

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Kajian Pustaka

Di dalam penelitian ini, peneliti telah melakukan pengkajian terhadap sumber penelitian yang sudah ada dan memiliki relevansi dengan judul penelitian yang peneliti angkat. Diantaranya :

1. Penelitian yang berjudul “*Profesionalitas Guru PAI SD di Kecamatan Limpung Kabupaten Batang*” yang disusun oleh Chunaenah lulus tahun 2009. Dalam penelitian tersebut dijelaskan bahwa tingkat profesionalitas guru PAI SD di Kecamatan Limpung Kabupaten Batang cukup baik. Penilaian tersebut berdasarkan pada ciri-ciri guru professional, yaitu meliputi kualifikasi akademik, persiapan pembelajaran, penguasaan materi, memahami dan menguasai tujuan dan target pembelajaran PAI di SD, melaksanakan pembelajaran yang diampu secara kreatif, dan mengevaluasi hasil pembelajaran.¹¹

Penelitian di atas digunakan sebagai rujukan dan kajian dalam penelitian ini. Skripsi ini merinci tentang kategori guru profesional yang diambil dari sejumlah referensi, dimana diantara ciri-cirinya adalah kualifikasi akademik dan penguasaan materi secara mendalam. Skripsi ini mendukung sejumlah teori dalam penelitian ini, yakni ciri penguasaan materi pada guru yang dalam penelitian ini hanya secara implisit menyebutkan tentang pentingnya penguasaan materi pada seorang guru dimana kemampuan matematis harus dibarengi dengan penguasaan materi. dan peran Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan yang terkait dengan kualifikasi akademik guru sebagai pendidikan pra jabatan yang harus ditempatkan yang merupakan jaminan mutu awal dari seorang guru.

¹¹ Chunaenah, “Profesionalitas Guru PAI SD di Kecamatan Limpung Kabupaten Batang”, *Skripsi*, (Semarang: Program S1 IAIN Walisongo, 2009), hlm. 63.

2. “Efektivitas Teknik Penilaian Unjuk Kerja Terhadap Kemampuan Matematis Materi Pokok Garis Dan Sudut di SMP Putri Nawa Kartika Kudus Tahun Ajaran 2009/20010” yang disusun oleh Naila Fikrina Afrih Lia (063511011) lulus tahun 2010, menyimpulkan bahwa rata-rata kemampuan matematis peserta didik pada materi pokok garis dan sudut dengan menggunakan teknik penilaian unjuk kerja dibandingkan dengan teknik penilaian konvensional terdapat perbedaan secara signifikan.¹²

Pada judul skripsi ini terkait dengan kemampuan matematis, dimana dari sejumlah teori yang dijadikan rujukan, disebutkan bahwa kemampuan matematis merupakan representasi dari penguasaan materi.

3. Pada penelitian yang lain berjudul “Deskripsi Pemahaman Calon Guru Fisika Terhadap Konsep-Konsep Fisika pada materi Pokok Gerak Lurus di IAIN Walisongo” oleh Wahdatul Munawaroh (073611018) yang lulus tahun 2011, menyimpulkan bahwa tingkat pemahaman calon guru fisika terhadap konsep-konsep fisika pada materi pokok gerak lurus termasuk dalam kategori tinggi dengan persentase 77,33%.¹³

Pada penelitian ini yang ditunjukkan dari sejumlah referensi yang digunakan menjelaskan mengenai arti penting penguasaan konsep-konsep materi mata pelajaran oleh calon guru. Dalam penelitian ini, pemahaman konsep yang dimaksudkan adalah konsep-konsep matematika menjadi faktor pendukung dari kemampuan matematis yakni sebagai bentuk aplikasi dari pemahaman terhadap berbagai konsep matematika meskipun tidak dijelaskan secara lugas. Dalam penelitian ini, secara implisit menyebutkan bahwa kemampuan matematis harus dibarengi dengan penguasaan konsep yang mantab.

¹² Naila Fikrina Afrih Lia, *Efektivitas Teknik Penilaian Unjuk Kerja Terhadap Kemampuan Matematis Materi Pokok Garis Dan Sudut di SMP Putri Nawa Kartika Kudus Tahun Ajaran 2009/20010, Skripsi*, (Semarang: Program S1 IAIN Walisongo, 2009), hlm. 67.

¹³ Wahdatul Munawaroh, “Deskripsi Pemahaman Calon Guru Fisika Terhadap Konsep-Konsep Fisika pada materi Pokok Gerak Lurus di IAIN Walisongo”, *Skripsi*, (Semarang: Program S1 IAIN Walisongo, 2009), hlm. 58.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa dari ketiga skripsi di atas saling berkaitan bahkan saling mendukung. Namun demikian, terdapat sejumlah perbedaan dari ketiganya dengan penelitian ini. Hal-hal yang membedakan dengan penelitian terdahulu antara lain jenis, tempat, dan objek penelitian, serta aspek yang diteliti (fokus penelitian).

B. Kerangka Teoritik

1. Kemampuan Matematis

a. Matematika

Hingga saat ini belum ada definisi tunggal tentang matematika. Berbagai pendapat tentang definisi matematika bermunculan, dipandang dari pengetahuan dan pengalaman masing-masing pakar yang berbeda-beda. Berikut ini disajikan beberapa definisi atau pengertian dari matematika.

- 1) Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis.
- 2) Matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi.
- 3) Matematika adalah pengetahuan tentang penalaran logis dan berhubungan dengan bilangan.
- 4) Matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk.
- 5) Matematika adalah pengetahuan tentang struktur-struktur yang logis.
- 6) Matematika adalah pengetahuan tentang aturan-aturan yang ketat.¹⁴

Istilah *mathematics* (Inggris) berasal dari bahasa Yunani *mathematike*, yang memiliki akar kata “*mathema*” yang berarti pengetahuan atau ilmu (*knowledge, science*). Kata *mathematike* berhubungan dengan kata lainnya yang serupa, yaitu *mathanein* yang mengandung arti belajar (berfikir).¹⁵ Secara garis besar dapat disimpulkan bahwa matematika adalah sebagai suatu bidang ilmu yang merupakan alat pikir, berkomunikasi, alat untuk memecahkan berbagai

¹⁴R. Soejadi. *Kiat Pendidikan Matematika (Konstataasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan)*, (Semarang: direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, 1999/2000), hlm.11.

¹⁵ Erman Suherman, dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia, 2003), hlm.15-16.

persoalan praktis yang unsur-unsurnya logika dan intuisi, analisis dan konstruksi, generalitas dan individualitas, dan mempunyai cabang-cabang antara lain: aritmatika, aljabar geometri dan analisis.

Meskipun terdapat banyak definisi tentang matematika, namun yang jelas hakikat matematika dapat diketahui karena obyek penelaahan matematika telah diketahui. Hal ini terlihat dari ciri-ciri khusus atau kakarakteristik matematika yang antara lain:

- 1) Memiliki objek kajian abstrak
- 2) Bertumpu pada kesepakatan
- 3) Berpola pikir deduktif
- 4) Memperhatikan semesta pembicaraan
- 5) Konsisten dalam sistemnya.¹⁶

Matematika merupakan cermin peradaban manusia, karena pengalaman manusia yang empiris tersebut muncul secara terus menerus melalui penelitian dan intuisi sehingga membentuk suatu peradaban.¹⁷ Pengalaman empiris yang terus menerus muncul tersebut kemudian diproses dalam dunia rasio secara analisis dan sintesis dengan penalaran dalam struktur kognitif sehingga sampai pada satu kesimpulan yang berupa konsep-konsep matematika.¹⁸ Sehingga dapat dilihat bahwa matematika merupakan ilmu pengetahuan yang diperoleh melalui penalaran.

“Obyek penelaahan matematika tidak sekedar kuantitas, tetapi lebih dititikberatkan kepada hubungan pola, bentuk, dan struktur, karena kenyataannya kuantitas tidak banyak artinya dalam matematika.”¹⁹ Sehingga dapat dimaknai bahwa hakikat belajar matematika merupakan

¹⁶ R. Soejadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia (Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan)*, hlm.13.

¹⁷ Abdul Halim Fathani, *Matematika, Hakikat dan Logika*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz Media Group, 2009), hlm.25.

¹⁸ Erman Suherman, dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, hlm. 16.

¹⁹ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: Jurusan Matematika F. MIPA Universitas Negeri Malang, t.th.) hlm. 41.

suatu aktivitas untuk memahami arti dan hubungan-hubungan serta simbol-simbol, kemudian diterapkannya pada situasi nyata.

Menurut Gagne sebagaimana yang telah dikutip oleh Hamzah B. Uno dari buku “*Learning Mathematics A Cognitive Perspective*” karya Pearla Nesher, terdapat 8 tipe belajar yang dilakukan secara prosedural dan hierarki dalam belajar matematika, yaitu:

- 1) Belajar sinyal (*signal learning*)
- 2) Belajar stimulus respons (*stimulus-response learning*)
- 3) Belajar merangkai tingkah laku (*behavior chaining learning*)
- 4) Belajar asosiasi verbal (*verbal chaining learning*)
- 5) Belajar diskriminasi (*discrimination learning*)
- 6) Belajar konsep (*concept learning*)
- 7) Belajar aturan (*rule learning*)
- 8) Belajar memecahkan masalah (*prolem solving learning*).²⁰

Berdasarkan hal tersebut dapat dipahami bahwa dalam belajar matematika harus melewati tahapan-tahapan yang dimulai dengan tahap yang paling rendah mengenal simbol-simbol dalam matematika hingga pada tahap akhir mampu menerapkan berbagai konsep dan aturan matematika dalam belajar memecahkan masalah.

Terdapat dua tujuan pembelajaran matematika di semua jenjang pendidikan yaitu, tujuan formal dan tujuan material. Tujuan tersebut dirinci sebagai berikut:

- 1) Tujuan formal
Tujuan ini menitikberatkan pada menata penalaran dan membentuk kepribadian.
- 2) Tujuan material
Tujuan material lebih menekankan pada kemampuan menerapkan matematika dan keterampilan matematika.²¹

Kedua tujuan ini diharapkan menjadi tolok ukur bagi guru untuk terus meningkatkan berbagai kemampuan, terutama kemampuan menerapkan matematika dan keterampilan matematika untuk bisa mengantarkan

²⁰ Hamzah B. Uno dan Masri Kuadrat, *Mengelola Kecerdasan Dalam Pembelajaran*, hlm.110.

²¹ R.Soejadi, *Kiat Pendidikan di Indonesia*, hlm. 45.

peserta didik pada pembelajaran yang bermakna.

b. Kemampuan Matematis

Berdasarkan Kamus Besar Bahasa Indonesia kemampuan berarti kesanggupan, kecakapan, kekuatan.²² Sebagaimana telah dijelaskan sebelumnya bahwa matematika merupakan suatu bidang ilmu dengan segala kekhasannya, sehingga kemampuan matematis dapat diartikan kesanggupan atau kecakapan dalam bidang ilmu matematika.

“Pada kemampuan matematika seseorang menganalisa dan menjabarkan alasan logis serta kemampuan mengkonstruksi solusi dari berbagai persoalan yang timbul.”²³ Sehingga dapat dikatakan bahwa pada intinya kemampuan matematis merupakan kemampuan mengenal dan memecahkan masalah.

Untuk mengembangkan kemampuan matematis, berikut beberapa hal yang perlu diketahui, antara lain:

- 1) Seseorang harus mengetahui apa yang menjadi tujuan dan fungsi keberadaannya terhadap lingkungannya.
- 2) Mengenal konsep yang bersifat kuantitas, waktu dan hubungan sebab akibat.
- 3) Menggunakan simbol abstrak untuk menunjukkan secara nyata, baik objek abstrak maupun konkret.
- 4) Menunjukkan keterampilan pemecahan masalah secara logis.
- 5) Memahami pola dan hubungan.
- 6) Mengajukan dan menguji hipotesis.
- 7) Menggunakan bermacam-macam keterampilan matematis.
- 8) Menyukai operasi yang kompleks.
- 9) Berpikir secara matematis.
- 10) Menggunakan teknologi untuk memecahkan masalah matematis.²⁴

Berdasarkan tujuan pembelajaran matematika di Indonesia tersirat bahwa kemahiran matematis yang perlu dikuasai peserta didik adalah

²² Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, (Jakarta : Balai Pustaka, 2005), hlm. 707.

²³ Hariwijaya, *Meningkatkan Kecerdasan Matematika*, (Yogyakarta: Tugu Publisher, 2009), hlm. 16-17.

²⁴ Hamzah B. Uno dan Masri Kuadrat. *Mengelola Kecerdasan Dalam Pembelajaran*, hlm. 102.

yang berkaitan dengan penalaran, komunikasi, pemecahan masalah dan keterkaitan antar pokok bahasan.²⁵ Dalam penelitian ini, kemampuan matematis yang diteliti adalah sebagai berikut:

1) Kemampuan Pemecahan Masalah

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, “masalah adalah sesuatu yang harus diselesaikan (dipecahkan); soal, persoalan.”²⁶ Suatu akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin yang sudah diketahui pelaku, sehingga untuk menyelesaikannya dibutuhkan waktu yang relatif lebih lama dibandingkan pemecahan soal rutin biasa.

“Kemampuan pemecahan masalah (*problem solving*) dalam matematika merupakan cara menyelesaikan soal-soal matematika yang menggabungkan konsep-konsep matematika dan didukung oleh penalaran yang logis.”²⁷ Dalam penyelesaian soal matematika dibutuhkan pengembangan ide-ide. Namun hal yang perlu diperhatikan dalam mengembangkan ide tersebut adalah harus sesuai dengan kaidah matematika.

Semakin banyak seseorang dapat menyelesaikan setiap permasalahan matematika, maka akan semakin variatif dan kaya dalam menyelesaikan soal-soal matematika baik yang berbentuk rutin maupun non rutin. Jadi, kemampuan pemecahan masalah harus selalu diasah agar proses berpikir seseorang terus berkembang.

Menurut Polya (1957) dalam bukunya Erman Suherman dijelaskan bahwa solusi soal pemecahan masalah memuat empat langkah fase penyelesaian, yaitu memahami masalah, merencanakan

²⁵ Tim Penyusun Standar Kompetensi Dep. Pendidikan, *Kurikulum 2004 Standar Kompetensi Madrasah Aliyah (diadaptasi dari Dep. Pendidikan)*, (Jakarta: Departemen RI Dir. Jen, Kelembagaan Agama Islam, 2005), hlm. 269.

²⁶ Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, (Jakarta: Balai Pustaka, 2005), hlm. 719.

²⁷ Farikhin, *Mari Berfikir Matematis*, (Jakarta : Graha Ilmu, 2009), hlm. 3.

penyelesaian, penyelesaian masalah, dan melakukan pengecekan. Lebih lanjut keempat fase tersebut dijelaskan sebagai berikut:²⁸

a) Memahami masalah

Memahami masalah, tanpa adanya pemahaman masalah, seseorang tidak akan mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan benar,

b) Merencanakan penyelesaian

Dimana pada fase ini sangat bergantung pada pengalaman seseorang dalam menyelesaikan masalah. Semakin bervariasi pengalaman seseorang, ada kecenderungan orang tersebut lebih kreatif dalam menyusun rencana penyelesaian.

c) Penyelesaian masalah

Penyelesaian masalah dilakukan sesuai dengan rencana yang dianggap paling tepat.

d) Melakukan pengecekan

Melakukan pengecekan atas apa yang telah dilakukan mulai dari fase pertama hingga fase ke tiga. Dengan begitu, kesalahan yang tidak perlu dapat diperbaiki sehingga seseorang tersebut dapat sampai pada jawaban yang benar sesuai dengan masalah yang diberikan.

Pada saat memecahkan masalah-masalah terkait dengan matematika dapat digunakan beberapa strategi untuk memperjelas masalah dan lebih mudah dalam menentukan langkah penyelesaian. Menurut Polya dan Pasmep sebagaimana yang dikutip oleh Fajar Shadiq terdapat beberapa strategi yang sering digunakan dalam pemecahan masalah, antara lain:

- a) Mencoba-coba
- b) Membuat diagram
- c) Mencobakan pada soal yang lebih sederhana
- d) Membuat tabel
- e) Menemukan pola

²⁸ Erman Suherman, dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, hlm. 91.

- f) Memecah tujuan
- g) Memperhitungkan setiap kemungkinan
- h) Berpikir logis
- i) Bergerak dari belakang
- j) Mengabaikan hal yang tidak mungkin.²⁹

Sejumlah strategi tersebut dapat digunakan untuk memudahkan seseorang dalam menganalisa permasalahan matematika dan menyusun langkah penyelesaian hingga memperoleh hasil pemecahan yang tepat.

Berikut ini beberapa indikator dari kemampuan pemecahan masalah menurut Mumun Sya'ban sebagaimana dikutip oleh Naila Fikrina, yakni:

- a) Mengidentifikasi unsur-unsur yang diketahui
- b) Merumuskan masalah dan mencari strategi
- c) Menjelaskan dan menginterpretasi hasil sesuai dengan masalah
- d) Menyusun model matematika.³⁰

2) Kemampuan Penalaran

Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia penalaran berarti “aktivitas yang memungkinkan seseorang berpikir logis, jangkauan pikir, kekuatan pikir.”³¹ Penalaran merupakan kegiatan yang memiliki ciri-ciri berfikir yang logis yang diartikan sebagai berpikir menurut suatu pola tertentu atau menurut logika tertentu dan analisis.”³² Sehingga penalaran dapat dikatakan proses berpikir dalam menarik kesimpulan yang berupa pengetahuan yang benar. Dalam penalaran terjadi proses mental dalam mengembangkan

²⁹Fajar Shadiq, “Pemecahan Masalah, Penalaran, dan Komunikasi”, disampaikan pada Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SMA Jenjang Dasar , tanggal 6-19 Agustus 2004 di PPPG Matematika, (Yogyakarta: Widyaiswara, 2004), hlm. 15-16, dalam <http://4tkmatematika.org/downloadssmapemecahanmasalah.pdf.1812044>, diakses tanggal 18 Januari 2012.

³⁰ Naila Fikrina Afrih Lia, “Efektivitas Teknik Penilaian Unjuk Kerja Terhadap Kemampuan Matematis Materi Pokok Garis Dan Sudut di SMP Putri Nawa Kartika Kudus Tahun Ajaran 2009/2010”, Skripsi (Semarang: Program S1 IAIN Walisongo, 2010), hlm. 39.

³¹Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, , hlm. 772.

³² Heri Purnama, *Ilmu Alamiyah Dasar*, (Jakarta: PT. Asdi Mahasaya), 2008, hlm.15.

pikiran dari beberapa fakta atau prinsip yang telah dibuktikan kebenarannya.

Penalaran merupakan salah satu kompetensi dasar matematika disamping pemahaman, komunikasi, koneksi, dan pemecahan masalah. Pada kemampuan penalaran matematika sangat terkait dengan materi matematika itu sendiri, karena pola pikir yang dikembangkan matematika memang membutuhkan dan melibatkan pemikiran kritis, sistematis, logis dan kreatif.

Penalaran dapat dibagi menjadi dua yaitu, penalaran deduktif dan penalaran induktif.³³ Hal ini dijelaskan sebagai berikut:

a) Penalaran deduktif

Menurut Kuhn dan Franklin dalam terjemahan buku *Educational Psychology* karya John W. Santrock,

Ketika anda belajar mengenai suatu aturan umum, kemudian memahami bagaimana aturan tersebut berlaku dalam beberapa situasi, tetapi tidak pada situasi lainnya, maka anda sedang melakukan penalaran deduktif.³⁴

Dari sini dapat ditarik kesimpulan bahwa Penalaran deduktif merupakan proses berfikir untuk menarik kesimpulan tentang hal khusus yang berpijak pada hal umum atau hal yang sebelumnya telah dibuktikan (diasumsikan) kebenarannya. Pada proses penalaran deduktif konklusinya diturunkan secara mutlak menurut premis-premisnya.

b) Penalaran Induktif

Penalaran induktif menurut Kuhn dan Markman dan Gentner sebagaimana dikutip oleh John W. Santrock, merupakan “penarikan kesimpulan (pembentukan konsep) mengenai keseluruhan suatu kategori berdasarkan pengamatan hanya pada

³³ Yulia Romadiastri, “Kemampuan Penalaran Dan Komunikasi Siswa Kelas VII Melalui Pendekatan Matematika Realistik”, *Laporan Penelitian individu*, (Semarang : Fakultas Tarbiyah IAIN Walisongo, 2009), hlm. 8.

³⁴ John W. Santrock, *Educational Psychology*, terj. Diana Angelica, (Jakarta: Salemba Humanika, 2009), hlm. 10.

beberapa bagiannya”.³⁵ Sehingga dapat disimpulkan bahwa penalaran Induktif adalah suatu proses berfikir berupa penarikan kesimpulan yang bersifat umum atas dasar pengetahuan tentang hal-hal khusus (fakta).

Penalaran induktif diperoleh dari fakta-fakta yang kemudian ditarik sebuah kesimpulan. Menurut John W. Santrock,

Aspek penting dari penalaran induktif adalah observasi yang berulang-ulang. Melalui observasi yang berulang-ulang informasi mengenai pengalaman-pengalaman yang serupa terakumulasi hingga titik dimana pola repetitif dapat dideteksi dan kesimpulan yang lebih akurat dapat diambil.

Sehingga dapat dipahami bahwa pada penalaran induktif menjadi sangat penting, karena dalam perkembangan ilmu pengetahuan dibutuhkan adanya penarikan kesimpulan ataupun pembuatan pernyataan baru yang bersifat umum. Namun demikian, di dalam matematika, kesimpulan yang didapat dari proses penalaran induktif masih disebut dugaan (*conjecture*). Dugaan tersebut selanjutnya akan dikukuhkan sebagai teorema jika dugaan tersebut sudah dapat dibuktikan kebenarannya secara deduktif.

“Pada penalaran deduktif yang valid atau shahih, kesimpulan yang didapat dinyatakan tidak akan pernah salah jika premis-premisnya bernilai benar (*truth preserving*).”³⁶ Dari sini dapat dilihat bahwa setiap penalaran memiliki kelebihan dan kekurangannya masing-masing dan bahkan keduanya saling menguatkan.

Menurut Herdian, kemampuan penalaran meliputi beberapa hal, yang antara lain:

- a) Penalaran umum yang berhubungan dengan kemampuan untuk menemukan penyelesaian atau pemecahan masalah

³⁵ John W. Santrock, *Educational Psychology*, hlm. 9.

³⁶Fajar Shadiq, ” Pemecahan Masalah, Penalaran, dan Komunikasi”, hlm.10.

- b) Kemampuan yang berhubungan dengan penarikan kesimpulan, seperti pada silogisme, dan yang berhubungan dengan kemampuan menilai implikasi dari suatu argumentasi
- c) Kemampuan untuk melihat hubungan-hubungan, tidak hanya hubungan antara benda-benda tetapi juga hubungan antara ide-ide, dan kemudian mempergunakan hubungan itu untuk memperoleh benda-benda atau ide-ide lain.³⁷

Pengkategorian tersebut mengindikasikan bahwa kegiatan menalar merupakan kegiatan yang kompleks dan mencerminkan karakteristik matematika. Melalui kemampuan penalaran ini berbagai konsep dan aturan dalam matematika ditemukan dan mampu dibuktikan secara ilmiah. Sebagaimana telah dijelaskan sebelumnya bahwa kemampuan penalaran termasuk dalam tujuan pembelajaran matematika. Dimana dalam melatih kemampuan bernalar ini dimulai dari masalah nyata yang pernah dialami peserta didik, dilanjutkan dengan kegiatan bereksplorasi sehingga dimungkinkan peserta didik mampu menemukan berbagai pola ataupun konsep dengan sendirinya.

Dalam buku *Teaching Mathematics Successfully*, dijelaskan bahwa:

The study of mathematics should emphasize reasoning, so students can:

- a) *Draw logical conclusions about mathematics*
- b) *Use models known as facts, properties, and relationships to explain their thinking.*³⁸

Dari sini dapat dipahami bahwa kemampuan penalaran matematis meliputi beberapa indikator, yaitu menarik kesimpulan logis tentang matematika, menggunakan model yang diketahui sebagai fakta, sifat-sifat dan hubungan untuk menjelaskan pemahaman peserta didik.

³⁷Herdian,S.Pd., M.Pd., “Kemampuan Penalaran Matematika”, <http://herdy07.wordpress.com/2010/05/27/kemampuan-penalaran-matematis/>, diakses 07 Nopember, 2011.

³⁸Marlow Ediger and Bhaskara Rao, *Teaching Mathematics Successfully*, (India: Discovery Publishing House, 2011), page. 22.

3) Kemampuan Komunikasi Matematis

Menurut Weekley, sebagaimana yang telah dikutip oleh Muhammad Mufid, secara etimologis (bahasa), kata “komunikasi” berasal dari bahasa Inggris “*communication*” yang mempunyai akar kata dari bahasa Latin “*communicare*” yang berarti, membuat sesuatu menjadi umum.³⁹

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia komunikasi berarti “pengiriman dan penerimaan pesan atau berita antara dua orang atau lebih sehingga pesan yang dimaksud dapat dipahami hubungan, konteks.”⁴⁰ Secara umum komunikasi dapat diartikan sebagai suatu cara untuk menyampaikan suatu pesan dari pembawa pesan kepada penerima pesan untuk memberitahu, pendapat, atau perilaku baik langsung secara lisan, maupun tak langsung melalui media. Sehingga dalam hal ini harus dipikirkan bagaimana caranya agar pesan yang disampaikan seseorang itu dapat dipahami oleh orang lain. Untuk mengembangkan kemampuan berkomunikasi, seseorang dapat menyampaikannya dengan berbagai bahasa termasuk bahasa matematika.

Kemampuan komunikasi dapat didefinisikan dengan :

- a) Kemampuan menangkap maksud yang ingin dikomunikasikan orang lain
- b) Kemampuan untuk berkomunikasi dengan orang lain sedemikian sehingga dapat dimengerti.⁴¹

Sehingga dapat disimpulkan bahwa kemampuan komunikasi ini merupakan kemampuan untuk saling menyampaikan dan menangkap pesan dari orang lain dan bahasa menjadi sarana dalam melakukan komunikasi, termasuk bahasa matematis yang ditampilkan dalam simbol-simbol yang khas.

³⁹ Muhamad Mufid, *Komunikasi dan Regulasi Penyiaran*, (Jakarta: Kencana, 2007), hlm. 1.

⁴⁰ Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, hlm. 585.

⁴¹ Syaiful Bahri Djamarah, *Psikologi Belajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2011), hlm. 61.

“Matematika merupakan bahasa keilmuan.”⁴² Salah satu ciri utama matematika adalah penggunaan simbol-simbol untuk menyatakan konsep struktur dan hubungan. Simbol-simbol ini bermanfaat untuk mempermudah cara kerja berpikir, karena simbol-simbol ini dapat digunakan untuk mengkomunikasikan ide-ide dalam matematika. Para pakar Teori Model yang juga mendalami filosofi dibalik konsep-konsep matematika sebagaimana dikutip oleh Hariwijaya, bersepakat bahwa, “Semua konsep matematika secara universal terdapat di dalam pikiran setiap manusia, Jadi yang dipelajari dalam matematika adalah berbagai simbol dan ekspresi untuk mengkomunikasikannya.”⁴³

Diantara indikator-indikator kemampuan komunikasi matematis menurut Asep Jihad sebagaimana yang telah dikutip oleh Nailil Faroh yaitu:

- a) Menghubungkan benda-benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide-ide matematika
- b) Menjelaskan ide, situasi, dan relasi matematika secara lisan dan tulisan dengan benda nyata, gambar, grafik, aljabar.
- c) Menyatakan pengalaman sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika
- d) Mendengarkan, berdiskusi dan menulis tentang matematika
- e) Membaca dengan pemahaman suatu presentasi matematika tertulis
- f) Membuat konjektur, menyusun argument, merumuskan definisi dan generalisasi.
- g) Menjelaskan dan membuat pertanyaan matematika yang telah dipelajari.⁴⁴

⁴² R. Soejadi, *Kiat Pendidikan di Indonesia (Konstansi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan)*, hlm. 199.

⁴³ Hariwijaya, *Meningkatkan kecerdasan matematika*, (Yogyakarta : Tugu Publisher, 2009), hlm. 35.

⁴⁴ Nailil Faroh, “Pengaruh Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematika terhadap Kemampuan Menyelesaikan Soal Cerita Materi Pokok Himpunan Pada Peserta Didik Semester 2 Kelas VII MTs. NU Nurul Huda Mangkang Semarang Tahun Pelajaran 2010/2011”, Skripsi (Semarang: Program S1 IAIN Walisongo, 2011), hlm. 15.

2. Tinjauan Tentang Guru

Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia, guru adalah “orang yang pekerjaannya (mata pencahariannya, profesinya) mengajar.”⁴⁵ Sedangkan dalam UU No 14 tahun 2005 tentang guru dan dosen pasal 1 menjelaskan bahwa, “guru adalah pendidik profesional yang mendidik, mengajar, membimbing, mengarahkan, melatih, menilai, dan mengevaluasi peserta didik pada pendidikan usia dini pada jalur pendidikan formal, pendidikan dasar dan pendidikan menengah.”⁴⁶ Sehingga dapat disimpulkan bahwa guru adalah semua orang yang secara profesional berwenang dan bertanggung jawab terhadap pendidikan peserta didik, baik secara individual ataupun klasikal.

Menurut Hamalik (1991) sebagaimana dikutip oleh Kunandar bahwa, paling tidak terdapat 13 peranan guru di dalam kelas (dalam situasi belajar mengajar), yakni :

- a. Guru sebagai pengajar menyampaikan ilmu pengetahuan
- b. Guru sebagai pemimpin di kelas
- c. Guru sebagai pembimbing
- d. Guru sebagai pengatur lingkungan
- e. Guru sebagai partisipan
- f. Guru sebagai ekspediter
- g. Guru sebagai perencana
- h. Guru sebagai supervisor
- i. Guru sebagai motivator
- j. Guru sebagai penanya
- k. Guru sebagai pengajar perlu keterampilan cara memberikan reward bagi peserta didik yang berprestasi
- l. Guru sebagai evaluator
- m. Guru sebagai konsuler.⁴⁷

Menurut S. Nasution (1988) sebagaimana yang dikutip oleh Ahmad Barizi, mengurai tugas guru ke dalam tiga bagian.

⁴⁵ Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, hlm. 377.

⁴⁶ Zainal Aqib, *Menjadi Guru profesional Berstandar Nasional*, (Bandung: Yrama Widya, 2009), hlm. 23.

⁴⁷ Kunandar, *Guru Profesional Implementasi Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) dan Sukses dalam Sertifikasi Guru*, hlm. 58.

Pertama, sebagai orang yang mengkomunikasikan pengetahuan. Tugas ini mengharuskan guru memiliki pengetahuan yang mendalam bahan yang akan diajarkannya. *Kedua*, guru sebagai model berkaitan dengan bidang studi (mata pelajaran) yang diajarkannya sebagai sesuatu yang berdaya guna dan bisa dipraktikkan dalam kehidupan sehari-hari. *Ketiga*, guru harus menampakkan model sebagai pribadi yang disiplin, cermat berfikir, mencintai pelajarannya, penuh idealisme dan luas dedikasi.⁴⁸

Berdasarkan penjelasan di atas dapat dipahami bahwa seorang guru mempunyai tugas yang sangat kompleks. Sehingga mau tidak mau untuk menjadi seorang guru tidak hanya menyampaikan ilmu tetapi juga menanamkan dan menjiwai nilai yang terkandung dalam ilmu pengetahuan yang ditekuninya dalam kehidupan sehari-hari. selain itu seorang guru juga harus mampu menjadi fasilitator bagi peserta didiknya dalam seluruh rangkaian kegiatan pembelajaran.

Guru dapat dikategorikan sebagai suatu profesi, sehingga dibutuhkan profesionalitas dalam menjalankannya. “Sebagai profesi berarti guru sebagai pekerjaan yang mensyaratkan kompetensi (keahlian dan kewenangan) dalam pendidikan dan pembelajaran agar dapat melaksanakan pekerjaan tersebut secara efektif dan efisien serta berhasil guna.”⁴⁹

Peranan profesi guru dalam program pendidikan di sekolah diwujudkan untuk mencapai tujuan pendidikan yang berupa perkembangan siswa secara optimal. “Peranan profesional guru mencakup tiga bidang layanan, yaitu layanan pembelajaran, layanan administrasi, dan layanan bantuan akademik-sosial-pribadi.”⁵⁰ Dimana ketiga layanan tersebut menjadi tugas pokok seorang guru. Pada layanan pembelajaran, guru dituntut untuk menguasai materi bidang studi, mengemas dan menyajikannya sehingga merangsang peserta didik untuk menguasai

⁴⁸ Ahmad Barizi, *Menjadi Guru Unggul*, (Yogyakarta: Arruz Media, 2009), hlm. 144.

⁴⁹ Kunandar, *Guru Profesional Implementasi Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) dan Sukses dalam Sertifikasi Guru*, hlm.46.

⁵⁰ Rusman, *Model-model Pembelajaran :Mengembangkan Profesionalisme Guru*,(Jakarta: Rajawali Pres, 2011), hlm. 44-45.

mengembangkan materi tersebut dengan menggunakan kreativitasnya. Layanan administrasi dan layanan bantuan merupakan layanan pendukung.

Menurut Baharuddin, “Guru yang berkualitas harus mampu menjadi demonstrator”.⁵¹ Artinya, guru menguasai bahan atau materi pelajaran yang akan disampaikan serta selalu mengembangkan dan meningkatkan hal ilmu yang dimilikinya. Karena hal itu akan menentukan hasil atau prestasi yang dicapai oleh siswa.

3. Urgensi Kemampuan Matematis Pada Seorang Guru Matematika

“Seorang pendidik matematika adalah orang yang menggunakan matematika sebagai wahana untuk mengembangkan kecerdasan, kemampuan, keterampilan, serta membentuk kepribadian peserta didik.”⁵² Dari penjelasan tersebut dapat dipahami bahwa seorang guru (pendidik) matematika harus memahami secara cukup matematika yang digunakannya sebagai wahana pengembangan peserta didik. Hal tersebut hanya mungkin dilakukan bila seorang guru matematika mempelajari dan cukup mendalami matematika baik teori maupun praktiknya.

Dalam pembelajaran matematika ada sejumlah komponen yang harus diperhatikan, diantaranya yaitu standar kurikulum, standar profesional guru, dan standar pengukuran. Berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 16 tahun 2007 Tentang Standar Kualifikasi Akademik Dan Kompetensi Guru, standar kompetensi guru mata pelajaran pada kompetensi profesional poin pertama yaitu, “menguasai materi, struktur, konsep, dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu.”⁵³ Lebih lanjut, pada Kompetensi Guru mata pelajaran Matematika pada SMP/MTs, SMA/MA, SMK/MAK antara lain:

- a. Menggunakan bilangan, hubungan di antara bilangan, berbagai sistem bilangan dan teori bilangan

⁵¹ Baharuddin, *Pendidikan Psikologi Perkembangan*, (Jogjakarta: Ar-Ruz Media, 2010), hlm. 201.

⁵² R. Soejadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia (Konstatasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan)*, hlm. 107.

⁵³ Permen16-2007/kompetensi guru, diakses 23April 2012 .

- b. Menggunakan pengukuran dan penaksiran
- c. Menggunakan logika matematika
- d. Menggunakan konsep-konsep geometri
- e. Menggunakan konsep-konsep statistika dan peluang
- f. Menggunakan pola dan fungsi
- g. Menggunakan konsep-konsep aljabar
- h. Menggunakan konsep-konsep kalkulus dan geometri analitik
- i. Menggunakan konsep dan proses matematika diskrit
- j. Menggunakan trigonometri
- k. Menggunakan vektor dan matriks
- l. Menjelaskan sejarah dan filsafat matematika
- m. Mampu menggunakan alat peraga, alat ukur, alat hitung, piranti lunak komputer, model matematika, dan model statistika.⁵⁴

Berdasarkan standar kompetensi pada guru mata pelajaran matematika, dapat dilihat bahwa kata-kata yang digunakan adalah guru “mampu menggunakan”. Hal ini menunjukkan bahwa guru tidak hanya menguasai konsep dengan berbagai hafalan tentang rumus-rumus matematika, tetapi guru juga harus mampu mengaplikasikan rumus-rumus yang tepat pada situasi dan kondisi yang dibutuhkan. Dengan kata lain, guru harus mampu menggunakan berbagai konsep-konsep matematika dalam berbagai situasi matematika tertentu.

Sebagaimana telah dijelaskan dalam Permendiknas No 22 tahun 2006 tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika dapat dipahami bahwa mengajar matematika bukan sekadar mengenal angka dan menghafalnya namun bagaimana anak memahami makna matematika. Sehingga guru harus memberi kesempatan anak untuk bereksplorasi. Untuk memiliki kemampuan tersebut, guru harus selalu meningkatkan kemampuan matematisnya agar mampu mengarahkan peserta didiknya pada konsep dan langkah-langkah yang tepat serta mengimbangi perkembangan ilmu pengetahuan khususnya matematika dan berbagai masalah matematika yang semakin variatif.

Seorang guru harus mengerti dengan baik materi yang akan diajarkan, baik pemahaman detailnya maupun aplikasinya. Hal tersebut sangat diperlukan dalam menguraikan ilmu pengetahuan,

⁵⁴ Permen16-2007/kompetensi guru, diakses 23April 2012.

pemahaman, keterampilan-keterampilan dan apa saja yang harus disampaikan kepada peserta didiknya dalam bentuk komponen-komponen atau informasi-informasi yang sesungguhnya dalam bidang ilmu yang bersangkutan.⁵⁵

Guru matematika yang belum memiliki kompetensi mengajar akan berdampak pada interaksi belajar mengajar yang berjalan kurang optimal, sehingga berakibat pada prestasi belajar peserta didik yang masih rendah.

Sebagai guru matematika yang senantiasa terkait dengan kekhasan matematika diharapkan memiliki kemampuan dan keterampilan khusus guru matematika, di antaranya sebagai berikut:

- a. Mampu berpikir logis, sistematis, kreatif, objektif, terbuka, abstrak, cermat, jujur, dan efisien.
- b. Dapat menyederhanakan keabstrakan matematika
- c. Mendorong peserta didik untuk percaya diri dan berdaya juang yang tinggi, terutama ketika menemukan/memecahkan persoalan matematika
- d. Menerapkan konsep matematika
- e. Menggunakan bahasa simbol matematika yang tepat
- f. Meningkatkan daya abstraksi peserta didik
- g. Mendorong peserta didik senang (*enjoy*) dalam melakukan *doing math*.⁵⁶

Berdasarkan hal tersebut, kemampuan matematis sangat dibutuhkan dan harus terus dikembangkan oleh para calon guru matematika untuk memenuhi kompetensi profesionalitas dan mampu mengantarkan peserta didik dalam pembelajaran matematika yang baik dan bermakna.

Pada mata kuliah Pengantar Dasar Matematika, pada setiap materi termuat berbagai komponen kemampuan matematis. Pada materi Himpunan, logika dan relasi serta fungsi terdapat berbagai simbol, sehingga dibutuhkan kemampuan komunikasi matematis yang baik. Selain itu juga pada materi himpunan, harus mampu menampilkan berbagai situasi matematis melalui model matematika dan diagram venn. Kemampuan penalaran dibutuhkan untuk membuktikan berbagai teorema matematika yang ada baik melalui

⁵⁵ Mustaqim, *Psikologi Pendidikan*, (Semarang: Fakultas Tarbiyah IAIN Walisongo, 2001), hlm. 96.

⁵⁶ Bambang Aryan, "Kompetensi Profesional dan Kompetensi Akademik Guru Matematika", dalam <http://rbaryans.wordpress.com/2007/07/01/kompetensi-profesional-dan-kompetensi-akademik-guru-matematika/>, diakses 23 April 2012.

pembuktian langsung ataupun tak langsung. Kemampuan pemecahan matematis ini juga sangat dibutuhkan untuk mengidentifikasi berbagai unsur yang terkait dengan materi dan menyusun strategi dalam menyelesaikan masalah matematika terkait dengan sejumlah materi tersebut.

4. Peran Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan untuk Mencetak Calon Guru

Kompetensi guru diperlukan dalam rangka mengembangkan dan mendemonstrasikan perilaku pendidikan, bukan sekedar mempelajari keterampilan-keterampilan mengajar tertentu, tetapi merupakan penggabungan dan aplikasi suatu keterampilan dan pengetahuan yang saling bertautan dalam bentuk perilaku nyata. Perilaku pendidikan tersebut harus ditunjang oleh aspek-aspek lain seperti bahan yang dikuasai, teori-teori kependidikan, serta mengambil keputusan yang situasional berdasarkan nilai, sikap, dan kepribadian. Oleh karenanya, menurut E Mulyasa,

LPTK harus membekali lulusannya dengan perangkat kompetensi yang diperlukan sesuai dengan tugas dan tanggung jawab yang akan diemban para lulusan, serta sesuai pula dengan perkembangan masyarakat dan kebutuhan zaman yang senantiasa berubah.⁵⁷

Pada profesi guru diperlukan persiapan melalui pendidikan dan pelatihan secara khusus, sehingga dapat diterapkan untuk kemashlahatan orang lain. Sebagaimana yang pernah disabdakan oleh Nabi Muhammad SAW :⁵⁸

عن أبي هريرة رضي الله عنه قال : قال رسول الله صلى الله عليه و سلم : إِذَا
وُسِّدَ الْأَمْرُ إِلَى غَيْرِ أَهْلِهِ فَانْتَظِرِ السَّاعَةَ (رواه البخاري)

Bila suatu urusan dikerjakan oleh orang yang tidak ahli, maka tunggulah waktunya (waktu kehancuran)” (H.R.Bukhari)

⁵⁷ E. Mulyasa, *Standar Kompetensi dan Sertifikasi Guru*, (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2009), cet .4, hlm. 31.

⁵⁸ Imam Abi Abdillah Muhammad, *Shahih Al-Bukhori*, (Beirut: Darul Kutub al-‘Ilmiyah,1992), juz 1, hlm. 96 .

Dalam pendidikan pra jabatan, calon guru dididik dalam berbagai pengetahuan, sikap dan keterampilan yang diperlukan dalam pekerjaannya nanti.⁵⁹ Kompetensi profesional dipilih sebagai syarat penerimaan calon guru, dengan asumsi bahwa setiap calon guru yang memenuhi syarat, diharapkan dan diperkirakan bahwa guru tersebut akan berhasil mengemban tugasnya yaitu sebagai pendidik yang baik. Berbagai usaha dan latihan, contoh-contoh dan aplikasi penerapan ilmu, keterampilan dan bahkan sikap professional dirancang dan dilaksanakan selama calon guru berada dalam pendidikan pra jabatan.

Guru merupakan salah satu komponen yang berpengaruh dan memiliki peran penting serta merupakan kunci pokok bagi keberhasilan peningkatan mutu pendidikan. “Berhasil atau tidaknya pendidikan terletak pada berbagai komponen dalam proses pendidikan guru.”⁶⁰ Secara lebih spesifik, keberhasilan LPTK dalam mendidik para calon guru ditentukan oleh berbagai komponen yang salah satunya adalah kurikulum. Dalam kurikulum pendidikan guru, tujuan, program pendidikan, sistem penyampaian, evaluasi dan sebagainya hendaknya direncanakan sedemikian rupa agar relevan dengan tuntutan kompetensi guru secara umum. Selain itu kurikulum pendidikan guru matematika selalu tanggap terhadap perkembangan matematika dan perkembangan psikologi kognitif yang berpengaruh terhadap pembaharuan pembelajaran matematika yang diperlukan.

Untuk menjadi guru matematika profesional, LPTK juga harus membekali mahasiswanya dengan berbagai kompetensi matematis yang dibutuhkan. Dalam hal menentukan mata kuliah matematika di pendidikan guru harus selalu memperhatikan prinsip bahwa mata kuliah tersebut “menaungi” materi matematika sekolah yang diajarkan. Dengan kata lain,

⁵⁹ Soetjipto, *Profesi Keguruan*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2009), hlm. 54.

⁶⁰ Oemar Hamalik, *Pendidikan guru berdasarkan pendekatan kompetensi*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2008), hlm. 36.

materi-materi yang diajarkan pada pendidikan guru sesuai dengan permintaan dari pengguna profesi yang dituju.

Penyelenggaraan kuliah program sarjana (S1) di IAIN Walisongo menggunakan sistem kredit semester. “Sistem kredit semester (SKS) adalah suatu sistem penyelenggaraan pendidikan dimana beban studi mahasiswa, beban kerja dosen, dan beban penyelenggaraan lembaga pendidikan dinyatakan dalam satuan kredit semester.”⁶¹ Struktur kurikulum program sarjana (S1) IAIN Walisongo terdiri dari:

- 1) Mata kuliah Dasar (MKD)
- 2) Mata kuliah Utama (MKU)
- 3) Mata kuliah Pilihan (MKP).

Matakuliah Dasar dan Utama merupakan Matakuliah yang harus diambil oleh mahasiswa. Pada Matakuliah Utama memuat berbagai aspek kompetensi profesional yang harus dikuasai sebagai seorang guru nantinya. Sedangkan pada Matakuliah pilihan berisi sejumlah matakuliah untuk mengembangkan kemampuan. Dari Matakuliah-matakuliah yang disajikan merupakan bekal bagi mahasiswa sebagai calon guru dan akan mampu menampilkan mutu kompetensi lulusan dari Fakultas Tarbiyah.

5. Mata Kuliah Pengantar Dasar Matematika

Dalam mata kuliah pengantar dasar matematika terdapat sejumlah materi yang antara lain:

a. Himpunan

Himpunan adalah setiap daftar, kumpulan atau kelas obyek-obyek yang didefinisikan dengan jelas.

Adapun cara yang digunakan dalam untuk menyatakan suatu himpunan yaitu:

- 1) Cara tabulasi (mendaftar)

⁶¹ Tim Penyusun Buku Panduan Program Sarjana (S.1) IAIN Walisongo Tahun Akademik 2008/2009, *Buku panduan program sarjana (S.1) tahun akademik 2008/2009*, (Semarang, Depag IAIN Walisongo, 2008), hlm. 135.

Misalkan $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

2) Cara deskripsi

Misalkan $A = \{x | x \text{ adalah bilangan genap}\}$

3) Notasi pembentuk himpunan

Misalkan $B = \{x | 2 \leq x \leq 10, x \in B\}$

Macam-macam himpunan

1) Himpunan semesta

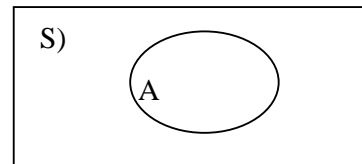
Himpunan semesta adalah himpunan yang anggotanya terdiri dari semua obyek/elemen yang sedang dibicarakan.

Suatu himpunan dapat digambarkan dengan **Diagram Venn**.

Contoh:



Himpunan Semesta S



Himpunan A dengan Semesta S

2) Himpunan kosong (*Empty set*)

Himpunan kosong yaitu himpunan yang tidak memiliki anggota/elemen. Himpunan kosong merupakan himpunan bagian (*subset*) dari semua himpunan. Himpunan kosong dinotasikan dengan “{ }” atau “ \emptyset ”.

3) Himpunan bagian “ \subset ”

Definisi: A, B himpunan tak kosong $A \subset B \Leftrightarrow \forall x, x \in A \Rightarrow x \in B$.

Himpunan bagian dibagi menjadi dua yaitu:

a) Himpunan bagian sejati (*Proper subset*)

“ \subset ” $A \subset B, A \neq B$

b) Himpunan bagian tak sejati (*improper subset*)

“ \subseteq ” $A \subseteq B, A = B$

4) Himpunan sama

Definisi: $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ dan } B \subseteq A$

5) Himpunan Ekvivalen

Dua himpunan A dan B dikatakan ekuivalen jika banyaknya elemen himpunan A sama dengan banyaknya elemen himpunan B .

6) Himpunan yang dapat diperbandingkan (*comparable set*)

Definisi: A dan B comparable $\Leftrightarrow A \subseteq B$ atau $B \subseteq A$

7) Keluarga himpunan

Misalkan: $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{F}$

8) Himpunan kuasa (*power set*)

Himpunan kuasa dari A adalah himpunan yang anggotanya terdiri dari semua himpunan bagian dari himpunan A . Himpunan Kuasa dari A dinotasikan dengan : $P(A)$. Banyaknya anggota himpunan kuasa dari himpunan A dapat ditulis dengan notasi $|P(A)|$

$$|P(A)| = 2^{|A|}$$

9) Himpunan saling asing (*disjoint set*)

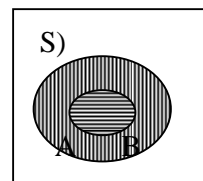
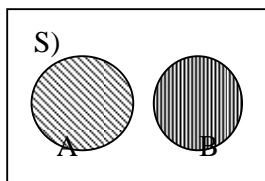
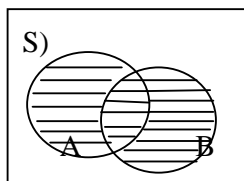
Definisi: A, B himpunan tak kosong, A dan B himpunan saling asing jika tidak mempunyai anggota bersama atau dapat dinotasikan dengan: $\forall x, x \in A \Rightarrow x \notin B$ dan $\forall y, y \in B \Rightarrow y \notin A$

Operasi –operasi dasar himpunan

1) Gabungan (*union*)

A gabungan B adalah suatu himpunan yang anggotanya terdiri atas semua anggota dari himpunan A atau B ,

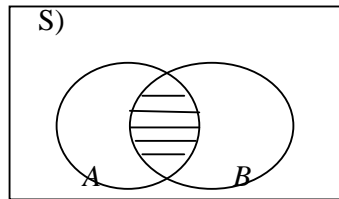
$$A \cup B = \{x/x \in A \text{ atau } x \in B\}$$



$A \cup B$ adalah daerah yang diarsir

2) Irisan (Interseksi = “ \cap ”)

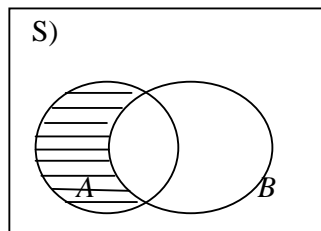
A irisan B adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya terdiri atas anggota himpunan A dan juga merupakan anggota himpunan B, $A \cap B = \{x/x \in A \text{ dan } x \in B\}$



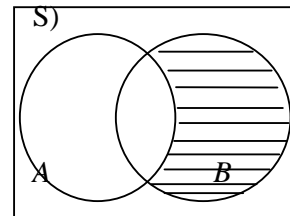
$A \cap B$ adalah daerah yang diarsir

3) Pengurangan

$$A - B = \{x / x \in A \text{ dan } x \notin B\}$$



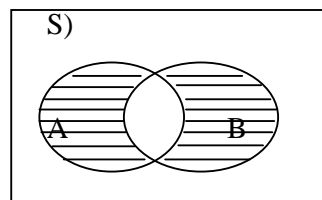
$A - B =$ daerah yang diarsir



$B - A =$ daerah yang diarsir

4) Penjumlahan

$$A + B = \{x | x \in A \text{ atau } x \in B, x \notin (A \cap B)\}$$



$A + B =$ daerah yang diarsir

5) Perkalian

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A \text{ dan } b \in B\}$$

6) Komplemen

Jika A adalah suatu himpunan dan S adalah semestanya, maka himpunan komplemen A adalah himpunan yang

anggotanya terdiri dari semua elemen S tetapi bukan merupakan anggota dari A . Dinotasikan dengan A^c atau A'

$$A^c = \{x \mid x \in S \text{ dan } x \notin A\}$$

Sifat-sifat operasi pada himpunan:

- 1) Komutatif : $A \cup B = B \cup A$
- 2) Asosiatif : $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- 3) Identitas : $A \cap S = A$ dan $A \cup \emptyset = A$
- 4) Idempoten : $A \cap A = A$ dan $A \cup A = A$
- 5) Distributif : $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- 6) Komplementer : $A \cap A^c = \emptyset$
 $A \cup A^c = S$
- 7) De Morgan : $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
 $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- 8) Penyerapan : $A \cup (A \cap B) = A$
 $A \cap (A \cup B) = A$

b. Relasi

1) Relasi

Relasi (R) dengan suatu kalimat terbuka dari himpunan A ke himpunan B adalah sebuah himpunan yang anggota-anggotanya semua pasangan terurut (x,y) dengan $x \in A$ dan $x \in B$ sedemikian rupa sehingga kalimat terbukanya menjadi benar.

Jika A dan B himpunan yang diketahui dan diantara anggota-anggotanya ditentukan oleh suatu Relasi R dari A ke B maka Relasi R tersebut merupakan himpunan bagian dari $A \times B$.

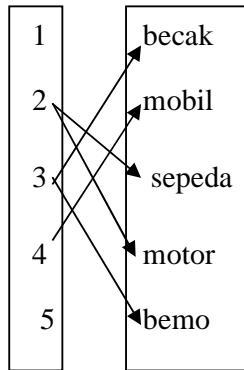
a) Daerah asal (*Domain*) dari Relasi R adalah himpunan bagian dari A yang terdiri atas elemen pertama dari semua pasangan terurut anggota R , atau $D : \{x/x \in A, (x,y) \in R\}$

b) Daerah hasil (Range) dari Relasi R terdiri atas elemen kedua dari semua pasangan terurut anggota R. atau $Rg : \{y | y \in B, (x, y) \in R\}$.

c) Daerah tujuan (Kodomain) anggotanya terdiri dari semua elemen yang ada pada daerah tujuan Relasi tersebut. atau $Kd : \{y | y \in B\}$.

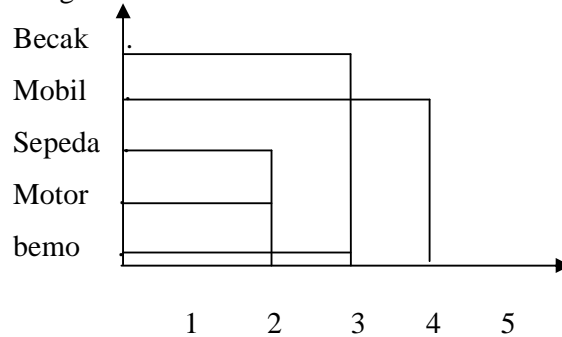
Relasi antara dua himpunan dapat dinyatakan dengan tiga cara, yaitu :

a) Diagram panah



b) Himpunan pasangan berurutan = $\{(2,sepeda) (2,motor) (3,becak) (3,bemo) (4,mobil)\}$

c) Diagram Kartesius



2) Relasi Invers

Setiap R:

$\{x, y | x \in A, y \in B \text{ dengan kalimat terbuka } p(x, y) \text{ benar}\}$ maka selalu ada relasi invers (R^{-1}) dari himpunan B ke himpunan A.

$$R^{-1} : \{(y, x) / (x, y) \in R\}.$$

c. Fungsi

1) Definisi

Suatu Fungsi f dari himpunan A ke himpunan B adalah suatu relasi yang memasangkan setiap anggota dari A dengan tepat satu anggota B , ditulis $f: A \rightarrow B$.

Istilah Fungsi disebut juga dengan Pemetan (*Mapping*) atau Transformasi.

Pada dua himpunan A dan B , jika $a \in A$ maka anggota himpunan B yang merupakan kaitan dari a dapat dikatakan sebagai $f(a)$. Elemen $f(a)$ tersebut dinamakan nilai fungsi dari a . Himpunan semua fungsi dinamakan daerah nilai/range dari fungsi f dan daerah nilai/hasil merupakan himpunan bagian dari kodomain.

Jika $f: A \rightarrow B$ maka : - Domain (D) = $\{x|x \in A, (x, y) \in f\}$

- Range (Rg) = $\{y|y \in B, (x, y) \in f\}$

- Kodomain (Kd) = $\{y/y \in B \text{ dengan } f(A) \subset B\}$.

2) Grafik Fungsi

Jika f suatu fungsi dari A ke B ($f: A \rightarrow B$) maka grafik dari fungsi tersebut (f^*) terdiri dari semua pasangan berurutan dengan $a \in A$ sebagai anggota pertama dan peta/bayangannya adalah $f(a)$ sebagai anggota kedua.

$$f^* : \{(a, b) | a \in A, b = f(a)\}$$

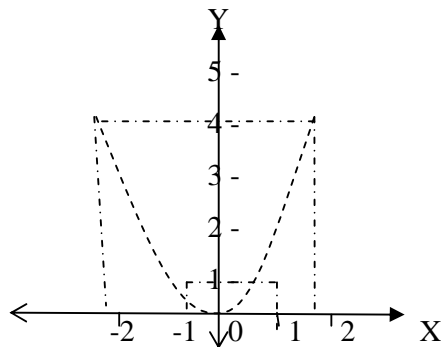
3) Fungsi sebagai Diagram Koordinat

Jika $f: A \rightarrow B$ dengan $A =$

$\{x / -2 \leq x \leq 2, x : \text{bil. real dan } f(x) : x^2\}$ maka dengan

diagram koordinat dapat digambarkan sebagai berikut :

X	-2	-1	0	1	2
F(x)	4	1	0	1	4



3) Macam-macam Fungsi

a) Fungsi kedalam (IN-TO)

Jika $f : A \rightarrow B$ dan $f(A) \subseteq B$ maka f dinamakan fungsi kedalam (IN-TO)

b) Fungsi Kepada / Surjektif (ON-TO)

Jika $f : A \rightarrow B$ dan $f(A) = B$ maka f dinamakan Fungsi Kepada (ON-TO)

c) Fungsi SATU-SATU

Jika $f : A \rightarrow B$ dan untuk setiap $a_1, a_2 \in A$ dengan $a_1 \neq a_2$ berlaku $f(a_1) \neq f(a_2)$ dengan $f(a_1), f(a_2) \in B$ maka f disebut fungsi SATU-SATU.

d) Fungsi Konstan

Jika $f : A \rightarrow B$ bersifat bahwa setiap $a \in A$ dipetakan pada satu elemen $b \in B$, maka f dinamakan Fungsi Konstan.

e) Fungsi Identitas.

Jika $f : A \rightarrow B$ dengan $A = B$ dan $f(a) = a$ untuk setiap $a \in A$ maka f disebut Fungsi Identitas.

4) Beberapa Fungsi Khusus

a) Fungsi Modulus, yaitu fungsi yang hasilnya ditentukan oleh nilai mutlak dari x .

b) Fungsi Tangga (bentuk grafiknya seperti tangga)

c) Fungsi Genap

Jika $f: A \rightarrow B$, $x \in A$ berlaku $f(-x) = f(x)$ maka $f(x)$ dinamakan fungsi genap.

d) Fungsi Ganjil

Jika $f: A \rightarrow B$, $x \in A$ berlaku $f(-x) = -f(x)$ maka $f(x)$ disebut Fungsi Ganjil.

d. Logika Matematika

1) Proposisi

a) Pernyataan (*Statement*)

Yaitu kalimat yang bernilai benar atau salah tapi tidak keduanya.

b) Semesta pembicaraan

Himpunan semua obyek yang dibicarakan.

c) Konstanta dan variabel

Konstanta adalah lambang yang memiliki unsur tertentu dari semestanya.

Variabel adalah lambang yang memiliki unsur sembarang dari semestanya.

d) Kalimat terbuka

Yaitu kalimat yang belum diketahui nilai kebenarannya.

2) *Logical corrective connective*

a) Negasi

Negasi berarti pernyataan lain yang bernilai benar jika p salah dan bernilai salah jika p benar. Negasi dinotasikan dengan:

$$\sim p, \bar{p}, \hat{p}$$

P	$\sim P$
B	S
S	B

b) Konjungsi (*conjunction*)

Konjungsi dilambangkan dengan “ \wedge ”.

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

c) Disjungsi (*Disjunction*)

Disjungsi dilambangkan dengan “ \vee ”. Disjungsi dibedakan menjadi dua, yaitu :

i) Disjungsi Inklusif

P	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

ii) Disjungsi Eksklusif

P	q	$p \vee q$
B	B	S
B	S	B
S	B	B
S	S	S

d) Implikasi

Implikasi dilambangkan dengan “ \Rightarrow ”.

P	q	$p \Rightarrow q$
B	B	B
B	S	S

S	B	B
S	S	B

e) Biimplikasi

Biimplikasi dilambangkan dengan “ \Leftrightarrow ”

P	Q	$p \Leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

3) Kuantor

Misalkan $P(x)$ adalah fungsi proposisi dengan daerah asal D .

a) Pernyataan ”untuk setiap x , $P(x)$ ” dikatakan sebagai pernyataan kuantor universal dan secara simbolik ditulis sbb: $\forall x, P(x)$.

Simbol ” \forall ” disebut kuantor universal.

b) Pernyataan ”untuk beberapa x , $P(x)$ ” dikatakan sebagai pernyataan kuantor eksistensial dan secara simbolik ditulis sbb: $\exists x, P(x)$.

Simbol ” \exists ” disebut kuantor eksistensial.

4) Negasi Kuantor

Sifat negasi/ekuivalensi kuantor:

a) Kuantor Universal:

$$\sim(\forall x, P(x)) \equiv \exists x, \sim(P(x))$$

b) Kuantor Eksistensial:

$$\sim(\exists x, P(x)) \equiv \forall x, \sim(P(x))$$