5| = 2456836

F = JD fase + 0,5 - |JD fase + 0,5| = 0,339241

Periksa Z apakah lebih besar dari JD 15 Oktober 1582

2456836 > **2299161** (lebih besar)

Jika iya, hitunglah alpha untuk mengoreksi Julian Date, jika tidak maka alpha diabaikan dan nilai Z otomatis sama dengan nilai A.

Alpha = $\frac{Z-1867216{,}5}{36524{,}25}$ = 16

Hitunga A dengan rumus berikut (hanya berlaku jika Z lebih besar dari JD 15 Oktober 1582):

A = $Z + alpha - \left\lfloor \frac{alpha}{4} \right\rfloor$ = 2456849

B = A + 1524 = 2458373

C = $\left\lfloor \frac{B-122,1}{365,25} \right\rfloor$ = 6730

D= $\lfloor 365,25\ C \rfloor$ = 2458132

E = $\left\lfloor \frac{B-D}{365,25} \right\rfloor$ = 7

Tanggal $= B - D - \lfloor 30,6\ E \rfloor$ = 27

Bulan = $\begin{cases} jika\ E\ lebih\ dari\ 13 = D - 13 \\ jika\ \ E\ kurang\ dari\ 14 = D - 1 \end{cases}$ = 6

Tahun = $\begin{cases} jika\ bulan\ lebih\ dari\ 2 = C - 4716 \\ jika\ \ E\ kurang\ dari\ 3 = C - 4715 \end{cases}$ = 2014

Jam = $\lfloor 24\ F \rfloor$ = 8

Menit = $\lfloor 60\ (24F - jam\ ) \rfloor$ = 8

Detik = $\left\lfloor 3600\ (24F - \frac{menit}{60}) \right\rfloor$ = 30

Jadi, ijtimak awal Ramadan bertepatan pada tanggal 27 Juni 2014 pukul 08:08:30,44 UT atau 15:08:30,44 WIB.

Kemudian memeriksa apakah ijtimak terjadi sebelum atau setelah maghrib.

Markas: Pelabuhan Ratu

Lintang: 7°1′4″ Selatan ; $\varphi = -7,01778°$

Bujur: 106°33′27″ Timur ; $\lambda = 106,5575°$

Tinggi (H) = 52,846 meter

Zona waktu z = +7

$JD_{12\ LT}$ = Z - $\frac{z}{24}$ = 2456835,70833333

Bilangan abad T = $\frac{JD_{12\ LT}\ -2451545}{36525}$ = 0,14485170

Sudut tahun U = 2πT × 100 = 91,01300716 radian

Bujur rata-rata Matahari L = 280,46607°+36000,7698 U = 5495,23876672° = 95,91000968 radian

Deklinasi $\delta_\odot$ = 0,37877° + 23,264° sin (57,297 T – 79,547) + 0,3812° sin (2×57,297 T – 82,682) + 0,17132° sin (3×57,297 T – 59,722) = 23,331255564°

Perata Waktu (e) = [– (1789 + 237 U) SIN L – (7146 – 62 U) COS L + (9934 – 14 U) SIN 2 L – (29 + 5 U) COS 2 L + (74 + 10 U) SIN 3 L + (320 – 4 U) COS 3 L – 212 SIN 4 L] ÷ 1000 = -3,05288284 menit

Tinggi Matahari saat terbenam

$h_\odot = -\left(1{,}73'\sqrt{H} + 50'\right) = -1{,}04532783°$

50 busur menit berasal dari Semi Diameter rata-rata Matahari sebesar 16 busur menit ditambah refraksi pada ketinggian 0 derajat sebesar 34 busur menit

Sudut jam $t_\odot$ ' = $\frac{\sin h - \sin\delta \sin\varphi}{\cos\delta \cos\varphi}$ = 88,10449927°

Perkiraan Waktu maghrib = 12 + $\frac{t'}{15} - \frac{e}{60} - \frac{\lambda_t}{15} + z$ = 17:49:11,45 WIB

Berdasarkan perhitungan di atas, ijtimak terjadi sebelum maghrib, sehingga langkah selanjutnya adalah mencari data-data Matahari dan Bulan pada saat Maghrib.

$JD_{maghrib} = JD_{12\ LT} - 0{,}5 + \frac{waktu\ magrib}{24}$ = 2456835,95082700

Bilangan abad T = $\frac{JD_{12\ LT} - 2451545}{36525}$ = 0,14485834

Sudut tahun U = 2πT × 100 = 91,01717864 radian

Bujur rata-rata Matahari

L = 280,46607+36000,7698 U = 5495,47778108°

= 95,91418125 radian

Deklinasi

$\delta_{\odot}$ = 0,37877° + 23,264° sin (57,297 T – 79,547) + 0,3812° sin (2×57,297 T – 82,682) + 0,17132° sin (3×57,297 T – 59,722)

= 23,32150177°

Perata Waktu (e) = [– (1789 + 237 U) SIN L - (7146 – 62 U) COS L + (9934 -14 U) SIN 2 L – (29 + 5 U) COS 2 L + (74 + 10 U) SIN 3 L + (320 – 4 U) COS 3 L – 212 SIN 4 L] ÷ 1000 = −3,05318584 menit

Sudut jam $t_{\odot}$ = $\frac{\sin h - \sin\delta \sin\varphi}{\cos\delta\cos\varphi}$ = 88,10583977° = 88°06’21,02’’

Waktu Maghrib = 12 + $\frac{t}{15} - \frac{e}{60} - \frac{\lambda_{tempat}}{15} + z$ = 17:49:14,79 WIB

Azimuth Matahari = $\frac{\sin t}{\cos t \sin\varphi - \tan\delta\cos\varphi}$

= 293,37195945° = 293°22’19,05’’

Umur Hilal = Waktu Maghrib – Waktu Ijtimak = 2:40:44,35

$JD_{maghrib'}$ = $JD_{maghrib} - \frac{t'}{15} + \frac{t}{15}$ = 2456835,95086566

Bilangan abad T’ dalam waktu UT = $\frac{JD_{magrib} - 2451545}{36525}$ = 0,14485834

Tahun = 2000 + 100 T’ = 2014,486

Karena tahun 2014,486 terletak diantara 2005 dan 2050, maka menggunakan rumus: $\Delta T = 62{,}92 + 0{,}32217Y + 0{,}005589\,(Y - 2000)^2$ = 68,76 detik = 0,000796 hari

JDE maghrib = JD + ΔT = 2456835,95166145

Bilangan abad T’ dalam waktu TD = $\frac{JDE_{magrib} - 2451545}{36525}$ = 0,14485836

Bilangan millenium τ dalam waktu TD = $\frac{T'}{10}$ = 0,014485836

Greenwich Sidereal Time atau Jam Bintang Greenwich (GST) θ_0

$=\left(280{,}46061837° + 360{,}98564736629\,(\mathrm{JD}_{\mathrm{maghrib}} - 2451545) + 0{,}000387933\,(T')^2 - \frac{(T')^3}{38710000}\right) \bmod 360° \div 15$

= pukul 5,18562049 = pukul 05:11:08,17

2) Perhitungan Koreksi Nutasi

Elongasi rata-rata Bulan

D = $\left(297{,}85036° + 445267{,}11148T' - 0{,}0019142(T')^2 + \frac{(T')^3}{189474}\right)$ mod 360

= 358,51461215° = 6,25726040 radian

Anomali Rata-Rata Matahari

M = $\left(357{,}52772° + 35999{,}05034T' - 0{,}0001603(T')^2 + \frac{(T')^3}{300000}\right)$ mod 360

= 172,29117199° = 3,00704822 radian

Anomali Rata-Rata Bulan

M’=$\left(134{,}96298° + 477198{,}867398T' - 0{,}0086972(T')^2 + \frac{(T')^3}{56250}\right)$ mod 360

= 141,20930366° = 2,46456778 radian

Argumen lintang Bulan

F = $\left(93{,}27191° + 483202{,}017538T' - 0{,}0036825(T')^2 + \frac{(T')^3}{327270}\right)$ mod 360

= 249,1244681° = 4,34804222 radian

Bujur Ascending Node Rata-Rata Matahari-Bulan

Ω = $\left(125{,}04452° + 1934{,}1362261T' - 0{,}0020708(T')^2 + \frac{(T')^3}{450000}\right)$ mod 360

= 204,86875337° = 3,57563428 radian

Kemiringan sumbu rotasi Bumi rata-rata ε_0

$=23°26'448'' - 4680{,}93''\left(\frac{T'}{100}\right) - 1{,}55''\left(\frac{T'}{100}\right)^2 +$

$1999{,}25''\left(\frac{T'}{100}\right)^3 - 51{,}38''\left(\frac{T'}{100}\right)^4 - 249{,}67''\left(\frac{T'}{100}\right)^5 -$

$39{,}05''\left(\frac{T'}{100}\right)^6 + 7{,}12''\left(\frac{T'}{100}\right)^7 + 27{,}87''\left(\frac{T'}{100}\right)^8 + 5{,}79''\left(\frac{T'}{100}\right)^9 +$

$2{,}45''\left(\frac{T'}{100}\right)^{10}$ = 23,4370758°

Koreksi Nutasi $\Delta\psi = \Big((-171996 - 174{,}2T')\sin\Omega - (13187 +$
$1{,}6T')\sin\ (2\Omega + 2\mathrm{F} - 2\mathrm{D}) - (2274 + 0{,}2T')\sin(2\Omega + 2\mathrm{F}) +$
$(2062 + 0{,}2T')\sin 2\Omega + (1426 - 3{,}4T')\sin M + (712 +$
$0{,}1T')\sin M' - (517 - 1{,}2T')\sin(M + 2F + 2\Omega - \mathrm{D}) -$
$(386 + 0{,}4T')\sin(2F + \Omega) + (217 - 0{,}5T')\sin(2F + 2\Omega - 2\mathrm{D} -$
$\mathrm{M}) + (129 + 0{,}1T')\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{D}) + (63 + 0{,}1T')\sin(\Omega +$
$\mathrm{M}') - (58 + 0{,}1T')\sin(\Omega - \mathrm{M}') + (17 - 0{,}1T')\sin 2M -$
$(16 - 0{,}1T') - 301\sin(M' + 2F + 2\Omega) - 158\sin(M' - D) +$
$123\sin(2F + 2\Omega - \mathrm{M}') + 63\sin 2D - 59\sin(2D + 2F + 2\Omega -$
$\mathrm{M}') - 51\sin(M' + F + \Omega) + 48\sin(2M' - 2D) + 46\sin(2F + \Omega -$
$2\mathrm{M}') - 38\sin(2D + 2F + 2\Omega) - 31\sin(2M' + 2F + 2\Omega) +$
$29\sin 2M' + 29\sin(M' + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + 26\sin 2F -$
$22\sin(2F - 2D) + 21\sin(2F - M' + \Omega) + 16\sin(2D - M' + \Omega) -$
$15\sin(M + \Omega) - 13\sin(M' + \Omega - 2\mathrm{D}) - 12\sin(\Omega - \mathrm{M}') +$
$11\sin(2M' - 2F) - 10\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{D}) - 8\sin(2D + M' + 2F +$
$2\Omega) + 7\sin(M + 2F + 2\Omega) - 7\sin(M + M' - 2D) - 7\sin(2F +$
$2\Omega - \mathrm{M}) - 7\sin(2D + 2F + \Omega) + 6\sin(2D + M') + 6\sin(2M' +$
$2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + 6\sin(M' + 2F + \Omega - 2\mathrm{D}) - 6\sin(2D - 2M' +$

$F) - 6\sin(2D + \Omega) + 5\sin(M' - M) - 5\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{D} - 2\mathrm{M}') - 5\sin(\Omega - 2\mathrm{D}) - 5\sin(2M' + 2F + 2\Omega) + 4\sin(2M' + \Omega - 2\mathrm{D}) + 4\sin(2M + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + 4\sin(M' - 2F) - 4\sin(M' - D) - 4\sin D - 4\sin(M - 2D) + 3\sin(M' + 2F) - 3\sin(2F + 2\Omega - 2\mathrm{M}') - 3\sin(M' - M - D) - 3\sin(M' + 2F + 2\Omega - \mathrm{M}) - 3\sin(M + M') - 3\sin(2F + 2\Omega - \mathrm{M}' - \mathrm{M}) - 3\sin(3M' + 2F + 2\Omega) - 3\sin(2\mathrm{D} + 2\mathrm{F} + 2\Omega - \mathrm{M}')\big) \times 10^{-5} = 7{,}74714316'' = 0{,}00215198°$

Koreksi Kemiringan Sumbu Bumi $\Delta\varepsilon = \big((92025 + 8{,}9T')\sin\Omega + (5736 - 3{,}1T')\sin\ (2\Omega + 2\mathrm{F} - 2\mathrm{D}) + (977 - 0{,}5T')\sin(2\Omega + 2\mathrm{F}) - (895 - 0{,}5T')\sin 2\Omega + (54 - 0{,}1T')\sin M + (224 - 0{,}6T')\sin(M + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + (129 - 0{,}1T')\sin(M' + 2F + 2\Omega) - (95 - 0{,}3T')\sin(2F + 2\Omega - 2\mathrm{D} - \mathrm{M}) - 7\sin M' + 200\sin(2F + \Omega) - 70\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{D}) - 53\sin(2F + 2\Omega - \mathrm{M}') - 33\sin(M' + \Omega) + 26\sin(2D + 2F + 2\Omega - \mathrm{M}') + 32\sin(\Omega - \mathrm{M}') + 27\sin(M' + 2F + \Omega) - 24\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{M}') + 16\sin(2D + 2F + 2\Omega) + 13\sin(2M' + 2F + 2\Omega) - 12\sin(M' + 2F + \Omega - 2\mathrm{D}) - 10\sin(2F + \Omega - \mathrm{M}') - 8\sin(2D - M' + \Omega) + 7\sin(2M + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + 9\sin(\mathrm{M} + \Omega) + 7\sin(M' + \Omega - 2\mathrm{D}) + 6\sin(\Omega - \mathrm{M}) + 5\sin(2D + 2F + \Omega - \mathrm{M}') + 3\sin(2D + M' + 2F + 2\Omega) - 3\sin(M + 2F + 2\Omega) + 3\sin(2F + 2\Omega - \mathrm{M}) + 3\sin(2F + \Omega) - 3\sin(2M' + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) - 3\sin(M' + 2F + \Omega - 2\mathrm{D}) + 3\sin(2D + \Omega - 2M') + 3\sin(2D + \Omega) + 3\sin(2F +$

$2\Omega - 2\mathrm{D} - \mathrm{M}) + 3\sin(\Omega - 2\mathrm{D}) + 3\sin(2M' + 2F + \Omega)\big) \times 10^{-5} =$

$9{,}04292486'' = -0{,}00251192°$

Kemiringan sumbu Bumi sebenarnya $\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon = 23{,}43489566°$

Greenwich Apparent Sidereal Time (θ_0') = θ_0 + $\frac{\Delta\psi \cos\varepsilon}{15}$ = pukul 5,18573412

Local Apparent Sidereal Time (LAST) = $\left(\mathrm{GAST} + \frac{\lambda}{15}\right) \, mod \, 24$ = pukul 12,28956746

3) **Perhitungan Koreksi Bujur dan Lintang Bulan serta Jarak Bumi-Bulan**

Bujur rata-rata Bulan L'

= $\Big((218{,}3164591° + 481267{,}88134236T' - 0{,}0013268(T')^2 + \frac{(T')^3}{538841} - \frac{(T')^4}{65194000}\Big) \mathrm{mod}\ 360$ = 93,99326612° = 1,64049197 radian

Elongasi rata-rata Bulan D

=$\Big(297{,}8502042° + 445267{,}1115168T' - 0{,}00163(T')^2 + \frac{(T')^3}{545658} - \frac{(T')^4}{113065000}\Big) \mathrm{mod}\ 360$ = 358,51446763° = 6,25725788 radian

Anomali Rata-Rata Matahari M

=$\Big(357{,}5291092° + 35999{,}0502909T' - 0{,}0001536(T')^2 + \frac{(T')^3}{24490000}\Big) \mathrm{mod}\ 360$ = 172,29255423° = 3,00707235 radian

Anomali Rata-Rata Bulan M'

=$\Big(134{,}9634114° + 477198{,}8676313T' - 0{,}008997(T')^2 + \frac{(T')^3}{69699} - \frac{(T')^4}{14712000}\Big) \mathrm{mod}\ 360$ = 141,20977513° = 2,46457551 radian

Argumen lintang Bulan F

$= \left(93{,}2720993° + 483202{,}0175273T' - 0{,}0034029(T')^2 + \frac{(T')^3}{3526000} - \frac{(T')^4}{863310000}\right) \bmod 360 = 249{,}12466812° = 4{,}34804560$ radian

Argumen $A_1 = (119{,}75 + 131{,}849T) \bmod 360 = 138{,}84942013°$

Argumen $A_2 = (53{,}09 + 479264{,}29T) \bmod 360 = 358{,}52987546°$

Argumen $A_3 = (313{,}45 + 481266{,}484T) \bmod 360 = 188{,}92441813°$

Eksentrisitas Orbit Bulan – Bumi

$= 1 - 0{,}002516T - 0{,}0000074T^2 = 0{,}99963538$

Koreksi Bujur Bulan $\Delta L' = 6{,}288774 \sin M' + 1{,}274027 \sin(2D - M') + 0{,}658314 \sin 2D + 0{,}213618 \sin 2M' - 0{,}1815116E \sin M - 0{,}114332 \sin 2F + 0{,}058793 \sin(2D - 2M) + 0{,}057066E^{-1} \sin(2D - M - M') + 0{,}053322 \sin(2D + M') + 0{,}045758E^{-1} \sin(2D - M) - 0{,}040923E \sin(M - M') - 0{,}03472 \sin D - 0{,}030383E \sin(M + M') + 0{,}015327 \sin 2D - 0{,}015327 \sin(2D - 2F) - 0{,}012528 \sin(M' + 2F) + 0{,}01098 \sin(M' - 2F) + 0{,}010675 \sin(4D - M') + 0{,}010034 \sin(3M') + 0{,}008548 \sin(2D - 2M') - 0{,}007888E \sin(2D + M - M') - 0{,}006766E \sin(2D + M) - 0{,}005163 \sin(D - M') + 0{,}004987E \sin(D + M) + 0{,}004036E \sin(2D - M + M') + 0{,}003994 \sin(2D - 2M') + 0{,}003861 \sin 4D + 0{,}003665 \sin(2D - 3M') - 0{,}002689E \sin(M - 2M') - 0{,}002602 \sin(2D - M' - 2F) + 0{,}00239E^{-1} \sin(2D - M - 2M') - 0{,}002348 \sin(D + M') +$

$0{,}002236E^{-2}\, sin(2D - 2M) - 0{,}00212E\, sin(M + 2M') -$

$0{,}002069E^{2}\, sin\, 2M + 0{,}002048E^{-2}\, sin(2D - 2M - 2M') -$

$0{,}001773\, sin(2D + M' - 2F) - 0{,}001595\, sin(2D + 2F) +$

$0{,}001215E^{-1}\, sin(4D - M - M') - 0{,}00111\, sin(2M' + 2F) -$

$0{,}000892\, sin(3D - M') - 0{,}00081E\, sin(2D + M + M') -$

$0{,}000759E^{-1}\, sin(4D - M - 2M') - 0{,}000713E^{2}\, sin(2M - M') -$

$0{,}0007E^{2}\, sin(2D + 2M - M') + 0{,}000691E\, sin(2D + M - 2M') +$

$0{,}000596E^{-1}\, sin(2D - M - 2F) + 0{,}000549\, sin(4D - M') +$

$0{,}000537\, sin\, 4M' + 0{,}00052E^{-1}\, sin(4D - M) -$

$0{,}000487\, sin(D - M') - 0{,}000399E\, sin(2D + M - 2F) -$

$0{,}000381\, sin(2M' - 2F) + 0{,}000351E\, sin(D + M + M') -$

$0{,}00034\, sin(3D - 2M') + 0{,}00033\, sin(4D - 3M') +$

$0{,}000327E^{-1}\, sin(2D - M + 2M) - 0{,}000323E^{2}\, sin(2M + M') +$

$0{,}000299E\, sin(D + M - M') + 0{,}000294\, sin(2D + 3M') +$

$0{,}003958\, sin\, A_1 + 0{,}001962\, sin(L' - F) + 0{,}000318\, sin\, A_2$ =

2,97979595°

Lintang Ekliptik Bulan $\beta = 5{,}128122\, sin\, F + 0{,}280602\, sin\left(M' + F\right) + 0{,}277693\, sin\left(M' - F\right) + 0{,}173237\, sin(2D - F) +$

$0{,}055413\, sin(2D - M' + F) + 0{,}046271\, sin(2D - M' - F) +$

$0{,}032573\, sin(D + F) + 0{,}017198\, sin(M' + F) +$

$0{,}009266\, sin(2D + M' - F) + 0{,}008822\, sin(2M' - F) +$

$0{,}008216E^{-1}\, sin(2D - M - F) + 0{,}004324\, sin(2D - 2M' - F) +$

$0{,}0042\, sin(2D + M' + F) - 0{,}00359E\, sin(2D + M - F) +$

$0{,}002463E^{-1}\,sin(2D - M - M + F) + 0{,}002211E^{-1}\,sin(2D - M + F) + 0{,}002065E^{-1}\,sin(2D - M - M^{'} - F) - 0{,}00187E\,sin\left(M - M^{'} - F\right) + 0{,}001828\,sin(4D - M^{'} - F) - 0{,}001794E\,sin(M + F) - 0{,}001749\,sin\,3F - 0{,}001565E\,sin(M - M^{'} + F) - 0{,}001491\,sin(D + F) - 0{,}001475E\,sin(M + M^{'} + F) - 0{,}00141E\,sin(M + M^{'} - F) - 0{,}001344E\,sin(M - F) - 0{,}001335\,sin(D - F) + 0{,}001107\,sin(3M^{'} + F) + 0{,}001021\,sin(4D - F) + 0{,}000833\,sin(4D - M^{'} + F) + 0{,}000777\,sin(M^{'} - 3F) + 0{,}000671\,sin(4D - 2M^{'} + F) + 0{,}000607\,sin(2D - 3F) + 0{,}000596\,sin(2D + 2M^{'} - F) + 0{,}000491E^{-1}\,sin(2D - M + M^{'} - F) - 0{,}000451\,sin(2D - 2M^{'} + F) + 0{,}000439\,sin(3M^{'} - F) + 0{,}000422\,sin(2D - 3M^{'} - F) + 0{,}000421\,sin(2D - 3M^{'} - F) - 0{,}000366E\,sin(2D + M - M' + F) - 0{,}000351E\,sin(2D + M + F) + 0{,}000331\,sin(4D + F) + 0{,}000315E^{-1}\,sin(2D - M + M^{'} + F) + 0{,}000302E^{-2}\,sin(2D - 2M - F) - 0{,}000283\,sin(M^{'} + 3F) - 0{,}000229E\,sin(2D + M + M^{'} - F) + 0{,}000223E\,sin(D + M - F) + 0{,}000223E\,sin(D + M + F) - 0{,}00022E\,sin(M - 2M^{'} - F) - 0{,}00022\,sin\left(2D + M - M^{'} - F\right) - 0{,}000185\,sin(D + M^{'} + F) + 0{,}000181E^{-1}\,sin(2D - M - 2M^{'} - F) - 0{,}000177E\,sin(M + 2M^{'} + F) + 0{,}000176\,sin(4D - 2M^{'} - F) + 0{,}000166E^{-1}\,sin(4D - M - M^{'} - F) - 0{,}000164\,sin(D + M^{'} - F) + 0{,}000132\,sin(4D + M^{'} - F) - 0{,}000119\,sin(D - M^{'} - F) + 0{,}000115E^{-1}\,sin(4D - M - F) +$

$0{,}000107E^{-2}\,sin(2D - 2M + F) - 0{,}002235\,sin\,L' + 0{,}000382\,sin\,A_3 + 0{,}000175\,sin(A_3 - F) + 0{,}000175\,sin(A_1 + F) + 0{,}000127\,sin(L' - M') - 0{,}000115\,sin(L' + M')$ = -4,75687078° = -4°45'24,73"

Koreksi Jarak Bumi – Bulan $\Delta r = -20905{,}355\,cos\,M' - 3699{,}111\,cos(2D - M') - 2955{,}968\,cos\,2D - 569{,}925\,cos\,M' + 246{,}158\,cos(2D - 2M') - 204{,}586E^{-1}\,cos(2D - 2M) - 170{,}733\,cos(2D + M') - 152{,}138E^{-1}\,cos(2D - M - M') - 129{,}62E\,cos(M - M') + 108{,}743\,cos\,D + 104{,}755E\,cos(M + M') + 79{,}661\,cos(M' - 2F) + 48{,}888E\,cos\,M - 34{,}782\,cos(4D - M') + 30{,}824E\,cos(2D + M) + 24{,}208E\,cos(2D + M - M') - 23{,}21\,cos\,3M' - 21{,}636\,cos(4D - 2M') - 16{,}675E\,cos(D + M) + 14{,}403\,cos(2D - 3M') - 12{,}831E^{-1}\,cos(2D - M + M') - 11{,}65\,cos\,4D - 10{,}445\,cos(2D - 2M') + 10{,}321\,cos(2D - 2F) + 10{,}056E^{-1}(2D - M - 2M') - 9{,}884E^{-2}\,cos(2D - 2M) + 8{,}752\,cos(2D - 2M' - 2F) - 8{,}379\,cos(D - M') - 7{,}003E\,cos(M - 2M') + 6{,}322\,cos(D - M') + 5{,}751E\,cos(M - 2M') - 4{,}95E^{-2}\,cos(2D - 2M - M') - 4{,}421\,cos(2M' - 2F) + 4{,}13\,cos(2D + M' - 2F) - 3{,}958E^{-1}\,cos(4D - M - M') + 3{,}258\,cos(3D - M') - 3{,}149\,cos(2F) + 2{,}616E\,cos(2D + M + M') + 2{,}354E^2\,cos(2D + 2M - M') - 2{,}117E^2\,cos(2M - M') - 1{,}897E^{-1}\,cos(4D - M - 2M') - 1{,}739\,cos(D - 2M') - 1{,}571E^{-1}\,cos(4D - M) - 1{,}423\,cos(4D + M') + 1{,}165E^2\,cos(2M + M') - 1{,}117\,cos(4M') = 16606{,}454\,km$

Jarak Bumi-Bulan r = $385000{,}56 + \Delta r = 401607{,}014\ km$

Horizontal Parallaks Bulan $HP = \sin^{-1}\left(\frac{6378{,}137}{r}\right) = 0{,}90998335°$ = 0°54′35,94″

Semidiameter Bulan $SD = \frac{358473400}{3600} = 0{,}24794374°$ = 0°14′52,90″

Bujur Bulan $\lambda = \mathrm{L'} + \Delta\mathrm{L'} + \Delta\psi = 96{,}97306089°$

Asensiorekta Bulan

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\cos\lambda}{\sin\lambda\cos\varepsilon - \tan\beta\sin\varepsilon}\right) = 97{,}33190491°$$

= pukul 6:09:19,66

Deklinasi Bulan

$$\delta = \sin^{-1}(\sin\beta\cos\varepsilon + \cos\beta\sin\varepsilon\sin\lambda) = 18{,}50070349°$$

$$= 18°30'02{,}53''$$

Sudut Jam Bulan $t = 15\ \theta' - \alpha$ = 87,01156524°

Azimuth Bulan $A = \left(\tan^{-1}\left(\frac{\sin t}{\cos t\sin\varphi - \tan\delta\cos\varphi}\right) + 180°\right)\ mod\ 360$ = 288, 72320226° = 18, 72320226° (B - U)

Altitude Bulan Geosentrik

$$h = \sin^{-1}(\sin\delta\sin\varphi + \cos\delta\cos\varphi\cos t) = 0{,}59020406°$$

= 0°35′24,73″

Sudut *Parallaks* $\pi = HP\cos\ h$ = 0,90993611° = 0°54′35,77″

Refraksi Bulan (ref) pada tekanan 1010 milibar dan suhu 10°C

$$= \frac{1010}{10+273{,}15}\frac{0{,}1594+0{,}0196h+0{,}00002h^2}{1+0{,}505h+0{,}0845h^2} = 0{,}45941670° = 0°27'33{,}90''$$

Altitude Bulan Toposentrik $h' = h - SD - ref - 1{,}73'\sqrt{H} + \pi$

= 0,583175503°= 0°34′59,43″

4) Koreksi Bujur dan Lintang Tampak Matahari

Koreksi Bujur Ekliptik L_0 = 175347046 + 3341656 cos (4,6692568 + 6283,07585τ) + 34894 cos (4,6261 + 12566,1517τ) + 3497 cos (2,7441 + 5753,3849 τ) + 3418 cos (2,8289 + 3,5231 τ) + 3136 cos (3,6277 + 777713,772 τ) + 2676 cos (4,4181 + 7860,4194 τ) + 2343 cos (6,1352 + 3930,2097 τ) + 1324 cos (0,7425 + 11506,77 τ) + 1273 cos (2,0371 + 529,691 τ) + 1199 cos (1,1096 + 1577,3435 τ) + 990 cos (5,233 + 5884,927 τ) + 902 cos (2,045 + 26,298 τ) + 857 cos (3,508 + 398,149 τ) + 780 cos (1,179 + 5223,694 τ) + 753 cos (2,533 + 5507,553 τ) + 505 cos (4,583 + 18849,228 τ) + 492 cos (4,205 + 775,523 τ) + 357 cos (2,92 + 0,067 τ) + 317 cos (5,849 + 11790,629 τ) + 284 cos (1,899 + 796,298 τ) + 271 cos (0,315 + 10977,079 τ) + 243 cos (0,345 + 5486,778 τ) + 206 cos (4,806 + 2544,314 τ) + 205 cos (1,869 + 5573,143 τ) + 202 cos (2,458 + 6069,777 τ) + 156 cos (0,833 + 213,299 τ) + 132 cos (3,411 + 2942,463 τ) + 126 cos (1,083 + 20,775 τ) + 115 cos (0,645 + 0,98 τ) + 103 cos (0,636 + 4694,003 τ) + 102 cos (0,976 + 15720,839 τ) + 99 cos (6,21 + 2146,17 τ) + 98 cos (0,68 + 155,42 τ) + 86 cos (5,98 + 161000,69 τ) + 85 cos (3,67 + 71430,7 τ) + 80 cos (1,81 + 17260,15 τ) + 79 cos (3,04 + 12036,46 τ) + 75 cos (1,76 + 5088,63 τ) + 74 cos (3,5 + 3154,69 τ) + 74 cos (4,68 + 801,82 τ) + 70 cos (0,83 + 9437,76 τ) + 62 cos (3,98 + 8827,39 τ) + 61 cos (1,82 + 7084,9 τ) + 57 cos (2,78 + 6286,6 τ) + 56 cos (4,39 + 14143,5 τ) + 56 cos (3,47 + 6279,55 τ) + 52 cos (0,19 + 12139,55 τ) + 52 cos (1,33 + 1748,02 τ) + 51 cos (0,28 + 5856,48 τ) + 49 cos (0,49 +

1194,45 τ) + 41 cos (5,37 + 8429,24 τ) + 41 cos (2,4 + 19651,05 τ) + 39 cos (6,17 + 10447,39 τ) + 37 cos (6,04 + 10213,29 τ) + 37 cos (2,57 + 1059,38 τ) + 36 cos (1,71 + 2352,87 τ) + 22 cos (0,59 + 17789,85 τ) + 30 cos (0,44 + 83996,85 τ) + 30 cos (2,74 + 1349,87 τ) + 25 cos (3,16 + 3690,48 τ) = 175778813,923519

Koreksi Bujur Ekliptik L_1 = 628331966747 + 206059 cos (2,678235 + 6283,0759 τ) + 4303 cos (2,6351 + 12566,152 τ) + 425 cos (1,59 + 3,523 τ) + 119 cos (5,796 + 26,298 τ) + 109 cos (2,966 + 1577,344 τ) + 93 cos (2,59 + 18849,23 τ) + 72 cos (1,14 + 529,69) + 68 cos (1,87 + 398,15 τ) + 67 cos (4,41 + 5507,55 τ) + 59 cos (2,89 + 5223,69 τ) + 56 cos (2,17 + 155,42 τ) + 45 cos (0,4 + 796,3 τ) + 36 cos (0,47 + 775,52 τ) + 29 cos (2,65 + 7,11 τ) + 21 cos (5,34 + 0,98 τ) + 19 cos (1,85 + 5486,79 τ) + 19 cos (4,97 + 213,3 τ) + 16 cos (0,03 + 2544,31 τ) + 16 cos (1,43 + 2146,17 τ) + 15 cos (1,21 + 10977,08 τ) + 12 cos (2,83 + 1748,02 τ) + 12 cos (3,26 + 5088,63 τ) + 12 cos (5,27 + 1194,45 τ) + 12 cos (2,08 + 4694 τ) + 11 cos (0,77 + 553,57 τ) + 10 cos (1,3 + 6286,6 τ) + 10 cos (4,24 + 1349,87 τ) + 9 cos (2,7 + 242,73 τ) + 9 cos (5,64 + 951,72 τ) + 8 cos (5,3 + 2352,87 τ) + 6 cos (2,65 + 9437,76 τ) + 6 cos (4,67 + 3690,48 τ) = 628332138796,160000

Koreksi Bujur Ekliptik L_2 = 52919 + 8720 cos (1,0721 + 6283,0758 τ) + 309 cos (0,867 + 12566,152 τ) + 27 cos (0,05 + 3,52 τ) + 16 cos (5,19 + 26,3 τ) + 16 cos (3,68 + 155,42 τ) + 10 cos (0,76 + 18849,23 τ) + 9 cos (2,06 + 77713,77 τ) + 7 cos (0,83 + 775,52 τ) + 5 cos (4,66 + 1577,34 τ) + 4 cos (1,03 + 7,11 τ) + 4 cos (3,44 + 5573,14 τ) + 3 cos

(5,14 + 796,3 τ) + 3 cos (6,05 + 5507,55 τ) + 3 cos (1,19 + 242,73 τ) + 3 cos (6,12 + 529,69 τ) + 3 cos (0,31 + 398,15 τ) + 3 cos (2,28 + 553,57 τ) + 2 cos (4,38 +5223,69 τ) + 2 cos (3,75 + 0,98 τ) = 48346,069308

Koreksi Bujur Ekliptik L_3 = 289 cos (5,844 + 6283,076 τ) + 35 + 17 cos (5,49 + 12566,15 τ) + 3 cos (5,2 + 155,42 τ) + cos (4,72 + 3,52 τ) + cos (5,3 + 18849,23 τ) + cos (5,97 + 242,73 τ) = -204,911989

Koreksi Bujur Ekliptik L_4 = 114 cos 3,142 + 8 cos (4,13 + 6283,08 τ) + cos (3,84 + 12566,15 τ) = -109,883082

Koreksi Bujur Ekliptik L_5 = cos 3,14 = -0,999999

Bujur Rata-Rata Matahari $\Theta = (L_0 + L_1\tau + L_2\tau^2 + L_3\tau^3 + L_4\tau^4 + L_5\tau^5 + 180° - 0{,}09033'')\ mod\ 360$ = 95,72778281°

Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_0 = 100013989 + 1670700 cos (3,0984635 + 6283,07585 τ) +13956 cos (3,05525 + 12566,1517 τ) + 3084 cos (5,1985 +77713,7715 τ) + 1628 cos (1,1739 + 5753,3849 τ) + 1576 cos (2,8469 + 7860,4194 τ) + 925 cos (5,453 +11506,77 τ) + 542 cos (4,564 +3930,21 τ) + 472 cos (3,661 + 5884,927 τ) + 346 cos (0,964 + 5570,553 τ) + 329 cos (5,9 + 5223,694 τ) + 307 cos (0,299 + 5573,143 τ) + 243 cos (4,273 + 11790,629 τ) + 212 cos (5,847 + 1577,344 τ) + 186 cos (5,022 + 5486,778 τ) + 175 cos (3,012 + 18849,228 τ) + 110 cos (5,044 + 5486,778 τ) + 98 cos (0,89 + 6069,78 τ) + 86 cos (5,69 + 15720,84 τ) + 65 cos (0,27 + 17260,15 τ) + 63 cos (0,92 + 529,69 τ) + 57 cos (2,01 + 83996,85 τ) + 56 cos (5,24 + 71430,7 τ) + 49 cos (3,25 + 2544,31 τ) + 47 cos (2,58 + 775,52 τ) +

45 cos (5,54 + 9437,76 τ) + 43 cos (6,01 + 6275,96 τ) + 39 cos (5,36 + 4694 τ) + 38 cos (2,39 + 8827,39 τ) + 37 cos (4,9 + 12139,55 τ) + 36 cos (1,67 + 12036,46 τ) + 35 cos (1,84 +2942,46 τ) + 33 cos (0,24 + 7084,9 τ) + 32 cos (0,18 + 5088,63 τ) + 32 cos (1,78 + 398,15 τ) + 28 cos (1,21 + 6286,6 τ) + 28 cos (1,9 + 6279,55 τ) + 26 cos (4,59 + 10447,39 τ) = 101657015,356163

Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_1 = 103019 cos (1,10749 + 6283,07585 τ) + 1721 cos (1,0644 + 12566,1517 τ) + 702 cos 3,142 + 32 cos (1,02 + 18849,23 τ) + 31 cos (2,84 + 5597,55 τ) + 25 cos (1,32 + 5223,69 τ) + 18 cos (1,42 + 1577,34 τ) + 10 cos (5,91 + 10977,08 τ) + 9 cos (1,42 + 6275,96 τ) + 9 cos (0,27 + 5486,78) = -53797,439858

Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_2 = 4359 cos (5,7846 + 6283,0758 τ) + 124 cos (5,579 + 12566,152 τ) + 12 cos 3,14 + 9 cos (3,63 + 777713,77 τ) + 6 cos (1,87 + 5573,14 τ) + 3 cos (5,47 + 18849,23 τ) = -3555,577056

Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_3 = 145 cos (4,273 + 6283,076 τ) + 7 cos (3,92 + 12566,15 τ) = 67,509824

Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_4 = 4 cos (2,56 + 6283,08 τ) = 3,130033

Jarak Bumi-Matahari $R = \frac{(R_0 + R_1\tau + R_2\tau^2 + R_3\tau^3 + R_4\tau^4)}{100000000}$

= 1,0165623531 AU (satuan astronomi)

= 152075694,898 km

Koreksi Aberasi $c = -\frac{20,4898}{3600\ R}$ = –0,00559888°

Bujur Matahari Tampak $\lambda = \Theta + \text{c}$ = 95,72434091°

Koreksi Lintang Tampak Matahari B_0 = 280 cos (3,199 + 84334,662 τ) + 102 cos (5,422 + 5507,553 τ) + 80 cos (3,88 + 5223,69 τ) + 44 cos (3,7 + 2352,87 τ) + 32 cos (4 + 1577,34 τ) = 163,580079

Koreksi Lintang Tampak Matahari B_1 = 9 cos (3,9 + 5507,55 τ) + 6 cos (1,73 + 5223,69 τ) = -6,249734

Lintang Matahari Tampak setelah koreksi

$\beta_0 = -\frac{B_0+B_1\tau}{100000000}$

= –0,00000163 radian = –0,34″

$\lambda_0 = \Theta_0 - 1{,}397\tau - 0{,}00031\tau^2$ = 91,56228542°

Koreksi lintang Matahari tampak $\Delta\beta = 0{,}03916\ (\cos\lambda_0 - \sin\lambda_0)$ = –0,04″

Lintang Matahari Tampak setelah koreksi $\beta = \beta_0 + \Delta\beta$ = –0,38″

Asensiorekta Matahari $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\cos\lambda}{\sin\lambda\cos\varepsilon - \tan\beta\sin\varepsilon}\right)$

$= 96{,}23508505°$ = pukul 6:24:56,42

Deklinasi Matahari $\delta = \sin^{-1}(\sin\beta\cos\varepsilon + \cos\beta\sin\varepsilon\sin\lambda)$

$= 23{,}31100106° = 23°18'39{,}60''$

Elongasi Matahari-Bulan

$\epsilon = \cos^{-1}(\sin\delta\sin\delta + \cos\delta\cos\delta\cos(\alpha - \alpha))$

= 4,918120141° = 4°55′05,23″

Sudut *Parallaks* Matahari $\pi = \tan^{-1}\left(\frac{6378{,}137}{R}\right) =$ 0,00240302° = 8,65’’

Semi Diameter Matahari SD☉ = $\frac{959{,}63}{R}$ = 0,26222089° = 0°15′44,00″

Posisi Bulan = A□ – A☉ = -4°38′55,52″

Sudut Fase Bulan $i = \frac{R \sin \epsilon}{r - R \cos \epsilon}$ = 176,06887363° = 176°04′07,95″

Fraksi Iluminasi Bulan saat Maghrib $K = \frac{1+\cos i}{2} \times 100\%$ = 0,18506271 %

Lebar Hilal = SD’ (1 – cos ϵ) = 3,28633610″

5) **Kesimpulan:**

Berikut ini adalah data ephemeris Matahari dan Bulan ketika terbenam Matahari pada ijtimak awal Ramadan 1435 Hijriah:

Markaz: Pelabuhan Ratu

Lintang : 7°1′4″ Selatan Bujur : 106°33′27″ Timur

Tinggi Tempat : 52,846 meter Zona waktu : +7

Ijtimak : 27 Juni 2014 15:08:30,44 WIB

Matahari Terbenam : 17:49:14,79

Umur Hilal : 02:40:44,35

Altitude Matahari : – 1°02′43,18″

Azimuth Matahari : 293°22’19,05″ = 23°22’19,05″ (B – U)

Semi Diameter Matahari : 0°15′44,00″

Sudut P*arallaks* Matahari: 8,65″

Asensiorekta Matahari : pukul 6:24:56,42

Deklinasi Matahari : 23°18′39,60″

Altitude Bulan : 0°34′59,43″

Azimuth Bulan : 288°43′23,53″ = 18°43′23,53″ (B – U) 4°38′55,52″ Selatan Matahari

Semi Diameter Bulan : 0°14′42,07″

Sudut *Parallaks* Bulan : 0°53′57,32″

Asensiorekta Bulan : pukul 6:09:19,66

Deklinasi Bulan : 13°09′06,14″

Elongasi Matahari – Bulan: 4°55′05,23″

Fraksi Iluminasi Bulan : 0,18506271 %

Lebar Bulan : 3,28633610″

b. Awal Bulan Syawal 1435 H

1) Menentukan waktu ijtimak

Bilangan Bulan = 10

Tahun: 1435

$k = 12\ tahun + bulan - 17050 = 180$

bilangan abad $T = \dfrac{k}{1236{,}85} = 0{,}1455309860$

eksentrisitas $E = 1 - 0{,}002516T - 7{,}4 \times 10^{-6}T^2$ = 0,9996336873

Anomali Rata − Rata Matahari

$M_{(rad)} = \frac{\pi}{180°} \times (2{,}5534° + 29{,}10535669k - 0{,}0000218T^2 -$

$0{,}00000011T^3)\ mod\ 360°$ = 3,51715 radian

Anomali Rata − Rata Bulan

$M'_{(rad)} = \frac{\pi}{180°} \times (201{,}5643° + 385{,}81693528k + 0{,}0107438T^2 +$

$0{,}000012391T^3 - 0{,}000000058T^4)\ mod\ 360°$ = 2,94285 radian

$Argumen\ Lintang\ Bulan$

$F_{(rad)} = \frac{\pi}{180°} \times (160{,}7108° + 390{,}67050274k - 0{,}0016341T^2 -$

$0{,}00000227T^3 + 0{,}000000011T^4)\ mod\ 360°$ = 4,91138 radian

$Argumen\ Simpul\ Bulan$

$\Omega_{(rad)} = \frac{\pi}{180°} \times (124{,}7746° - 1{,}5637558k + 0{,}0020691T^2 +$

$0{,}00000215T^3)\ mod\ 360°$ = 3,54823 radian

Perhitungan Koreksi:

Argumen Planet$A_1 = \frac{\pi}{180°} \times (299{,}77° + 0{,}107408k - 0{,}009173T^2)$

= 5,56940 radian

Argumen Planet $A_2 = \frac{\pi}{180°} \times (251{,}88° + 0{,}016321k)$ = 4,44741 radian

Argumen Planet $A_3 = \frac{\pi}{180°} \times (251{,}83° + 26{,}651886k)$ = 88,12463 radian

Argumen Planet $A_4 = \frac{\pi}{180°} \times (349{,}42° + 36{,}412478k)$ = 120,49170 radian

Argumen Planet $A_5 = \frac{\pi}{180°} \times (84{,}66° + 18{,}206239k)$ = 58,67418 radian

Argumen Planet $A_6 = \frac{\pi}{180°} \times (141{,}74° + 53{,}303771k)$ = 169,93257 radian

Argumen Planet $A_7 = \frac{\pi}{180°} \times (207{,}14° + 2{,}453732k)$ = 11,32390 radian

Argumen Planet $A_8 = \frac{\pi}{180°} \times (154{,}84° + 7{,}30686k)$ = 25,65765 radian

Argumen Planet $A_9 = \frac{\pi}{180°} \times (34{,}52° + 27{,}261239k)$ = 86,24620 radian

Argumen Planet $A_{10} = \frac{\pi}{180°} \times (207{,}19° + 0{,}121824k)$ = 3,99887 radian

Argumen Planet $A_{11} = \frac{\pi}{180°} \times (291{,}34° + 1{,}844379k)$ = 10,87913 radian

Argumen Planet $A_{12} = \frac{\pi}{180°} \times (161{,}72° + 24{,}198154k)$ = 78,84329 radian

Argumen Planet $A_{13} = \frac{\pi}{180°} \times (239{,}56° + 25{,}513099k)$ = 84,33288 radian

Argumen Planet $A_{14} = \frac{\pi}{180°} \times (331{,}55° + 3{,}592518k)$ = 17,07287 radian

Koreksi Argumen Planet: $C_2 = (325 \sin A_1 + 165 \sin A_2 + 164 \sin A_3 + 126 \sin A_4 + 110 \sin A_5 + 62 \sin A_6 + 60 \sin A_7 + 56 \sin A_8 + 47 \sin A_9 + 42 \sin A_{10} + 40 \sin A_{11} + 37 \sin A_{12} + 35 \sin A_{13} + 23 \sin A_{14}) \times 10^{-6} = -0{,}000286\ hari$

Koreksi Fase Bulan:$C_1 = (-40720 \sin M' + 17241e \sin M + 1608 \sin 2\mathrm{M}' + 1039 \sin 2\mathrm{F} + 739E \sin(M' - M) - 514E \sin(M' + M) + 208E^2 \sin 2\mathrm{M} - 111 \sin(M' - 2F) - 57 \sin(M' + 2F) + 56E \sin(2M' + M) - 42 \sin 3\mathrm{M}' + 42E \sin(M + 2F) + 38e \sin(M - 2F) - 24E \sin(2M' - M) - 17 \sin \Omega - 7 \sin(M' + 2M) + 4 \sin(2M' - 2F) + 4 \sin 3\mathrm{M} + 3 \sin(M' + M - 2F) + 3 \sin(2M' + 2F) - 3 \sin(M' + M + 2F) + 3 \sin(M' - M + 2F) - 2 \sin(M' - M - 2F) - 2 \sin(3M' + M) + 2 \sin 4\mathrm{M}) \times 10^{-5} = -0{,}156858\ hari$

JDE belum terkoreksi= $2451550{,}09765 + 29{,}530588853k + 0{,}0001337T^2 + 0{,}00000015T^3 - 0{,}00000000073T^4 = 2456865{,}60365$

JDE terkoreksi = JDE belum terkoreksi + C_1 + C_2 =2456865,336503

Menghitung Delta T

Tahun Y = 2000 + 100 T = 2014,553

Karena tahun 2014,553 terletak diantara 2005 dan 2050, maka menggunakan rumus: $\Delta T = 62{,}92 + 0{,}32217Y + 0{,}005589\ (Y - 2000)^2$ = 68,79 detik = 0,000796 hari

$JD_{fase} = JD_{terkoreksi} - \Delta T = 2456865{,}445707$

Konversi JD – tanggal

JD_{fase} + 0,5 = $2456865{,}945707$

Z = |JD fase + 0,5| = 2456865

F = JD fase + 0,5 - |JD fase + 0,5| = 0,945707

Periksa Z apakah lebih besar dari JD 15 Oktober 1582?

2456865 > **2299161** (lebih besar)

Jika iya, hitunglah alpha untuk mengoreksi Julian Date, jika tidak maka alpha diabaikan dan nilai Z otomatis sama dengan nilai A.

Alpha = $\frac{Z - 1867216{,}5}{36524{,}25}$ = 16

Hitunga A dengan rumus berikut (hanya berlaku jika Z lebih besar dari JD 15 Oktober 1582):

A = $Z + alpha - \left\lfloor \frac{alpha}{4} \right\rfloor$ = 2456878

B = A + 1524 = 2458402

C = $\left\lfloor\frac{B-122{,}1}{365{,}25}\right\rfloor$ = 6730

D= $\lfloor 365{,}25\ C\rfloor$ = 2458132

E = $\left\lfloor\frac{B-D}{365{,}25}\right\rfloor$ = 8

Tanggal $= B - D - \lfloor 30{,}6\ E\rfloor$ = 26

Bulan = $\begin{cases} jika\ E\ lebih\ dari\ 13 = D - 13 \\ jika\ \ E\ kurang\ dari\ 14 = D - 1 \end{cases}$ = 7

Tahun = $\begin{cases} jika\ bulan\ lebih\ dari\ 2 = C - 4716 \\ jika\ \ E\ kurang\ dari\ 3 = C - 4715 \end{cases}$ = 2014

Jam = $\lfloor 24\ F\rfloor$ = 22

Menit = $\lfloor 60\ (24F - jam\ )\rfloor$ = 41

Detik = $3600\ (24F - \frac{menit}{60})$ = 49,05

Jadi, ijtimak awal Syawal bertepatan pada tanggal 26 Juni 2014 pukul 22:41:49,05 UT atau 27 Juni 2014 5:41:49,05 WIB.

Kemudian memeriksa apakah ijtima terjadi sebelum atau setelah maghrib.

Markaz: Pelabuhan Ratu

Lintang: 7°1′4″ Selatan ; φ = −7,01778°

Bujur: 106°33′27″ Timur ; λ = 106,5575°

Tinggi (H) = 52,846 meter

Zona waktu z = +7

$JD_{12\ LT}$ = Z - $\frac{z}{24}$ = 2456865,70833333

Bilangan abad T = $\frac{JD_{12\ LT}\ -2451545}{36525}$ = 0,14567305

Sudut tahun U = 2πT × 100 = 91,52907987 radian

Bujur rata-rata Matahari L = 280,46607°+36000,7698 U = 5524,80818858° = 96,42609343 radian

Deklinasi $\delta_\odot$ = 0,37877° + 23,264° sin (57,297 T – 79,547) + 0,3812° sin (2×57,297 T – 82,682) + 0,17132° sin (3×57,297 T – 59,722) = 19,23063793°

Perata Waktu (e) = [−(1789 + 237 U) SIN L − (7146 – 62 U) COS L + (9934 -14 U) SIN 2 L – (29 + 5 U) COS 2L + (74 + 10 U) SIN 3L + (320 – 4 U) COS 3L - 212 SIN 4L] ÷ 1000 = -6,53320585 menit

Tinggi Matahari terbenam $h_\odot$ = $-\left(1{,}73'\sqrt{H} + 50'\right) = -1{,}04532783°$

50 busur menit berasal dari semi diameter rata-rata Matahari sebesar 16 busur menit ditambah refraksi pada ketinggian 0 derajat sebesar 34 busur menit

Sudut jam $t_\odot$' = $\frac{\sin h - \sin\delta \sin\varphi}{\cos\delta \cos\varphi}$ = 88,65490182°

Perkiraan Waktu maghrib = 12 + $\frac{t'}{15} - \frac{e}{60} - \frac{\lambda_t}{15} + z$ = 17:54:55,37 WIB

Berdasarkan perhitungan di atas, ijtimak terjadi sebelum maghrib, sehingga mencari data-data Matahari dan Bulan pada saat maghrib.

$JD_{maghrib} = JD_{12\ LT} - 0{,}5 + \frac{waktu\ magrib}{24}$ = 2456865,95480751

Bilangan abad T = $\frac{JD_{12\ LT} - 2451545}{36525}$ = 0,14567980

Sudut tahun U = 2πT × 100 = 91,53331983 radian

Bujur rata-rata Matahari

L = 280,46607 + 36000,7698 U = 5525,05112520°

= 96,43033348 radian

Deklinasi $\delta_{\odot}$ = 0,37877° + 23,264° sin (57,297 T – 79,547) + 0,3812° sin (2×57,297 T – 82,682) + 0,17132° sin (3×57,297 T – 59,722) = 19,17474862°

Perata Waktu = [−(1789 + 237 U) SIN L − (7146 – 62 U) COS L + (9934 −14 U) SIN 2L – (29 + 5 U) COS 2L + (74 + 10 U) SIN 3L + (320 – 4 U) COS 3L − 212 SIN 4L] ÷ 1000 = −6,53057389 menit

Sudut jam $t_{\odot}$ = $\frac{\sin h - \sin\delta \sin\varphi}{\cos\delta\cos\varphi}$ = 88,66223948° = 88°39'44,06''

Waktu Maghrib = 12 + $\frac{t}{15} - \frac{e}{60} - \frac{\lambda_t}{15} + z$ = 17:54:56,97 WIB

Azimuth Matahari $A_{\odot}$ = $\frac{\sin h}{\cos h \sin\varphi - \tan\delta\cos\varphi}$ = 289,19223120° = 289°11'32,03''

Umur Hilal = Waktu Maghrib – Waktu ijtimak = 12:13:07,92

$JD_{maghrib}$' = $JD_{maghrib}$ – $\frac{t'}{15}$ + $\frac{t}{15}$ = 2456865,95482604

Bilangan abad T' dalam waktu UT = $\frac{JD_{magrib} - 2451545}{36525}$ = 0,14567980

Tahun = 2000 + 100 T' = 2014,568

Karena tahun 2014,568 terletak diantara 2005 dan 2050, maka menggunakan rumus: $\Delta T = 62{,}92 + 0{,}32217Y + 0{,}005589\,(Y - 2000)^2$ = 68,76 detik = 0,000796 hari

JDE maghrib = JD + ΔT = 2456865,95562233

Bilangan abad T' dalam waktu TD = $\frac{JDE_{magrib} - 2451545}{36525}$ = 0,14567983

Bilangan millenium τ dalam waktu TD = $\frac{T'}{10}$ = 0,014567983

Greenwich Sidereal Time atau Jam Bintang Greenwich (GST) θ_0 =

$\Big(\big(280{,}46061837° + 360{,}98564736629\,(\text{JD maghrib} - 2451545\big) +$

$0{,}000387933\,(T')^2 - \frac{(T')^3}{38710000}\Big)$ mod 360$\Big) \div 15$ = pukul 7,25220747 = pukul 7:15:07,90

2) Perhitungan Koreksi Nutasi

Elongasi rata-rata bulan D =$\Big(297{,}85036° + 445267{,}11148T' - 0{,}0019142(T')^2 + \frac{(T')^3}{189474}\Big)$ mod 360 = 4,28537125° = 0,07479384 radian

Anomali Rata-Rata Matahari $M = \Big(357{,}52772° + 35999{,}05034T' - 0{,}0001603(T')^2 + \frac{(T')^3}{300000}\Big)$ mod 360 = 201,86308429° = 3,52317546 radian

Anomali Rata-Rata Bulan $M' = \Big(134{,}96298° + 477198{,}867398T' - 0{,}0086972(T')^2 + \frac{(T')^3}{56250}\Big)$ mod 360 = 173,21084299° = 3,02309951 radian

Argumen Lintang Bulan $F = \Big(93{,}27191° + 483202{,}017538T' - 0{,}0036825(T')^2 + \frac{(T')^3}{327270}\Big)$ mod 360 = 286,05737439°= 4,99264303 radian

Bujur *Ascending Node* Rata-Rata Matahari-Bulan $\Omega = \Big(125{,}04452° + 1934{,}136261T' - 0{,}0020708(T')^2 + \frac{(T')^3}{450000}\Big)$ mod 360 = 203,27993117° = 3,57563428 radian

Kemiringan sumbu rotasi bumi rata-rata ε_0

$=23°26'21{,}448'' - 4680{,}93''\left(\frac{T'}{100}\right) - 1{,}55''\left(\frac{T'}{100}\right)^2 + 1999{,}25''\left(\frac{T'}{100}\right)^3 - 51{,}38''\left(\frac{T'}{100}\right)^4 - 249{,}67''\left(\frac{T'}{100}\right)^5 -$

$39{,}05''\left(\frac{T'}{100}\right)^6 + 7{,}12''\left(\frac{T'}{100}\right)^7 + 27{,}87''\left(\frac{T'}{100}\right)^8 + 5{,}79''\left(\frac{T'}{100}\right)^9 +$

$2{,}45''\left(\frac{T'}{100}\right)^{10}$ = 23,43739690°

Koreksi Nutasi $\Delta\psi = \Big((-171996 - 174{,}2T')\sin\Omega - (13187 +$
$1{,}6T')\sin\ (2\Omega + 2\mathrm{F} - 2\mathrm{D}) - (2274 + 0{,}2T')\sin(2\Omega + 2\mathrm{F}) +$
$(2062 + 0{,}2T')\sin 2\Omega + (1426 - 3{,}4T')\sin M + (712 +$
$0{,}1T')\sin M' - (517 - 1{,}2T')\sin(M + 2F + 2\Omega - \mathrm{D}) -$
$(386 + 0{,}4T')\sin(2F + \Omega) + (217 - 0{,}5T')\sin(2F + 2\Omega - 2\mathrm{D} -$
$\mathrm{M}) + (129 + 0{,}1T')\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{D}) + (63 + 0{,}1T')\sin(\Omega +$
$\mathrm{M}') - (58 + 0{,}1T')\sin(\Omega - \mathrm{M}') + (17 - 0{,}1T')\sin 2M -$
$(16 - 0{,}1T') - 301\sin(M' + 2F + 2\Omega) - 158\sin(M' - D) +$
$123\sin(2F + 2\Omega - \mathrm{M}') + 63\sin 2D - 59\sin(2D + 2F + 2\Omega -$
$\mathrm{M}') - 51\sin(M' + F + \Omega) + 48\sin(2M' - 2D) + 46\sin(2F + \Omega -$
$2\mathrm{M}') - 38\sin(2D + 2F + 2\Omega) - 31\sin(2M' + 2F + 2\Omega) +$
$29\sin 2M' + 29\sin(M' + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + 26\sin 2F -$
$22\sin(2F - 2D) + 21\sin(2F - M' + \Omega) + 16\sin(2D - M' + \Omega) -$
$15\sin(M + \Omega) - 13\sin(M' + \Omega - 2\mathrm{D}) - 12\sin(\Omega - \mathrm{M}') +$
$11\sin(2M' - 2F) - 10\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{D}) - 8\sin(2D + M' + 2F +$
$2\Omega) + 7\sin(M + 2F + 2\Omega) - 7\sin(M + M' - 2D) - 7\sin(2F +$
$2\Omega - \mathrm{M}) - 7\sin(2D + 2F + \Omega) + 6\sin(2D + M') + 6\sin(2M' +$
$2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + 6\sin(M' + 2F + \Omega - 2\mathrm{D}) - 6\sin(2D - 2M' +$
$F) - 6\sin(2D + \Omega) + 5\sin(M' - M) - 5\sin(2F + \Omega - 2\mathrm{D} -$
$2\mathrm{M}') - 5\sin(\Omega - 2\mathrm{D}) - 5\sin(2M' + 2F + 2\Omega) + 4\sin(2M' + \Omega -$
$2\mathrm{D}) + 4\sin(2M + 2F + 2\Omega - 2\mathrm{D}) + 4\sin(M' - 2F) -$

$4\sin(M'-D)-4\sin D-4\sin(M-2D)+3\sin(M'+2F)-$

$3\sin(2F+2\Omega-2\mathrm{M}')-3\sin(M'-M-D)-3\sin(M'+2F+$

$2\Omega-\mathrm{M})-3\sin(M+M')-3\sin(2F+2\Omega-\mathrm{M}'-\mathrm{M})-$

$3\sin(3M'+2F+2\Omega)-3\sin(2\mathrm{D}+2\mathrm{F}+2\Omega-\mathrm{M}')\big)\times 10^{-5}=$

$8{,}29692466''=0{,}00230470°$

Koreksi Kemiringan Sumbu Bumi $\Delta\varepsilon=\big((92025+8{,}9T')\sin\Omega+$

$(5736-3{,}1T')\sin\ (2\Omega+2\mathrm{F}-2\mathrm{D})+(977-0{,}5T')\sin(2\Omega+$

$2\mathrm{F})-(895-0{,}5T')\sin 2\Omega+(54-0{,}1T')\sin M+(224-$

$0{,}6T')\sin(M+2F+2\Omega-2\mathrm{D})+(129-0{,}1T')\sin(M'+2F+$

$2\Omega)-(95-0{,}3T')\sin(2F+2\Omega-2\mathrm{D}-\mathrm{M})-7\sin M'+$

$200\sin(2F+\Omega)-70\sin(2F+\Omega-2\mathrm{D})-53\sin(2F+2\Omega-$

$\mathrm{M}')-33\sin(M'+\Omega)+26\sin(2D+2F+2\Omega-\mathrm{M}')+$

$32\sin(\Omega-\mathrm{M}')+27\sin(M'+2F+\Omega)-24\sin(2F+\Omega-2\mathrm{M}')+$

$16\sin(2D+2F+2\Omega)+13\sin(2M'+2F+2\Omega)-12\sin(M'+$

$2F+\Omega-2\mathrm{D})-10\sin(2F+\Omega-\mathrm{M}')-8\sin(2D-M'+\Omega)+$

$7\sin(2M+2F+2\Omega-2\mathrm{D})+9\sin(\mathrm{M}+\Omega)+7\sin(M'+\Omega-$

$2\mathrm{D})+6\sin(\Omega-\mathrm{M})+5\sin(2D+2F+\Omega-\mathrm{M}')+3\sin(2D+M'+$

$2F+2\Omega)-3\sin(M+2F+2\Omega)+3\sin(2F+2\Omega-\mathrm{M})+$

$3\sin(2F+\Omega)-3\sin(2M'+2F+2\Omega-2\mathrm{D})-3\sin(M'+2F+$

$\Omega-2\mathrm{D})+3\sin(2D+\Omega-2M')+3\sin(2D+\Omega)+3\sin(2F+$

$2\Omega-2\mathrm{D}-\mathrm{M})+3\sin(\Omega-2\mathrm{D})+3\sin(2M'+2F+\Omega)\big)\times 10^{-5}=$

$9{,}04292486''=-0{,}00242585°$

Kemiringan Sumbu Bumi Sebenarnya $\varepsilon=\ \varepsilon_0+\Delta\varepsilon=23{,}43497105°$

Greenwich Apparent Sidereal Time (θ_0') = θ_0 + $\frac{\Delta\psi \cos \varepsilon}{15}$ = pukul 7,25234844

Local Apparent Sidereal Time (θ') = $\left(\theta_0' + \frac{\lambda_{tempat}}{15}\right) \; mod \; 24$ = pukul 14,35618177

3) Perhitungan Koreksi Bujur dan Lintang Bulan serta Jarak Bumi-Bulan

Bujur rata-rata Bulan L'

$= \left((218{,}3164591° + 481267{,}88134236T' - 0{,}0013268(T')^2 + \frac{(T')^3}{538841} - \frac{(T')^4}{65194000}\right) \text{ mod } 360$ = 129,33735022° = 2,25736261 radian

Elongasi rata-rata Bulan D

$=\left(297{,}8502042° + 445267{,}1115168T' - 0{,}00163(T')^2 + \frac{(T')^3}{545658} - \frac{(T')^4}{113065000}\right) \text{ mod } 360$ = 4,28522683° = 0,07479132 radian

Anomali Rata-Rata Matahari M

$=\left(357{,}5291092° + 35999{,}0502909T' - 0{,}0001536(T')^2 + \frac{(T')^3}{24490000}\right) \text{ mod } 360$ = 201,86446649° = 3,523199558 radian

Anomali Rata-Rata Bulan M'

$=\left(134{,}9634114° + 477198{,}8676313T' - 0{,}008997(T')^2 + \frac{(T')^3}{69699} - \frac{(T')^4}{14712000}\right) \text{ mod } 360$ = 173,21131473° = 3,02310774 radian

Argumen lintang Bulan F

$=\left(93{,}2720993° + 483202{,}0175273T' - 0{,}0034029(T')^2 + \frac{(T')^3}{3526000} - \frac{(T')^4}{863310000}\right)$ mod 360 = 286,05756806° = 4,99264641 radian

Argumen A_1 = (119,75 + 131,849T) mod 360 = 138,95773930°

Argumen A_2 = (53,09 + 479264,29T) mod 360 = 32,22808237°

Argumen A_3 = (313,45 + 481266,484T) mod 360 = 224,26735468°

Eksentrisitas Orbit Bulan – Bumi E

$= 1 - 0{,}002516T - 0{,}0000074T^2$ = 0,99963538

Koreksi Bujur Bulan $\Delta L' = 6{,}288774 \sin M' + 1{,}274027 \sin(2D - M') + 0{,}658314 \sin 2D + 0{,}213618 \sin 2M' - 0{,}1815116E \sin M - 0{,}114332 \sin 2F + 0{,}058793 \sin(2D - 2M) + 0{,}057066E^{-1} \sin(2D - M - M') + 0{,}053322 \sin(2D + M') + 0{,}045758E^{-1} \sin(2D - M) - 0{,}040923E \sin(M - M') - 0{,}03472 \sin D - 0{,}030383E \sin(M + M') + 0{,}015327 \sin 2D - 0{,}015327 \sin(2D - 2F) - 0{,}012528 \sin(M' + 2F) + 0{,}01098 \sin(M' - 2F) + 0{,}010675 \sin(4D - M') + 0{,}010034 \sin(3M') + 0{,}008548 \sin(2D - 2M') - 0{,}007888E \sin(2D + M - M') - 0{,}006766E \sin(2D + M) - 0{,}005163 \sin(D - M') + 0{,}004987E \sin(D + M) + 0{,}004036E \sin(2D - M + M') + 0{,}003994 \sin(2D - 2M') + 0{,}003861 \sin 4D + 0{,}003665 \sin(2D - 3M') - 0{,}002689E \sin(M - 2M') - 0{,}002602 \sin(2D - M' - 2F) + 0{,}00239E^{-1} \sin(2D - M - 2M') - 0{,}002348 \sin(D + M') +$

$0{,}002236E^{-2}\, sin(2D - 2M) - 0{,}00212E\, sin(M + 2M') -$

$0{,}002069E^{2}\, sin\, 2M + 0{,}002048E^{-2}\, sin(2D - 2M - 2M') -$

$0{,}001773\, sin(2D + M' - 2F) - 0{,}001595\, sin(2D + 2F) +$

$0{,}001215E^{-1}\, sin(4D - M - M') - 0{,}00111\, sin(2M' + 2F) -$

$0{,}000892\, sin(3D - M') - 0{,}00081E\, sin(2D + M + M') -$

$0{,}000759E^{-1}\, sin(4D - M - 2M') - 0{,}000713E^{2}\, sin(2M - M') -$

$0{,}0007E^{2}\, sin(2D + 2M - M') + 0{,}000691E\, sin(2D + M - 2M') +$

$0{,}000596E^{-1}\, sin(2D - M - 2F) + 0{,}000549\, sin(4D - M') +$

$0{,}000537\, sin\, 4M' + 0{,}00052E^{-1}\, sin(4D - M) -$

$0{,}000487\, sin(D - M') - 0{,}000399E\, sin(2D + M - 2F) -$

$0{,}000381\, sin(2M' - 2F) + 0{,}000351E\, sin(D + M + M') -$

$0{,}00034\, sin(3D - 2M') + 0{,}00033\, sin(4D - 3M') +$

$0{,}000327E^{-1}\, sin(2D - M + 2M) - 0{,}000323E^{2}\, sin(2M + M') +$

$0{,}000299E\, sin(D + M - M') + 0{,}000294\, sin(2D + 3M') +$

$0{,}003958\, sin\, A_1 + 0{,}001962\, sin(L' - F) + 0{,}000318\, sin\, A_2 =$

2,97979585°

Lintang Ekliptik Bulan $\beta = 5{,}128122\, sin\, F + 0{,}280602\, sin(M' +$

$F) + 0{,}277693\, sin(M' - F) + 0{,}173237\, sin(2D - F) +$

$0{,}055413\, sin(2D - M' + F) + 0{,}046271\, sin(2D - M' - F) +$

$0{,}032573\, sin(D + F) + 0{,}017198\, sin(M' + F) +$

$0{,}009266\, sin(2D + M' - F) + 0{,}008822\, sin(2M' - F) +$

$0{,}008216E^{-1}\, sin(2D - M - F) + 0{,}004324\, sin(2D - 2M' - F) +$

$0{,}0042\, sin(2D + M' + F) - 0{,}00359E\, sin(2D + M - F) +$

$0{,}002463E^{-1}\, sin(2D - M - M + F) + 0{,}002211E^{-1}\, sin(2D -$

$M + F) + 0{,}002065E^{-1}\, sin(2D - M - M' - F) -$

$0{,}00187E\, sin(M - M' - F) + 0{,}001828\, sin(4D - M' - F) -$

$0{,}001794E\, sin(M + F) - 0{,}001749\, sin\, 3F - 0{,}001565E\, sin(M -$

$M' + F) - 0{,}001491\, sin(D + F) - 0{,}001475E\, sin(M + M' + F) -$

$0{,}00141E\, sin(M + M' - F) - 0{,}001344E\, sin(M - F) -$

$0{,}001335\, sin(D - F) + 0{,}001107\, sin(3M' + F) +$

$0{,}001021\, sin(4D - F) + 0{,}000833\, sin(4D - M' + F) +$

$0{,}000777\, sin(M' - 3F) + 0{,}000671\, sin(4D - 2M' + F) +$

$0{,}000607\, sin(2D - 3F) + 0{,}000596\, sin(2D + 2M' - F) +$

$0{,}000491E^{-1}\, sin(2D - M + M' - F) - 0{,}000451\, sin(2D - 2M' +$

$F) + 0{,}000439\, sin(3M' - F) + 0{,}000422\, sin(2D - 3M' - F) +$

$0{,}000421\, sin(2D - 3M' - F) - 0{,}000366E\, sin(2D + M - M' +$

$F) - 0{,}000351E\, sin(2D + M + F) + 0{,}000331\, sin(4D + F) +$

$0{,}000315E^{-1}\, sin(2D - M + M' + F) + 0{,}000302E^{-2}\, sin(2D -$

$2M - F) - 0{,}000283\, sin(M' + 3F) - 0{,}000229E\, sin(2D + M +$

$M' - F) + 0{,}000223E\, sin(D + M - F) + 0{,}000223E\, sin(D + M +$

$F) - 0{,}00022E\, sin(M - 2M' - F) - 0{,}00022\, sin(2D + M - M' -$

$F) - 0{,}000185\, sin(D + M' + F) + 0{,}000181E^{-1}\, sin(2D - M -$

$2M' - F) - 0{,}000177E\, sin(M + 2M' + F) + 0{,}000176\, sin(4D -$

$2M' - F) + 0{,}000166E^{-1}\, sin(4D - M - M' - F) -$

$0{,}000164\, sin(D + M' - F) + 0{,}000132\, sin(4D + M' - F) -$

$0{,}000119\, sin(D - M' - F) + 0{,}000115E^{-1}\, sin(4D - M - F) +$

$0{,}000107E^{-2}\, sin(2D - 2M + F) - 0{,}002235\, sin\, L' +$

$0{,}000382\, sin\, A_3 + 0{,}000175\, sin(A_3 - F) + 0{,}000175\, sin(A_1 +$

$F) + 0{,}000127\, sin(L' - M') - 0{,}000115\, sin(L' + M')$ = -4,75687078° = -4°45’24,73”

Koreksi Jarak Bumi – Bulan $\Delta r = -20905{,}355\, cos\, M' - 3699{,}111\, cos(2D - M') - 2955{,}968\, cos\, 2D - 569{,}925\, cos\, M' + 246{,}158\, cos(2D - 2M') - 204{,}586E^{-1}\, cos(2D - 2M) - 170{,}733\, cos(2D + M') - 152{,}138E^{-1}\, cos(2D - M - M') - 129{,}62E\, cos(M - M') + 108{,}743\, cos\, D + 104{,}755E\, cos(M + M') + 79{,}661\, cos(M' - 2F) + 48{,}888E\, cos\, M - 34{,}782\, cos(4D - M') + 30{,}824E\, cos(2D + M) + 24{,}208E\, cos(2D + M - M') - 23{,}21\, cos\, 3M' - 21{,}636\, cos(4D - 2M') - 16{,}675E\, cos(D + M) + 14{,}403\, cos(2D - 3M') - 12{,}831E^{-1}\, cos(2D - M + M') - 11{,}65\, cos\, 4D - 10{,}445\, cos(2D - 2M') + 10{,}321\, cos(2D - 2F) + 10{,}056E^{-1}(2D - M - 2M') - 9{,}884E^{-2}\, cos(2D - 2M) + 8{,}752\, cos(2D - 2M' - 2F) - 8{,}379\, cos(D - M') - 7{,}003E\, cos(M - 2M') + 6{,}322\, cos(D - M') + 5{,}751E\, cos(M - 2M') - 4{,}95E^{-2}\, cos(2D - 2M - M') - 4{,}421\, cos(2M' - 2F) + 4{,}13\, cos(2D + M' - 2F) - 3{,}958E^{-1}\, cos(4D - M - M') + 3{,}258\, cos(3D - M') - 3{,}149\, cos(2F) + 2{,}616E\, cos(2D + M + M') + 2{,}354E^{2}\, cos(2D + 2M - M') - 2{,}117E^{2}\, cos(2M - M') - 1{,}897E^{-1}\, cos(4D - M - 2M') - 1{,}739\, cos(D - 2M') - 1{,}571E^{-1}\, cos(4D - M) - 1{,}423\, cos(4D + M') + 1{,}165E^{2}\, cos(2M + M') - 1{,}117\, cos(4M') = 21397{,}462\ km$

Jarak Bumi-Bulan r = $385000{,}56 + \Delta r = 406398{,}022\ km$

Horizontal Parallaks Bulan $HP = \sin^{-1}\left(\frac{6378{,}137}{r}\right) = 0{,}89925471°$ = $0°53'57{,}32''$

Semi Diameter Bulan $SD = \frac{358473400}{3600\ d\prime} = 0{,}24502074°$ = $0°14'42{,}07''$

Bujur Bulan Tampak $\lambda =$ L' + ΔL' + Δψ $= 129{,}9123059°$

Asensiorekta Bulan

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\cos\lambda}{\sin\lambda\cos\varepsilon - \tan\beta\sin\varepsilon}\right) = 131{,}04143174°$

= pukul 8:44:09,94

Deklinasi Bulan $\delta = \sin^{-1}(\sin\beta\cos\varepsilon + \cos\beta\sin\varepsilon\sin\lambda)$

$= 13{,}15170497° = 13°09'06{,}14''$

Sudut Jam Bulan $t = 15\ \theta' - \alpha$ = 84,30129487°

Azimuth Bulan $A = \left(\tan^{-1}\left(\frac{\sin t}{\cos t\sin\varphi - \tan\delta\cos\varphi}\right) + 180°\right)\ mod\ 360$

= 283,77993328° = 13,77993328° (B - U)

Altitude Bulan Geosentrik $h = \sin^{-1}(\sin\delta\sin\varphi + \cos\delta\cos\varphi\cos t)$

= 3,90884933° = $3°54'31{,}86''$

Sudut *Parallaks* $\pi = HP\cos h$ = 0,70186836° = $0°42'06{,}73''$

Refraksi Bulan ref' pada tekanan 1010 milibar dan suhu 10°C

$= \frac{P}{T+273{,}15}\frac{0{,}1594+0{,}0196h+0{,}00002h^2}{1+0{,}505h+0{,}0845h^2}$ = 0,19738635° = $0°11'50{,}59''$

Altitude Bulan Toposentrik $h' = h - SD - ref - 1{,}73'\sqrt{H} + \pi$

= 4,156092297°=$4°09'21{,}93''$

4) Koreksi Bujur dan Lintang Tampak Matahari

Koreksi Bujur Ekliptik L_0

= 175347046 + 3341656 cos (4,6692568 + 6283,07585τ) + 34894 cos (4,6261 + 12566,1517τ) + 3497 cos (2,7441 + 5753,3849 τ) + 3418 cos (2,8289 + 3,5231 τ) + 3136 cos (3,6277 + 777713,772 τ) + 2676 cos (4,4181 + 7860,4194 τ) + 2343 cos (6,1352 + 3930,2097 τ) + 1324 cos (0,7425 + 11506,77 τ) + 1273 cos (2,0371 + 529,691 τ) + 1199 cos (1,1096 + 1577,3435 τ) + 990 cos (5,233 + 5884,927 τ) + 902 cos (2,045 + 26,298 τ) + 857 cos (3,508 + 398,149 τ) + 780 cos (1,179 + 5223,694 τ) + 753 cos (2,533 + 5507,553 τ) + 505 cos (4,583 + 18849,228 τ) + 492 cos (4,205 + 775,523 τ) + 357 cos (2,92 + 0,067 τ) + 317 cos (5,849 + 11790,629 τ) + 284 cos (1,899 + 796,298 τ) + 271 cos (0,315 + 10977,079 τ) + 243 cos (0,345 + 5486,778 τ) + 206 cos (4,806 + 2544,314 τ) + 205 cos (1,869 + 5573,143 τ) + 202 cos (2,458 + 6069,777 τ) + 156 cos (0,833 + 213,299 τ) + 132 cos (3,411 + 2942,463 τ) + 126 cos (1,083 + 20,775 τ) + 115 cos (0,645 + 0,98 τ) + 103 cos (0,636 + 4694,003 τ) + 102 cos (0,976 + 15720,839 τ) + 99 cos (6,21 + 2146,17 τ) + 98 cos (0,68 + 155,42 τ) + 86 cos (5,98 + 161000,69 τ) + 85 cos (3,67 + 71430,7 τ) + 80 cos (1,81 + 17260,15 τ) + 79 cos (3,04 + 12036,46 τ) + 75 cos (1,76 + 5088,63 τ) + 74 cos (3,5 + 3154,69 τ) + 74 cos (4,68 + 801,82 τ) + 70 cos (0,83 + 9437,76 τ) + 62 cos (3,98 + 8827,39 τ) + 61 cos (1,82 + 7084,9 τ) + 57 cos (2,78 + 6286,6 τ) + 56 cos (4,39 + 14143,5 τ) + 56 cos (3,47 + 6279,55 τ) + 52 cos (0,19 + 12139,55 τ) + 52 cos (1,33 + 1748,02 τ) + 51 cos (0,28 + 5856,48 τ) + 49 cos (0,49 + 1194,45 τ) + 41 cos (5,37 + 8429,24 τ) + 41 cos (2,4 + 19651,05 τ) + 39 cos (6,17 + 10447,39 τ) + 37 cos (6,04 + 10213,29 τ) + 37 cos (2,57 + 1059,38 τ) + 36 cos (1,71 + 2352,87 τ) + 22 cos (0,59 + 17789,85 τ) + 30 cos (0,44 + 83996,85

τ) + 30 cos (2,74 + 1349,87 τ) + 25 cos (3,16 + 3690,48 τ) =

174121913,432312

Koreksi Bujur Ekliptik L_1

= 628331966747 + 206059 cos (2,678235 + 6283,0759 τ) + 4303 cos (2,6351 + 12566,152 τ) + 425 cos (1,59 + 3,523 τ) + 119 cos (5,796 + 26,298 τ) + 109 cos (2,966 + 1577,344 τ) + 93 cos (2,59 + 18849,23 τ) + 72 cos (1,14 + 529,69) + 68 cos (1,87 + 398,15 τ) + 67 cos (4,41 + 5507,55 τ) + 59 cos (2,89 + 5223,69 τ) + 56 cos (2,17 + 155,42 τ) + 45 cos (0,4 + 796,3 τ) + 36 cos (0,47 + 775,52 τ) + 29 cos (2,65 + 7,11 τ) + 21 cos (5,34 + 0,98 τ) + 19 cos (1,85 + 5486,79 τ) + 19 cos (4,97 + 213,3 τ) + 16 cos (0,03 + 2544,31 τ) + 16 cos (1,43 + 2146,17 τ) + 15 cos (1,21 + 10977,08 τ) + 12 cos (2,83 + 1748,02 τ) + 12 cos (3,26 + 5088,63 τ) + 12 cos (5,27 + 1194,45 τ) + 12 cos (2,08 + 4694 τ) + 11 cos (0,77 + 553,57 τ) + 10 cos (1,3 + 6286,6 τ) + 10 cos (4,24 + 1349,87 τ) + 9 cos (2,7 + 242,73 τ) + 9 cos (5,64 + 951,72 τ) + 8 cos (5,3 + 2352,87 τ) + 6 cos (2,65 + 9437,76 τ) + 6 cos (4,67 + 3690,48 τ) = 628332168727,7860000

Koreksi Bujur Ekliptik L_2

= 52919 + 8720 cos (1,0721 + 6283,0758 τ) + 309 cos (0,867 + 12566,152 τ) + 27 cos (0,05 + 3,52 τ) + 16 cos (5,19 + 26,3 τ) + 16 cos (3,68 + 155,42 τ) + 10 cos (0,76 + 18849,23 τ) + 9 cos (2,06 + 77713,77 τ) + 7 cos (0,83 + 775,52 τ) + 5 cos (4,66 + 1577,34 τ) + 4 cos (1,03 + 7,11 τ) + 4 cos (3,44 + 5573,14 τ) + 3 cos (5,14 + 796,3 τ) + 3 cos (6,05 + 5507,55 τ) + 3 cos (1,19 + 242,73 τ) + 3 cos (6,12 +

529,69 τ) + 3 cos (0,31 + 398,15 τ) + 3 cos (2,28 + 553,57 τ) + 2 cos (4,38 +5223,69 τ) + 2 cos (3,75 + 0,98 τ) = 52285,371763

Koreksi Bujur Ekliptik L_3

= 289 cos (5,844 + 6283,076 τ) + 35 + 17 cos (5,49 + 12566,15 τ) + 3 cos (5,2 + 155,42 τ) + cos (4,72 + 3,52 τ) + cos (5,3 + 18849,23 τ) + cos (5,97 + 242,73 τ)

=-237,756628

Koreksi Bujur Ekliptik L_4

= 114 cos 3,142 + 8 cos (4,13 + 6283,08 τ) + cos (3,84 + 12566,15 τ)

= -112,77222

Koreksi Bujur Ekliptik L_5 = cos 3,14 = -0,999999

Bujur Rata-Rata Matahari $\Theta = (L_0 + L_1\tau + L_2\tau^2 + L_3\tau^3 + L_4\tau^4 + L_5\tau^5 + 180° - 0{,}09033'') \; mod \; 360$ = 124,35203715°

Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_0

= 100013989 + 1670700 cos (3,0984635 + 6283,07585 τ) +13956 cos (3,05525 + 12566,1517 τ) + 3084 cos (5,1985 +77713,7715 τ) + 1628 cos (1,1739 + 5753,3849 τ) + 1576 cos (2,8469 + 7860,4194 τ) + 925 cos (5,453 +11506,77 τ) + 542 cos (4,564 +3930,21 τ) + 472 cos (3,661 + 5884,927 τ) + 346 cos (0,964 + 5570,553 τ) + 329 cos (5,9 + 5223,694 τ) + 307 cos (0,299 + 5573,143 τ) + 243 cos (4,273 + 11790,629 τ) + 212 cos (5,847 + 1577,344 τ) + 186 cos (5,022 + 5486,778 τ) + 175 cos (3,012 + 18849,228 τ) + 110 cos (5,044 + 5486,778 τ) + 98 cos (0,89 + 6069,78 τ) + 86 cos (5,69 + 15720,84 τ) + 65 cos (0,27 + 17260,15 τ) + 63 cos (0,92 + 529,69 τ) + 57 cos (2,01

+ 83996,85 τ) + 56 cos (5,24 + 71430,7 τ) + 49 cos (3,25 + 2544,31 τ) + 47 cos (2,58 + 775,52 τ) + 45 cos (5,54 + 9437,76 τ) + 43 cos (6,01 + 6275,96 τ) + 39 cos (5,36 + 4694 τ) + 38 cos (2,39 + 8827,39 τ) + 37 cos (4,9 + 12139,55 τ) + 36 cos (1,67 + 12036,46 τ) + 35 cos (1,84 +2942,46 τ) + 33 cos (0,24 + 7084,9 τ) + 32 cos (0,18 + 5088,63 τ) + 32 cos (1,78 + 398,15 τ) + 28 cos (1,21 + 6286,6 τ) + 28 cos (1,9 + 6279,55 τ) + 26 cos (4,59 + 10447,39 τ) = 101555073,816487

Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_1

= 103019 cos (1,10749 + 6283,07585 τ) + 1721 cos (1,0644 + 12566,1517 τ) + 702 cos 3,142 + 32 cos (1,02 + 18849,23 τ) + 31 cos (2,84 + 5597,55 τ) + 25 cos (1,32 + 5223,69 τ) + 18 cos (1,42 + 1577,34 τ) + 10 cos (5,91 + 10977,08 τ) + 9 cos (1,42 + 6275,96 τ) + 9 cos (0,27 + 5486,78) = -5148,206156

Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_2

= 4359 cos (5,7846 + 6283,0758 τ) + 124 cos (5,579 + 12566,152 τ) + 12 cos 3,14 + 9 cos (3,63 + 777713,77 τ) + 6 cos (1,87 + 5573,14 τ) + 3 cos (5,47 + 18849,23 τ) = -4237,556441

Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_3

= 145 cos (4,273 + 6283,076 τ) + 7 cos (3,92 + 12566,15 τ) = 2,416535

Koreksi Jarak Bumi-Matahari R_4 = 4 cos (2,56 + 6283,08 τ) = 3,951439

Jarak Bumi-Matahari $R = \frac{(R_0+R_1\tau+R_2\tau^2+R_3\tau^3+R_4\tau^4)}{100000000}$ = 1,01554998 satuan astronomi = 151924245,79 km

Koreksi Aberasi $c = -\frac{20,4898}{3600\,R}$ = –0,00560446°

Bujur Matahari Tampak $\lambda = \Theta + c$ = 124,34873739°

Koreksi Lintang Tampak Matahari B_0

= 280 cos (3,199 + 84334,662 τ) + 102 cos (5,422 + 5507,553 τ) + 80 cos (3,88 + 5223,69 τ) + 44 cos (3,7 + 2352,87 τ) + 32 cos (4 + 1577,34 τ) = 223,531222

Koreksi Lintang Tampak Matahari B_1

= 9 cos (3,9 + 5507,55 τ) + 6 cos (1,73 + 5223,69 τ) = -4,545508

Lintang Matahari Tampak sebelum koreksi $\beta_0 = -\frac{B_0 + B_1\tau}{100000000}$

= –0,00000223 radian = –0,46″

$\lambda_0 = \Theta_0 - 1{,}397\tau - 0{,}00031\tau^2$ = 124,35206224°

Koreksi lintang Matahari tampak $\Delta\beta = 0{,}03916\,(\cos\lambda_0 - \sin\lambda_0)$

= –0,05″

Lintang Matahari Tampak sebelum koreksi $\beta = \beta_0 + \Delta\beta$

= –0,51″

Asensiorekta Matahari $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\cos\lambda}{\sin\lambda\cos\varepsilon - \tan\beta\sin\varepsilon}\right)$

$= 96{,}23508505°$

= pukul 8:26:43,26

Deklinasi Matahari $\delta = \sin^{-1}(\sin\beta\cos\varepsilon + \cos\beta\sin\varepsilon\sin\lambda)$

$= 19{,}16882946° = 19°10'07{,}79''$

Elongasi Matahari-Bulan

$\epsilon = \cos^{-1}(\sin\delta\sin\delta + \cos\delta\cos\delta\cos(\alpha - \alpha))$

= 7,33018629° = 7°19′48,67″

Sudut *Parallaks* Matahari $\pi = \tan^{-1}\left(\frac{6378,137}{R}\right) =$ 0,00240541° = 8,66’’

Semi Diameter Matahari SD☉ $= \frac{959,63}{R}$ = 0,26222089° = 0°15′44,94″

Posisi Bulan (PH) = A□ – A☉ = −5°34′44,47″

Sudut Fase Bulan $i = \frac{R \sin \epsilon}{r - R \cos \epsilon}$ = 172,65020685° = 172°39′00,74″

Fraksi Iluminasi Bulan saat maghrib $K = \frac{1+\cos i}{2} \times 100\%$ = 0,41081790 %

Lebar Hilal = SD’ (1 – cos ϵ) = 7,208877903″

5) **Kesimpulan:**

Berikut ini adalah data ephemeris matahari dan bulan ketika terbenam Matahari pada ijtimak awal Syawal 1435 Hijriah:

Markaz: Pelabuhan Ratu

Lintang : 7°1′4″ Selatan Bujur : 106°33′27″ Timur

Tinggi Tempat : 52,846 meter Zona waktu : +7

Ijtima : 27 Juli 2014 5:41:49,05 WIB

Matahari Terbenam : 17:54:56,97

Umur Hilal : 12:13:07,92

Altitude Matahari : – 1°02′43,18″

Azimuth Matahari : 289°11’32,03″ = 19°11’32,03″ (B – U)

Semi Diameter Matahari : 0°15′44,92″

Sudut *Parallaks* Matahari: 8,66″

Asensiorekta Matahari : pukul 8:26:43,26

Deklinasi Matahari : 19°10′07,79″

Altitude Bulan	: 4°09′21,93″
Azimuth Bulan	: 283°46′47,56″ = 13°46′47,56″ (B – U)
	5°34′44,47″ Selatan Matahari
Semi Diameter Bulan	: 0°14′42,07″
Sudut *Parallaks* Bulan	: 0°53′57,32″
Asensiorekta Bulan	: pukul 8:44:09,94
Deklinasi Bulan	: 13°09′06,14″
Elongasi Matahari – Bulan	: 7°19′48,47″
Fraksi Iluminasi Bulan	: 0,41081790 %
Lebar Bulan	: 7,208877903″