

**PENENTUAN PREMI TAHUNAN DAN CADANGAN
MANFAAT ASURANSI JIWA ENDOWMENT MURNI
PADA STATUS *LAST SURVIVOR* UNTUK TIGA ORANG
TERTANGGUNG DENGAN METODE PROSPEKTIF**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat Guna
Memperoleh Gelar Sarjana Sains dalam Ilmu Matematika



Diajukan oleh:

FIKA RIZA SYIFAMILLAH

NIM: 1808046004

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO SEMARANG**

2022

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertandatangan dibawah ini:

Nama : Fika Riza Syifamillah

NIM : 1808046004

Jurusan : Matematika

Menyatakan bahwa skripsi yang berjudul:

**PENENTUAN PREMI TAHUNAN DAN CADANGAN MANFAAT ASURANSI JIWA ENDOWMENT
MURNI PADA STATUS *LAST SURVIVOR* UNTUK TIGA ORANG TERTANGGUNG DENGAN
METODE PROSPEKTIF**

Secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri, kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 27 April 2022

Pembuat Pernyataan,



Fika Riza Syifamillah

1808046004



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Prof. Dr. Hamka Ngaliyan, Semarang 50185
Telp. 024-7601295, Fax. 024-7615387

PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini:

Judul : Penentuan Premi Tahunan Dan Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Endowment Murni Pada Status Last Survivor Untuk Tiga Orang Tertanggung Dengan Metode Prospektif

Penulis : Fika Riza Syifamilah

NIM : 1808046004

Jurusan : Matematika

Telah diujikan dalam sidang tugas akhir oleh Dewan Penguji Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu Matematika.

Semarang, 22 Juni 2022

DEWAN PENGUJI

Ketua Sidang,

HJ. Emy Siswanah, M. Sc
NIP. 19870202 201101 2 014

Sekretaris Sidang,

Eva Khoirun Nisa, M. Si
NIP. 19870102 201903 2 010

Penguji Utama I,

Budi Cahyono, M. Si
NIP. 19801215 200912 1 003



Penguji Utama II,

Aini Fitriyah, M. Sc
NIP. 19890929 201903 2 021

Pembimbing I

HJ. Emy Siswanah, M. Sc
NIP. 19870202 201101 2 014

Pembimbing II

Seftina Diyah Miasary, M. Sc
NIP. 19870921 201903 2 010

NOTA DINAS

Semarang, 27 April 2022

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum wr.wb.

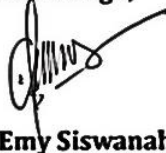
Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan, dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : Penentuan Premi Tahunan Dan Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Endowment Murni Pada Status *Last Survivor* Untuk Tiga Orang Tertanggung Dengan Metode Prospektif
Nama : Fika Riza Syifamillah
NIM : 1808046004
Program Studi : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang untuk diajukan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum wr.wb.

Pembimbing I,



Hj. Emy Siswanah, M. Sc
NIP. 19870202 201101 2 014

NOTA DINAS

Semarang, 27 April 2022

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum wr.wb.

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan, dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : Penentuan Premi Tahunan Dan Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Endowment Murni Pada Status *Last Survivor* Untuk Tiga Orang Tertanggung Dengan Metode Prospektif
Nama : Fika Riza Syifamillah
NIM : 1808046004
Program Studi : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang untuk diajukan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum wr.wb.

Pembimbing II,



Seftina Diyah Miasary, M. Sc
NIP. 19870921 201903 2 010

TRANSLITERASI ARAB-LATIN

Penulisan transliterasi huruf-huruf Arab Latin dalam skripsi ini berpedoman pada (SKB) Menteri Agama dan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan R.I.

Nomor: 158 Tahun 1987 dan Nomor: 0543b/U/1987.

Konsonan

Daftar huruf bahasa Arab dan transliterasinya ke dalam huruf Latin dapat dilihat pada halaman berikut:

Huruf Arab	Nama	Huruf Latin	Nama
ا	Alif	Tidak Dilambangkan	Tidak Dilambangkan
ب	Ba	B	Be
ت	Ta	T	Te
ث	Şa	Ş	Es (dengan titik di atas)
ج	Jim	J	Je
ح	Ĥa	Ĥ	Ha (dengan titik di atas)
خ	Kha	Kh	Ka dan Ha
د	Dal	D	De

ذ	Zal	Z	Zet (dengan titik di atas)
ر	Ra	R	Er
ز	Zai	Z	Zet
س	Sin	S	Es
ش	Syin	Sy	Es dan Ye
ص	Ṣad	Ṣ	Es (dengan titik di bawah)
ض	Ḍad	Ḍ	De (dengan titik di bawah)
ط	Ṭa	Ṭ	Te (dengan titik di bawah)
ظ	Ẓa	Ẓ	Zet (dengan titik di bawah)
ع	Ain	-	Apostrof terbalik
غ	Gain	G	Ge
ف	Fa	F	Ef
ق	Qof	Q	Qi
ك	Kaf	K	Ka
ل	Lam	L	El
م	Mim	M	Em

ن	Nun	N	Ea
و	Wau	W	We
هـ	Ha	H	Ha (dengan titik di atas)
ء	Hamzah	'	Apostrof
ي	Ya	Y	Ye

ABSTRAK

Judul : Penentuan Premi Tahunan dan Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Endowment Murni pada Status *Last Survivor* Untuk Tiga Orang Tertanggung dengan Metode Prospektif

Penulis : FIKA RIZA SYIFAMILLLAH

NIM : 1808046004

Asuransi jiwa *last survivor* yaitu asuransi *multiple life* dengan pembayaran premi akan berakhir ketika kematian terakhir pemegang polis. Asuransi jiwa endowment murni merupakan asuransi yang akan memberikan santunan apabila pemegang polis masih hidup dalam jangka waktu yang telah disepakati dan akan diberikan kepada ahli waris. Pada skripsi ini difokuskan dalam penentuan besar premi tahunan dan cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung. Berdasarkan hasil perhitungan cadangan manfaat dengan metode prospektif, semakin tua usia anggota asuransi maka semakin rendah (kecil) peluang untuk bertahan hidup. Artinya, semakin tinggi peluang ketiga anggota meninggal saat pada saat sebelum kontrak asuransi berakhir, maka semakin rendah peluang untuk perusahaan asuransi untuk membayarkan uang pertanggungan. Hal tersebut menyebabkan premi yang harus dibayarkan semakin kecil. Nilai cadangan manfaat dari tahun awal asuransi hingga akhir masa kontrak asuransi yaitu tahun ke-25, semakin tahun semakin kecil.

Kata kunci: *last survivor*, endowment murni, premi tahunan, cadangan manfaat.

KATA PENGANTAR

Puji syukur alhamdulillah penulis panjatkan atas segala ridho Allah SWT atas segala karunia sehingga penulisan skripsi ini telah terselesaikan. Tema yang dipilih dalam skripsi ini dilaksanakan sejak akhir bulan Juli 2021 hingga April 2022 dengan judul *"Penentuan Premi Tahunan dan Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Endowment Murni pada Status Last Survivor Untuk Tiga Orang Tertanggung dengan Metode Prospektif"*.

Penyusunan skripsi ini juga tidak lepas dari bantuan dan dukungan berbagai pihak, untuk itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Terima kasih sebesar-besarnya kepada diri sendiri yang telah kuat dan semangat sehingga penulisan skripsi ini telah terselesaikan.
2. Keluarga: Abah Dul Jalal S. Ag, Ibu Siti Ummi Harisah S. Ag, Adik Faruq Faiz Asyifa atas segala kasih sayang, semangat serta motivasi yang telah diberikan untuk saya.
3. Ibu Hj. Emy Siswanah, M. Sc dan Ibu Seftina Diyah Miasary, M. Sc. Selaku dosen pembimbing atas segala ilmu, motivasi dan bimbingan selama penulisan skripsi ini.

4. Seluruh dosen program studi Matematika atas segala ilmu yang diberikan.
5. Keluarga besar: terkhusus Mbah KH. MaksuM atas segala doa dan semangat yang telah diberikan.
6. Keluarga di Semarang: Om Ikrom, Alm. Tante Romdonah, Dek Istna atas segala doa, semangat dan fasilitas hidup selama menjalani hidup di kota Semarang.
7. Bayu Ningtias I Slamet atas segala bantuan fikiran dan tenaganya yang telah diberikan.
8. Fara Lukita Umul Amaliah selaku teman sebangunan yang telah berjuang bersama dalam penulisan skripsi, atas segala bantuan dan semangat yang telah diberikan.
9. Seluruh teman-teman mahasiswa program studi Matematika Angkatan 2018 dan semua pihak yang telah membantu dalam penulisan skripsi atas segala dukungan dan semangatnya.

Semoga skripsi ini bermanfaat bagi semua pembaca guna kemajuan ilmu pengetahuan.

Tegal, April 2022

Fika Riza Syifamillah

DAFTAR ISI

PERNYATAAN KEASLIAN	ii
PENGESAHAN	iii
NOTA DINAS	iv
NOTA DINAS	v
TRANSLITERASI ARAB-LATIN.....	vi
ABSTRAK.....	ix
KATA PENGANTAR.....	x
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR GAMBAR.....	xvii
DAFTAR LAMPIRAN.....	xviii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah.....	8
1.3 Tujuan Penelitian.....	8
1.4 Manfaat Penelitian	8
1.5 Batasan Masalah.....	9
BAB II LANDASAN PUSTAKA	10

2.1	Kajian Pustaka.....	10
2.2	Kajian Teori.....	12
2.2.1	Asuransi.....	12
2.2.2	Bunga.....	16
2.2.3	Asuransi Jiwa <i>Single Life</i>	18
2.2.4	Simbol Komutasi.....	21
2.2.5	Anuitas.....	22
2.2.5.1	Anuitas Hidup.....	22
2.2.6	Asuransi Jiwa dengan Status <i>Joint Life</i>	25
2.2.7	Peluang Meninggal pada Status <i>Joint Life</i>	27
2.2.8	Asuransi Jiwa dengan Status <i>Last Survivor</i>	28
2.2.9	<i>Multiple Life Function Last Survivor Status</i>	32
2.2.10	Premi Tahunan Asuransi Jiwa Endowment Murni.....	33
2.2.11	Cadangan Manfaat Tahunan.....	34
2.2.12	Cadangan Manfaat Metode Prospektif.....	35
2.2.13	Cadangan Manfaat Metode Retrospektif.....	36
BAB III METODE PENELITIAN.....		38
3.1	Jenis Penelitian.....	38
3.2	Waktu dan Tempat Penelitian.....	39
3.3	Teknik dan Instrumen Pengumpulan Data.....	39
3.3.1	Metode Dokumentasi.....	39
3.3.2	Metode Literatur.....	40
3.4	Teknik Analisis Data.....	40
BAB IV.....		43
HASIL DAN PEMBAHASAN.....		43
4.1	Simbol Komutasi <i>Last Survivor</i> untuk Tiga Orang Tertanggung.....	43
4.2	Rumusan Peluang Hidup dan Meninggal pada Status <i>Last Survivor</i> untuk Tiga Orang Tertanggung.....	44

4.3	Peluang minimal satu individu meninggal di antara ketiga individu dalam jangka waktu k tahun dengan asumsi saling bebas.....	44
4.3.1	Peluang minimal satu individu bertahan hidup di antara ketiga individu yang berusia p, q dan r tahun dalam jangka waktu k tahun.....	45
4.3.2	Peluang kematian terakhir di antara ketiga individu yang berusia p, q dan r tahun terjadi antara n dan $k + 1$ tahun.....	46
4.4	Anuitas Hidup Berjangka pada Status <i>Last Survivor</i> untuk Tiga Orang Tertanggung.....	46
4.5	Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa Status <i>Last Survivor</i> Endowment Murni untuk Tiga Orang Tertanggung.....	50
4.6	Premi Tahunan Asuransi Jiwa Status <i>Last Survivor</i> Endowment Murni untuk Tiga Orang Tertanggung	52
4.7	Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Endowment Murni pada status <i>last survivor</i> untuk tiga orang tertanggung menggunakan metode prospektif.....	54
4.7.1	Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Status <i>Last Survivor</i> dengan Metode Prospektif.....	55
4.8	Contoh Perhitungan Premi Tahunan.....	59
4.9	Contoh Perhitungan Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Endowment Murni.....	68
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....		75
5.1	Kesimpulan.....	75
5.2	Saran.....	77
DAFTAR PUSTAKA		78
LAMPIRAN.....		80

RIWAYAT HIDUP 114

DAFTAR TABEL

Tabel	Judul	Halaman
Tabel 4. 1	Perhitungan Premi Tahunan	65
Tabel 4. 2	Perhitungan Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Endowment Murni Pada Status Last Survivor Untuk Tiga Orang Tertanggung berusia p , q dan r tahun	71

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Judul	Halaman
Gambar 4.1	Premi Tahunan Asuransi Jiwa Endowment Murni Pada Status Last Survivor Untuk Tiga Orang Tertanggung	66

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Judul	Halaman
Lampiran 1	Tabel Mortalitas Indonesia 2019	79
Lampiran 2	Tabel Mortalitas dibuat berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia Tahun 2019 menggunakan <i>Microsoft Excel</i>	83

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Asuransi merupakan suatu kesepakatan antara perusahaan asuransi sebagai penanggung dan pemegang polis sebagai tertanggung. Pemegang polis diwajibkan membayarkan sejumlah uang kepada perusahaan asuransi atau penyedia jasa asuransi dengan besaran dan jangka waktu sesuai kontrak yang telah disepakati, sedangkan perusahaan asuransi atau penyedia jasa wajib menyerahkan sejumlah uang kepada pemegang polis sebagai ganti premi yang telah dibayarkan apabila terjadi kondisi klaim. Adapun jenis asuransi berdasarkan risiko yang ditanggung, seperti asuransi jiwa, asuransi kesehatan, asuransi pendidikan, asuransi bisnis, asuransi kendaraan bermotor, dan beberapa asuransi lainnya.

Kejadian yang tidak dapat diperkirakan oleh nalar manusia seperti kecelakaan, kejahatan, kematian atau bencana alam dapat berdampak terhadap kerugian finansial, dalam hal ini asuransi jiwa dapat mengurangi serta menyediakan perlindungan untuk mengurangi dampak kerugian finansial tersebut. Melihat dampak negatif dari pandemi Covid-19 sejak tahun 2020 mengakibatkan masyarakat rentan untuk terserang

penyakit bahkan meninggal dunia. Biaya perawatan di rumah sakit yang tidak sedikit berdampak langsung terhadap kerugian finansial masyarakat. Oleh karena itu dengan penggunaan asuransi jiwa dapat melindungi masyarakat/keluarga dari kerugian finansial dengan adanya santunan maupun uang pertanggungan yang akan diberikan oleh pihak asuransi dengan kesepakatan sebelumnya.

Dalam Islam, Al-Qur'an sendiri tidak menyebutkan secara tegas ayat yang menjelaskan tentang praktek asuransi seperti yang ada pada saat ini. Walau demikian Al-Qur'an masih mengkomodir ayat-ayat yang ada dalam praktek asuransi, seperti membuat perencanaan untuk menghadapi masa depan. Pada dasarnya Islam mengakui bahwa kecelakaan, kemalangan dan kematian merupakan takdir Allah SWT. Hal ini tidak dapat ditolak, hanya saja kita sebagai manusia juga diperintahkan untuk membuat perencanaan untuk menghadapi kemungkinan teburuk di masa depan yang akan datang. Allah SWT berfirman dalam al-Qur'an surat Al-Hasyr ayat 18 (Departemen Agama Republik Indonesia, 2022):

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا اتَّقُوا اللَّهَ وَاتَّقُوا نَفْسَ مَا قَدَّمْتُمْ لِغَدِيٍّ
وَآتُوا اللَّهَ ۖ إِنَّ اللَّهَ خَبِيرٌ بِمَا تَعْمَلُونَ

Artinya: *"Hai orang-orang yang beriman bertaqwalah kepada Allah dan hendaklah setiap*

hari memperhatikan apa yang telah diperbuat untuk hari esok (masa depan) dan bertaqwalah Allah Maha Mengetahui apa yang engkau kerjakan”.

Asuransi jiwa merupakan asuransi yang bertujuan menanggung risiko kematian seseorang yang menjadi pemegang polis. Apabila dalam masa kontrak asuransi yang telah disepakati terjadi kematian, maka ahli waris akan mendapatkan santunan dengan besaran sesuai kontrak dari penyedia jasa asuransi. Terdapat beberapa jenis asuransi jiwa menurut pembayaran manfaat diantaranya asuransi jiwa endowment murni, asuransi jiwa berjangka dan asuransi jiwa dwiguna.

Asuransi jiwa endowment murni akan memberikan santunan apabila pemegang polis masih hidup dalam jangka waktu yang telah disepakati dan akan diberikan kepada ahli waris. Santunan tidak akan diberikan kepada ahli waris apabila pemegang polis meninggal dalam jangka waktu yang telah disepakati. Berbeda dengan asuransi jiwa endowment murni, asuransi jiwa berjangka akan memberikan santunan apabila pemegang polis meninggal dalam jangka waktu yang telah disepakati dan akan diberikan kepada ahli waris. Santunan tidak akan diberikan kepada ahli waris apabila pemegang polis masih hidup hingga waktu kontrak asuransi berakhir. Adapun gabungan dari asuransi endowment murni dan

asuransi berjangka yaitu asuransi dwiguna, dikarenakan pembayaran manfaat akan dibayarkan kepada pemegang polis jika pemegang polis masih hidup hingga waktu kontrak asuransi berakhir atau pembayaran santunan akan dibayarkan kepada ahli waris apabila pemegang polis meninggal dalam jangka waktu kontrak asuransi. Pandemi covid-19 menyebabkan tingginya angka mortalitas di masyarakat. Hal ini mengakibatkan pentingnya dalam memilih asuransi jiwa untuk melindungi masyarakat dari adanya kerugian finansial dalam pembayaran maupun uang kelangsungan hidup. Asuransi jiwa endowment murni dirasa tepat bagi masyarakat karena asuransi jiwa endowment murni akan memberikan santunan apabila pemegang polis dalam keadaan sehat atau tidak meninggal, sehingga pemegang polis akan berusaha untuk selalu sehat agar asuransi tidak sia-sia dan selama jangka waktu yang telah ditetapkan. Menurut Hanifah (2019), konsep cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni yaitu santunan dibayarkan apabila anggota bertahan hidup hingga kontrak asuransi, hal ini mengakibatkan tidak adanya uang pertanggungan yang harus dibayarkan pada masa kontrak asuransi sehingga cadangan manfaat tersebut masih utuh.

Berdasarkan jumlah orang yang ditanggung risikonya, asuransi jiwa dibedakan menjadi dua, asuransi jiwa *single life* dan asuransi jiwa *multiple life*. Asuransi jiwa yang menanggung risiko individu tunggal biasa disebut *single life*, sedangkan jiwa yang menanggung risiko sekelompok orang disebut *multiple life*. Pada asuransi *multiple life* terdapat dua status yaitu *joint life* dan *last survivor*. Perbedaan keduanya dilihat dari waktu pembayaran premi. Pembayaran premi pada status *joint life* akan berakhir ketika salah satu pemegang polis meninggal, sedangkan pembayaran premi pada status *last survivor* akan berakhir ketika kematian terakhir pemegang polis (Frostig dan Levikson, 2003). Hal ini menyebabkan penulis untuk mengkaji lebih dalam tentang *last survivor*, karena dalam status *last survivor* akan menyebabkan kegagalan apabila terjadi kematian terakhir pada polis asuransi tersebut.

Penelitian mengenai asuransi dengan kasus *multiple life* sebenarnya sudah banyak dilakukan, diantaranya adalah penelitian yang dilakukan oleh Matvejevs (Matvejevs, 2001) mengenai asuransi *joint life* dan *last survivor*. Selanjutnya penelitian tentang penentuan premi bersih tahunan pada asuransi jiwa seumur hidup untuk kasus *multiple life* yang dilakukan Ningsih, (2014) dan perhitungan premi tahunan pada asuransi *joint life* dan

penerapannya oleh Sugihar, (2011). Namun, penelitian-penelitian tersebut dibatasi hanya untuk dua orang tertanggung saja. Hal ini memunculkan ide bagi penulis untuk menggunakan asuransi *multiple life* yang memproteksi/melindungi tiga orang tertanggung dengan tujuan untuk melanjutkan penjabaran mengenai formula yang sudah diperoleh dari penelitian sebelumnya dengan menggunakan metode prospektif.

Menurut Sembiring (1986), premi asuransi merupakan sejumlah uang yang wajib dibayarkan oleh anggota asuransi kepada pihak asuransi atas keikutsertaannya dalam asuransi dengan memperhatikan kondisi anggota asuransi. Menurut Khairani (2014), premi yang dibayarkan oleh pemegang polis dengan besaran dan jangka waktu yang disepakati pada kontrak asuransi akan menjadi pendapatan penyedia jasa asuransi. Pembayaran premi dari suatu polis asuransi tergantung dari jenis asuransi yang diikuti oleh tertanggung. Pada awal kontrak asuransi pendapatan tersebut jauh lebih besar daripada jumlah uang yang harus dibayarkan (Sembiring 1986). Oleh karena itu, pendapatan dari hasil pembayaran premi digunakan sebagai cadangan manfaat guna membayar santunan kepada pemegang polis atau ahli warisnya apabila premi yang telah dibayarkan pemegang polis tidak mencukupi untuk membayar santunan.

Pada skripsi ini, penulis menentukan besar premi tahunan dan cadangan manfaat pada asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung. Penelitian terdahulu telah dilakukan oleh Hanifah Lestari Nurfitri (2019) yang membahas mengenai perhitungan premi tahunan dan cadangan manfaat status *last survivor* untuk asuransi berjangka, endowment murni dan dwiguna. Skripsi tersebut ditulis untuk dua orang tertanggung dengan menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2011. Sebagai bentuk pembeda, dalam penelitian ini akan dibahas mengenai asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung dengan menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2019. Perhitungan dengan cara prospektif dapat didefinisikan sebagai perhitungan premi tahunan dan cadangan manfaat yang berdasarkan kepada nilai sekarang dari seluruh pendapatan di waktu yang akan datang. Tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mendapatkan formula premi tahunan serta cadangan manfaat untuk asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* dengan menggunakan perhitungan prospektif.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dari penelitian ini adalah:

1. Bagaimana menentukan nilai premi tahunan pada asuransi jiwa endowment murni dengan status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia tahun 2019?
2. Bagaimana menentukan nilai cadangan manfaat tahunan pada asuransi jiwa endowment murni dengan status *last survivor* menggunakan metode prospektif?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menentukan nilai premi tahunan pada asuransi jiwa endowment murni dengan status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia tahun 2019, dan
2. Menentukan nilai cadangan manfaat tahunan pada asuransi jiwa endowment murni dengan status *last survivor* menggunakan metode prospektif.

1.4 Manfaat Penelitian

1. Menambah pengetahuan dalam bidang matematika aktuarial khususnya dalam penentuan nilai premi

- tahunan dan cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor*.
2. Menambah pengetahuan dalam bidang matematika aktuarial dalam penentuan nilai premi tahunan dan cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* khususnya untuk tiga orang tertanggung.
 3. Sebagai bahan pembelajaran untuk penelitian selanjutnya.

1.5 Batasan Masalah

Mengingat kompleksnya permasalahan dalam penentuan nilai premi tahunan dan cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor*, sehingga perlu dilakukan pembatasan ruang lingkup permasalahan. Beberapa pembatasan yang perlu diperhatikan adalah:

1. Rumusan peluang untuk hidup dan meninggal bagi ketiga individu yang menjadi pemegang polis diasumsikan bersifat saling bebas.
2. Peluang hidup dan meninggal ketiga individu didapatkan dari Tabel Mortalitas Indonesia 2019.

BAB II

LANDASAN PUSTAKA

2.1 Kajian Pustaka

Dalam penelitian ini, penulis telah mengkaji jurnal, skripsi terdahulu serta karya ilmiah lainnya guna mendukung penelitian ini. Pada karya ilmiah sebelumnya, telah memberikan gambaran umum untuk teori serta beberapa objek yang akan digunakan oleh penulis dalam penelitiannya. Tujuan dari pengkajian ini agar tidak terdapat kesamaan (pembeda) dengan penelitian yang sudah ada sebelumnya adalah sebagai berikut:

- a. Jurnal yang ditulis oleh Devni Prima Sari dengan judul "*Evaluasi Premi Asuransi Dwiguna Last Survivor untuk Kasus Tiga Orang Tertanggung*". Tujuan penelitian tersebut adalah untuk membentuk suatu langkah dan formula dalam penyelesaian perhitungan premi tahunan asuransi *last survivor* untuk tiga orang tertanggung dengan pemanfaatan persamaan dasar perhitungan pada premi yaitu nilai tunai premi sama dengan nilai tunai santunan. Hasil dari penelitian tersebut besarnya jumlah premi dari suatu polis asuransi tergantung dari jenis asuransi yang dipilih oleh

tertanggung. Besar premi tahunan pada polis asuransi jiwa *last survivor* bergantung dengan usia awal anggota, besar uang pertanggungan yang dibayarkan dan suku bunga.

- b. Skripsi yang ditulis oleh Muhammad Nur Farhani Uli Nuha dengan judul "*Penentuan Premi Tahunan dan Cadangan Manfaat pada Asuransi Last Survivor untuk Kasus Tiga Orang Tertanggung*". Tujuan dari skripsi tersebut adalah untuk menentukan nilai premi tahunan pada asuransi *last survivor* berjangka untuk tiga orang tertanggung menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia tahun 2019, dan menentukan nilai cadangan manfaat tahunan pada asuransi *last survivor* berjangka menggunakan metode prospektif. Hasil dari skripsi tersebut pengaruh usia saat mengikuti asuransi terhadap besarnya jumlah jumlah tahunan yang harus dibayarkan.
- c. Jurnal yang ditulis oleh Yogi Apriyanto, Yuni Yulida, Aprida Siska Lestia dengan judul "*Asuransi Jiwa Berjangka Last Survivor*". Tujuan penelitian tersebut adalah menjelaskan proses terbentuknya rumus anuitas hidup berjangka dan asuransi jiwa berjangka pada status *last survivor* dengan jangka n tahun sehingga dapat memproses terbentuknya

rumus premi tahunan asuransi jiwa berjangka *last survivor* dengan jangka n tahun dan menerapkan kondisi asuransi tersebut pada contoh soal.

- d. Skripsi yang ditulis oleh Hanifah Lestari Nurfitri dengan judul "*Penentuan Premi Tahunan dan Cadangan Benefit pada Asuransi Last Survivor*". Tujuan penelitian tersebut menentukan nilai premi tahunan pada asuransi *last survivor* menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia Tahun 2011 dan menentukan nilai cadangan *benefit* tahunan pada asuransi *last survivor* menggunakan metode prospektif.

2.2 Kajian Teori

2.2.1 Asuransi

Menurut Futami (1993), asuransi merupakan suatu kesepakatan antara perusahaan asuransi sebagai penanggung dan pemegang polis sebagai tertanggung. Pemegang polis diwajibkan membayarkan sejumlah uang kepada perusahaan asuransi atau penyedia jasa asuransi dengan besaran dan jangka waktu sesuai kontrak yang telah disepakati, sedangkan perusahaan asuransi

atau penyedia jasa wajib menyerahkan sejumlah uang kepada pemegang polis sebagai ganti premi yang telah dibayarkan apabila terjadi kondisi klaim. Adapun jenis asuransi berdasarkan risiko yang ditanggung, seperti asuransi jiwa, asuransi kesehatan, asuransi pendidikan, asuransi bisnis, asuransi kendaraan bermotor, dan beberapa asuransi lainnya.

Menurut Hanifah (2019), terdapat beberapa jenis asuransi jiwa menurut pembayaran manfaat diantaranya asuransi jiwa endowment murni, asuransi jiwa berjangka dan asuransi jiwa dwiguna.

2.2.1.1 Asuransi Jiwa Berjangka

1. Apabila kedua anggota asuransi masih hidup hingga masa kontrak asuransi berakhir, maka peserta maupun ahli waris tidak mendapatkan uang pertanggungan.
2. Apabila salah satu anggota meninggal sebelum masa kontrak asuransi berakhir dan peserta lainnya masih hidup hingga masa

kontrak asuransi, maka ahli waris tidak mendapatkan uang santunan.

3. Apabila kedua anggota asuransi meninggal sebelum masa kontrak asuransi berakhir, maka ahli waris akan mendapatkan uang pertanggungan sebesar satu satuan pada anggota terakhir asuransi yang meninggal.

2.2.1.2 Asuransi Jiwa Endowment Murni

1. Apabila kedua anggota asuransi masih hidup sesuai dengan kontrak asuransi yang telah disepakati, maka ahli waris akan mendapatkan uang pertanggungan sebesar satu satuan ($R = 1$)
2. Apabila salah satu anggota asuransi meninggal sebelum masa kontrak asuransi berakhir, dan salah satu anggota lagi masih hidup hingga masa kontrak asuransi, maka ahli waris akan mendapatkan santunan sebesar satu satuan ($R = 1$) diakhir kontrak asuransi.

3. Apabila kedua peserta meninggal sebelum masa kontrak asuransi berakhir, maka ahli waris tidak mendapatkan uang pertanggungan.

2.2.1.3 Asuransi Jiwa Dwiguna

1. Apabila kedua anggota asuransi masih hidup hingga masa kontrak asuransi berakhir, maka peserta atau ahli waris tidak akan mendapatkan uang pertanggungan.
2. Apabila salah satu anggota asuransi meninggal dan anggota satunya masih hidup, maka ahli waris tidak mendapat santunan.
3. Apabila kedua anggota asuransi meninggal sebelum habis masa kontrak asuransi, maka ahli waris tidak mendapat uang pertanggungan sebesar satu satuan di tahun terakhir anggota yang meninggal.

2.2.2 Bunga

Menurut Futami (1993), bunga diartikan sebagai proses pembayaran antara pihak satu dengan pihak yang lain berdasarkan penggunaan modal dengan jangka waktu tertentu. Model tersebut juga bisa disebut sebagai aset. Dalam hal ini, modal atau aset yang dimaksud adalah uang. Jika bunga dinyatakan sebagai keuntungan dari modal, maka itu juga bisa disebut sebagai tingkat bunga. Bunga dibedakan menjadi 2 jenis yaitu:

2.2.2.1 Bunga Tunggal

Menurut Futami (1993), bunga tunggal merupakan suatu metode penghitungan bunga berdasarkan kepada perbandingan pokok dan jangka investasi, misalnya besar pokok P , tingkat bunga tunggal i dan jangka investasinya n , maka besarnya bunga yaitu:

$$I = Pni .$$

Setelah beberapa waktu kemudian, total pokok berikut bunganya dapat dihitung sebesar

$$S = P + I = P (1 + ni)$$

2.2.2.2 Bunga Majemuk

Menurut Futami (1993), bunga majemuk merupakan suatu perhitungan bunga yang besar pokok jangka investasi selanjutnya yaitu besar pokok sebelumnya digabungkan dengan besar bunga yang didapat. Bunga yang digunakan pada skripsi ini yaitu bunga majemuk. Misal besar pokok P , tingkat bunga majemuk i , jangka investasi n tahun, maka total pokok beserta bunga adalah sebesar:

$$S = P (1 + i)^n .$$

Dalam bunga ini yaitu bunga majemuk dapat diartikan sebagai fungsi faktor diskon v untuk satu interval waktu sebagai berikut:

$$v = \frac{1}{1 + i}$$

2.2.3 Asuransi Jiwa *Single Life*

Berdasarkan jumlah orang yang ditanggung resikonya, Asuransi jiwa dapat dibedakan menjadi dua bagian yaitu; Asuransi jiwa *single life* yaitu asuransi jiwa yang hanya menanggung risiko dari individu tersebut (individu tunggal), asuransi *multiple life* yaitu asuransi yang menanggung lebih dari satu orang atau menanggung risiko dari sekelompok orang. Adapun komponen yang diperhitungkan dalam asuransi jiwa yaitu:

2.2.3.1 Sisa Waktu Hidup Individu Berumur x

Menurut Bowers, dkk (1997), misalnya seseorang berumur x tahun, dinotasikan sebagai (x) dan total umur individu ketika terjadi kematian, dinotasikan sebagai (X) maka sisa umur hidupnya, $T(x) = X - x | X > x$, yaitu variabel acak yang menyatakan (x) akan meninggal sesudah mencapai umur x tahun, jika diketahui ia masih hidup pada umur x

tahun. Peubah acak dari sisa waktu hidup (x) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$T(x) = X - x$$

2.2.3.2 Peluang Hidup dan Peluang Meninggal Individu Berumur x

Menurut Bowers, dkk (1997), peluang bahwa (x) akan meninggal dalam t tahun dilambangkan dengan ${}_tq_x$ dan peluang bahwa (x) akan mencapai umur $x + t$ tahun dilambangkan dengan ${}_tp_x$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_tq_x &= P(T(x) \leq t), t \geq 0 \\ &= 1 - {}_tp_x \\ &= P(T(x) > t), t \geq 0. \end{aligned}$$

Peluang bahwa (x) akan mencapai umur $x + t$ tahun dan kemudian meninggal sebelum mencapai umur $x + t + 1$ tahun dilambangkan dengan ${}_t|q_x$

$$\begin{aligned} {}_t|q_x &= P(t < T(x) \leq t + 1), t \geq 0 \\ &= {}_{t+1}q_x - {}_tq_x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 - {}_{t+1}p_x - 1 + {}_t p_x \\
&= {}_t p_x - {}_{t+1}p_x
\end{aligned}$$

2.2.3.3 Tabel Mortalitas *Single Life*

Menurut Futami (1993), tabel mortalitas merupakan tabel yang didapatkan dari hasil observasi mengenai tingkat kematian berdasarkan pada kelompok umur tertentu. Notasi l_x menyatakan banyaknya individu yang berhasil mencapai usia tepat x tahun, q_x menyatakan peluang individu (x) gagal bertahan hidup dalam kurun waktu satu tahun, p_x menyatakan peluang individu (x) bertahan mencapai umur $(x + 1)$ tahun, dan d_x menyatakan banyaknya individu yang meninggal antara umur x tahun sampai $(x + 1)$ tahun.

$$\begin{aligned}
l_{x+1} &= l_x - d_x \\
d_x &= q_x l_x \\
q_x &= \frac{d_x}{l_x}
\end{aligned}$$

$$p_x = 1 - q_x$$

2.2.4 Simbol Komutasi

Menurut Jordan (1991), simbol komutasi adalah simbol yang dapat digunakan untuk mempermudah suatu penghitungan dalam tabel mortalitas. Simbol komutasi digunakan untuk menghitung nilai anuitas, premi tahunan dan lainnya. Simbol-simbol komutasi pada asuransi *joint life* dapat diartikan secara analog dengan simbol-simbol komutasi pada asuransi jiwa tunggal, yaitu didefinisikan sebagai berikut:

Premi tunggal bersih asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung untuk usia p, q dan r tahun dirumuskan dengan:

$$D_{x_1 x_2 \dots x_m} = v^{\frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_m)}{m}} l_{(x_1 x_2 \dots x_m)}$$

Nilai tunai anuitas hidup awal asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung dirumuskan dengan:

$$N_{x_1 x_2 \dots x_m} = \sum_{k=0}^w D_{x_1+k x_2+k \dots x_m+k}$$

di mana (w) adalah usia tertinggi dalam tabel mortalitas.

2.2.5 Anuitas

Menurut Futami (1993), anuitas dapat didefinisikan sebagai suatu pembayaran dalam jumlah tertentu, yang dilakukan setiap beberapa waktu dan jangka tertentu, secara berkelanjutan. Anuitas hidup memiliki beberapa jenis yang dapat dikategorikan waktu pembayarannya yaitu:

2.2.5.1 Anuitas Hidup

Menurut Bowers, dkk (1997), anuitas hidup (*life annuity*) yaitu serangkaian pembayaran yang dilakukan dengan interval yang sama atau secara terus menerus (seperti perbulan, pertiga bulan) selama seseorang tertentu masih hidup.

2.2.5.1.1 Anuitas Hidup Seumur Hidup Diskret

Menurut Bowers, dkk (1997), nilai sekarang

aktuarial dari pembayaran sebesar satu satuan pada anuitas hidup diskret yang dibayar di awal tahun selama (x) masih hidup dinotasikan \ddot{a}_x , nilai sekarang untuk pembayaran pada periode terakhir k dinotasikan dengan v^k dan peluang seseorang yang berusia (x) akan bertahan hidup mencapai usia $(x + k)$ dinotasikan dengan ${}_k p_x$ dinyatakan dengan rumus sebagai berikut:

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_k p_x$$

2.2.5.1.2 Anuitas Hidup yang Ditunda n -Tahun

Menurut Bowers, dkk (1997), nilai sekarang aktuarial pada anuitas hidup diskret dari pembayaran

sebesar 1 satuan yang pembayarannya dilakukan di awal tahun dan ditunda selama n -tahun dinotasikan ${}_n|\ddot{a}_x$, nilai sekarang untuk pembayaran pada periode terakhir k dinotasikan dengan v^k dan peluang seseorang yang berusia (x) akan bertahan hidup mencapai usia $(x + k)$ dinotasikan dengan ${}_k p_x$ dinyatakan dengan rumus sebagai berikut:

$${}_n|\ddot{a}_x = \sum_{k=n+1}^{\infty} v^k {}_k p_x$$

2.2.5.1.3 Anuitas Hidup Berjangka n -Tahun

Menurut Bowers, dkk (1997), nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan di awal tahun

dengan jangka waktu selama n tahun dinotasikan $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$, nilai sekarang untuk pembayaran pada periode terakhir k dinotasikan dengan v^k dan peluang seseorang yang berusia (x) akan bertahan hidup mencapai usia ($x + k$) dinotasikan dengan ${}_k p_x$ dinyatakan dengan rumus sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= \sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_x \\ &= \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}\end{aligned}$$

2.2.6 Asuransi Jiwa dengan Status *Joint Life*

Menurut Bowers, dkk (1997), asuransi jiwa dengan status *joint life* berlaku jika semua anggota kelompok bertahan dan gagal jika kematian pertama disebut *joint life*. Status ini dimisalkan dengan (x_1, x_2, \dots, x_m) , dimana x_i adalah umur dari anggota dan m adalah banyaknya dari anggota kelompok. Beberapa

komponen yang digunakan dalam perhitungan yaitu:

2.2.6.1 Sisa Waktu Hidup Terpendek pada Status *Joint Life*

Menurut Bowers, dkk (1997), sisa waktu hidup terpendek dari anggota kelompok dengan status *joint life*, banyaknya dari anggota kelompok dinotasikan $T(x_1, x_2, \dots, x_m)$ dapat dituliskan:

$$T(x_1, x_2, \dots, x_m) = \min[T(x_1), T(x_2), \dots, T(x_m)]$$

di mana $T(x_i)$ merupakan sisa waktu hidup anggota $i = 1, 2, \dots, m$

2.2.6.2 Peluang Hidup pada Status *Joint Life*

Menurut Bowers, dkk (1997), peluang (x) dan (y) berturut-turut mencapai umur $(x + t)$ tahun dan $(y + t)$ tahun di mana sisa waktu hidup (x) dan (y) saling bebas dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_t p_{xy} &= P(T(x, y) > t) \\ &= P(\min[T(x), T(y)] > t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= P(T(x) > t, T(y) > t) \\
&= P(T(x) > t) P(T(y) > t) \\
&= {}_t p_x {}_t p_y
\end{aligned}$$

Menurut Matvejevs AL dan Matvejevs AN (2001), peluang hidup dari semua individu dalam kelompok selama t tahun yang dinotasikan ${}_t p_{x_1 x_2 \dots x_m}$ nilainya sama dengan perkalian peluang hidup dari masing-masing kelompok.

$${}_t p_{x_1 x_2 \dots x_m} = {}_t p_{x_1} {}_t p_{x_2} \dots {}_t p_{x_m}$$

2.2.7 Peluang Meninggal pada Status *Joint Life*

Menurut Bowers, dkk (1997), peluang bahwa setidaknya salah satu dari (x) dan (y) meninggal dalam kurun waktu t di mana sisa waktu hidup (x) dan (y) saling bebas dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
{}_t q_{xy} &= P(T(x, y) \leq t) \\
&= P(\min[T(x), T(y)] \leq t) \\
&= 1 - P(\min[T(x), T(y)] > t) \\
&= 1 - P(T(x) > t, T(y) > t) \\
&= 1 - P(T(x) > t) P(T(y) > t)
\end{aligned}$$

$$= 1 - {}_t p_x \cdot {}_t p_y .$$

2.2.8 Asuransi Jiwa dengan Status *Last Survivor*

Menurut Bowers, dkk (1997), asuransi jiwa dengan status *last survivor* berlaku jika salah satu dari anggota kelompok bertahan hidup dan gagal di kematian terakhir anggota kelompok. Dinotasikan dengan $(\overline{x_1 x_2 \dots x_m})$, di mana x_i adalah umur dari anggota kelompok i dan m adalah jumlah anggota kelompok. Beberapa komponen perhitungan yang digunakan antara lain:

2.2.8.1 Sisa Waktu Hidup Terpanjang pada Status *Last Survivor*

Menurut Bowers, dkk (1997), sisa waktu hidup terpanjang dari anggota kelompok dengan status *last survivor* dengan jumlah anggota kelompok m anggota dinotasikan $T(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_m})$ dan dapat dituliskan:

$$T(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_m}) = \max[T(\overline{x_1}), T(\overline{x_2}), \dots, T(\overline{x_m})].$$

dimana $T(\overline{x_i})$ adalah sisa waktu hidup anggota $i = 1, 2, \dots, m$

2.2.8.2 Peluang dalam t Tahun (x) dan (y) Meninggal

Menurut Futami (1993), peluang yang menyatakan bahwa kedua individu (x) dan (y) meninggal dalam rentan waktu t dimana sisa waktu hidup (x) dan (y) saling bebas dapat diartikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_tq_{\bar{x}\bar{y}} &= P(T(\bar{x}), T(\bar{y}) \leq t) \\ &= P(\max[T(\bar{x}), T(\bar{y})] \leq t) \\ &= P(T(\bar{x}) \leq t, T(\bar{y}) \leq t) \\ &= P(T(\bar{x}) \leq t) P(T(\bar{y}) \leq t) \\ &= {}_tq_x {}_tq_y \\ &= (1 - {}_tp_x) (1 - {}_tp_y) \end{aligned}$$

2.2.8.3 Peluang Hidup pada Status *Last Survivor*

Menurut Futami (1993), peluang yang menyatakan bahwa setidaknya ada satu orang di antara (x) dan (y) tetap hidup dalam t tahun dapat diartikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
{}_t p_{\bar{x}\bar{y}} &= P(T(\bar{x}, \bar{y}) > t) \\
&= P(\max[T(\bar{x}), T(\bar{y})] > t) \\
&= 1 - P(\max[T(\bar{x}), T(\bar{y})] \leq t) \\
&= 1 - P(T(\bar{x}) \leq t, T(\bar{y}) \leq t) \\
&= 1 - P(T(\bar{x}) \leq t) P(T(\bar{y}) \leq t) \\
&= 1 - {}_t q_x {}_t q_y \\
&= 1 - (1 - {}_t p_x)(1 - {}_t p_y) \\
&= {}_t p_x + {}_t p_y - {}_t p_{xy} .
\end{aligned}$$

2.2.8.4 Peluang Kematian Terakhir di antara Kedua Individu yang Berusia x dan y Tahun Terjadi antara n dan $n+ 1$ Tahun

$$\begin{aligned}
{}_n |q_{\bar{x}\bar{y}} &= P(n \leq T(\bar{x}, \bar{y}) \leq n + 1) \\
&= P(T(\bar{x}, \bar{y}) \leq n + 1) - \\
&\quad P(T(\bar{x}, \bar{y}) \leq n) \\
&= {}_{n+1}q_{\bar{x}\bar{y}} - {}_nq_{\bar{x}\bar{y}} \\
&= (1 - {}_{n+1}p_{\bar{x}\bar{y}}) - (1 - {}_np_{\bar{x}\bar{y}}) \\
&= {}_np_{\bar{x}\bar{y}} - {}_{n+1}p_{\bar{x}\bar{y}} \\
&= ({}_np_x + {}_np_y - {}_np_{xy}) \\
&\quad - ({}_{n+1}p_x + {}_{n+1}p_y - {}_{n+1}p_{xy})
\end{aligned}$$

$$= {}_n|q_x + {}_n|q_y - {}_n|q_{xy}.$$

(Futami, 1993).

2.2.8.5 Nilai Tunai Asuransi *Last Survivor* Berjangka n Tahun untuk Dua Orang Tertanggung

Menurut Futami (1993), premi tunggal bersih atau biasa disebut dengan nilai tunai asuransi dari asuransi berjangka pada status *last survivor* untuk individu berusia x dan y tahun selama rentan waktu n tahun dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A_{\overline{xy:n}|}^1 &= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k|q_{\overline{xy}} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} ({}_k|q_x + {}_k|q_y - \\ &\quad {}_k|q_{xy}) \\ &= A_{\overline{x:n}|}^1 + A_{\overline{y:n}|}^1 - A_{\overline{xy:n}|}^1 \\ &= \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{M_y - M_{y+n}}{D_y} - \\ &\quad \frac{M_{x,y} - M_{x+n,y+n}}{D_{x,y}}. \end{aligned}$$

(Futami, 1993).

2.2.9 *Multiple Life Function Last Survivor Status*

Menurut Futami (1993), *Last-Survivor Status* merupakan sebuah kelangsungan hidup yang berlangsung selama setidaknya terdapat satu kehidupan dari kumpulan kehidupan yang masih bertahan dan dikatakan gagal ketika orang terakhir meninggal. Dinotasikan dengan

$$(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

Dimana x_i menyatakan umur dari anggota i dan m menyatakan banyaknya anggota.

Distribusi yang terjadi kegagalan dari *Last-Survivor Status* radom variabel

$$T = \max[T(x_1), T(x_2), \dots, T(x_m)]$$

Untuk kasus dua orang bertanggung untuk distribusi *last survivor* yakni

$$T(\overline{xy}) = \max[T(x), T(y)]$$

Distribusi *last survivor* dapat diturunkan langsung dari distribusi *joint life*, dimana

$$\text{Joint life} = T(\overline{xy}) = \min[T(x), T(y)]$$

$$\text{Last survivor} = T(\overline{xy}) = \max[T(x), T(y)]$$

2.2.10 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Endowment Murni

Premi asuransi merupakan sejumlah dana atau uang yang wajib dibayarkan oleh nasabah (pihak bertanggung) terhadap perusahaan asuransi (pihak penanggung) atas partisipasinya dalam suatu asuransi. Jumlah uang atau dana yang dibayarkan nasabah telah ditentukan sebelumnya oleh perusahaan asuransi dengan melihat serta memperhitungkan keadaan pihak nasabah (Sembiring, 1986).

Menurut Futami (1993), premi tahunan merupakan premi yang pembayarannya dilakukan pada tiap tahun atau disebut juga premi standar. Misalnya P merupakan nilai sekarang dari pendapatan premi dinotasikan $P_{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$ (dapat dilihat dari kontrak asuransi jiwa, pembayaran premi dilakukan apabila anggota asuransi masih hidup, saat meninggal dan setelahnya pembayaran anuitas hidup ditiadakan).

Menurut Futami (1993), pada asuransi jiwa endowment murni apabila kontrak pada

usia x tahun, besar pertanggungan 1, maka besar premi dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned}
 P_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= A_{\overline{x}:\overline{n}|} \\
 P_{x:\overline{n}|} &= \frac{A_{\overline{x}:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} \\
 &= \frac{\frac{D_{x+n}}{D_x}}{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}} \\
 &= \frac{D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}
 \end{aligned}$$

2.2.11 Cadangan Manfaat Tahunan

Menurut Sembiring (1986), cadangan manfaat merupakan sejumlah uang atau dana yang dikumpulkan oleh pihak perusahaan asuransi yang didapatkan dari selisih nilai tunai pembayaran premi serta nilai manfaat pada waktu pertanggungan sebagai persiapan pembayaran klaim.

Menurut Futami (1993), cadangan manfaat digunakan dalam manajemen risiko asuransi untuk menentukan modal yang dibutuhkan oleh perusahaan asuransi supaya tetap dapat membayarkan manfaat kepada para nasabahnya. Selain itu, cadangan manfaat juga digunakan untuk menentukan

keuntungan atau kerugian perusahaan asuransi pada periode waktu tertentu. Terdapat dua pendekatan yang dapat digunakan untuk menghitung cadangan manfaat, yaitu dengan metode prospektif dan metode retrospektif:

2.2.12 Cadangan Manfaat Metode Prospektif

Cadangan manfaat pada metode prospektif, cadangan manfaat pada waktu t merupakan nilai sekarang aktuarial pada waktu t dari manfaat di masa depan dikurangi dengan nilai sekarang pada waktu t dari premi di masa depan.

Model asuransi jiwa yang manfaatnya dibayarkan di akhir tahun kematian:

2.2.12.1 Asuransi Jiwa Berjangka n – tahun

$$\begin{aligned}
 {}_tV_{x:n}^1 &= A_{x+t:n-t}^1 - \\
 &\quad P_{x:n}^1 \ddot{a}_{x+t:n-t} \quad t < n \\
 {}_nV_{x:n}^1 &= 0
 \end{aligned}$$

2.2.12.2 Asuransi Jiwa Endowment Murni n – tahun

$${}_tV_{x:n}^1 = A_{x+t:n-t}^1 - P_{x:n}^1 \ddot{a}_{x+t:n-t} \quad t < n$$

$${}_nV_{x:n}^1 = 1$$

2.2.12.3 Asuransi Jiwa Dwiguna n – tahun

$${}_tV_{x:n}^1 = A_{x+t:n-t}^1 - P_{x:n}^1 \ddot{a}_{x+t:n-t} \quad t < n$$

$${}_nV_{x:n}^1 = 1$$

Untuk asuransi jiwa seumur hidup, jika pembayaran premi dilakukan secara terbatas untuk h tahun pertama saja, maka

$${}_tV_x = \begin{cases} A_{x+t} - hP_x \ddot{a}_{x+t:h-t} \\ A_{x+t} \end{cases}$$

untuk $t < h$,

untuk $t \geq h$.

2.2.13 Cadangan Manfaat Metode Retrospektif

Menurut Futami (1993), cadangan manfaat pada metode retrospektif, cadangan manfaat pada waktu t merupakan

nilai akumulasi aktuarial pada waktu t tahun dari cadangan manfaat pada waktu 0 ditambah dengan nilai akumulasi aktuarial pada waktu t dari premi di masa lalu (dari waktu 0 hingga waktu t) dikurangi dengan nilai akumulasi aktuarial pada waktu t dari manfaat (mungkin ditambah dengan biaya) di masa lalu (dari waktu 0 hingga waktu t)

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan jenis penelitian kuantitatif, berdasarkan fakta yang terjadi dan dimodelkan. Sumber data sekunder yang digunakan sebagai acuan berdasarkan tabel Mortalitas Indonesia (TMI) tahun 2019. Metode literatur yang digunakan mengacu dalam Tabel Mortalitas Indonesia untuk mencari korelasi antara unsur yang saling berkaitan yang kemudian membentuk suatu langkah dan formula perhitungan premi tahunan serta cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung dengan memanfaatkan persamaan dasar perhitungan premi yaitu nilai sekarang premi sama dengan nilai sekarang manfaat dengan mengumpulkan teori yang didapatkan dari berbagai sumber seperti jurnal, buku, skripsi serta penelitian yang sudah ada sebelumnya. Setelah mendapatkan premi tahunan maka peneliti akan merumuskan formula cadangan manfaat dengan menggunakan metode prospektif.

3.2 Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian skripsi ini berlangsung pada semester ganjil tahun ajaran 2021/2022.

3.3 Teknik dan Instrumen Pengumpulan Data

Metode yang digunakan untuk pengumpulan data antara lain:

3.3.1 Metode Dokumentasi

Metode dokumentasi merupakan metode yang diperoleh dari pengumpulan data tertulis yang terkait dengan topik penelitian ini. Pada metode dokumentasi ini, penulis menggunakan data yang diambil dari Tabel Mortalitas Indonesia Tahun 2019 untuk laki-laki dan perempuan dengan keterangan usia peserta memulai asuransi. Data tersebut merupakan data sekunder resmi yang diperoleh dari Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI).

Menurut Hidayatullah (2015), data sekunder merupakan data yang diperoleh dari objek penelitian secara tidak langsung. Peneliti mendapatkan data yang sudah ada dan dikumpulkan beberapa pihak dengan berbagai

macam metode, baik secara komersial ataupun nonkomersial. Arti lain dari data sekunder merupakan data yang tersedia. Pengumpulan data dilakukan pada tahun 2021 yaitu selama waktu penelitian berlangsung. Penganalisisan data dilakukan dengan proses bertahap.

3.3.2 Metode Literatur

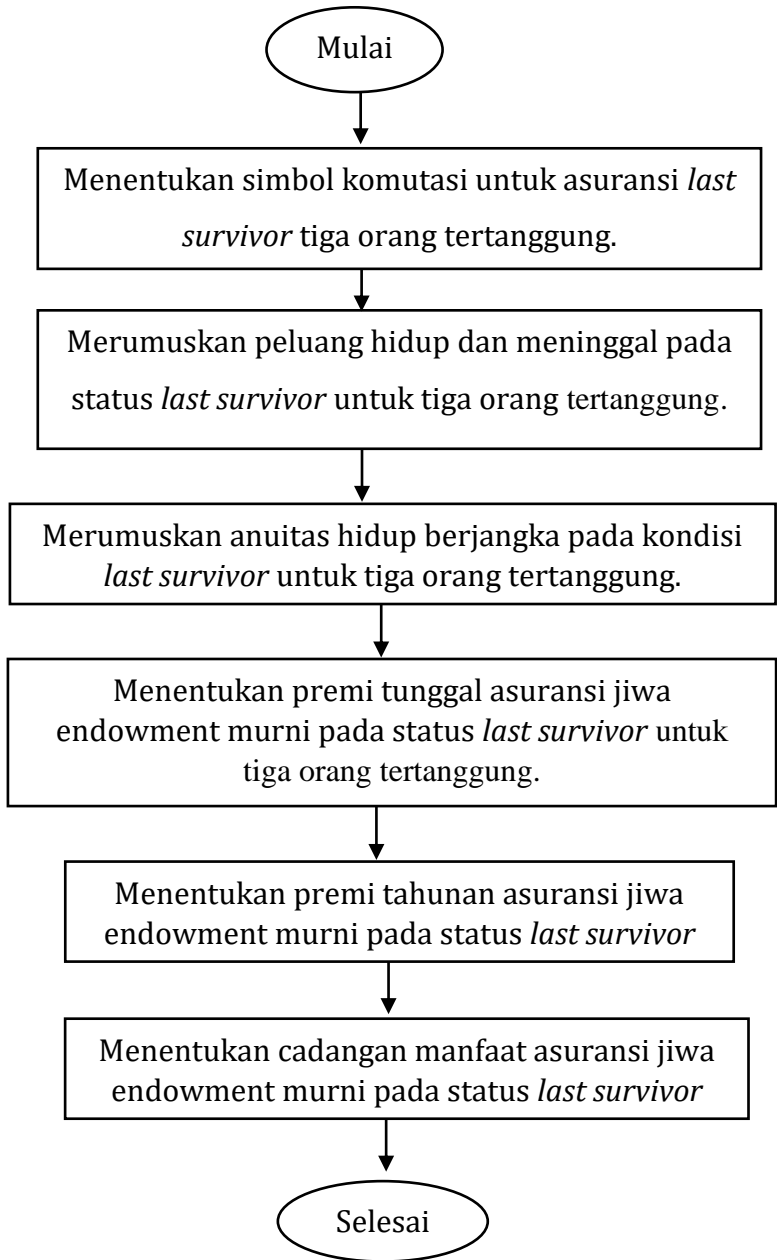
Pada metode literatur ini penulis melakukan dan memilah dari beberapa referensi atau sumber bacaan yang terkait dengan permasalahan yang akan diteliti. Sumber didapatkan dari jurnal, buku, skripsi serta penelitian yang sudah ada sebelumnya.

3.4 Teknik Analisis Data

Penelitian ini difokuskan untuk penentuan premi tahunan dan cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung. Dari berbagai sumber pustaka yang didapatkan dan sudah menjadi bahan kajian, diperoleh suatu pemecahan masalah di atas dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan simbol komutasi untuk asuransi *last survivor* tiga orang tertanggung.

2. Merumuskan peluang hidup dan meninggal pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung.
3. Merumuskan anuitas hidup berjangka pada kondisi *last survivor* untuk tiga orang tertanggung.
4. Menentukan premi tunggal asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung.
5. Menentukan premi tahunan asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung.
6. Menentukan cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung menggunakan metode prospektif.



BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Asuransi *last survivor* merupakan jenis asuransi jiwa yang pembayaran preminya akan berakhir ketika kematian terakhir pemegang polis. Pada skripsi ini akan ditentukan nilai premi tahunan dan cadangan manfaat asuransi jiwa *last survivor* endowment murni untuk tiga orang tertanggung. Perhitungan nilai premi tahunan diperlukan simbol komutasi gabungan, peluang hidup dan meninggal pada status *last survivor*, anuitas hidup endowment murni, dan premi tunggal asuransi jiwa *last survivor* endowment murni untuk tiga orang tertanggung.

4.1 Simbol Komutasi *Last Survivor* untuk Tiga Orang Tertanggung

Menurut (Jordan, 1991), simbol komutasi untuk kasus tiga orang tertanggung yang berusia p, q dan r tahun dapat didefinisikan secara analog dengan simbol komutasi pada kasus dua orang tertanggung, sehingga simbol komutasi untuk kasus tiga orang tertanggung dapat didefinisikan sebagai berikut:

Premi tunggal bersih asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung untuk usia p, q dan r tahun dirumuskan dengan:

$$D_{pqr} = v^{\frac{1}{3}(p+q+r)} l_{pqr}$$

Nilai tunai anuitas hidup awal asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung dirumuskan dengan:

$$N_{pqr} = \sum_{k=0}^w D_{p+k \ q+k \ r+k}$$

di mana (w) adalah usia tertinggi dalam tabel mortalitas.

4.2 Rumusan Peluang Hidup dan Meninggal pada Status *Last Survivor* untuk Tiga Orang Tertanggung

Rumusan nilai peluang bersama untuk hidup dan mati bagi individu yang berusia p, q dan r tahun yang bersifat saling bebas adalah sebagai berikut:

4.3 Peluang minimal satu individu meninggal di antara ketiga individu dalam jangka waktu k tahun dengan asumsi saling bebas

Peluang meninggal masing-masing anggota asuransi dapat dinotasikan sebagai berikut:

${}_kq_p$ = Peluang meninggal anggota asuransi berusia p tahun

${}_kq_q$ = Peluang meninggal anggota asuransi berusia q tahun

${}_kq_r$ = Peluang meninggal anggota asuransi berusia r tahun

Maka dapat dirumuskan peluang individu berusia p, q dan r tahun meninggal dalam jangka waktu n tahun dengan asumsi saling bebas adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_kq_{\overline{pqr}} &= {}_kq_p \cdot {}_kq_q \cdot {}_kq_r \\ &= (1 - {}_kp_p)(1 - {}_kp_q)(1 - {}_kp_r) \\ &= (1 - {}_kp_q - {}_kp_p + {}_kp_{pq})(1 - {}_kp_r) \\ &= 1 - {}_kp_p - {}_kp_q - {}_kp_r + {}_kp_{pq} + \\ &\quad {}_kp_{qr} + {}_kp_{pr} - {}_kp_{pqr} \cdot \end{aligned}$$

4.3.1 Peluang minimal satu individu bertahan hidup di antara ketiga individu yang berusia p, q dan r tahun dalam jangka waktu k tahun

Peluang hidup atau biasa disebut dengan peluang bertahan hidup di antara ketiga individu dinotasikan dengan ${}_kp_{\overline{pqr}}$ sedangkan peluang kematian di antara ketiga individu dinotasikan dengan ${}_kq_{\overline{pqr}}$. Maka dapat dirumuskan peluang minimal satu individu bertahan hidup di antara ketiga individu yang berusia p, q dan r tahun dalam jangka waktu k tahun

$${}_kp_{\overline{pqr}} = 1 - {}_kq_{\overline{pqr}}$$

$$= {}_k p_p + {}_k p_q + {}_k p_r - {}_k p_{pq} - {}_k p_{qr} - {}_k p_{pr} + {}_k p_{pqr}$$

4.3.2 Peluang kematian terakhir di antara ketiga individu yang berusia p, q dan r tahun terjadi antara n dan $k + 1$ tahun

$$\begin{aligned} {}_k |q_{\overline{pqr}} &= {}_k p_{\overline{pqr}} - {}_{k+1} p_{\overline{pqr}} \\ &= ({}_k p_p + {}_k p_q + {}_k p_r - {}_k p_{pq} - {}_k p_{qr} - {}_k p_{pr} + {}_k p_{pqr}) - ({}_{k+1} p_p + {}_{k+1} p_q + {}_{k+1} p_r - {}_{k+1} p_{pq} - {}_{k+1} p_{qr} - {}_{k+1} p_{pr} + {}_{k+1} p_{pqr}) \\ &= {}_k |q_p + {}_k |q_q + {}_k |q_r - {}_k |q_{pq} - {}_k |q_{qr} - {}_k |q_{pr} + {}_k |q_{pqr} \end{aligned}$$

4.4 Anuitas Hidup Berjangka pada Status *Last Survivor* untuk Tiga Orang Tertanggung

Nilai tunai anuitas hidup awal untuk asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* berjangka k tahun untuk tiga orang tertanggung berusia p, q dan r tahun dirumuskan dengan

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{\overline{pqr}:\overline{k}|} &= \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_k p_{\overline{pqr}} \\ &= \sum_{k=0}^{k-1} v^k ({}_k p_p + {}_k p_q + {}_k p_r - {}_k p_{pq} - {}_k p_{qr} - {}_k p_{pr} + {}_k p_{pqr}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_kP_p + \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_kP_q + \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_kP_r - \\
&\quad \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_kP_{pq} - \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_kP_{qr} - \\
&\quad \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_kP_{pr} + \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_kP_{pqr} \\
&= \ddot{a}_{p:\overline{k}|} + \ddot{a}_{q:\overline{k}|} + \ddot{a}_{r:\overline{k}|} - \ddot{a}_{pq:\overline{k}|} - \ddot{a}_{qr:\overline{k}|} - \\
&\quad \ddot{a}_{pr:\overline{k}|} + \ddot{a}_{pqr:\overline{k}|} \\
&= \frac{N_p - N_{p+k}}{D_p} + \frac{N_q - N_{q+k}}{D_q} + \frac{N_r - N_{r+k}}{D_r} - \frac{N_{pq} - N_{p+k,q+k}}{D_{pq}} \\
&\quad - \frac{N_{qr} - N_{q+k,r+k}}{D_{qr}} - \frac{N_{pr} - N_{p+k,r+k}}{D_r} + \\
&\quad \frac{N_{pqr} - N_{p+k,q+k,r+k}}{D_{p,q,r}} \quad (1)
\end{aligned}$$

Dimana didapatkan sesuai dengan penurunan rumus adalah sebagai berikut:

Nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup awal k tahun untuk peserta berusia x tahun

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{p:\overline{k}|} &= \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_kP_p \\
&= 1 + vP_p + v^2 {}_2P_p + \dots + v^{(k-1)} {}_{(k-1)}P_p \\
&= 1 + v \frac{l_{p+1}}{l_p} + v^2 \frac{l_{p+2}}{l_p} + \dots + v^{n-1} \frac{l_{p+(k-1)}}{l_p} \\
&= \frac{v^p}{v^p} \left(1 + v \frac{l_{p+1}}{l_p} + v^2 \frac{l_{p+2}}{l_p} + \dots + v^{k-1} \frac{l_{p+(k-1)}}{l_p} \right) \\
&= \frac{v^p}{v^p} + \frac{v^p v l_{p+1}}{v^p l_p} + \frac{v^p v^2 l_{p+2}}{v^p l_p} + \dots + \frac{v^p v^{(k-1)} l_{p+(k-1)}}{v^p l_p} \\
&= 1 + \frac{v^{p+1} l_{p+1}}{v^p l_p} + \frac{v^{p+2} l_{p+2}}{v^p l_p} + \dots + \frac{v^{p+(k-1)} l_{p+(k-1)}}{v^p l_p} \\
&= 1 + \frac{D_{p+1}}{D_p} + \frac{D_{p+2}}{D_p} + \dots + \frac{D_{p+(k-1)}}{D_p}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{D_p + D_{p+1} + D_{p+2} + \dots + D_{p+(k-1)}}{D_p} \\
&= \frac{N_p - N_{p+k}}{D_p}
\end{aligned}$$

Nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup awal berjangka k tahun untuk peserta berusia q tahun

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{q:\overline{k}|} &= \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_k p_q \\
&= 1 + v p_q + v^2 {}_2 p_q + \dots + v^{(k-1)} {}_{(k-1)} p_q \\
&= 1 + v \frac{l_{q+1}}{l_q} + v^2 \frac{l_{q+2}}{l_q} + \dots + v^{k-1} \frac{l_{q+(k-1)}}{l_q} \\
&= \frac{v^q}{v^q} \left(1 + v \frac{l_{q+1}}{l_q} + v^2 \frac{l_{q+2}}{l_q} + \dots + v^{n-1} \frac{l_{q+(k-1)}}{l_q} \right) \\
&= \frac{v^q}{v^q} + \frac{v^q v l_{q+1}}{v^q l_q} + \frac{v^q v^2 l_{q+2}}{v^q l_q} + \dots + \frac{v^q v^{(k-1)} l_{q+(k-1)}}{v^q l_q} \\
&= 1 + \frac{v^{q+1} l_{q+1}}{v^q l_q} + \frac{v^{q+2} l_{q+2}}{v^q l_q} + \dots + \frac{v^{q+(k-1)} l_{q+(k-1)}}{v^q l_q} \\
&= 1 + \frac{D_{q+1}}{D_q} + \frac{D_{q+2}}{D_q} + \dots + \frac{D_{q+(k-1)}}{D_q} \\
&= \frac{D_q + D_{q+1} + D_{q+2} + \dots + D_{q+(k-1)}}{D_q} \\
&= \frac{N_q - N_{q+k}}{D_q}
\end{aligned}$$

Nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup awal berjangka k tahun untuk peserta berusia r tahun

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{r:\overline{k}|} &= \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_k p_r \\
&= 1 + v p_r + v^2 {}_2 p_r + \dots + v^{(k-1)} {}_{(k-1)} p_r \\
&= 1 + v \frac{l_{r+1}}{l_r} + v^2 \frac{l_{r+2}}{l_r} + \dots + v^{n-1} \frac{l_{r+(k-1)}}{l_r}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{v^r}{v^r} \left(1 + v \frac{l_{r+1}}{l_r} + v^2 \frac{l_{r+2}}{l_r} + \dots + v^{n-1} \frac{l_{r+(k-1)}}{l_r} \right) \\
&= \frac{v^r}{v^r} + \frac{v^r v l_{r+1}}{v^r l_r} + \frac{v^r v^2 l_{r+2}}{v^r l_r} + \dots + \frac{v^r v^{(k-1)} l_{r+(k-1)}}{v^r l_r} \\
&= 1 + \frac{v^{r+1} l_{r+1}}{v^r l_r} + \frac{v^{r+2} l_{r+2}}{v^r l_r} + \dots + \frac{v^{r+(k-1)} l_{r+(k-1)}}{v^r l_r} \\
&= 1 + \frac{D_{r+1}}{D_r} + \frac{D_{r+2}}{D_r} + \dots + \frac{D_{r+(k-1)}}{D_r} \\
&= \frac{D_r + D_{r+1} + D_{r+2} + \dots + D_{r+(k-1)}}{D_r} \\
&= \frac{N_r - N_{r+k}}{D_r}
\end{aligned}$$

Nilai sekarang aktuarial dari anuitas hidup awal berjangka k tahun untuk dua orang tertanggung

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{pq:\overline{k}|} &= \sum_{k=0}^{k-1} v^k {}_k p_{pq} \\
&= v^0 {}_0 p_p + v p_{pq} + \dots + v^{(k-1)} {}_{(k-1)} p_{pq} \\
&= v^0 \frac{l_{p+0,q+0}}{l_{pq}} + v \frac{l_{p+1,q+1}}{l_{pq}} + \dots + \\
&\quad v^{n-1} \frac{l_{p+(k-1),q+(k-1)}}{l_{pq}} \\
&= \frac{v^{\frac{1}{2}(p+q)}}{v^{\frac{1}{2}(p+q)}} \left(1 + v \frac{l_{p+1,q+1}}{l_{pq}} + \dots + v^{n-1} \frac{l_{p+(k-1),q+(k-1)}}{l_{pq}} \right) \\
&= \frac{v^{\frac{1}{2}(p+q)}}{v^{\frac{1}{2}(p+q)}} + \frac{v^{\frac{1}{2}(p+q)} v l_{p+1,q+1}}{v^{\frac{1}{2}(p+q)} l_{pq}} + \dots + \\
&\quad \frac{v^{\frac{1}{2}(p+q)} v^{(n-1)} l_{p+(k-1),q+(k-1)}}{v^{\frac{1}{2}(p+q)} l_{pq}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 + \frac{v^{\frac{1}{2}(p+q)+1} l_{p+1,q+1}}{v^{\frac{1}{2}(p+q)} l_{pq}} + \dots + \\
&\quad \frac{v^{\frac{1}{2}(p+q)+(k-1)} l_{p+(k-1),q+(k-1)}}{v^{\frac{1}{2}(p+q)} l_{pq}} \\
&= 1 + \frac{D_{pq+1}}{D_{pq}} + \dots + \frac{D_{pq+(k-1)}}{D_{pq}} \\
&= \frac{D_{pq} + D_{pq+1} + \dots + D_{pq+(k-1)}}{D_{pq}} \\
&= \frac{N_{pq} - N_{p+k,q+k}}{D_{pq}}
\end{aligned}$$

4.5 Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa Status *Last Survivor* Endowment Murni untuk Tiga Orang Tertanggung

Nilai tunai asuransi atau sering disebut premi tunggal bersih asuransi *last survivor* endowment murni untuk tiga anggota berusia p , q dan r tahun dalam jangka waktu k tahun dengan besarnya cadangan manfaat tunggal dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
A_{\overline{pqr}:k} \cdot \frac{1}{k} &= v^k \cdot {}_k p_{\overline{pqr}} \\
&= v^k ({}_k P_p + {}_k P_q + {}_k P_r - {}_k P_{pq} - {}_k P_{qr} - \\
&\quad {}_k P_{pr} + {}_k P_{pqr}) \\
&= v^k ({}_k P_p + v^k {}_k P_q + v^k {}_k P_r - v^k {}_k P_{pq} - \\
&\quad v^k {}_k P_{qr} - v^k {}_k P_{pr} + v^k {}_k P_{pqr})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{v^k l_{p+k}}{l_p} + \frac{v^k l_{q+k}}{l_q} + \frac{v^k l_{r+k}}{l_r} - \frac{v^k l_{p+k, q+k}}{l_{pq}} - \\
&\quad \frac{v^k l_{q+k, r+k}}{l_{qr}} - \frac{v^k l_{p+k, r+k}}{l_{pr}} + \frac{v^k l_{p+k, q+k, r+k}}{l_{pqr}} \\
&= \frac{v^p v^k l_{p+k}}{v^p l_p} + \frac{v^q v^k l_{q+k}}{v^q l_q} + \frac{v^r v^k l_{r+k}}{v^r l_r} - \\
&\quad \frac{v^{\frac{1}{2}(p+q)} v^k l_{p+k, q+k}}{v^{\frac{1}{2}(p+q)} l_{pq}} - \frac{v^{\frac{1}{2}(q+r)} v^k l_{q+k, r+k}}{v^{\frac{1}{2}(p+q)} l_{qr}} - \\
&\quad \frac{v^{\frac{1}{2}(p+r)} v^k l_{p+k, r+k}}{v^{\frac{1}{2}(p+r)} l_{pr}} + \frac{v^{\frac{1}{3}(p+q+r)} v^k l_{p+k, q+k, r+k}}{v^{\frac{1}{3}(p+q+r)} l_{pqr}} \\
&= \frac{v^{p+k} l_{p+k}}{v^p l_p} + \frac{v^{q+k} l_{q+k}}{v^q l_q} + \frac{v^{r+k} l_{r+k}}{v^r l_r} - \\
&\quad \frac{v^{\frac{1}{2}(p+q)+k} l_{p+k, q+k}}{v^{\frac{1}{2}(p+q)} l_{pq}} - \frac{v^{\frac{1}{2}(q+r)+k} l_{q+k, r+k}}{v^{\frac{1}{2}(q+r)} l_{qr}} - \\
&\quad \frac{v^{\frac{1}{2}(p+r)+k} l_{p+k, r+k}}{v^{\frac{1}{2}(p+r)} l_{pr}} + \frac{v^{\frac{1}{3}(p+q+r)+k} l_{p+k, q+k, r+k}}{v^{\frac{1}{3}(p+q+r)} l_{pqr}}
\end{aligned}$$

Misalkan

$$D_p = v^p l_p$$

$$D_q = v^q l_q$$

$$D_r = v^r l_r$$

$$D_{pq} = v^{\frac{1}{2}(p+q)} l_{pq}$$

$$D_{qr} = v^{\frac{1}{2}(q+r)} l_{qr}$$

$$D_{pr} = v^{\frac{1}{2}(p+r)} l_{pr}$$

$$D_{pqr} = v^{\frac{1}{3}(p+q+r)} l_{pqr}$$

Maka

$$A_{\overline{pqr:k}|} \frac{1}{1} = \frac{D_{p+k}}{D_p} + \frac{D_{q+k}}{D_q} + \frac{D_{r+k}}{D_r} - \frac{D_{p+k,q+k}}{D_{pq}} - \frac{D_{q+k,r+k}}{D_{qr}} - \frac{D_{p+k,r+k}}{D_{pr}} + \frac{D_{p+k,q+k,r+k}}{D_{pqr}}$$

4.6 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Status *Last Survivor* Endowment Murni untuk Tiga Orang Tertanggung

Pada asuransi jiwa *last survivor* endowment murni jika ketiga anggota masih hidup hingga akhir kontrak asuransi, maka ahli waris akan mendapatkan uang pertanggungan dengan besaran R dari perusahaan asuransi pada akhir tahun kontrak asuransi berakhir. Apabila salah satu dari ketiga anggota asuransi meninggal dalam jangka waktu k tahun sesuai kontrak asuransi, maka akan tetap membayar premi sesuai dengan yang telah disepakati hingga masa kontrak asuransi berakhir, dan ahli waris akan mendapatkan uang pertanggungan dengan besaran R pada akhir tahun hingga kontrak asuransi berakhir. Apabila ketiga anggota asuransi meninggal sebelum berakhirnya kontrak asuransi, maka ahli waris tidak akan mendapatkan uang pertanggungan. Premi tahunan asuransi jiwa endowment murni dengan status *last survivor* untuk tiga orang anggota p, q dan r tahun dengan besarnya manfaat R dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$P_{\overline{pqr}:\overline{k}|}^{\frac{1}{}} = R \frac{A_{\overline{pqr}:\overline{k}|}^{\frac{1}{}}}{\ddot{a}_{\overline{pqr}:\overline{k}|}}$$

di mana

$P_{\overline{pqr}:\overline{k}|}^{\frac{1}{}}$: Premi tahunan asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* berjangka k tahun untuk tiga orang tertanggung berumur p, q dan k tahun dengan besarnya manfaat sebesar R .

$A_{\overline{pqr}:\overline{k}|}^{\frac{1}{}}$: Nilai tunai asuransi atau sering disebut premi tunggal bersih asuransi *last survivor* endowment murni untuk tiga anggota berusia p, q dan r tahun dalam jangka waktu k tahun.

$\ddot{a}_{\overline{pqr}:\overline{k}|}$: Nilai tunai anuitas hidup awal asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* berjangka k tahun untuk tiga orang tertanggung berusia p, q dan k tahun.

R : Besarnya santunan yang dibayarkan pihak asuransi kepada peserta asuransi.

4.7 Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Endowment Murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung menggunakan metode prospektif

Kontrak asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung adalah sebagai berikut:

1. Apabila ketiga anggota asuransi masih hidup hingga akhir kontrak asuransi, maka ahli waris tidak mendapatkan uang pertanggungan di akhir tahun kontrak asuransi.
2. Apabila salah satu dari tiga anggota asuransi meninggal dalam jangka waktu k tahun di masa kontrak asuransi, maka pembayaran premi tetap dilakukan hingga kontrak asuransi berakhir dan ahli waris mendapatkan uang pertanggungan dengan besaran R tahun di akhir kontrak asuransi.
3. Apabila kedua anggota asuransi meninggal dalam jangka waktu k tahun di masa kontrak asuransi, maka pembayaran premi tetap dilakukan hingga kontrak asuransi berakhir dan ahli waris mendapatkan uang pertanggungan dengan besaran R tahun di akhir kontrak asuransi.

4. Apabila ketiga anggota asuransi meninggal sebelum akhir kontrak asuransi, maka ahli waris tidak mendapatkan uang pertanggungan.

4.7.1 Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Status *Last Survivor* dengan Metode Prospektif

Menurut (Sembiring, 1986) cadangan manfaat adalah sejumlah anggaran yang ditampung oleh perusahaan asuransi yang didapatkan dari selisih nilai tunai pembayaran premi dan nilai tunai manfaat pada suatu waktu pertanggungan guna persiapan pembayaran klaim. Pada skripsi ini, akan dihitung cadangan manfaat pada asuransi jiwa pada status *last survivor* menggunakan metode prospektif. Perhitungan cadangan manfaat menggunakan metode prospektif adalah perhitungan berdasarkan nilai sekarang seluruh pengeluaran di waktu yang akan datang dikurangi nilai sekarang jumlah pendapatan di waktu yang akan datang.

Cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* disesuaikan dengan kontrak asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor*

dengan besaran $R = 1$ satuan. Pada akhir tahun pertama anggota telah membayar satu kali, maka formula cadangan manfaat pada akhir tahun pertama dapat dirumuskan sebagai berikut:

$${}_1V_{\overline{pqr:k}} = R \cdot A_{\overline{p+1,q+1,r+1:k-1}}^{\frac{1}{k}} - P_{\overline{pqr:n}}^{\frac{1}{k}} \cdot \ddot{a}_{\overline{p+1,q+1,r+1:n-1}}$$

Dengan

$A_{\overline{p+1,q+1,r+1:k-1}}^{\frac{1}{k}}$: Premi tunggal bersih untuk asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung berjangka $k - 1$ tahun untuk anggota asuransi berusia $p + 1, q + 1$ dan $r + 1$ tahun.

$P_{\overline{pqr:k}}^{\frac{1}{k}}$: Premi tahunan asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung berjangka $k - 1$ tahun untuk anggota asuransi berusia p, q dan r tahun.

$\ddot{a}_{\overline{p+1,q+1,r+1:k-1}}$: Anuitas hidup awal untuk asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung berjangka $k - 1$ tahun untuk anggota asuransi berusia $p + 1, q + 1$ dan $r + 1$ tahun.

Selanjutnya, cadangan manfaat pada akhir tahun kedua dirumuskan sebagai berikut:

$${}_2V_{\overline{pqr:k}} = R \cdot A_{\overline{p+2,q+2,r+2:k-2}}^{\frac{1}{}} - P_{\overline{pqr:k}}^{\frac{1}{}} \cdot \ddot{a}_{\overline{p+2,q+2,r+2:k-2}}$$

Dengan

$A_{\overline{p+2,q+2,r+2:k-2}}^{\frac{1}{}}$: Premi tunggal bersih untuk asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung berjangka $k - 2$ tahun untuk anggota asuransi berusia $p + 2, q + 2$ dan $r + 2$ tahun.

$P_{\overline{pqr:k}}^{\frac{1}{}}$: Premi tahunan asuransi jiwa endowment murni pada

status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung berjangka k tahun untuk anggota asuransi berusia p, q dan r tahun.

$\ddot{a}_{\overline{p+2, q+2, r+2: k-2}}$: Anuitas hidup awal untuk asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung berjangka $k - 1$ tahun untuk anggota asuransi berusia $p + 1, q + 1$ dan $r + 1$ tahun.

Dengan demikian, formula cadangan manfaat tersebut dapat dirumuskan secara umum sebagai berikut:

$${}_kV_{\overline{pqr: k}} = R \cdot A_{\overline{p+k, q+k, r+k: k-k}} \frac{1}{k} - P_{\overline{pqr: k}} \frac{1}{k} \cdot \ddot{a}_{\overline{p+k, q+k, r+k: k-k}}$$

Untuk $k = 0, 1, 2, \dots, k$ dengan

$A_{\overline{p+k, q+k, r+k: k-k}} \frac{1}{k}$: Premi tunggal bersih untuk asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung berjangka $k - k$

	tahun untuk anggota asuransi berusia $p + k, q + k$ dan $r + k$ tahun
$P_{\overline{pqr}:\overline{k} }$: Premi tahunan asuransi jiwa endowment murni pada status <i>last survivor</i> untuk tiga orang tertanggung berjangka k tahun untuk anggota asuransi berusia p, q dan r tahun.
$\ddot{a}_{\overline{p+k, q+k, r+k}:\overline{k-k}}$: Anuitas hidup awal untuk asuransi jiwa endowment murni pada status <i>last survivor</i> untuk tiga orang tertanggung berjangka $k - k$ tahun untuk anggota asuransi berusia $p + k, q + k$ dan $r + k$ tahun.

4.8 Contoh Perhitungan Premi Tahunan

Contoh perhitungan premi tahunan asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia Tahun 2019 (AAJI 2019). Diambil kasus

dengan keterangan usia anggota asuransi yaitu suami (p) adalah 50 tahun, istri (q) adalah 46 tahun dan anak perempuan (r) adalah 21 tahun. Jangka waktu kontrak asuransi (k) 25 tahun dengan tingkat bunga efektif pertahun $i = 5\%$ dan besar santunan $R = 1$.

Kontrak asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung adalah sebagai berikut:

1. Apabila ketiga anggota asuransi masih hidup hingga akhir kontrak asuransi, maka ahli waris tidak mendapatkan uang pertanggungan di akhir tahun kontrak asuransi.
2. Apabila salah satu dari tiga anggota asuransi meninggal dalam jangka waktu n tahun di masa kontrak asuransi, maka pembayaran premi tetap dilakukan hingga kontrak asuransi berakhir dan ahli waris mendapatkan uang pertanggungan dengan besaran R tahun di akhir kontrak asuransi.
3. Apabila kedua anggota asuransi meninggal dalam jangka waktu n tahun di masa kontrak asuransi, maka pembayaran premi tetap dilakukan hingga kontrak asuransi berakhir dan ahli waris mendapatkan uang pertanggungan dengan besaran R tahun di akhir kontrak asuransi.

4. Apabila ketiga anggota asuransi meninggal sebelum akhir kontrak asuransi, maka ahli waris tidak mendapatkan uang pertanggungan.

4.1.1 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Endowment Murni Pada Status *Last Survivor* Untuk Tiga Orang Tertanggung

Perhitungan premi tahunan asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia Tahun 2019 (AAJI 2019). Diambil kasus dengan keterangan usia anggota asuransi yaitu suami (p) adalah 50 tahun, istri (q) adalah 46 tahun dan anak perempuan (r) adalah 21 tahun. Jangka waktu kontrak asuransi (k) = 25 tahun dengan tingkat bunga efektif pertahun $i = 5\%$ dan besar santunan $R = 1$.

$$p_p = 1 - q_p$$

$$p_q = 1 - q_q$$

$$p_r = 1 - q_r$$

$$l_0 = 100000$$

$$l_p = L_0 S_0(p)$$

$$l_q = L_0 S_0(q)$$

$$l_r = L_0 S_0(r)$$

$$l_{pqr} = l_p l_q l_r$$

$$v^p = \left(\frac{1}{1+i}\right)^p$$

$$v^q = \left(\frac{1}{1+i}\right)^q$$

$$v^r = \left(\frac{1}{1+i}\right)^r$$

$$v^{\frac{1}{3}(p+q+r)} = \left(\frac{1}{1+i}\right)^{\frac{1}{3}(p+q+r)}$$

$$D_p = v^p l_p$$

$$D_q = v^q l_q$$

$$D_r = v^r l_r$$

$$D_{pq} = v^{\frac{1}{2}(p+q)} l_{pq}$$

$$D_{qr} = v^{\frac{1}{2}(q+r)} l_{qr}$$

$$D_{pr} = v^{\frac{1}{2}(p+r)} l_{pr}$$

$$D_{pqr} = v^{\frac{1}{3}(p+q+r)} l_{pqr}$$

$$N_{pqr} = D_{pqr} + D_{p+1,q+1,r+1} + D_{p+2,q+2,r+2} \dots +$$

$$D_{p+\omega,q+\omega,r+\omega}$$

$$A_{pqr:n} \frac{1}{|} = \frac{D_{p+k}}{D_p} + \frac{D_{q+k}}{D_q} + \frac{D_{r+k}}{D_r} - \frac{D_{p+k,q+k}}{D_{pq}} -$$

$$\frac{D_{q+k,r+k}}{D_{qr}} - \frac{D_{p+k,r+k}}{D_{pr}} + \frac{D_{p+k,q+k,r+k}}{D_{pqr}}$$

$$\ddot{a}_{\overline{pqr:n}|} = \frac{N_p - N_{p+n}}{D_p} + \frac{N_q - N_{q+n}}{D_q} + \frac{N_r - N_{r+n}}{D_r} - \frac{N_{pq} - N_{p+n,q+n}}{D_{pq}} - \frac{N_{qr} - N_{q+n,r+n}}{D_{qr}} - \frac{N_{pr} - N_{p+n,r+n}}{D_r} + \frac{N_{pqr} - N_{p+n,q+n,r+n}}{D_{p,q,r}}$$

Maka diperoleh

$$\begin{aligned} A_{pqr:\frac{1}{n}|} &= \frac{D_{p+k}}{D_p} + \frac{D_{q+k}}{D_q} + \frac{D_{r+k}}{D_r} - \frac{D_{p+k,q+k}}{D_{pq}} - \frac{D_{q+k,r+k}}{D_{qr}} - \frac{D_{p+k,r+k}}{D_{pr}} + \frac{D_{p+k,q+k,r+k}}{D_{pqr}} \\ &= \frac{D_{50+25}}{D_{50}} + \frac{D_{46+25}}{D_{46}} + \frac{D_{21+25}}{D_{21}} - \frac{D_{50+25,46+25}}{D_{50,46}} - \frac{D_{46+25,21+25}}{D_{46,21}} - \frac{D_{50+25,21+25}}{D_{50,21}} + \frac{D_{50+25,46+25,21+25}}{D_{50,46,21}} \\ &= \frac{1844.589584}{8237.200431} + \frac{2601.477146}{10308.90047} + \frac{10308.90}{35628.7396} - \frac{169020195.28}{883239199.4} - \frac{363969248.72}{1658823615.29} - \frac{465592908.78}{1883017361.53} + \frac{25501304352697}{136005905555871.00} \\ &= 0.223934042 + 0.252352533 + 0.289342272 - 0.19136401 - 0.219414075 - 0.247258957 + 0.18750145 \\ &= 0.295093254 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{\overline{pqr:n}|} &= \frac{N_p - N_{p+k}}{D_p} + \frac{N_q - N_{q+k}}{D_q} + \frac{N_r - N_{r+k}}{D_r} - \\
&\quad \frac{N_{pq} - N_{p+k,q+k}}{D_{pq}} - \frac{N_{qr} - N_{q+k,r+k}}{D_{qr}} - \\
&\quad \frac{N_{pr} - N_{p+k,r+k}}{D_r} + \frac{N_{pqr} - N_{p+k,q+k,r+k}}{D_{p,q,r}} \\
\ddot{a}_{\overline{pqr:n}|} &= \frac{N_{50} - N_{50+25}}{D_p} + \frac{N_{46} - N_{46+25}}{D_{46}} + \frac{N_{21} - N_{21+25}}{D_{21}} - \\
&\quad \frac{N_{50,46} - N_{50+25,46+25}}{D_{50,46}} - \frac{N_{46,21} - N_{46+25,21+25}}{D_{46,21}} - \\
&\quad \frac{N_{50,21} - N_{50+25,21+25}}{D_{50,21}} + \frac{N_{50,46,21} - N_{50+25,46+25,21+25}}{D_{50,46,21}} \\
\ddot{a}_{\overline{pqr:n}|} &= \frac{(129523.6715 - 16772.22401)}{8237.200431} + \\
&\quad \frac{(176693.4935 - 16772.22401)}{10308.90047} + \\
&\quad \frac{(701371 - 176693.4935)}{35628.7396} - \\
&\quad \frac{(13015130967.18 - 1359053656.13)}{883239199.4} - \\
&\quad \frac{(31877702187.24 - 5208554805.55)}{1883017361.53} - \\
&\quad \frac{(25847617042.00 - 3245091565.63)}{1658823615.29} + \\
&\quad \frac{(1988733876938210 - 201747658534311)}{25501304352697} \\
\ddot{a}_{\overline{pqr:n}|} &= 13.68807867 + 15.51293176 + \\
&\quad 14.72623814 - 13.19696558 - \\
&\quad 14.16298539 - 13.62563522 + \\
&\quad 70.07430654 \\
&= 128.5932
\end{aligned}$$

Perhitungan diatas merupakan nilai anuitas hidup dan nilai premi tunggal asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung telah diperoleh. Selanjutnya adalah mencari nilai premi tahunan asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung adalah sebagai berikut:

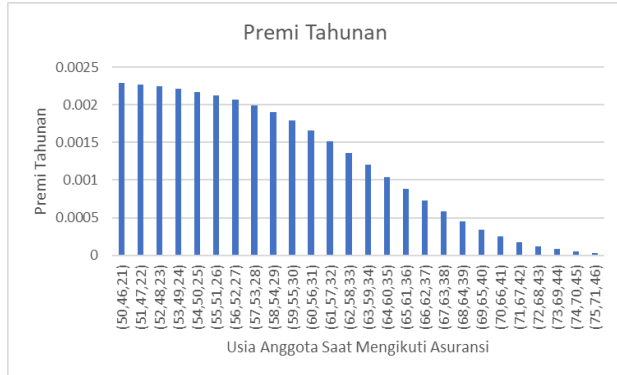
$$P_{\overline{pqr}:k|}^1 = (R) \frac{A_{\overline{pqr}:k|}^1}{\ddot{a}_{\overline{pqr}:\overline{n}}}$$

$$P_{\overline{pqr}:k|}^1 = (1) \frac{0.29509325}{128.5932} = 0.002294781$$

Selanjutnya pada tabel didapatkan besar premi tahunan asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung dimulai dari p=50 tahun, q=46 tahun dan r=21 tahun hingga p=74 tahun, q=70 tahun dan r=45 tahun.

Usia Anggota Saat Mengikuti Asuransi (p, q, r)	Premi Tahunan
(50,46,21)	0.002294781
(51,47,22)	0.002270968
(52,48,23)	0.002242471
(53,49,24)	0.002208882
(54,50,25)	0.002169864
(55,51,26)	0.002123119
(56,52,27)	0.002065252
(57,53,28)	0.001994000
(58,54,29)	0.001905576
(59,55,30)	0.001794083
(60,56,31)	0.001663134
(61,57,32)	0.001519471
(62,58,33)	0.001364836
(63,59,34)	0.001203388
(64,60,35)	0.001039713
(65,61,36)	0.000877951
(66,62,37)	0.000723377
(67,63,38)	0.000579987
(68,64,39)	0.000451563
(69,65,40)	0.000340648
(70,66,41)	0.000248760
(71,67,42)	0.000176239
(72,68,43)	0.000120796
(73,69,44)	0.000079677
(74,70,45)	0.000050320
(75,71,46)	0.000030242

Tabel 4. 1 Perhitungan Premi Tahunan



Gambar 4. 1 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Endowment Murni Pada Status Last Survivor Untuk Tiga Orang Tertanggung

Gambar 4.1 menunjukkan pengaruh usia anggota saat mengikuti asuransi terhadap besarnya premi tahunan yang harus dibayarkan. Berdasarkan dengan gambar diatas dapat menunjukkan bahwa asuransi jiwa endowment murni untuk tiga orang tertanggung yaitu semakin tua usia anggota saat mengikuti asuransi, maka semakin kecil premi yang harus dibayarkan oleh anggota asuransi. Hal ini disebabkan karena semakin tua usia anggota asuransi maka semakin rendah (kecil) peluang untuk bertahan hidup. Artinya, semakin tinggi peluang ketiga anggota meninggal saat pada saat sebelum kontrak asuransi berakhir, maka semakin rendah peluang

untuk perusahaan asuransi untuk membayarkan uang pertanggungan. Hal tersebut menyebabkan premi yang harus dibayarkan semakin kecil.

4.9 Contoh Perhitungan Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Endowment Murni

Contoh perhitungan cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia Tahun 2019 (AAJI 2019). Diambil kasus dengan keterangan usia anggota asuransi yaitu suami (p) adalah 50 tahun, istri (q) adalah 46 tahun dan anak perempuan (r) adalah 21 tahun. Jangka waktu kontrak asuransi (k) 25 tahun dengan tingkat bunga efektif pertahun $i = 5\%$ dan besar santunan $R = 1$.

Langkah pertama untuk menghitung cadangan manfaat yaitu dengan menentukan formula yang akan digunakan. Dalam hal ini, formula yang digunakan untuk menghitung cadangan manfaat di akhir tahun pertama dirumuskan sebagai berikut

$${}_1V_{\overline{pqr:k}|} = R \cdot A_{\overline{p+1,q+1,r+1:k-1}|} - P_{\overline{pqr:k}|} \cdot \ddot{a}_{\overline{p+1,q+1,r+1:k-1}|}$$

Kemudian untuk menghitung cadangan manfaat di akhir tahun kedua dirumuskan sebagai berikut

$${}_2V_{\overline{pqr:k}} = R \cdot A_{\overline{p+2,q+2,r+2:k-2}} \frac{1}{-} -$$

$$P_{\overline{pqr:k}} \frac{1}{|} \cdot \ddot{a}_{\overline{p+2,q+2,r+2:k-2}}$$

Dengan merubah nilai k , cadangan manfaat untuk tahun ke-3 hingga tahun ke-25 dapat dirumuskan sebagai berikut

$${}_kV_{\overline{pqr:k}} = R \cdot A_{\overline{p+k,q+k,r+k:k-k}} \frac{1}{-} -$$

$$P_{\overline{pqr:k}} \frac{1}{|} \cdot \ddot{a}_{\overline{p+k,q+k,r+k:k-k}}$$

Maka diperoleh cadangan manfaat di akhir tahun pertama dirumuskan sebagai berikut:

$${}_1V_{\overline{50,46,21:25}} = R \cdot A_{\overline{50+1,46+1,21+1:25-1}} \frac{1}{-} -$$

$$P_{\overline{50,46,21:25}} \frac{1}{|} \cdot \ddot{a}_{\overline{50+1,46+1,21+1:25-1}}$$

$$= R \cdot A_{\overline{51,47,22:24}} \frac{1}{-} -$$

$$P_{\overline{50,46,21:25}} \frac{1}{|} \cdot \ddot{a}_{\overline{51,47,22:24}}$$

Cadangan manfaat untuk tahun ke-2 diperoleh sebagai berikut:

$${}_2V_{\overline{50,46,21:25}} = R \cdot A_{\overline{50+2,46+2,21+2:25-2}} \frac{1}{-} -$$

$$P_{\overline{50,46,21:25}} \frac{1}{|} \cdot \ddot{a}_{\overline{50+2,46+2,21+2:25-2}}$$

$$= R \cdot A_{\overline{52,48,23:22}} \frac{1}{-} -$$

$$P_{\overline{50,46,21:25}} \frac{1}{|} \cdot \ddot{a}_{\overline{52,48,23:23}}$$

Dengan merubah besarnya nilai k , untuk menentukan cadangan manfaat tahun ke-3 hingga tahun ke-25 dapat dirumuskan sebagai berikut:

$${}_kV_{\overline{pqr}:k} = R \cdot A_{\overline{p+k,q+k,r+k}:k-k} \frac{1}{k-k} - P_{\overline{pqr}:n} \frac{1}{n} \cdot \ddot{a}_{\overline{p+k,q+k,r+k}:k-k}$$

Dengan menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2019 dapat dihitung besar cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung dengan usia anggota $p = 50$ tahun $q = 46$ tahun dan $r = 21$ tahun tingkat bunga $i = 5\%$, $R = 1$, $k = 25$ tahun dan premi tahunan sebesar 0.002294781, menghasilkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A_{\overline{pqr}:k} \frac{1}{k} &= v^k {}_kD_{\overline{pqr}} \\ \ddot{a}_{\overline{pqr}:n} &= \frac{N_p - N_{p+k}}{D_p} + \frac{N_q - N_{q+k}}{D_q} + \frac{N_r - N_{r+k}}{D_r} - \\ &\quad \frac{N_{pq} - N_{p+k,q+k}}{D_{pq}} - \frac{N_{qr} - N_{q+k,r+k}}{D_{qr}} - \frac{N_{pr} - N_{p+k,r+k}}{D_r} + \\ &\quad \frac{N_{pqr} - N_{p+k,q+k,r+k}}{D_{p,q,r}} \\ {}_1V_{\overline{50,46,21}:25} &= R \cdot A_{\overline{50+1,46+1,21+1}:25-1} \frac{1}{25-1} - \\ &\quad P_{\overline{50,46,21}:25} \frac{1}{25} \cdot \ddot{a}_{\overline{50+1,46+1,21+1}:25-1} \\ &= R \cdot A_{\overline{51,47,22}:24} \frac{1}{24} - \\ &\quad P_{\overline{50,46,21}:25} \frac{1}{25} \cdot \ddot{a}_{\overline{51,47,22}:24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_2V_{\overline{50,46,21:25}|} &= R \cdot A_{\overline{50+2,46+2,21+2:25-2}|}^{\frac{1}{}} - \\
&\quad P_{\overline{50,46,21:25}|}^{\frac{1}{}} \cdot \ddot{a}_{\overline{50+2,46+2,21+2:25-2}} \\
&= R \cdot A_{\overline{52,48,23:22}|}^{\frac{1}{}} - \\
&\quad P_{\overline{50,46,21:25}|}^{\frac{1}{}} \cdot \ddot{a}_{\overline{52,48,23:23}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_kV_{\overline{pqr:k}|} &= R \cdot A_{\overline{p+k,q+k,r+k:k-k}|}^{\frac{1}{}} \\
&\quad - P_{\overline{pqr:n}|}^{\frac{1}{}} \cdot \ddot{a}_{\overline{p+k,q+k,r+k:k-k}}
\end{aligned}$$

Usia p	Usia q	Usia r	$\ddot{a}_{\overline{p+k,q+k,r+k:k-k}}$	$A_{\overline{p+k,q+k,r+k:k-k}} \frac{1}{ }$	k	${}_kV_{\overline{pqr:k}}$
50	46	21	0.6868	0.8057325	0	0
51	47	22	0.6925	0.7889734	1	0.787384
52	48	23	0.6985	0.7710927	2	0.769490
53	49	24	0.7047	0.7517922	3	0.750175
54	50	25	0.7113	0.7306864	4	0.729054
55	51	26	0.7181	0.7076010	5	0.705953
56	52	27	0.7252	0.6819732	6	0.680309
57	53	28	0.7323	0.6527846	7	0.651104
58	54	29	0.7395	0.6205103	8	0.618813
59	55	30	0.7467	0.5862538	9	0.584540
60	56	31	0.7539	0.5501419	10	0.548412
61	57	32	0.7611	0.5128611	11	0.511115
62	58	33	0.7681	0.4750152	12	0.473253
63	59	34	0.7750	0.4368502	13	0.435072
64	60	35	0.7818	0.3989584	14	0.397164
65	61	36	0.7884	0.3612221	15	0.359413

66	62	37	0.7948	0.3240425	16	0.322219
67	63	38	0.8011	0.2877884	17	0.285950
68	64	39	0.8072	0.2530950	18	0.251243
69	65	40	0.8132	0.2210406	19	0.219175
70	66	41	0.8191	0.1911134	20	0.189234
71	67	42	0.8249	0.1629908	21	0.161098
72	68	43	0.8306	0.1366358	22	0.134730
73	69	44	0.8363	0.1120856	23	0.110166
74	70	45	0.8420	0.0901628	24	0.088230
75	71	46	0.8478	0.0710490	25	0.069103

Tabel 4. 2 Perhitungan Cadangan Manfaat Asuransi Jiwa Endowment Murni Pada Status Last Survivor Untuk Tiga Orang Tertanggung berusia p, q dan r tahun

Tabel 4.2 menunjukkan bahwa nilai cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni untuk tiga orang tertanggung berusia p , q dan r tahun dari tahun pertama kontrak asuransi hingga akhir tahun kontrak asuransi yaitu dari 0 hingga menuju 0.069103. Pada asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor*, santunan akan dibayarkan apabila ketiga anggota peserta asuransi masih hidup hingga tahun akhir masa kontrak asuransi. Namun jika dilihat dari peluang hidup manusia, semakin lama masa kontrak asuransi, maka semakin berkurangnya peluang hidup anggota asuransi tersebut. Sehingga mengakibatkan di akhir tahun asuransi, perhitungan cadangan manfaat akan semakin kecil yaitu 0.069103.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Penentuan nilai premi tahunan pada asuransi jiwa endowment murni dengan status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia tahun 2019 yaitu dengan; menentukan simbol komutasi untuk asuransi *last survivor* tiga orang tertanggung, merumuskan peluang hidup dan meninggal pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung, merumuskan anuitas hidup waktu berjangka pada kondisi *last survivor* untuk tiga orang tertanggung, menentukan premi tunggal asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung, menentukan premi tahunan asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung. Pada *last survivor* tiga orang tertanggung dapat ditentukan dengan menggunakan asumsi saling bebas. Perhitungan tersebut menggunakan data yang diambil dari Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2019 dengan formula yang sudah didapatkan dari langkah-langkah perhitungan. Berdasarkan hasil perhitungan premi, menunjukkan bahwa asuransi jiwa endowment murni untuk tiga orang tertanggung yaitu

semakin tua usia anggota saat mengikuti asuransi, maka semakin kecil premi yang harus dibayarkan oleh anggota asuransi. Hal ini disebabkan karena semakin tua usia anggota asuransi maka semakin rendah (kecil) peluang untuk bertahan hidup. Artinya, semakin tinggi peluang ketiga anggota meninggal saat pada saat sebelum kontrak asuransi berakhir, maka semakin rendah peluang untuk perusahaan asuransi untuk membayarkan uang pertanggungan. Hal tersebut menyebabkan premi yang harus dibayarkan semakin kecil.

Penentuan cadangan manfaat dengan waktu k tahun pada metode prospektif dapat dihitung dengan nilai sekarang aktuarial pada waktu k tahun dari manfaat di masa depan dikurangi dengan nilai sekarang pada waktu t dari premi di masa depan. Pada asuransi endowment murni pihak kelompok anggota akan mendapatkan biaya cadangan manfaat jika seluruh anggota belum meninggal, namun jika salah satu dari anggota keluarga peserta meninggal maka peserta tidak akan mendapatkan cadangan manfaat. Serta jika dilihat dari Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2019 dan perhitungan anuitas hidup akhir anggota asuransi, semakin bertambahnya tahun ke tahun selama masa kontrak asuransi, cadangan manfaat yang dibayarkan

akan semakin sedikit tergantung dari peluang hidup dari anggota keluarga peserta.

5.2 Saran

Pada skripsi ini, dalam perhitungan premi dihitung dengan menggunakan premi konstan, untuk skripsi selanjutnya perhitungan premi dapat dihitung menggunakan premi tidak konstan untuk asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung. Perhitungan cadangan manfaat asuransi jiwa endowment murni pada status *last survivor* untuk tiga orang tertanggung dihitung dengan metode prospektif, untuk skripsi selanjutnya dapat dihitung menggunakan metode retrospektif atau dengan metode perhitungan cadangan manfaat lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Qur'an (2013). Departemen Agama Republik Indonesia. Jawa Barat: CV Penerbit Diponegoro
- Apriyanto, Y., Yulida, Y., & Lestia, A. S. (2019). Asuransi Jiwa Berjangka Last Survivor. *Jurnal Matematika Murni Dan Terapan Epsilon*, 12(2), 30–40. <https://doi.org/10.20527/epsilon.v12i2.316>
- Bowers NL, Geber HU, Hickman JC, Jones DA, Nessbit CJ. 1997. *Actuarial Mathematics*. Schaumburg: The Society of Actuaries.
- Futami T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Herliyanto G, penerjemah, Jakarta (ID). Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Terjemahan Dari: *Seime Hoken Sugaku Gekan*.
- Hidayatullah, Syarif. 2015. *Cara Mudah Menguasai Statistik Deskriptif*. Jakarta: Salemba Teknika.
- Jordan CW. 1991. *Society of Actuaries' Textbook on Life Contingencies*. Massachusetts: The Society of Actuaries.
- Kasiram, Mohammad. 2008. *Metode Penelitian Kuantitatif-Kualitatif*. Malang: UIN Malang Pres.
- Matematika, D., Matematika, F., Ilmu, D. A. N., & Alam, P. (2021). *PENENTUAN PREMI TAHUNAN DAN CADANGAN MANFAAT PADA ASURANSI LAST SURVIVOR UNTUK KASUS*.
- Nurfitri, H. L. (2019). *Penentuan Premi Tahunan Dan Cadangan Benefit Pada Asuransi Last Survivor*. Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Pertanian Bogor

Tabel Mortalita Indonesia IV. (n.d.). 0-1.
(<https://liye.info/doc-viewer>)

W. Ningsih. 2014. *Penentuan Premi Bersih Tahunan pada Asuransi Jiwa Seumur Hidup untuk Kasus Multiple life.* Universitas Negeri Padang, Padang.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Tabel Mortalitas Indonesia 2019

Usia	Laki- Laki	Perempuan
0	0.00524	0.00266
1	0.00053	0.00041
2	0.00042	0.00031
3	0.00034	0.00024
4	0.00029	0.00021
5	0.00026	0.00020
6	0.00023	0.00022
7	0.00021	0.00023
8	0.00020	0.00022
9	0.00020	0.00021

Usia	Laki- Laki	Perempuan
38	0.00139	0.00100
39	0.00155	0.00108
40	0.00173	0.00118
41	0.00193	0.00128
42	0.00216	0.00141
43	0.00241	0.00154
44	0.00270	0.00169
45	0.00302	0.00187
46	0.00338	0.00209
47	0.00377	0.00230

Usia	Laki- Laki	Perempuan
76	0.02369	0.01879
77	0.02738	0.02030
78	0.03130	0.02326
79	0.03693	0.02880
80	0.04518	0.03569
81	0.05527	0.04208
82	0.06732	0.04907
83	0.08228	0.05520
84	0.09478	0.06086
85	0.10465	0.06715

10	0.00019	0.00019
11	0.00019	0.00018
12	0.00019	0.00020
13	0.00020	0.00022
14	0.00023	0.00023
15	0.00027	0.00023
16	0.00031	0.00024
17	0.00037	0.00024
18	0.00043	0.00025
19	0.00047	0.00026
20	0.00049	0.00027
21	0.00049	0.00028
22	0.00049	0.00030
23	0.00049	0.00032
24	0.00050	0.00034

48	0.00418	0.00253
49	0.00461	0.00277
50	0.00508	0.00305
51	0.00556	0.00335
52	0.00609	0.00368
53	0.00667	0.00403
54	0.00727	0.00442
55	0.00789	0.00483
56	0.00847	0.00524
57	0.00898	0.00563
58	0.00939	0.00601
59	0.00971	0.00636
60	0.00999	0.00671
61	0.01024	0.00707
62	0.01046	0.00746

86	0.11533	0.07318
87	0.12698	0.08155
88	0.13947	0.09045
89	0.15271	0.10001
90	0.16659	0.10913
91	0.17991	0.11521
92	0.19390	0.12499
93	0.20874	0.13826
94	0.22451	0.15451
95	0.24126	0.17429
96	0.25715	0.19155
97	0.27419	0.20596
98	0.29249	0.22227
99	0.31215	0.23736
100	0.33331	0.25810

25	0.00052	0.00038
26	0.00055	0.00042
27	0.00060	0.00046
28	0.00065	0.00049
29	0.00070	0.00052
30	0.00075	0.00056
31	0.00081	0.00060
32	0.00087	0.00064
33	0.00093	0.00069
34	0.00099	0.00074
35	0.00107	0.00080
36	0.00116	0.00086
37	0.00127	0.00093

63	0.01071	0.00788
64	0.01104	0.00833
65	0.01146	0.00883
66	0.01199	0.00940
67	0.01260	0.01005
68	0.01329	0.01076
69	0.01405	0.01150
70	0.01485	0.01229
71	0.01574	0.01314
72	0.01670	0.01406
73	0.01777	0.01508
74	0.01895	0.01620
75	0.02026	0.01743

101	0.35163	0.28068
102	0.37132	0.30562
103	0.39250	0.33315
104	0.41527	0.36369
105	0.43973	0.39318
106	0.46602	0.42883
107	0.49429	0.46604
108	0.52467	0.50427
109	0.55733	0.54477
110	0.59244	0.58702
111	1.00000	1.00000

(66) WhatsApp x tabel mortalita indonesia 2019 e x TMI IV versi Excel - XDOC.PL x +

xdoc.pl/tmi-iv-versi-excel.html

TMI IV versi Excel

Lampiran 1 Tabel Mortalita Indonesia IV Usia Laki-Laki Perempuan Usia Laki-Laki
Perempuan Usia 0 0.00524 0.0026

303 109 32KB

Report DMCA / Copyright

DOWNLOAD FILE

Page: 1 of 2 Automatic Zoom

Lampiran 1
Tabel Mortalita Indonesia IV

Usia	Laki-Laki	Perempuan	Usia	Laki-Laki	Perempuan	Usia
0	0.00024	0.00098	34	0.00139	0.00030	74
1	0.00028	0.00051	35	0.00180	0.00034	75
2	0.00044	0.00021	42	0.00179	0.00034	76
3	0.00044	0.00044	43	0.00180	0.00034	77
4	0.00038	0.00021	43	0.00034	0.00041	81
5	0.00028	0.00020	43	0.00040	0.00034	81
6	0.00028	0.00020	44	0.00070	0.00039	81
7	0.00021	0.00019	45	0.00020	0.00047	81
8	0.00020	0.00021	45	0.00034	0.00039	84
9	0.00020	0.00021	47	0.00047	0.00021	85
10	0.00019	0.00019	48	0.00048	0.00030	85
11	0.00019	0.00018	49	0.00040	0.00037	87
12	0.00018	0.00020	50	0.00034	0.00030	88
13	0.00020	0.00021	51	0.00039	0.00040	89
14	0.00020	0.00019	51	0.00039	0.00040	89
15	0.00020	0.00019	53	0.00067	0.00043	91
16	0.00020	0.00019	54	0.00077	0.00040	91
17	0.00020	0.00019	55	0.00078	0.00040	91
18	0.00024	0.00020	56	0.00047	0.00051	94
19	0.00047	0.00019	57	0.00066	0.00050	95
20	0.00048	0.00017	58	0.00039	0.00051	95
21	0.00048	0.00018	58	0.00071	0.00048	97
22	0.00048	0.00020	60	0.00066	0.00071	98
23	0.00048	0.00020	61	0.00044	0.00071	98
24	0.00020	0.00024	61	0.00048	0.00074	100
25	0.00020	0.00018	62	0.00071	0.00074	101
26	0.00020	0.00040	64	0.00040	0.00040	101

Citation preview

Lampiran 1 Tabel Mortalita Indonesia IV Usia Laki-Laki Perempuan Usia Laki-Laki Perempuan Usia 0 0.00524 0.0026

0
0.00524
0.00266
38
0.00139

Author / Uploaded
Ardella Firmansyah

0 Comments Sort by Oldest

Relevansi historis

Type here to search

81% 28°C 11:01 PM 4/25/2022

(<https://xdoc.pl/tmi-iv-versi-excel.html> , diakses 10 Agustus 2021)

**Lampiran 2 Tabel Mortalitas dibuat berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia Tahun 2019
menggunakan *Microsoft Excel***

Usia p	Usia q	Usia r	q_p	q_q	q_r	q_{pq}	q_{pr}	q_{qr}	q_{pqr}
50	46	21	0.00508	0.00209	0.00028	0.007159	0.005359	0.002369	0.007437
51	47	22	0.00556	0.0023	0.0003	0.007847	0.005858	0.002599	0.008145
52	48	23	0.00609	0.00253	0.00032	0.008605	0.006408	0.002849	0.008922
53	49	24	0.00667	0.00277	0.00034	0.009422	0.007008	0.003109	0.009758
54	50	25	0.00727	0.00305	0.00038	0.010298	0.007647	0.003429	0.010674
55	51	26	0.00789	0.00335	0.00042	0.011214	0.008307	0.003769	0.011629
56	52	27	0.00847	0.00368	0.00046	0.012119	0.008926	0.004138	0.012573
57	53	28	0.00898	0.00403	0.00049	0.012974	0.009466	0.004518	0.013457
58	54	29	0.00939	0.00442	0.00052	0.013768	0.009905	0.004938	0.014281
59	55	30	0.00971	0.00483	0.00056	0.014493	0.010265	0.005387	0.015045
60	56	31	0.00999	0.00524	0.0006	0.015178	0.010584	0.005837	0.015769

61	57	32	0.01024	0.00563	0.00064	0.015812	0.010873	0.006266	0.016442
62	58	33	0.01046	0.00601	0.00069	0.016407	0.011143	0.006696	0.017086
63	59	34	0.01071	0.00636	0.00074	0.017002	0.011442	0.007095	0.017729
64	60	35	0.01104	0.00671	0.0008	0.017676	0.011831	0.007505	0.018462
65	61	36	0.01146	0.00707	0.00086	0.018449	0.01231	0.007924	0.019293
66	62	37	0.01199	0.00746	0.00093	0.019361	0.012909	0.008383	0.020273
67	63	38	0.0126	0.00788	0.001	0.020381	0.013587	0.008872	0.02136
68	64	39	0.01329	0.00833	0.00108	0.021509	0.014356	0.009401	0.022566
69	65	40	0.01405	0.00883	0.00118	0.022756	0.015213	0.01	0.023909
70	66	41	0.01485	0.0094	0.00128	0.024110	0.016111	0.010668	0.02536
71	67	42	0.01574	0.01005	0.00141	0.025632	0.017128	0.011446	0.027006
72	68	43	0.0167	0.01076	0.00154	0.027280	0.018214	0.012283	0.028778
73	69	44	0.01777	0.0115	0.00169	0.029066	0.01943	0.013171	0.030707
74	70	45	0.01895	0.01229	0.00187	0.031007	0.020785	0.014137	0.032819
75	71	46	0.02026	0.01314	0.00209	0.033134	0.022308	0.015203	0.035155

p_p	p_q	p_r	p_{pq}	p_{pr}	p_{pr}	p_{pqr}	l_p
0.99492	0.99791	0.99972	0.992841	0.994641	0.997631	0.992563	94459.27
0.99444	0.9977	0.9997	0.992153	0.994142	0.997401	0.991855	93979.42
0.99391	0.99747	0.99968	0.991395	0.993592	0.997151	0.991078	93456.89
0.99333	0.99723	0.99966	0.990578	0.992992	0.996891	0.990242	92887.74
0.99273	0.99695	0.99962	0.989702	0.992353	0.996571	0.989326	92268.18
0.99211	0.99665	0.99958	0.988786	0.991693	0.996231	0.988371	91597.39
0.99153	0.99632	0.99954	0.987881	0.991074	0.995862	0.987427	90874.69
0.99102	0.99597	0.99951	0.987026	0.990534	0.995482	0.986543	90104.98
0.99061	0.99558	0.99948	0.986232	0.990095	0.995062	0.985719	89295.83
0.99029	0.99517	0.99944	0.985507	0.989735	0.994613	0.984955	88457.35
0.99001	0.99476	0.9994	0.984822	0.989416	0.994163	0.984231	87598.43
0.98976	0.99437	0.99936	0.984188	0.989127	0.993734	0.983558	86723.32

0.98954	0.99399	0.99931	0.983593	0.988857	0.993304	0.982914	85835.27
0.98929	0.99364	0.99926	0.982998	0.988558	0.992905	0.982271	84937.43
0.98896	0.99329	0.9992	0.982324	0.988169	0.992495	0.981538	84027.75
0.98854	0.99293	0.99914	0.981551	0.98769	0.992076	0.980707	83100.09
0.98801	0.99254	0.99907	0.980639	0.987091	0.991617	0.979727	82147.76
0.9874	0.99212	0.999	0.979619	0.986413	0.991128	0.97864	81162.81
0.98671	0.99167	0.99892	0.978491	0.985644	0.990599	0.977434	80140.16
0.98595	0.99117	0.99882	0.977244	0.984787	0.99	0.976091	79075.09
0.98515	0.9906	0.99872	0.97589	0.983889	0.989332	0.97464	77964.09
0.98426	0.98995	0.99859	0.974368	0.982872	0.988554	0.972994	76806.32
0.9833	0.98924	0.99846	0.97272	0.981786	0.987717	0.971222	75597.39
0.98223	0.9885	0.99831	0.970934	0.98057	0.986829	0.969293	74334.91
0.98105	0.98771	0.99813	0.968993	0.979215	0.985863	0.967181	73013.98
0.97974	0.98686	0.99791	0.966866	0.977692	0.984797	0.964845	71630.37

l_q	l_r	l_{pq}	l_{pr}
97256.8286	99260.3356	9186809076.08	9376058889.32
97053.5618	99232.5427	9121037193.19	9325816550.18
96830.3386	99202.7730	9049462480.68	9271182820.66
96585.3579	99171.0281	8971595545.49	9211772606.46
96317.8164	99137.3099	8887069441.85	9147218970.95
96024.0471	99099.6378	8795551942.64	9077268015.93
95702.3665	99058.0159	8696922418.44	9001865998.97
95350.1818	99012.4492	8591525890.65	8921514408.66
94965.9206	98963.9331	8480061060.98	8837066923.66
94546.1712	98912.4719	8363303372.48	8749534740.08
94089.5132	98857.0809	8242093174.52	8659724594.77
93596.4842	98797.7666	8116997549.27	8568070017.70
93069.5360	98734.5361	7988648752.81	8474905567.61
92510.1880	98666.4092	7857577911.06	8380471537.32

91921.8233	98593.3961	7723984279.75	8284581556.80
91305.0278	98514.5214	7587455739.18	8186565280.59
90659.5013	98429.7989	7447474936.69	8085787479.85
89983.1814	98338.2592	7303287691.55	7981409267.80
89274.1139	98239.9209	7154441488.46	7872962667.52
88530.4606	98133.8218	7000554500.93	7759941196.19
87748.7366	98018.0239	6841250313.24	7641885943.84
86923.8985	97892.5608	6676304963.27	7518767580.53
86050.3133	97754.5323	6505179162.92	7389987583.54
85124.4119	97603.9903	6327715871.76	7255384265.72
84145.4812	97439.0396	6143796728.58	7114412376.53
83111.3332	97256.8286	5953295381.39	6966542420.72

l_{qr}	l_{pqr}
9653745448.73	911885752281548
9630871721.39	905103713091428
9605838100.21	897731772021100
9578469238.51	889722353838141
9548689220.18	881040157702645
9515948283.09	871636011422663
9480086547.00	861499879319762
9440855036.59	850668021018804
9398201014.68	839220195739167
9351795502.49	827235009657424
9301414619.47	814789271706652
9247123601.74	801941229751422
9189177455.99	788755528490094
9127648073.64	775278997862940

9062884730.68	761533841595993
8994871115.92	747474570692903
8923596478.58	733053460323243
8848789414.25	718192597920871
8770281892.72	702851766100692
8687832441.07	686991167980094
8600957760.34	670565836725226
8509203018.18	653560589748866
8411808131.25	635910746736085
8308482278.26	617610318829829
8199054872.37	598645652715008
8083144688.51	578998628473970

d_p	d_q	d_r	d_{pq}	d_{pr}
479.8531	203.2668	27.79289	65771882.89	50242339.14
522.5256	223.2232	29.76976	71574712.51	54633729.52
569.1525	244.9808	31.74489	77866935.18	59410214.20
619.5612	267.5414	33.71815	84526103.65	64553635.51
670.7897	293.7693	37.67218	91517499.21	69950955.02
722.7034	321.6806	41.62185	98629524.20	75402016.96
769.7086	352.1847	45.56669	105396527.79	80351590.30
809.1427	384.2612	48.5161	111464829.67	84447485.00
838.4879	419.7494	51.46125	116757688.49	87532183.58
858.9208	456.658	55.39098	121210197.96	89810145.31
875.1083	493.029	59.31425	125095625.25	91654577.07
888.0468	526.9482	63.23057	128348796.46	93164450.09
897.8369	559.3479	68.12683	131070841.75	94434030.30
909.6799	588.3648	73.01314	133593631.31	95889980.51

927.6664	616.7954	78.87472	136528540.57	98016276.21
952.327	645.5265	84.72249	139980802.49	100777800.74
984.9516	676.3199	91.53971	144187245.14	104378212.05
1022.651	709.0675	98.33826	148846203.09	108446600.29
1065.063	743.6534	106.0991	153886987.53	113021471.32
1111.005	781.724	115.7979	159304187.69	118055252.35
1157.767	824.8381	125.4631	164945349.96	123118363.31
1208.932	873.5852	138.0285	171125800.35	128779996.99
1262.476	925.9014	150.542	177463291.16	134603317.82
1320.931	978.9307	164.9507	183919143.19	140971889.19
1383.615	1034.148	182.211	190501347.19	147869955.81
1451.231	1092.083	203.2668	197255200.87	155407236.01

d_{qr}	d_{pqr}
22873727.34	6782039190120.67
25033621.17	7371941070327.41
27368861.70	8009418182959.15
29780018.33	8682196135496.03
32740937.09	9404146279981.77
35861736.09	10136132102901.30
39231510.41	10831858300957.20
42654021.91	11447825279637.70
46405512.19	11985186081742.80
50380883.02	12445737950772.10
54291017.73	12848041955229.70
57946145.75	13185701261328.50
61529382.36	13476530627153.70
64763342.96	13745156266946.50

68013614.76	14059270903090.60
71274637.33	14421110369659.60
74807064.33	14860862402372.40
78507521.54	15340831820179.20
82449451.65	15860598120598.00
86874680.73	16425331254867.70
91754742.16	17005246976359.60
97394886.93	17649843012781.50
103325852.99	18300427906255.50
109427405.90	18964666114821.40
115910183.85	19647024241038.20
122884309.44	20354426966169.30

v_p	v_q	v_r	$v_{\frac{1}{2}(p+q)}$	$v_{\frac{1}{2}(p+r)}$	$v_{\frac{1}{2}(q+r)}$	$v_{\frac{1}{2}(p+q+r)}$
0.087204	0.105997	0.358942	0.096142	0.176921	0.195056	0.14915
0.083051	0.100949	0.341850	0.091564	0.168496	0.185767	0.14205
0.079096	0.096142	0.325571	0.087204	0.160473	0.176921	0.13528
0.075330	0.091564	0.310068	0.083051	0.152831	0.168496	0.12884
0.071743	0.087204	0.295303	0.079096	0.145554	0.160473	0.12270
0.068326	0.083051	0.281241	0.075330	0.138622	0.152831	0.11686
0.065073	0.079096	0.267848	0.071743	0.132021	0.145554	0.11130
0.061974	0.075330	0.255094	0.068326	0.125735	0.138622	0.10600
0.059023	0.071743	0.242946	0.065073	0.119747	0.132021	0.10095
0.056212	0.068326	0.231377	0.061974	0.114045	0.125735	0.09614
0.053536	0.065073	0.220359	0.059023	0.108614	0.119747	0.09156
0.050986	0.061974	0.209866	0.056212	0.103442	0.114045	0.08720
0.048558	0.059023	0.199873	0.053536	0.098516	0.108614	0.08305

0.046246	0.056212	0.190355	0.050986	0.093825	0.103442	0.07910
0.044044	0.053536	0.181290	0.048558	0.089357	0.098516	0.07533
0.041946	0.050986	0.172657	0.046246	0.085102	0.093825	0.07174
0.039949	0.048558	0.164436	0.044044	0.08105	0.089357	0.06833
0.038047	0.046246	0.156605	0.041946	0.07719	0.085102	0.06507
0.036235	0.044044	0.149148	0.039949	0.073514	0.08105	0.06197
0.034509	0.041946	0.142046	0.038047	0.070014	0.07719	0.05902
0.032866	0.039949	0.135282	0.036235	0.06668	0.073514	0.05621
0.031301	0.038047	0.128840	0.034509	0.063505	0.070014	0.05354
0.029811	0.036235	0.122704	0.032866	0.06048	0.06668	0.05099
0.028391	0.034509	0.116861	0.031301	0.0576	0.063505	0.04856
0.027039	0.032866	0.111297	0.029811	0.054858	0.06048	0.04625
0.025752	0.031301	0.105997	0.028391	0.052245	0.0576	0.04404

D_p	D_q	D_r	D_{p+n}	D_{q+n}	D_{r+n}
8237.200431	10308.90047	35628.7396	1844.59	2601.477	10308.90
7805.100431	9797.480824	33922.6319	1721.16	2445.042	9797.48
7392.099117	9309.47297	32297.5763	1600.368	2295.871	9309.47
6997.220222	8843.733336	30749.7534	1482.428	2153.571	8843.73
6619.570251	8399.272567	29275.5224	1367.646	2017.793	8399.27
6258.519976	7974.909319	27870.8550	1254.418	1888.212	7974.91
5913.466908	7569.707974	26532.5230	1140.708	1764.507	7569.71
5584.17128	7182.715666	25257.4458	1026.344	1646.369	7182.72
5270.500401	6813.11364	24042.9235	911.6669	1531.5	6813.11
4972.39086	6459.999693	22886.1154	796.8142	1416.564	6460.00
4689.627566	6122.664661	21784.0944	686.9449	1300.959	6122.66
4421.693511	5800.554189	20734.3086	585.7677	1186.871	5800.55
4168.014638	5493.235304	19734.3225	493.5344	1074.887	5493.24
3928.016385	5200.210438	18781.6246	410.348	967.1938	5200.21

3700.902219	4921.082952	17874.0249	336.3017	865.0766	4921.08
3485.756437	4655.297605	17009.2626	271.3762	768.5587	4655.30
3281.723493	4402.271096	16185.3663	215.3978	678.3958	4402.27
3087.976789	4161.362051	15400.2989	168.2339	593.4025	4161.36
2903.874554	3931.971922	14652.2844	129.1556	514.0279	3931.97
2728.840058	3713.54152	13939.4857	97.32916	440.5904	3713.54
2562.380815	3505.477094	13260.0353	71.88361	373.8179	3505.48
2404.123295	3307.167247	12612.4404	51.94378	315.0003	3307.17
2253.60228	3118.028777	11994.9113	36.74899	262.5033	3118.03
2110.444878	2937.598845	11406.1326	25.40265	215.4377	2937.60
1974.230736	2765.539484	10844.6249	17.11679	173.4766	2765.54
1844.589584	2601.477146	10308.9005	11.21313	136.4203	2601.48

D_{pq}	D_{pr}	D_{qr}	D_{pqr}
883239199.4	1658823615.29	1883017361.53	136005905555871.00
835157859	1571366362.12	1789100678.40	128566074478587.00
789146855.4	1487772167.88	1699476429.64	121446592456547.00
745101493.8	1407846140.62	1613937426.39	114631490982991.00
702934763.9	1331409839.90	1532304381.90	108107504878364.00
662567679.7	1258312602.64	1454333670.30	101860547372771.00
623940887.2	1188438280.68	1379859884.39	95881928999959.50
587028050.9	1121743006.88	1308713905.04	90167981891417.80
551821009.7	1058214320.47	1240762954.77	84718619499032.40
518307870.7	997840555.82	1175844226.23	79532118456387.00
486472364.3	940569675.40	1113818672.64	74605294249428.20
456275100.8	886299695.53	1054588069.94	69932264047138.10
427676495	834916726.95	998075812.04	65507068337529.30
400628141.8	786298506.07	944183660.02	61321739734295.30

375063531.8	740287257.05	892842285.46	57366236218779.90
350889465	696694089.66	843944602.55	53625860320752.10
328015155.3	655350176.02	797387860.19	50086905341615.70
306347238	616086056.53	753050769.68	46734777223413.00
285813012.6	578776236.99	710828202.75	43558577999285.70
266347977.5	543302409.29	670614956.43	40548221265700.70
247892361.2	509558972.39	632294369.64	37694047939370.60
230395785.5	477475687.49	595761022.42	34988708472273.20
213800308.4	446950072.63	560897184.13	32422680840514.80
198064543	417913521.87	527626136.24	29990106022489.00
183150161.2	390279500.21	495882858.97	27684965819380.00
169020195.3	363969248.72	465592908.78	25501304352697.30

$D_{p+n,q+n}$	$D_{p+n,r+n}$	$D_{q+n,r+n}$	$D_{p+n,q+n,r+n}$
169020195.28	363969248.72	465592908.78	25501304352697
155638015.91	338904712.10	436680681.11	23433159887603
142680496.13	314395280.51	409095911.00	21432841539113
130172565.40	290489044.07	382768895.24	19504483258142
118147975.09	267254540.98	357642805.39	17653734985979
106477620.78	244380768.61	333654565.30	15861418939548
95006323.49	221483769.22	310750910.11	14105188067914
83745991.35	198545094.67	288878397.73	12387659092117
72658489.73	175650254.64	267639985.79	10704289364139
61675962.76	152843102.50	246460052.35	9046145637526
51274029.59	131131781.62	225253310.93	7484147927615
41882271.65	111232017.48	204422849.94	6081258382955
33556045.86	93190110.92	184092756.89	4844868784647
26360009.22	77017024.85	164652868.94	3783021532097

20288624.89	62718046.15	146332033.53	2893176535434
15272397.19	50270287.07	129133222.20	2163244433898
11234972.54	39618625.64	113178183.24	1580116224865
8059345.07	30712816.23	98260044.35	1125031768810
5627635.38	23392867.87	84445874.90	779390649493
3816748.54	17481574.92	71778437.39	524191486108
2511277.96	12797219.15	60362495.15	341852963196
1605604.85	9160466.95	50386757.75	216511794260
993947.66	6415680.10	41567450.75	132684338636
592070.49	4387104.89	33747531.62	78186402988
337306.86	2922119.52	26861970.19	44031113267
182455.59	1890740.24	20864383.60	23524538038

N_p	N_q	N_r	N_{p+n}	N_{q+n}	N_{r+n}
129523.6715	176693.4935	701371	16772.22401	29998.18385	176693.5
121286.4711	166384.593	665742	14927.63443	27396.7067	166384.6
113481.3707	156587.1122	631819	13206.47424	24951.66505	156587.1
106089.2716	147277.6392	599522	11606.10671	22655.79422	147277.6
99092.05134	138433.9059	568772	10123.67864	20502.22365	138433.9
92472.48109	130034.6333	539497	8756.03287	18484.43058	130034.6
86213.96111	122059.724	511626	7501.615139	16596.21826	122059.7
80300.4942	114490.016	485093	6360.90739	14831.71082	114490
74716.32292	107307.3004	459836	5334.56374	13185.34136	107307.3
69445.82252	100494.1867	435793	4422.896887	11653.84144	100494.2
64473.43166	94034.18703	412907	3626.082693	10237.27695	94034.19
59783.8041	87911.52237	391123	2939.137793	8936.317611	87911.52
55362.11059	82110.96818	370388	2353.370063	7749.446211	82110.97
51194.09595	76617.73288	350654	1859.835646	6674.558953	76617.73

47266.07956	71417.52244	331872	1449.487631	5707.365161	71417.52
43565.17734	66496.43949	313998	1113.185937	4842.288611	66496.44
40079.42091	61841.14188	296989	841.8096882	4073.729888	61841.14
36797.69741	57438.87079	280804	626.4118978	3395.334082	57438.87
33709.72062	53277.50874	265403	458.178018	2801.931579	53277.51
30805.84607	49345.53681	250751	329.022465	2287.903725	49345.54
28077.00601	45631.99529	236812	231.6933005	1847.313318	45632
25514.6252	42126.5182	223552	159.8096873	1473.495435	42126.52
23110.5019	38819.35095	210939	107.8659038	1158.495126	38819.35
20856.89962	35701.32218	198944	71.11691373	895.9918692	35701.32
18746.45475	32763.72333	187538	45.71426185	680.554196	32763.72
16772.22401	29998.18385	176693	28.59747115	507.0776261	29998.18

N_{pq}	N_{pr}	N_{qr}	N_{pqr}
13015130967.18	25847617042.00	31877702187.24	1988733876938210
12131891767.75	24188793426.71	29994684825.71	1852727971382330
11296733908.79	22617427064.59	28205584147.31	1724161896903750
10507587053.38	21129654896.71	26506107717.67	1602715304447200
9762485559.61	19721808756.09	24892170291.29	1488083813464210
9059550795.72	18390398916.19	23359865909.38	1379976308585850
8396983116.05	17132086313.55	21905532239.08	1278115761213070
7773042228.81	15943648032.88	20525672354.69	1182233832213110
7186014177.90	14821905026.00	19216958449.65	1092065850321700
6634193168.22	13763690705.53	17976195494.88	1007347230822660
6115885297.56	12765850149.71	16800351268.65	927815112366276
5629412933.27	11825280474.32	15686532596.00	853209818116848
5173137832.47	10938980778.78	14631944526.06	783277554069710
4745461337.46	10104064051.84	13633868714.02	717770485732181

4344833195.70	9317765545.77	12689685054.01	656448745997885
3969769663.88	8577478288.71	11796842768.55	599082509779106
3618880198.90	7880784199.05	10952898166.00	545456649458354
3290865043.63	7225434023.04	10155510305.81	495369744116738
2984517805.59	6609347966.51	9402459536.13	448634966893325
2698704793.00	6030571729.52	8691631333.38	405076388894039
2432356815.50	5487269320.22	8021016376.95	364528167628339
2184464454.25	4977710347.83	7388722007.31	326834119688968
1954068668.74	4500234660.34	6792960984.89	291845411216695
1740268360.34	4053284587.71	6232063800.76	259422730376180
1542203817.36	3635371065.84	5704437664.52	229432624353691
1359053656.13	3245091565.63	5208554805.55	201747658534311

$N_{p+n,q+n}$	$N_{p+n,r+n}$	$N_{q+n,r+n}$	$N_{p+n,q+n,r+n}$	M_p
1359053656.13	3245091565.63	5208554805.55	201747658534311	2069.398
1190033460.85	2881122316.91	4742961896.77	176246354181614	2029.546
1034395444.94	2542217604.81	4306281215.66	152813194294011	1988.216
891714948.81	2227822324.30	3897185304.66	131380352754898	1945.342
761542383.41	1937333280.23	3514416409.43	111875869496756	1900.893
643394408.32	1670078739.25	3156773604.03	94222134510777	1855.06
536916787.54	1425697970.64	2823119038.73	78360715571229	1808.032
441910464.05	1204214201.42	2512368128.62	64255527503315	1760.33
358164472.71	1005669106.76	2223489730.89	51867868411198	1712.572
285505982.98	830018852.12	1955849745.09	41163579047058	1665.439
223830020.22	677175749.62	1709389692.75	32117433409533	1619.456
172555990.63	546043968.00	1484136381.82	24633285481917	1574.837
130673718.98	434811950.52	1279713531.88	18552027098963	1531.715
97117673.12	341621839.60	1095620774.99	13707158314316	1490.194

70757663.91	264604814.75	930967906.05	9924136782219	1450.128
50469039.02	201886768.60	784635872.52	7030960246785	1411.216
35196641.83	151616481.53	655502650.32	4867715812887	1373.171
23961669.29	111997855.89	542324467.08	3287599588022	1335.697
15902324.22	81285039.66	444064422.73	2162567819211	1298.642
10274688.85	57892171.78	359618547.83	1383177169718	1261.887
6457940.31	40410596.87	287840110.44	858985683610	1225.372
3946662.35	27613377.72	227477615.29	517132720414	1189.133
2341057.50	18452910.77	177090857.54	300620926154	1153.094
1347109.84	12037230.68	135523406.79	167936587518	1117.251
755039.34	7650125.79	101775875.17	89750184530	1081.534
417732.48	4728006.27	74913904.98	45719071263	1045.904

$\ddot{a}_{p:\overline{n} }$	$\ddot{a}_{q:\overline{n} }$	$\ddot{a}_{r:\overline{n} }$	$\ddot{a}_{pq:\overline{n} }$	$\ddot{a}_{qr:\overline{n} }$	$\ddot{a}_{pr:\overline{n} }$	$\ddot{a}_{pqr:\overline{n} }$	$\ddot{a}_{\overline{pqr}:\overline{n} }$
13.68808	15.51293	14.72624	13.19697	14.16299	13.62564	70.07430654	128.5932
13.62684	15.45877	14.72048	13.10155	14.1142	13.55996	71.54313056	129.9218
13.56515	15.40158	14.71418	13.00435	14.06274	13.49347	73.31499651	131.5478
13.50296	15.34098	14.70725	12.90545	14.00855	13.42606	75.43573097	133.5161
13.4402	15.27635	14.69959	12.80481	13.95138	13.35763	77.95562497	135.8760
13.3764	15.20752	14.6914	12.70233	13.89165	13.28789	81.06173722	138.8143
13.31069	15.13376	14.68258	12.59745	13.82924	13.21599	85.05771351	142.6325
13.24092	15.05407	14.67303	12.48855	13.76413	13.13976	90.24935998	147.6327
13.16417	14.96713	14.66246	12.37331	13.69598	13.05618	97.1758093	154.3484
13.07679	14.87172	14.65074	12.24887	13.62455	12.96166	106.8061128	163.7427
12.97488	14.76614	14.63786	12.1118	13.54885	12.8525	119.6793125	176.3477
12.85586	14.64901	14.62364	11.95958	13.46725	12.72621	136.250835	192.6132
12.71798	14.51924	14.60792	11.79037	13.37797	12.5811	157.8423608	213.8562
12.55959	14.37594	14.59066	11.60264	13.27946	12.41569	186.1113719	241.7301

12.37984	14.21802	14.57169	11.3956	13.16998	12.22925	223.4653162	278.6385
12.1787	14.04491	14.55101	11.16962	13.04849	12.02191	273.6868475	328.3623
11.9564	13.85633	14.52843	10.92536	12.91391	11.79395	342.1197284	396.2434
11.71359	13.65237	14.50393	10.66405	12.76565	11.54617	437.3939991	490.9117
11.45075	13.43329	14.47733	10.38657	12.60276	11.27908	572.8480312	625.7047
11.16842	13.1994	14.44857	10.09368	12.42444	10.99329	770.1254645	822.2659
10.86697	12.95125	14.41773	9.786098	12.23034	10.68936	1063.817551	1115.1871
10.54639	12.68962	14.38461	9.464226	12.02033	10.36722	1507.15571	1557.6997
10.20705	12.41537	14.3494	9.128741	11.79516	10.02748	2197.281106	2246.9468
9.849005	12.12902	14.31186	8.779569	11.55466	9.670056	3315.855237	3364.5903
9.472419	11.83061	14.27199	8.416311	11.29836	9.295187	5208.654907	5256.4072
9.077156	11.52022	14.22997	8.038305	11.02603	8.90285	8574.108411	8620.8263

$A_{\bar{p}; \bar{n}}^{\frac{1}{}}$	$A_{\bar{q}; \bar{n}}^{\frac{1}{}}$	$A_{\bar{r}; \bar{n}}^{\frac{1}{}}$	$A_{p\bar{q}; \bar{n}}^{\frac{1}{}}$	$A_{q\bar{r}; \bar{n}}^{\frac{1}{}}$	$A_{p\bar{r}; \bar{n}}^{\frac{1}{}}$	$A_{pqr; \bar{n}}^{\frac{1}{}}$	$A_{pqr; \bar{n}}^{\frac{1}{}}$
0.223934	0.252353	0.289342	0.191364	0.219414	0.247259	0.187501	0.295093
0.220517	0.249558	0.288818	0.186358	0.215675	0.244078	0.182266	0.295048
0.216497	0.246617	0.288241	0.180803	0.21132	0.240719	0.17648	0.294992
0.21186	0.243514	0.287603	0.174704	0.206336	0.237165	0.170149	0.294921
0.206606	0.240234	0.286904	0.168078	0.20073	0.233402	0.163298	0.294832
0.200434	0.236769	0.286138	0.160705	0.194213	0.229421	0.155717	0.294719
0.1929	0.233101	0.285299	0.152268	0.186365	0.225205	0.14711	0.294572
0.183795	0.229213	0.28438	0.142661	0.176997	0.220735	0.137384	0.29438
0.172975	0.224787	0.283373	0.13167	0.165987	0.215706	0.126351	0.294123
0.160248	0.219282	0.282267	0.118995	0.153174	0.209603	0.113742	0.293768
0.146482	0.212483	0.281061	0.1054	0.139417	0.202235	0.100317	0.29329
0.132476	0.204613	0.279756	0.091792	0.125502	0.193841	0.086959	0.29267
0.11841	0.195675	0.278359	0.078461	0.111616	0.184448	0.073959	0.291879
0.104467	0.185991	0.276878	0.065797	0.097949	0.174386	0.061691	0.290895

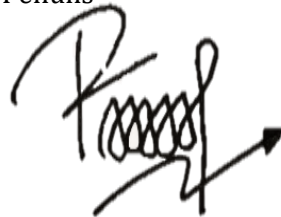
0.09087	0.17579	0.27532	0.054094	0.084721	0.163895	0.050433	0.289704
0.077853	0.165093	0.273692	0.043525	0.072155	0.153011	0.04034	0.288286
0.065636	0.154101	0.271991	0.034251	0.060454	0.141936	0.031547	0.286634
0.05448	0.142598	0.270213	0.026308	0.049852	0.130483	0.024073	0.284722
0.044477	0.13073	0.268352	0.01969	0.040418	0.118799	0.017893	0.282545
0.035667	0.118644	0.266404	0.01433	0.032177	0.107034	0.012928	0.280103
0.028053	0.106638	0.264364	0.010131	0.025114	0.095466	0.009069	0.277414
0.021606	0.095248	0.262215	0.006969	0.019185	0.084575	0.006188	0.274527
0.016307	0.084189	0.259946	0.004649	0.014354	0.074109	0.004092	0.271422
0.012037	0.073338	0.257546	0.002989	0.010498	0.063961	0.002607	0.268079
0.00867	0.062728	0.255015	0.001842	0.007487	0.05417	0.00159	0.264504
0.006079	0.05244	0.252353	0.001079	0.005195	0.044813	0.000922	0.260707

RIWAYAT HIDUP

Penulis dilahirkan di Kabupaten Tegal pada 08 Desember 1999 sebagai anak pertama dari pasangan bapak Dul Jalal, S. Ag dan ibu Siti Ummi Harisah, S. Ag. Pendidikan sekolah menengah atas (SMA) ditempuh di SMAN 2 Slawi, dan lulus pada tahun 2018. Pada tahun 2018, penulis diterima sebagai mahasiswa program sarjana (S-1) di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.

Email : fikarizasyifamillah08@gmail.com

Penulis

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Fika Riza Syifamillah', with a stylized arrow pointing to the right at the end of the signature.

Fika Riza Syifamillah

1808046004