BAB IV

ANALISIS RUMUS TRIGONOMETRI DALAM PENERAPANNYA PADA TEORI PENENTUAN ARAH KIBLAT

A. ANALISIS RUMUS TRIGONOMETRI DALAM PENERAPANNYA PADA TEORI TRIGONOMETRI BOLA (*SPHERICAL TRIGONOMETRY).*

Trigonometri bola (*Spherical Trigonometry*) sebagaimana yang telah dipaparkan pada bab II dan bab III adalah ilmu ukur sudut bidang datar yang bisa diaplikasikan pada permukaan yang berbentuk bola seperti bumi. Dalam hal ini maka berbeda pula antara segitiga pada bidang datar dan segitiga bidang bola. Sisi-sisi pada segitiga bidang datar berupa garis-garis lurus, Sedangkan sisi-sisi segitiga pada bidang bola berupa garis-garis yang melengkung.

Praktik perhitungan arah kiblat sebenarnya juga bisa menggunakan segitiga pada bidang datar, yaitu pada metode segitiga kiblat dan metode segitiga siku-siku dari bayangan matahari setiap saat. Pada metode-metode tersebut rumus yang digunakan dalam perhitungannya tidak lain adalah menggunakan konsep trigonometri pada bidang datar. Penjelasannya adalah sebagai berikut:

1. Segitiga kiblat

Segitiga kiblat digunakan setelah pengguna mengetahui azaimuth kiblat atau sudut kiblat. Cara ini digunakan untuk memudahkan penerapan sudut kiblat di lapangan. Dasar yang digunakan dalam segitiga kiblat ini adalah perbandingan rumus trigonometri pada bidang datar. Artinya ketika diketahui panjang salah satu sisi segitiga, misalkan sisi a, maka sisi b dihitung sebesar sudut kiblat (U-B), kemudian ujung kedua sisi ditarik membentuk garis kiblat.

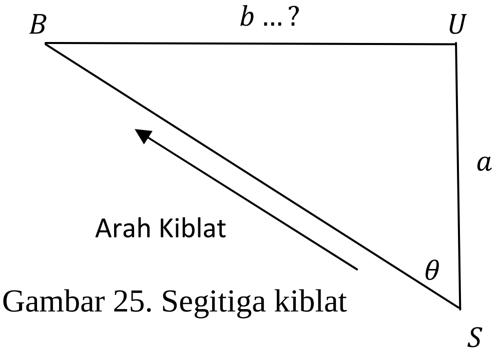
Contohnya misalkan sudah diketahui sudut kiblat di suatu tempat, misalnya Semarang yaitu sebesar $65^0$29’28,07” dari utara ke barat (U-B). Kemudian dibuat garis utara selatan (U-S) atau sisi *a* sepanjang 100 cm. Dengan menggunakan konsep trigonometri bidang datar maka garis UB atau sisi *b* dapat ditentukan dengan rumus tangen. Garis UB atau sisi b dapat diperoleh dengan perhitungan 100 cm x tan $65^0 29'28{,}07''$, sehingga diperoleh sisi b sebesar 219,3 cm. Secara lebih rinci perhitungannya adalah sebagai berikut:

Diketahui : sudut kiblat kota Semarang dilambangkan dengan θ sebesar $65^0 29'28{,}07''$, garis bantu utara selatan (U-S) dilambangkan dengan sisi a.

Ditanyakan : garis utara barat (U-B) dilambangkan dengan sisi b

Penyelesaian :

Untuk lebih jelasnya maka dibuat gambar terlebih dahulu,



Gambar 25. Segitiga kiblat

Keterangan:

U : titik utara sejati

B : letak kiblat

S : letak kota Semarang

Dengan menggunakan konsep trigonometri pada bidang datar diperoleh rumus tangen, yaitu:

$tan\, \theta = \frac{b}{a}$, karena yang dicari adalah b maka,

$b = \tan\theta \times a$

$b = \tan 65°29'28{,}07'' \times 100$ cm

$b = 219{,}3$ cm

Metode perhitungan arah kiblat dengan menggunakan metode segitiga kiblat syarat yang diperlukan adalah sudut kiblat suatu tempat, sisi bantu utara selatan (U-S) atau sisi utara barat (U-B). Bila salah satu sisi bantu sudah diketahui, maka sisi yang lain juga dapat dihitung atau ditentukan dengan bantuan konsep trigonometri pada bidang datar. Biasanya rumus yang dipakai pada konsep perbandingan trigonometri dalam bidang datar adalah rumus sin, cos, dan tangen. Sehingga dapat disimpulkan bahwa dalam metode segitiga kiblat rumus yang digunakan adalah rumus **sin, cos, dan tangen**.

Maksudnya adalah jika pada perhitungan arah kiblat kota Semarang tersebut menggunakan rumus $tan\,\theta = \frac{b}{a}$, maka dapat pula diperoleh rumus $sin\,\theta = \frac{b}{B-S}$ dan rumus $cos\,\theta = \frac{a}{B-S}$. Namun dalam masalah ini rumus yang dipakai adalah $tan\,\theta = \frac{b}{a}$.

Metode segitiga kiblat pada dasarnya memang harus menentukan atau mengetahui sudut kiblat terlebih dahulu. Namun arah kiblatnya belum diketahui. Sehingga dengan metode segitiga kiblat arahnya dapat diketahui, yaitu dengan konsep trigonometri pada bidang datar.

2. Segitiga siku-siku dari bayangan matahari

Metode segitiga siku-siku dari bayangan matahari ini pada dasarnya menggunakan bayangan matahari. Secara garis besar langkah-langkah dalam penentuan arah kiblat dengan metode segitiga kiblat yang menggunakan bantuan dari bayangan matahari adalah sebagai berikut:

a) Menghitung arah kiblat dan azimuth kiblat. Arah kiblat dihitung dengan rumus $cotan\,B = \tan\varphi^k . \cos\varphi^k \div \sin C - \sin\varphi^k \div \tan C$.[92] Menghitung azimuth kiblat dengan rumus B = UT (+), maka azimuth kiblat = B. Jika B = ST (-), maka azimuth kiblat 180^0 + B. Jika B = SB (-), maka azimuth kiblat = 180^0 – B. Jika B = UB (+), maka azimuth kiblat = 360^0 – B.

b) Menghitung sudut waktu matahari, arah matahari dan azimuth matahari dengan rumus t = (LM^T + e-(BT^L-BT^X)/15-12)x15. Menghitung sudut waktu matahari dengan rumus $cotan\,A = \tan\delta^m . \cos\varphi^x \div \sin t - \sin\varphi^x \div \tan t$. Dan menghitung azimuth matahari dengan rumus A = UT (+) maka azimuth matahari = A. jika A = ST (-), maka azimuth matahari 180^0 + A. Jika A = SB (-), maka azimuth matahari = 180^0 – A. Sedangkan jika A = UB (+), maka azimuth matahari = 360^0-A.[93]

[92] Ahmad Izzuddin, *"Abu Raihan Al-Biruni dan Teori Penentuan Arah Kiblat (Studi Penelusuran Asal Teori Panentuan Arah Kiblat)"*, hlm. 91.

[93] Ahmad Izzuddin, *"Abu Raihan Al-Biruni dan Teori Penentuan Arah Kiblat (Studi Penelusuran Asal Teori Panentuan Arah Kiblat)"*, hlm. 92.

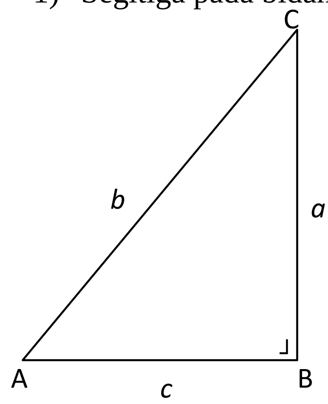
c) Menghitung sudut kiblat dari bayangan matahari misalkan dilambangkan dengan titik Q, sehingga rumus untuk Q = azimuth kiblat – azimuth matahari. Dengan catatan jika nilai Q positif (+) maka kiblat berada di sebelah kanan bayangan matahari, dan jika negatif (-) maka arah kiblat di sebelah kiri bayangan matahari.
d) Membuat segitiga segitiga siku-siku dari bayangan matahari. Ada dua tawaran yaitu dengan menggunakan satu segitiga siku-siku atau dengan dua segitiga siku-siku.

Rumus yang digunakan pada metode segitiga siku-siku dengan bantuan bayangan matahari adalah rumus cotangen. Dimana dalam rumus tersebut juga memuat rumus sinus, cosinus dan tangen. Adapun rumusnya adalah $cotan\, B = \tan\varphi^k . \cos\varphi^k \div \sin C - \sin\varphi^k \div \tan C$ dan $cotan\, A = \tan\delta^m . \cos\varphi^x \div \sin t - \sin\varphi^x \div \tan t$.

Konsep perbandingan trigonometri pada bidang datar khususnya segitiga siku-siku sebagaimana yang telah dibahas pada bab sebelumnya yaitu bab II diperoleh rumus perbandingan sinus, cosinus, tangen, secan, cosecant dan cotangen. Dalam aplikasi perhitungan arah kiblat seperti pada metode segitiga kiblat dan segitiga siku-siku dengan bantuan matahari pada prinsipnya juga memakai konsep tersebut. Baik rumus sinus, cosinus, tangen, secan, cosecant dan cotangen terlibat di dalam perhitungannya. Untuk mempermudah perhitungannya biasanya menggunakan alat bantu kalkulator.

Adapun rumus-rumus dasar segitiga baik pada bidang datar maupun bidang lengkung atau permukaan bola yang sering digunakan dalam penentuan arah kiblat terutama dalam teori trigonometri bola (*spherical trigonometry*) adalah sebagai berikut:

1) Segitiga pada bidang datar



Gambar 26. Segitiga siku-siku

Gambar di samping ini adalah gambar segitiga ABC dengan sudut B sebagai sudut siku-siku. Sisi *a* (sisi di depan sudut A) sebagai sisi siku-siku. Sisi *b* (sisi di depan sudut B) sebagai sisi miring. Sisi *c* (sisi di depan sudut C) sebagai sisi alas atau sisi siku-siku pengapit.

Gambar segitiga siku-siku di samping menghasilkan perbandingan rumus trigonometri sebagai berikut:

$a : b$ = sin A	$c : b$ = sin C
$c : b$ = cos A	$a : b$ = cos C
$a : c$ = tan A	$c : a$ = tan C
$c : a$ = cotan A	$a : c$ = cotan C
a : sin A = b	c : sin C = b
c : cos A = b	a : cos A = b
a : tan A = c	c : tan C = a
c : cotan A = a	a : cotan C = c
b x sin A = a	b x sin C = c
b x cos A = c	b x cos C = a
c x tan A = a	a x tan C = c
a x cotan A = c	c x cotan C = a

2) Segitiga pada permukaan bola

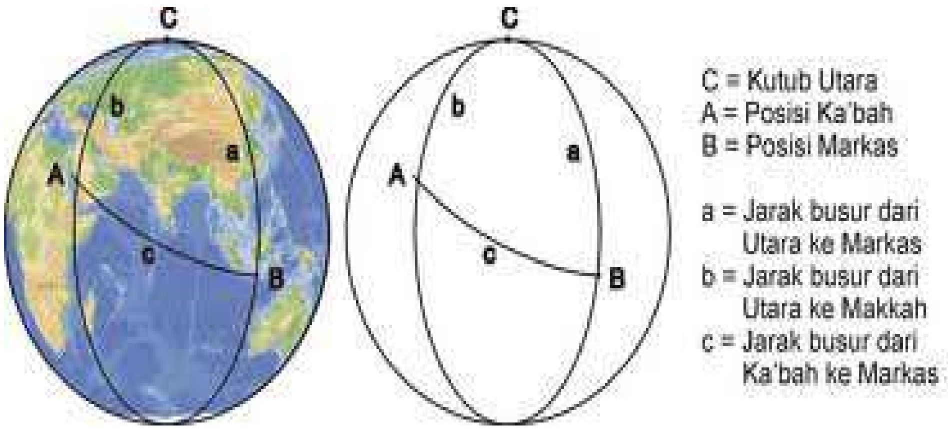
Segitiga pada permukaan bola yang dikenal dengan segitiga bola adalah tidak datar, melainkan cembung sesuai dengan permukaan bola, dimana sisi-sisinya terdiri dari busur yang melewati lingkaran-lingkaran besar pada bola itu.[94]

Segitiga bola ini ada dua macam, yaitu segitiga siku-siku (tegak) dan segitiga serong. Segitiga bola siku-siku adalah segitiga bola yang

[94] Muhyidin Khazin, *Ilmu Falak dalam Teori dan Praktik*, hlm. 15.

salah satu sisinya terdiri dari busur yang melewati kedua kutub lingkaran besar pada bola itu. Sedangkan segitiga bola serong adalah segitiga bola yang sisinya tidak melewati kedua kutub limgkaran besar pada bola itu.[95]

Dengan bantuan gambar segitiga ABC di atas yang kemudian dipindah ke permukaan bola, sehingga menjadi segitiga bola ABC di permukaan bola. Gambar ilustrasinya adalah sebagai berikut:



Gambar 27. Gambar segitiga pada permukaan bola

Gambar di atas adalah gambar segitiga pada permukaan bola. Dari gambar tersebut dapat diperoleh perbandingan rumus trigonometri sebagai berikut:[96]

sin b x sin A = sin a	sin c x tan A = tan a
sin b x sin C = sin c	sin a x tan C = tan c
sin a x sin C = cos a	cotan C x cotan A = sin b
cos c x sin A = cos C	cos A : sin C = cos a
cos b x tan C = cotan A	cos C : sin A = cos c
tan b x cos C = tan a	cos b : cos c = cos a
tan b x cos A = tan c	cos b : cos a = cos c

Dalil sinus

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

[95] Muhyidin Khazin, *Ilmu Falak dalam Teori dan Praktik*, hlm. 15.
[96] Muhyidin Khazin, *Ilmu Falak dalam Teori dan Praktik*, hlm. 16.

Dalil cosinus

cos a = cos b cos c + sin b sin c cos A

cos b = cos a cos c + sin a sin b cos B

cos c = cos a cos b + sin a sin b cos C

Konsep trigonometri dalam segitiga bola mempersoalkan hubungan-hubungan di antara unsur-unsur dalam segitiga bola tersebut. Namun, hukum yang terpenting yang biasa dipakai adalah hukum sinus dan kosinus, [97] rumus yang biasa digunakan adalah:

rumus kosinus

cos a = cos b cos c + sin b sin c cos A

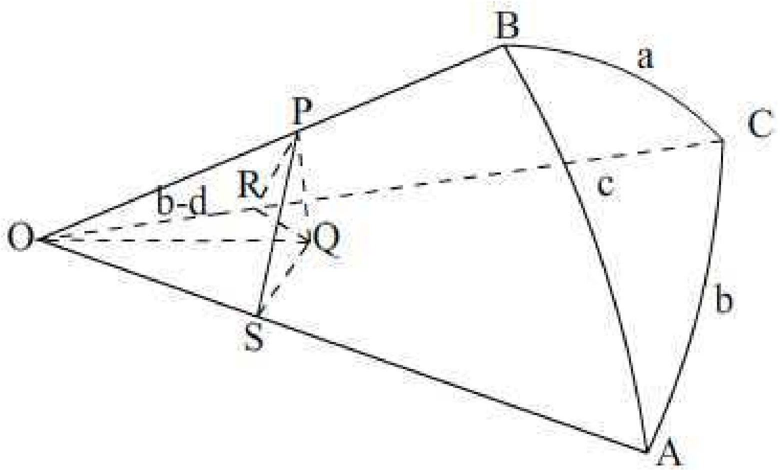
rumus sinus

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

Adapun ilustrasi dari kedua rumus tersebut adalah sebagai berikut:

Rumus kosinus

O titik pusat sebuah bola, dan ABC segitiga bola pada permukaan bola itu, untuk lebih jelasnya perhatikan gambar berikut:



Gambar 28. Ilustrasi segitiga ABC pada permukaan bola yang dibagi empat

[97] A. Jamil, *Ilmu Falak (teori dan Aplikasi)*, hlm. 56.

Dari titik sembarang P pada OB dibuat garis tegak lurus pada bidang OCA yang jatuh pada titik Q. Dari Q dibuat garis tegak lurus pada OC dan OA, yaitu garis QR dan QS. Sudut ACO yang besarnya adalah *b* dibagi dua oleh garis OQ menjadi dua bagian, masing-masing besarnya adalah *d* dan (b-d)[2].

Dalam segitiga siku-siku OQS:

Cos d = QS/OQ atau OQ = QS/cos d……. (i)

Dalam segitiga siku-siku ORQ:

Cos (b-d) = OR/OQ atau OQ = OR/cos (b-d)…… (ii)

Dari (i) dan (ii) diperoleh :

OS/cos d = OR/cos (b-d) atau OS cos (b-d) = OR cos d

Dalam segitiga OPS : OS = OP cos c

Dalam segitiga OPR : OR = OP cos a

Persamaan (iii) dapat ditulis sebagai berikut :

OP cos c cos (b-d)	= OP cos a cos d atau
Cos c cos (b-d)	= cos a cos d
Cos c (cos b + sin b sin d)	= cos a cos d atau
Cos a cos d	= cos c cos b cos d + cos c sin b sin d
Cos a	= cos c cos b + cos c sin b tan d

Dalam segitiga OQS/tan d = QS/OS = PS cos A/OP cos c

OP sin c cos A/OP cos c = sin c cos A/cos c = tan c cos A

Jika persamaan (iii) disubtitusikan dalam persamaan (iv) diperoleh:

Cos a = cos b cos c + sin b cos c tan c cos A

Cos a = cos b cos c + sin b sin c cos A

Rumus sinus

Rumus sinus diturunkan dari rumus kosinus

Cos a = cos b cos c + sin b sin c cos A

Cos A = cos a – cos b cos c/ sin b sin c

Jika kedua bagian dikuadratkan maka diperoleh;

$$\cos^2 A = \frac{(\cos a - \cos b \cos c)^2}{\sin^2 b \sin^2 c}$$

$$1 - \sin^2 A = \frac{(\cos a - \cos b \cos c)^2}{\sin^2 b \sin^2 c}$$

$$\sin^2 A = 1 - \frac{(\cos a - \cos b \cos c)^2}{\sin^2 b \sin^2 c}$$

$$= \frac{\sin^2 b \sin^2 c - (\cos a - \cos b \cos c)^2}{\sin^2 b \sin^2 c}$$

$$= \frac{(1 - \cos^2 b)\,(1 - \cos^2 c) - (\cos a - \cos b \cos c)^2}{\sin^2 b \sin^2 c}$$

$$= \frac{1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cos b \cos c}{\sin^2 b \sin^2 c}$$

Dan

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cos b \cos c}{\sin^2 a \sin^2 b \sin^2 c}$$

Bagian kedua persamaan ini bentuknya bersifat simetris , karena a, b, dan c timbul dalam keadaan serupa, sehingga :

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 b} = \frac{\sin^2 C}{\sin^2 c}$$

Oleh karena sudut dan sisi-sisi sebuah segitiga bola selalu kurang dari 180^0 maka nilai sin a, sin b, sin c, sin A, sin B, dan sin C bernilai positif, sehingga dapat dituliskan .[98]

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

Paparan di atas baik dari metode segitiga kiblat, segitiga siku-siku dengan bantuan bayangan matahari, konsep segitiga pada bidang datar dan konsep segitiga pada bidang bola pada dasarnya tidak lepas dari konsep trigonometri bidang datar dan bidang bola. Hampir semua rumus terlibat di dalamnya yaitu aturan sinus, kosinus, tangen, kosekan, kotangen dan secan. Namun tidak semua rumus digunakan atau dipakai dalam penentuan arah kiblat terutama pada teori trigonometri bola.

Literatur yang terkait dengan teori itu juga menjelaskan demikian. Bahwa rumus yang digunakan tidaklah semuanya. Dalam bukunya Ahmad

[98] A. Jamil, *Ilmu Falak (teori dan Aplikasi)*, hlm. 58.

Izzuddin, rumus yang dipakai adalah $\mathbf{cot\,X = cot\,b\ \ sin\,a\ \div\ sin\,C - cos\,a\,cot\,C}$ yang kemudian disederhanakan menjadi $\mathbf{cot\,X = \ tan\,\varphi^{m}\,cos\,\varphi^{x} \div sin\,C - sin\,\varphi^{x} \div tan\,C}$ dengan menyesuaikan keadaan lintang dan bujur masing-masing daerah yang akan ditentukan arah kiblatnya.

Berbeda dengan bukunya A. Jamil, rumus yang dipakai/digunakan dalam menentukan arah kiblat ditawarkan ada beberapa rumus sebagaimana yang dibahas dalam bab II dan bab III. Namun pada dasarnya adalah sama yaitu mengacu pada konsep trigonometri. Baik pada bidang datar ataupun bidang bola.

B. ANALISIS RUMUS TRIGONOMETRI DALAM PENERAPANNYA PADA TEORI GEODESI.

Konsep trigonometri atau rumus trigonometri juga dipakai dalam teori geodesi. Terutama dalam hal penentuan arah kiblat. Sebagaimana yang telah dipaparkan dalam bab II dan bab III, bahwa pada dasarnya antara konsep trigonometri bola hampir sama dengan teori geodesi. Terutama dalam hal perhitungan arah kiblat. Kalau pada teori trigonometri bola, bumi diasumsikan bulat seperti bentuk bola pada umumnya. Namun pada teori geodesi lebih pada bentuk bumi yang sebenarnya. Dimana bentuk bumi itu tidak rata karena banyak terdapat gunung-gunung, lereng, jurang dan tebing.

Istilah yang digunakan dalam teori geodesi yang terkait dengan bentuk bumi yang sebenarnya adalah *ellipsoid.* Artinya bumi itu tidak bulat seperti bola pada umumnya, namun lebih pepat di kedua kutubnya.

Adapun rumus trigonometri yang dipakai dalam perhitungan arah kiblat dalam teori geodesi adalah sebagai berikut:

$$\alpha_1 = \mathrm{arc.tan2}(\cos \mathrm{U2}\,.\sin\lambda, \cos \mathrm{U1}.\sin \mathrm{U2} - \sin \mathrm{U1}.\cos \mathrm{U2}.\cos\lambda)$$

$$\alpha_2 = \mathrm{arc.tan2}(\cos \mathrm{U1}\,.\sin\lambda, -\sin \mathrm{U1}.\cos \mathrm{U2} + \cos \mathrm{U1}.\sin \mathrm{U2}.\cos\lambda)$$

Rumus tersebut memperhatikan beberapa hal sebagai berikut; lintang ka’bah (φA) sebesar $21°25'05''$ LU, bujur ka’bah (λA) sebesar $39°49'34{,}05''$BT, lintang lokasi (φB), bujur lokasi (λB). Di samping demikian parameter ellipsoid juga diperhatikan, yaitu dengan menggunakan parameter ellipsoid referensi WGS 1984. Di mana a sebagai ellipsoida sumbu panjang sebesar 6378137 m dan b ellipsoida sumbu pendek sebesar 6356752.3142 m.[99]

1. Sistem Koordinat

Posisi suatu titik dapat dinyatakan secara kuantitattif maupun secara kualitatif. Secara kuantitatif posisi suatu titik dinyatakan dengan koordinat, baik dalam ruang satu, dua, tiga, maupun empat dimensi (1D, 2D, 3D, maupun 4D). Perlu diketahui bahwa koordinat tidak hanya memberikan deskripsi kuantitatif tentang posisi, tetapi juga pergerakan suatu titik seandainya titik yang bersangkutan bergerak.

Oleh karena itu untuk menjamin adanya konsistensi dan standarisasi perlu adanya suatu sistem dalam menyatakan koordinat. Sistem ini disebut dengan sistem referensi koordinat, atau secara singkat sistem koordinat dan secara umum untuk realisasinya dinamakan kerangka referensi koordinat.

Sistem referensi koordinat adalah sistem (termasuk teori, konsep, deskripsi fisis dan geometris, serta standar dan parameter) yang digunakan dalam pendefinisian koordinat dari suatu atau beberapa titik dalam ruang. Sedangkan kerangka referensi koordinat dimaksudkan sebagai realisasi praktis dari sistem referensi, sehingga sistem tersebut dapat digunakan untuk pendeskripsian secara kuantitatif posisi dan pergerakan titik-titik, baik di permukaan bumi (kerangka terestris) ataupun di luar bumi (kerangka selestia atau ekstra-terestris).[100]

Kerangka referensi biasanya direalisasikan dengan melakukan pengamatan-pengamatan geodetik dan umumnya direpresentasikan dengan menggunakan suatu set koordinat dari sekumpulan titik maupun objek (seperti bintang dan benda langit lainnya). Sistem referensi koordinat dapat dikatakan

---

[99] Guna Putri Widyati, *Perbandingan Penentuan Arah Kiblat antara Bentuk Matematis Bola dengan Bentuk Matematis Ellipsod*, dalam *majalah Zenit edisi V/tahun III/ Desember 2010,* (Semarang: Fakultas Syari’ah IAIN Walisongo, 2010), hlm.25

[100] Hasanuddin Z. Abidin, *Geodesi Satelit,* hlm. 15.

sebagai suatu idealisasi dari sistem koordinat dan kerangka referensi koordinat merupakan realisasi sistem koordinat.

Dalam bidang geodesi satelit, untuk pendefinisian sistem referensi koordinat dan perealisasian kerangka referensi koordinat yang optimal bagi titik-titik di permukaan bumi maupun di luar bumi (seperti satelit), pemahaman tentang bentuk dan dinamika bumi sangatlah diperlukan.

Secara tiga dimensi bentuk bumi secara matematis mendekati ellipsoid biaksial yaitu penampang ekuatorialnya berupa lingkaran dan penampang merediannya berupa ellips. Dalam hal ini bumi diwakili oleh geoid global, dimana geoid sendiri adalah bidang ekuipotensial gaya berat bumi yang mendekati muka laut rata-rata secara global.

Berkaitan dengan ukuran ellipsoid yang digunakan untuk merepresentasikan bumi, sesuai dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi dari pengamatan bumi, telah dikenal beberapa ellipsoid referensi. Adapun ellipsoid referensi tersebut adalah sebagai berikut:[101]

Tahun	**Nama**	**a (m)**	**b (m)**	**1/f**
1830	Airy	6377563	6356257	299,325
1830	Everest	6377276	6356075	300,802
1841	Bessel	6377397	6356079	299,153
1856	Clarke	6378294	6356618	294,261
1866	Clarke	6378206	6356584	294,978
1880	Clarke	6378249	6356515	293,466
1907	Helmert	6378200	6356818	298,300
1909	Hayford	6378388	6356912	297,000
1927	NAD-27	6378206,4	6356912	294,9786982
1948	Krassovsky	6378245	6356863	298,300
1960	Hough	6378270	6356794	297
1960	Fischer	6378155	6356773	298,3
1966	WGS-66	6378145	6356760	298,35

[101] Hasanuddin Z. Abidin, *Geodesi Satelit*, hlm. 17.

Tahun	**Nama**	**a (m)**	**b (m)**	**1/f**
1967	IUAG	6378160	6356775	298,247
1969	S. American	6378160	6356774	298,25
1972	WGS-72	6378135	6356751	298,26
1973	Smithsonia	6378140	6356755	298,256
1980	International	6378137	6356752	298,257
1980	GRS-80	6378137.0	6356752	298,257222101
1981	GEM-10B	6378138	6356753	298,257
1984	WGS-84	6378137	6356752	298,257223563
1990	PZ-90	6378136	6356751	298,257839303
1992	GEM-T3	6378137	6356752	298,257

Pada tabel di atas, a adalah sumbu panjang ellipsoid dan b adalah sumbu pendek ellipsoid, sedangkan f adalah penggepengan dari ellipsoid yang dihitung dari a dan b dengan rumus $f = \frac{a-b}{a}$. Dari tabel tersebut juga terlihat bahwa secara umum untuk ellipsoid referensi yang merepresentasikan bumi adalah, a = 6378 km, b = 6357 km dan f = 1/298.

Adapun bentuk secara umum dari deviasi ellipsoid geosentrik permukaan geoid (MSL= *Mean Sea Level*) lebih kecil dari 100 m. Sedangkan deviasi permukaan geoid sendiri dengan permukaan bumi lebih kecil dari 10 km. adapun tabelnya adalah sebagai berikut:[102]

	Deviasi maksimum (m)	Rasio terhadap sumbu Panjang bumi (a = 6378 km)
Permukaan bumi-geoid (MSL)	10000	$1.6.10^{-3}$
Geoid-ellipsoid (geosentrik)	100	$1.6.10^{-5}$
Ellipsoid-bola	10000	$1.6.10^{-3}$

[102] Hasanuddin Z. Abidin, *Geodesi Satelit*, hlm. 18.

(geosentrik)		

2. World Geodetic System 1984 (WGS 84)

WGS 84 pada prinsipnya adalah sistem koordinat CTS (*Conventional Terrestrial System*) yang didefinisikan, direalisasikan dan dipantau oleh NIMA (*National Imagery And Mapping*) Amerika Serikat (AS). WGA 84 adalah sistem yang saat ini digunakan oleh sistem satelit navigasi GPS (*Global Positioning System*). Adapun karakteristik dari WGS 84 adalah seperti CTS, dengan karakteristik spesifik lainnya sebagai berikut:[103]

- Sistem geosentrik, dimana pusat massanya didefinisikan untuk seluruh bumi, termasuk lautan dan atmosfer.
- Skalanya adalah kerangka lokal bumi, dalam konteks teori relativitas gravitasi.
- Evolusi waktu dari orientasi sistem koordinat tidak menyebabkan adanya residual dari rotasi global terhadap kerak bumi.

Kerangka referensi WGS 84 direalisasikan pertama kalinya pada 1987 dengan sekumpulan titik koordinatnya diamatai dengan sistem satelit navigasi TRANSIT (Doppler). Pada waktu itu kerangka direalisasikan dengan memodifikasi kerangka referensi yang digunakan oleh sistem satelit Doppler (NSWC 9Z-2), yaitu parameter titik pusat (titik nol) sistem koordinat dan skalanya, serta merotasikannya sehingga merediannya berimpit dengan meridian nol yang didefinisikan oleh BIH (*Bureau International De I'Heure*).

Dalam hal ini nilai tranformasi dari datum NSWC 9Z-2 ke WGS 84 adalah translasi dalam arah sumbu Z sebesar ΔZ = 4,5 m, rotasi dalam bujur $\Delta\lambda$ = 0,814", dan perubahan faktor skala $\Delta S = -0{,}6 \times 10^{-6}$.[104] Sejak Januari 1987, *Defense Mapping Agency* (DMA) Amerika Serikat mulai menggunakan WGS 84 dalam menghitung orbit teliti (*Precise Ephemeris*) untuk satelit TRANSIT (Doppler). Orbit teliti selanjutnya bersama-sama dengan pengamatan Doppler digunakan untuk menentukan posisi dari 12 stasiun penjejak GPS milik DoD.

[103] Hasanuddin Z. Abidin, *Geodesi Satelit,* hlm. 45.
[104] Hasanuddin Z. Abidin, *Geodesi Satelit,* hlm. 46.

Keduabelas stasiun ini selanjutnya digunakan untuk menjejak satelit GPS dalam rangka menentukan parameter orbit (*Broadcast Ephemeris*) dari satelit

Dalam rangka menyelaraskan sistem koordinat WGS 84 dengan sistem ITRF yang lebih teliti serta banyak digunakan untuk aplikasi-applikasi geodetic pada saat ini, DoD telah menentukan kembali koordinat dari 12 stasiun penjejak tersebut pada epok 1994.0. Penentuan kembali koordinat dikakukan dengan menggunakan data GPS yang diamati di sepuluh stasiun tersebut serta di beberapa stasiun penjejak IGS (*Internation GPS Service for Geodynamics*), yang dalam perhitungan ini koordinatnya dalam system ITRF 91 dianggap tetap. Selanjutnya kerangka koordinat WGS 84 yang telah ditingkatkan kualitasnya dinamakan WGS 84 (G730). Namun pada tahun 1996, diganti lagi dengan nama WGS 84 (G873).[105]

Pada sistem koordinat WGS 84 yang merupakan sistem koordinat kartesian tangan kanan, ellipsoid yang digunakan adalah ellipsoid geosentrik WGS 84 yang didefinisikan oleh empat parameter utama. Adapun parameter tersebut adalah sebagai berikut:[106]

Parameter	**Notasi**	**Nilai**
Sumbu panjang	a	6378137,0 m
Penggepengan	1/f	298,257223563
Kecepatan sudut bumi	ω	7292115,0 x 10^{-11} rad s^{-1}
Konstanta gravitasi bumi (termasuk massa atmosfer)	GM	3986004,418 x 10^{8} m^{3} s^{-1}

Itulah sekilas paparan tentang sistem koordinat referensi dan WGS 1984 yang digunakan dalam teori geodesi. Adapun aplikasi yang digunakan untuk perhitungan arah kiblat adalah metode Vincenty sebagaimana yang dibahas pada bab III. Dari perhitungan arah kiblat tersebut, dapat diketahui bahwa rumus yang digunakan juga tidak lepas dari aturan trigometri.

Meskipun dalam perhitungannya metode Vincenty sudah menggunakan program tertentu, namun pada prinsipnya rumus dasar yang dipakai adalah

[105] Hasanuddin Z. Abidin, *Geodesi Satelit*, hlm. 47.
[106] Hasanuddin Z. Abidin, *Geodesi Satelit*, hlm. 47.

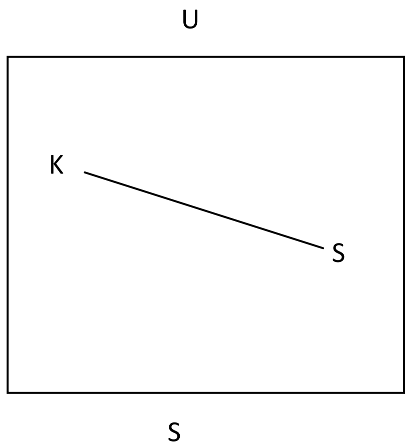
rumus trigonometri. Di antaranya adalah rumus cotan, tangen, sin dan cos. Akan tetapi atuaran trigonometri yang diterapkan dalam teori geodesi adalah aturan trigonometri pada bidang lengkung. Lebih tepatnya, aturan trigonometri berdasarkan pada bentuk bumi yang sebenarnya, yaitu ellipsoid. Adapun perhitungannya menggunakan metode vincenty dengan sistem koordinat WGS 84.

C. ANALISIS RUMUS TRIGONOMETRI DALAM PENERAPANNYA PADA TEORI NAVIGASI.

Prinsip navigasi pada dasarnya adalah menggambarkan lokasi suatu tempat di bidang datar. Dalam hal ini dapat dikatakan semacam peta bidang datar. Sistem navigasi yang terkenal saat ini adalah sistem navigasi GPS. Adapun penjelasan sistem navigasi GPS adalah sebagaimana yang dibahas pada bab III.

Dengan kecanggihan teknologi, sistem navigasi GPS telah membantu mempermudah menentukan lokasi suatu tempat di permukaan bumi ini. Termasuk lokasi ka’bah di kota Makkah yang notabennya sebagai pusat arah mengahadap ketika orang muslim di seluruh dunia menjalankan ibadah sholat.

Di sini, dalam teori navigasi ini, perhitungan/penentuan arah kiblat bisa dilakukan dengan menggunakan konsep peta pada bidang datar. Misalkan saja ingin menentukan arah kiblat kota Semarang, maka tinggal dicari saja letak kota Semarang pada peta kemudian ditarik benang menuju kota Makkah letak ka’bah. Supaya lebih mudah, maka dibuatkan illustrasi gambar berikut ini:



Gambar 29. Ilustrasi arah kiblat kota Semarang pada peta bidang datar.

Teori navigasi dalam perhitungan arah kiblat pada prinsipnya menggunakan konsep trigonometri pada bidang datar. Hal ini sama halnya dengan penentuan arah kiblat dengan metode segitiga kiblat sebagaimana yang dibahas pada subbab sebelumnya. Diantara syarat yang diperlukan adalah sudut kiblat, kemudian garis bantu utara-selatan (U-S) atau utara-barat (U-B) atau mungkin menyesuaikan lokasinya. Rumus yang digunakan tentunya juga tidak jauh beda yaitu, sinus, kosinus, tangen, cosecant, secan dan kotangen. Karena memang aturan yang digunakan adalah sama yaitu trigonometri pada bidang datar.

Teori navigasi pada aplikasinya lebih cenderung pada penetuan letak posisi lokasi saja. Bila sudah diketahui masing-masing titik lokasi, maka tinggal dihubungkan kedua titik tersebut dengan alat bantu benang ataupun sejenisnya. Adapun sudut kiblat masing-masing lokasi sudah diketahui terlebih dahulu. Sehingga memudahkan untuk perhitungannya.

Akan tetapi bila ditinjau dari rumus trigonometri yang digunakan, maka mayoritas hampir sama dengan teori lainnya yaitu trigonometri bola dan geodesi. Yang sedikit membedakan hanyalah aplikasinya pada bidang datar dan lengkung.