

**ANALISIS INTERAKSI PARTIKEL PADA EKSTENSI
MINIMAL MODEL STANDAR**

SKRIPSI

**Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Fisika
dalam Ilmu**



**Oleh : RIZKA NUR AFIATI
NIM : 1608026001**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
SEMARANG
2022**

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Rizka Nur Afiani
NIM : 1608026001
Jurusan / Program Studi : Fisika

Menyatakan bahwa skripsi yang berjudul:

ANALISIS INTERAKSI PARTIKEL PADA EKSTENSI MINIMAL MODEL STANDAR

Secara keseluruhan adalah hasil penelitian / karya saya sendiri, kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 29 Juni 2022

Pembuat pernyataan,



Rizka Nur Afiani

Rizka Nur Afiani

NIM: 1608026001



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
D. Prof. Dr. Haruka (Kampus II) Ngaliyan Semarang
Telp. 024-7601295 Fax. 7615387

PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini:

Judul : **ANALISIS INTERAKSI PARTIKEL PADA
EKSTENSI MINIMAL MODEL STANDAR**
Penulis : Rizka Nur Afiani
NEM : 1608026001
JURUSAN : Fisika

Telah diujikan dalam sidang ngajar akhir oleh Dewan Penguji Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu.

Semarang, 29 Juni

2022

DEWAN PENGLUJI

Penguji I

Muhammad Ardhi K, M. Sc
NIP: 19829009 201101 1 010

Penguji II

Istikomah, M. Sc
NIP: 19901126 201903 2 021

Penguji III

Fachrizki Rian P, M. Sc
NIP: 1989062620190310 001

Penguji IV

Sheila Rully Anggita, M. Si
NIP: 199005052019032 017

Penyunting I

Dr. Hamdan Hadi K, M. Sc
NIP: 19770320 200912 1 002

Penyunting II

Istikomah, M. Sc
NIP: 19901126 201903 2 021



NOTA DINAS

Semarang, 29 Juni 2022

Yth. Ketua Program Studi
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitabukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : ANALISIS INTERAKSI PARTIKEL PADA EKSTENSI
MINIMAL MODEL STANDAR
Nama : Rizka Nur Afiani
NIM : 1608026001
Jurusan : Fisika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk ditujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu 'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing I,


Dr. Hamdan Hadi Kusuma, M. Sc.
NIP. 197703202009121002

NOTA DINAS

Semarang, 29 Juni 2022

Yth. Ketua Program Studi
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : ANALISIS INTERAKSI PARTIKEL PADA EKSTENSI
MINIMAL MODEL STANDAR
Nama : Rizka Nur Afati
NIM : 1608025001
Jurusan : Fisika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diajukan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing II,


Istikomah, M. Sc.

NIP : 199011242019032021

ABSTRAK

Ekstensi minimal model standar merupakan perluasan dari model standar yang berupaya mencari kebenaran terkait massa neutrino. Namun dalam penelitian-penelitian sebelumnya belum diketahui terkait interaksi yang terjadi dalam ekstensi minimal model standar. Interaksi yang mungkin dalam ekstensi minimal model standar berupa hamburan dan peluruhan yang ditinjau dengan pendekatan teoritis dan analisis pada tiap suku interaksi potensial higgs dan lagrangian yukawa. Berdasarkan hasil analisa diperoleh interaksi dalam Lagrangian yukawa berupa 6 hamburan fermion yang diperantai oleh medan skalar higgs, 10 peluruhan boson higgs menjadi fermion-fermion, dan peluruhan fermion berupa peluruhan proton dan neutron. Interaksi pada potensial higgs menghasilkan 7 interaksi hamburan boson higgs dan 2 peluruhan medan skalar ϕ_s .

Kata kunci : Ekstensi Minimal Model Standar, Hamburan, Peluruhan, Tampang Lintang Differensial, Model Standar

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul:

ANALISIS INTERAKSI PARTIKEL PADA EKSTENSI MINIMAL MODEL STANDAR

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Fisika UIN Walisongo Semarang.

Proses penyusunan skripsi ini tidak lepas dari doa, bantuan, bimbingan, motivasi dan peran dari banyak pihak. Sehingga penulis mengucapkan terimakasih kepada :

1. Bapak Prof. Dr. Imam Taufiq, M. Ag, selaku Rektor UIN Walisongo Semarang.
2. Bapak Dr. H. Ismail, M. Ag, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang.
3. Bapak Agus Sudarmanto, M. Si, selaku Ketua Jurusan Fisika UIN Walisongo Semarang
4. Bapak Dr. Hamdan Hadi Kusuma, M. Sc, selaku Pembimbing I yang telah membimbing penulis dengan begitu sabar.
5. Ibu Istikomah, M. Sc, selaku Pembimbing II yang telah membimbing, menasehati, dan memberikan semangat baik secara moril maupun materil pada penulis.
6. Bapak dan Ibu dosen fisika yang telah memberikan begitu banyak ilmu pengetahuan kepada penulis

7. Teruntuk kedua orang tua penulis, Ibu Siti Alimah dan Bapak Miftakhudin yang terus memberikan kasih sayang yang tiada habisnya untuk penulis.
8. Untuk kakak Zamharudin Annur dan adik-adik penulis, Nur ali Murtadlo, Alfikar Nur Fadli dan Muhammad Nahdiannur, yang selalu menjadi penyemangat dan penghibur penulis.
9. Teruntuk Mas Purwoko Suryo Adi T yang bisa menjadi teman, guru sekaligus penyemangat bagi penulis untuk segera menyelesaikan penulisan.
10. Untuk teman dan adik-adik fisika teori. Om Huda, Mas try, Dhek Embun dan Dhek Sifa yang menjadi teman diskusi dalam proses penulisan skripsi ini.
11. Untuk sahabat-sahabat penulis Nurida Devi R, dan Mbak Valentina Hastuti, yang selalu memberikan suport kepada penulis.
12. teman-teman KKN: Mak Lipia, Nafik, Lisa BP, Mas kepin, Bu bendes, Bunda Dwi, Bunda Lili, Nafida, Pinakuh, Dedek Yahya, Komatsu, Atta, Paunji, dan Paijo yang selalu menjadi teman sambat, menghibur dan menyemangati penulis.
13. keluarga kost putri berkah, Bapak dan Ibu Tasman mbak Tanti dan dhek Indah.
14. Semua Pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah memberikan kontribusi hingga selesainya skripsi ini.

Semoga semua kebaikan yang telah diberikan kepada penulis, mendapat balasan yang berkah, berlimpah dan menjadi amal ibadah yang diterima oleh Allah SWT. Aamiin.

Dengan segala kerendahan hati, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari segala kelemahan maupun kekurangan dalam penulisan karya tulis ini. Dan semoga karya tulis yang sederhana ini dapat menjadi bacaan yang bermanfaat dan dapat dikembangkan bagi peneliti-peneliti selanjutnya.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN KEASLIAN	ii
PENGESAHAN	iii
NOTA PEMBIMBING I	iv
NOTA PEMBIMBING II	v
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Rumusan Masalah	4
C. Tujuan Penelitian	4
D. Manfaat Penelitian	4
E. Batasan Masalah	5
F. Sistematika Penulisan	6
BAB II LANDASAN PUSTAKA	7
A. TINJAUAN PUSTAKA	7
1. Model Standar	7
2. Ekstensi Minimal Model Standar	16
3. Diagram Feynman	22
B. KAJIAN PUSTAKA	30
BAB III Metodologi Penelitian	34
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	38
A. Interaksi Fermion	38
1. Hamburan	40
2. Peluruhan	66
B. Interaksi Boson Higgs	71
1. Hamburan Medan Skalar	72
2. Peluruhan Medan Skalar	74

BAB V SIMPULAN DAN SARAN	76
A. Kesimpulan	76
B. Saran	77
DAFTAR PUSTAKA	78
Lampiran-lampiran.....	81

DAFTAR TABEL

Tabel	Judul	Halaman
Tabel 1.1	Partikel Ekstensi Minimal Model Standar	6
Tabel 2.1	Sifat Operator Proyeksi	9
Tabel 2.2	fermion generasi pertama	10
Tabel 2.3	Partikel Ekstensi minimal	18
Tabel 4.1	Suku pada lagrangian Yukawa	39
Tabel 4.2	Interaksi Hamburan Elektron-Positron	41
Tabel 4.3	Interaksi Elektron Neutrino	50
Tabel 4.4	Interaksi Elektron-Quark	59
Tabel 4.5	Interaksi Neutrino	62
Tabel 4.6	Interaksi Quark	63
Tabel 4.7	Interaksi Campuran	65
Tabel 4.8	Interaksi Peluruhan Boson higgs	67
Tabel 4.9	Interaksi Hamburan pada Medan Skalar	74

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Judul	Halaman
Gambar 2.1	Susunan Dasar	23
Gambar 3.1	Flowchart Interaksi dalam Lagrangian Yukawa	34
Gambar 3.2	Flowchart Interaksi dalam Potensial Skalar	36
Gambar 4.1	Interaksi hamburan $\bar{e}_L + e_R \rightarrow \bar{e}_L + e_R$	41
Gambar 4.2	Hamburan elektron-positron pada kerangka pusat massa	46
Gambar 4.3	Interaksi Hamburan Elektron-Neutrino	51
Gambar 4.4	Proses Hamburan Elektron-Neutrino	57
Gambar 4.5	Interaksi Hamburan Elektron-Quark	59
Gambar 4.6	Interaksi Hamburan Neutrino-Neutrino	62
Gambar 4.7	Interaksi Hamburan Quark-Quark	64
Gambar 4.8	Interaksi Hamburan Quark-Quark	64
Gambar 4.9	Interaksi Peluruhan $\phi \rightarrow \bar{e}_L + e_L$	68
Gambar 4.10	Interaksi Peluruhan Proton	70
Gambar 4.11	Interaksi hamburan boson higgs	73
Gambar 4.12	Interaksi peluruhan boson higgs	74

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Pembuktian BAB II	81
Lampiran 2 Pembuktian BAB IV	86
Lampiran 3	106

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Fisikawan memiliki keinginan untuk memiliki satu teori tunggal yang bisa menyatukan empat interaksi alam semesta yaitu : interaksi kuat, lemah, elektromagnetik dan gravitasi(Grifiths, 2008). Keinginan ini diharapkan mampu untuk memprediksi bagaimana alam semesta ini tercipta, berkembang dan juga berakhir. Untuk mencapai keinginan tersebut, model standar muncul sebagai salah satu teori yang mampu memprediksi interaksi-interaksi alam semesta.

Model standar yang di bangun berasal dari mekanika kuantum relativistik yang kemudian menjadi teori medan kuantum (Quantum Field Theory) disertai konsep medan tera didalamnya(Panuluh dan Satriawan, 2019). Grup tera yang membangun model standar ini merupakan grup tera $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Grup tera $SU(3)_C$ menggambarkan interaksi kuat, grup tera $SU(2)_L$ menggambarkan interaksi lemah, dan grup tera $U(1)_Y$ menggambarkan interaksi elektromagnetic. Ketika suhu alam semesta naik menjadi $E = 100\text{GeV}$, grup tera $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ mengalami perusakan simetri secara spontan menjadi grup tera $U(1)_{EM}$ (Haniah, 2019). Sejauh ini prediksi dari model standar sesuai dengan hasil eksperimen khususnya dibidang fisika partikel.

Teori model standar juga telah memprediksi massa Boson tera W dan Boson tera Z(Weinberg,1967). Perhitungan secara analitik dari massa Boson tera W senilai $82\pm 2\text{GeV}$ dan massa Boson tera Z

senilai 92 ± 2 GeV. Hasil prediksi ini sesuai dengan eksperimen yaitu massa Boson tera W senilai $80,403 \pm 0.029$ GeV, dan massa Boson tera Z senilai $91,188 \pm 0,002$ GeV (Griffiths,2008). Selain itu ditahun 2012 CERN (*Conseil européen pour la recherche nucléaire*) juga mengumumkan pencapaian luar biasa terkait penelitiannya tentang penemuan massa boson higgs yang sebelumnya juga sudah di prediksi di Model standard. CERN yang berkolaborasi dengan ATLAS menggunakan LHC(Large Hadron Collider) berhasil menemukan massa higgs senilai $126,0 \pm 0,4$ (stat) $\pm 0,4$ (sys) GeV. Hal tersebut merupakan pencapaian luar biasa dalam fisika partikel terkait kelebihan dari teori Model Standar.

Model Standar juga memiliki kelemahan, beberapa kelemahannya antara lain. Tidak dapat menjelaskan adanya hirarki massa partikel (Susskind,1979), asimetri partikel dan anti partikel (Davidson, Losada, Riotto, 2000), kelimpahan dark meter (Gondolo dan Gelmini, 2005), juga massa dan osilasi neutrino(Aguilar dkk, 2001). Kelemahan tersebut memerlukan perluasan model standar, contohnya Super Simetri (SUSY) (Wess dan Zumino, 1974) , Grand Unified Theory(GUT), dan ekstensi Minimal (Ernets,2001).

Grand Unified Theory(GUT) didasarkan pada grup Lie sederhana SU(5) yang diusulkan oleh Howard Georgi dan Sheldon Glashow pada tahun 1974. Anggapan bahwa *electric charges* dari elektron dan proton yang saling membatalkan satu sama lain menjadi presisi penting untuk keberadaan dunia makroskopik. Properti penting ini yang tidak dijelaskan di model standar. Grup SU(5) merupakan grup paling sederhana dari grup lie terkecil yang berisi model standar, dan yang menjadi dasar GUT pertamakali yaitu simetri $SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ (Jeannerot.2006).

Simetri kelompok seperti ini memungkinkan interpretasi ulang beberapa partikel yang diketahui, termasuk foton, boson W, boson Z dan gluon. Keterkaitan penyatuan konstanta kopling pada GUT, menimbulkan masalah berupa peluruhan proton dari model GUT yang sangat bertentangan dengan kondisi di alam semesta bahwa proton sangat stabil. Secara umum sebuah proton tersusun dari (u u d) yang dalam model GUT meluruh menjadi lepton dan meson yang di perantarai oleh boson X, Y dan quintuplet (Nusur. 2018). Masalah ini kemudian memunculkan berbagai macam spekulasi untuk mengatasi peluruhan proton, yaitu dengan memunculkan sebuah konsekuensi berupa perpanjangan life time(massa hidup) dari peluruhan proton(Langacker. 1981) .

Perluasan selanjutnya yaitu ekstensi minimal model standar yang dikenalkan oleh Ernets Ma dengan menerapkan mekanisme *seesaw* didalamnya. Haniah kemudian mengembangkan ekstensi ini dengan grup tera $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes Z_2$ (Ernest.2006). Penelitian ini mengenalkan partikel neutrino ν_R , partikel boson higgs singlet ϕ_s , dan partikel boson higgs doublet ϕ_d yang mana dalam model standar hanya terdapat neutrino *left-handed* saja. Penambahan neutrino *right* ini menjadi salah satu kunci untuk membangkitkan massa neutrino. Pembangkitan massa neutrino melalui mekanisme seesaw tipe I memperoleh massa neutrino yang masif dan tidak masif (haniah,dkk 2019).

Perluasan ekstensi minimal model standar belum dianalisa terkait interaksi antar partikelnya. Sehingga diperlukan penelitian lebih lanjut untuk mengetahui interaksi yang mungkin dari model ini. Seperti interaksi antar partikel fermion dan boson, atau kemungkinan kombinasi interaksi partikel yang lain. Dari interaksi-interaksi tersebut peneliti ingin mengkaji terkait

interaksi yang di dapat dari Medan Skalar dan Lagrangian Yukawa, kemudian akan di analisa lebih lanjut terkait peluruhan ataupun hamburan dari partikel. Interaksi partikel baik hamburan ataupun peluruhan memiliki besaran fisis yang spesifik. Peluruhan besaran fisis yang dikaji berupa waktu hidup dari partikel yang mengalami peluruhan, sedangkan dalam kasus hamburan besaran fisis yang dikaji berupa penampang lintang area / tampang lintang differensial (Griffiths. 2008).

B. Rumusan Masalah

1. Bagaimana interaksi antar partikel boson higgs pada lagrangian higgs diekstensi minimal model standar?
2. Bagaimana interaksi antara fermion dan higgs pada lagrangian Yukawa diekstensi minimal model standar?

C. Tujuan Penelitian

1. Untuk mengetahui interaksi antar partikel boson higgs pada lagrangian higgs di ekstensi minimal model standar.
2. Untuk mengetahui interaksi antara fermion dan higgs pada lagrangian Yukawa di ekstensi minimal model standar.

D. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini antara lain:

1. Bagi Pembaca
Mampu memberikan gambaran secara analisis dan

matematis mengenai Ektensi Minimal Model standar Fisika yaitu berupa interaksi dari partikel neutrino, Lagrangian Higgs dan Lagrangian Yukawa

2. Bagi Universitas

Diharapkan mampu menjadi bahan referensi terkait fisika teori dan menambah ketersediaan ilmu pengetahuan di perpustakaan.

3. Bagi Peneliti

- (a) mampu melatih konsep berfikir secara analisis dan matematis terkait fisika teori khususnya dibidang fisika partikel.
- (b) mampu memberikan motivasi belajar pada peneliti mengenai kajian fisika teori.

E. Batasan Masalah

Permasalahan yang dibahas hanya dibatasi pada hal-hal berikut ini:

1. Ekstensi Minimal Model Standar

Model yang digunakan untuk penelitian ini adalah Ekstensi minimal model standar berdasarkan grup tera $SU(2) \otimes U(1) \otimes Z_2$.

2. Partikel Ekstensi Minimal

Partikel yang ditinjau dalam penelitian ini adalah partikel ekstensi minimal model standar yang ditunjukkan pada Tabel 1.1

Tabel 1.1. Partikel Ekstensi Minimal Model Standar

Partikel	Doublet	Singlet
Lepton	$\ell_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$	e_R^-, ν_R
Quark	$q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	u_R, d_R
Higgs	$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$	$\eta = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ \eta^- \end{pmatrix}$ ϕ_s

F. Sistematika Penulisan

Penulisan Skripsi ini terdiri dari 5 BAB yang dijabarkan sebagai berikut:

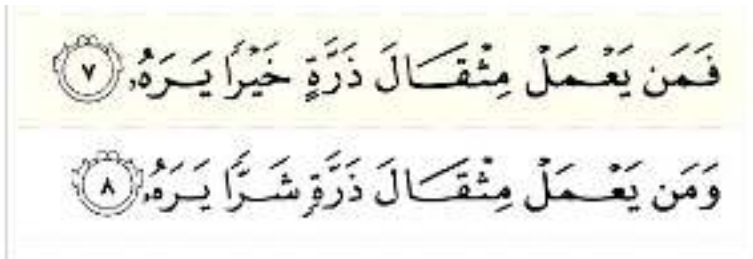
- **BAB I PENDAHULUAN**
Berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.
- **BAB II TINJAUAN PUSTAKA**
Membahas terkait teori yang berkaitan dengan penelitian, serta penelitian terdahulu yang sudah dilaksanakan.
- **BAB III METODOLOGI PENELITIAN**
Menyajikan metode penelitian yang digunakan. Yaitu berupa flowcart penelitian interaksi partikel
- **BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN**
Bab ini membahas hasil penelitian teoritik berupa hamburan dan peluruhan dari medan skalar dan lagrangian Yukawa
- **BAB V PENUTUP**
Berisi kesimpulan dan saran untuk penelitian ini.

BAB II LANDASAN PUSTAKA

A. TINJAUAN PUSTAKA

1. Model Standar

Model standar menegaskan bahwa materi di alam semesta terdiri dari partikel-partikel fundamental. Sebelum model standar muncul, para peneliti mengira bahwa partikel fundamental alam semesta merupakan atom-atom yang merepresentasikan materi terkecil di alam semesta. Materi terkecil ini disebutkan dalam Al-Quran surat Al-zalzalah ayat 7-8:



Artinya:“ Maka barang siapa mengerjakan kebaikan seberat dzarrah, niscaya dia akan melihat (balasan)nya. Dan barang siapa mengerjakan kejahatan seberat dzarrah, niscaya dia akan melihat (balasan)nya.”

Surat Al-zalzalah, menyebutkan kata "dzarrah" sebanyak dua kali pada ayat ke 7 dan 8. Menurut *Tafsir Ibnu Katsir* dan Al-Misbah, kata *zarrah* menggambarkan sesuatu terkecil. seperti semut, biji sawi, dan juga debu diartikan sebagai kata *dzarrah*. Kata ini menggambarkan sesuatu yang terkecil, sehingga apapun

maknanya ayat ini menegaskan bahwa amal manusia akan terlihat sekecil apapun (Shihab, 2002). Sedangkan sebagian ulama tafsir juga menyebutkan bahwa *dzarah* ini juga digunakan untuk menyebutkan atom dalam bahasa Arab, yang dalam hal ini sebelum kemunculan model standar atom sebagai partikel fundamental terkecil. Seiring berjalannya waktu dan ilmu pengetahuan semakin maju. Atom bukan lagi sebagai partikel terkecil, melainkan masih terdapat penyusun-penyusun atom.

Partikel-partikel fundamental di model standar memiliki spin. Sehingga partikel berdasarkan spinnya dibagi menjadi dua yaitu fermion dan boson. Fermion adalah partikel yang mengalami interaksi dan boson adalah partikel pembawa interaksi. Interaksi pada partikel fermion yaitu interaksi kuat, interaksi lemah, dan elektromagnetik (Cottingham, 2007). Fermion dibagi menjadi dua yaitu lepton dan quark. masing-masing lepton dan quark memiliki tiga generasi. Munculnya generasi pada lepton dan quark disebabkan adanya hirarki massa pada partikelnya. Pada lepton interaksi yang terjadi hanya interaksi lemah dan elektromagnetik (tidak mengalami interaksi kuat). Quark mengalami interaksi kuat, dan di alam semesta quark jarang ditemukan dalam keadaan sendirian (selalu memiliki kombinasi). Nama dari kombinasi dari quark adalah Hadron (Griffiths, 2008).

Interaksi-interaksi yang terjadi dalam fermion digambarkan dengan persamaan Lagrangian Dirac.

Lagrangian Dirac persamaan (2.1) yaitu

$$\begin{aligned} L_{\text{Dirac}} &= \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi \\ &= i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \bar{\psi} m \psi \end{aligned} \quad (2.1)$$

dengan ψ merupakan medan spinor dirac, $\partial = \frac{\partial}{\partial \mu}$, dan γ^μ adalah matriks dirac. Lagrangian elektrolemah dapat dikonstruksi dari lagrangian Dirac persamaan (2.1) dengan operator proyeksi yang didefinisikan dalam Persamaan (2.2)

$$P_{R,L} \equiv \frac{1}{2} \mathbf{I} \pm \gamma^5 . \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) merupakan persamaan operator proyeksi dengan R merupakan komponen *right-handed*, L merupakan komponen *left-handed* dan γ^5 merupakan operator kiralitas . Persamaan (2.2) jika di jabarkan, dapat menghasilkan sifat-sifat operator proyeksi yang dapat dilihat pada Tabel 2.1 (Pembuktian ada dalam Lampiran I.1)

Tabel 2.1. Sifat Operator Proyeksi

$P_L^2 = P_L$	$P_R \psi = \psi_R$	$\psi P_R = \psi_L$	$P_L + P_R = 1$
$P_R^2 = P_R$	$P_L \psi = \psi_L$	$\psi P_L = \psi_R$	$P_R P_L = 0$

Operator proyeksi pada Tabel 2.1 kemudian disubsitusikan kedalam persamaan dirac (2.1) menghasilkan persamaan lagrangian dirac yang sudah disisipi operator proyeksi. (Pembuktian di Lampiran I.2)

$$\begin{aligned} L_D &= i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu (P_L + P_R) \psi - m\bar{\psi} (P_L + P_R) \psi \\ &= i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + i\bar{\psi}_R \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R - m\bar{\psi}_R \psi_L - m\bar{\psi}_L \psi_R . \end{aligned} \quad (2.3)$$

ψ_L mewakili fermion doublet dan ψ_R mewakili fermion singlet. Sehingga dapat diketahui bahwa nilai $\psi = \psi_L + \psi_R$ yang dapat

dengan $\alpha(x)$ menunjukkan parameter transformasi tera SU(2) dan $\beta(x)$ menunjukkan parameter transformasi tera U(1). Kemudian derivatif ∂_μ pada persamaan (2.3) diganti menjadi kovarian derivatif D_μ yang didefinisikan sebagai

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + igT_i W_\mu^i + ig^0 B_\mu \frac{Y}{2}. \quad (2.5)$$

Konstanta g merupakan kopling SU(2) dan g^0 merupakan konstanta kopling dari U(1). Medan vektor tera untuk SU(2) adalah W_μ^i , dan medan vektor tera untuk U(1) adalah B_μ . Generator SU(2) adalah T_i yang di definisikan sebagai $T_i \equiv \frac{1}{2}\tau_i$ dengan τ_i adalah matrik pauli. Sedangkan generator U(1) adalah Y .

Interaksi lemah yang melibatkan boson bermuatan W^\pm harus berkaitan dengan elektromagnetik. Sedangkan, untuk menggabungkan Electromagnetik (QED) dengan interaksi lemah perlu mendefinisikan kombinasi linier dari generator lemah dan operator muatan listrik Q (Collins, dkk. 1989). Kombinasi linier dari generator tersebut dapat dilihat dalam persamaan (2.6) berikut

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}. \quad (2.6)$$

Suku kinetik dari medan tera didefinisikan dalam persamaan (2.7) berikut

$$L_G \equiv -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (2.7)$$

dimana $W_{\mu\nu}^i$ ($i = 1, 2, 3$) merupakan suku kinetik untuk medan SU(2) dan $B_{\mu\nu}$ merupakan suku kinetik medan U(1). Sehingga lagrangian invarian tera untuk interaksi elektro lemah pada simetri

$SU(2) \otimes U(1)$ ditunjukkan pada persamaan (2.8), yaitu

$$L_1 = \bar{\Psi}_L \gamma^\mu (i\partial_\mu - g \frac{\tau_i}{2} W_\mu^i - g' \frac{Y}{2} B_\mu) \Psi_L + \bar{\Psi}_R \gamma^\mu (i\partial_\mu - g' \frac{Y}{2} B_\mu) \Psi_R - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W^{\mu\nu}_i - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}. \quad (2.8)$$

Suku pertama dan kedua dari persamaan lagrangian (2.8), menunjukkan energi kinetik dari fermion serta interaksinya dengan medan tera. Sedangkan, suku ketiga dan keempat menunjukkan energi kinetik dari medan tera. Dengan $W_{\mu\nu}^i$ dan $B_{\mu\nu}$ didefinisikan sebagai

$$W_{\mu\nu}^i \equiv \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g \epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k \\ B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

Teori elektro lemah menjelaskan bahwa untuk membangkitkan massa partikel pada invarian tera, harus menggunakan mekanisme Higgs (Hanzel dan Martin. 1984). Mekanisme Higgs diformulasikan agar boson W^\pm dan Z^0 menjadi masif dan foton tidak bermassa (Haniah.2019). Oleh karena itu, diperkenalkan empat medan skalar real ϕ_i . Medan skalar ϕ_i disusun menjadi doublet dengan hypercharge $Y=1$, yaitu

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

dengan nilai dari masing-masing ϕ ditunjukkan dalam persamaan (2.8) berikut

$$\phi^+ = \frac{(\phi_1 + i\phi_2)}{\sqrt{2}} \quad (2.9)$$

$$\phi^0 = \frac{(\phi_3 + i\phi_4)}{2}$$

Lagrangian untuk medan skalar ditunjukkan dalam persamaan (2.10) berikut

$$L_2 = \partial_\mu \phi + ig \frac{\tau_i}{2} W_\mu^i + ig^0 \frac{Y}{2} B_\mu \phi^2 - V(\phi). \quad (2.10)$$

Pembangkitan massa boson tera dapat menggunakan potensial Higgs $V(\phi)$ yaitu pada Persamaan(2.11)

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda \phi^\dagger \phi^2 \quad (2.11)$$

dengan $\mu^2 < 0$ dan $\lambda > 0$. Medan skalar ϕ_0 dipilih sebagai nilai harap vakum yang definisinya yaitu

$$\phi_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Persamaan (2.12) kemudian disubsitusikan kedalam persamaan L_2 (2.10) sehingga menjadi persamaan (2.13) berikut

$$L_2 = \partial_\mu \phi + ig \frac{\tau_i}{2} W_\mu^i + i \frac{g^0}{2} B_\mu \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}^2 - V(\phi) \quad (2.13)$$

dengan $W_\mu^i = W_\mu^1 + W_\mu^2 + W_\mu^3$. Nilai perkalian dari $\tau_i W_\mu^i$ merupakan perkalian matrik, sehingga persamaan (2.13) dapat

ditulis kembali menjadi Persamaan (2.14) (Haniah.2019)

$$\begin{aligned}
 L_2 + V(\varphi) &= \frac{iv}{2} \frac{gW_\mu^1 - igW_\mu^2}{-gW_\mu^3 + g^0 B_\mu} v \\
 &= \frac{v^2 g^2}{8} \left(W_\mu^{1\ 2} + W_\mu^{2\ 2} + \frac{v^2}{8} (g^3 W^{3\mu} W_\mu^3 - 2gg^0 W^{3\mu} B_{\mu u} \right. \\
 &\quad \left. + g^{02} B^\mu B_\mu) \right) \\
 &= \frac{v^2 g^2}{4} W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} g^2 & -gg^0 \\ -gg^0 & g^{02} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

dengan $W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{2}$. Persamaan (2.14) merupakan persamaan Lagrangian potensial skalar untuk mencari massa medan Z_μ dan massa medan A_μ , yang di cari dengan mendiagonalisasikan komponen matrik didalam persamaan (2.14). Massa medan Z_μ sering disebut juga sebagai boson tera netral Z^0 dan massa medan A_μ sering disebut foton (Haniah. 2019).

Untuk mengontruksi massa lepton dan quark, maka kita tinjau persamaan lagrangian L_1 (2.8). Dalam persamaan L_1 tidak mengandung suku $-m\psi\psi$ karena suku tersebut tidak invarian terhadap transformasi tera (Zuhrianda,2004)(haniah,2019). Sedangkan pada persamaan Lagrangian L_2 (2.10), Higgs doublet yang membangkitkan massa W^\pm dan Z^0 dapat membangkitkan massa lepton dan quark. Sehingga massa lepton dan quark dapat dikonstruksi menggunakan lagrangian Yukawa berikut

(Zuhrianda,2004)

$$L_3 = -G \bar{\psi}_L \phi \psi_R + \bar{\psi}_R \phi^\dagger \psi_L . \quad (2.15)$$

Dan untuk membangkitkan massa elektron, maka lagrangian yukawa pada persamaan (2.15) akan berubah menjadi Persamaan (2.16) (Haniah,,2019).

$$L_3 = -G_e \bar{v}_e \bar{\psi}_L \begin{matrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{matrix} e_R + \bar{e}_R \begin{matrix} \phi^- \\ \phi^0 \end{matrix} \begin{matrix} \psi_e \\ e \end{matrix} . \quad (2.16)$$

Persamaan (2.16) dapat menghasilkan massa elektron dengan melakukan perusakan simetri secara spontan melalui perantara higgs model standar (ϕ). Kemudian untuk membangkitkan massa quark juga dapat dilakukan dengan cara yang sama (melakukan perusakan simetri. Namun perantaranya berupa higgs doublet baru dari ϕ menjadi ϕ_c (Haniah, 2019).

lagrangian L_1, L_2 , dan L_3 merupakan komponen dari lagrangian model standar. Sehingga lagrangian pada persamaan (2.8),(2.13) dan (2.15) jika digabungkan akan menjadi lagrangian

total persamaan (2.17) berikut.

$$\begin{aligned}
 L &= L_1 + L_2 + L_3 \\
 &= \bar{\psi}_L \gamma^\mu i \partial_\mu - g \frac{\tau_i}{2} W_\mu^i - g^0 \frac{Y}{2} B_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu i \partial_\mu - g^0 \frac{Y}{2} B_\mu \psi_R \\
 &\quad - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\
 &\quad + \partial_\mu \phi + i g \frac{\tau_i}{2} W_\mu^i + i g^0 \frac{Y}{2} B_\mu \phi^2 - V(\phi) \\
 &\quad - G \bar{\psi}_L \phi \psi_R + \bar{\psi}_R \phi^\dagger \psi_L .
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

L_1 merupakan Lagrangian fermion dengan medan tera yang menunjukkan energi kinetik. L_2 merupakan lagrangian Higgs yang menunjukkan massa dari medan W^\pm, Z^0 , dan γ . L_3 merupakan lagrangian Yukawa yang menunjukkan massa dari fermion serta interaksinya dengan medan Higgs (Hanzel dan Martin. 1984).

2. Ekstensi Minimal Model Standar

a. Potensial Skalar

Ekstensi minimal model standar dengan grup tera $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes Z_2$ merupakan perluasan model standar yang dilihat dari komponen grup tera yang digunakan. Komponen partikel yang terdapat pada model ini adalah fermion model standar, higgs doublet model standar (ϕ), penambahan partikel baru yaitu Higgs doublet (η), satu Higgs singlet (ϕ_s) dan neutrino *right-handed* (ν_R). Penambahan neutrino *right-handed* (ν_R) bertujuan untuk membangkitkan massa neutrino dengan menggunakan mekanisme *seesaw*, sedangkan medan skalar η dan ϕ

ditambahkan untuk membangkitkan massa pada neutrino Dirac dan Majorana (Haniah, 2019).

Grup Z_2 merupakan grup simetri diskrit yang memiliki dua anggota yaitu $(1,-1)$, atau sering disebut sebagai grup genap ganjil. Operasi biner pada grup ini adalah perkalian antar anggotanya. Simetri diskrit dari Z_2 dapat diaplikasikan pada medan skalar dan fermion yang ada di ekstensi minimal model standar. Penambahan medan skalar η dan φ_s menjadikan simetri diskrit yang berlaku pada ekstensi minimal model standar adalah Persamaan (2.18)

$$Z_2 : \varphi \rightarrow \varphi, \eta \rightarrow -\eta, \varphi_s \rightarrow \varphi_s. \quad (2.18)$$

Model ekstensi minimal model standar memperkenalkan neutrino *right-handed* yang bernilai ganjil berdasarkan simetri Z_2 . Adapun tabel (2.3) merupakan partikel-partikel yang digunakan dalam model ini.

Tabel 2.3. Partikel Ekstensi minimal

Partikel	$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes Z_2$
$l_L = \begin{matrix} \nu_e \\ e^- \\ L \end{matrix}$	(2, -1, +)
e_R	(1, -2, +)
ν_R	(1, 0, -)
$q_L = \begin{matrix} u \\ d \\ L \end{matrix}$	(2, + $\frac{1}{3}$, +)
u_R	(1, + $\frac{4}{3}$, +)
d_R	(1, - $\frac{2}{3}$, +)
$\varphi = \begin{matrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{matrix}$	(2, +1, +)
$\eta = \begin{matrix} \eta^+ \\ \eta^- \end{matrix}$	(2, +1, -)
φ_S	(1, 0, +)

Pada tabel (2.3), tambahan dua medan skalar η dan φ_S menyebabkan potensial skalar pada ekstensi minimal model standar berbeda dengan model standar:

Potensial skalar pada ekstensi minimal model standar ditunjukkan pada persamaan (2.19)

$$\begin{aligned}
 V = & \frac{1}{2}\mu_1^2\varphi^\dagger\varphi + \frac{1}{2}\mu_2^2\eta^\dagger\eta + \frac{1}{2}\mu_3^2\varphi_S^\dagger\varphi_S + \frac{1}{4}\lambda_1\varphi^\dagger\varphi^2 + \frac{1}{4}\lambda_2\eta^\dagger\eta^2 \\
 & + \frac{1}{2}\lambda_3\varphi_S^\dagger\varphi_S^2 + \frac{1}{2}\lambda_4\varphi^\dagger\varphi\eta^\dagger\eta + \frac{1}{2}\lambda_5\varphi^\dagger\eta\eta^\dagger\varphi \\
 & + \frac{1}{2}\lambda_6\varphi_S^\dagger\varphi_S\varphi^\dagger\varphi + \frac{1}{2}\lambda_7\varphi_S^\dagger\varphi_S\eta^\dagger\eta + \lambda_8\varphi^\dagger\varphi\varphi_S \\
 & + \lambda_9\eta^\dagger\eta\varphi_S + \frac{1}{4}\lambda_{10}\varphi^\dagger\eta^2 + \text{h.c}
 \end{aligned}$$

(2.19)

Nilai harap vakum dari medan skalar η , φ , dan φ_s didefinisikan sebagai

$$\varphi_0 \equiv \sqrt{\frac{f}{2}} \begin{matrix} 0 \\ v_\varphi \end{matrix} \quad (2.20)$$

$$\eta_0 \equiv \sqrt{\frac{f}{2}} \begin{matrix} 0 \\ v_\eta \end{matrix} \quad (2.21)$$

$$\varphi_s \equiv (v_{\varphi_s}) \quad (2.22)$$

persamaan (2.20), (2.21), dan (2.22) kemudian di substitusikan kedalam persamaan potensial skalar (2.19) menghasilkan persamaan potensial skalar yang baru yaitu pada persamaan (2.23) berikut

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{2}\mu_1^2 v_\varphi^2 + \frac{1}{2}\mu_2^2 v_\eta^2 + \frac{1}{2}\mu_s^2 v_{\varphi_s}^2 + \frac{1}{4}\lambda_1 v_\varphi^4 + \frac{1}{4}\lambda_2 v_\eta^4 \\ & + \frac{1}{4}\lambda_3 v_{\varphi_s}^4 + \frac{1}{2}\lambda_4 v_\varphi^2 v_\eta^2 + \frac{1}{2}\lambda_5 v_\varphi^2 v_\eta^2 + \frac{1}{2}\lambda_6 v_{\varphi_s}^2 v_\varphi^2 \\ & + \frac{1}{2}\lambda_7 v_{\varphi_s}^2 v_\eta^2 + \frac{1}{2}\lambda_8 v_\varphi^2 v_{\varphi_s} + \lambda_9 v_\eta^2 v_{\varphi_s} + \frac{1}{2}\lambda_{10} v_\varphi^2 v_\eta^2. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Untuk mencari nilai harap vakum dari masing-masing medan skalar maka perlu diambil nilai ekstremum dari masing masing medan skalar yaitu

$$\frac{\partial V}{\partial v_\varphi} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial v_\eta} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial v_{\varphi_s}} = 0 \quad (2.24)$$

sehingga persamaan (2.23) disubstitusikan ke persamaan (2.24) menghasilkan nilai harap vakum dari masing-masing

medan yaitu

$$v_\varphi = \pm \frac{\sqrt{-\mu^2 - v^2(\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_{10}) - \lambda_6 v^2 - 2\lambda_8 v_\varphi}}{\lambda_1} \quad (2.25)$$

$$v_\eta = \pm \frac{\sqrt{-\mu^2 - v^2(\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_{10}) - \lambda_7 v_\varphi^2 - 2\lambda_9 v_\varphi}}{\lambda_2} \quad (2.26)$$

$$v_{\varphi_s} = \pm \frac{\sqrt{-\mu_s^2 - \lambda_6 v_\varphi^2 - \lambda_7 v_\eta^2 - \frac{\lambda_8 v_\varphi}{v_{\varphi_s}} - \frac{\lambda_9 v_\eta^2}{v_{\varphi_s}}}}{\lambda_3} \quad (2.27)$$

Nilai harap vakum medan skalar diatas dapat membangkitkan massa dari masing-masing medan skalar. Yaitu dengan melakukan ekspansi di tiap nilai harap vakum, sehingga akan menghasilkan suku massa tiap medan skalar. Massa medan skalar φ, η dan φ_s ditunjukkan pada persamaan(2.28) berikut

$$\begin{aligned} m_{h_\varphi} &= \frac{2\lambda_1 v_\varphi^2}{\lambda_1} \\ m_{h_\eta} &= \frac{2\lambda_2 v_\eta^2}{\lambda_2} \\ m_{h_{\varphi_s}} &= \frac{2\lambda_3 v_{\varphi_s}^2 - \frac{\lambda_8 v_\varphi^2}{v_{\varphi_s}} - \frac{\lambda_9 v_\eta^2}{v_{\varphi_s}}}{\lambda_3} \end{aligned} \quad (2.28)$$

b. Lagrangian Yukawa

Massa elektron, quark-up, dan quark-down dapat dibangkitkan dengan membangun Lagrangian Yukawa di model ekstensi minimal model standar(Haniah,2019). Suku-suku yang paling memungkinkan pada Lagrangian Yukawa dihasilkan dengan mengalikan masing-masing wakil fundamental Tabel 2.3. Hasil yang didapatkan

haruslah bernilai $(\mathbf{1.0.})$. Sebagai contoh perhitungan wakilan fundamental adalah sebagai berikut

$$\bar{\mathbf{1}}_L \varphi_{eR} = (\mathbf{2}^?, +1, +)(\mathbf{2}, +1, +)(\mathbf{1}, -2, +) = (\mathbf{1}, 0, +). \quad (2.29)$$

Perhitungan suku-suku ini telah dikaji oleh Haniah. Jika semua suku digabungkan, maka akan memperoleh bentuk Lagrangian Yukawa pada ekstensi minimal model standar. Yaitu pada persamaan (2.30) berikut

$$\begin{aligned} L_Y = & -G_1 \bar{\mathbf{1}}_L \varphi_{eR} - G_2 \bar{\mathbf{1}}_L \eta^c \nu_{eR} - G_3 \bar{\mathbf{v}}_R^c \varphi_s \nu_{eR} - G_4 \bar{\mathbf{q}}_L \varphi d_R \\ & -G_5 \bar{\mathbf{q}}_L \varphi^c u_R - G_6 \bar{\mathbf{e}}_R \varphi^\dagger \mathbf{1}_L - G_7 \bar{\mathbf{v}}_R (\eta^c)^\dagger \mathbf{1}_L - G_8 \bar{\mathbf{v}}_R (\varphi_s)^\dagger \nu_{eR}^c \\ & -G_9 \bar{\mathbf{d}}_R \varphi^\dagger \mathbf{q}_L - G_{10} \bar{\mathbf{u}}_R (\varphi^c)^\dagger \mathbf{q}_L \end{aligned} \quad (2.30)$$

dengan koefisien G adalah tetapan kopling interaksi Yukawa.

Nilai medan skalar φ akan mengambil nilai harap vakum (VEV). Kemudian dilakukan ekspansi untuk memperoleh massa elektron, quark up dan quark down pada lagrangian Yukawa tersebut. Nilai ketiga massa tersebut antara lain:

- Massa elektron

$$m_e = \frac{G_e}{\sqrt{2}} v_\varphi. \quad (2.31)$$

- Massa quark-down

$$m_d = \frac{G_d}{\sqrt{2}} v_\varphi \quad (2.32)$$

- Massa quark-up

$$m_u = \frac{G_u}{2} v_\phi \quad (2.33)$$

3. Diagram Feynman

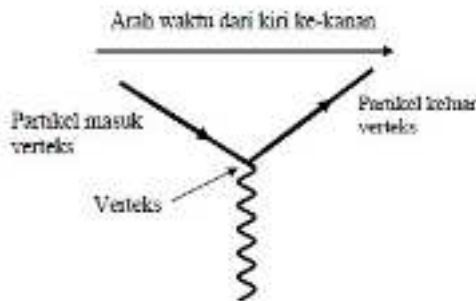
Tahun 1940 Richard Feynman memperkenalkan aturan diagram feynman untuk merepresentasikan ekspresi matematis pada perilaku dan interaksi partikel-partikel sub atomik. Feynman memperkenalkan diagram feynman sebagai perangkat pembukuan untuk menyederhanakan perhitungan panjang untuk elektrodinamika kuantum (QED)(kaiser,2005). interaksi antarpartikel di QED menjadi perhitungan yang bisa jadi sangat sulit untuk dipahami. Diagram Feynman muncul sebagai visualisasi sederhana dari apa yang menjadi rumus abstrak yang membingungkan. Sebuah diagram feynman melambangkan sebuah suku dalam sebuah rumus integral lintasan dari teorema medan kuantum(Nugroho,dkk. 2017).

Suku yang dipetakan merupakan boson dan fermion yang saling berkombinasi memuat interaksi yang bisa digambarkan dalam diagram feynman. Interaksi yang muncul berupa empat interaksi dasar model standar. Kuat memiliki mediator boson berupa 8 gluon (g) yang energinya sangat kuat karena massanya nol. Elektromagnetik mediator yang berperan berupa photon (γ) dan interaksi yang timbul juga interaksi elektomagnetik. Lemah memiliki dua boson yaitu boson W^\pm dan boson Z^0 , kedua boson ini memiliki massa yang besar namun interaksi yang timbul berupa interaksi lemah. Gravitasi memiliki mediator berupa graviton dengan dugaan dalam teori memiliki dua spin dan masih banyak misteri hingga sekarang terkait interaksi gravitasi, karena massa dari graviton yang belum diketahui(Griffiths,2008).

Keempat interaksi fundamental tersebut tidak sepenuhnya bisa dipecahkan, hanya tiga interaksi yang telah dipecahkan di Model standar yaitu kuat, lemah dan elektromagnetik, dan semua interaksi ini bisa dikaji menggunakan diagram Feynman.

a. Struktur Dasar Diagram Feynman

Terdapat diagram dasar yang tiap diagram berhubungan dengan tiga interaksi yaitu kuat, lemah dan elektromagnetik. Diagram dasar dari diagram Feynman dapat dilihat digambar 2.1



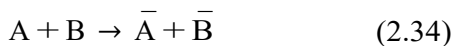
Gambar 2.1. Susunan Dasar

Dari gambar 2.1 ada beberapa poin penting terkait diagram feynman, yaitu:

- a Diagram Feynman merupakan simbol, tidak menyatakan lintasan partikel dalam ruang dan bukan diagram ruang waktu.
- b Cara pembacaan diagram Feynman mengikuti arah waktu yaitu dari arah kiri ke kanan. Bagian kiri diagram menunjukkan sebelum interaksi dan bagian

kanan diagram menunjukkan setelah interaksi. Namun terdapat juga waktu mengarah dari bawah keatas, maka bagian bawah menunjukkan sebelum interaksi dan bagian atas menunjukkan interaksi. Sehingga perlu diperhatikan tanda arah waktu sebelum menganalisis diagram Feynman.

- c Tanda panah akan menyatakan interaksi partikel-partikel. Untuk partikel **sebelum** interaksi arah tanda panah akan masuk menuju vertek dan disebut sebagai **partikel**. Sedangkan untuk partikel **setelah** interaksi, arah panah menjauhi vertek dan sering disebut sebagai **anti partikel**.
- d Titik pertemuan antara dua interaksi partikel disebut *vertek* yang kemudian titik ini terhubung dengan propagator maupun interaksi partikel lain.
- e Dalam diagram Feynman **partikel** dan **anti partikel** interaksinya dapat berubah atau berotasi sesuai dengan ketentuan. Jika suatu partikel dalam interaksi mulanya adalah **partikel** dan posisi arah panah menuju vertek kemudian dirotasikan sehingga arahnya berubah menjadi keluar vertek, maka haruslah berubah menjadi **anti partikel**. untuk lebih jelasnya tinjau untuk reaksi berikut



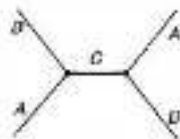
Dari reaksi persamaan diatas, A dan B merupakan **partikel** sedangkan \bar{A} dan \bar{B} merupakan **anti partikel**. Interaksi tersebut dapat dirotasi. Namun perlu diperhatikan bahwa **partikel** dan **anti partikel**

akan saling berubah. Sebagai contoh

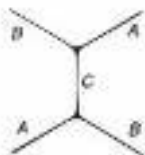
$$A \rightarrow \bar{B} + \bar{A} + \bar{B} \quad (2.35)$$

Adapun contoh reaksi persamaan (2.34) bisa digambarkan melalui dua chanel yaitu chanel S dan chanel T, seperti pada gambar

(a) Chanel S



(b) Chanel T



b. Golden Rules

Enrico Fermi merumuskan aturan emas (*Golden Rule*) sebagai representasi laju transisi dari satu keadaan kuantum kedalam suatu energi yang kontinu. Laju transisi secara efektif tidak bergantung pada waktu (selama kekuatan gangguan tidak bergantung pada waktu) dan sebanding

dengan kekuatan kopling antara keadaan awal dan akhir sistem. Intinya aturan emas Fermi mengatakan bahwa laju transisi diberikan oleh produk dari ruang fase dan kuadrat mutlak dari amplitudo. Mungkin ada beberapa dalam kasus non relativistik, dalam konteks teori gangguan yang bergantung pada waktu. Namun partikel yang bergerak tinjauannya dalam kasus relativistik sehingga aturan Fermi yang ditinjau adalah kasus relativistik yang berasal dari teori medan kuantum. Apa yang kemudian dilakukan adalah mencoba menerapkan aturan emas Fermi ini kedalam dua keadaan partikel yaitu Perluruhan dan juga hamburan.

1. Aturan Emas untuk Peluruhan

Misalkan sebuah partikel diam meluruh menjadi beberapa partikel, maka tingkat peluruhan diberikan oleh persamaan (2.36) berikut

$$\Gamma = \frac{S}{2} \frac{1}{m_1} |M|^2 (2\pi)^4 (p_1 - p_2 - p_3 - \dots - p_n) \times \prod_{j=i}^n 2\pi \delta(p_j^2 - m_j^2 c^2) \theta(p_j^0) \frac{d^4 p_j}{(2\pi^4)} \quad (2.36)$$

m_i merupakan massa sebuah partikel ke i dan p_i merupakan momentum empat partikel ke i . Faktor statistik untuk perhitungan ganda ketika ada partikel yang identik disimbolkan dengan S .

Dengan mengevaluasi diagram Feynman yang sesuai, suku terakhir dari persamaan (2.36) adalah ruang fase yang dapat memberitahu kita untuk mengintegrasikan

semua momentum empat.

- Setiap partikel hasil peluruhan $p_j^2 = m_j^2 c^2$ atau $E_j^2 - p_j^2 c^2$. Jika dituliskan dalam fungsi delta dirak adalah $\delta(p_j^2 - m_j^2 c^2)$.
- Setiap partikel hasil peluruhan energinya bernilai positif: $p_j^0 = \frac{E_j}{c} > 0$.
- Energi momentum harus lestari: $p_1 = p_2 + p_3 + \dots + p_n$. Hal ini dijamin dengan $\delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - \dots - p_n)$.
- setiap δ memperoleh (2π) dan setiap d memperoleh $\frac{1}{2\pi}$.

Elemen empat dimensi dapat dituliskan sebagai $d^4 = dp^0 d^3 p$. P^0 dapat diintegrasikan segera dengan memanfaatkan fungsi delta pada persamaan (2.37) berikut

$$\delta(p^2 - m^2 c^2) = \delta(p^0 - \sqrt{p^2 + m^2 c^2}) \quad (2.37)$$

Dengan menggunakan nilai delta

$$\delta(x^2 - a^2) = \frac{1}{2a} [\delta(x - a) + \delta(x + a)] \quad (a > 0), \quad (2.38)$$

sehingga

$$\delta(p^0 - \sqrt{p^2 + m^2 c^2}) = \frac{1}{2\sqrt{p^2 + m^2 c^2}} \delta(p^0 - \sqrt{p^2 + m^2 c^2}) \quad (2.39)$$

Dari persamaan (2.39) akan diperoleh nilai potensial

nol seperti pada persamaan (2.40) berikut

$$p^0 = \pm \frac{\mathbf{P}}{p^2 + m^2 c^2}. \quad (2.40)$$

Dengan demikian, persamaan (2.36) akan berubah menjadi

$$\Gamma = \frac{S}{2} \sum_{\mathbf{m}_i} |M|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - \dots - p_n) \times \prod_{j=2}^n \frac{1}{p_j^2 - m_j^2 c^2} \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3} \quad (2.41)$$

dengan $p_j^0 \rightarrow \frac{\mathbf{q}}{p_j^2 + m_j^2 c^2}$.

2. Aturan Emas untuk Hamburan

Misalkan partikel 1 menumbuk partikel 2 sehingga terjadi hamburan partikel 3, 4, ..., n

$$(1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + 5 + \dots + n).$$

Sehingga formula untukampang lintang hamburannya adalah

$$\sigma = \frac{S^2}{4} \frac{|M|^2 (2\pi)^2 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4)}{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2} \prod_{j=3}^n \frac{1}{p_j^2 - m_j^2 c^2} \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3}. \quad (2.42)$$

Suku pertama pada persamaan (2.42) merupakan kontribusi partikel yang mengalami hamburan.

sedangkan suku kedua merupakan amplitudo probabilitas beserta kelestarian energi momentum. Dan suku yang terakhir merupakan partikel hasil hamburan.

Untuk mencari nilai potensial nol pada hamburan, dilakukan cara yang sama dengan peluruhan. sehingga persamaan (2.42) dapat menjadi persamaan (2.43) berikut

$$\sigma = \frac{S_1^2}{4} \frac{Z}{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 m_2 c^2)^2} |M|^2 (2\pi)^4 \delta^4$$

$$(p_1 + p_2 - p_3 \dots - p_n) \times \prod_{j=3}^n \frac{1}{2} \frac{d^3 p_j}{p_j^2 + m_j^2 c^2} (2\pi)^3$$

(2.43)

dengan

$$p_j^0 = \sqrt{p_j^2 + m_j^2 c^2}. \quad (2.44)$$

Persamaan (2.43) bukan acuan utama untuk mengetahuiampang lintang differensial hamburan. $d^3 j$ berlaku momentum tiga sebagai lintasan bulat partikel terhambur yang nilainya adalah persamaan (2.45) berikut.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z}{8\pi} \frac{S_c}{(E_1 + E_2) |p_1|} |M|^2 \quad (2.45)$$

$$\times \frac{\delta(E_1 + E_2)/c - \frac{p_1}{r^2 + m_3^2 c^2} - \frac{p_2}{r^2 + m_4^2 c^2}}{\frac{p_1}{r^2 + m_3^2 c^2} \frac{p_2}{r^2 + m_4^2 c^2}} r^2 dr$$

nilai r merupakan singkatan dari d^3 . Persamaan (2.45) dalam bentuk yang lebih sederhana ditunjukkan pada

persaman (2.46) berikut

$$\frac{d_\sigma}{d_\Omega} = \frac{\sim c^2}{8\pi} \frac{S|M|^2 P_f}{(E_1 + E_2)^2 P_i} \quad (2.46)$$

dengan nilai P_f mewakili momentum hamburan final dan p_i mewakili momentum hamburan awal

B. KAJIAN PUSTAKA

Kajian pustaka dari penelitian ini diambil dari artikel, skripsi dan juga disertasi, yaitu :

1. Tahun 2006 *Departement of Aplied Mathematics* mempublish disertasi yang berjudul *Grand Unified Model and Cosmology* karangan R Jeannerot. Pembahasan disertasi ini dimulai dari masalah yang timbul di ketidak sempurnaan model standar, GUT dan SUSY. Bahasan terkait ketidak sempurnaan itu pun sudah banyak dikaji. Namun, penekanan khususnya dalam disertasi ini adalah GUT Supersimetri $SO(10)$. Grup $SO(10)$ supersimetri akan mengalami pemutusan simetri, pola dari pemutusan simetri sangat banyak sehingga perlu adanya pertimbangan pada pembentukan pola pemutusan simetri dengan pengukuran massa hidup proton. Pemutusan simetri yang terjadi pada grup tera $SO(10) \rightarrow^{M_{GUT}} SU(5) \otimes Z_2$, mengandung simetri diskrit berupa Z_2 yang dapat menekan massa hidup peluruhan proton yang cepat. Selain itu grup Z_2 juga menyediakan kandidat materi gelap yang dingin, dan menstabilkan superpartikel paling ringan (LSP).
2. Artikel yang berjudul *Enhancement of Proton Decay Rates in Supersymmetric $SU(5)$ Grand Unified Model* yang disusun

oleh Hisano, Kobayashi dan Nagata tahun 2012, menjelaskan dalam teori GUT Supersimetri (SUSY GUTs), boson tera yang terkait dengan grup pengukur terpadu menginduksi peluruhan proton. Tingkat peluruhan proton melalui boson tera di SUSY GUTs berdasarkan dua keadaan. Yang pertama dengan penambahan vektor eksta dan yang kedua dengan penambahan s-fermion. Dari dua situasi tersebut menghasilkan waktu hidup proton berkurang secara signifikan dari kasus sebelumnya. Penentuan isi partikel dan spektrum massanya dibawah skala GUT sangat penting untuk memprediksi massa hidup proton.

3. Skripsi yang berjudul *Teori Kemanunggalan Agung Berbasis Grup SU(5) Tanpa Peluruhan Proton* ditulis oleh Nusur pada tahun 2018. Berisi terkait teori GUT SU(5) dengan proton yang stabil. Lepton terletak dalam representasi tak tereduksi 5 dan 10 dari SU(5), sedangkan quark terletak dalam representasi tak tereduksi 40 50. Simetri *gauge* SU(5) dirusak dengan nilai harap vakum dari representasi tak tereduksi 24 dan 75. Stabilitas proton membutuhkan tiga relasi antara parameter-parameter dari model yang harus terpenuhi.
4. Pada tahun 2001 Ernest Ma mengeluarkan artikel yang berjudul *Naturally Small Seesaw Neutrino Mass With No New Physics Beyond the TeV Scale* berisi tentang ekstensi minimal model standar yang dapat menunjukkan massa neutrino kecil berdasarkan grup tera $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Model ini mengandung partikel model standar yang ditambah partikel baru yaitu 3 neutrino singlet serta satu Higgs

doublet baru. Massa Dirac kemudian diperoleh dari Higgs doublet baru dengan nilai harap vakum yang kecil. Kemudian tahun 2006 Ernest Ma kembali mengeluarkan artikelnya berkaitan dengan ekstensi minimal model standar yang berjudul *Verifiable Radiative Seesaw Mechanism of Neutrino Mass and Dark Matter*. Artikel ini menjelaskan neutrino *left-handed* memperoleh massa Majorana dari mekanisme *seesaw* radiative satu loop. dan grup yang digunakan pada ekstensi minimal model standar ini adalah grup $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes Z_2$. Partikel yang terdapat pada model ini meliputi lepton, 3 neutrino Majorana, dan dua Higgs doublet. Model ini menyebutkan bahwa terdapat dua kandidat *dark matter* dalam semesta yaitu bosonic dan fermionic. Dua kandidat ini memiliki struktur yang sangat sederhana dan harus dibuktikan pada eksperimen mendatang pada LHC(Large Hadron Collider).

Kedua penelitian Ernest Ma merupakan penelitian analitik yang berkaitan dengan ekstensi minimal model standar untuk menemukan massa neutrino yang kemudian dikembangkan kembali oleh Haniah.

5. Skripsi yang berjudul *Pembangkitan Massa Neutrino menggunakan Mekanisme Seesaw pada Teori Tera $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes Z_2$* yang ditulis oleh haniah pada tahun 2019. Berisi tentang perluasan model standar fisika dalam ranah ekstensi minimal dengan metode seesaw bisa menemukan formulasi massa neutrino yang masif dan tidak masif. Perluasan ini menggunakan partikel fermion model standar; Higgs doublet model standar (ϕ), dengan menambahkan Higgs doublet baru(η), Higgs singlet baru

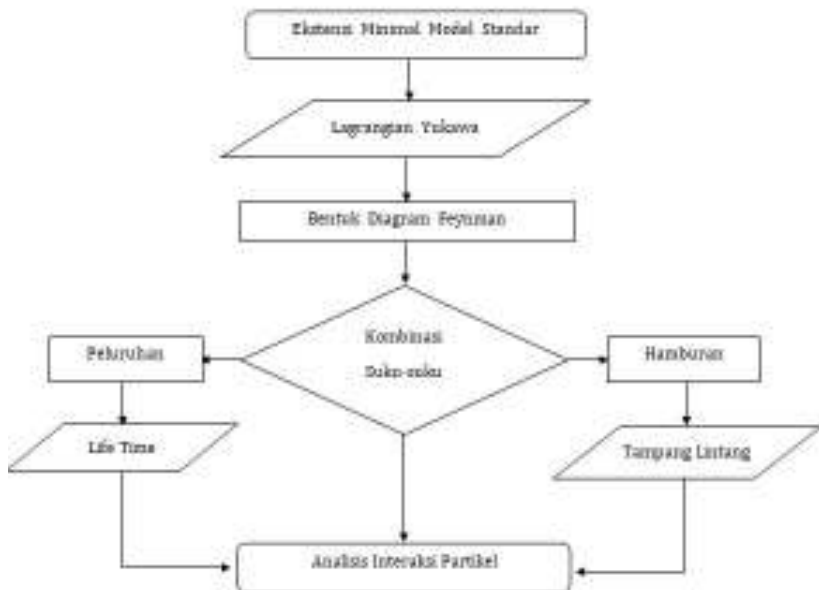
(φ_s), dan neutrino *right-handed* singlet. Hasil dari penelitian ini berupa massa Higgs φ_s lebih besar dari massa Higgs η dan massa Higgs η yang lebih besar dari massa Higgs φ ($m_{\varphi_s} > m_{\eta} > m_{\varphi}$). Selain itu massa lepton bermuatan dan quark juga dibangkitkan melalui kopling Yukawa antara Higgs doublet φ dengan fermion. Sedangkan massa neutrino sendiri dibangkitkan melalui mekanisme *seesaw* dan menghasilkan dua massa yaitu massa neutrino masif senilai $m_1 = 2G_V v_{\varphi_s}$ dan massa neutrino ringan senilai $m_2 = -\frac{2}{2v_{\varphi_s}}$. Namun, dari penelitian ini belum diketahui interaksi terkait partikel-partikel dalam lagrangian yukawa yang digunakan untuk mencari massa neutrino tersebut.

Penelitian ini ingin mengkaji terkait interaksi yang ada dalam ekstensi minimal model standar dengan grup $SU(2) \otimes U(1) \otimes Z_2$. Interaksi yang dikaji berupa interaksi partikel fermion generasi pertama dan juga penambahan boson higgs dan neutrino *right-handed* dari ekstensi minimal model standar. Sedangkan output yang diinginkan dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui apa saja interaksi yang terjadi baik secara hamburan maupun peluruhan. Selain itu peneliti juga ingin memastikan keamanan waktu hidup dari peluruhan proton yang mungkin akan muncul dalam penelitian ini.

BAB III Metodologi Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian teori yang dilakukan menggunakan kajian pustaka terkait dengan interaksi partikel dengan ekstensi minimal model standar. Adapun tahap-tahap yang dilakukan seperti pada Gambar 3.1 dan Gambar 3.2

1. Lagrangian Yukawa

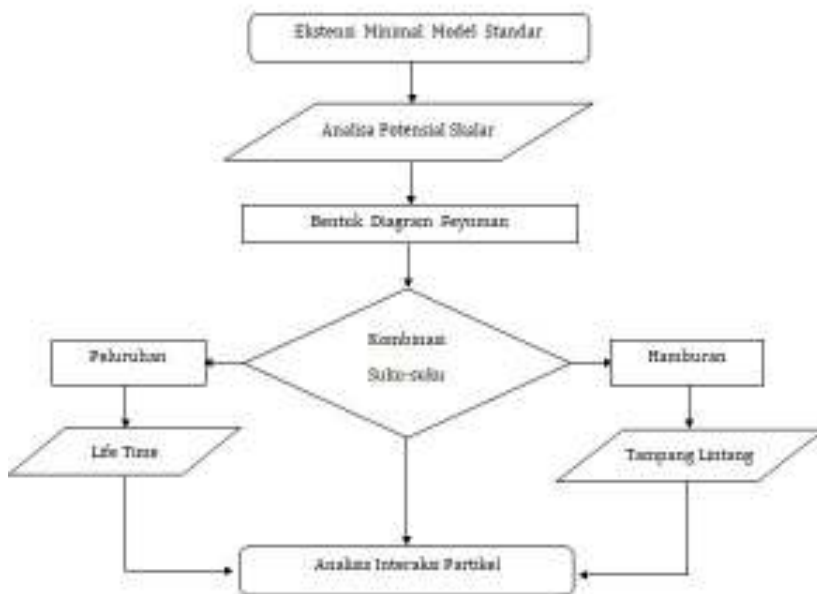


Gambar 3.1. Flowchart Interaksi dalam Lagrangian Yukawa

Gambar 3.1 merupakan tahapan untuk mencari Interaksi pada lagrangian Yukawa yang tahapannya adalah sebagai berikut:

- (a) Ekstensi minimal model standar dikaji terkait lagrangian yukawa yang ada didalamnya.
- (b) Tiap suku yang terdapat dalam lagrangian yukawa dianalisa untuk kemudian akan di kelompokkan untuk mengetahui interaksi dari masing-masing suku tersebut.
- (c) Suku-suku pada lagrangian Yukawa dibentuk dalam diagram feyman dan dikombinasikan untuk mencari kemungkinan interaksi seperti hamburan dan peluruhan.
- (d) Amplitudo probabilitas dalam Lagrangian yukawa dicari untuk mengetahui *life time* dalam peluruhan dan tampang lintang differensial dalam hamburan.
- (e) *Life time* dan tampang lintang yang dihasilkan dalam tiap interaksi kemudian dianalisis lebih lanjut.

2. Potensial Skalar



Gambar 3.2. Flowchart Interaksi dalam Potensial Skalar

Gambar 3.2 merupakan tahapan untuk mencari interaksi pada potensial skalar yang tahapannya adalah sebagai berikut:

- (a) Ekstensi minimal model standar dikaji terkait potensial skalar.
- (b) Medan skalar dalam ekstensi minimal model standar ditambahkan untuk menghasilkan potensial skalar yang baru.
- (c) Tiap suku potensial skalar dalam ekstensi minimal

model standard dianalisa kemudian digambarkan interaksinya dalam diagram feynman.

- (d) Suku-suku yang telah dibentuk dalam diagram Feynman kemudian dikombinasikan untuk mencari kemungkinan interaksi seperti peluruhan dan hamburan.
- (e) Amplitudo probabilitas tiap interaksi dalam potensial skalar dicari untuk mengetahui *life time* dalam peluruhan ataupunampang lintang diferensial dalam hamburan.
- (f) *Life time* dan tampang lintang yang dihasilkan dalam tiap interaksi kemudian dianalisis lebih lanjut.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Ekstensi minimal model standar yang telah mengungkap keberadaan massa neutrino, dikaji kembali untuk mengetahui interaksi partikel yang terdapat di ekstensi minimal model standar. Interaksi yang berhasil dicari berupa hamburan dan peluruhan dari boson dan fermion. Sehingga klasifikasi interaksi boson dan fermion yang didapatkan adalah sebagai berikut.

A. Interaksi Fermion

Interaksi-interaksi partikel fermion, terkontruksi dari lagrangian yukawa pada persamaan (2.30). Sehingga persamaan lagrangian yukawa jika dijabarkan sukunya yaitu pada Persamaan (4.1)

$$\begin{aligned}
 L_Y \supset & -G_1 \bar{l}_L \phi e_R - G_2 \bar{l}_L \eta^c \nu_R - G_3 \bar{\nu}_R^c \phi_s \nu_R - G_4 \bar{q}_L \phi d_R \\
 & -G_5 \bar{q}_L \phi^c u_R - G_6 \bar{e}_R \phi^\dagger l_L - G_7 \bar{\nu}_R (\eta^c)^\dagger l_L - G_8 \bar{\nu}_R (\phi_s)^\dagger \nu_R^c \\
 & -G_9 \bar{d}_R \phi^\dagger q_L - G_{10} \bar{u}_R (\phi^c)^\dagger q_L.
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Persamaan (4.1) merupakan suku-suku yang terdapat didalam lagrangian yukawa yang mengandung partikel fermion dan boson. G merupakan konstanta kopling yang menunjukkan kekuatan interaksi. Partikel lepton (l_L) terdiri atas partikel ν_L dan e_R yang mewakili elektron *right-handed* dan neutrino *left handed*. Sedangkan quark (q_L) terdiri dari partikel u_L dan d_L yang mewakili partikel *quark up* dan *quark down left-handed*. Daftar interaksi

fermion dapat dilihat pada Tabel 4.1

Tabel 4.1. Suku pada lagrangian Yukawa

Kopling	suku dasar	Anggota suku
G_1	$\bar{l}_L \varphi e_R$	$\begin{matrix} \bar{e}_L \varphi e_R \\ \bar{\nu}_L \varphi e_R \end{matrix}$
G_2	$\bar{l}_L \eta^c \nu_R$	$\begin{matrix} \bar{e}_L \eta^c \nu_R \\ \bar{\nu}_L \eta^c \nu_R \end{matrix}$
G_3	$\bar{\nu}_R^c \varphi_s \nu_R$	$\bar{\nu}_R^c \varphi_s \nu_R$
G_4	$\bar{q}_L \varphi d_R$	$\begin{matrix} \bar{u}_L \varphi d_R \\ \bar{d}_L \varphi d_R \end{matrix}$
G_5	$\bar{q}_L \varphi^c u_R$	$\begin{matrix} \bar{u}_L \varphi^c u_R \\ \bar{d}_L \varphi^c u_R \end{matrix}$
G_6	$\bar{e}_R \varphi^\dagger l_L$	$\begin{matrix} \bar{e}_R \varphi^\dagger e_L \\ \bar{e}_R \varphi^\dagger \nu_L \end{matrix}$
G_7	$\bar{\nu}_R (\eta^c)^\dagger l_L$	$\begin{matrix} \bar{\nu}_R (\eta^c)^\dagger e_L \\ \bar{\nu}_R (\eta^c)^\dagger \nu_L \end{matrix}$
G_8	$\bar{\nu}_R (\varphi_s)^\dagger \nu_R^c$	$\bar{\nu}_R (\varphi_s)^\dagger \nu_R^c$
G_9	$\bar{d}_R \varphi^\dagger q_L$	$\begin{matrix} \bar{d}_R \varphi^\dagger u_L \\ \bar{d}_R \varphi^\dagger d_L \end{matrix}$
G_{10}	$\bar{u}_R (\varphi^c)^\dagger q_L$	$\begin{matrix} \bar{u}_R (\varphi^c)^\dagger u_L \\ \bar{u}_R (\varphi^c)^\dagger d_L \end{matrix}$

Tabel 4.1 dapat diklasifikasikan untuk mengetahui interaksinya berupa hamburan atau peluruhan. Untuk mengetahui mana saja yang termasuk hamburan dan peluruhan perlu kombinasi antar suku-suku lagrangian yukawa yang harus memenuhi syarat berupa kelestarian muatan dan energi.

1. Hamburan

Setiap kombinasi yang diurutkan, tidak serta merta dapat menghasilkan interaksi. Terutama untuk interaksi hamburan. kombinasi suku-suku yang dihasilkan selain harus memenuhi kelestarian energi dan muatan juga harus melihat jenis partikel dan medan perantara yang sesuai. Kombinasi suku yang menghasilkan hamburan fermion akan menghasilkan bentuk diagram Feynman dan tampang lintang differensial sebagai ukuran untuk mengetahui interaksi partikel yang terhambur. Sehingga hasil kombinasi interaksi hamburan fermion adalah sebagai berikut

a. Hamburan Elektron-Positron

Hasil interaksi hamburan elektron-positron berasal dari suku dasar pada Persamaan (4.2)

$$-G_1 \bar{l}_L \phi_{eR} - G_6 \bar{e}_R \phi^\dagger l_L. \quad (4.2)$$

Suku dasar dari persamaan (4.2) menunjukan interaksi antar partikel doublet l_L dan elektron *right-handed* yang diperantarai medan skalar ϕ . Untuk mengetahui suku-suku interaksi yang terdapat pada persamaan (4.2), dilakukan ekspansi sekitar nilai harap vakum (VEV) medan skalar ϕ dan ϕ^\dagger yang di tunjukan pada Persamaan (4.3) . (pembuktian pada lampiran A.1)

$$L_{e_R, e_L} \supset -\frac{G_1}{2} v_\phi (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{G_6}{2} h_\phi (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) \quad (4.3)$$

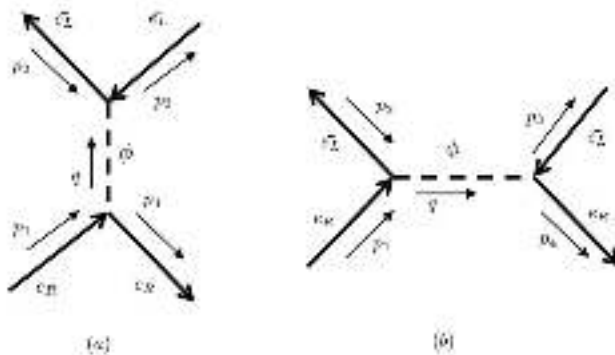
Persamaan (4.3) merupakan suku interaksi yang terdapat pada Persamaan (4.2). Interaksi yang dihasilkan dengan

mengkombinasikan suku interaksi dapat ditunjukkan pada Tabel 4.2

Tabel 4.2. Interaksi Hamburan Elektron-Positron

NO	Suku Dasar	Hasil Interaksi
1.	$G_1 \bar{e}_L \phi e_R + G_1 \bar{e}_L \phi e_R$	$\bar{e}_L + e_R \rightarrow \bar{e}_L + e_R$
2.	$G_6 e_R \phi^\dagger e_L + G_6 e_R \phi^\dagger e_L$	$e_R + e_L \rightarrow e_R + e_L$
3.	$G_1 \bar{e}_L \phi e_R + G_6 e_R \phi^\dagger e_L$	$\bar{e}_L + e_R \rightarrow e_R + e_L$
4.	$G_6 e_R \phi^\dagger e_L + G_1 \bar{e}_L \phi e_R$	$e_R + e_L \rightarrow \bar{e}_L + e_R$

Tinjau interaksi pertama dari $\bar{e}_L + e_R \rightarrow \bar{e}_L + e_R$. Untuk mengetahuiampang lintang differensial dari interaksi hamburan elektron-positron, nilai amplitudo probabilitas $|M|^2$ harus diketahui. Hamburan elektron-positron yang digambarkan oleh diagram feynman melalui chanel T dan S ditunjukkan oleh Gambar 4.1.



Gambar 4.1. Interaksi hamburan $\bar{e}_L + e_R \rightarrow \bar{e}_L + e_R$
(a) Chanel T (b) Chanel S

Gambar 4.1 (a) dan (b) Menunjukkan interaksi yang terjadi di elektron-positron. Momentum empat p_1 dan p_2 dari masing-masing interaksi menunjukkan momentum empat eksternal pada elektron dan positron sebelum terjadi interaksi hamburan. Sedangkan, p_3 dan p_4 menunjukkan momentum empat eksternal yang terjadi setelah interaksi hamburan pada positron dan elektron. Simbol q menunjukkan momentum internal pada medan skalar ϕ .

Besarnya amplitudo probabilitas $|M|_{\text{total}}^2$ dari interaksi elektron-positron yaitu dengan meninjau momentum pada masing-masing nilai $|M|^2$ pada chanel T dan S. Sehingga analisis untuk masing-masing amplitudo probabilitas $|M|^2$ adalah sebagai berikut

(a) $|M|^2$ chanel T

Amplitudo M untuk Chanel T ditunjukkan pada Persamaan (4.4).

$$iM_1 = \int_Z [\bar{u}(p_4)ig_e\gamma^\nu u(p_1)](2\pi)^4\delta^4(p_1 - q - p_4)\frac{i}{q - (mc)^2} [\bar{v}(p_3)ig_e\gamma_\nu v(p_2)](2\pi)^4\delta^4(q - p_2 - p_3)\frac{d^4q}{(2\pi)^4} \quad (4.4)$$

Persamaan (4.4) berupa analisis diagram feynman pada Gambar 4.1 (a) dengan meninjau arah waktu dari kanan ke kiri. Nilai vertex untuk interaksi elektron positron yaitu ig_e sedang nilai q yang berupa medan skalar ϕ adalah $\frac{i}{q - (mc)^2}$. Untuk mengevaluasi persamaan (4.4) maka pengintegralan dilakukan terhadap variabel $\int_R \delta^4(p_1 - q - p_4)$ dimana nilai intergral q akan bernilai 1

jika $q = p_1 - p_4$. Sehingga persamaan (4.4) akan menjadi Persamaan (4.5). (Pembuktian pada lampiran A.2)

$$M_1 = \frac{-e g^2}{(p_1 - p_4)^2 - (mc)^2} [\bar{u}(p_4) \gamma^\nu u(p_1)] [\bar{v}(p_3) \gamma_\nu v(p_2)] \quad (4.5)$$

Nilai amplitudo M kemudian dirubah menjadi $|M|^2$, sehingga persamaan (4.5) menjadi Persamaan (4.6)

$$|M_1|^2 = \frac{g e^4}{(p_1 - p_4)^4 - (mc)^4} [\bar{u}(p_4) \gamma^\nu u(p_1)] [\bar{v}(p_3) \gamma_\nu v(p_2)] [[\bar{u}(p_4) \gamma^\sigma u(p_1)] [\bar{v}(p_3) \gamma_\sigma v(p_2)]]^\dagger \quad (4.6)$$

Tinjau bagian dagger dari amplitudo probabilitas $|M|^2$ Persamaan (4.6), maka akan menghasilkan Persamaan (4.7). (Pembuktian ada di lampiran A.3)

$$M_1^\dagger = [\bar{v}(p_2) \gamma_\sigma v(p_3), \bar{u}(p_1) \gamma^\sigma u(p_4)] \quad (4.7)$$

M^\dagger disubsitusi kedalam persamaan $|M|^2$ (4.6) dan di evaluasi sehingga akan menghasilkan Persamaan (4.8). (pembuktian di lampiran A.4)

$$\begin{aligned}
|M_1|^2 &= \frac{g e^4}{(p_{1h} - p_3)^3 - (mc)^4} \\
&\quad \text{Tr}_h \gamma^\sigma \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_4 + \gamma^\sigma \not{p}_1 \gamma^\nu m_e c + \gamma^\sigma m_e c \gamma^\nu \not{p}_4 + \gamma^\sigma \gamma^\nu m_e^2 c^2 \\
&\quad \text{Tr}_v \gamma_\nu \not{p}_2 \gamma_\sigma \not{p}_3 + \gamma_\nu \not{p}_2 \gamma_\sigma m_e c + \gamma_\nu m_e c \gamma_\sigma \not{p}_3 + \gamma_\nu \gamma_\sigma m_e^2 c^2
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Untuk menghasilkan momentum yang ada di amplitudo probabilitas, maka definisikan tiap trash sebagai berikut. (Pembuktian dilampiran A.5)

$$\begin{aligned}
\text{Tr}_h \gamma^\sigma \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_4 &= 4 [p_1^\sigma p_4^\nu - (p_1 \cdot p_4) g^{\sigma\nu} + p_1^\nu p_4^\sigma] \\
\text{Tr}_h \gamma^\sigma \not{p}_1 \gamma^\nu m_e c &= 0 \\
\text{Tr}_v \gamma^\sigma m_e c \gamma^\nu \not{p}_4 &= 0 \\
\text{Tr}_v \gamma^\sigma \gamma^\nu m_e^2 c^2 &= 4 m_e^2 c^2 g^{\sigma\nu}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Masing-masing trace jika di subsitusikan kedalam persamaan (4.8) dan di evaluasi nilai momentum p dan γ maka akan menghasilkan $|M|^2$ final Persamaan (4.10). (Pembuktian di lampiran A.6)

$$\begin{aligned}
|M|^2 &= \frac{32 g e^4}{(p_1 - p_4)^3 - (mc)^4} \\
&\quad [(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_3)(p_4 \cdot p_2) \\
&\quad - (p_2 \cdot p_3)(p_1 \cdot p_4) m_e^2 c^2 + m_e^4 c^4]
\end{aligned} \tag{4.10}$$

(b) $|M_2|^2$ chanel S

Nilai M untuk chanel S ditunjukkan pada Persamaan (4.11).

$$iM_2 = \frac{Z}{[\bar{u}(p_4)ig_e\gamma^\mu\bar{v}(p_3)](2\pi)^4\delta^4(q-p_3-p_4)} \frac{i}{q^2-(mc)^2} \\ [v(p_2)ig_e\gamma_\mu u(p_1)](2\pi)^4\delta^4(p_1+p_2-q)\frac{d^4q}{(2\pi^4)} \quad (4.11)$$

Dengan cara yang sama dengan persamaan (4.4) maka nilai M untuk chanel S ditunjukkan pada persamaan (4.12)(pembuktian di lampiran A.7)

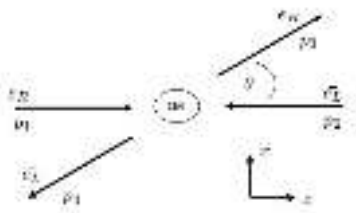
$$M_2 = -\frac{g_e^2}{(p_1+p_2)^2-(mc)^2} [\bar{u}(p_4)\gamma^\mu\bar{v}(p_3)][v(p_2)\gamma_\mu u(p_1)] \quad (4.12)$$

dengan cara yang sama dengan persamaan (4.4) hingga (4.10) Amplitudo probabilitas $|M|^2$ dari chanel S adalah

$$|M_2|^2 = \frac{32g_e^4}{(p_1+p_2)^4-(mc)^4} \\ [(p_3 \cdot p_1)(p_4 \cdot p_2) + (p_3 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_1) - (p_3 \cdot p_4)(p_1 \cdot p_2)m_e^2c^2 + 2m_e^4c^4] \quad (4.13)$$

Interaksi hamburan yang terjadi adalah *center of mass*(menuju pusat massa) yang ditunjukkan pada Gambar 4.2. Berdasarkan kerangka acuan pusat massa, elektron

dan positron bergerak dengan momentum yang sama tetapi dengan arah yang berlawanan. Saat terjadi tumbukan elektron dan positron membentuk sudut sebesar θ yang berpengaruh pada arah energi yang dihasilkan.



Gambar 4.2. Hamburan elektron-positron pada kerangka pusat massa

Amplitudo probabilitas $|M|_{\text{total}}^2$ dari interaksi hamburan elektron positron, merupakan kuadrat jumlahan masing-masing nilai M dari chanel S dan chanel T yang di definisikan sebagai $|M|_{\text{total}}^2 = |M_1|^2 + |M_2|^2 + 2M_1 M_2^\dagger$. Jika massa elektron diasumsikan mendekati nol ($m_e \rightarrow 0$) maka yang tersisa dari masing-masing amplitudo probabilitas $|M|_{\text{total}}^2$ adalah momentumnya saja yaitu Persamaan (4.14).

$$|M_1|^2 = \frac{32ge^4}{(p_1 - p_4)^4 - (m_\phi c)^4} \cdot [(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_3)(p_4 \cdot p_2)] \quad (4.14)$$

$$|M_2|^2 = \frac{32ge^4}{(p_1 + p_2)^4 - (m_\phi c)^4} \cdot [(p_3 \cdot p_1)(p_4 \cdot p_2) + (p_3 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_1)] \quad (4.15)$$

$$2M_1M_2^\dagger = 64 [(p_3 \cdot p_1)(p_4 \cdot p_2) + (p_3 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_1)] \quad (4.16)$$

Persamaan (4.14),(4.15) dan (4.16) dianalisis untuk tiap $p_\mu = (p_1, p_2, p_3, p_4)$ dari masing-masing amplitudo probabilitas. Tiap momentum p_μ menggambarkan proses pergerakan partikel. Tinjauan hasil momentum dari masing-masing nilai $|M|^2$ adalah Persamaan. (Pembuktian di lampiran A.8)

$$|M_1|^2 = \frac{32ge^4}{(4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}) - (m_\phi c)^4} \cdot E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \quad (4.17)$$

$$|M_2|^2 = \frac{32ge^4}{-(m_\phi c)^4} \cdot \frac{E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} + E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}}{2} \quad (4.18)$$

$$2M_1M_2^\dagger = 128E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \quad (4.19)$$

Momentum dari masing-masing amplitudo probabilitas yang telah ditemukan kemudian si subsitusikan kedalam persamaan tampang lintang differensial persamaan (2.45). Sehingga tampang lintang differensial untuk interaksi elektron-positron adalah Persamaan (4.20).(Pembuktian di

lampiran A.9)

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{\hbar^2 c^2}{64\pi^2} (|M_1|^2 + |M_2|^2 + 2M_1 M_2^\dagger) \\
 &= \frac{\hbar^2 c^2}{64\pi^2} g e^4 E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \frac{1}{(4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}) - (m_\phi c)^4} + \frac{2}{-(m_\phi c)^4} \\
 &\quad + \frac{4}{g e^4}
 \end{aligned}
 \tag{4.20}$$

Berdasarkanampang lintang differensial yang dihasilkan dari persamaan (4.20), dapat dianalisis sebagai berikut:

- (a) elektron-positron mengalami interaksi hamburan dengan perantara medan skalar ϕ .
- (b) tampang lintang differensial yang dihasilkan dipengaruhi oleh banyaknya Energi dari elektron dan positron, massa medan perantara ϕ , dan sudut yang dibentuk dari hamburan.
- (c) massa yang masih terkandung di tampang lintang differensial merupakan massa dari medan skalar ϕ . Massa ini yang menyebabkan tampang lintang differensial elektron positron berbeda dengan tampang lintang differensial model standar yang diperantarai oleh foton(Griffiths.2008).
- (d) Tampang lintang differensial dari persamaan (4.20) akan bernilai maksimum jika nilai sudut yang terbentuk adalah satu $\frac{\theta}{2} (\sin^4 \frac{\theta}{2} = 1)$

b. Hamburan Elektron-Neutrino

Interaksi hamburan Elektron neutrino terjadi dari kombinasi antara suku-suku dasar pada Persamaan (4.21)

$$-G_1 \bar{l}_L \phi_{eR} - G_2 \bar{l}_L \eta^c \nu_R - G_6 \bar{e}_R \phi^\dagger l_L - G_7 \bar{\nu}_R (\eta^c)^\dagger l_L. \quad (4.21)$$

Persamaan (4.1) terdiri atas empat suku dasar dengan kopling G_1 , G_2 , G_6 , dan G_7 .

Kopling G_1 dan G_6 sudah diambil suku interaksinya berupa elektron positron pada persamaan (4.3). Ekspansi untuk suku interaksi neutrino di ambil dari kopling G_2 dan G_7 pada Persamaan (4.22)

$$-G_2 \bar{l}_L \eta^c \nu_R - G_7 \bar{\nu}_R (\eta^c)^\dagger l_L. \quad (4.22)$$

Untuk mengambil suku interaksi neutrino di perlukan ekspansi pada medan skalar η^c dan $(\eta^c)^\dagger$. Nilai η^c di definisikan sebagai

$$\eta^c \equiv i\tau_2 \eta^? = \begin{array}{c} \bar{\eta}^0 \\ \eta^- \end{array} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c} \nu_\eta + h_\eta \\ 0 \end{array}. \quad (4.23)$$

Jika persamaan (4.23) disubsitusikan kedalam persamaan (4.22) akan menghasilkan suku interaksi neutrino Persamaan (4.24) (Pembuktian nilai ekspansi pada lampira B.1)

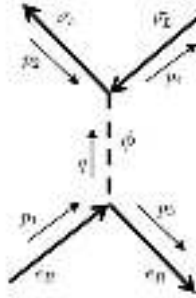
$$L_{\nu_L, \nu_R} \supset \frac{G_{p.7}}{2} v_\eta (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L) - \frac{G_{p.7}}{2} h_\eta (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L) \quad (4.24)$$

Suku interaksi elektron pada persamaan (4.3) dikombinasi dengan suku interaksi neutrino pada persamaan (4.24) sehingga menghasilkan interaksi elektron neutrino yang memenuhi kelestarian energi dan muatan pada Tabel 4.3

Tabel 4.3. Interaksi Elektron Neutrino

No	Suku Dasar	Hasil Interaksi
1.	$G_1 \bar{\nu}_L \phi e_R + G_1 \bar{\nu}_L \phi e_R$	$\bar{\nu}_L + e_R \rightarrow \bar{\nu}_L + e_R$
2.	$G_6 \bar{e}_R \phi^\dagger \nu_L + G_6 \bar{e}_R \phi^\dagger \nu_L$	$\bar{e}_R + \nu_L \rightarrow \bar{e}_R + \nu_L$
3.	$G_2 \bar{e}_L \eta^c \nu_R + G_2 \bar{e}_L \eta^c \nu_R$	$\bar{e}_L + \nu_R \rightarrow \bar{e}_L + \nu_R$
4.	$G_7 \bar{n}_R (\eta^c)^\dagger e_L + G_7 \bar{n}_R (\eta^c)^\dagger e_L$	$\bar{\nu}_R + e_L \rightarrow \bar{\nu}_R + e_L$
5.	$G_1 \bar{\nu}_L \phi e_R + G_6 \bar{e}_R \phi^\dagger \nu_L$	$\bar{\nu}_L + e_R \rightarrow \bar{e}_R + \nu_L$
6.	$G_2 \bar{e}_L \eta^c \nu_R + G_7 \bar{n}_R (\eta^c)^\dagger e_L$	$\bar{e}_L + \nu_R \rightarrow \bar{\nu}_R + e_L$

Tinjau interaksi interaksi pertama dari $\bar{\nu}_L + e_R \rightarrow \bar{\nu}_L + e_R$. Diagram feynman yang menggambarkan interaksi elektron neutrino adalah chanel T pada Gambar 4.3



Gambar 4.3. Interaksi Hamburan Elektron-Neutrino

Nilai tampang lintang differensial untuk interaksi elektron neutrino dapat diketahui dengan menghitung Amplitudo probabilitas $|M|^2$ dari evaluasi diagram feyman interaksi elektron-neutrino. Nilai M untuk interaksi elektron-neutrino ditunjukkan oleh Persamaan (4.25) . (Pembuktian lampiran B.2)

$$iM = \int_Z [\bar{u}(p_3)ig_e \gamma^\mu u(p_1)] (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - q - p_3) \frac{i}{q^2 - (mc)^2} [\bar{v}(p_4)ig_e \gamma_\mu v(p_2)] (2\pi)^4 \delta^4(q - p_2 - p_4) \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \quad (4.25)$$

Evaluasi persamaan (4.25) dengan mengintegalkan variabel $\int_R \delta^4(p_1 - q - p_3)$, sehingga $q = p_1 - p_3$. Maka persamaan (4.24) menjadi Persamaan(4.26).

$$M = -\frac{g_e^2}{(p_1 - p_3) - (mc)^2} [\bar{u}(p_3)\gamma^\mu u(p_1)] [\bar{v}(p_4)\gamma_{\mu\nu} v(p_3)] \quad (4.26)$$

Amplitudo probabilitas $|M|^2$ diambil dari $|M|^2 = M M^\dagger$ sehingga nilai amplitudo probabilitas yaitu Persamaan (4.27)

$$|M|^2 = -\frac{g_e^4}{(p_1 - p_3)^4 - (mc)^4} \{ [\bar{u}(p_3)\gamma^\mu u(p_1)] [\bar{v}(p_4)\gamma_{\mu\nu} v(p_2)] \} \\ \{ [\bar{u}(p_3)\gamma^\nu u(p_1)] [\bar{v}(p_4)\gamma_{\nu\lambda} v(p_2)] \}^\dagger \quad (4.27)$$

kemudian persamaan (4.27) tinjau untuk nilai bagian M^\dagger , sehingga mendapatkan Persamaan (4.28). (Pembuktian dagger ada di lampiran B.3)

$$([\bar{u}(p_3)\gamma^\nu u(p_1)] [\bar{v}(p_4)\gamma_{\nu\lambda} v(p_2)])^\dagger = v(p_2)^\dagger \gamma_{\nu\lambda}^\dagger \bar{v}(p_4)^\dagger u(p_1)^\dagger \gamma^\nu^\dagger \bar{u}(p_3)^\dagger \\ = \bar{v}(p_2)\gamma_{\nu\lambda} v(p_4)\bar{u}(p_1)\gamma^\nu u(p_3). \quad (4.28)$$

Nilai M^\dagger persamaan (4.28) disubsitusikan kembali ke $|M|^2$. Nilai momentum p pada masing-masing diberi indeks sehingga menghasilkan Persamaan (4.29). (Pembuktian di lampiran B.4)

$$|M|^2 = - \frac{ge^4}{h (p_1 - p_3)^4 - (mc)^4} \quad (4.29)$$

$$u(p_3)_s \bar{u}(p_3)_i \gamma_{ij}^\mu u(p_1)_j \bar{u}(p_1)_r$$

$$[\gamma_{rs}^\nu v(p_4)_n \bar{v}(p_4)_k \gamma_{\mu kl} v(p_2)_l \bar{v}(p_2)_m \gamma_{\nu mn}]$$

bentuk $\bar{u}\bar{v}/v\bar{v}$ persamaan (4.29) dirubah kedalam bentuk $(\not{p} + mc)$ untuk mengganti nilai partikel dan anti partikel. Sehingga nilai $|M|^2$ jika disisipi $(\not{p} + mc)$ dan di sederhanakan akan menjadi Persamaan (4.30). (Pembuktian di lampiran B.5).

$$|M|^2 = - \frac{ge^4}{h (p_1 - p_3)^4 - (mc)^4} \quad \mathbf{i}$$

$$\text{Tr} \gamma_{ij}^\mu \not{p}_1 \gamma_{ij}^\nu \not{p}_3 + \gamma_{ij}^\mu \not{p}_1 \gamma_{ij}^\nu m_e c + \gamma_{ij}^\mu m_e c \gamma_{ij}^\nu \not{p}_3 + \gamma_{ij}^\mu m_e c \gamma_{ij}^\nu m_e c \quad \mathbf{i}$$

$$\text{Tr} \gamma_{\mu\nu} \not{p}_2 \gamma_{\mu\nu} \not{p}_4 + \gamma_{\mu\nu} \not{p}_2 \gamma_{\mu\nu} m_\nu c + \gamma_{\mu\nu} m_\nu c \gamma_{\mu\nu} \not{p}_4 + \gamma_{\mu\nu} m_\nu c \gamma_{\mu\nu} m_\nu c \quad \mathbf{i}$$

$$(4.30)$$

Dari persamaan (4.30) definisikan trace menggunakan kasimir trik sebagai berikut

I

$$\text{Tr} \gamma_{ij}^\mu \not{p}_1 \gamma_{ij}^\nu \not{p}_3 = 4p_1^\mu p_3^\nu - 4(p_1 \cdot p_3)g^{\mu\nu} + 4p_1^\nu p_3^\mu \quad (4.31)$$

II

$$\text{Tr} \gamma_{ij}^\mu \not{p}_1 \gamma_{ij}^\nu m_e c = m_e c \text{Tr} [\gamma_{ij}^\mu \not{p}_1 \gamma_{ij}^\nu] = 0 \quad (4.32)$$

III

$$\text{Tr } \gamma^\mu m_e c \gamma^\nu \not{p}_3 = m_e c \text{Tr } \gamma^\mu \gamma^\nu \not{p}_3 \gamma^\beta = 0 \quad (4.33)$$

IV

$$\text{Tr } [\gamma^\mu m_e c \gamma^\nu m_e c] = 4m_e^2 c^2 g^{\mu\nu} \quad (4.34)$$

(Pembuktian trace di lampiran B.6)

Nilai trace jika disubsitusikan kembali kedalam persamaan $|M|^2$ akan menghasilkan Persamaan (4.35) Kembali ke $|M|^2$

$$\begin{aligned} |M|^2 = & - \frac{g e^4}{(p_1 - p_3)^4 - (m c)^4} \\ & 4p_1^\mu p_3^\nu - 4(p_1 \cdot p_3) g^{\mu\nu} + 4p_1^\nu p_3^\mu + 4m_e^2 c^2 g^{\mu\nu} \\ & 4p_{2\mu} p_{4\nu} - 4(p_2 \cdot p_4) g_{\mu\nu} + 4p_{2\nu} p_{4\mu} + 4m_\nu^2 c^2 g_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (4.35)$$

Nilai momentum pada masing-masing suku yang sudah berubah, jika dievaluasi akan menghasilkan nilai amplitudo probabilitas $|M|^2$ final adalah Persamaan (4.36). (Pembuktian penjabaran nilai momentum di lampiran B.7)

$$\begin{aligned} |M|^2 = & - \frac{8g e^4}{(p_1 - p_3)^4 - (m c)^4} \\ & [(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_3 \cdot p_2) \\ & + 2m_e^2 c^2 m_\nu^2 c^2 - m_e^2 c^2 (p_2 \cdot p_4) - m_\nu^2 c^2 (p_1 \cdot p_3)] \end{aligned} \quad (4.36)$$

Massa elektron pada hamburan elektron-neutrino bernilai lebih besar dari neutrino ($m_e > m_\nu$) dengan meninjau pada proses hamburan elektron neutrino adalah hamburan lenting sempurna. Maka untuk menganalisis energi pada momentum adalah sebagai berikut:

- p_1 menyimbolkan neutrino yang bergerak dengan nilai energi dan momentumnya $\frac{E_1}{c}, 0$
- p_2 menyimbolkan elektron yang bergerak dengan nilai energi dan momentumnya $\frac{E_2}{c}, \vec{p}_2$

Kedua partikel tersebut bergerak kearah center mass dan terjadi tumbukan dengan masing-masing partikel terhambur yang di asumsikan momentum dan energinya sebagai.

- p_3 menyimbolkan neutrino yang terpental dengan energi dan momentum $\frac{E_3}{c}, \vec{p}_3$
- p_4 menyimbolkan elektron yang terpental dengan energi dan momentum $\frac{E_4}{c}, \vec{p}_4$

Amplitudo probabilitas $|M|^2$ dari persamaan (4.36) didefinisikan untuk masing-masing momentum sehingga momentum-memontum yang dihasilkan adalah: (Pembuktian di lampiran B.8)

I

$$(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) = \frac{E_1}{c} \frac{E_2 E_3 E_4}{c^4} \quad (4.37)$$

II

$$(p_1 \cdot p_4)(p_3 \cdot p_2) = \frac{E_1}{c} \frac{E_2 E_3 E_4}{c^4} - \frac{E_3 E_4}{c^2} |\vec{p}_1| |\vec{p}_4| \cos\theta \quad (4.38)$$

III

$$(p_2 \cdot p_4) = \frac{E_2 E_4}{c^2} \quad (4.39)$$

IV

$$\begin{aligned} (p_1 - p_3)^4 = & \frac{E_1^4 + E_3^4}{c^4} - 4 \frac{E_1^3 E_3 + E_1 E_3^3}{c^4} + 8 \frac{E_1^2 E_3^2}{c^2} \\ & + 8|p_1||p_3|\cos\theta \frac{E_1 E_3}{c^2} + 4|p_1|^2 |p_3|^2 \cos\theta \end{aligned} \quad (4.40)$$

Persamaan (4.37) hingga (4.40) jika disubstitusikan kembali kedalam persamaan amplitudo probabilitas (4.36) akan menghasilkan Persamaan (4.41).

$$\begin{aligned} |M|^2 = & - \frac{16g^4}{(p_1 - p_3)^4 - (m_\phi c)^4} \frac{E_1 E_2 E_3 E_4}{c^4} \\ & - \frac{E_3 E_4}{c^2} |p_1||p_4|\cos\theta - m_e c \frac{E_2 E_4}{c^2} \end{aligned} \quad (4.41)$$

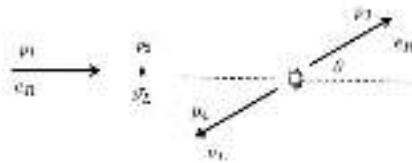
Persamaan (4.41) adalah amplitudo probabilitas dari elektron-neutrino jika massa neutrino diasumsikan nol ($m_e = m_\nu = 0$) (pembuktian di lampiran B.9) Amplitudo probabilitas persamaan (4.41) jika disubstitusikan kedalam tampang lintang differensial persamaan (2.45) akan menghasilkan persamaan tampang lintang differensial

untuk interaksi hamburan elektron-neutrino berikut .

$$\frac{d_{\sigma}}{d_{\Omega}} = \frac{\hbar c}{8\pi} \frac{g_e^4}{(p_1 - p_3)^4 + (m_{\nu} c)^4} \frac{E_1 E_2 E_3 E_4}{c^4} - \frac{E_3 E_4}{c^2} |p_1| |p_4| \cos\theta - m_e E_2 E_4 \quad (4.42)$$

Persamaan (4.42) merupakanampang lintang differensial dari interaksi hamburan elektron-neutrino. Jika dianalisis, nilai energi yang masih terkandung dalam persamaan (4.42) merujuk pada proses interaksi yang dapat dilihat Gambar 4.4.

Kronologi interaksi yang terjadi adalah partikel e_R bergerak dengan momentum p_1 menabrak neutrino yang diam. Proses tabrakan yang terjadi elektron dan neutrino terhambur sebesar sudut θ .



Gambar 4.4. Proses Hamburan Elektron-Neutrino

Massa yang terdapat dari proses tumbukan adalah massa elektron dan juga massa medan skalar ϕ . Jumlahan energi yang dapat diperoleh ada tiga yaitu energi total tumbukan yaitu $\frac{E_1 E_2 E_3 E_4}{c^4}$, energi tumbukan antara neutrino dan elektron yang membentuk sudut $\cos\theta$ ($\frac{E_3 E_4}{c^2} |p_1| |p_4| \cos\theta$), dan energi tumbukan dari neutrino berupa $m_e^2 E_2 E_4$. Tampang lintang differensial dari hamburan elektron-neutrino memiliki perbedaan berupa medan perantara ϕ yang dalam model standar perantara interaksi hamburan elektron-neutrino berupa boson Z^0 (Griffiths, 2008).

c. Hamburan Elektron-Quark

Hasil kombinasi interaksi hamburan elektron quark diambil dari medan perantara yang sama berupa ϕ . Kemungkinan suku dasar yang menghasilkan interaksi elektron-quark adalah Persamaan (4.43)

$$-G_1 \bar{l}_L \phi e_R - G_4 \bar{q}_L \phi d_R - G_6 \bar{e}_R \phi^\dagger l_L - G_9 \bar{d}_R \phi^\dagger q_L \quad (4.43)$$

Kopling G_1 dan G_6 merupakan interaksi elektron positron pada persamaan (4.3). kopling G_4 dan G_9 berisi partikel quark-up dan quark-down yang nilai ekspansinya adalah Persamaan (4.44).

$$L_{d_L, d_R} \subset \frac{G_{4,9}}{2} v_\phi (\bar{d}_L d_R + \bar{d}_R d_L) - \frac{G_{4,9}}{2} h_\phi (\bar{d}_L d_R + \bar{d}_R d_L) \quad (4.44)$$

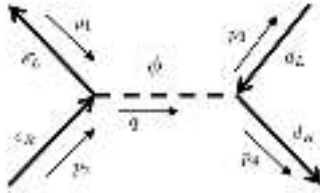
Sehingga kombinasi interaksi hamburan elektro-quark yang

memenuhi hukum kekekalan energi dan muatan dapat ditunjukkan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4. Interaksi Elektron-Quark

No	Suku Dasar	Hasil Interaksi
1.	$G_1 \bar{e}_L \phi e_R + G_4 d_L \phi d_R$	$\bar{e}_L + e_R \rightarrow d_L + d_R$
2.	$G_6 \bar{e}_R \phi^\dagger e_L + G_9 d_R \phi^\dagger d_L$	$\bar{e}_R + e_L \rightarrow d_R + d_L$
3.	$G_1 \bar{e}_L \phi e_R + G_9 d_R \phi^\dagger d_L$	$\bar{e}_L + e_R \rightarrow d_L + d_L$
4.	$G_6 \bar{e}_R \phi^\dagger e_L + G_4 d_L \phi d_R$	$\bar{e}_R + e_L \rightarrow d_L + d_R$

Tinjau interaksi pertama $\bar{e}_L + e_R \rightarrow d_L + d_R$. Interaksi hamburan elektron-quark digambarkan oleh diagram feynman melalui chanel S pada Gambar 4.5



Gambar 4.5. Interaksi Hamburan Elektron-Quark

Amplitudo probabilitas yang dihasilkan dari interaksi elektron-quark dengan meninjau diagram feynman akan menghasilkan nilai M pada Persamaan (4.45) (Pembuktian pada lampiran C.2)

$$M = \frac{Qge^2}{(p_3 + p_4) - (mc)^2} [\bar{u}(p_4)\gamma^\mu v(p_3)] [u(p_2)\gamma_\mu \bar{v}(p_1)] \quad (4.45)$$

Chanel S pada Gambar 4.5 setelah dianalisis dengan cara yang sama pada persamaan-persamaan sebelumnya, akan menghasilkan amplitudo probabilitas $|M|^2$ Persamaan (4.46).(Pembuktian di lampiran C.3)

$$\begin{aligned} |M|^2 = & \frac{8Q^2g_e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} [(p_3 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_1) \\ & + (p_3 \cdot p_1)(p_4 \cdot p_2) + (p_3 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_1) \\ & - m_d^2 c^2 (p_2 \cdot p_1) - m_e^2 c^2 (p_3 \cdot p_4) + 2m_d^2 c^2 m_e^2 c^2] \end{aligned} \quad (4.46)$$

jika diasumsikan bahwa massa elektron sangat kecil dibandingkan massa quark $m_e \ll m_q$. makaampang lintang yang dihasilkan adalah

$$\begin{aligned} \frac{d_\sigma}{d\Omega} = & \frac{\sim c^2}{8\pi} - \frac{g_e^4}{(p_1 - p_3)^4 - (m_\phi c)^4} \\ & \frac{E_1 E_2 E_3 E_4}{c^4} - \frac{E_3 E_4}{c^2} |p_1||p_4| \cos\theta - m_d^2 E_2 E_4 \quad . \end{aligned} \quad (4.47)$$

Nilai tampang lintang differensial persamaan (4.47) akan bernilai maksimum jika sudut yang dibentuk $\cos\theta = 1$ (Griffiths, 2008).

d. Hamburan Neutrino

Interaksi hamburan neutrino terkonstruksi dari suku dasar Persamaan (4.47)

$$-G_2 \bar{l}_L \eta^c v_R - G_3 \bar{\nu}_R^c \varphi_s v_R - G_7 \bar{\nu}_R (\eta^c)^\dagger_L - G_8 \bar{\nu}_R (\varphi_s)^\dagger v_R^c. \quad (4.48)$$

Suku dasar partikel Lepton pada G_2 dan G_7 diambil nilai neutrino *left-handed* untuk menghasilkan hamburan neutrino. Suku interaksi dari G_2 dan G_7 dapat dilihat pada persamaan (4.24). Nilai ekspansi untuk menghasilkan suku interaksi dari G_3 dan G_8 adalah

$$\begin{aligned} & -G_3 \bar{\nu}_R^c \varphi_s v_R - G_8 \bar{\nu}_R (\varphi_s)^\dagger v_R^c \\ & = -G_3 \bar{\nu}_R^c (v_{\varphi_s} + h_{\varphi_s}) v_R - G_8 \bar{\nu}_R (v_{\varphi_s} + h_{\varphi_s}) v_R^c \\ & = G_{3,8} v_{\varphi_s} (\bar{\nu}_R^c v_R + \bar{\nu}_R v_R^c) - G_{3,8} h_{\varphi_s} (\bar{\nu}_R^c v_R + \bar{\nu}_R v_R^c). \end{aligned} \quad (4.49)$$

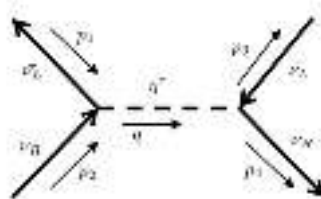
sehingga hasil kombinasi partikel interaksi hamburan neutrino terdapat pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 menunjukkan dua jenis hamburan neutrino. Pada nomor 1-3 merupakan interaksi neutrino yang diperantarai medan η^c dan $(\eta^c)^\dagger$. Hamburan neutrino 4-6 merupakan hamburan neutrino mayorana yang diperantarai oleh medan

Tabel 4.5. Interaksi Neutrino

No	Suku Dasar	Hasil Interaksi
1.	$G_2 \bar{\nu}_L \eta^c \nu_R + G_2 \bar{\nu}_L \eta^c \nu_R$	$\bar{\nu}_L + \nu_R \rightarrow \bar{\nu}_L + \nu_R$
2.	$G_7 \bar{\nu}_R (\eta^c)^\dagger \nu_L + G_7 \bar{\nu}_R (\eta^c)^\dagger \nu_L$	$\bar{\nu}_R + \nu_L \rightarrow \bar{\nu}_R + \nu_L$
3.	$G_2 \bar{\nu}_L \eta^c \nu_R + G_7 \bar{\nu}_R (\eta^c)^\dagger \nu_L$	$\bar{\nu}_L + \nu_R \rightarrow \bar{\nu}_R + \nu_L$
4.	$G_3 \bar{\nu}_R^c \varphi_s \nu_R + G_3 \bar{\nu}_R^c \varphi_s \nu_R$	$\bar{\nu}_R^c + \nu_R \rightarrow \bar{\nu}_R^c + \nu_R$
5.	$G_8 \bar{\nu}_R (\varphi_s)^\dagger \nu_R^c + G_8 \bar{\nu}_R (\varphi_s)^\dagger \nu_R^c$	$\bar{\nu}_R + \nu_R^c \rightarrow \bar{\nu}_R + \nu_R^c$
6.	$G_3 \bar{\nu}_R^c \varphi_s \nu_R + G_8 \bar{\nu}_R (\varphi_s)^\dagger \nu_R^c$	$\bar{\nu}_R^c + \nu_R \rightarrow \bar{\nu}_R + \nu_R^c$

φ_s . Gambar 4.6 menunjukkan interaksi neutrino-neutrino yang diperantarai oleh medan η .



Gambar 4.6. Interaksi Hamburan Neutrino-Neutrino

Skenario yang muncul dari interaksi neutrino-neutrino adalah jika massa masing-masing tiap neutrino diabaikan. Maka tampang lintang yang dihasilkan akan sama dengan interaksi elektron positron persamaan (4.20). Namun medan perantara dari interaksi neutrino-neutrino adalah η .

e. Hamburan Quark-Quark

Interaksi quark terkonstruksi dari persamaan

$$-G_4 \bar{q}_L \phi d_R - G_5 \bar{q}_L \phi^c u_R - G_9 \bar{d}_R \phi^\dagger q_L - G_{10} \bar{u}_R (\phi^c)^\dagger q_L. \quad (4.50)$$

partikel quark pada Persamaan (4.50) dapat dikombinasikan semua suku interaksinya untuk menghasilkan hamburan quark. Sehingga interaksi quark yang diperoleh terdapat pada Tabel 4.6.

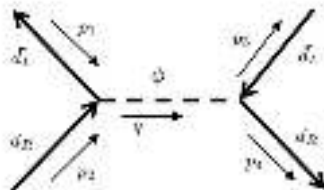
Tabel 4.6. Interaksi Quark

No	Suku Dasar	Hasil Interaksi
1	$G_4 \bar{d}_L \phi d_R + G_4 \bar{d}_L \phi d_R$	$\bar{d}_L + d_R \rightarrow \bar{d}_L + d_R$
2	$G_9 \bar{d}_R \phi^\dagger d_L + G_9 \bar{d}_R \phi^\dagger d_L$	$\bar{d}_R + d_L \rightarrow \bar{d}_R + d_L$
3	$G_4 \bar{d}_L \phi d_R + G_9 \bar{d}_R \phi^\dagger d_L$	$\bar{d}_L + d_R \rightarrow \bar{d}_R + d_L$
4	$G_5 \bar{u}_L \phi^c u_R + G_5 \bar{u}_L \phi^c u_R$	$\bar{u}_L + u_R \rightarrow \bar{u}_L + u_R$
5	$G_{10} \bar{u}_R (\phi^c)^\dagger u_L + G_{10} \bar{u}_R (\phi^c)^\dagger u_L$	$\bar{u}_R + u_L \rightarrow \bar{u}_R + u_L$
6	$G_5 \bar{u}_L \phi^c u_R + G_{10} \bar{u}_R (\phi^c)^\dagger u_L$	$\bar{u}_L + u_R \rightarrow \bar{u}_R + u_L$
7	$G_9 \bar{d}_R \phi^\dagger u_L + G_9 \bar{d}_R \phi^\dagger u_L$	$\bar{d}_R + u_L \rightarrow \bar{d}_R + u_L$
8	$G_4 \bar{u}_L \phi d_R + G_4 \bar{u}_L \phi d_R$	$\bar{u}_L + d_R \rightarrow \bar{u}_L + d_R$
9	$G_{10} \bar{u}_R (\phi^c)^\dagger d_L + G_{10} \bar{u}_R (\phi^c)^\dagger d_L$	$\bar{u}_R + d_L \rightarrow \bar{u}_R + d_L$
10	$G_5 \bar{d}_L \phi^c u_R + G_5 \bar{d}_L \phi^c u_R$	$\bar{d}_L + u_R \rightarrow \bar{d}_L + u_R$

Berdasarkan Tabel 4.6 maka dapat ditinjau untuk interaksi-interaksi berikut:

1. Hamburan $\bar{d}_L + d_R \rightarrow \bar{d}_L + d_R$

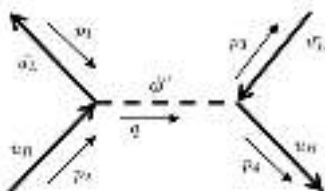
Gambar diagram feynman untuk interaksi $\bar{d}_L + d_R \rightarrow \bar{d}_L + d_R$ adalah sebagai berikut



Gambar 4.7. Interaksi Hamburan Quark-Quark

2. Hamburan $\bar{u}_L + u_R \rightarrow \bar{u}_L + u_R$

Gambar diagram feynman untuk interaksi $\bar{u}_L + u_R \rightarrow \bar{u}_L + u_R$ adalah sebagai berikut



Gambar 4.8. Interaksi Hamburan Quark-Quark

Skenario dari interaksi hamburan quark dari Gambar 4.7 dan 4.8 adalah interaksi quark yang diperantarai medan skalar ϕ akan memiliki energi yang kuat karena massa dari masing-masing quark yang besar. Tampang lintang differensial dari interaksi quark akan bernilai maksimum jika sudut yang dibentuk bernilai 1.

f. Hamburan Campuran

Interaksi hamburan campuran merupakan interaksi gabungan antara elektron, neutrino, quark up dan quark down yang memenuhi kelestarian energi dan muatan. Interaksi campuran terkonstruksi dari Persamaan (4.51)

$$-G_1 \bar{l}_L \phi e_R - G_4 \bar{q}_L \phi d_R - G_6 \bar{e}_R \phi^\dagger l_L - G_9 \bar{d}_R \phi^\dagger q_L. \quad (4.51)$$

Persamaan (4.51) memiliki Perantara yang sama berupa medan skalar ϕ , sehingga interaksi yang terbentuk adalah

Tabel 4.7. Interaksi Campuran

Suku Dasar	Hasil Interaksi
$G_1 \bar{\nu}_L \phi e_R + G_4 \bar{u}_L \phi d_R$	$\bar{\nu}_L + e_R \rightarrow \bar{u}_L + d_R$
$G_6 \bar{e}_R \phi^\dagger \nu_L + G_9 \bar{d}_R \phi^\dagger u_L$	$\bar{e}_R + \nu_L \rightarrow \bar{d}_R + u_L$

Dua interaksi campuran dari lepton dan quark menjadi dasar munculnya peluruhan fermion. Sangat memungkinkan jika interaksi hamburan dapat berinteraksi sekaligus menjadi peluruhan. karena kondisi kenyataan alam semesta partikel terus terhambur, meluruh menjadi partikel-partikel baru yang kajian dan cakupannya sangat luas.

Enam jenis interaksi hamburan yang sudah didapatkan di ekstensi minimal model standar, hanya dua interaksi hamburan saja yang dapat diketahui nilai tampang lintang differensialnya. Yaitu berupa interaksi elektron-positron dan elektron-neutrino. Tampang lintang differensial yang terbentuk sangat berbeda dari kedua interaksi tersebut karena beberapa faktor seperti:

- momentum tiap partikel.
- diagram feynman yang terbentuk.
- perbedaan massa tiap partikel yang terkombinasi.
- energi yang dihasilkan tiap partikel.

Selain itu, setiap partikel yang terhambur juga akan membentuk sudut sebesar θ tergantung bagaimana kerangka acuan yang diambil untuk mendiskripsikan interaksinya. Kemungkinanampang lintang differensial untuk interaksi hamburan yang lain masih menjadi evaluasi untuk peneliti. Namun perlu digaris bawahi bahwa setiap interaksi hamburan yang terbentuk bisa saja memiliki tampanglintang yang sama hanya berbeda untuk tiap medan perantaranya jika dilakukan pendekatan dan kerangka acuan yang sama.

2. Peluruhan

interaksi peluruhan lagrangian yukawa dapat dicari dengan mengkombinasikan suku-suku lagrangian yukawa pada Tabel (4.1). Dalam peluruhan, hukum kelestarian muatan dan energi masih berlaku. Namun, untuk mengetahui klasifikasi partikel yang dapat meluruh, harus diimbangi dengan konsekuensi massa terberat partikel. sehingga untuk partikel neutrino dan elektron sangat kecil kemungkinannya untuk mengalami peluruhan.

a. Peluruhan Boson

Partikel yang paling mungkin mengalami peluruhan dalam lagrangian yukawa adalah partikel boson ϕ, η, ϕ_s . sehingga

peluruhan boson yang dihasilkan dari lagrangian yukawa persamaan (4.1) yang memenuhi hukum kelestarian energi dan muatan adalah Tabel 4.8

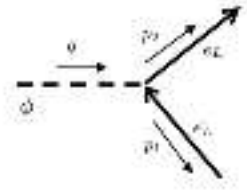
Tabel 4.8. Interaksi Peluruhan Boson higgs

No	Suku Dasar	Interaksi
1	$G_1 \bar{e}_L \varphi e_R$	$\varphi \rightarrow \bar{e}_L + e_L$
2	$G_2 \bar{\nu}_L \eta^c \nu_R$	$\eta^c \rightarrow \bar{\nu}_L + \nu_R$
3	$G_3 \bar{\nu}_R^c \varphi_s \nu_R$	$\varphi_s \rightarrow \bar{\nu}_R^c + \nu_R$
4	$G_4 \bar{d}_L \varphi d_R$	$\varphi \rightarrow \bar{d}_L + d_R$
5	$G_5 \bar{u}_L \varphi^c u_R$	$\varphi^c \rightarrow \bar{u}_L + u_L$
6	$G_6 \bar{e}_R \varphi^\dagger e_L$	$\varphi^\dagger \rightarrow \bar{e}_R + e_L$
7	$G_7 \bar{\nu}_R (\eta^c)^\dagger \nu_L$	$(\eta^c)^\dagger \rightarrow \bar{\nu}_R + \nu_L$
8	$G_8 \bar{\nu}_R (\varphi_s)^\dagger \nu_R^c$	$(\varphi_s)^\dagger \rightarrow \bar{\nu}_R + \nu_R^c$
9	$G_9 \bar{d}_R \varphi^\dagger d_L$	$\varphi^\dagger \rightarrow \bar{d}_R + d_L$
10	$G_{10} \bar{u}_R (\varphi^c)^\dagger u_L$	$(\varphi^c)^\dagger \rightarrow \bar{u}_R + u_L$

Setiap partikel yang mengalami interaksi peluruhan, dia akan memiliki waktu hidup (*lifetime*) sampai akhirnya meluruh habis. Untuk mengetahui waktu hidup dari peluruhan partikel amplitudo probabilitas $|M|^2$ akan dimunculkan dalam tiap interaksi peluruhan melalui analisa diagram feynman.

Tinjau untuk interaksi pertama dari peluruhan boson $\varphi \rightarrow \bar{e}_L + e_L$. Bentuk diagram feynman dari interaksi ini dapat ditunjukkan pada Gambar 4.9.

Berdasarkan Gambar 4.9 bisa ditinjau untuk amplitudo



Gambar 4.9. Interaksi Peluruhan $\phi \rightarrow \bar{e}_L + e_L$

probabilitasnya adalah

$$iM = \frac{i}{q - (mc)^2} \bar{u}(p_1) i g \gamma_\mu u(p_2) (2\pi)^4 (q - p_1 - p_2) \frac{d^4}{(2\pi)^4} . \quad (4.52)$$

$\frac{i}{q - (mc)^2}$ merupakan faktor eksternal medan skalar ϕ . $\bar{u}(p_1)$ berupa faktor internal momentum partikel (\bar{e}_L), sedangkan $u(p_2)$ faktor internal momentum partikel e_L . Adapun $i g \gamma_\mu$ merupakan nilai verteks. Sehingga nilai M jika di evaluasi lebih lanjut menjadi

$$M = \frac{g^2}{(p_1 + p_2) - (mc)^2} [\bar{u}(p_1) \gamma_\mu u(p_2)] \quad (4.53)$$

Jika ditinjau dengan cara yang sama dengan hamburan maka nilai $|M|^2$ adalah

$$|M|^2 = \frac{4g^2}{(p_1 + p_2)^2} (p_2 \cdot p_1) + m^2 c^2 . \quad (4.54)$$

Amplitudo probabilitas dari persamaan (4.54) dipengaruhi oleh massa medan skalar ϕ dan juga momentum dari masing-masing partikel peluruhan (Griffiths, 2008).

b. Peluruhan Fermion

kombinasi antar suku pada Tabel 4.1 hanya mendapatkan dua interaksi peluruhan fermion, yaitu interaksi yang didapatkan dari kombinasi campuran Tabel 4.7. peluruhan yang terjadi merupakan peluruhan quark. Jika dikonstruksi bentuk peluruhan yang timbul adalah peluruhan proton dan neutron.

(a) Peluruhan Proton

Interaksi peluruhan proton diambil dari kombinasi suku Persamaan (4.54).

$$G_1 \bar{\nu}_L \phi_{eR} + G_4 \bar{u}_L \phi_{dR} \quad (4.55)$$

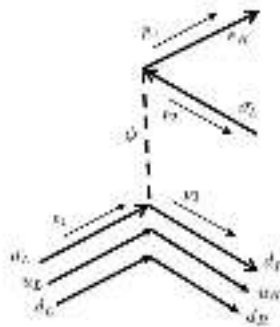
Interaksi yang terbentuk dari persamaan (4.54) adalah Persamaan (4.55)

$$\bar{u}_L + d_R \rightarrow \bar{\nu}_L + e_R \quad (4.56)$$

bentuk interaksi pada persamaan (4.55), akan memperoleh penambahan quark-up dan quark-down karena kondisi kenyataan dialam semesta bahwa quark tidak pernah ditemukan tanpa pasangan. Sehingga interaksi yang terbentuk akan berubah menjadi

$$\begin{aligned} \bar{u}_L u_L d_L &\rightarrow d_R u_R d_R + \bar{\nu}_L + e_R \\ p &\rightarrow n + \bar{\nu}_L + e_R \end{aligned} \quad (4.57)$$

p diartikan sebagai proton dan n diartikan sebagai neutron. Bentuk diagram feynman dari interaksi persamaan (4.56) adalah Gambar 4.10



Gambar 4.10. Interaksi Peluruhan Proton

Gambar 4.10 diagram feynman peluruhan proton akan menghasilkan amplitudo probabilitas $|M|^2$ Persamaan (4.58) Amplitudo probabilitas

$$|M|^2 = 2 \frac{g^4}{M_\phi^4 c^4} (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) \quad (4.58)$$

$\frac{g}{M_\phi c^2}$ merupakan nilai medan perantara ϕ sedangkan $(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4)$ merupakan momentum yang terbentuk dari diagram feynman. Dengan meninjau masing-masing momentum akan menghasilkan laju peluruhan untuk peluruhan proton yaitu Persamaan

(4.59).

$$\begin{aligned}
 d\Gamma = & \frac{|M|^2}{2} \frac{dp_2}{2} \\
 & \frac{2m_p}{(2\pi)^3} |p_2| \\
 & \frac{d^3p_3}{p_3^2} \frac{d^3p_4}{p_4^2 + m_c^2 c^2} \\
 & \times (2\pi)^2 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - p_4)
 \end{aligned} \tag{4.59}$$

Hasil peluruhan proton ini menyebabkan model ekstensi minimal ini tidak aman. maka diperlukan konsekuensi berupa waktu hidup yang sangat panjang dari peluruhan proton agar ekstensi minimal model standar tetap aman (Jeannerot, 2006).

(b) Peluruhan Neutron

Gabungan suku interaksi yang menghasilkan peluruhan neutron ditunjukkan pada Persamaan (4.60).

$$G_1 \bar{e}_R \phi^\dagger \nu_L + G_9 \bar{d}_R \phi^\dagger u_L \tag{4.60}$$

persamaan diatas jika dibentuk dalam peluruhan akan menghasilkan interaksi perluruhan neutron Persamaan (4.61).

$$n \rightarrow p + \bar{e}_R + \nu_L \tag{4.61}$$

B. Interaksi Boson Higgs

Interaksi boson pada ekstensi minimal model standar dihasilkan dari medan skalar pada persamaan (2.19). Interaksi yang terjadi berupa hamburan dan peluruhan. Suku-suku yang

dapat mengalami interaksi pada medan skalar ditunjukkan pada persamaan.

$$\begin{aligned}
 V = & \frac{1}{4}\lambda_1 \varphi^\dagger \varphi^2 + \frac{1}{4}\lambda_2 \eta^\dagger \eta^2 \\
 & + \frac{1}{2}\lambda_3 \varphi_s^\dagger \varphi_s^2 + \frac{1}{2} \lambda_4 \varphi^\dagger \varphi \eta + \frac{1}{2}\lambda_5 \varphi^\dagger \eta \eta^\dagger \varphi \\
 & + \frac{1}{2}\lambda_6 \varphi_s^\dagger \varphi_s \varphi^\dagger \varphi + \frac{1}{2}\lambda_7 \varphi_s^\dagger \varphi_s \eta^\dagger \eta + \lambda_8 \varphi^\dagger \varphi \varphi_s \\
 & + \lambda_9 \eta^\dagger \eta \varphi_s + \frac{1}{4}\lambda_{10} \varphi^\dagger \eta^2 + \text{h.c}
 \end{aligned}
 \tag{4.62}$$

Persamaan (4.62) akan menghasilkan interaksi hamburan dan peluruhan jika memenuhi hukum kelestarian energi dan muatan. Sehingga interaksi medan skalar yang dihasilkan adalah.

1. Hamburan Medan Skalar

Kombinasi suku-suku yang dapat mengalami interaksi hamburan pada medan skalar adalah sebagai berikut:

a. Hamburan Dasar Medan Skalar

Hamburan dasar medan skalar terjadi dari suku-suku persamaan

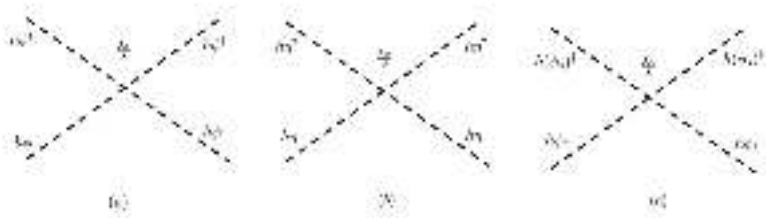
$$\frac{1}{4}\lambda_1 \varphi^\dagger \varphi^2 + \frac{1}{4}\lambda_2 \eta^\dagger \eta^2 + \frac{1}{2}\lambda_3 \varphi_s^\dagger \varphi_s^2. \tag{4.63}$$

persamaan (4.63) merupakan suku dasar kuadrat yang dapat dijabarkan nilai kuadratnya sebagai hasil kali dari suku tersebut. Interaksi yang dihasilkan adalah tiga interaksi

hamburan boson higgs.

$$\begin{aligned}
 \varphi^\dagger + \varphi &\rightarrow \varphi^\dagger + \varphi \\
 \eta^\dagger + \eta &\rightarrow \eta^\dagger + \eta \\
 \varphi_s^\dagger + \varphi_s &\rightarrow \varphi_s^\dagger + \varphi_s
 \end{aligned}
 \tag{4.64}$$

Bentuk diagram feynman dari persamaan (4.64) adalah Gambar 4.11.



Gambar 4.11. Interaksi hamburan boson higgs

b. Hamburan kombinasi

Hamburan kombinasi tersusun dari suku dasar persamaan

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2}\lambda_5 \varphi^\dagger \eta \quad \eta^\dagger \varphi + \frac{1}{2}\lambda_6 \varphi_s^\dagger \varphi_s \quad \varphi^\dagger \varphi + \frac{1}{2}\lambda_7 \varphi_s^\dagger \varphi_s \quad \eta^\dagger \eta \\
 &+ \frac{1}{4}\lambda_{10} \varphi^\dagger \eta^2 + \text{h.c}
 \end{aligned}
 \tag{4.65}$$

Interaksi yang dihasilkan dari Persamaan (4.65) dapat dilihat pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9 merupakan interaksi hamburan boson higgs campuran yang dikombinasi dengan memenuhi hukum kelestarian energi dan muatan.

Tabel 4.9. Interaksi Hamburan pada Medan Skalar

No	suku	Interaksi
1	$\lambda_5(\varphi^\dagger \eta)(\eta^\dagger \varphi)$	$\varphi^\dagger + \eta \rightarrow \eta^\dagger + \varphi$
2	$\lambda_6(\varphi_s^\dagger \varphi_s)(\varphi^\dagger \varphi)$	$\varphi_s^\dagger + \varphi_s \rightarrow \varphi^\dagger + \varphi$
3	$\lambda_7(\varphi_s^\dagger \varphi_s)(\eta^\dagger \eta)$	$\varphi_s^\dagger + \varphi_s \rightarrow \eta^\dagger + \eta$
5	$\lambda_{10}(\varphi^\dagger \eta)^2$	$\varphi^\dagger + \eta \rightarrow \varphi^\dagger + \eta$

2. Peluruhan Medan Skalar

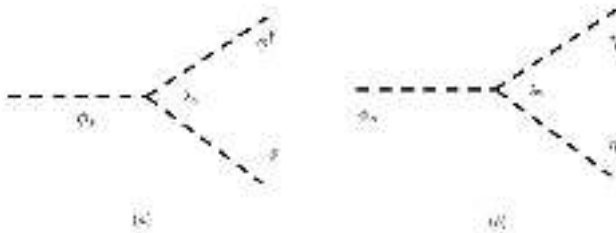
Suku yang menghasilkan peluruhan medan skalar adalah.

$$\lambda_8 \varphi^\dagger \varphi \varphi_s + \lambda_9 \eta^\dagger \eta \varphi_s \quad (4.66)$$

Persamaan (4.66) mengandung partikel-partikel boson yang massanya besar. Massa Partikel φ_s , φ , η , sehingga partikel yang sangat mungkin mengalami peluruhan adalah partikel φ_s yang interaksinya adalah.

$$\begin{aligned} \varphi_s &\rightarrow \varphi^\dagger + \varphi \\ \varphi_s &\rightarrow \eta^\dagger + \eta \end{aligned} \quad (4.67)$$

Diagram feyman untuk interaksi peluruhan φ_s adalah Gambar (4.12).



Gambar 4.12. Interaksi peluruhan boson higgs

Gambar 4.12 merupakan peluruhan medan skalar φ_s yang meluruh menjadi η dan φ . Beberapa kemungkinan yang menyebabkan hanya terdapat dua peluruhan pada medan skalar. Pertama, kombinasi suku pada medan skalar yang tidak bisa dikombinasikan secara acak karena harus memenuhi aturan kelestarian energi dan muatan. massa masing-masing higgs yang menjadikan diambil hanya boson φ_s saja yang mengalami peluruhan karena masanya yang sangat besar. Ketiga keterbatasan peneliti untuk mengkaji terkait boson higgs.

BAB V

SIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari kajian ini adalah sebagai berikut:

1. Interaksi-interaksi antar partikel boson higgs adalah interaksi hamburan dan peluruhan. Terdapat 3 interaksi hamburan dasar dari masing-masing medan skalar higgs dan 4 interaksi hamburan kombinasi dari medan skalar higgs. Pada proses peluruhan, medan skalar ϕ_s meluruh menjadi 2ϕ dan 2η .
2. Interaksi-interaksi antara fermion dan boson berupa interaksi hamburan dan peluruhan. Pada interaksi hamburan terdapat 6 jenis hamburan yaitu: hamburan elektron-positron, hamburan elektron-neutrino, hamburan elektron-quark, hamburan neutrino, hamburan quark, dan hamburan campuran. Hasil interaksi peluruhan di lagrangian yukawa ada dua jenis yaitu peluruhan boson higgs dan fermion. Terdapat 10 boson higgs yang meluruh menjadi lepton dan quark. Campuran kombinasi hamburan menghasilkan peluruhan fermion yang memunculkan peluruhan proton dan neutron di dalamnya. waktu hidup peluruhan proton dibuat sedemikian rupa sehingga model ini aman.

B. Saran

Penelitian selanjutnya yang mungkin dapat dilakukan adalah dengan meninjau lebih dalam terkait hamburan dan peluruhan sehingga mendapatkan prediksi numerik untuk masing-masing interaksi hamburan dan peluruhan di ekstensi minimal model standar. Selain itu dapat pula dilakukan penelitian lebih mendalam terkait interaksi fermion-boson dengan quarknya dalam kombinasi hadron. Dapat juga mengkaji dan menganalisis terkait tampang lintang dan lifetime partikel-partikel ekstensi minimal melalui software khusus.

DAFTAR PUSTAKA

- ATLAS Collaboration. 2012 *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. Physics Letters B*, Vol.716, issue 1,17 September 2012,pp. 1-29
- Adam, Apriadi. dkk. 2002. *A New Left-Right Symmetry Model*. Hindawi:Advances in High Energy Physics.
- Aguilar, dkk. 2001. *Evidence for Neutrino Oscillations from the Observation of Electron Anti-neutrinos in a Muon Anti-neutrino Beam. J. Physical Review D* Vol-64 No. 112007
- Cottingham, W N. Greenwood D A. 2007. *An Introduction to the Standard Model of Particle Physics second edition*. USA :Cambridge University of Bristol, UK
- Davinson, S. Losada, M. Riotto, A. 2000 *A New Perspective on Baryogenesis. J. Physical Review Letters* Vol-84 No. 4284
- Ernest ma. 2000 *Naturally Small Seesaw Neutrino Mass with No New Physics Beyond the TeV Scale*. California : Departement of Physics University of California.
- Feranie, Selly. 2006 *Pengantar Fisika Partikel*. Bandung : FMIPA Universitas Pendidikan Indonesia.
- Gorbunov, Dmitry S. 2011 *Introduction To the Theory Of the Early Universe, Hot Big Bang Theory*. Singapore : World Scientific
- Griffiths, David . 2008. *Introduction to Elementary Particle*. Germani : WILEY-VCH

- Haniah, Siti R. 2019 *Pembangkitan Massa Neutrino menggunakan Mekanisme Seesaw pada Teori Tera $SU(2) \otimes U(2) \otimes Z_2$* . Skripsi. Semarang : UIN Walisongo
- Hanzel, Francis dan Martin, Alan D. 1984. *Quark and Leptons: an Introductory Course in Modern Particle Physics*. USA : WILEY-SONS
- Hisano, Junji. Kobayashi, Daiki. Nagata, N. 2012 *Enhancement of Proton Decay Rates in Supersymmetric $SU(5)$ Grand Unified Model*. *Physical Letters B* Vol:406-412 No.8716
- Jeannerot, Rachel. 2006. *Grand Unified Model and Cosmology*. University of Cambridge: Britania Raya, UK
- Kaiser, David. 2005. *Physics and Feynman's Diagrams*. Vol-93: American Scientist
- Kumericki, Kresimir. 2016 *Feynman Diagrams for Beginners*. Croatia; Department of physics, Faculty of Science, University of Zagreb
- Panuluh, Albertus H dan Satriawan, Mirza. 2016. Massa Leptoquark Perantara Peluruhan Proton dalam Model Korespondensi Spinor Skalar. *J. Penelitian*. Vol-20, 10-15: Yogyakarta
- Paraskevas, M. 2018. *Dirac and Majorana Feynman Rules with four-Fermions*. Yunani : Department of Physics University of Ionnina
- Ryder, Lewis H. 1996 *Quantum Field Theory, Second edition*. USA : Cambridge University of Bristol, UK

Schwartz, Matthew D *Quantum Field Theory and the Standard Model*. USA :Cambridge University of Bristol, UK

Setyoko, Aulia T. 2019 *Teori Yang Mills Kuaternionik*.Skripsi. Semarang : UIN Walisongo

Shihab, M Quraish.2002 *Tafsir Al-Misbah Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Quran*. Jakarta : Lentera Hati

Zuriana. 2004 *Lagrangian Untuk Teori Berbasis Simetri SU(6)*.Skripsi. Depok : Universitas Indonesia

Lampiran 1. Pembuktian BAB II

A. Pembuktian sifat operator proyeksi

I.1

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \quad P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$$

I

$$\begin{aligned}
 P_L^2 &= \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \\
 &= \frac{1}{4}(1 - \gamma^5)(1 - \gamma^5) \\
 &= \frac{1}{4}(1 - 2\gamma^5 + \gamma^{5^2}) \\
 &= \frac{1}{4}(1 - 2\gamma^5 + 1) \\
 &= \frac{1}{4}(2 - 2\gamma^5) \\
 &= \frac{2}{4}(1 - \gamma^5) \\
 &= \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) = P_L
 \end{aligned}
 \tag{L1.1}$$

$$P_L^2 = P_L$$

dengan cara yang sama maka berlaku pula untuk nilai $P_R^2 = P_R$

II

$$\begin{aligned}
 P_L + P_R &= \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) + \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\gamma^5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\gamma^5 \\
 &= 1
 \end{aligned}
 \tag{L1.2}$$

$$P_L + P_R = 1$$

III

$$\begin{aligned}
 P_L P_R &= \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \\
 &= \frac{1}{4}(1 - \gamma^5)(1 + \gamma^5) \\
 &= \frac{1}{4}(1 + \gamma^5 - \gamma^5 - \gamma^{5^2}) \\
 &= \frac{1}{4}(1 - 1) \\
 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{L1.3}$$

$$P_L P_R = 0$$

IV

$$\begin{aligned}
P_L \psi &= \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\psi \\
&= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 \\ \psi_L \end{pmatrix} \\
P_L \psi &= \psi_L
\end{aligned} \tag{L1.4}$$

dengan cara yang sama dengan (IV) maka dapat diketahui pula untuk nilai $P_R \psi = \psi_R$

V

$$\begin{aligned}
\bar{\psi} P_L &= \psi^\dagger \gamma^0 \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \\
&= \frac{1}{2} \psi^\dagger \gamma^0 (1 - \gamma^5) \\
&= \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) \psi^\dagger \gamma^0 \\
&= P_R \psi^\dagger \gamma^0 \\
&= \psi_R^\dagger \gamma^0 \\
&= \bar{\psi}_R \\
\bar{\psi} P_L &= \bar{\psi}_R
\end{aligned} \tag{L1.5}$$

dengan cara yang sama dengan cara (V) maka dapat berlaku

pula untuk nilai $\bar{\psi} P_R = \bar{\psi}_L$

B. Pembuktian operator proyeksi lagrangian dirac

Sebelum masuk kedalam pembuktian Lagrangian dirac, perlu diketahui untuk nilai masing-masing γ yang memenuhi persamaan berikut:

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0$$

$$\begin{aligned} &= \gamma^\mu \gamma^5 + \gamma^5 \gamma^\mu \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sigma^i & -\sigma^i \\ \sigma^i & -\sigma^i \end{pmatrix} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{L1.6}$$

I.2

$$\begin{aligned}
L_D &= \bar{i}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu(P_L + P_R)\psi - m\bar{\psi}(P_L + P_R)\psi \\
&= \bar{i}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_L\psi + \bar{i}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_R\psi - m\bar{\psi}P_L\psi - m\bar{\psi}P_R\psi \\
&= \bar{i}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_L^2\psi + \bar{i}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_R^2\psi - m\bar{\psi}P_L^2\psi - m\bar{\psi}P_R^2\psi \\
&= \bar{i}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_L P_L\psi + \bar{i}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_R P_R\psi - m\bar{\psi}P_L P_L\psi - m\bar{\psi}P_R P_R\psi \\
&= \bar{i}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \gamma^5)\psi_L + \bar{i}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu \frac{1}{2}(\mathbf{I} + \gamma^5)\psi_R \\
&\quad - m\bar{\psi}_R\psi_L - m\bar{\psi}_L\psi_R \\
&= \bar{i}\bar{\psi}\frac{1}{2}(\gamma^\mu\mathbf{I} - \gamma^\mu\gamma^5)\partial_\mu\psi_L + \bar{i}\bar{\psi}\frac{1}{2}(\gamma^\mu\mathbf{I} + \gamma^\mu\gamma^5)\partial_\mu\psi_R \\
&\quad - m\bar{\psi}_R\psi_L - m\bar{\psi}_L\psi_R \\
&= \bar{i}\bar{\psi}\frac{1}{2}(\mathbf{I}\gamma^\mu + \gamma^5\gamma^\mu)\partial_\mu\psi_L + \bar{i}\bar{\psi}\frac{1}{2}(\mathbf{I}\gamma^\mu - \gamma^5\gamma^\mu)\partial_\mu\psi_R \\
&\quad - m\bar{\psi}_R\psi_L - m\bar{\psi}_L\psi_R \\
&= \bar{i}\bar{\psi}\frac{1}{2}(\mathbf{I} + \gamma^5)\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + \bar{i}\bar{\psi}\frac{1}{2}(\mathbf{I} - \gamma^5)\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R \\
&\quad - m\bar{\psi}_R\psi_L - m\bar{\psi}_L\psi_R \\
&= \bar{i}\bar{\psi}P_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + \bar{i}\bar{\psi}P_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R - m\bar{\psi}_R\psi_L - m\bar{\psi}_L\psi_R \\
&= \bar{i}\bar{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + \bar{i}\bar{\psi}_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R - m\bar{\psi}_R\psi_L - m\bar{\psi}_L\psi_R
\end{aligned}
\tag{L1.7}$$

Lampiran 2. Pembuktian BAB IV

C. Pembuktian Interaksi Hamburan Fermion

A.1 Ekspansi φ dan φ^\dagger

$$\begin{aligned}
 &= -G_1 \bar{v}_L e_L \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{matrix} 0 \\ v_\varphi + h_\varphi \end{matrix} - G_6 e_R \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{matrix} 0 \\ v_\varphi + h_\varphi \end{matrix} \\
 &= -\sqrt{\frac{G_1}{2}} \bar{e}_L (v_\varphi + h_\varphi) e_R \\
 &= -\sqrt{\frac{G_1}{2}} \bar{e}_L v_\varphi e_R - \sqrt{\frac{G_1}{2}} \bar{e}_L h_\varphi e_R - \sqrt{\frac{G_6}{2}} \bar{e}_R v_\varphi e_L - \sqrt{\frac{G_6}{2}} \bar{e}_R h_\varphi e_L \\
 &= -\sqrt{\frac{G_1}{2}} v_\varphi (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \sqrt{\frac{G_6}{2}} h_\varphi (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L).
 \end{aligned}$$

A.2 Pembuktian nilai M channel T Elektron-positron

$$\begin{aligned}
 iM_1 &= \int [\bar{u}(P_4) i g_e \gamma^\nu u(P_1)] (2\pi)^4 \delta^4(P_1 - q - P_4) \frac{i}{q - (mc)^2} \\
 &\quad [\bar{v}(P_3) i g_e \gamma_\nu v(P_2)] (2\pi)^4 \delta^4(q - P_2 - P_3) \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \\
 &= \frac{-g_e^2}{q^2 - (mc)^2} \int [\bar{u}(P_4) i \gamma^\nu u(P_1)] [\bar{v}(P_3) i \gamma_\nu v(P_2)] \\
 &\quad (2\pi)^4 \delta^4(P_1 - q - P_4) (2\pi)^4 \delta^4(q - P_2 - P_3) \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \\
 M_1 &= \frac{-e g^2}{(P_1 - P_4)^2 - (mc)^2} [\bar{u}(P_4) \gamma^\nu u(P_1)] [\bar{v}(P_3) \gamma_\nu v(P_2)]
 \end{aligned}$$

A.3 Pembuktian bagian dagger

$$\begin{aligned}
M^\dagger &= \frac{1}{h} [[\bar{u}(p_4)\gamma^\sigma n(p_1)] [\bar{v}(p_3)\gamma_\sigma v(p_2)]]^\dagger \mathbf{i} \\
&= \frac{1}{h} v(p_2)^\dagger \gamma_\sigma^\dagger \bar{v}(p_3)^\dagger, u(p_1)^\dagger \gamma^{\sigma\dagger} \bar{u}(p_4)^\dagger \mathbf{i} \\
&= \frac{1}{h} v(p_2)^\dagger \gamma_\sigma^\dagger (v(p_3)^\dagger \gamma^0)^\dagger, u(p_1)^\dagger \gamma^{\sigma\dagger} (u(p_4)^\dagger \gamma^0)^\dagger \mathbf{i} \\
&= \frac{1}{h} v(p_2)^\dagger \gamma^0 \gamma_\sigma^\dagger \gamma^{\sigma\dagger} v(p_3), u(p_1)^\dagger \gamma^0 \gamma^0 \gamma^{\sigma\dagger} \gamma^{\sigma\dagger} u(p_4) \mathbf{i} \\
&= \frac{1}{h} \bar{v}(p_2) \gamma^0 \gamma_\sigma^\dagger \gamma^{\sigma\dagger} v(p_3), \bar{u}(p_1) \gamma^0 \gamma^{\sigma\dagger} \gamma^{\sigma\dagger} u(p_4) \mathbf{i} \\
&= \bar{v}(p_2) \gamma^0 \gamma_\sigma^\dagger \gamma^{\sigma\dagger} v(p_3), \bar{u}(p_1) \gamma^0 \gamma^{\sigma\dagger} \gamma^{\sigma\dagger} u(p_4) \mathbf{i} \\
&= [\bar{v}(p_2) \gamma_\sigma v(p_3), \bar{u}(p_1) \gamma^\sigma u(p_4)]
\end{aligned}
\tag{L2.8}$$

A.4 Pembuktian substitusi nilai $|m|^\dagger$

$$\begin{aligned}
|M|^2 &= \frac{ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} [\bar{u}(p) \gamma^\nu u(p)] [\bar{v}(p) \gamma_{\nu} v(p_2)] \\
&\quad [\bar{v}(p_2) \gamma_\sigma v(p_3)] [\bar{u}(p_1) \gamma^\sigma u(p_4)] \\
&= \frac{ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} \bar{u}(p_4)_i \gamma_{ij}^\nu u(p_1)_j [\bar{v}(p_3)_k \gamma_{vkl} v(p_2)_l] \\
&\quad [\bar{v}(p_2)_m \gamma_{\sigma mn} v(p_3)_n] [\bar{u}(p_1)_r \gamma_{rs}^\sigma u(p_4)_s] \\
&= \frac{ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} u(p_4)_s \bar{u}(p_4)_i \gamma_{ij}^\nu u(p_1)_j \bar{u}(p_1)_r \gamma_{rs}^\sigma \\
&\quad v(p_3)_n \bar{v}(p_3)_k \gamma_{vkl} v(p_2)_l \bar{v}(p_2)_m \gamma_{\sigma mn} \\
&\quad [\bar{v}(p_2)_m \gamma_{\sigma mn} v(p_3)_n] [\bar{u}(p_1)_r \gamma_{rs}^\sigma u(p_4)_s] \\
&= \frac{ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} \text{Tr} \begin{matrix} h \\ \gamma^\sigma (\not{p}_1 + m_e c) \gamma^\nu (\not{p}_4 + m_e c) \\ \gamma_\nu (\not{p}_2 + m_e c) \gamma_\sigma (\not{p}_3 + m_e c) \end{matrix} \begin{matrix} i \\ \end{matrix} \\
&= \frac{ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} \text{Tr} \begin{matrix} h \\ (\gamma^\sigma \not{p}_1 + \gamma^\sigma m_e c) (\gamma^\nu \not{p}_4 + \gamma^\nu m_e c) \\ \gamma_\nu (\not{p}_2 + \gamma_\nu m_e c) (\gamma_\sigma \not{p}_3 + \gamma_\sigma m_e c) \end{matrix} \begin{matrix} i \\ \end{matrix} \\
&= \frac{ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} \text{Tr} \begin{matrix} h \\ \gamma^\sigma \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_4 + \gamma^\sigma \not{p}_1 \gamma^\nu m_e c \\ + \gamma^\sigma m_e c \gamma^\nu \not{p}_4 + \gamma^\sigma \gamma^\nu m_e^2 c^2 \end{matrix} \begin{matrix} i \\ \end{matrix} \\
&\quad \text{Tr} \begin{matrix} i \\ \gamma_\nu \not{p}_2 \gamma_\sigma \not{p}_3 + \gamma_\nu \not{p}_2 \gamma_\sigma m_e c + \gamma_\nu m_e c \gamma_\sigma \not{p}_3 + \gamma_\nu \gamma_\sigma m_e^2 c^2 \end{matrix} \\
&\hspace{15em} (L2.9)
\end{aligned}$$

A.5 Pembuktian trash Definiskan trash

$$\begin{aligned}
 \text{Tr} \gamma^\sigma \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_4 &= \text{Tr} \gamma^\sigma p_{1\alpha} \gamma^\alpha \gamma^\nu p_{4\beta} \gamma^\beta \\
 &= p_{1\alpha} p_{4\beta} \text{Tr} \gamma^\sigma \gamma^\alpha \gamma^\nu \gamma^\beta \\
 &= 4 p_{1\alpha} p_{4\beta} g^{\sigma\alpha} g^{\nu\beta} - g^{\sigma\nu} g^{\alpha\beta} + g^{\sigma\beta} g^{\alpha\nu} \\
 &= 4 p_{1\alpha} p_{4\beta} g^{\sigma\alpha} g^{\nu\beta} - p_{1\alpha} p_{4\beta} g^{\sigma\nu} g^{\alpha\beta} \\
 &\quad + p_{1\alpha} p_{4\beta} g^{\sigma\beta} g^{\alpha\nu} \\
 &= 4 [p_1^\sigma p_4^\nu - (p_1 \cdot p_4) g^{\sigma\nu} + p_1^\nu p_4^\sigma] \\
 \text{Tr} \gamma^\sigma \not{p}_1 \gamma^\nu m_e c &= 0 \\
 \text{Tr} \gamma^\sigma m_e c \gamma^\nu \not{p}_4 &= 0 \\
 \text{Tr} \gamma^\sigma \gamma^\nu m_e^2 c^2 &= (m_e c)^2 \text{Tr} [\gamma^\sigma \gamma^\nu] \\
 &= (m_e c)^2 4 g^{\sigma\nu} \\
 &= 4 m_e^2 c^2 g^{\sigma\nu}
 \end{aligned}
 \tag{L2.10}$$

A.6 Pembuktian evaluasi nilai p dan γ kembalikan ke $|M|^2$

$$\begin{aligned}
 |M|^2 &= \frac{g e^4}{(p_1 - p_3)^3 - (m c)^4} [4 (p_1^\sigma p_3^\nu - (p_1 \cdot p_3) g^{\sigma\nu} + p_1^\nu p_3^\sigma) \\
 &\quad + m_e^2 c^2 g^{\sigma\nu} - 4 (p_{2\sigma} p_{3\nu} - (p_2 \cdot p_3) g_{\sigma\nu} + p_{2\nu} p_{3\sigma} + m_e^2 c^2 g_{\sigma\nu}) \\
 &= \frac{16 g e^4}{(p_1 - p_3)^3 - (m c)^4} [p_1^\sigma p_3^\nu + p_1^\nu p_3^\sigma + g^{\sigma\nu} (m_e^2 c^2 - (p_1 \cdot p_4)) \\
 &\quad p_{2\sigma} p_{3\nu} + p_{2\nu} p_{3\sigma} + g_{\sigma\nu} (m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_3))]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{16ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} \left[p_1^\sigma p_4^\nu + p_1^\nu p_4^\sigma + g^{\sigma\nu} (m_e^2 c^2 - (p_1 \cdot p_4)) \right. \\
&\quad \left. p_{2\sigma} p_{3\nu} + p_{2\nu} p_{3\sigma} + g_{\sigma\nu} (m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_3)) \right] \\
&= \frac{16ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} \left[p_1^\sigma p_4^\nu \cdot p_{2\sigma} p_{3\nu} + p_1^\sigma p_4^\nu \cdot p_{2\nu} p_{3\sigma} \right. \\
&\quad + p_1^\sigma p_4^\nu g_{\sigma\nu} (m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_3)) + p_1^\nu p_4^\sigma \cdot p_{2\sigma} p_{3\nu} + p_1^\nu p_4^\sigma \cdot p_{2\nu} p_{3\sigma} \\
&\quad + p_1^\nu p_4^\sigma g_{\sigma\nu} (m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_3)) + p_{2\sigma} p_{3\nu} g^{\sigma\nu} (m_e^2 c^2 - (p_1 \cdot p_4)) \\
&\quad + p_{2\nu} p_{3\sigma} g^{\sigma\nu} (m_e^2 c^2 - (p_1 \cdot p_4)) + g^{\sigma\nu} g_{\sigma\nu} (m_e^2 c^2 - (p_1 \cdot p_4)) \\
&\quad \left. (m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_3)) \right] \\
&= \frac{16ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} \left[(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_3)(p_4 \cdot p_2) \right. \\
&\quad + (p_1 \cdot p_4)(m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_3)) + (p_1 \cdot p_3)(p_4 \cdot p_2) + (p_1 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_3) \\
&\quad + (p_1 \cdot p_4)(m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_3)) + (p_2 \cdot p_3)(m_e^2 c^2 - (p_1 \cdot p_4)) \\
&\quad + (p_2 \cdot p_3)(m_e^2 c^2 - (p_1 \cdot p_4)) + 4(m_e^2 c^2 - (p_1 \cdot p_4)) \\
&\quad \left. (m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_3)) \right] \\
&= \frac{32ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} \left[(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_3)(p_4 \cdot p_2) \right. \\
&\quad + (p_1 \cdot p_4)m_e^2 c^2 - (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) + (p_2 \cdot p_3)m_e^2 c^2 \\
&\quad - (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) + 2m_e^2 c^2 m_e^2 c^2 - 2(p_1 \cdot p_4)m_e^2 c^2 \\
&\quad \left. - 2(p_2 \cdot p_3)m_e^2 c^2 + 2(p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) \right] \\
&= \frac{32ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} \left[(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_3)(p_4 \cdot p_2) \right. \\
&\quad \left. - (p_2 \cdot p_3)m_e^2 c^2 - (p_1 \cdot p_4)m_e^2 c^2 + m_e^4 c^4 \right] \\
&= \frac{32ge^4}{(p_1 - p_3)^3 - (mc)^4} \left[(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_3)(p_4 \cdot p_2) \right. \\
&\quad \left. - (p_2 \cdot p_3)(p_1 \cdot p_4)m_e^2 c^2 + m_e^4 c^4 \right]
\end{aligned} \tag{L2.11}$$

A.7 Pembuktian nilai M chanel S Elektron-Positron

$$\begin{aligned}
iM_2 &= \int \bar{u}(p_4) i g_e \gamma^\mu \bar{v}(p_3) (2\pi)^4 \delta^4(q - p_3 - p_4) \frac{i}{q^2 - (mc)^2} \\
&\quad [v(p_2) i g_e \gamma_\mu u(p_1)] (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - q) \frac{d^4q}{(2\pi^4)} \\
&= \frac{i}{q^2 - (mc)^2} \int \bar{u}(p_4) i g_e \gamma^\mu \bar{v}(p_3) [v(p_2) i g_e \gamma_\mu u(p_1)] \\
&\quad (2\pi)^4 \delta^4(q - p_3 - p_4) \delta^4(p_1 + p_2 - q) d^4q \\
&= \frac{ig_e^2}{q^2 - (mc)^2} \int \bar{u}(p_4) \gamma^\mu \bar{v}(p_3) [v(p_2) \gamma_\mu u(p_1)] \\
&\quad (2\pi)^4 \delta^4(q - p_3 - p_4) \delta^4(p_1 + p_2 - q) d^4q \\
M_2 &= -\frac{g_e^2}{(p_1 + p_2)^2 - (mc)^2} [\bar{u}(p_4) \gamma^\mu \bar{v}(p_3)] [v(p_2) \gamma_\mu u(p_1)]
\end{aligned}$$

A.8 Pembuktian tiap momentum interaksi hamburan elektron-positron

$$(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) \text{ untuk } |M_1|^2$$

$$\begin{aligned}
(p_1 \cdot p_2) &= [E, 0, 0, E][E, 0, 0, E] \\
&= E^2 - E^2 \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(p_3 \cdot p_4) &= [E, E \sin \theta, 0, E \cos \theta][E, E \sin \theta, 0, E \cos \theta] \\
&= E^2 - E^2 \sin^2 \theta - E^2 \cos^2 \theta \\
&= E^2 (1 - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) &= 0 \cdot E^2 (1 - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \\
&= 0
\end{aligned}$$

(L2.12)

$(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_3)(\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_2)$ untuk $|M_1|^2$

$$\begin{aligned}(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_3) &= [E, 0, 0, E][E, E \sin \theta, 0, E \cos \theta] \\ &= E^2 - E^2 \cos \theta \\ &= E^2 (1 - \cos \theta) \\ &= E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_2) &= [E, E \sin \theta, 0, E \cos \theta][E, 0, 0, E] \\ &= E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_3)(\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_2) &= E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ &= E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}\end{aligned}$$

(L2.13)

$(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4)^4$ untuk $|M_1|^2$

$$\begin{aligned}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4)^4 &= (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4)^2 (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4)^2 \\ (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_4)^2 &= (p_1^2 + p_4^2 - 2(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_4)) \\ &= 0 + 0 - 2[E, 0, 0, E][E, E \sin \theta, 0, E \cos \theta] \\ &= -2(E^2 - E^2 \cos \theta) \\ &= -2E^2(1 - \cos \theta) \\ &= -2E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\end{aligned}$$

(L2.14)

$$|M_1|^2 = \frac{32ge^4}{(4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}) - (m_\phi c)^4} \cdot E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \quad (\text{L2.15})$$

$$\begin{aligned}|M_2|^2 &= \frac{32ge^4}{(p_1 + p_2)^4 - (m_\phi c)^4} \cdot [(\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_1)(\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_2) \\ &\quad + (\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_2)(\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_1)]\end{aligned} \quad (\text{L2.16})$$

$(\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_1)(\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_2)$ untuk $|M_2|^2$

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_1) &= [E, E \sin \theta, 0, E \cos \theta] [E, 0, 0, E] \\
 &= E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \\
 (\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_2) &= E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \\
 (\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_1)(\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_2) &= E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}
 \end{aligned} \tag{L2.17}$$

$(\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_2)(\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_1)$ untuk $|M_2|^2$

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_2) &= [E, E \sin \theta, 0, E \cos \theta] [E, 0, 0, E] \\
 &= E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \\
 (\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_1) &= [E, E \sin \theta, 0, E \cos \theta] [E, 0, 0, E] \\
 &= E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \\
 (\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_2)(\mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_1) &= E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}
 \end{aligned} \tag{L2.18}$$

$(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^4$ untuk $|M_2|^2$

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^4 &= (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 \\
 (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 &= p_1^2 + p_2^2 + 2(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2) \\
 &= 0 + 0 + 2 \cdot 0 \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{L2.19}$$

$$|M_2|^2 = \frac{32ge^4}{-(m_\phi c)^4} \cdot \frac{E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} + E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}}{2} \tag{L2.20}$$

$$\begin{aligned}
2M_1M^\dagger &= 64[(p_3 \cdot p_1)(p_4 \cdot p_2) + (p_3 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_1)] \\
(p_3 \cdot p_1)(p_4 \cdot p_2) &= E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \\
(p_3 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_1) &= E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \\
2M_1M^\dagger &= 64 \cdot 2E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \\
&= 128E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}
\end{aligned} \tag{L2.21}$$

A.9 Pembuktian Tampang Lintang differensial

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{\hbar^2 c^2}{64\pi^2} |M_1|^2 + |M_2|^2 + 2M_1M^\dagger \\
&= \frac{\hbar^2 c^2}{64\pi^2} \frac{32ge^4\psi}{(4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}) - (m_\phi c)^4} \cdot E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \\
&\quad + \frac{64ge^4}{-(m_\phi c)^4} \cdot E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} + 128E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \\
&= \frac{\hbar^2 c^2}{64\pi^2} E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \frac{32ge^4\psi}{(4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}) - (m_\phi c)^4} + \frac{64ge^4}{-(m_\phi c)^4} + 128 \\
&= \frac{\hbar^2 c^2}{64\pi^2} E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \frac{ge^4\psi}{(4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}) - (m_\phi c)^4} + \frac{2ge^4}{-(m_\phi c)^4} + 4 \\
&= \frac{\hbar^2 c^2}{64\pi^2} ge^4 E^4 \sin^4 \frac{\theta}{2} \frac{1}{(4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}) - (m_\phi c)^4} + \frac{2}{-(m_\phi c)^4} \\
&\quad + \frac{4}{ge^4}
\end{aligned} \tag{L2.22}$$

B.1 Ekspansi nilai η dan η^\dagger

$$\begin{aligned}
L_{\nu_L, \nu_R} &\supset -G_2 \bar{\nu}_L e_L \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} v_\eta + h_\eta \\ 0 \end{pmatrix} \\
&\quad -G_7 \bar{\nu}_R \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} v_\eta + h_\eta \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \\
&\supset -\frac{G_2}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L (v_\eta + h_\eta) \nu_R - \frac{G_7}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_R (v_\eta + h_\eta) \nu_L \\
&\supset \frac{G_2}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L v_\eta \nu_R - \frac{G_2}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L h_\eta \nu_R - \frac{G_7}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_R v_\eta \nu_L - \frac{G_7}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_R h_\eta \nu_L \\
&\supset \frac{G_{2,7}}{\sqrt{2}} v_\eta (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L) - \frac{G_{2,7}}{\sqrt{2}} h_\eta (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L).
\end{aligned}$$

B.2 Pembuktian nilai M elektron-neutrino

$$\begin{aligned}
iM &= \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} [\bar{u}(p_3) i g_e \gamma^\mu u(p_1)] (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - q - p_3) \frac{i}{q^2 - (mc)^2} \\
&\quad [\bar{v}(p_4) i g_e \gamma_\mu v(p_2)] (2\pi)^4 \delta^4(q - p_2 - p_4) \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \\
iM &= \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} [\bar{u}(p_3) i g_e \gamma^\mu u(p_1)] [\bar{v}(p_4) i g_e \gamma_\mu v(p_2)] (2\pi)^4 \delta^4 \\
&\quad (p_1 - q - p_3) \frac{i}{q^2 - (mc)^2} (q - p_2 - p_4) \\
M &= \frac{g_e^2}{q^2 - (mc)^2} [\bar{u}(p_3) i g_e \gamma^\mu u(p_1)] [\bar{v}(p_4) i g_e \gamma_\mu v(p_2)] (2\pi)^4 \delta^4 \\
&\quad (p_1 - q - p_3) \delta^4(q - p_2 - p_4) d^4q
\end{aligned}$$

B.3 Pembuktian M^\dagger

$$\begin{aligned}
([\bar{u}(p_3)\gamma^\nu u(p_1)][\bar{v}(p_4)\gamma_\nu v(p_2)])^\dagger &= v(p_2)^\dagger \gamma_\nu^\dagger \bar{v}(p_4)^\dagger u(p_1)^\dagger \gamma^\nu{}^\dagger \bar{u}(p_3)^\dagger \\
&= v(p_2)^\dagger \gamma_\nu^\dagger (v(p_4)^\dagger \gamma^0)^\dagger u(p_1)^\dagger \gamma^\nu{}^\dagger \\
&\quad (u(p_3)^\dagger \gamma^0)^\dagger \\
&= v(p_2)^\dagger \gamma_\nu^\dagger \gamma^{0\dagger} v(p_4) u(p_1)^\dagger \gamma^\nu{}^\dagger \gamma^{0\dagger} u(p_3) \\
&= v(p_2)^\dagger \gamma^0 \gamma_\nu \gamma^{0\dagger} \gamma^{0\dagger} v(p_4) u(p_1)^\dagger \\
&\quad \gamma^0 \gamma^\nu \gamma^{0\dagger} \gamma^{0\dagger} u(p_3) \\
&= v(p_2)^\dagger \gamma^0 \gamma_\nu \gamma^0 v(p_4) u(p_1)^\dagger \\
&\quad \gamma^0 \gamma^\nu \gamma^0 u(p_3) \\
&= \bar{v}(p_2) \gamma_\nu v(p_4) \bar{u}(p_1) \gamma^\nu u(p_3)
\end{aligned} \tag{L2.23}$$

B.4 Pembuktian substitusi indeks $|M|^2$

$$\begin{aligned}
|M|^2 &= -\frac{ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} ([\bar{u}(P_1) \gamma^\mu u(P_3)][\bar{v}(P_2) \gamma_\mu v(P_4)]) \\
&\quad ([\bar{v}(P_2) \gamma_\nu v(P_4)][\bar{u}(P_1) \gamma^\nu u(P_3)]) \\
&= -\frac{ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} \mathbf{h} \quad \mathbf{i} \\
&\quad \bar{u}(P_3)_i \gamma_{ij} u(P_1)_j \quad [\bar{v}(P_4)_k \gamma_{\mu kl} v(P_2)_l] \\
&\quad ([\bar{v}(P_2)_m \gamma_{\nu mn} v(P_4)_n][\bar{u}(P_1)_r \gamma_{rs}^\nu u(P_3)_s]) \\
&= -\frac{ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} \mathbf{h} \quad u(P_3)_s \bar{u}(P_3)_i \gamma_{ij}^\mu u(P_1)_j \bar{u}(P_1)_r \\
&\quad \gamma_{rs}^\nu v(P_4)_n \bar{v}(P_4)_k \gamma_{\mu kl} v(P_2)_l \bar{v}(P_2)_m \gamma_{\nu mn}]
\end{aligned} \tag{L2.24}$$

B.5 pembuktian perubahan bentuk ($\not{P} + mc$)

$$\begin{aligned}
|M|^2 &= -\frac{ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} \text{Tr} \left(\not{P}_3 + m_3c \right)_{si} \gamma_{ij}^\mu (\not{P}_1 + m_1c)_{is} \\
&\quad \gamma_{rs} (\not{P}_4 + m_4c)_{jr} \gamma_{rs} (\not{P}_4 + m_4c)_{nk} \gamma_{\mu kl} (\not{P}_2 + m_2c)_{lm} \gamma_{\nu mn} \\
&\quad \gamma_\nu \\
&= -\frac{ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} \text{Tr} (\not{P}_3 + m_e c) \gamma^\mu (\not{P}_1 + m_e c) \gamma^\nu \\
&\quad \text{Tr} (\not{P}_4 + m_\nu c) \gamma_\mu (\not{P}_2 + m_\nu c) \gamma_\nu \\
&= -\frac{ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} \text{Tr} (\gamma^\mu (\not{P}_1 + m_e c) \gamma^\nu (\not{P}_3 + m_e c) \\
&\quad \text{Tr} \gamma_\mu (\not{P}_2 + m_\nu c) \gamma_\nu (\not{P}_4 + m_\nu c) \\
&= -\frac{ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} \text{Tr} (\gamma^\mu \not{P}_1 + \gamma^\mu m_e c) (\gamma^\nu \not{P}_3 + \gamma^\nu m_e c) \\
&\quad \text{Tr} (\gamma_\mu \not{P}_2 + \gamma_\mu m_\nu c) (\gamma_\nu \not{P}_4 + \gamma_\nu m_\nu c) \\
&= -\frac{ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} \text{Tr} \gamma^\mu \not{P}_1 \gamma^\nu \not{P}_3 + \gamma^\mu \not{P}_1 \gamma^\nu m_e c \\
&\quad + \gamma^\mu m_e c \gamma^\nu \not{P}_3 + \gamma^\mu m_e c \gamma^\nu m_e c \quad \text{Tr} \gamma_\mu \not{P}_2 \gamma_\nu \not{P}_4 + \gamma_\mu \not{P}_2 \gamma_\nu m_\nu c \\
&\quad + \gamma_\mu m_\nu c \gamma_\nu \not{P}_4 + \gamma_\mu m_\nu c \gamma_\nu m_\nu c
\end{aligned} \tag{L2.25}$$

B.6 Pembuktian Trace Definiskan masing-masing tras

$$\begin{aligned}
 \text{Tr } \gamma^\mu \not{P}_1 \gamma^\nu \not{P}_3 &= \text{Tr } \gamma^\mu P_{1\alpha} \gamma^\alpha \gamma^\nu P_{3\beta} \gamma^\beta \\
 &= P_{1\alpha} P_{3\beta} \text{Tr } \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\nu \gamma^\beta \\
 &= 4P_{1\alpha} P_{3\beta} g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} - g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} + g^{\mu\beta} g^{\alpha\nu} \\
 &= 4(P_{1\alpha} P_{3\beta} g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} - P_{1\alpha} P_{3\beta} g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} + P_{1\alpha} P_{3\beta} g^{\mu\beta} g^{\alpha\nu}) \\
 &= 4[P_1^\mu P_3^\nu - (P_1 \cdot P_3) g^{\mu\nu} + P_1^\nu P_3^\mu] \\
 &= 4P_1^\mu P_3^\nu - 4(P_1 \cdot P_3) g^{\mu\nu} + 4P_1^\nu P_3^\mu
 \end{aligned} \tag{L2.26}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Tr } \gamma^\mu \not{P}_1 \gamma^\nu m_e c &= m_e c \text{Tr } [\gamma^\mu P_1 \gamma^\nu] \\
 &= m_e c \text{Tr } [\gamma^\mu P_{1\alpha} \gamma^\alpha \gamma^\nu] \\
 &= m_e c P_{1\alpha} \text{Tr } [\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\nu] \\
 &= m_e c P_{1\alpha} 0 \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{L2.27}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Tr } \gamma^\mu m_e c \gamma^\nu \not{P}_3 &= m_e c \text{Tr } \gamma^\mu \gamma^\nu P_{3\beta} \gamma^\beta \\
 &= m_e c P_{3\beta} \text{Tr } \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\beta \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{L2.28}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Tr } [\gamma^\mu m_e c \gamma^\nu m_e c] &= (m_e c)^2 \text{Tr } [\gamma^\mu \gamma^\nu] \\
 &= (m_e c)^2 4g^{\mu\nu} \\
 &= m_e^2 c^2 4g^{\mu\nu} \\
 &= 4m_e^2 c^2 g^{\mu\nu}
 \end{aligned} \tag{L2.29}$$

B.7 Pembuktian penjabaran momentum P

Kembali ke $|M|^2$

$$\begin{aligned}
|M|^2 &= -\frac{ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} \text{Tr } \gamma^\mu \not{P}_1 \gamma^\nu \not{P}_3 + \gamma^\mu \not{P}_1 \gamma^\nu m_e c + \\
&\quad \gamma^\mu m_e c \gamma^\nu \not{P}_3 + \gamma^\mu m_e c \gamma^\nu m_e c \text{Tr } \gamma_\mu \not{P}_2 \gamma_\nu \not{P}_4 + \gamma_\mu \not{P}_2 \gamma_\nu m_\nu c \\
&\quad + \gamma_\mu m_\nu c \gamma_\nu \not{P}_4 + \gamma_\mu m_\nu c \gamma_\nu m_\nu c \\
&= -\frac{ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} [4P_1^\mu P_3^\nu - 4(P_1 \cdot P_3)g^{\mu\nu} + 4P_1^\nu P_3^\mu \\
&\quad + 4m_e^2 c^2 g^{\mu\nu} - 4P_{2\mu} P_{4\nu} - 4(P_2 \cdot P_4)g_{\mu\nu} + 4P_{2\nu} P_{4\mu} + 4m_\nu^2 c^2 g_{\mu\nu} \\
&\quad - \frac{4ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} [P_1^\mu P_3^\nu - (P_1 \cdot P_3)g^{\mu\nu} + P_1^\nu P_3^\mu \\
&\quad + m_e^2 c^2 g^{\mu\nu} - P_{2\mu} P_{4\nu} - (P_2 \cdot P_4)g_{\mu\nu} + P_{2\nu} P_{4\mu} + m_\nu^2 c^2 g_{\mu\nu} \\
&\quad - (P_1 \cdot P_3))] P_{2\mu} P_{4\nu} + P_{2\nu} P_{4\mu} + g_{\mu\nu} m_\nu^2 c^2 - (P_2 \cdot P_4) \\
&= -\frac{4ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} [P_1^\mu P_3^\nu P_{2\mu} P_{4\nu} + P_1^\nu P_3^\mu P_{2\nu} P_{4\mu} \\
&\quad + P_1^\mu P_3^\nu g_{\mu\nu} m_\nu^2 c^2 - (P_2 \cdot P_4) + P_1^\nu P_3^\mu P_{2\mu} P_{4\nu} + P_1^\nu P_3^\mu P_{2\nu} P_{4\mu} \\
&\quad + P_1^\nu P_3^\mu g_{\mu\nu} m_\nu^2 c^2 - (P_2 \cdot P_4) + P_{2\mu} P_{4\nu} g^{\mu\nu} m_e^2 c^2 - (P_1 \cdot P_3) \\
&\quad + P_{2\nu} P_{4\mu} g^{\mu\nu} m_e^2 c^2 - (P_1 \cdot P_3) + g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} m_e^2 c^2 - (P_1 \cdot P_3) \\
&\quad m_\nu^2 c^2 - (P_2 \cdot P_4) \\
&= -\frac{4ge^4}{(P_1 - P_3)^4 - (mc)^4} [(P_1 \cdot P_2)(P_3 \cdot P_4) + (P_1 \cdot P_4)(P_3 \cdot P_2) \\
&\quad + (P_1 \cdot P_3) m_\nu^2 c^2 - (P_2 \cdot P_4) + (P_1 \cdot P_4)(P_3 \cdot P_2) \\
&\quad + (P_1 \cdot P_2)(P_3 \cdot P_4) + (P_1 \cdot P_3) m_\nu^2 c^2 - (P_2 \cdot P_4) \\
&\quad + (P_2 \cdot P_4) m_e^2 c^2 - (P_1 \cdot P_3) + (P_2 \cdot P_4) m_e^2 c^2 - (P_1 \cdot P_3) \\
&\quad + 4 m_e^2 c^2 - (P_1 \cdot P_3) m_\nu^2 c^2 - (P_2 \cdot P_4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{4ge^4}{(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_3)^4 - (mc)^4} [2(\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_2)(\mathbf{P}_3 \cdot \mathbf{P}_4) + 2(\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_4)(\mathbf{P}_3 \cdot \mathbf{P}_2) \\
&+ 2(\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_3) m_v^2 c^2 - (\mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{P}_4) + 2(\mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{P}_4) m_e^2 c^2 - (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_3) \\
&+ 4 m_e^2 c^2 - (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_3) m_v^2 c^2 - (\mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{P}_4)] \\
&= -\frac{8ge^4}{(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_3)^4 - (mc)^4} [(\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_2)(\mathbf{P}_3 \cdot \mathbf{P}_4) + (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_4) \\
&(\mathbf{P}_3 \cdot \mathbf{P}_2) + m_v^2 c^2 (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_3) - (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_3)(\mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{P}_4) + m_e^2 c^2 (\mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{P}_4) \\
&- (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_3)(\mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{P}_4) + 2m_e^2 c^2 m_v^2 c^2 - 2m_v^2 c^2 (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_3) - 2m_v^2 c^2 (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_3) \\
&+ 2(\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_3)(\mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{P}_4)] \\
&= -\frac{8ge^4}{(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_3)^4 - (mc)^4} [(\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_2)(\mathbf{P}_3 \cdot \mathbf{P}_4) + (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_4)(\mathbf{P}_3 \cdot \mathbf{P}_2) \\
&+ 2m_e^2 c^2 m_v^2 c^2 - m_e^2 c^2 (\mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{P}_4) - m_v^2 c^2 (\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{P}_3)]
\end{aligned} \tag{L2.30}$$

C.1 ekspansi nilai quark pada medan ϕ

$$\begin{aligned}
L_{d_L, d_R} &= G_4 \bar{u}_L \bar{d}_L \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\phi + h_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_R \\ u_L \\ d_L \end{pmatrix} \\
&\quad - G_9 \bar{d}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\phi + h_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \\
&= \frac{G_4}{\sqrt{2}} \bar{d}_L (v_\phi + h_\phi) d_R - \frac{G_9}{\sqrt{2}} \bar{d}_R (v_\phi + h_\phi) d_L \\
&= \frac{G_4}{\sqrt{2}} \bar{d}_L v_\phi d_R - \frac{G_4}{\sqrt{2}} \bar{d}_L h_\phi d_R - \frac{G_9}{\sqrt{2}} \bar{d}_R v_\phi d_L - \frac{G_9}{\sqrt{2}} \bar{d}_R h_\phi d_L \\
&= \frac{G_{4,9}}{\sqrt{2}} v_\phi (\bar{d}_L d_R + \bar{d}_R d_L) - \frac{G_{4,9}}{\sqrt{2}} h_\phi (\bar{d}_L d_R + \bar{d}_R d_L)
\end{aligned}$$

C.2 Pembuktian Nilai M interaksi hamburan elektron-quark

$$iM = \int_Z [\bar{u}(p_4) i g_e \gamma^\mu v(p_3)] (2\pi)^4 \delta^4(q - p_3 - p_4) \frac{i}{q^2 - (mc)^2} [u(p_2) i g_e \gamma_\mu \bar{v}(p_1)] (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - q) \frac{d^4}{(2\phi)^4}$$

C.3 Pembuktian $|M|^2$ Elektro-Quark

$$M = \frac{Q g e^2}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^2} [\bar{u}(p_4) \gamma^\mu v(p_3)] [u(p_2) \gamma_\mu \bar{v}(p_1)] \quad (L2.31)$$

$$\begin{aligned} |M|^2 &= M M^\dagger \\ &= \frac{Q^2 g e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^2} ([\bar{u}(p_4) \gamma^\mu v(p_3)] [u(p_2) \gamma_\mu \bar{v}(p_1)]) \\ &\quad ([\bar{u}(p_4) \gamma^\nu v(p_3)] [u(p_2) \gamma_\nu \bar{v}(p_1)])^\dagger \end{aligned} \quad (L2.32)$$

tinjau bagian dagger

$$\begin{aligned} &= ([\bar{u}(p_4) \gamma^\nu v(p_3)] [u(p_2) \gamma_\nu \bar{v}(p_1)])^\dagger \\ &= \bar{v}(p_1)^\dagger \gamma_\nu^\dagger u(p_2)^\dagger, v(p_3)^\dagger \gamma^\nu \bar{u}(p_4)^\dagger \\ &= (\bar{v}(p_1)^\dagger \gamma^0) \gamma^0 \gamma_\nu^\dagger \gamma^0 (u(p_2)^\dagger), (v(p_3)^\dagger \gamma^0)^\dagger \gamma^\nu \bar{u}(p_4)^\dagger \gamma^0 \\ &\quad \underset{v(p_1)}{\quad} \quad \underset{\bar{u}(p_2)}{\quad} \\ &= v(p_1) \gamma^0 \gamma_\nu^\dagger \gamma^0 \bar{u}(p_2), \gamma^{0\dagger} v(p_3)^\dagger \gamma^\nu \bar{u}(p_4)^\dagger \gamma^0 \\ &\quad \underset{\bar{v}(p_3)}{\quad} \quad \underset{u(p_4)}{\quad} \\ &= v(p_1) \gamma_\nu \bar{u}(p_2), \bar{v}(p_3) \gamma^0 \gamma^\nu \gamma^0 u(p_4) \\ &= [v(p_1) \gamma_\nu \bar{u}(p_2)] [\bar{v}(p_3) \gamma^\nu u(p_4)] \end{aligned} \quad (L2.33)$$

$$\begin{aligned}
|M|^2 &= \frac{Q^2 g_e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} [\bar{u}(p) \gamma_4^\mu v(p)] [\bar{u}(p) \gamma_2^\mu \bar{v}(p_1)] \\
&\quad [v(p_1) \gamma_\nu \bar{u}(p_2)] [\bar{v}(p_3) \gamma^\nu u(p_4)] \\
&= \frac{Q^2 g_e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} h \bar{u}(p_4)_i \gamma_{ij}^\mu v(p_3)_j \mathbf{i} \\
&\quad [u(p_2)_k \gamma_{\mu kl} \bar{v}(p_1)_l] [v(p_1)_m \gamma_{\nu mn} \bar{u}(p_2)_n] [\bar{v}(p_3)_r \gamma_{rs}^\nu u(p_4)_s] \\
&= \frac{Q^2 g_e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} h u(p_4)_s \bar{u}(p_4)_i \gamma_{ij}^\mu v(p_3)_j \bar{v}(p_3)_r \gamma_{rs}^\nu \\
&\quad v(p_1)_m \bar{v}(p_1)_l \gamma_{\mu kl} \bar{u}(p_2)_n u(p_2)_k \gamma_{\nu mn}] \\
&= \frac{Q^2 g_e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} h \text{Tr} (\not{p}_4 + m_4 c) \gamma_{ij}^\mu (\not{p}_3 + m_3 c) \gamma_{rs}^\nu \\
&\quad (\not{p}_1 + m_1 c) \gamma_{\mu kl} (\not{p}_2 + m_2 c) \gamma_{\nu mn} \mathbf{i}
\end{aligned} \tag{L2.34}$$

definisikan momentum m

$$\begin{aligned}
&= \frac{Q^2 g_e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} h \text{Tr} (\not{p}_4 + m_d c) \gamma_{ij}^\mu (\not{p}_3 + m_d c) \gamma_{rs}^\nu \mathbf{i} \\
&\quad \text{Tr} (\not{p}_1 + m_e c) \gamma_\mu (\not{p}_2 + m_e c) \gamma_\nu \\
&= \frac{Q^2 g_e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} h \text{Tr} \gamma^\mu (\not{p}_3 + m_d c) \gamma^\nu (\not{p}_4 + m_d c) \mathbf{i} \\
&\quad \text{Tr} \gamma_\mu (\not{p}_2 + m_e c) \gamma_\nu (\not{p}_1 + m_e c) \\
&= \frac{Q^2 g_e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} h \text{Tr} \gamma^\mu \not{p}_3 \gamma^\nu \not{p}_4 + \gamma^\mu \not{p}_3 \gamma^\nu m_d c \\
&\quad + \gamma^\mu m_d c \gamma^\nu \not{p}_4 + \gamma^\mu m_d c \gamma^\nu m_d c \text{Tr} \gamma_\mu \not{p}_2 \gamma_\nu \not{p}_1 \mathbf{i} \\
&\quad + \gamma_\mu \not{p}_2 \gamma_\nu m_e c + \gamma_\mu m_e c \gamma_\nu \not{p}_1 + \gamma_\mu m_e c \gamma_\nu m_e c
\end{aligned} \tag{L2.35}$$

definisikan trash

- $\text{Tr}[\gamma^\mu \not{p}_3 \gamma^\nu \not{p}_4] = 4p_3^\mu p_4^\nu - 4(p_3 \cdot p_4)g^{\mu\nu} + 4p_3^\nu p_4^\mu$
- $\text{Tr}[\gamma^\mu \not{p}_3 \gamma^\nu m_d c] = 0$
- $\text{Tr}[\gamma^\mu m_d c \gamma^\nu \not{p}_4] = 0$
- $\text{Tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu (m_d c)^2] = 4m_d^2 c^2 g^{\mu\nu}$

kembali ke $|M|^2$

$$\begin{aligned}
 |M|^2 &= \frac{4Q^2 g e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} [p_3^\mu p_4^\nu - (p_3 \cdot p_4) g^{\mu\nu} + p_3^\nu p_4^\mu \\
 &\quad + m_d^2 c^2 g^{\mu\nu} p_{2\mu} p_{1\nu} - (p_2 \cdot p_1) g_{\mu\nu} + p_{2\nu} p_{1\mu} + m_e^2 c^2 g_{\mu\nu} \\
 &= \frac{4Q^2 g e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} [p_3^\mu p_4^\nu + p_3^\nu p_4^\mu \\
 &\quad + g^{\mu\nu} (m_d^2 c^2 - (p_3 \cdot p_4)) [p_{2\mu} p_{1\nu} + p_{2\nu} p_{1\mu} \\
 &\quad + g_{\mu\nu} (m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_1))] \\
 &= \frac{4Q^2 g e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} [p_3^\mu p_4^\nu p_{2\mu} p_{1\nu} + p_3^\nu p_4^\mu p_{2\nu} p_{1\mu} \\
 &\quad + p_3^\mu p_4^\nu g_{\mu\nu} (m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_1)) + p_3^\nu p_4^\mu p_{2\mu} p_{1\nu} \\
 &\quad + p_3^\nu p_4^\mu p_{2\nu} p_{1\mu} + p_3^\nu p_4^\mu g_{\mu\nu} (m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_1)) \\
 &\quad + p_{2\mu} p_{1\nu} g^{\mu\nu} (m_d^2 c^2 - (p_3 \cdot p_4)) + p_{2\nu} p_{1\mu} \\
 &\quad g^{\mu\nu} (m_d^2 c^2 - (p_3 \cdot p_4)) + g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} (m_d^2 c^2 - (p_3 \cdot p_4)) \\
 &\quad (m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_1))] \\
 &= \frac{4Q^2 g e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} [(p_3 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_1) + (p_3 \cdot p_1) \\
 &\quad (p_4 \cdot p_2) + (p_3 \cdot p_4)(m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_1)) + (p_3 \cdot p_1)(p_4 \cdot p_2) \\
 &\quad + (p_3 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_1) + (p_3 \cdot p_4)(m_d^2 c^2 - (p_2 \cdot p_1)) \\
 &\quad + (p_2 \cdot p_1)(m_d^2 c^2 - (p_3 \cdot p_4)) + (p_2 \cdot p_1)(m_e^2 c^2 - (p_3 \cdot p_4)) \\
 &\quad + 4(m_d^2 c^2 - (p_3 \cdot p_4))(m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_1))] \\
 &= \frac{4Q^2 g e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} [2(p_3 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_1) \\
 &\quad + 2(p_3 \cdot p_1)(p_4 \cdot p_2) + 2(p_3 \cdot p_4)(m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_1)) \\
 &\quad + 2(p_2 \cdot p_1)(m_d^2 c^2 - (p_3 \cdot p_4)) \\
 &\quad + 4(m_d^2 c^2 - (p_3 \cdot p_4))(m_e^2 c^2 - (p_2 \cdot p_1))]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{8Q^2 g e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} [(p_3 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_1) \\
&+ (p_3 \cdot p_1)(p_4 \cdot p_2) + m_e^2 c^2 (p_3 \cdot p_4) - (p_3 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_1) \\
&+ m_d^2 c^2 (p_2 \cdot p_1) - (p_3 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_1) + 2m_d^2 c^2 m_e^2 c^2 \\
&- 2m_d^2 c^2 (p_2 \cdot p_1) - 2m_e^2 c^2 (p_3 \cdot p_4) + 2(p_3 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_1)] \\
&= \frac{8Q^2 g e^4}{(p_3 + p_4)^2 - (mc)^4} [(p_3 \cdot p_2)(p_4 \cdot p_1) \\
&+ (p_3 \cdot p_1)(p_4 \cdot p_2) + (p_3 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_1) \\
&- m_d^2 c^2 (p_2 \cdot p_1) - m_e^2 c^2 (p_3 \cdot p_4) + 2m_d^2 c^2 m_e^2 c^2]
\end{aligned}
\tag{L2.36}$$

Lampiran 3.**RIWAYAT HIDUP****A. Identitas Diri**

1. Nama Lengkap : Rizka Nur Afiati
2. Tempat Tanggal Lahir : Brebes, 07 Agustus 1997
3. Alamat Domisili : Jl Lingkar Bayur NO 67 Rt 07 Rw 06 \ Dukuhturi Bumiayu Brebes
4. No Hp : 085695701369
5. Email : ikaikula78@gmail.com

B. Riwayat Pendidikan

1. SDN Dukuhturi 03 Bumiayu Tahun ajaran 2003-2009
2. SMP Bustanul Ulum NU Bumiayu Tahun ajaran 2009-2012
3. SMA Bustanul Ulum NU Bumiayu Tahun ajaran 2013-2016
4. Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang

Semarang, 29 Juni 2022

Rizka Nur Afiati
NIM. 1608026001