

**PENENTUAN PREMI TAHUNAN DAN CADANGAN PREMI
DENGAN METODE *NEW JERSEY* ASURANSI *ENDOWMENT*
STATUS *JOINT LIFE* MENGGUNAKAN SUKU BUNGA
STOKASTIK**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagai Syarat Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Matematika dalam Ilmu Matematika



Diajukan Oleh :

RIZA LATHIFATUL UMAMI

NIM : 1908046011

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO SEMARANG
TAHUN 2023**

PERNYATAAN KEASLIAN

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Riza Lathifatul Umami

NIM : 1908046011

Program Studi : Matematika

Manyatakan bahwa skripsi yang berjudul:

**PENENTUAN PREMI TAHUNAN DAN CADANGAN PREMI
DENGAN METODE *NEW JERSEY* ASURANSI *ENDOWMENT*
STATUS *JOINT LIFE* MENGGUNAKAN SUKU BUNGA
STOKASTIK**

Secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri,
kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 16 Juni 2023



buat pernyataan,

Riza Lathifatul Umami

NIM: 1908046011



**KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jalan Prof. Dr. H. Hamka Kampus II Ngaliyan Semarang 50185
Telepon (024) 76433366, Website: fst.walisongo.ac.id

PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini:

Judul : Penentuan Premi Tahunan Dan Cadangan Premi Dengan
Metode *New Jersey* Asuransi *Endowment Status Joint Life*
Menggunakan Suku Bunga Stokastik

Penulis : Riza Lathifatul Umami

NIM : 1908046011

Jurusan : Matematika

Telah diujikan dalam sidang *tugas akhir* oleh Dewan Penguji Fakultas
Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima sebagai salah
satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu Matematika.

Semarang, 27 Juni 2023

DEWAN PENGUJI

Penguji I,

Dr. Budi Cahyono, M.Si
NIP: 198012152009121003

Penguji II,

Any Muanalifah, M.Si., Ph.D
NIP: 198201132011012009

Penguji III,

Mohamad Tafrikan, M.Si
NIP: 198904172019031020

Penguji IV,

Hj. Dr. Minhayati Saleh, M.Sc
NIP: 197604262006042001

Pembimbing I,

Seftina Diyah Miasary, M.Sc
NIP: 198709212019032010

Pembimbing II,

Hj. Emy Siswanah, M.Sc
NIP: 198702022011012014

NOTA DINAS

NOTA DINAS

Semarang, 26 Juni 2023

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : Perhitungan Premi Tahunan Dan
Cadangan Premi Dengan Metode *New Jersey* Asuransi *Endowment* Status *Joint Life* Menggunakan Suku Bunga Stokastik

Nama : Riza Lathifatul Umami

NIM : 1908046011

Program Studi : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing I,



Seftina Diah Miasary, M. Sc

NIP. 19870921 2019032010

iv

NOTA DINAS

NOTA DINAS

Semarang, 27 Juni 2023

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : Perhitungan Premi Tahunan Dan
Cadangan Premi Dengan Metode *New Jersey* Asuransi *Endowment Status Joint Life* Menggunakan Suku Bunga Stokastik
Nama : Riza Lathifatul Umami
NIM : 1908046011
Program Studi : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing II,


Hj. Emy Siswanah, M. Sc

NIP. 196702022011012014

v

ABSTRAK

Judul : **PENENTUAN PREMI TAHUNAN DAN CADANGAN PREMI DENGAN METODE *NEW JERSEY* ASURANSI *ENDOWMENT* STATUS *JOINT LIFE* MENGGUNAKAN SUKU BUNGA STOKASTIK**

Penulis : **Riza Lathifatul Umami**

NIM : **1908046011**

Asuransi jiwa *endowment* status *joint life* merupakan asuransi yang akan memberikan santunan apabila peserta meninggal pada kematian pertama pada peserta polis atau bertahan hidup sampai akhir masa asuransi. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan besar cadangan premi asuransi jiwa *endowment* status *joint life* dengan metode *New Jersey* menggunakan suku bunga stokastik model *CIR*. Didapatkan nilai suku bunga stokastik model *CIR* berdasarkan suku Bunga Bank Indonesia sejak 2018-2022 sebesar 0,075. Berdasarkan hasil perhitungan besar premi asuransi jiwa *endowment* status *joint life* untuk ketiga keluarga secara berurutan bernilai bernilai Rp2.091.456,926-Rp857.509,2877, Rp 1797111,4397-Rp738938,0812, dan Rp1998510,7214-Rp1614657,5464. Besar premi tahunan menurun dikarenakan jumlah orang bertahan hidup lebih banyak di bandingkan dengan jumlah orang yang meninggal pada masa asuransi. Selanjutnya besarnya cadangan premi *New Jersey* untuk ketiga keluarga adalah nol pada tahun pertama dan pada tahun kedua secara berurutan bernilai Rp1.871.324,415, Rp2301169,569, Rp2525764,998, ketiganya semakin meningkat mendekati nilai santunan seiring dengan berjalannya periode asuransi.

Kata kunci: *Asuransi Endowment Joint Life, New Jersey, Suku Bunga Stokastik.*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh.

Alhamdulillahirabbil'alamin puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "*Penentuan Premi Tahunan dan Cadangan Premi dengan Metode New Jersey Asuransi Endowment Status Joint Life Menggunakan Suku Bunga Stokastik*" dengan khitmat.

Dalam penyusunan skripsi ini penulis mendapatkan banyak bantuan, dukungan, bimbingan dan saran dari berbagai pihak. Maka dari itu pada kesempatan kali ini penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Keluarga: Bapak Abdul Rouf, Ibu Nur Hidayah dan Adik Muhammad Fariz Fardani atas semangat, motivasi dan kasih sayang yang telah diberikan untuk penulis setiap harinya.
2. Bapak Dr. H. Ismail, M. Ag selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
3. Ibu Hj. Emy Siswanah, M. Sc selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang.

4. Ibu Hj. Emy Siswanah, M. Sc dan Ibu Seftina Diyah Miasary, M. Sc. Selaku dosen pembimbing yang telah memberikan ilmu, dorongan serta motivasi selama penulisan skripsi ini.
5. Seluruh dosen program studi Matematika UIN Walisongo atas ilmu yang telah diberikan selama perkuliahan.
6. Bagus Dimas Maulana atas bantuan tenaga, motivasi, semangat dan senantiasa kebersamai penulis sejak awal kuliah sampai penyusunan skripsi ini.
7. Sahabat terluar biasa hebat Muhimmatul Munawaroh dan Dina Ayu Kemala atas bantuan fikiran, saran, semangat dan motivasi yang takhenti-hentinya.
8. Wardah, Ayu Faizah, Suaibatul Aslamiah, Regita atas segala bantuan fasilitas yang diberikan selama di Ngaliyan.
9. Seluruh teman-teman mahasiswa Matematika A 2019 yang telah membantu penulis selama perkuliahan.

Penulis menyadari banyak kekurangan dalam penyusunan skripsi ini. Maka dari itu penulis menerima kritik dan saran yang bersifat membangun guna perbaikan pada penelitian selanjutnya.

Demak, 16 Juni 2023



Riza Lathifatul Umami

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL.....	i
PERNYATAAN KEASLIAN	iii
PENGESAHAN.....	Error! Bookmark not defined.
NOTA DINAS.....	v
NOTA DINAS.....	vi
ABSTRAK.....	vii
KATA PENGANTAR.....	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	6
1.3 Batasan Masalah	6
1.4 Tujuan Penelitian	7
1.5 Manfaat Penelitian	8
BAB II LANDASAN PUSTAKA	9
2.1 Kajian Teori	9
2.1.1 Definisi Asuransi Jiwa.....	9
2.1.2 Jenis Asuransi Jiwa	9
2.1.3 Teori <i>Multiple Life</i>	11

2.1.4	Peluang Hidup dan Peluang Meninggal Status <i>Joint Life</i>	13
2.1.5	Tabel Mortalitas.....	15
2.1.6	Simbol Komutasi.....	16
2.1.7	Suku Bunga	17
2.1.8	Model Suku Bunga Stokastik <i>Cox-Ingersol- Ross (CIR)</i>	18
2.1.9	Estimasi Parameter	20
2.1.10	Anuitas Asuransi Jiwa Berjangka <i>n</i> -Tahun Status <i>Joint Life</i>	21
2.1.11	Nilai Sekarang Asuransi Jiwa <i>Endowment</i> Status <i>Joint Life</i>	23
2.1.12	Premi Tahunan Asuransi Jiwa <i>Endowment</i> Status <i>Joint Life</i>	24
2.1.13	Cadangan Premi Metode <i>New Jersey</i>	26
2.2	Kajian Pustaka	28
BAB III METODE PENELITIAN		31
3.1	Jenis Penelitian	31
3.2	Data Penelitian.....	31
3.3	Pengolahan Data.....	32
3.4	Alur Penelitian	34
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN		35
4.1	Kontrak Asuransi.....	35
4.2	Peluang Hidup dan Peluang Meninggal Status <i>Joint Life</i>	37

4.2.1	Peluang Semua Bertahan Hidup Peserta yang Berusia x, y dan z Sampai Waktu ke n Tahun ..	38
4.2.2	Peluang Meninggal Peserta Berusia x, y dan z Sampai Waktu ke n Tahun	38
4.2.3	Peluang Meninggal Peserta Pertama dalam Jangka Waktu $[n, n + 1]$	39
4.3	Simbol Komutasi.....	39
4.4	Suku Bunga CIR	40
4.5	Anuitas Asuransi Jiwa <i>Endowment</i>	41
4.6	Nilai Manfaat Sekarang Asuransi Jiwa <i>Endowment Status Joint Life</i>	42
4.7	Premi Tahunan Asuransi Jiwa <i>Endowment Status Joint Life</i>	43
4.8	Cadangan Premi Metode <i>New Jersey</i>	43
4.9	Studi Kasus.....	45
4.9.1	Menentukan Periode Asuransi, Usia Peserta dan Besar Santunan	45
4.9.2	Menghitung Peluang Hidup dan Peluang Meninggal Peserta	46
4.9.3	Menentukan Tingkat Suku Bunga Stokatik CIR pada Saat $rt + 1$	50
4.9.4	Penyusunan Tabel Komutasi.....	58
4.9.5	Menghitung Premi Asuransi Jiwa <i>Endowment Joint Life</i>	60
4.9.6	Menghitung Cadangan Premi <i>New Jersey</i>	70
BAB V PENUTUP.....		84
5.1	Kesimpulan.....	84

5.2	Saran	85
DAFTAR SIMBOL		87
DAFTAR PUSTAKA		91
LAMPIRAN		95
RIWAYAT HIDUP		121

DAFTAR TABEL

No Tabel	Nama Tabel	Halaman
Tabel 4.1	Perhitungan Suku Bunga Indonesia	51
Tabel 4.2	Perhitungan Premi Tahunan Keluarga Pertama	64
Tabel 4.3	Perhitungan Premi Tahunan Keluarga Kedua	66
Tabel 4.4	Perhitungan Premi Tahunan Keluarga Ketiga	68
Tabel 4.5	Perhitungan Cadangan Premi Metode <i>New Jersey</i> Asuransi Jiwa <i>Endowment</i> Status <i>Joint Life</i> Keluarga Pertama	73
Tabel 4.6	Perhitungan Cadangan Premi Metode <i>New Jersey</i> Asuransi Jiwa <i>Endowment</i> Status <i>Joint Life</i> Keluarga Pertama	77
Tabel 4.7	Perhitungan Cadangan Premi Metode <i>New Jersey</i> Asuransi Jiwa <i>Endowment</i> Status <i>Joint Life</i> Keluarga Pertama	80

DAFTAR GAMBAR

No Gambar	Nama Gambar	Halaman
Gambar 3.1	Bagan Alur Penelitian	34
Gambar 4.1	Premi Tahunan Asuransi Jiwa <i>Endowment Status Joint Life</i> Untuk Tiga Peserta	69
Gambar 4.2	Cadangan Premi <i>New Jersey</i> Asuransi <i>Endowment Status</i> <i>Joint Life</i>	82

DAFTAR LAMPIRAN

No Lampiran	Nama Lampiran	Halaman
Lampiran 1	Tabel Mortalitas Indonesia 2019	95
Lampiran 2	Peluang Hidup Peserta Keluarga Pertama	99
Lampiran 3	Peluang Hidup Peserta Keluarga Kedua	100
Lampiran 4	Peluang Hidup Peserta Keluarga Ketiga	100
Lampiran 5	Peluang Meninggal Peserta Keluarga Pertama	101
Lampiran 6	Peluang Meninggal Peserta Keluarga Kedua	102
Lampiran 7	Peluang Meninggal Peserta Keluarga Ketiga	103
Lampiran 8	Suku Bunga Bank Indonesia	104
Lampiran 9	Faktor Diskon Keluarga Pertama	106
Lampiran 10	Faktor Diskon Keluarga Kedua	108
Lampiran 11	Faktor Diskon Keluarga Ketiga	109
Lampiran 12	Simbol Komutasi Keluarga Pertama	111

Lampiran 13	Simbol Komutasi Keluarga Kedua	114
Lampiran 14	Simbol Komutasi Keluarga Ketiga	117

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Setiap manusia menginginkan apa yang ingin dicapai dan dilalui berjalan dengan lancar, aman dan nyaman. Mulai dari pendidikan, pekerjaan, maupun kesehatan. Akan tetapi tidak semua yang direncanakan dapat berjalan dengan lancar. Seringkali manusia menjumpai berbagai bencana dan musibah kehidupan yang tidak diperkirakan sebelumnya yang menimbulkan kerugian. Resiko mengalami bencana dan musibah dapat terjadi kepada manusia kapanpun dan dimanapun tanpa terencana seperti sakit, bencana alam, kerugian dalam usaha hingga kematian (Siswanto dkk, 2014). Sebagai mana yang dijelaskan dalam QS Al-Baqarah: 155

وَلَنَبْلُوَنَّكُمْ بِشَيْءٍ مِّنَ الْخَوْفِ وَالْجُوعِ وَنَقْصٍ مِّنَ الْأَمْوَالِ وَالْأَنْفُسِ وَالثَّمَرَاتِ ۗ وَبَشِّرِ
الصَّابِرِينَ

“Dan sungguh akan Kami berikan cobaan kepadamu, dengan sedikit ketakutan, kekurangan makan, kekurangan harta, jiwa (kematian) dan buah-buahan. Dan berikanlah berita gembira kepada orang-orang yang sabar,”

[\(https://quran.kemenag.go.id/\)](https://quran.kemenag.go.id/)

Manusia perlu mempersiapkan perlindungan untuk menghadapi resiko yang mungkin terjadi pada dirinya nanti. Perlindungan tersebut dapat berupa fisik maupun finansial. Perlindungan finansial adalah perlindungan yang dapat menanggung kerugian ganti rugi keuangan, jiwa maupun properti dari dampak bencana yang dialami. Salah satu solusi mendapatkan perlindungan yaitu dengan menjadi peserta asuransi (Siswanto dkk, 2014). Menurut Futami (1993), asuransi memiliki banyak jenis tergantung pada apa yang menjadi sebab menerima santunan. Asuransi jiwa merupakan asuransi yang menjamin perlindungan resiko finansial akibat kematian seseorang yang telah terdaftar menjadi peserta asuransi. Salah satu jenis asuransi jiwa adalah asuransi jiwa dwiguna (*endowment*). Asuransi *endowment* adalah asuransi yang memberikan memberikan nilai manfaat sekaligus investasi kepada tertanggung, karena uang santunan sejumlah sesuai polis akan diberikan jika peserta asuransi meninggal dunia dalam masa asuransi atau tetap hidup sampai akhir asuransi. Dengan demikian tertanggung akan berusaha tetap sehat sampai akhir dan tetap mendapatkan uang santunan yang didapat disebut dengan investasi.

Asuransi jiwa dikelompokkan menjadi dua berdasarkan banyaknya peserta dalam satu polis yaitu asuransi jiwa gabungan (*insurance joint life*) dan asuransi individu

(*insurance single life*). Asuransi *joint life* adalah polis yang dapat menanggung asuransi yang dua jiwa atau lebih. Dalam polis asuransi *joint life*, perusahaan asuransi akan memberikan santunan yaitu uang bentuk pertanggungan kepada tertanggung ketika terjadi kematian pertama pada anggota polis asuransi *joint life* (Futami, 1993). Menurut Zakaria dkk (2016) asuransi jiwa merupakan salah satu hal penting yang harus diperhatikan dalam merancang keuangan keluarga, karena dengan bergabung dengan asuransi jiwa dapat membantu memastikan keamanan finansial serta meringankan beban keluarga yang terkena dampak finansial sebab kematian anggota keluarga lain. Perpaduan jenis asuransi *endowment* dengan status *joint life* ini sangat efektif untuk menangani masalah tersebut karena disamping kelebihan asuransi *endowment* dapat dijadikan investasi dan asuransi ini dapat menanggung dua orang atau lebih dengan pemberian santunan dapat dilakukan pada kematian pertama anggota keluarga yang terdaftar pada polis. Hal ini berarti kerugian keluarga akibat kematian tersebut dapat ditanggung dengan uang santunan.

Premi yang dikumpulkan perusahaan akan digunakan untuk cadangan uang pertanggungan dan biaya administrasi. Selisih antara pendapatan dengan pengeluaran perusahaan di sebut dengan cadangan premi (Futami, 1992). Menurut

Destriani dkk (2014), seringkali perusahaan mengalami kerugian karena tidak mempersiapkan cadangan premi dengan baik. Akibatnya, perusahaan tidak bisa membayar uang santunan. Keadaan ini dapat dihindari apabila perusahaan telah memperhitungkan cadangan premi secara tepat.

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menghitung cadangan premi adalah metode *New Jersey*. Metode *New Jersey* memberikan nilai akhir cadangan tahun pertama nol. Sehingga penerapan metode *New Jersey* dalam perhitungan cadangan manfaat asuransi, dapat menutupi kerugian perusahaan pada tahun awal polis akibat biaya pengurusan administrasi, kemudian akan dibayarkan pada tahun-tahun selanjutnya.

Nilai premi bersih dipengaruhi oleh tingkat mortalitas dan tingkat suku bunga. Suku bunga dibedakan menjadi dua yaitu, suku bunga berubah stokastik dan suku bunga tetap. Anriani, dkk (2019) telah meneliti tentang pengaplikasian suku bunga stokastik mode *CIR (Cox Ingersoll Ross)* untuk menghitung premi dan cadangan premi asuransi *endowment* status *joint life*. Kemudian Winda (2020) juga membandingkan pengaplikasian suku bunga stokastik dan suku bunga konstan untuk menghitung nilai aktuarial asuransi jiwa dwiguna. Hasilnya premi dan cadangan manfaat dengan menerapkan suku bunga konstan selalu lebih besar dari premi dan

cadangan manfaat suku bunga stokastik. Model *CIR* mempunyai kelebihan yaitu kecenderungan kembali menuju rata-rata dan menjamin tingkat suku bunga selalu bernilai positif.

Penelitian yang membahas mengenai asuransi gabungan juga sudah banyak dilakukan. Penelitian sebelumnya oleh Nindita (2019) meneliti tentang perhitungan tagihan tahunan tetap dan cadangan manfaat asuransi gabungan untuk 4 orang tertanggung. Hasilnya besaran premi akan menurun seiring dengan memanjangnya masa kontrak asuransi, sedangkan untuk cadangan manfaatnya akan terus meningkat selama masa kontrak dan menurun setelahnya. Penelitian yang membahas aplikasi metode *New Jersey* pada asuransi gabungan telah dilakukan oleh Jenne Lali Tewo, dkk (2018) yang meneliti tentang penerapan metode *New Jersey* dalam menghitung cadangan premi pada asuransi gabungan status *joint life*. Hasil penelitian mendapatkan nilai cadangan premi metode *New Jersey* selalu lebih kecil pada sebelum tahun ke-19 dan bernilai sama pada tahun selanjutnya dengan cadangan premi metode prospektif

Berdasarkan penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Gusti Agung Gede Dwipayana, dkk (2019) yaitu menghitung cadangan premi *last survivor* dengan metode *New Jersey* dengan peserta asuransi sebanyak dua orang. Dalam penelitian

tersebut penulis menyarankan untuk penelitian selanjutnya untuk peserta asuransi lebih dari dua orang atau menggunakan metode lainnya dengan menggunakan suku bunga tidak konstan agar memberikan hasil yang lebih baik. Maka dari itu untuk mengembangkan penelitian tersebut, penulis melanjutkan penelitian dengan judul “Perhitungan Premi Tahunan dan Cadangan Premi dengan Metode *New Jersey* Asuransi *Endowment* Status *Joint Life* Menggunakan Suku Bunga Stokastik”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan yang sudah dijelaskan dalam latar belakang, maka rumusan masalah pada penelitian ini sebagai berikut;

1. Berapa besar premi tahunan pada asuransi *endowment* status *joint life* menggunakan suku bunga stokastik?
2. Berapa besar cadangan premi dengan metode *New Jersey* pada asuransi *endowment* status *joint life* menggunakan suku bunga stokastik?

1.3 Batasan Masalah

1. Menggunakan data tingkat suku bunga Bank Indonesia pada tahun 2018 sampai 2022.
2. Menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia (TMII) tahun 2019.

3. Menggunakan Tabel Komutasi.
4. Perhitungan yang digunakan adalah perhitungan premi bersih (tanpa perhitungan biaya operasional).
5. Suku bunga yang digunakan adalah suku bunga stokastik model *CIR*.
6. Masa asuransi minimal 20 tahun.
7. Perhitungan besaran premi dibatasi untuk 3 orang tertanggung yaitu 1 keluarga pasangan suami istri dan 1 anak.
8. Probabilitas peluang meninggal diasumsikan saling bebas.
9. Jenis asuransi yang digunakan adalah asuransi *endowment* yaitu gabungan antara asuransi berjangka dengan asuransi *endowment* murni.
10. Jenis anuitas yang digunakan adalah anuitas awal diskrit.

1.4 Tujuan Penelitian

1. Mengetahui besaran premi tahunan asuransi *endowment* status *joint life* menggunakan suku bunga stokastik.
2. Mengetahui besaran cadangan premi dengan metode *New Jersey* pada asuransi *endowment* status *joint life* menggunakan suku bunga stokastik.

1.5 Manfaat Penelitian

1. Mendapatkan formula perhitungan premi tahunan pada asuransi jiwa *endowment* status *joint life* dengan menggunakan suku bunga stokastik.
2. Mendapatkan formula pengaplikasian metode *New Jersey* dalam perhitungan cadangan premi asuransi *endowment* status *joint life* menggunakan suku bunga stokastik.
3. Penelitian berguna untuk referensi pada penelitian selanjutnya.

BAB II

LANDASAN PUSTAKA

2.1 Kajian Teori

2.1.1 Definisi Asuransi Jiwa

Menurut Djojodoeardso (1999) asuransi adalah suatu perlindungan yang dilakukan oleh penanggung jika kerugian finansial terjadi pada tertanggung dengan cara membuat kesepakatan antara tertanggung dan penanggung. Sebagai gantinya tertanggung akan memberikan sejumlah uang untuk jasa penanggungan resiko yang diberikan. Dalam hal ini tertanggung adalah peserta dan penanggung adalah perusahaan asuransi.

Asuransi jiwa adalah pertanggung jawaban finansial atas meninggalnya peserta asuransi. Wali peserta asuransi akan mendapatkan uang santunan sejumlah yang sudah disepakati ketika peserta meninggal (Siswanto dkk, 2014).

2.1.2 Jenis Asuransi Jiwa

Asuransi jiwa berdasarkan pembayaran manfaatnya dibedakan menjadi empat (Futami, 1993), diantaranya:

1. Asuransi seumur hidup

Asuransi jiwa seumur hidup adalah asuransi yang memiliki masa penanggungan seumur hidup. Pembayaran premi

dilakukan seumur hidup tertanggung. Pemberian santunan akan dilakukan ketika tertanggung meninggal saat menjadi peserta asuransi. Asuransi seumur hidup dirumuskan sebagai berikut:

$$A_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1} {}_k p_x \cdot q_{x+k}$$

2. Asuransi berjangka

Asuransi berjangka adalah asuransi yang masa penanggungannya ditentukan pada awal perjanjian. Pembayaran premi dilakukan sampai jangka waktu yang telah disepakati. Dana santunan atau uang pertanggungan akan diberikan kepada tertanggung apabila tertanggung meninggal dalam masa asuransi. Asuransi berjangka dirumuskan sebagai berikut:

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \cdot {}_k | q_x$$

3. Asuransi *endowment* murni

Asuransi *endowment* murni adalah asuransi berjangka dengan waktu pertanggungan yang telah disepakati. Pembayaran premi dilakukan selama waktu pertanggungan. Santunan akan diberikan apabila tertanggung akan bertahan hidup sampai akhir masa asuransi. Asuransi *endowment* murni dirumuskan sebagai berikut:

$$A_{x:\frac{1}{n}|} = v^n {}_n p_x$$

4. Asuransi *endowment*

Asuransi *endowment* adalah asuransi gabungan asuransi berjangka dan asuransi *endowment* murni, pada asuransi ini pertanggungan dan pembayaran premi dilakukan mulai tahun pertama polis sampai waktu yang telah disepakati. Santunan akan diberikan apabila tertanggung meninggal dalam masa polis atau tertanggung bertahan hidup sampai akhir masa polis. Asuransi *endowment* dirumuskan sebagai berikut:

$$A_{\overline{xy:n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k q_{xy} + v^n {}_n p_{xy}$$

Asuransi jiwa berdasarkan jumlah tertanggungnya:

1. Asuransi jiwa perorangan

Asuransi perorangan adalah asuransi yang menanggung maksimal 1 orang dalam satu polis.

2. Asuransi jiwa bersama (gabungan)

Asuransi jiwa gabungan adalah asuransi yang menanggung peserta asuransi 2 atau lebih dari dua dalam satu polis.

2.1.3 Teori *Multiple Life*

Teori *multiple life* adalah teori aktuaria yang melibatkan 2 orang atau lebih dalam 1 polis asuransi. Misalkan x menyatakan usia peserta pertama y menyatakan usia peserta

kedua dan z menyatakan usia peserta ketiga, maka peluang sisa usia dari x , y dan z yaitu $T(x)$, $T(y)$, $T(z)$ dibagi menjadi dua (Futami 1992):

1. Status *Joint Life*

Masa asuransi status *joint life* akan diberhentikan jika seorang pertama anggota polis meninggal. Sehingga sisa umur $T(x, y, z)$ sampai status terjadi diberikan oleh:

$$T(x, y, z) = \min[T(x), T(y), T(z)]$$

Dengan $T(x)$ adalah peluang sisa usia dari x , $T(y)$ adalah peluang sisa usia dari y dan $T(z)$ adalah peluang sisa usia dari z . Statusnya bertahan t -tahun dari sekarang jika $T(x, y, z) > t$ (semua peserta meninggal setelah n tahun).

2. Status *Last Survivor*

Masa asuransi status *last survivor* akan diberhentikan sampai terjadi kematian pada peserta terakhir yang hidup paling lama pada asuransi. Sehingga sisa waktu $T(x, y, z)$ sampai status terjadi dirumuskan menjadi:

$$T(x, y, z) = \max[T(x), T(y), T(z)]$$

Status ini berhenti pada n tahun jika $T(x, y, z) \leq t$ (semua peserta telah meninggal pada t tahun). Statusnya akan lanjut atau bertahan jika $T(x, y, z) > t$ (semua peserta meninggal setelah n tahun).

2.1.4 Peluang Hidup dan Peluang Meninggal Status *Joint Life*

Peluang hidup dua peserta dengan usia x tahun dan y tahun mencapai usia $(x + n)$ tahun dan $(y + n)$ tahun jika di asumsikan saling bebas dinotasikan dengan (Futami 1992):

$$\begin{aligned} {}_n p_{xy} &= \Pr[\min\{T(x), T(y)\}] \\ &= \Pr[T(x) > n, T(y) > n] \\ &= \Pr[T(x) > n], \Pr[T(y) > n] \\ &= {}_n p_x \cdot {}_n p_y \end{aligned} \tag{2.1.3}$$

Dengan:

${}_n p_{xy}$: Peluang hidup gabungan peserta berusia x tahun dan y tahun sampai waktu n tahun.

${}_n p_x$: Peluang hidup peserta berusia x tahun sampai waktu n tahun.

${}_n p_y$: Peluang hidup peserta berusia y tahun sampai waktu n tahun.

Sedangkan rumus untuk lebih dari tiga peserta sampai dengan m dengan m menunjukkan peserta paling akhir, dinotasikan sebagai:

$${}_n p_{xyz\dots(m)} = {}_n p_x \cdot {}_n p_y \cdot {}_n p_z \cdots {}_n p_m \quad (2.1.4)$$

Dengan ${}_n p_{xyz\dots(m)}$ adalah peluang meninggal gabungan anggota berusia x tahun, y tahun, z tahun sampai dengan m tahun yaitu peserta terakhir polis.

Peluang meninggal peserta dengan usia x dan y diasumsikan saling bebas dinotasikan sebagai:

$$\begin{aligned} {}_n q_{xy} &= \Pr[\max[T(x), T(y)]] \\ &= \Pr[T(x) \leq n, T(y) \leq n,] \\ &= {}_n q_x \cdot {}_n q_y \\ &= (1 - {}_n p_x) \cdot (1 - {}_n p_y) \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

Dengan:

${}_n q_{xy}$: Peluang meninggal gabungan peserta berusia x tahun dan y tahun sampai n tahun.

${}_n q_x$: Peluang meninggal peserta berusia x tahun sampai n tahun.

${}_n q_y$: Peluang meninggal peserta berusia y tahun sampai n tahun.

Sehingga untuk peserta lebih dari tiga dinotasikan sebagai:

$${}_n q_{xyz\dots(m)} = {}_n q_x \cdot {}_n q_y \cdot {}_n q_z \cdots {}_n q_m$$

$$= (1 - {}_n p_x) \cdot (1 - {}_n p_y) \cdot (1 - {}_n p_z) \dots (1 - {}_n p_m) \quad (2.1.6)$$

Dengan ${}_n q_{xyz\dots(m)}$ adalah peluang meninggal gabungan anggota berusia x tahun, y tahun, z tahun sampai dengan m tahun yaitu peserta terakhir polis.

2.1.5 Tabel Mortalitas

Menurut Futami (1993), Tabel Mortalitas adalah tabel yang digunakan perusahaan asuransi sebagai dasar perhitungan. Tabel mortalitas berisi tentang peluang meninggal dan peluang bertahan hidup orang berdasarkan usianya. Usia tersebut mulai dari usia 0 tahun sampai usia teratas, yaitu dimana banyak orang dalam usia tersebut adalah 0.

Menurut Nova (2012) notasi l_0 menyatakan banyaknya orang yang lahir pada tahun tertentu. l_1 menyatakan mereka yang dari l_0 mencapai umur satu tahun. l_2 adalah mereka yang dari l_1 mencapai usia 2 tahun. Sehingga dapat dinotasikan sebagai l_x yaitu orang yang hidup sampai usia x tahun. Sedangkan jumlah orang yang meninggal dari l_x orang sebelum mencapai usia $(x + 1)$ tahun dinyatakan sebagai d_x , yaitu:

$$d_x = l_x - l_{x+1} \quad (2.1.7)$$

Peluang orang yang berusia x tahun mencapai usia 1 tahun selanjutnya, yaitu $(x + 1)$ tahun dinotasikan sebagai:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \quad (2.1.8)$$

Dan peluang bertahan hidup orang berusia x tahun mencapai $(x + n)$ tahun sinotasikan sebagai:

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad (2.1.9)$$

2.1.6 Simbol Komutasi

Menurut Nova (2012) simbol komutasi digunakan untuk menyederhanakan persamaan matematika aktuaria agar mempermudah dalam menggunakan tabel mortalitas. Simbol komutasi yang digunakan antara lain:

$$D_x = v^x \cdot l_x$$

$$C_x = v^{x+1} \cdot d_x$$

$$N_x = \sum_{k=0} D_{x+k} = D_x + D_{x+1} + \dots + D_w$$

$$M_x = \sum_{k=0} C_{x+k} = C_x + C_{x+1} + \dots + C_w$$

$$M_{x+n} = \sum_{k=0} C_{x+n+k} = C_{x+n} + C_{x+n+1} + \dots + C_w$$

Dengan,

d_x : Banyak orang berusia x tahun yang meninggal dalam satu tahun.

D_x : Simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon v pangkat usia $x + 1$ tahun dengan jumlah orang yang hidup pada usia x tahun.

N_x : Simbol komutasi yang menyatakan akumulasi nilai sekarang semua pembayaran sebesar Rp 1 yang dilakukan oleh orang berusia x tahun sampai usia maksimum.

C_x : Simbol komutasi yang menyatakan nilai sekarang dari semua pembayaran sebesar Rp 1 yang dilakukan orang yang meninggal diusia $x + 1$ tahun.

M_x : Simbol komutasi yang menyatakan akumulasi nilai sekarang dari semua pembayaran sebesar Rp 1 yang dilakukan oleh orang yang meninggal dari usia $x + 1$ tahun sampai usia maksimum.

dimana v adalah faktor diskon, $v = \frac{1}{1+i} = (1 + i)^{-1}$ dengan i merupakan tingkat bunga dalam setahun dan w merupakan usia tertinggi yang dicapai.

2.1.7 Suku Bunga

Suku bunga adalah bentuk penghasilan perusahaan terhadap jasa yang telah diberikan kepada pengguna jasa berdasarkan kontrak yang telah disepakati. Suku bunga umumnya dinyatakan sebagai persentase dari modal pokok.

Salah satu keuntungan dari perusahaan berasal dari bunga yang dibayarkan (Sukirno, 1994). Menurut Ni Komang (2018), sejumlah perusahaan menetapkan menggunakan suku bunga tetap untuk perhitungan premi asuransinya. Padahal yang terjadi suku bunga akan bergerak secara fluktuatif. Namun ada juga perusahaan menggunakan suku bunga stokastik untuk perhitungan premi. Tingkat suku bunga stokastik adalah bunga yang berjalan secara fluktuatif sehingga memiliki besaran yang tidak konstan.

2.1.8 Model Suku Bunga Stokastik *Cox-Ingersoll-Ross (CIR)*

Model suku bunga stokastik *Cox-Ingersoll-Ross* adalah model equilibrium yang pertama kali dikenalkan sekitar tahun 1985. Model suku bunga ini memiliki kelebihan yaitu memiliki sifat *mean reversion*. Sifat *mean reversion* adalah sifat kecondongan mendekati rata-rata. Keunggulan lainnya adalah sifat suku bunga yang akan bernilai positif (Darma dkk, 2021).

Persamaan *Cox-Ingersoll-Ross* dinotasikan dengan:

$$dr(t) = c(\theta - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW(t) \quad (2.1.10)$$

Keterangan;

r_t : Besar bunga pada t tahun

c : Kecepatan $r(t)$ mendekati θ

θ : Panjang jangka rata-rata suku bunga

σ : Volatilitas tingkat suku bunga

$W(t)$: Proses Wiener dengan rata-rata 0 dan ragam 1

Proses Wiener adalah proses stokastik secara kontinu yang bernilai nyata. Proses Wiener memiliki rata-rata nol yang berarti nilai yang diharapkan pada waktu mendatang sama dengan nilai saat ini, sedangkan ragam 1 berarti bahwa perubahan ragam dalam interval t bernilai t yaitu 1.

Pada penelitian Mariana (2015) solusi persamaan diferensial stokastik (2.1.14) dapat diturunkan sebagai berikut:

$$r_{t+1} = e^{-c\Delta t} r_t + \theta(1 - e^{-c\Delta t}) + \int_t^{t+1} \sigma e^{-c((t+1)-u)} \sqrt{r_u} dW_u$$

(2.1.11)

Keterangan:

c : Kecepatan r_t kembali menuju θ

Δt : $(t + 1) - t$

θ : Rata-rata jangka panjang tingkat suku bunga

t : Waktu atau usia

σ : Volatilitas dari tingkat suku bunga

r_t : Tingkat suku bunga pada waktu t

u : Usia seseorang setelah bertahan hidup hingga usia t

r_u : Tingkat suku bunga pada waktu u

2.1.9 Estimasi Parameter

Estimasi parameter dari suku bunga model *CIR* dilakukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Metode kuadrat terkecil adalah salah satu metode peramalan data dengan hasil paling mendekati titik data. Parameter yang akan dicari adalah c , θ , dan σ (Sypkens, 2010).

1. Estimasi parameter c

$$c = \frac{n^2 - 2n + 1 + \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}}{\left(n^2 - 2n + 1 - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t}\right) \Delta t} \quad (2.1.12)$$

2. Estimasi parameter θ

$$\theta = \frac{(n-1) \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} - \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t} \sum_{t=1}^{n-1} r_t}{n^2 - 2n + 1 + \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}} \quad (2.1.13)$$

3. Estimasi parameter σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{r_{t+1} - r_t}{\Delta t \sqrt{r_t}} - \frac{\sigma}{\sqrt{r_t}} + c \sqrt{r_t} \right)^2} \quad (2.1.14)$$

Keterangan:

c : Kecepatan r_t kembali menuju θ

θ : Rata-rata jangka panjang tingkat suku bunga
 σ : Volatilitas dari tingkat suku bunga

2.1.10 Anuitas Asuransi Jiwa Berjangka n -Tahun Status *Joint Life*

Anuitas berjangka adalah suatu pembayaran dalam jumlah tertentu, yang dilakukan setiap periode tertentu sampai jangka waktu yang telah ditentukan. Anuitas berjangka bagi peserta yang berusia x tahun dan y tahun dengan jangka waktu n tahun dinotasikan dengan $a_{\overline{xy:n}|}$, sedangkan anuitas awal berjangka bagi seorang berusia x tahun dengan jangka waktu n tahun dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{xy:n}|}$. Sehingga berdasarkan definisi anuitas pada buku Futami (1983), total anuitas awal berjangka n tahun pada waktu ke k tahun dirumuskan:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{\overline{xy:n}|} &= 1 + v \cdot p_{xy} + \dots + v^{n-1} \cdot {}_{n-1}p_{xy} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot {}_k p_{xy} \end{aligned} \tag{2.1.15}$$

Dengan:

$\ddot{a}_{\overline{xy:n}|}$: Anuitas gabungan awal diskrit berjangka n tahun untuk peserta berusia x tahun dan y tahun.

${}_k p_{xy}$: Peluang hidup gabungan peserta berusia x tahun dan y tahun sampai tahun ke- k .

v^k : Faktor diskon pada waktu k tahun.

Selanjutnya untuk 3 orang atau lebih berusia $x, y, z \dots (m)$ selama n -tahun di notasikan sebagai:

$$\ddot{a}_{\overline{xyz\dots(m):n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_{xyz\dots(m)} \quad (2.1.16)$$

Dengan:

$\ddot{a}_{\overline{xyz\dots(m):n}|}$: Anuitas gabungan awal diskrit berjangka n tahun untuk peserta berusia x tahun dan y tahun sampai peserta berusia m tahun yaitu peserta terakhir.

${}_k p_{xyz\dots(m)}$: Peluang hidup gabungan peserta berusia x tahun dan y tahun sampai peserta berusia m tahun yaitu peserta terakhir sampai tahun ke- k .

v^k : Faktor diskon pada waktu k tahun.

2.1.11 Nilai Sekarang Asuransi Jiwa *Endowment Status Joint Life*

Nilai sekarang akturia dari asuransi *endowment* dengan status *joint life* untuk 2 orang peserta berusia x dan y tahun selama waktu n tahun dapat dirumuskan dengan (Futami 1993):

$$A_{\overline{xy:n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k|q_{xy} + v^n {}_n p_{xy} \quad (2.1.17)$$

Selanjutnya, nilai sekarang aktuarial asuransi *endowment joint life* untuk tiga peserta atau lebih dengan usia $x, y, z, \dots (m)$ tahun. Dinotasikan sebagai:

$$A_{\overline{xyz\dots(m):n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k|q_{xyz\dots(m)} + v^n {}_n p_{xyz\dots(m)} \quad (2.1.18)$$

Dimana:

v^{k+1} : Faktor diskon pada tahun ke- $k + 1$.

${}_k|q_{xyz\dots(m)}$: Peluang meninggal gabungan peserta berusia x tahun dan y tahun sampai peserta berusia m tahun yaitu peserta terakhir sampai tahun ke- k .

2.1.12 Premi Tahunan Asuransi Jiwa *Endowment Status Joint Life*

Premi asuransi adalah sejumlah dana atau uang yang wajib dibayarkan oleh tertanggung terhadap penanggung atas keikutsertaannya dalam asuransi. Jumlah premi yang akan dibayarkan nasabah harus di perhitungkan terlebih dahulu oleh pihak asuransi dengan mempertimbangkan kondisi keadaan calon tertanggung (Putra, 2014).

Menurut Futami (1993), premi tahunan merupakan premi yang pembayarannya dilakukan setiap 1 tahun. Misalkan P merupakan nilai sekarang dari pendapatan premi dinotasikan $P_{\overline{xy:n}|}$. Dengan menggunakan tabel mortalita, besaran premi dapat dihitung dengan besaran nilai asuransi dibagi dengan besaran anuitasnya. Nilai premi tunggal pada asuransi jiwa *Endowment* dirumuskan dengan (Bowers 1997):

$$P_{\overline{xy:n}|} = \frac{A_{\overline{xy:n}|}}{\ddot{a}_{\overline{xy:n}|}} \quad (2.1.19)$$

Dengan:

$P_{\overline{xy:n}|}$: Premi tahunan asuransi *endowment joint life* untuk peserta berusia x tahun dan y tahun sampai jangka waktu n tahun.

$A_{\overline{xy:n}}$: Nilai sekarang aktuarial asuransi *endowment joint life* untuk peserta berusia x tahun dan y tahun sampai jangka waktu n tahun.

$\ddot{a}_{\overline{xy:n}}$: Nilai anuitas asuransi *endowment joint life* untuk peserta berusia x tahun dan y tahun sampai jangka waktu n tahun.

Sedangkan premi untuk tiga orang atau lebih dirumuskan dengan:

$$P_{\overline{xyz...(m):n}} = \frac{A_{\overline{xyz...(m):n}}}{\ddot{a}_{\overline{xyz...(m):n}}} \quad (2.1.20)$$

Dengan:

$P_{\overline{xyz...(m):n}}$: Premi tahunan asuransi *endowment joint life* untuk peserta berusia x , y dan z tahun sampai peserta berusia m tahun yaitu peserta terakhir dengan jangka waktu n tahun.

$A_{\overline{xyz...(m):n}}$: Nilai sekarang aktuarial asuransi *endowment joint life* untuk peserta berusia x , y dan z tahun sampai peserta berusia m tahun yaitu peserta terakhir dengan jangka waktu n tahun.

$\ddot{a}_{\overline{xyz...(m):n}}$: Nilai anuitas awal diskrit asuransi *endowment joint life* untuk peserta berusia x , y dan z tahun sampai peserta berusia m tahun yaitu peserta terakhir dengan jangka waktu n tahun.

2.1.13 Cadangan Premi Metode *New Jersey*

Perhitungan cadangan premi dengan metode *New Jersey* adalah salah satu cara perhitungan secara prospektif. Perhitungan cadangan prospektif didapatkan dari pengurangan besar nilai santunan mendatang dikurangi nilai premi mendatang (Larson dan Gaumnitz, 1951). Berikut adalah rumus cadangan premi prospektif jenis *endowment*:

$${}_tV_{x:n|} = RA_{x+t:n-t|} - P_{x:n|}\ddot{a}_{x+t:n-t|} \quad (2.1.21)$$

Dimana:

${}_tV_{x:n|}$: Cadangan premi prospektif akhir tahun ke t untuk asuransi *endowment*.

R : Besar santunan.

$A_{x+t:n-t|}$: Nilai sekarang asuransi jiwa *endowment* untuk peserta usia x tahun dengan jangka waktu $n - t$ tahun.

$P_{x:n|}$: Premi asuransi jiwa *endowment* untuk peserta usia x tahun berjangka n tahun.

$\ddot{a}_{x+t:n-t|}$: Nilai anuitas asuransi jiwa *endowment* untuk peserta usia x tahun dengan jangka waktu $n - t$ tahun.

Perhitungan cadangan premi dengan metode *New Jersey* maka akan dimisalkan bahwa premi bersih pada tahun pertama dengan α dan β premi pada tahun kedua dan tahun selanjutnya. Metode *New Jersey* mengasumsikan nilai 0 pada cadangan premi tahun pertama, sehingga dapat dinotasikan sebagai:

$$\alpha^J = \frac{C_x}{D_x} \quad (2.1.22)$$

Dengan:

α^J : Premi tahun pertama metode *New Jersey*

C_x : Simbol komutasi yang menyatakan nilai sekarang dari peserta x tahun yang mungkin meninggal pada usia $x + 1$ tahun.

D_x : Simbol komutasi yang menyatakan hasil perkalian dari faktor diskon v pangkat usia x dengan banyaknya orang yang hidup pada usia x tahun.

Dan untuk cadangan tahun kedua dan tahun-tahun berikutnya dinotasikan sebagai:

$$\beta^J = P_{x:n|} + \frac{P_{x:n|} - \frac{C_x}{D_x}}{\ddot{a}_{x:19|}} \quad (2.1.23)$$

Dengan:

β^J : Premi tahun-tahun selanjutnya.

$P_{x:n|}$: Premi asuransi *endowment* untuk peserta usia x tahun berjangka n tahun.

$\ddot{a}_{x:19|}$: Anuitas jiwa *endowment* untuk peserta usia x tahun dengan jangka 19 tahun.

Berdasarkan persamaan cadangan premi *endowment* sebelumnya kemudian disesuaikan dengan metode *New Jersey*, misalkan R adalah besar santunan maka cadangan premi untuk tahun kedua dan seterusnya dinotasikan sebagai:

$$\begin{aligned} {}_tV_{x:n|}^J &= RA_{x+t:n-t|} - \beta^J \ddot{a}_{x+t:20-t|} - P_{x:n|} (\ddot{a}_{x+t:n-t|} - \ddot{a}_{x+t:20-t|}) \\ &= RA_{x+t:n-t|} - (\beta^J - P_{x:n|}) \ddot{a}_{x+t:20-t|} - P_{x:n|} \ddot{a}_{x+t:n-t|} \quad (2.1.24) \end{aligned}$$

Dengan ${}_tV_{x:n|}^J$ adalah cadangan premi prospektif yang disesuaikan dengan metode *New Jersey*.

2.2 Kajian Pustaka

Dalam penelitian ini, penulis telah mengkaji jurnal terdahulu sebagai pendukung penelitian ini. Pada karya ilmiah sebelumnya, telah memberikan gambaran umum teori yang akan diterapkan dalam penelitian ini. Tujuan dari pengkajian

ini agar tidak terjadi kesamaan dengan penelitian sebelumnya. Penelitian yang dikaji diantaranya adalah:

1. Artikel yang ditulis oleh Anriani, Wahidah Alwi, dan Ainun Mawaddah Abdal pada tahun 2019 dengan judul "*Perhitungan Premi Tahunan untuk Asuransi Jiwa Endowment Joint Life dengan Suku Bunga Stokastik*". Tujuan dari penelitian ini adalah memperhitungkan premi tahunan untuk dua orang peserta pasangan suami istri pada asuransi jiwa *endowment joint life* dengan suku bunga stokastik mengikuti model *cox ingersoll ross*. Hasil penelitian ini adalah besarnya premi tahunan pada usia 27 dan 25 tahun, dan usia 38 dan 36 tahun lebih mahal dari premi tahunan usia 42 untuk laki-laki dan 40 tahun untuk usia perempuan.
2. Artikel yang ditulis oleh Darma Ekawati, Ahmad Ansar, dan Hikmah pada tahun 2021 yang berjudul "*Penentuan Premi Tahunan Asuransi Jiwa Dwiguna dengan Polis Partisipasi Menggunakan Suku Bunga Model CIR*". Hasil Penelitian menunjukkan bahwa besar premi asuransi dengan polis partisipasi dipengaruhi oleh tingkat suku bunga garansi minimum, koefisien partisi, volatilitas aset dan suku bunga stokastik.
3. Jurnal yang ditulis I Gusti Agung Gede Dwipayaana, I Nyoman Widana, dan Kartika Sari pada tahun 2019 yang berjudul "*Menentukan Formula Cadangan Premi Asuransi*

Jiwa Last Survivor Menggunakan Metode New Jersey". Hasil penelitian ini adalah cadangan premi menggunakan metode *New Jersey* untuk asuransi jiwa *las survivor* pemegang polis 1 laki-laki dan perempuan dengan pembayaran premi tahunan, semua peserta diasumsikan masih hidup sampai akhir, nilai cadangan dihitung berdasarkan nilai tunai santunan yang akan datang dikurangi dengan nilai tunai premi yang akan datang. Nilai cadangan premi tahun pertama pada metode *New Jersey* adalah nol, jadi cadangan pada metode *New Jersey* dimulai pada tahun ke-2, untuk tahun selanjutnya sampai jangka waktu kontrak asuransi.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian kuantitatif yaitu memodelkan fakta yang terjadi secara sistematis dengan data yang berupa angka-angka. Pengertian penelitian kuantitatif menurut Wiratna (2014) adalah jenis penelitian yang menghasilkan penemuan-penemuan yang dapat diperoleh dengan menggunakan prosedur statistic, matematika, atau komputasi. Sumber data yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah sumber data sekunder yaitu dokumen-dokumen resmi, buku, jurnal, skripsi serta penelitian-penelitian terdahulu. (Suwarsih, 2007)

3.2 Data Penelitian

Data yang akan diterapkan berupa data primer dan data sekunder. Sumber data primer yang digunakan dalam penelitian ini adalah data suku bunga Indonesia yang diambil langsung dari website resmi Bank Indonesia (Paramitha, 2021). Sumber data sekunder adalah buku, dokumen, dan jurnal-jurnal ilmiah (Suwarsih, 2007). Data bantu yang dimanfaatkan adalah data Tabel Mortalitas Indonesia IV (TMI) tahun 2019 dan data BI-7 Day Reverse Repo Rate (BI7DRR) dalam periode

2018-2022. Data tersebut bersumber dari website resmi Bank Indonesia

(<https://www.bi.go.id/id/statistik/informasikurs/transaksibi/default.aspx>).

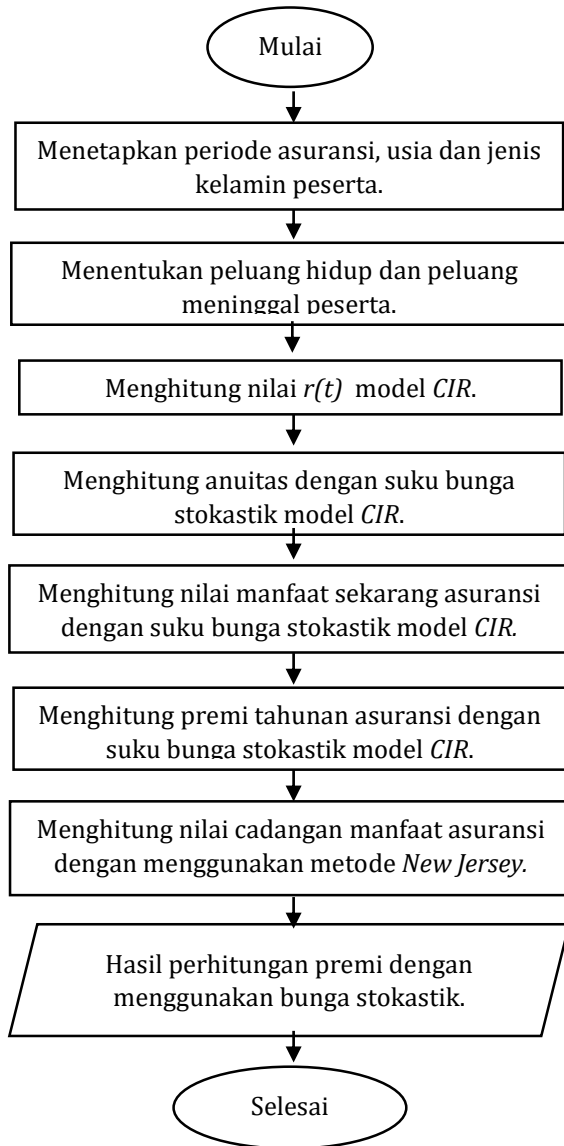
3.3 Pengolahan Data

Berikut adalah langkah-langkah menentukan perhitungan premi dan pengaplikasian metode *New Jersey* dalam menghitung cadangan premi pada asuransi *endowment* status *joint life*:

1. Menentukan usia peserta, lama masa kontrak dan besar santunan.
2. Menentukan peluang hidup dan peluang meninggal peserta asuransi *joint life* menggunakan persamaan (2.1.4) dan (2.1.6) berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia 2019.
3. Mengestimasi nilai parameter c , θ , dan σ menggunakan persamaan (2.1.12), (2.1.13), dan (2.1.14) untuk menghitung nilai $r(t)$ dengan persamaan (2.1.11) suku bunga stokastik model *CIR*.
4. Menghitung anuitas asuransi jiwa *endowment* dengan persamaan (2.1.16) menggunakan suku bunga stokastik model *CIR*.

5. Menghitung nilai manfaat sekarang asuransi jiwa *endowment joint life* dengan persamaan (2.1.18) suku bunga stokastik model *CIR*.
6. Menghitung besaran premi tahunan asuransi jiwa *endowment joint life* menggunakan persamaan (2.1.20) suku bunga stokastik model *CIR*.
7. Menghitung besaran cadangan premi asuransi *endowment joint life* metode *New Jersey* menggunakan persamaan (2.1.24) suku bunga stokastik model *CIR*.
8. Melakukan simulasi perhitungan dengan formula yang telah diperoleh.

3.4 Alur Penelitian



Gambar 3.1 Bagan Alur Penelitian

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Asuransi *joint life* adalah jenis asuransi jiwa gabungan yang manfaatnya (santunan) akan diberikan jika terjadi kematian pertama pada salah satu tertanggung. Hal ini menyebabkan pembayaran premi akan terus berlangsung selama semua tertanggung masih hidup dan berhenti apabila salah seorang diantara mereka telah meninggal dunia. Dalam pembahasan kali akan ditentukan nilai premi tahunan dan cadangan premi asuransi jiwa *endowment* status *joint life* untuk tiga orang tertanggung dengan menerapkan suku bunga stokastik. Sebelum penentuan premi tersebut diperlukan terlebih dahulu untuk menentukan peluang kematian dan peluang hidup pada *joint life*, anuitas, nilai manfaat untuk tiga orang tertanggung asuransi *endowment* dengan menerapkan suku bunga stokastik kemudian disesuaikan dengan simbol komutasinya.

4.1 Kontrak Asuransi

Premi asuransi *endowment* dibayarkan selama n tahun, selama semua peserta masih hidup. Asuransi *joint life* melibatkan tiga peserta yaitu sepasang suami istri dan satu orang anak. Masing-masing secara berturut-turut peserta berusia x , y dan z tahun. Rincian isi kontrak asuransi:

1. Apabila semua peserta berhasil bertahan hidup sampai akhir masa asuransi, maka peserta mendapatkan uang pertanggungan sebesar R pada akhir masa kontrak asuransi.
2. Apabila salah satu peserta meninggal pada masa asuransi dan dua peserta lainnya berhasil bertahan hidup sampai akhir masa asuransi, maka pembayaran premi akan dihentikan pada saat terjadi kematian pertama dan peserta yang bertahan hidup akan mendapatkan uang pertanggungan sebesar R pada saat akhir masa asuransi. Misalkan peserta x meninggal pada masa asuransi dan peserta y dan z berhasil bertahan hidup sampai akhir masa asuransi, maka peserta yz akan mendapatkan uang pertanggungan sebesar R pada akhir masa asuransi. Begitu pula jika peserta y yang meninggal, maka peserta xz akan mendapatkan uang pertanggungan sebesar R . Jika peserta z meninggal, maka peserta x dan y akan mendapatkan uang pertanggungan sebesar R pada akhir masa asuransi.
3. Apabila terjadi dua peserta meninggal pada masa asuransi maka peserta lainnya yang bertahan hidup tidak akan mendapatkan uang pertanggungan pada akhir masa asuransi. Misalkan Peserta x dan y meninggal pada masa asuransi dan peserta z bertahan hidup sampai akhir masa asuransi, maka peserta z tidak akan mendapat uang

pertanggungan sejumlah R pada akhir masa asuransi. Bagitu juga jika peserta y dan z yang meninggal, maka x tidak mendapat uang pertanggungan sebesar R . Jika peserta x dan z yang meninggal, maka peserta y tidak mendapatkan uang pertanggungan.

4. Apabila semua peserta meninggal dalam masa asuransi, maka ahli waris tidak mendapatkan uang pertanggungan sebesar R pada akhir masa asuransi.

4.2 Peluang Hidup dan Peluang Meninggal Status *Joint Life*

Nilai peluang gabungan untuk meninggal dan bertahan hidup diasumsikan saling bebas untuk peserta yang berusia x, y dan z tahun. Peluang hidup masing-masing anggota asuransi dinotasikan sebagai:

${}_n p_x$: Peluang hidup anggota berusia x tahun sampai n tahun.

${}_n p_y$: Peluang hidup anggota berusia y tahun sampai n tahun.

${}_n p_z$: Peluang hidup anggota berusia z tahun sampai n tahun.

Peluang meninggal masing-masing peserta dinotasikan sebagai:

${}_n q_x$: Peluang meninggal anggota berusia x tahun sampai n tahun.

${}_nq_y$: Peluang meninggal anggota berusia y tahun sampai n tahun.

${}_nq_z$: Peluang meninggal anggota berusia z tahun sampai n tahun.

4.2.1 Peluang Semua Bertahan Hidup Peserta yang Berusia x, y dan z Sampai Waktu ke n Tahun

$$\begin{aligned}
 {}_np_{xyz} &= {}_np_x \cdot {}_np_y \cdot {}_np_z \\
 &= \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot \frac{l_{y+n}}{l_y} \cdot \frac{l_{z+n}}{l_z} \\
 &= \frac{l_{x+n} \cdot l_{y+n} \cdot l_{z+n}}{l_x \cdot l_y \cdot l_z} \qquad (4.2.1)
 \end{aligned}$$

4.2.2 Peluang Meninggal Peserta Berusia x, y dan z Sampai Waktu ke n Tahun

$$\begin{aligned}
 {}_nq_{xyz} &= {}_nq_x \cdot {}_nq_y \cdot {}_nq_z \\
 &= (1 - {}_np_x) \cdot (1 - {}_np_y) \cdot (1 - {}_np_z) \\
 &= \left(1 - \frac{l_{x+n}}{l_x}\right) \cdot \left(1 - \frac{l_{y+n}}{l_y}\right) \cdot \left(1 - \frac{l_{z+n}}{l_z}\right) \\
 &= \left(\frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}\right) \cdot \left(\frac{l_y - l_{y+n}}{l_y}\right) \cdot \left(\frac{l_z - l_{z+n}}{l_z}\right) \\
 &= \frac{(l_x - l_{x+n}) \cdot (l_y - l_{y+n}) \cdot (l_z - l_{z+n})}{l_x \cdot l_y \cdot l_z}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{(l_x \cdot l_y \cdot l_z) - (l_{x+n} \cdot l_{y+n} \cdot l_{z+n})}{l_x \cdot l_y \cdot l_z} \quad (4.2.2)$$

4.2.3 Peluang Meninggal Peserta Pertama dalam Jangka Waktu $[n, n + 1]$

$$\begin{aligned} {}_n|q_{xyz} &= {}_n p_{xyz} - {}_{n+1} p_{xyz} \\ &= ({}_n p_x \cdot {}_n p_y \cdot {}_n p_z) - ({}_{n+1} p_x \cdot {}_{n+1} p_y \cdot {}_{n+1} p_z) \\ &= \left(\frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot \frac{l_{y+n}}{l_y} \cdot \frac{l_{z+n}}{l_z} \right) - \left(\frac{l_{x+n+1}}{l_x} \cdot \frac{l_{y+n+1}}{l_y} \cdot \frac{l_{z+n+1}}{l_z} \right) \\ &= \frac{(l_{x+n} \cdot l_{y+n} \cdot l_{z+n}) - (l_{x+n+1} \cdot l_{y+n+1} \cdot l_{z+n+1})}{l_x \cdot l_y \cdot l_z} \\ &= \left(\frac{l_{x+n}}{l_x} - \frac{l_{x+n+1}}{l_x} \right) \cdot \left(\frac{l_{y+n}}{l_y} - \frac{l_{y+n+1}}{l_y} \right) \cdot \left(\frac{l_{z+n}}{l_z} - \frac{l_{z+n+1}}{l_z} \right) \\ &= d_{x+n} \cdot d_{y+n} \cdot d_{z+n} \\ &= d_{x+n, y+n, z+n} \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

4.3 Simbol Komutasi

Simbol-simbol komutasi untuk menyederhanakan perhitungan asuransi jiwa untuk tiga peserta berusia x, y dan z tahun dirumuskan sebagai berikut:

$$D_{x,y,z} = v^{\frac{1}{3}(x+y+z)} \cdot l_{x,y,z}$$

$$C_{x,y,z} = v^{\frac{1}{3}(x+y+z)+1} \cdot d_{x,y,z}$$

$$N_{x,y,z} = \sum_{k=0} D_{x+k,y+k,z+k}$$

$$= D_{x,y,z} + D_{x+1,y+1,z+1} + \dots + D_w$$

$$M_{x,y,z} = \sum_{k=0} C_{x+k,y+k,z+k}$$

$$= C_{xyz} + C_{x+1,y+1,z+1} + \dots + C_w$$

$$M_{x+n} = \sum_{k=0} C_{x+n+k,y+n+k,z+n+k}$$

$$= C_{x+n,y+n,z+n} + C_{x+n+1,y+n+1,z+n+1} + \dots + C_w$$

4.4 Suku Bunga CIR

Misalkan i menyatakan suku bunga konstan pada asuransi. v menyatakan faktor diskon dimana $v = \frac{1}{i+1}$. Dengan menggunakan suku bunga stokatik, suku bunga tahunan disimbolkan dengan $r(t)$ dimana t adalah posisi tahun yang dihitung. Maka dari itu faktor diskonnya dinyatakan dengan $v_c = \frac{1}{r(t)+1}$. Simbol c menyatakan model suku bunga yang digunakan.

4.5 Anuitas Asuransi Jiwa *Endowment*

Nilai anuitas awal untuk asuransi jiwa *endowment* status *joint life* dengan jangka waktu n tahun untuk tiga orang peserta berusia x , y dan z tahun dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \ddot{a}_{\overline{xyz:n}|} &= \sum_{k=0}^{n-1} v_c^k \cdot {}_k p_{xyz} \\
 &= v_c^0 \cdot {}_0 p_{xyz} + v_c^1 \cdot {}_1 p_{xyz} + \dots + v_c^{n-1} \cdot {}_{n-1} p_{xyz} \\
 &= \frac{v_c^0 \cdot l_{x,y,z}}{l_{x,y,z}} + \frac{v_c^1 \cdot l_{x+1,y+1,z+1}}{l_{x,y,z}} + \dots + \frac{v_c^{n-1} \cdot l_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{l_{x,y,z}} \\
 &= \frac{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)} \cdot l_{x,y,z}}{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)} l_{x,y,z}} + \frac{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)+1} \cdot l_{x+1,y+1,z+1}}{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)} l_{x,y,z}} + \dots \\
 &\quad + \frac{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)+n-1} \cdot l_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)} l_{x,y,z}} \\
 &= 1 + \frac{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)+1} \cdot l_{x+1,y+1,z+1}}{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)} l_{x,y,z}} + \dots \\
 &\quad + \frac{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)+n-1} \cdot l_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)} l_{x,y,z}} \\
 &= \frac{D_{x,y,z}}{D_{x,y,z}} + \frac{D_{x+1,y+1,z+1}}{D_{x,y,z}} + \dots + \frac{D_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{D_{x,y,z}} \\
 &= \frac{N_{x,y,z} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}} \tag{4.5.1}
 \end{aligned}$$

4.6 Nilai Manfaat Sekarang Asuransi Jiwa *Endowment Status Joint Life*

Nilai manfaat asuransi jiwa *endowment joint life* dengan jangka waktu n tahun untuk tiga orang peserta berusia x , y dan z dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 A_{\overline{xyz:n}|} &= \sum_{k=0}^{n-1} v_c^{k+1} {}_k|q_{xyz} + v_c^n {}_n p_{xyz} \\
 &= v_c^1 \cdot {}_0|q_{xyz} + v_c^2 \cdot {}_1|q_{xyz} + \dots + v_c^n \cdot {}_{n-1}|q_{xyz} + v_c^n {}_n p_{xyz} \\
 &= \frac{v_c^1 \cdot d_{x,y,z}}{l_{x,y,z}} + \frac{v_c^2 \cdot d_{x+1,y+1,z+1}}{l_{x,y,z}} + \dots + \frac{v_c^n \cdot d_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{l_{x,y,z}} \\
 &\quad + \frac{v_c^{n-1} \cdot l_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{l_{x,y,z}} \\
 &= \frac{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)+1} \cdot d_{x,y,z}}{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)} l_{x,y,z}} + \frac{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)+2} \cdot d_{x+1,y+1,z+1}}{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)} l_{x,y,z}} + \dots \\
 &\quad + \frac{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)+n} \cdot d_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)} l_{x,y,z}} \\
 &\quad + \frac{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)+n-1} \cdot l_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{v_c^{\frac{1}{3}(x+y+z)} l_{x,y,z}} \\
 &= \frac{C_{x,y,z}}{D_{x,y,z}} + \frac{C_{x+1,y+1,z+1}}{D_{x,y,z}} + \dots + \frac{C_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{D_{x,y,z}} \\
 &\quad + \frac{D_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{D_{x,y,z}}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{M_{x,y,z} - M_{x+n,y+n,z+n} + D_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}} \quad (4.6.1)$$

4.7 Premi Tahunan Asuransi Jiwa *Endowment Status Joint Life*

Premi tahunan asuransi jiwa *endowment* berjangka n tahun dengan status *joint life* untuk tiga orang peserta berusia x , y dan z tahun dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P_{\overline{xyz:n}|} &= \frac{A_{\overline{xyz:n}|}}{\ddot{a}_{\overline{xyz:n}|}} \\ &= \frac{\frac{M_{x,y,z} - M_{x+n,y+n,z+n} + D_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}}{\frac{N_{x,y,z} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}} \\ &= \frac{M_{x,y,z} - M_{x+n,y+n,z+n} + D_{x+n,y+n,z+n}}{N_{x,y,z} - N_{x+n,y+n,z+n}} \quad (4.7.1) \end{aligned}$$

Keterangan:

$P_{\overline{xyz:n}|}$: Premi tahunan asuransi jiwa *endowment joint life*

$A_{\overline{xyz:n}|}$: Nilai manfaat asuransi jiwa *endowment joint life*

$\ddot{a}_{\overline{xyz:n}|}$: Nilai anuitas asuransi jiwa *endowment joint life*

4.8 Cadangan Premi Metode *New Jersey*

Misalkan $P_{\overline{xyz:n}|}$ merupakan premi tahunan asuransi, maka dengan disesuaikan dengan metode *New Jersey* premi tersebut

akan digantikan dengan α^J untuk premi bersih tahun pertama dan β^J untuk tahun-tahun berikutnya sampai tahun ke n . Simbol J menyatakan metode yang digunakan adalah *New Jersey*. Cadangan premi dengan metode *New Jersey* yang disesuaikan untuk tiga orang berusia x, y dan z tahun pada tahun pertama adalah nol. Sehingga:

$$\alpha^J = \frac{C_{xyz}}{D_{xyz}} \quad (4.8.1)$$

Dan β^J dirumuskan dengan:

$$\beta^J = P_{\overline{xyz:n}|} + \frac{P_{\overline{xyz:n}|} - \alpha^J}{\ddot{a}_{\overline{xyz:19}|}} \quad (4.8.2)$$

Premi lanjutan β^J yang disesuaikan dengan metode *New Jersey* adalah premi yang dikeluarkan untuk peserta yang setahun lebih tua yang disimbolkan dengan $x + 1$. Sehingga nilai cadangan premi untuk peserta berusia $x + 1$ tahun disesuaikan dengan metode *New Jersey* dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_tV_{\overline{xyz:n}|}^J &= R \cdot A_{\overline{x+t,y+n,z+n:n-t}|} - \beta^J \ddot{a}_{\overline{x+t,y+n,z+n:20-t}|} \\ &\quad - P_{\overline{xyz:n}|} (\ddot{a}_{\overline{x+t,y+n,z+n:n-t}|} - \ddot{a}_{\overline{x+t,y+n,z+n:20-t}|}) \\ &= RA_{\overline{x+t,y+n,z+n:n-t}|} - (\beta^J - P_{\overline{xyz:n}|}) \ddot{a}_{\overline{x+t,y+n,z+n:20-t}|} \\ &\quad - P_{\overline{xyz:n}|} \cdot \ddot{a}_{\overline{x+t,y+n,z+n:n-t}|} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= R \frac{M_{x+t,y+t,z+t} - M_{x+n,y+n,z+n} + D_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x+t,y+t,z+t}} \quad (4.8.3) \\
&- (\beta^J - P_{xyz:n}) \frac{N_{x+t,y+t,z+t} - N_{(x+t,y+t,z+t)+20-t}}{D_{x+t,y+t,z+t}} \\
&- P_{xyz:n} \frac{N_{x+t,y+t,z+t} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x+t,y+t,z+t}}
\end{aligned}$$

Pada asuransi *joint life* pembayaran premi akan dihentikan jika terjadi peserta meninggal pertama kali. Sehingga saat terdapat kematian pertama maka cadangan premi akan dihentikan mengikuti premi tunggal yang dihentikan.

4.9 Studi Kasus

4.9.1 Menentukan Periode Asuransi, Usia Peserta dan Besar Santunan

Diasumsikan tiga keluarga mendaftar asuransi, keluarga pertama beranggotakan suami berusia ($x = 45$) tahun, istri berusia ($y = 43$) tahun dan anak laki-laki berusia ($z = 20$) tahun pada saat mendaftar asuransi jiwa. Keluarga kedua beranggotakan suami berusia ($x = 48$) tahun, istri berusia ($y = 40$) tahun dan anak perempuan berusia ($z = 14$) tahun pada saat mendaftar asuransi jiwa. Keluarga ketiga beranggotakan suami berusia ($x = 35$) tahun, istri berusia ($y = 30$) tahun dan anak perempuan berusia ($z = 4$) tahun pada saat mendaftar asuransi jiwa. Jenis asuransi yang diikuti adalah asuransi jiwa *endowment status joint life* dengan lama

masa asuransi (n) adalah 20 tahun dengan tingkat suku bunga stokastik model CIR dan besar santunan (R) adalah Rp100.000.000.

Suku bunga yang digunakan dalam perhitungan adalah suku bunga stokastik model CIR yang disesuaikan dengan BI Rate Indonesia dalam periode 2018-2022. Perhitungan dilakukan berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia Tahun 2019 (AAJI 2019). Dimana, peserta diasumsikan tetap hidup sampai akhir masa asuransi.

4.9.2 Menghitung Peluang Hidup dan Peluang Meninggal Peserta

Diketahui pada keluarga pertama usia peserta polis yaitu suami (x)= 45 tahun, istri (y)=43 tahun, dan anak laki-laki (z)= 20 tahun dan lama masa asuransi (n)= 20 tahun. Perhitungan menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia IV tahun 2019, maka peluang hidup peserta polis adalah:

$$p_x = 1 - q_x$$

$$p_{45} = 1 - 0,00302 = 0,99698$$

$$p_y = 1 - q_y$$

$$p_{43} = 1 - 0,00154 = 0,99846$$

$$p_z = 1 - q_z$$

$$P_{20} = 1 - 0,00049 = 0,99951$$

$$l_x = l_{x-1}p_{x-1}$$

$$l_{45} = 96531,48563 \times 0,9973 = 96764,68852$$

$$l_y = l_{y-1}p_{y-1}$$

$$l_{43} = 97892,56083 \times 0,99859 = 97754,53232$$

$$l_z = l_{z-1}p_{z-1}$$

$$l_{20} = 98973,84389 \times 0,99953 = 98927,32618$$

$$l_{xyz} = l_x l_y l_z$$

$$\begin{aligned} l_{45,43,20} &= 96764,68852 \times 97754,53232 \times 98927,32618 \\ &= 930996358884912 \end{aligned}$$

Sedangkan untuk peluang meninggal peserta:

$$d_x = l_x q_x$$

$$d_{45} = 96764,68852 \times 0,00302 = 290,73799689$$

$$d_y = l_y q_y$$

$$d_{43} = 97754,53232 \times 0,99846 = 150,5419798$$

$$d_z = l_z q_z$$

$$d_{20} = 98927,32618 \times 0,00046 = 48,4743898$$

$$d_{xyz} = d_x d_y d_z$$

$$\begin{aligned} d_{45,43,20} &= 290,73799689 \times 150,5419798 \times 48,4743898 \\ &= 2121640,154 \end{aligned}$$

Pada keluarga kedua usia peserta polis yaitu suami (x)= 48 tahun, istri (y)=40 tahun, dan anak perempuan (z)= 14 tahun dan lama masa asuransi (n)= 20 tahun. Perhitungan

menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia IV tahun 2019, maka peluang hidup peserta polis adalah:

$$p_x = 1 - q_x$$

$$p_{48} = 1 - 0,00418 = 0,99582$$

$$p_y = 1 - q_y$$

$$p_{40} = 1 - 0,00118 = 0,99882$$

$$p_z = 1 - q_z$$

$$P_{14} = 1 - 0,00023 = 0,99977$$

$$l_x = l_{x-1}p_{x-1}$$

$$l_{48} = 95655,69986 \times 0,99623 = 95295,07788$$

$$l_y = l_{y-1}p_{y-1}$$

$$l_{40} = 98239,92093 \times 0,99892 = 98133,82181$$

$$l_z = l_{z-1}p_{z-1}$$

$$l_{14} = 99453,11109 \times 0,99978 = 99431,2314$$

$$l_{xyz} = l_x l_y l_z$$

$$l_{48,40,14} = 95295,07788 \times 98133,82181 \times 99431,2314 \\ = 929848082849395$$

Sedangkan untuk peluang meninggal peserta:

$$d_x = l_x q_x$$

$$d_{48} = 95295,07788 \times 0,00418 = 398,3334255$$

$$d_y = l_y q_y$$

$$d_{40} = 98133,82181 \times 0,00118 = 115,7979097$$

$$d_z = l_z q_z$$

$$d_{14} = 98927,32618 \times 0,00023 = 22,86918322$$

$$d_{xyz} = d_x d_y d_z$$

$$\begin{aligned} d_{48,40,14} &= 398,3334255 \times 115,7979097 \times 22,86918322 \\ &= 1054868,017 \end{aligned}$$

Pada keluarga ketiga usia peserta polis yaitu suami (x)= 35 tahun, istri (y)=30 tahun, dan anak laki-laki (z)= 4 tahun dan lama masa asuransi (n)= 20 tahun. Perhitungan menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia IV tahun 2019, maka peluang hidup peserta polis adalah:

$$p_x = 1 - q_x$$

$$p_{35} = 1 - 0,00107 = 0,99893$$

$$p_y = 1 - q_y$$

$$p_{30} = 1 - 0,00056 = 0,99944$$

$$p_z = 1 - q_z$$

$$p_4 = 1 - 0,00021 = 0,99979$$

$$l_x = l_{x-1} p_{x-1}$$

$$l_{35} = 98056,3734 \times 0,99901 = 97959,29759$$

$$l_y = l_{y-1} p_{y-1}$$

$$l_{30} = 98963,93313 \times 0,99948 = 98912,47188$$

$$l_z = l_{z-1} p_{z-1}$$

$$l_4 = 99662,2042 \times 0,99976 = 99638,28527$$

$$\begin{aligned}
 l_{xyz} &= l_x l_y l_z \\
 l_{35,30,4} &= 97959,29759 \times 98912,47188 \times 99638,28527 \\
 &= 965434829471949
 \end{aligned}$$

Sedangkan untuk peluang meninggal peserta:

$$\begin{aligned}
 d_x &= l_x q_x \\
 d_{35} &= 97959,29759 \times 0,00107 = 104,8164484 \\
 d_y &= l_y q_y \\
 d_{30} &= 98912,47188 \times 0,00056 = 55,39098425 \\
 d_z &= l_z q_z \\
 d_4 &= 99638,28527 \times 0,00021 = 20,92403991 \\
 d_{xyz} &= d_x d_y d_z \\
 d_{35,30,4} &= 104,8164484 \times 55,39098425 \times 20,92403991 \\
 &= 121482,5955
 \end{aligned}$$

4.9.3 Menentukan Tingkat Suku Bunga Stokatik CIR pada Saat r_{t+1}

Selanjutnya terlebih dahulu menentukan tingkat suku bunga stokastik r_t dengan menggunakan rumus persamaan (2.1.11).

$$r_{t+1} = e^{-c\Delta t} r_t + \theta(1 - e^{-c\Delta t}) + \int_t^{t+1} \sigma e^{-c((t+1)-u)} \sqrt{r_u} dW_u$$

Data yang digunakan untuk estimasi parameter dalam persamaan tersebut adalah data suku bunga Bank Indonesia

perbulan dalam jangka waktu 5 tahun sejak Januari 2018-Desember 2022, dapat dilihat pada lampiran.

Berdasarkan suku bunga yang digunakan maka di peroleh hasil pada Tabel 4.2. Hasil dari Tabel 4.2 akan digunakan pada perhitungan estimasi parameter tingkat suku bunga model CIR (*Cox Ingerol Ross*).

Tabel 4.1 Perhitungan Suku Bunga Indonesia

No	r_t	r_{t+1}	$\frac{1}{r_t}$	$\frac{r_{t+1}}{r_t}$
1	4,25	4,25	0,2352941	1
2	4,25	4,25	0,2352941	1
3	4,25	4,25	0,2352941	1
4	4,25	4,50	0,2352941	1,058824
5	4,50	4,75	0,2222222	1,055556
6	4,75	5,25	0,2105263	1,105263
7	5,25	5,25	0,1904762	1
8	5,25	5,50	0,1904762	1,047619
9	5,50	5,75	0,1818182	1,045455
10	5,75	5,75	0,173913	1
11	5,75	6,00	0,173913	1,043478
12	6,00	6,00	0,1666667	1
13	6,00	6,00	0,1666667	1
14	6,00	6,00	0,1666667	1
15	6,00	6,00	0,1666667	1
16	6,00	6,00	0,1666667	1
17	6,00	6,00	0,1666667	1
18	6,00	6,00	0,1666667	1
19	6,00	5,75	0,1666667	0,958333
20	5,75	5,50	0,173913	0,956522
21	5,50	5,25	0,1818182	0,954545
22	5,25	5,00	0,1904762	0,952381
23	5,00	5,00	0,2	1
24	5,00	5,00	0,2	1

25	5,00	5,00	0,2	1
26	5,00	4,75	0,2	0,95
27	4,75	4,50	0,2105263	0,947368
28	4,50	4,50	0,2222222	1
29	4,50	4,50	0,2222222	1
30	4,50	4,25	0,2222222	0,944444
31	4,25	4,00	0,2352941	0,941176
32	4,00	4,00	0,25	1
33	4,00	4,00	0,25	1
34	4,00	4,00	0,25	1
35	4,00	3,75	0,25	0,9375
36	3,75	3,75	0,2666667	1
37	3,75	3,75	0,2666667	1
38	3,75	3,50	0,2666667	0,933333
39	3,50	3,50	0,2857143	1
40	3,50	3,50	0,2857143	1
41	3,50	3,50	0,2857143	1
42	3,50	3,50	0,2857143	1
43	3,50	3,50	0,2857143	1
44	3,50	3,50	0,2857143	1
45	3,50	3,50	0,2857143	1
46	3,50	3,50	0,2857143	1
47	3,50	3,50	0,2857143	1
48	3,50	3,50	0,2857143	1
49	3,50	3,50	0,2857143	1
50	3,50	3,50	0,2857143	1
51	3,50	3,50	0,2857143	1
52	3,50	3,50	0,2857143	1
53	3,50	3,50	0,2857143	1
54	3,50	3,50	0,2857143	1
55	3,50	3,50	0,2857143	1
56	3,50	3,75	0,2857143	1,071429
57	3,75	4,25	0,2666667	1,133333
58	4,25	4,75	0,2352941	1,117647
59	4,75	5,25	0,2105263	1,105263
60	5,25	5,50	0,1904762	1,047619
61	5,50	5,75	0,1818182	1,045455

Jumlah 60 data	269,00	270,25	13,92237	60,30709
Jumlah 61 data	274,50	276,00	14,104188	61,35254

Sebelum dilakukan estimasi parameter terlebih dahulu ditentukan Δt . Dimana $\Delta t = (t + 1) - t$ merupakan perubahan waktu tingkat suku bunga.

Misalkan, $t = 1$

Maka, $t = (1 + 1) - 1 = 1$.

Setelah didapatkan Δt selanjutnya akan diestimasi parameter c menggunakan persamaan (2.1.12), estimasi θ menggunakan persamaan (2.1.13) dan estimasi σ menggunakan persamaan (2.1.14).

Estimasi parameter c

$$\begin{aligned}
 c &= \frac{n^2 - 2n + 1 + \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}}{\left(n^2 - 2n + 1 - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t}\right) \Delta t} \\
 &= \frac{61^2 - 2(61) + 1 + \sum_{t=1}^{61-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{61-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{61-1} r_t \sum_{t=1}^{61-1} \frac{1}{r_t} - (61-1) \sum_{t=1}^{61-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}}{\left(61^2 - 2(61) + 1 - \sum_{t=1}^{61-1} r_t \sum_{t=1}^{61-1} \frac{1}{r_t}\right) \Delta t} \\
 &= \frac{3721 - 122 + 1 + 2,7025 \times 0,1392237 - 2,69 \times 0,1392237 - 60 \times 0,60307}{(3721 - 122 + 1 + 2,69 \times 0,1392237)1} \\
 &= \frac{3563,817487}{3599,625488} \\
 &= 0,990052298
 \end{aligned}$$

Estimasi parameter θ

$$\begin{aligned}
 \theta &= \frac{(n-1) \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} - \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t} \sum_{t=1}^{n-1} r_t}{n^2 - 2n + 1 + \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}} \\
 &= \frac{(61-1) \sum_{t=1}^{61-1} r_{t+1} - \sum_{t=1}^{61-1} \frac{r_{t+1}}{r_t} \sum_{t=1}^{61-1} r_t}{61^2 - 2(61) + 1 + \sum_{t=1}^{61-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{61-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{61-1} r_t - (61-1) \sum_{t=1}^{61-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}} \\
 &= \frac{60 \times 2,7025 - 0,69307 \times 2,69}{3721 - 122 + 1 + 2,7025 \times 0,1392237 - 2,69 - 60 \times 0,60307} \\
 &= \frac{160,5277393}{3561,5020520} \\
 &= 0,0450730442
 \end{aligned}$$

Estimasi parameter σ

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \sqrt{\frac{1}{61-2} \sum_{t=1}^{61-1} \left(\frac{r_{t+1} - r_t}{\Delta t \sqrt{r_t}} - \frac{\theta}{\sqrt{r_t}} + c \sqrt{r_t} \right)} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{61-2} \sum_{t=1}^{61-1} \left(\frac{r_{t+1} - r_t}{\Delta t \sqrt{r_t}} - \frac{\theta}{\sqrt{r_t}} + c \sqrt{r_t} \right)} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{59} \left(\frac{2,7025 - 2,69}{1 \times 1,64012} - \frac{0,0450730442}{1,64012} + 0,990052298 \times 1,64012 \right)} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{59} (0,007621385 - 0,0274815527 + 1,623806502)} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{59} (1,6039463343)} \\
 &= \sqrt{0,0271855311}
 \end{aligned}$$

$$= 0,1657756095$$

Berdasarkan hasil perhitungan dengan $r_0=0,0575$ yang merupakan suku bunga terakhir yang berlaku, maka diperoleh hasil estimasi parameter suku bunga stokastik model *CIR* yaitu $c = 0,990052298$, $\theta=0,0450730442$ dan $\sigma = 0,1657756095$. Selanjutnya, dilakukan perhitungan suku bunga r_{t+1} menggunakan persamaan (2.1.15).

$$\begin{aligned}
 r_{t+1} &= e^{-c\Delta t}r_t + \theta(1 - e^{-c\Delta t}) + \int_t^{t+1} \sigma e^{-c((t+1)-u)}\sqrt{r_t}dW(u) \\
 r_{t+1} &= e^{-(0,990052298)(1)}(0,0575) + (0,0450730442)(1 - \\
 &\quad e^{-(0,990052298)(1)}) + \\
 &\quad \int_1^{1+1}(0,1657756095)e^{-(0,990096808)((1+1)-u)}\sqrt{0,0575}dW(u) \\
 r_{t+1} &= (0,3715572588)(0,0575) + (0,044648058)(1 - \\
 &\quad 0,3715572588) + \\
 &\quad (0,1657756095)\int_1^2 e^{-(0,990052298)(2-u)}\sqrt{0,0575}dW(u) \\
 r_{t+1} &= 0,0213645424 + 0,028058748 + \\
 &\quad (0,1657756095)\int_1^2 e^{-(0,990052298)(2-u)}(0,2397915762)dW(u) \\
 r_{t+1} &= 0,0213645424 + 0,028058748 + \\
 &\quad (0,1657756095)(0,2397915762)\int_1^2 e^{-(0,990052298)(2-u)}dW(u) \\
 r_{t+1} &= 0,0213645424 + 0,028058748 + \\
 &\quad (0,0397515947)(e^{-(1,980104596)})\int_1^2 e^{(0,990052298u)}dW(u) \\
 r_{t+1} &= 0,0213645424 + 0,028058748 + (0,0397515947) \times \\
 &\quad 0,1380547966 \int_1^2 e^{(0,990052298u)}dW(u)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_{t+1} &= 0,0213645424 + 0,028058748 + \\
&\quad 0,0054878983 \left(\frac{1}{0,990052298} e^{0,990052298(2)} - \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{0,990052298} e^{(0,990052298)(1)} \right) \\
r_{t+1} &= 0,0213645424 + 0,028058748 + \\
&\quad 0,0054878983 \left(\frac{1}{0,990052298} e^{(1,980104596)} - \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{0,990052298} e^{(0,990052298)} \right) \\
r_{t+1} &= 0,0213645424 + 0,028058748 + \\
&\quad 0,0054878983 \left(\frac{1}{0,990052298} \times 7,2438002131 - \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{0,990052298} \times 2,6926423023 \right) \\
r_{t+1} &= 0,0213645424 + 0,028058748 + \\
&\quad 0,0054878983(7,3165834048 - 2,7196970381) \\
r_{t+1} &= 0,0213645424 + 0,028058748 + \\
&\quad 0,0054878983(4,5968863667) \\
r_{t+1} &= 0,0213645424 + 0,028058748 + 0,0252272449 \\
r_{t+1} &= 0,0746505353
\end{aligned}$$

Didapatkan $r_{t+1} = 0,0746505353$, r_{t+1} merupakan nilai peramalan perhitungan suku bunga stokastik model *CIR* (r_t).

Kemudian akan di cari faktor diskon (v), dimana:

$$\begin{aligned}
v_c &= \left(\frac{1}{1 + r_t} \right) \\
v_c^{xyz} &= \left(\frac{1}{1 + r_t} \right)^{\frac{1}{3}(x+y+z)}
\end{aligned}$$

Maka, diperoleh faktor diskon (v) gabungan model *CIR* untuk keluarga pertama dengan tiga peserta berusia $x = 45$ tahun, $y = 43$ tahun dan $x = 20$ tahun dengan $r_t = 0,0746505353$ sebagai berikut:

$$v_c^{xyz} = \left(\frac{1}{1 + 0,0746505353} \right)^{\frac{1}{3}(45+43+20)}$$

$$v_c^{xyz} = \left(\frac{1}{1,0746505353} \right)^{36}$$

$$v_c^{xyz} = 0,074881$$

Keluarga kedua dengan tiga peserta berusia $x = 48$ tahun, $y = 40$ tahun dan $x = 14$ tahun dengan $r_t = 0,0746505353$ sebagai berikut:

$$v_c^{xyz} = \left(\frac{1}{1 + 0,0746505353} \right)^{\frac{1}{3}(48+40+14)}$$

$$v_c^{xyz} = \left(\frac{1}{1,0746505353} \right)^{34}$$

$$v_c^{xyz} = 0,086479448$$

Keluarga pertama dengan tiga peserta berusia $x = 35$ tahun, $y = 30$ tahun dan $x = 4$ tahun dengan $r_t = 0,0746505353$ sebagai berikut:

$$v_c^{xyz} = \left(\frac{1}{1 + 0,0746505353} \right)^{\frac{1}{3}(35+30+4)}$$

$$v_c^{xyz} = \left(\frac{1}{1,0746505353} \right)^{23}$$

$$v_c^{xyz} = 0,190921$$

4.9.4 Penyusunan Tabel Komutasi

Penyusunan Tabel Komutasi dilakukan berdasar pada Tabel Mortalitas Indonesia 2019 dan suku bunga stokastik model *CIR* yang telah ditentukan. Sehingga tabel komutasi untuk keluarga pertama dengan tiga orang peserta berusia (x) 45 tahun, (y) 43 tahun dan (z) 20 tahun dirumuskan sebagai berikut.

$$D_{45,43,20} = v^{\frac{1}{3}(45+43+20)} \cdot l_{45,43,20}$$

$$C_{45,43,20} = v^{\frac{1}{3}(45,43,20)+1} \cdot d_{45,43,20}$$

$$N_{45,43,20} = \sum_{k=0} D_{45+k,43+k,20+k}$$

$$= D_{45,43,20} + D_{45+1,43+1,20+1} + \dots + D_w$$

$$M_{45,43,20} = \sum_{k=0} C_{45+k,43+k,20+k}$$

$$= C_{45,43,20} + C_{45+1,43+1,20+1} + \dots + C_w$$

$$M_{45+20,43+20,20+20} = \sum_{k=0} C_{45+20,43+20,20+20}$$

$$= C_{45+20,43+20,20+20} + C_{45+20+1,43+20+1,20+20+1} + \dots$$

$$+ C_w$$

Untuk keluarga pertama dengan tiga orang peserta berusia (x) 48 tahun, (y) 40 tahun dan (z) 14 tahun dirumuskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
D_{48,40,14} &= v^{\frac{1}{3}(48+40+14)} \cdot l_{48,40,14} \\
C_{48,40,14} &= v^{\frac{1}{3}(48,40,14)+1} \cdot d_{48,40,14} \\
N_{48,40,14} &= \sum_{k=0} D_{48+k,40+k,14+k} \\
&= D_{48,40,14} + D_{49+1,40+1,14+1} + \dots + D_w \\
M_{48,40,14} &= \sum_{k=0} C_{48+k,40+k,14+k} \\
&= C_{48,40,14} + C_{48+1,40+1,14+1} + \dots + C_w \\
M_{48+20,40+20,14+20} &= \sum_{k=0} C_{48+20,40+20,14+20} \\
&= C_{48+20,40+20,14+20} + C_{48+20+1,40+20+1,14+20+1} + \dots \\
&\quad + C_w
\end{aligned}$$

Untuk keluarga ketiga dengan tiga orang peserta berusia (x) 45 tahun, (y) 43 tahun dan (z) 20 tahun dirumuskan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
D_{35,30,4} &= v^{\frac{1}{3}(35+30+4)} \cdot l_{35,30,4} \\
C_{35,30,4} &= v^{\frac{1}{3}(35,30,4)+1} \cdot d_{35,30,4} \\
N_{35,30,4} &= \sum_{k=0} D_{35+k,30+k,4+k} \\
&= D_{35,30,4} + D_{35+1,30+1,4+1} + \dots + D_w \\
M_{35,30,4} &= \sum_{k=0} C_{35+k,30+k,4+k} \\
&= C_{35,30,4} + C_{35+1,30+1,4+1} + \dots + C_w \\
M_{35+20,30+20,4+20} &= \sum_{k=0} C_{35+20,30+20,4+20} \\
&= C_{35+20,30+20,4+20} + C_{35+20+1,30+20+1,4+20+1} + \dots \\
&\quad + C_w
\end{aligned}$$

Hasil perhitungan dan penyusunan Tabel Komutasi terlampir.

4.9.5 Menghitung Premi Asuransi Jiwa *Endowment Joint Life*

Premi dapat dihitung dengan membagi nilai anuitas dengan nilai sekarang aktuarianya, maka dari itu akan terlebih dahulu dihitung nilai anuitas dan nilai sekarang aktuarianya.

Nilai anuitas awal berjangka 20 tahun untuk keluarga pertama dengan peserta usia (x) 45 tahun, (y) 43 tahun, dan (z) 20 tahun dihitung dengan menggunakan persamaan (4.5.1) diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{\overline{xyz:n}|} &= \frac{N_{x,y,z} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}} \\ \ddot{a}_{\overline{45,43,20:20}|} &= \frac{N_{45,43,20} - N_{45+20,43+20,20+20}}{D_{45,43,20}} \\ \ddot{a}_{\overline{45,43,20:20}|} &= \frac{N_{45,43,20} - N_{65,63,40}}{D_{45,43,20}} \\ \ddot{a}_{\overline{45,43,20:20}|} &= \frac{733527106904165,0 - 116106267121743}{69714785676438,80} \\ \ddot{a}_{\overline{45,43,20:20}|} &= 8,856383\end{aligned}$$

Nilai anuitas awal berjangka 20 tahun untuk keluarga kedua dengan peserta usia (x) 48 tahun, (y) 40 tahun, dan (z) 14 tahun dihitung dengan menggunakan persamaan (4.5.1) diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{\overline{xyz:n}|} &= \frac{N_{x,y,z} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}} \\ \ddot{a}_{\overline{48,40,14:20}|} &= \frac{N_{48,40,14} - N_{48+20,40+20,14+20}}{D_{48,40,14}} \\ \ddot{a}_{\overline{48,40,14:20}|} &= \frac{N_{48,40,14} - N_{68,60,34}}{D_{45,43,20}} \\ \ddot{a}_{\overline{48,40,14:20}|} &= \frac{961386930477119 - 132622877190234}{80412748618201} \\ \ddot{a}_{\overline{48,40,14:20}|} &= 10,30637638 \end{aligned}$$

Nilai anuitas awal berjangka 20 tahun untuk keluarga ketiga dengan peserta usia (x) 35 tahun, (y) 30 tahun, dan (z) 4 tahun dihitung dengan menggunakan persamaan (4.5.1) diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{\overline{xyz:n}|} &= \frac{N_{x,y,z} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}} \\ \ddot{a}_{\overline{35,30,4:20}|} &= \frac{N_{35,30,4} - N_{45+20,43+20,20+20}}{D_{35,30,4}} \\ \ddot{a}_{\overline{35,30,4:20}|} &= \frac{N_{35,30,4} - N_{55,50,24}}{D_{35,30,4}} \\ \ddot{a}_{\overline{35,30,4:20}|} &= \frac{2377361157662780 - 396857848322400}{184321421700781} \\ \ddot{a}_{\overline{35,30,4:20}|} &= 10,74483525 \end{aligned}$$

Nilai sekarang asuransi jiwa *endowment* berjangka 20 tahun untuk keluarga pertama dengan peserta usia (x) 45 tahun, (y) 43 tahun, dan (z) 20 tahun dihitung dengan

menggunakan persamaan (4.6.1) dengan bantuan tabel komutasi yang telah disusun berdasarkan Tabel Mortalitas Indoonesia 2019 adalah sebagai berikut:

$$A_{\overline{xyz:n}|} = \frac{M_{x,y,z} - M_{x+n,y+n,z+n} + D_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}$$

$$A_{\overline{45,43,20:20}|} = \frac{M_{45,43,20} - M_{45+20,43+20,20+20} + D_{45+20,43+20,20+20}}{D_{45,43,20}}$$

$$A_{\overline{45,43,20:20}|} = \frac{M_{45,43,20} - M_{65,63,40} + D_{65,63,40}}{D_{45,43,20}}$$

$$A_{\overline{45,43,20:20}|} = \frac{16716439,4303081 - 324161656,3 + 12913398359261,80}{69714785676438,80}$$

$$A_{\overline{45,43,20:20}|} = 0,185227435$$

Nilai sekarang asuransi jiwa *endowment* berjangka 20 tahun untuk keluarga kedua dengan peserta usia (x) 48 tahun, (y) 40 tahun, dan (z) 14 tahun dihitung dengan menggunakan persamaan (4.6.1) dengan bantuan tabel komutasi yang telah disusun berdasarkan Tabel Mortalitas Indoonesia 2019 adalah sebagai berikut:

$$A_{\overline{xyz:n}|} = \frac{M_{x,y,z} - M_{x+n,y+n,z+n} + D_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}$$

$$A_{\overline{48,40,14:20}|} = \frac{M_{48,40,14} - M_{48+20,40+20,14+20} + D_{48+20,40+20,14+20}}{D_{48,40,14}}$$

$$A_{\overline{48,40,14:20}|} = \frac{M_{48,40,14} - M_{68,60,24} + D_{68,60,24}}{D_{48,40,14}}$$

$$A_{\overline{48,40,14:20}|} = \frac{136047861,2 - 128673159 + 14893806235445}{80412748618201}$$

$$A_{\overline{48,40,14:20}|} = 0,185217069$$

Nilai sekarang asuransi jiwa *endowment* berjangka 20 tahun untuk keluarga ketiga dengan peserta usia (x) 35 tahun, (y) 30 tahun, dan (z) 4 tahun dihitung dengan menggunakan persamaan (4.6.1) dengan bantuan tabel komutasi yang telah disusun berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia 2019 adalah sebagai berikut:

$$A_{\overline{xyz:n}|} = \frac{M_{x,y,z} - M_{x+n,y+n,z+n} + D_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}$$

$$A_{\overline{35,30,4:20}|} = \frac{M_{35,30,4} - M_{35+20,30+20,4+20} + D_{35+20,30+20,4+20}}{D_{35,30,4}}$$

$$A_{\overline{35,30,4:20}|} = \frac{M_{35,30,4} - M_{55,50,24} + D_{55,50,24}}{D_{35,30,4}}$$

$$A_{\overline{35,30,4:20}|} = \frac{23940331,28 - 22195751,98 + 39580569230629}{184321421700781}$$

$$A_{\overline{35,30,4:20}|} = 0,214736684$$

Premi asuransi jiwa *endowment* 20 tahun status *joint life* untuk keluarga pertama dengan tiga peserta dengan usia (x) 45 tahun, (y) 43 tahun, dan (z) 20 tahun dihitung menggunakan persamaan (4.7.1) yaitu dengan membagi nilai

asuransi sekarang sebesar 0,185227435 dengan nilai anuitasnya sebesar 8,856383 yang telah diperoleh pada perhitungan sebelumnya. Maka diperoleh perhitungan premi sebagai berikut:

$$P_{\overline{xyz:n}|} = \frac{A_{\overline{xyz:n}|}}{\ddot{a}_{\overline{xyz:n}|}}$$

$$P_{\overline{xyz:n}|} = \frac{0,185227435}{8,856383}$$

$$P_{\overline{xyz:n}|} = 0,020915$$

Selanjutnya pada tabel didapatkan besar premi tahunan asuransi jiwa *endowment* status *joint life* untuk tiga orang peserta berusia $x = 45$ tahun, $y = 43$ tahun dan $z = 20$ berjangka 20 tahun dengan besar santunan Rp100.000.000.

Tabel 4.2 Perhitungan Premi Tahunan Keluarga Pertama

Usia (x, y, z)	$A_{\overline{xyz:n} }$	$\ddot{a}_{\overline{xyz:n} }$	$P_{\overline{xyz:n} }$
(45,43,20)	0,185227435	8,856382958	2091456,926
(46,44,21)	0,182266417	8,868000892	2055326,998
(47,45,22)	0,179230979	8,878764179	2018647,809
(48,46,23)	0,176108529	8,888973376	1981202,118
(49,47,24)	0,172886029	8,898927969	1942773,679
(50,48,25)	0,169541766	8,908567362	1903131,661
(51,49,26)	0,166074857	8,918240869	1862192,996
(52,50,27)	0,162473965	8,927964997	1819832,008
(53,51,28)	0,158744193	8,938457005	1775968,642
(54,52,29)	0,154878929	8,950147945	1730462,221

(55,53,30)	0,150869042	8,963318505	1683182,868
(56,54,31)	0,146696171	8,978163811	1633921,745
(57,55,32)	0,14205648	8,994310607	1579403,756
(58,56,33)	0,136934487	9,010474645	1519725,571
(59,57,34)	0,131323156	9,024780564	1455139,605
(60,58,35)	0,125038997	9,034890503	1383956,967
(61,59,36)	0,117694155	9,038366244	1302161,826
(62,60,37)	0,10900198	9,031636414	1206890,704
(63,61,38)	0,098976322	9,010830569	1098415,079
(64,62,39)	0,087876728	8,972496313	979401,1096
(65,63,40)	0,076444584	8,914723739	857509,2877

Premi asuransi jiwa *endowment* 20 tahun status *joint life* untuk keluarga kedua dengan tiga peserta dengan usia (x) 48 tahun, (y) 40 tahun, dan (z) 14 tahun dihitung menggunakan persamaan (4.7.1) yaitu dengan membagi nilai asuransi sekarang sebesar 0,185217069 dengan nilai anuitasnya sebesar 10,30637638 yang telah diperoleh pada perhitungan sebelumnya. Maka diperoleh perhitungan premi sebagai berikut:

$$P_{\overline{xyz:n}|} = \frac{A_{\overline{xyz:n}|}}{\ddot{a}_{\overline{xyz:n}|}}$$

$$P_{\overline{xyz:n}|} = \frac{0,185217069}{10,30637638}$$

$$P_{\overline{xyz:n}|} = 0,017971114$$

Selanjutnya pada tabel didapatkan besar premi tahunan asuransi jiwa *endowment* status *joint life* untuk tiga orang peserta berusia $x = 48$ tahun, $y = 40$ tahun dan $z = 14$ berjangka 20 tahun dengan besar santunan Rp100.000.000.

Tabel 4.3 Perhitungan Premi Tahunan Keluarga Kedua

Usia (x, y, z)	$A_{\overline{xyz:n} }$	$\ddot{a}_{\overline{xyz:n} }$	$P_{\overline{xyz:n} }$
(48,40,14)	0,185217069	10,30637638	1797111,44
(49,41,15)	0,182413499	10,25742184	1778356,225
(50,42,16)	0,179533651	10,20691645	1758941,12
(51,43,17)	0,176584072	10,15541105	1738817,572
(52,44,18)	0,173546779	10,10268357	1717828,519
(53,45,19)	0,170424281	10,04927865	1695885,719
(54,46,20)	0,167207565	9,99577461	1672782,463
(55,47,21)	0,163880594	9,94257442	1648271,238
(56,48,22)	0,160419587	9,88959299	1622105,051
(57,49,23)	0,156480018	9,83651000	1590808,301
(58,50,24)	0,152044608	9,78211125	1554312,81
(59,51,25)	0,147104945	9,72506165	1512637,665
(60,52,26)	0,141445276	9,66399994	1463630,76
(61,53,27)	0,134771108	9,59759796	1404217,058
(62,54,28)	0,126978598	9,52407830	1333237,656
(63,55,29)	0,118025358	9,44147174	1250073,733
(64,56,30)	0,107858059	9,34803678	1153804,396
(65,57,31)	0,097138882	9,24214842	1051042,223
(66,58,32)	0,086446413	9,12251148	947616,3829

(67,59,33)	0,075831739	8,98855216	843647,9906
(68,60,34)	0,065316632	8,83925644	738938,0812

Premi asuransi jiwa *endowment* 20 tahun status *joint life* untuk keluarga ketiga dengan tiga peserta dengan usia (x) 35 tahun, (y) 30 tahun, dan (z) 4 tahun dihitung menggunakan persamaan (4.7.1) yaitu dengan membagi nilai asuransi sekarang sebesar 0,185227435 dengan nilai anuitasnya sebesar 8,856383 yang telah diperoleh pada perhitungan sebelumnya. Maka diperoleh perhitungan premi sebagai berikut:

$$P_{\overline{xyz:n}|} = \frac{A_{\overline{xyz:n}|}}{\ddot{a}_{\overline{xyz:n}|}}$$

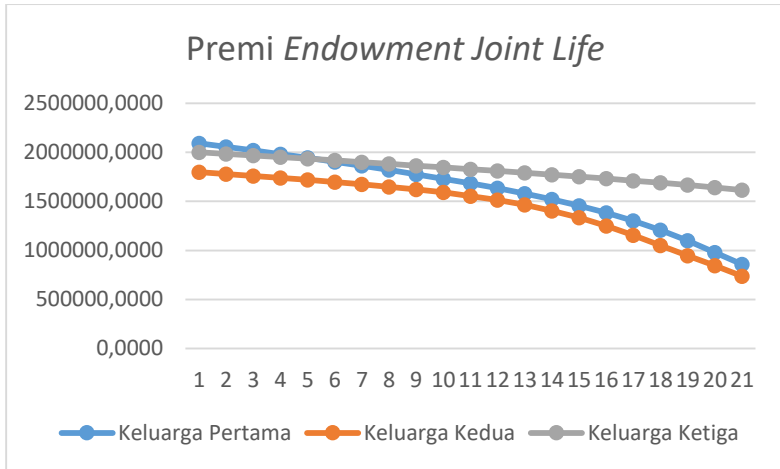
$$P_{\overline{xyz:n}|} = \frac{0,214736684}{10,74483525}$$

$$P_{\overline{xyz:n}|} = 0,019985107$$

Selanjutnya pada tabel didapatkan besar premi tahunan asuransi jiwa *endowment* status *joint life* untuk tiga orang peserta berusia $x = 35$ tahun, $y = 30$ tahun dan $z = 4$ berjangka 20 tahun dengan besar santunan Rp100.000.000.

Tabel 4.4 Perhitungan Premi Tahunan Keluarga Ketiga

Usia (x, y, z)	$A_{\overline{xyz:n} }$	$\ddot{a}_{\overline{xyz:n} }$	$P_{\overline{xyz:n} }$
(35,30,4)	0,214737	10,744835	1998510,721
(36,31,5)	0,212712	10,722779	1983735,787
(37,32,6)	0,210536	10,698138	1967968,177
(38,33,7)	0,208233	10,671078	1951382,008
(39,34,8)	0,205828	10,641374	1934219,684
(40,35,9)	0,203339	10,608911	1916677,869
(41,36,10)	0,200781	10,573692	1898869,226
(42,37,11)	0,198163	10,535515	1880901,589
(43,38,12)	0,195508	10,494592	1862937,899
(44,39,13)	0,192824	10,451168	1844998,542
(45,40,14)	0,190111	10,405504	1827026,375
(46,41,15)	0,187363	10,357771	1808908,921
(47,42,16)	0,184562	10,308034	1790466,406
(48,43,17)	0,181705	10,256747	1771565,901
(49,44,18)	0,178776	10,203773	1752058,671
(50,45,19)	0,175771	10,149344	1731844,812
(51,46,20)	0,172690	10,093903	1710829,859
(52,47,21)	0,169515	10,037710	1688784,167
(53,48,22)	0,166237	9,980921	1665543,506
(54,49,23)	0,162842	9,924081	1640874,892
(55,50,24)	0,159322	9,867261	1614657,546



Gambar 4.1 Premi Tahunan Asuransi Jiwa *Endowment Status Joint Life* Untuk Tiga Keluarga

Dari Tabel 4.2, Tabel 4.3, Tabel 4.4 dan Gambar 4.1 menunjukkan bahwa premi tahunan asuransi jiwa *endowment status joint life* mengalami penurunan seiring dengan bertambahnya usia peserta asuransi dan seiring berkurangnya masa asuransi. Hal ini dikarenakan asuransi *endowment* adalah gabungan antara asuransi berjangka dengan asuransi tabungan (*endowment* murni). Besar premi asuransi berjangka dipengaruhi oleh jumlah orang meninggal pada masa asuransi, pada umumnya jumlah orang meninggal akan meningkat seiring dengan resiko kematian yang meningkat karena pertambahan usia. Besar premi asuransi *endowment* murni dipengaruhi oleh jumlah orang yang hidup pada masa asuransi,

Jumlah orang yang bertahan hidup akan terus berkurang seiring dengan resiko kematian yang meningkat akibat penambahan usia. Berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia 2019 di masa asuransi tersebut jumlah orang yang hidup lebih besar di banding dengan jumlah orang yang meninggal. Hal ini berarti asuransi *endowment* murni memiliki pengaruh yang lebih besar dari pada asuransi berjangka. Akibatnya premi asuransi menurun dikarenakan semakin bertambahnya usia peserta, jumlah orang yang hidup semakin menurun. Artinya semakin tinggi peluang ketiga peserta meninggal sebelum masa asuransi berakhir, maka semakin rendah perusahaan asuransi akan memberikan dana santunan.

4.9.6 Menghitung Cadangan Premi *New Jersey*

Premi bersih tahun pertama untuk keluarga pertama yang disesuaikan dengan metode *New Jersey* dapat dihitung menggunakan persamaan (4.8.1) dengan bantuan tabel komutasi yang telah disusun berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia 2019 adalah sebagai berikut:

$$\alpha^J = \frac{C_{xyz}}{D_{xyz}}$$

$$\alpha^J = \frac{C_{45,43,20}}{D_{45,43,20}}$$

$$\alpha^J = \frac{147836,384356363}{69714785676438,8}$$

$$\alpha^J = 0,0000000021205886659754$$

Dan premi untuk tahun berikutnya dihitung menggunakan persamaan (4.8.2) sebagai berikut:

$$\beta^J = P_{\overline{xyz:n}|} + \frac{P_{\overline{xyz:n}|} - \frac{C_{xyz}}{D_{xyz}}}{\ddot{a}_{\overline{xyz:19}|}}$$

$$\beta^J = P_{\overline{45,43,20:20}|} + \frac{P_{\overline{45,43,20:20}|} - \frac{C_{45,43,20}}{D_{45,43,20}}}{\ddot{a}_{\overline{45,43,20:19}|}}$$

$$\beta^J = 0,020915 + \frac{0,020915 - 21205886659754 \cdot E^{-9}}{8,6674297}$$

$$\beta^J = 0,023328057$$

Perhitungan cadangan premi *New Jersey* dihitung menggunakan persamaan (4.8.3). Perhitungan besar cadangan premi metode *New Jersey* dimulai dari tahun ke-2 karena pada tahun pertama nilai cadangan harus nol. Maka diperoleh nilai cadangan premi untuk tahun ke-2 untuk keluarga pertama dengan tiga orang peserta berusia $x = 45$ tahun, $y = 43$ tahun dan $z = 20$ berjangka 20 tahun dengan besar santunan Rp100.000.000 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_2V^J_{\overline{45,43,20:20}|} &= R \frac{M_{45+2,43+2,20+2} - M_{45+20,43+20,20+20} + D_{45+20,43+20,20+20}}{D_{45+2,43+2,20+2}} \\ &- (\beta^J - P_{\overline{45,43,20:20}|}) \frac{N_{45+2,43+2,20+2} - N_{(45+2,43+2,20+2)+20-2}}{D_{45+2,43+2,20+2}} \\ &- P_{\overline{45,43,20:20}|} \cdot \frac{N_{45+2,43+2,20+2} - N_{45+20,43+20,20+20}}{D_{45+2,43+2,20+2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_2V^J_{\overline{45,43,20:20}|} &= R \frac{M_{47,45,22} - M_{65,63,40} + D_{65,63,40}}{D_{47,45,22}} - (\beta^J \\
&\quad - P_{\overline{45,43,20:20}|}) \frac{N_{447,45,22} - N_{65,63,40}}{D_{47,45,22}} \\
&\quad - P_{\overline{45,43,20:20}|} \cdot \frac{N_{47,45,22} - N_{65,63,40}}{D_{47,45,22}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_2V^J_{\overline{45,43,20:20}|} &= 100.000.000 \times 0,216198982 \\
&\quad - (0,023328057 - 0,020915) \times 8,465588795 \\
&\quad - (0,020915 \times 8,465588795)
\end{aligned}$$

$${}_2V^J_{\overline{45,43,20:20}|} = 1871324,415$$

Cadangan premi tahun ke-3 diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
{}_3V^J_{\overline{45,43,20:20}|} &= R \frac{M_{45+3,43+3,20+3} - M_{45+20,43+20,20+20} + D_{45+20,43+20,20+20}}{D_{45+3,43+3,20+3}} \\
&\quad - (\beta^J - P_{\overline{45,43,20:20}|}) \frac{N_{45+3,43+3,20+3} - N_{(45+3,43+3,20+3)+20-3}}{D_{45+3,43+3,20+3}} \\
&\quad - P_{\overline{45,43,20:20}|} \cdot \frac{N_{45+3,43+3,20+3} - N_{45+20,43+20,20+20}}{D_{45+3,43+3,20+3}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_3V^J_{\overline{45,43,20:20}|} &= R \frac{M_{48,46,23} - M_{65,63,40} + D_{65,63,40}}{D_{48,46,23}} - (\beta^J \\
&\quad - P_{\overline{45,43,20:20}|}) \frac{N_{48,46,23} - N_{65,63,40}}{D_{48,46,23}} \\
&\quad - P_{\overline{45,43,20:20}|} \cdot \frac{N_{48,46,23} - N_{65,63,40}}{D_{48,46,23}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_3V^J_{\overline{45,43,20:20}|} &= 100.000.000 \times 0,233769135 \\
&\quad - (0,023328057 - 0,020915) \times 8,248417783 \\
&\quad - (0,020915 \times 8,248417783)
\end{aligned}$$

$${}_3V^J_{\overline{45,43,20:20}|} = 4134957,473$$

Berlaku juga untuk perhitungan cadangan premi tahun-tahun selanjutnya.

Selanjutnya pada tabel didapatkan besaran cadangan premi *New Jersey* untuk keluarga pertama dengan tiga orang peserta berusia $x = 45$ tahun, $y = 43$ tahun dan $z = 20$ berjangka 20 tahun dengan besar santunan Rp100.000.000.

Tabel 4.5 Perhitungan Cadangan Premi Metode *New Jersey* Asuransi Jiwa *Endowment* Status *Joint Life* Keluarga Pertama

Usia (x, y, z)	k	$A_{\overline{x+t,y+t,z+t:n-t} }$	$\ddot{a}_{\overline{x+t,y+t,z+t:n-t} }$	${}_tV_{\overline{xyz:n} }^J$
(45,43,20)	0	0,185227435	8,856382958	0
(46,44,21)	1	0,200063759	8,667932400	0
(47,45,22)	2	0,216198982	8,465588795	1871324,415
(48,46,23)	3	0,233769135	8,248417783	4134957,473
(49,47,24)	4	0,252927012	8,015330922	6594491,509
(50,48,25)	5	0,273833507	7,764751452	9269694,295
(51,49,26)	6	0,296682489	7,495289061	12183195,84
(52,50,27)	7	0,321680234	7,205044545	15360054,39
(53,51,28)	8	0,349085706	6,892430431	18829869,59
(54,52,29)	9	0,37918026	6,555298164	22625789,08
(55,53,30)	10	0,412275337	6,191041455	26785036,91
(56,54,31)	11	0,448719229	5,796614228	31349548,19
(57,55,32)	12	0,488891179	5,368095301	36366394,58
(58,56,33)	13	0,533185329	4,90078798	41885946,8

(59,57,34)	14	0,582008091	4,389301251	47961422,08
(60,58,35)	15	0,635794416	3,827563455	54650479,71
(61,59,36)	16	0,695069523	3,208869091	62021284,16
(62,60,37)	17	0,760399582	2,525478174	70148508,33
(63,61,38)	18	0,832440457	1,768969179	79117384,36
(64,62,39)	19	0,911977307	0,930303148	89027514,26
(65,63,40)	20	1	0,0	100000000

Premi bersih tahun pertama untuk keluarga kedua yang disesuaikan dengan metode *New Jersey* dapat dihitung sebagai berikut:

$$\alpha^J = \frac{C_{xyz}}{D_{xyz}}$$

$$\alpha^J = \frac{C_{48,40,14}}{D_{48,40,14}}$$

$$\alpha^J = \frac{84887,5042}{80412748618201}$$

$$\alpha^J = 0,0000000010556$$

Dan premi untuk tahun berikutnya dihitung menggunakan persamaan (4.8.2) sebagai berikut:

$$\beta^J = P_{\overline{xyz:n}|} + \frac{P_{\overline{xyz:n}|} - \frac{C_{xyz}}{D_{xyz}}}{\ddot{a}_{\overline{xyz:19}|}}$$

$$\beta^J = P_{\overline{48,40,14:20}|} + \frac{P_{\overline{48,40,14:20}|} - \frac{C_{48,40,14}}{D_{48,40,14}}}{\ddot{a}_{\overline{48,40,14:19}|}}$$

$$\beta^J = 0,017971114 + \frac{0,017971114 - 0,0000000010556}{10,10336255}$$

$$\beta^J = 0,019749836$$

Nilai cadangan premi untuk keluarga kedua tahun ke-2 dengan tiga orang peserta berusia $x = 48$ tahun, $y = 40$ tahun dan $z = 14$ berjangka 20 tahun dengan besar santunan Rp100.000.000 sebagai berikut:

$${}_2V_{48,40,14:20}^J = R \frac{M_{48+2,40+2,14+2} - M_{48+20,40+20,14+20} + D_{48+20,40+20,14+20}}{D_{48+2,40+2,14+2}}$$

$$- (\beta^J - P_{48,40,14:20}) \frac{N_{48+2,40+2,14+2} - N_{(45+2,43+2,20+2)+20-2}}{D_{48+2,40+2,14+2}}$$

$$- P_{48,40,14:20} \cdot \frac{N_{48+2,40+2,14+2} - N_{48+20,40+20,14+20}}{D_{48+2,40+2,14+2}}$$

$${}_2V_{48,40,14:20}^J = R \frac{M_{50,42,16} - M_{68,60,34} + D_{68,60,34}}{D_{50,42,16}} - (\beta^J$$

$$- P_{48,40,14:20}) \frac{N_{50,42,16} - N_{68,60,34}}{D_{50,42,16}}$$

$$- P_{48,40,14:20} \cdot \frac{N_{50,42,16} - N_{68,60,34}}{D_{50,42,16}}$$

$${}_2V_{48,40,14:20}^J = 100.000.000 \times 0,216426403$$

$$- (0,017971114 - 0,0197498) \times 9,79325385$$

$$- (0,017971114 \times 9,79325385)$$

$${}_2V_{48,40,14:20}^J = 2301169,569$$

Cadangan premi tahun ke-3 diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 {}_3V_{48,40,14:20}^J &= R \frac{M_{48+3,40+3,14+3} - M_{48+20,40+20,14+20} + D_{48+20,40+20,14+20}}{D_{48+3,40+3,14+3}} \\
 &- (\beta^J - P_{48,40,14:20}) \frac{N_{48+3,40+3,14+3} - N_{(48+3,40+3,14+3)+20-3}}{D_{48+3,40+3,14+3}} \\
 &- P_{48,40,14:20} \cdot \frac{N_{48+3,40+3,14+3} - N_{48+20,40+20,14+20}}{D_{48+3,40+3,14+3}} \\
 {}_3V_{48,40,14:20}^J &= R \frac{M_{51,43,17} - M_{68,60,34} + D_{68,60,34}}{D_{51,43,17}} - (\beta^J \\
 &- P_{48,40,14:20}) \frac{N_{51,43,17} - N_{68,60,34}}{D_{51,43,17}} \\
 &- P_{48,40,14:20} \cdot \frac{N_{51,43,17} - N_{68,60,34}}{D_{51,43,17}} \\
 {}_3V_{48,40,14:20}^J &= 100.000.000 \times 0,234156584 \\
 &- (0,017971114 - 0,019749836) \times 9,513618841 \\
 &- (0,017971114 \times 9,513618841) \\
 {}_3V_{48,40,14:20}^J &= 4626461,008
 \end{aligned}$$

Berlaku juga untuk perhitungan cadangan premi tahun-tahun selanjutnya.

Selanjutnya pada tabel didapatkan besaran cadangan premi *New Jersey* untuk keluarga kedua dengan tiga orang peserta berusia $x = 48$ tahun, $y = 40$ tahun dan $z = 14$ berjangka 20 tahun dengan besar santunan Rp100.000.000.

Tabel 4.6 Perhitungan Cadangan Premi Metode *New Jersey*
Asuransi Jiwa *Endowment Status Joint Life* Keluarga Kedua

Usia (x, y, z)	k	$A_{\overline{x+t,y+t,z+t:n-t} }$	$\ddot{a}_{\overline{x+t,y+t,z+t:n-t} }$	${}_tV_{\overline{xyz:n} }^J$
(48,40,14)	0	0,185217069	10,30637638	0
(49,41,15)	1	0,200161293	10,05726064	0
(50,42,16)	2	0,216426403	9,79325385	2301169,569
(51,43,17)	3	0,234156584	9,513618841	4626461,008
(52,44,18)	4	0,253494549	9,216721347	7146623,828
(53,45,19)	5	0,274619894	8,901474089	9881764,961
(54,46,20)	6	0,297736122	8,56658361	12854789,47
(55,47,21)	7	0,323067703	8,210353517	16091494,5
(56,48,22)	8	0,350850924	7,830430618	19620156,38
(57,49,23)	9	0,381341869	7,4240341	23471875,49
(58,50,24)	10	0,414804054	6,987733724	27679778,06
(59,51,25)	11	0,451525051	6,517804745	32279977,58
(60,52,26)	12	0,491823306	6,010264631	37312184,21
(61,53,27)	13	0,536068603	5,460997084	42821505,78
(62,54,28)	14	0,584670647	4,86544842	48857906,29
(63,55,29)	15	0,638089916	4,218620789	55477304,17
(64,56,30)	16	0,696873788	3,515135549	62745059,89
(65,57,31)	17	0,761671334	2,74900099	70737914,19
(66,58,32)	18	0,833207657	1,9132676	79542102,38
(67,59,33)	19	0,912336772	1	89258698,18
(68,60,34)	20	1	0	10000000

Premi bersih tahun pertama untuk keluarga ketiga yang disesuaikan dengan metode *New Jersey* dapat dihitung sebagai berikut:

$$\alpha^J = \frac{C_{xyz}}{D_{xyz}}$$

$$\alpha^J = \frac{C_{35,30,4}}{D_{35,30,4}}$$

$$\alpha^J = \frac{21582,39534}{184321421700781}$$

$$\alpha^J = 0,0000000001171$$

Dan premi untuk tahun berikutnya dihitung menggunakan persamaan (4.8.2) sebagai berikut:

$$\beta^J = P_{\overline{xyz:n}|} + \frac{P_{\overline{xyz:n}|} - \frac{C_{xyz}}{D_{xyz}}}{\ddot{a}_{\overline{xyz:19}|}}$$

$$\beta^J = P_{\overline{35,30,4:20}|} + \frac{P_{\overline{35,30,4:20}|} - \frac{C_{35,30,4}}{D_{35,30,4}}}{\ddot{a}_{\overline{35,30,4:19}|}}$$

$$\beta^J = 0,019985 + \frac{0,019985 - 0,0000000001171}{10,51165809}$$

$$\beta^J = 0,021886222$$

Nilai cadangan premi tahun ke-2 untuk keluarga kedua dengan tiga orang peserta berusia $x = 35$ tahun, $y = 30$ tahun dan $z = 4$ berjangka 20 tahun dengan besar santunan Rp100.000.000 sebagai berikut:

$${}_2V^J_{\overline{35,30,4;20}|} = R \frac{M_{35+2,30+2,4+2} - M_{35+20,30+20,4+20} + D_{35+20,30+20,4+20}}{D_{45+2,43+2,20+2}}$$

$$- (\beta^J - P_{\overline{35,30,4;20}|}) \frac{N_{35+2,30+2,4+2} - N_{(35+2,30+2,4+2)+20-2}}{D_{35+2,30+2,4+2}}$$

$$- P_{\overline{35,30,4;20}|} \cdot \frac{N_{35+2,30+2,4+2} - N_{35+20,30+20,4+20}}{D_{35+2,30+2,4+2}}$$

$${}_2V^J_{\overline{35,30,4;20}|} = R \frac{M_{37,32,6} - M_{55.50,24} + D_{55.50,24}}{D_{37,32,6}} - (\beta^J$$

$$- P_{\overline{35,30,4;20}|}) \frac{N_{37,32,6} - N_{55.50,24}}{D_{37,32,6}}$$

$$- P_{\overline{35,30,4;20}|} \cdot \frac{N_{37,32,6} - N_{55.50,24}}{D_{37,32,6}}$$

$${}_2V^J_{\overline{35,30,4;20}|} = 100.000.000 \times 0,248938348$$

$$- (0,021886222 - 0,019985) \times 10,22016032$$

$$- (0,019985 \times 10,22016032)$$

$${}_2V^J_{\overline{35,30,4;20}|} = 2525764,998$$

Cadangan premi tahun ke-3 diperoleh sebagai berikut:

$${}_3V^J_{\overline{35,30,4;20}|} = R \frac{M_{35+3,30+3,4+3} - M_{35+20,30+20,4+20} + D_{35+20,30+20,4+20}}{D_{35+3,30+3,4+3}}$$

$$- (\beta^J - P_{\overline{35,30,4;20}|}) \frac{N_{35+3,30+3,4+3} - N_{(35+3,30+3,4+3)+20-3}}{D_{35+3,30+3,4+3}}$$

$$- P_{\overline{35,30,4;20}|} \cdot \frac{N_{35+3,30+3,4+3} - N_{35+20,30+20,4+20}}{D_{35+3,30+3,4+3}}$$

$$\begin{aligned}
{}_3V^J_{\overline{35,30,4:20}|} &= R \frac{M_{38,33,7} - M_{55,50,24} + D_{55,50,24}}{D_{38,33,7}} - (\beta^J \\
&\quad - P_{\overline{35,30,4:20}|}) \frac{N_{38,33,7} - N_{55,50,24}}{D_{38,33,7}} \\
&\quad - P_{\overline{35,30,4:20}|} \cdot \frac{N_{38,33,7} - N_{55,50,24}}{D_{38,33,7}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}_3V^J_{\overline{35,30,4:20}|} &= 100.000.000 \times 0,26809244 \\
&\quad - (0,021886222 - 0,019985) \times 9,929588191 \\
&\quad - (0,019985 \times 9,929588191)
\end{aligned}$$

$${}_3V^J_{\overline{35,30,4:20}|} = 5077126,824$$

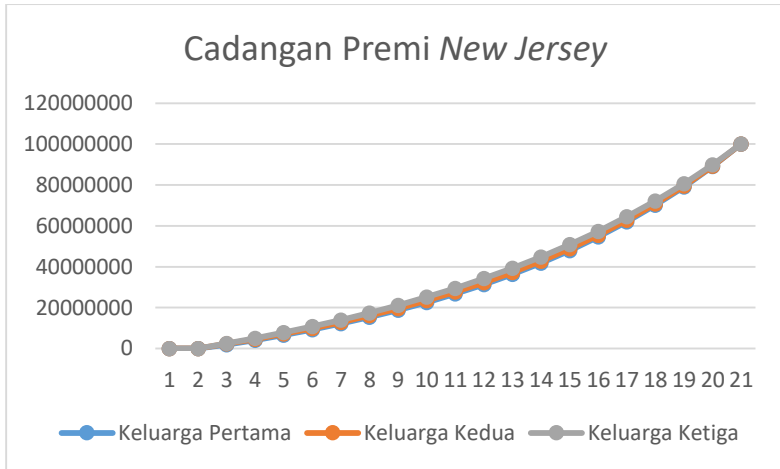
Berlaku juga untuk perhitungan cadangan premi tahun-tahun selanjutnya.

Selanjutnya pada tabel didapatkan besaran cadangan premi *New Jersey* untuk keluarga ketiga dengan tiga orang peserta berusia $x = 35$ tahun, $y = 30$ tahun dan $z = 14$ berjangka 20 tahun dengan besar santunan Rp100.000.000.

Tabel 4.7 Perhitungan Cadangan Premi Metode *New Jersey* Asuransi Jiwa *Endowment Status Joint Life* Keluarga Ketiga

Usia (x, y, z)	k	$A_{\overline{x+t,y+t,z+t:n-t} }$	$\ddot{a}_{\overline{x+t,y+t,z+t:n-t} }$	${}_tV^J_{\overline{xyz:n} }$
(35,30,4)	0	0,214736684	10,74483525	0
(36,31,5)	1	0,231192073	10,49158726	0
(37,32,6)	2	0,248938348	10,22016032	2525764,998
(38,33,7)	3	0,26809244	9,929588191	5077126,824

(39,34,8)	4	0,288772338	9,618391569	7826208,494
(40,35,9)	5	0,3111109725	9,285049434	10789507,2
(41,36,10)	6	0,335252188	8,927978539	13985246,73
(42,37,11)	7	0,361354996	8,545252681	17433169,87
(43,38,12)	8	0,38960335	8,135090867	21155694,57
(44,39,13)	9	0,42020309	7,695486277	25177796,94
(45,40,14)	10	0,453383318	7,224177688	29527336,17
(46,41,15)	11	0,489394435	6,718548753	34235078,55
(47,42,16)	12	0,52850956	6,17560698	39334885,42
(48,43,17)	13	0,571054461	5,592242196	44866140,67
(49,44,18)	14	0,617358629	4,964605911	50870216,16
(50,45,19)	15	0,667812711	4,288616222	57395110,44
(51,46,20)	16	0,722869013	3,559738726	64495978,05
(52,47,21)	17	0,783022406	2,772746859	72233745,28
(53,48,22)	18	0,848820856	1,921713226	80676181,4
(54,49,23)	19	0,920916428	1	89903020,6
(55,50,24)	20	1	0	100000000



Gambar 4.2 Cadangan Premi *New Jersey* Asuransi *Endowment* Status *Joint Life*

Pada Tabel 4.5, Tabel 4.6, Tabel 4.7 dan Gambar 4.2 menunjukkan bahwa nilai cadangan premi menggunakan perhitungan metode *New Jersey* untuk asuransi jiwa *endowment status joint life* untuk tiga orang peserta x , y dan z dari tahun pertama sampai dengan tahun ke 20. Pada asuransi jiwa *endowment joint life* santunan akan diberikan jika salah satu peserta meninggal atau semua peserta hidup sampai akhir masa asuransi. Hal ini mengakibatkan nilai cadangan premi semakin lama akan mendekati nilai santunan yang akan diberikan karena semakin mendekati jatuh tempo masa asuransi maka kemungkinan perusahaan memberikan uang santunan semakin besar. Terlihat pada Gambar 4.2 bahwa

cadangan premi meningkat seiring dengan mendekati jatuh tempo masa kontrak asuransi yaitu dimulai dari cadangan premi pada tahun pertama adalah nol sampai menuju Rp100.000.000 pada akhir masa asuransi.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dan perhitungan maka didapatkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Premi tahunan asuransi jiwa *endowment status joint life* untuk tiga orang peserta, besar premi tahunan asuransi *endowment status joint life* menggunakan suku bunga stokastik model *CIR* dengan uang santunan $R = \text{Rp}100.000.000$ untuk keluarga pertama pada tahun pertama bernilai $\text{Rp}2.091.456,926$ dan semakin menurun hingga pada tahun ke-20 bernilai $\text{Rp}857.509,2877$. Keluarga kedua pada tahun pertama bernilai $\text{Rp}1797111,4397$ dan semakin menurun hingga pada tahun ke-20 bernilai $\text{Rp}738938,0812$. Dan keluarga ketiga pada tahun pertama bernilai $\text{Rp}1998510,7214$ dan semakin menurun hingga pada tahun ke-20 bernilai $\text{Rp}1614657,5464$. Berdasarkan besar premi yang didapatkan menunjukkan bahwa semakin bertambah usia peserta saat mengikuti asuransi, maka semakin kecil premi yang harus dibayarkan oleh peserta. Hal ini dikarenakan

semakin bertambah usia peserta, maka semakin berkurang peluang hidup peserta.

2. Cadangan premi asuransi jiwa *endowment status joint life* untuk tiga orang peserta dengan metode *New Jersey* menggunakan suku bunga stokastik model *CIR* untuk ketiga keluarga pada tahun pertama cadangan premi bernilai nol, kemudian pada tahun ke-2 cadangan premi keluarga pertama bernilai Rp1.871.324,415, keluarga kedua bernilai Rp2301169,569, keluarga ketiga bernilai Rp2525764,998 dan ketiganya semakin meningkat mendekati nilai besar santunan yaitu pada tahun ke-20 bernilai Rp100.000.000. Hal ini dikarenakan pada asuransi jiwa *endowment joint life* santunan akan diberikan jika salah satu peserta meninggal atau semua peserta hidup sampai akhir masa asuransi, yang artinya semakin mendekati jatuh tempo masa asuransi maka kemungkinan perusahaan memberikan uang santunan semakin besar.

5.2 Saran

Pada skripsi ini, perhitungan premi tahunan dan nilai cadangan premi menggunakan anuitas awal diskrit, untuk skripsi selanjutnya perhitungan premi dapat dilakukan dengan anuitas akhir kontinu. Perhitungan cadangan premi asuransi *endowment status joint life* menggunakan metode *New Jersey*

secara prospektif, untuk penelitian selanjutnya dapat dihitung secara retrospektif.

DAFTAR SIMBOL

- x : Usia peserta pertama
- y : Usia peserta kedua
- z : Usia Peserta ketiga
- i : Suku bunga per tahun
- v : Faktor diskon
- n : Lama masa asuransi
- l_x : Banyak orang yang hidup berusia x tahun
- l_y : Banyak orang yang hidup berusia y tahun
- l_{xy} : Fungsi hidup gabungan orang yang berusia x dan y .
- l_{x+n} : Banyaknya orang yang hidup tepat berusia $x + n$ tahun
- d_x : Banyaknya orang yang meninggal antara usia x sampai $x + 1$ tahun
- ${}_n d_x$: Jumlah orang yang meninggal antara usia x dan $x + n$
- v^x : Vektor diskon pembayaranyang berusia x tahun
- v^{x+1} : Vektor diskon pembayaran yang berusia $x + 1$ tahun

$v^{\frac{1}{2}(x+y)}$: Vektor dikon rata-rata pembayaran gabungan x dan y tahun

$v^{\frac{1}{2}(x+y)+1}$: Vektor diskon rata-rata pembayaran gabungan $x + 1$ dan $y + 1$ tahun

p_x : Peluang hidup orang yang tepat berusia x tahun

${}_n p_x$: Peluang hidup orang yang berusia x tahun mencapai $x + n$ tahun

${}_n p_{xy}$: Peluang hidup gabungan orang yang berusia x dan y tahun mencapai $x + n$ dan $y + n$ tahun

${}_n q_x$: Peluang meninggal orang yang berusia x sebelum $x + n$ tahun

${}_n q_{xy}$: Peluang meninggal orang yang berusia x dan y sebelum $x + n$ dan $y + n$ tahun

${}_{t|u} q_x$: Peluang meninggal orang yang berusia x tahun pada usia antara $x + t$ dan $x + t + u$ tahun

D_x : Komutasi dari v^x dengan l_x

D_{xy} : Komutasi dari $v^{\frac{1}{2}(x+y)}$ dengan l_{xy}

C_x : Komutasi dari v^{x+1} dengan d_x

- C_{xy} : Komutasi dari $v^{\frac{1}{2}(x+y)+1}$ dengan d_{xy}
- N_x : Komutasi nilai akumulasi D_{x+k} dengan $k = 0$ sampai w
- N_{xy} : Komutasi nilai akumulasi $D_{x+k,y+k}$ dengan $k = 0$ sampai w
- M_x : Komutasi nilai akumulasi C_{x+k} dengan $k = 0$ sampai w
- M_{xy} : Komutasi nilai akumulasi $C_{x+k,y+k}$ dengan $k = 0$ sampai w
- $\ddot{a}_{\overline{x:n}|}$: Anuitas hidup awal diskrit berjangka n tahun
- $\ddot{a}_{\overline{xy:n}|}$: Anuitas hidup *joint life* awal diskrit berjangka n tahun
- $a_{\overline{x:n}|}$: Anuitas hidup akhir diskrit berjangka n tahun
- $a_{\overline{xy:n}|}$: Anuitas hidup *joint life* akhir diskrit berjangka n tahun
- $A_{\overline{xyz:n}|}$: Nilai manfaat sekarang asuransi berjangka n tahun
- $A^1_{\overline{x:n}|}$: Nilai manfaat sekarang asuransi berjangka n tahun
- $A^1_{\overline{xy:n}|}$: Nilai manfaat sekarang asuransi *joint life* berjangka n tahun

$A_{\overline{x:n|}}$: Nilai manfaat sekarang asuransi *endowment*
berjangka n tahun

$A_{\overline{xy:n|}}$: Nilai manfaat sekarang asuransi *endowment joint life*
berjangka n tahun

$P_{\overline{x:n|}}$: Premi asuransi *endowment* berjangka n tahun

$P_{\overline{xy:n|}}$: Premi asuransi *endowment joint life* berjangka n
tahun

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Qur'an, Departemen Agama Republik Indonesia.
<https://quran.kemenag.go.id/>, diakses pada 6 Januari 2023.
- Alwi, Wahidah, Anriani Anriani, and Ainun Mawaddah Abdal. "Perhitungan Premi Tahunan untuk Asuransi Jiwa Endowment Joint Life dengan Suku Bunga Stokastik." *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)* 7.1 (2019): 11-17.
- Bowers NL, Geber HU, Hickman JC, Jones DA, Nessbit CJ. 1997. *Actuarial Mathematics*. Schaumburg: The Society Of Actuaries.
- Djojosoedarso, Soeisno. "Manajemen Risiko." *Jakarta: Penerbit PT Rineka Cipta* (1999).
- Dwipayana, I. Gusti Agung Gede, I. Nyoman Widana, and Kartika Sari. "Menentukan formula cadangan premi asuransi jiwa last survivor menggunakan metode New Jersey." *E-Jurnal Matematika* 8.4 (2019): 264-268.
- Ekawati, Darma, Ahmad Ansar, and Hikmah Hikmah. "Penentuan Premi Asuransi Jiwa Dwiguna dengan Polis Partisipasi Menggunakan Suku Bunga Model CIR". *Transformasi: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika* 5.1 (2021): 511-522.

- Futami T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Herliyanto G, penerjemah, Jakarta (ID). Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Terjemahan Dari: *Seime Hoken Sugaku Gekan*.
- Madya, Suwarsih. "Penelitian tindakan kelas." *Bandung: Alfabeta* (2007).
- Mariana, Eni. *Parameter Estimation of Cox Ingeroll Ross (CIR) Interest Rate Model Using Kalman Filter for Pricing Zero Coupon Bond*. Surabaya: 2015.
- Medikasari, Winda. "Aplikasi suku bunga konstan dan suku bunga stokastik dalam perhitungan aktuarial asuransi dwiguna". *BS thesis. Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta*.
- Nadilia, Nindita. "Penentuan premi tahunan konstan dan cadangan benefit untuk empat orang dalam asuransi jiwa gabungan". *BS thesis. Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Syarif Hidayatullah Jakarta*.
- Nofridawati, Nova. "Premi Asuransi Jiwa pada Akhir Tahun Kematian dan pada Saat Kematian Terjadi." *Jurnal Matematika UNAND 1.2* (2012): 79-84.
- Paramitha, Nabilla Fadia, et al. "Peramalan tingkat bunga bi 7-day repo rate menggunakan arima serta dampaknya bagi investor." *KINERJA 18.2* (2021): 184-191.

- Putra, Lucky Eka. "Penentuan premi untuk polis asuransi bersama." *Jurnal Matematika UNAND* 3.1 (2014): 115-122.
- Wiratna, Sujarweni (2014). *Metodologi Penelitian*. Yogyakarta; Pustaka baru press
- Siswanto, Adrianus Dwi. "Analysis of the ability to pay for disaster insurance program." *Kajian Ekonomi dan Keuangan* 18.1 (2014): 15-34.
- Sukirno, Sadono. "Pengantar teori ekonomi makro." *Penerbit Raja Grafindo, Jakarta* (1994).
- Sukanasih, Ni Komang, I. Nyoman Widana, dan Ketut Jaya Negara. "Cadangan Premi Asuransi *Joint Life* dengan Suku Bunga Tetap dan Berubah Secara Stokastik." *E-Jurnal Matematika* 7.2 (2018): 79-87.
- Suku Bunga Bank Indonesia, BI-7 Day Reverse Repo Rate (BI7DRR), <https://www.bi.go.id/id/statistik/informasikurs/transaksibi/default.aspx>, diakses pada 12 Januari 2023.
- Sypkens, Roelf. *Risk properties and parameter estimation on mean reversion and Garch models*. Diss. 2010.
- Tabel Mortalitas Indonesia IV (2019), <https://aaj.or.id>.
- Tewo, Jenne Lali, I. Nyoman Widana, and Tjokorda Bagus Oka. "Penentuan Cadangan Premi dengan Metode New Jersey pada Asuransi *Joint Life*." *E-Jurnal Matematika* 7.3 (2018): 226-231.

Zakaria, Z., Azmi, N. M., Hassan, N. F. H. N., Salleh, W. A.,
Tajuddin, M. T. H. M., Sallem, N. R. M., & Noor, J. M. M.
(2016). The Intention to Purchase Life Insurance: A Case
Study of Staff in Public Universities.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Tabel Mortalitas Indonesia 2019

Usia	Laki-laki		Perempuan	
	q _x	p _x	q _x	p _x
0	0,00524	0,99476	0,00266	0,99734
1	0,00053	0,99947	0,00041	0,99959
2	0,00042	0,99958	0,00031	0,99969
3	0,00034	0,99966	0,00024	0,99976
4	0,00029	0,99971	0,00021	0,99979
5	0,00026	0,99974	0,0002	0,9998
6	0,00023	0,99977	0,00022	0,99978
7	0,00021	0,99979	0,00023	0,99977
8	0,0002	0,9998	0,00022	0,99978
9	0,0002	0,9998	0,00021	0,99979
10	0,00019	0,99981	0,00019	0,99981
11	0,00019	0,99981	0,00018	0,99982
12	0,00019	0,99981	0,0002	0,9998
13	0,0002	0,9998	0,00022	0,99978
14	0,00023	0,99977	0,00023	0,99977
15	0,00027	0,99973	0,00023	0,99977
16	0,00031	0,99969	0,00024	0,99976
17	0,00037	0,99963	0,00024	0,99976
18	0,00043	0,99957	0,00025	0,99975
19	0,00047	0,99953	0,00026	0,99974
20	0,00049	0,99951	0,00027	0,99973
21	0,00049	0,99951	0,00028	0,99972
22	0,00049	0,99951	0,0003	0,9997

23	0,00049	0,99951	0,00032	0,99968
24	0,0005	0,9995	0,00034	0,99966
25	0,00052	0,99948	0,00038	0,99962
26	0,00055	0,99945	0,00042	0,99958
27	0,0006	0,9994	0,00046	0,99954
28	0,00065	0,99935	0,00049	0,99951
29	0,0007	0,9993	0,00052	0,99948
30	0,00075	0,99925	0,00056	0,99944
31	0,00081	0,99919	0,0006	0,9994
32	0,00087	0,99913	0,00064	0,99936
33	0,00093	0,99907	0,00069	0,99931
34	0,00099	0,99901	0,00074	0,99926
35	0,00107	0,99893	0,0008	0,9992
36	0,00116	0,99884	0,00086	0,99914
37	0,00127	0,99873	0,00093	0,99907
38	0,00139	0,99861	0,001	0,999
39	0,00155	0,99845	0,00108	0,99892
40	0,00173	0,99827	0,00118	0,99882
41	0,00193	0,99807	0,00128	0,99872
42	0,00216	0,99784	0,00141	0,99859
43	0,00241	0,99759	0,00154	0,99846
44	0,0027	0,9973	0,00169	0,99831
45	0,00302	0,99698	0,00187	0,99813
46	0,00338	0,99662	0,00209	0,99791
47	0,00377	0,99623	0,0023	0,9977
48	0,00418	0,99582	0,00253	0,99747
49	0,00461	0,99539	0,00277	0,99723
50	0,00508	0,99492	0,00305	0,99695
51	0,00556	0,99444	0,00335	0,99665

52	0,00609	0,99391	0,00368	0,99632
53	0,00667	0,99333	0,00403	0,99597
54	0,00727	0,99273	0,00442	0,99558
55	0,00789	0,99211	0,00483	0,99517
56	0,00847	0,99153	0,00524	0,99476
57	0,00898	0,99102	0,00563	0,99437
58	0,00939	0,99061	0,00601	0,99399
59	0,00971	0,99029	0,00636	0,99364
60	0,00999	0,99001	0,00671	0,99329
61	0,01024	0,98976	0,00707	0,99293
62	0,01046	0,98954	0,00746	0,99254
63	0,01071	0,98929	0,00788	0,99212
64	0,01104	0,98896	0,00833	0,99167
65	0,01146	0,98854	0,00883	0,99117
66	0,01199	0,98801	0,0094	0,9906
67	0,0126	0,9874	0,01005	0,98995
68	0,01329	0,98671	0,01076	0,98924
69	0,01405	0,98595	0,0115	0,9885
70	0,01485	0,98515	0,01229	0,98771
71	0,01574	0,98426	0,01314	0,98686
72	0,0167	0,9833	0,01406	0,98594
73	0,01777	0,98223	0,01508	0,98492
74	0,01895	0,98105	0,0162	0,9838
75	0,02026	0,97974	0,01743	0,98257
76	0,02369	0,97631	0,01879	0,98121
77	0,02738	0,97262	0,0203	0,9797
78	0,0313	0,9687	0,02326	0,97674
79	0,03693	0,96307	0,0288	0,9712
80	0,04518	0,95482	0,03569	0,96431

81	0,05527	0,94473	0,04208	0,95792
82	0,06732	0,93268	0,04907	0,95093
83	0,08228	0,91772	0,0552	0,9448
84	0,09478	0,90522	0,06086	0,93914
85	0,10465	0,89535	0,06715	0,93285
86	0,11533	0,88467	0,07318	0,92682
87	0,12698	0,87302	0,08155	0,91845
88	0,13947	0,86053	0,09045	0,90955
89	0,15271	0,84729	0,10001	0,89999
90	0,16659	0,83341	0,10913	0,89087
91	0,17991	0,82009	0,11521	0,88479
92	0,1939	0,8061	0,12499	0,87501
93	0,20874	0,79126	0,13826	0,86174
94	0,22451	0,77549	0,15451	0,84549
95	0,24126	0,75874	0,17429	0,82571
96	0,25715	0,74285	0,19155	0,80845
97	0,27419	0,72581	0,20596	0,79404
98	0,29249	0,70751	0,22227	0,77773
99	0,31215	0,68785	0,23736	0,76264
100	0,33331	0,66669	0,2581	0,7419
101	0,35163	0,64837	0,28068	0,71932
102	0,37132	0,62868	0,30562	0,69438
103	0,3925	0,6075	0,33315	0,66685
104	0,41527	0,58473	0,36369	0,63631
105	0,43973	0,56027	0,39318	0,60682
106	0,46602	0,53398	0,42883	0,57117
107	0,49429	0,50571	0,46604	0,53396
108	0,52467	0,47533	0,50427	0,49573
109	0,55733	0,44267	0,54477	0,45523

110	0,59244	0,40756	0,58702	0,41298
111	1	0	1	0
Jumlah	9,74481	102,2552	8,14555	103,8545

(<https://aaji.or.id/File/Download/1970>, diakses 12 januari 2023)

Lampiran 2 Peluang Hidup Peserta Keluarga Pertama

l_x	l_y	l_z	l_{xyz}
96270,85061	97754,53232	98927,32618	930996358884912
95980,11265	97603,99034	98878,85179	926301235247033
95655,69986	97439,0396	98830,40115	921158590214438
95295,07788	97256,82859	98781,97426	915520924664151
94896,74445	97053,56182	98733,57109	909342810223155
94459,27046	96830,33863	98684,2043	902617358719747
93979,41736	96585,35787	98632,88852	895294246197693
93456,8918	96317,81643	98578,64043	887361916104057
92887,73933	96024,04709	98519,49324	878740349748480
92268,17811	95702,36653	98455,45557	869389535703548
91597,38846	95350,18182	98386,53675	859291054501765
90874,68506	94965,92059	98312,74685	848438821031163
90104,97648	94546,17122	98233,11353	836855805263133
89295,83379	94089,51322	98147,65072	824617082316262
88457,34591	93596,48417	98056,3734	811837796568113
87598,42508	93069,53596	97959,29759	798637151449243
86723,31682	92510,18805	97854,48114	785065986730145
85835,27005	91921,82325	97740,96995	771189401248851
84937,43313	91305,02782	97616,83891	757039543589321
84027,75322	90659,50127	97481,15151	742603048293828
83100,08682	89983,18139	97330,05572	727796216119461

Lampiran 3 Peluang Hidup Peserta Keluarga Kedua

l_x	l_y	l_z	l_{xyz}
95295,07788	98133,82181	99431,2314	929848082849395
94896,7445	98018,0239	99408,36222	924655963710799
94459,2705	97892,56083	99385,4983	919003776799306
93979,4174	97754,53232	99361,64578	912826893882148
93456,8918	97603,99034	99337,79898	906136114051239
92887,7393	97439,0396	99312,96453	898870927202138
92268,1781	97256,82859	99287,14316	890974067507957
91597,3885	97053,56182	99260,33563	882409772979606
90874,6851	96830,33863	99232,54274	873189468954559
90104,9765	96585,35787	99202,77298	863344015531569
89295,8338	96317,81643	99171,02809	852948167902543
88457,3459	96024,04709	99137,30994	842075517649851
87598,4251	95702,36653	99099,63776	830789582789739
86723,3168	95350,18182	99058,01591	819119057119289
85835,2701	94965,92059	99012,44923	807092597469926
84937,4331	94546,17122	98963,93313	794730765109745
84027,7532	94089,51322	98912,47188	782014900570966
83100,0868	93596,48417	98857,0809	768898113034009
82147,7598	93069,53596	98797,76665	755353769082671
81162,8082	92510,18805	98734,53608	741337072383795
80140,1568	91921,82325	98666,40925	726838864175829

Lampiran 4 Peluang Hidup Peserta Keluarga Ketiga

l_x	l_y	l_z	l_{xyz}
97959,29759	98912,47188	99638,28527	965434829471949
97854,48114	98857,0809	99617,36123	963659338221130
97740,96995	98797,76665	99597,43776	961771575699061

97616,83891	98734,53608	99575,52632	959724187935195
97481,15151	98666,40925	99552,62395	957508604452876
97330,05572	98593,3961	99530,72237	955106838269286
97161,67473	98514,52139	99509,82092	952491674570963
96974,15269	98429,7989	99490,91405	949655334941880
96764,68852	98338,25919	99473,00569	946552397519174
96531,48563	98239,92093	99453,11109	943138269647905
96270,85061	98133,82181	99431,2314	939369250469251
95980,11265	98018,0239	99408,36222	935212098886696
95655,69986	97892,56083	99385,4983	930643959254488
95295,07788	97754,53232	99361,64578	925605971808708
94896,74445	97603,99034	99337,79898	920096587769373
94459,27046	97439,0396	99312,96453	914078570860020
93979,41736	97256,82859	99287,14316	907498397227210
93456,8918	97053,56182	99260,33563	900323427006201
92887,73933	96830,33863	99232,54274	892532345233062
92268,17811	96585,35787	99202,77298	884070808396728
91597,38846	96317,81643	99171,02809	874932472796898

Lampiran 5 Peluang Meninggal Peserta Keluarga Pertama

d_x	d_y	d_z	d_{xyz}
290,7379689	150,5419798	48,4743898	2121640,154
324,4127807	164,9507437	48,4506374	2592696,779
360,6219885	182,211004	48,4268966	3182097,213
398,3334255	203,2667718	48,4031674	3919105,212
437,4739919	223,2231922	49,3667855	4820880,908
479,8530939	244,9807567	51,3157862	6032415,657
522,5255605	267,5414413	54,2480887	7583733,159
569,1524711	293,7693401	59,1471843	9889382,346

619,5612214	321,6805578	64,0376706	12762758,93
670,7896549	352,1847088	68,9188189	16281509,92
722,7033949	384,2612328	73,7899026	20491964,9
769,7085825	419,749369	79,6333249	25728308,25
809,1426888	456,658007	85,4628088	31578634,98
838,4878793	493,0290493	91,2773152	37733940,04
858,9208288	526,9482059	97,0758097	43937170,57
875,1082666	559,3479111	104,816448	51306601,34
888,0467642	588,364796	113,511198	59309084,91
897,8369247	616,795434	124,131032	68741495,78
909,6799088	645,5265467	135,687406	79678701,91
927,6663955	676,3198795	151,095785	94797378,28
952,326995	709,0674694	168,380996	113701640,7

Lampiran 6 Peluang Meninggal Peserta Keluarga Kedua

d_x	d_y	d_z	d_{xyz}
398,33343	115,79791	22,86918	1054868,017
437,47399	125,46307	22,86392	1254928,279
479,85309	138,02851	23,85252	1579833,661
522,52556	150,54198	23,84679	1875837,359
569,15247	164,95074	24,83445	2331510,875
619,56122	182,21100	25,82137	2914997,069
670,78965	203,26677	26,80753	3655186,364
722,70339	223,22319	27,79289	4483665,242
769,70858	244,98076	29,76976	5613499,335
809,14269	267,54144	31,74489	6872107,856
838,48788	293,76934	33,71815	8305523,079
858,92083	321,68056	37,67218	10408752,321
875,10827	352,18471	41,62185	12827843,108

888,04676	384,26123	45,56669	15549264,979
897,83692	419,74937	48,51610	18284092,004
909,67991	456,65801	51,46125	21377650,407
927,66640	493,02905	55,39098	25333979,548
952,32699	526,94821	59,31425	29765491,484
984,95164	559,34791	63,23057	34835658,921
1022,65138	588,36480	68,12683	40991373,466
1065,06268	616,79543	73,01314	47964217,302

Lampiran 7 Peluang Meninggal Peserta Keluarga Ketiga

d_x	d_y	d_z	d_{xyz}
104,8164484	55,39098	20,92403991	121482,5955
113,5111981	59,31425	19,92347225	134141,3799
124,1310318	63,23057	21,91143631	171980,1461
135,6874061	68,12682989	22,90237105	211708,4378
151,0957848	73,01314284	21,90157727	241617,7212
168,3809964	78,87471688	20,9014517	277592,2515
187,5220322	84,72248839	18,90686597	300379,6795
209,4641698	91,53971298	17,90836453	343380,1746
233,2028993	98,33825919	19,89460114	456238,2556
260,6350112	106,0991146	21,87968444	605042,0627
290,7379689	115,7979097	22,86918322	769933,34
324,4127807	125,4630706	22,86392331	930603,3737
360,6219885	138,0285108	23,85251959	1187285,783
398,3334255	150,5419798	23,84679499	1429994,583
437,4739919	164,9507437	24,83444975	1792095,126
479,8530939	182,211004	25,82137078	2257679,006
522,5255605	203,2667718	26,80752865	2847283,481
569,1524711	223,2231922	27,79289398	3531032,468

619,5612214	244,9807567	29,76976282	4518471,774
670,7896549	267,5414413	31,74488735	5697065,45
722,7033949	293,7693401	33,71814955	7158636,247

Lampiran 8 Suku Bunga Bank Indonesia

NO	Tanggal	BI-7Day-RR
1	18 Januari 2018	4.25 %
2	15 Februari 2018	4.25 %
3	22 Maret 2018	4.25 %
4	19 April 2018	4.25 %
5	17 Mei 2018	4.50 %
6	30 Mei 2018	4.75 %
7	29 Juni 2018	5.25 %
8	19 Juli 2018	5.25 %
9	15 Agustus 2018	5.50 %
10	27 September 2018	5.75 %
11	23 Oktober 2018	5.75 %
12	15 November 2018	6.00 %
13	20 Desember 2018	6.00 %
14	17 Januari 2019	6.00 %
15	21 Februari 2019	6.00 %
16	21 Maret 2019	6.00 %
17	25 April 2019	6.00 %
18	16 Mei 2019	6.00 %
19	20 Juni 2019	6.00 %
20	18 Juli 2019	5.75 %
21	22 Agustus 2019	5.50 %
22	19 September 2019	5.25 %

23	24 Oktober 2019	5.00 %
24	21 November 2019	5.00 %
25	19 Desember 2019	5.00 %
26	23 Januari 2020	5.00 %
27	20 Februari 2020	4.75 %
28	19 Maret 2020	4.50 %
29	14 April 2020	4.50 %
30	19 Mei 2020	4.50 %
31	18 Juni 2020	4.25 %
32	16 Juli 2020	4.00 %
33	19 Agustus 2020	4.00 %
34	17 September 2020	4.00 %
35	13 Oktober 2020	4.00 %
36	19 November 2020	3.75 %
37	17 Desember 2020	3.75 %
38	21 Januari 2021	3.75 %
39	18 Februari 2021	3.50 %
40	18 Maret 2021	3.50 %
41	20 April 2021	3.50 %
42	25 Mei 2021	3.50 %
43	17 Juni 2021	3.50 %
44	22 Juli 2021	3.50 %
45	19 Agustus 2021	3.50 %
46	21 September 2021	3.50 %
47	19 Oktober 2021	3.50 %
48	18 November 2021	3.50 %
49	16 Desember 2021	3.50 %
50	20 Januari 2022	3.50 %
51	10 Februari 2022	3.50 %

52	17 Maret 2022	3.50 %
53	19 April 2022	3.50 %
54	24 Mei 2022	3.50 %
55	23 Juni 2022	3.50 %
56	21 Juli 2022	3.50 %
57	23 Agustus 2022	3.75 %
58	22 September 2022	4.25 %
59	20 Oktober 2022	4.75 %
60	17 November 2022	5.25 %
61	22 Desember 2022	5,50%

Lampiran 9 Vektor Diskon Keluarga Pertama

V_x	V_y	V_z	V_{xyz}
0,039171585	0,045238246	0,236948433	0,07488191
0,036450529	0,042095769	0,2204888	0,069680235
0,033918491	0,039171585	0,205172535	0,064839894
0,031562342	0,036450529	0,190920216	0,060335788
0,029369862	0,033918491	0,177657935	0,05614456
0,027329684	0,031562342	0,165316918	0,052244476
0,025431226	0,029369862	0,153833171	0,048615311
0,023664645	0,027329684	0,143147143	0,045238246
0,022020779	0,025431226	0,133203421	0,042095769
0,020491105	0,023664645	0,123950439	0,039171585
0,019067689	0,022020779	0,115340216	0,036450529
0,017743151	0,020491105	0,107328103	0,033918491
0,016510622	0,019067689	0,099872552	0,031562342
0,015363711	0,017743151	0,0929349	0,029369862
0,01429647	0,016510622	0,086479173	0,027329684
0,013303366	0,015363711	0,080471894	0,025431226

0,012379247	0,01429647	0,07488191	0,023664645
0,011519322	0,013303366	0,069680235	0,022020779
0,010719132	0,012379247	0,064839894	0,020491105
0,009974527	0,011519322	0,060335788	0,019067689
0,009281646	0,010719132	0,056144456	0,017743151
0,008636896	0,009974527	0,052244476	0,016510622
0,008036933	0,009281646	0,048615311	0,015363711
0,007478647	0,008636896	0,045238246	0,01429647
0,006959143	0,008036933	0,042095769	0,013303366
0,006475726	0,007478647	0,039171585	0,012379247
0,006025889	0,006959143	0,036450529	0,011519322
0,0056073	0,006475726	0,033918491	0,010719132
0,005217789	0,006025889	0,031562342	0,009974527
0,004855335	0,0056073	0,029369862	0,009281646
0,004518059	0,005217789	0,027329684	0,008636896
0,004204212	0,004855335	0,025431226	0,008036933
0,003912166	0,004518059	0,023664645	0,007478647
0,003640407	0,004204212	0,022020779	0,006959143
0,003387526	0,003912166	0,020491105	0,006475726
0,003152212	0,003640407	0,019067689	0,006025889
0,002933243	0,003387526	0,017743151	0,0056073
0,002729485	0,003152212	0,016510622	0,005217789
0,002539881	0,002933243	0,015363711	0,004855335
0,002363448	0,002729485	0,01429647	0,004518059
0,002199271	0,002539881	0,013303366	0,004204212
0,002046499	0,002363448	0,012379247	0,003912166

Lampiran 10 Vektor Diskon Keluarga Kedua

V_x	V_y	V_z	V_{xyz}
0,031562483	0,056144769	0,273646052	0,086479448
0,029369997	0,052244675	0,25463724	0,080472156
0,027329811	0,048615501	0,236948875	0,074882162
0,025431347	0,045238427	0,220489232	0,069680475
0,023664759	0,042095942	0,205172956	0,064840124
0,022020888	0,039171749	0,190920626	0,060336008
0,020491208	0,036450685	0,177658333	0,056144769
0,019067787	0,03391864	0,165317304	0,052244675
0,017743244	0,031562483	0,153833544	0,048615501
0,01651071	0,029369997	0,143147504	0,045238427
0,015363794	0,027329811	0,133203769	0,042095942
0,014296549	0,025431347	0,123950774	0,039171749
0,01330344	0,023664759	0,115340539	0,036450685
0,012379317	0,022020888	0,107328413	0,03391864
0,011519388	0,020491208	0,09987285	0,031562483
0,010719195	0,019067787	0,092935186	0,029369997
0,009974586	0,017743244	0,086479448	0,027329811
0,009281702	0,01651071	0,080472156	0,025431347
0,008636949	0,015363794	0,074882162	0,023664759
0,008036984	0,014296549	0,069680475	0,022020888
0,007478695	0,01330344	0,064840124	0,020491208
0,006959188	0,012379317	0,060336008	0,019067787
0,006475768	0,011519388	0,056144769	0,017743244
0,006025929	0,010719195	0,052244675	0,01651071
0,005607338	0,009974586	0,048615501	0,015363794
0,005217825	0,009281702	0,045238427	0,014296549
0,004855369	0,008636949	0,042095942	0,01330344
0,004518091	0,008036984	0,039171749	0,012379317

0,004204242	0,007478695	0,036450685	0,011519388
0,003912194	0,006959188	0,03391864	0,010719195
0,003640434	0,006475768	0,031562483	0,009974586
0,003387551	0,006025929	0,029369997	0,009281702
0,003152235	0,005607338	0,027329811	0,008636949
0,002933265	0,005217825	0,025431347	0,008036984
0,002729506	0,004855369	0,023664759	0,007478695
0,002539901	0,004518091	0,022020888	0,006959188
0,002363467	0,004204242	0,020491208	0,006475768
0,002199289	0,003912194	0,019067787	0,006025929
0,002046515	0,003640434	0,017743244	0,005607338
0,001904354	0,003387551	0,01651071	0,005217825
0,001772068	0,003152235	0,015363794	0,004855369
0,001648972	0,002933265	0,014296549	0,004518091

Lampiran 11 Vektor Diskon Keluarga Ketiga

V_x	V_y	V_z	V_{xyz}
0,080472156	0,115340539	0,749774956	0,190920626
0,074882162	0,107328413	0,697691871	0,177658333
0,069680475	0,09987285	0,649226735	0,165317304
0,064840124	0,092935186	0,604128227	0,153833544
0,060336008	0,086479448	0,562162485	0,143147504
0,056144769	0,080472156	0,523111892	0,133203769
0,052244675	0,074882162	0,486773947	0,123950774
0,048615501	0,069680475	0,452960215	0,115340539
0,045238427	0,064840124	0,421495353	0,107328413
0,042095942	0,060336008	0,392216196	0,09987285
0,039171749	0,056144769	0,364970915	0,092935186
0,036450685	0,052244675	0,339618225	0,086479448

0,03391864	0,048615501	0,31602666	0,080472156
0,031562483	0,045238427	0,294073881	0,074882162
0,029369997	0,042095942	0,273646052	0,069680475
0,027329811	0,039171749	0,25463724	0,064840124
0,025431347	0,036450685	0,236948875	0,060336008
0,023664759	0,03391864	0,220489232	0,056144769
0,022020888	0,031562483	0,205172956	0,052244675
0,020491208	0,029369997	0,190920626	0,048615501
0,019067787	0,027329811	0,177658333	0,045238427
0,017743244	0,025431347	0,165317304	0,042095942
0,01651071	0,023664759	0,153833544	0,039171749
0,015363794	0,022020888	0,143147504	0,036450685
0,014296549	0,020491208	0,133203769	0,03391864
0,01330344	0,019067787	0,123950774	0,031562483
0,012379317	0,017743244	0,115340539	0,029369997
0,011519388	0,01651071	0,107328413	0,027329811
0,010719195	0,015363794	0,09987285	0,025431347
0,009974586	0,014296549	0,092935186	0,023664759
0,009281702	0,01330344	0,086479448	0,022020888
0,008636949	0,012379317	0,080472156	0,020491208
0,008036984	0,011519388	0,074882162	0,019067787
0,007478695	0,010719195	0,069680475	0,017743244
0,006959188	0,009974586	0,064840124	0,01651071
0,006475768	0,009281702	0,060336008	0,015363794
0,006025929	0,008636949	0,056144769	0,014296549
0,005607338	0,008036984	0,052244675	0,01330344
0,005217825	0,007478695	0,048615501	0,012379317
0,004855369	0,006959188	0,045238427	0,011519388
0,004518091	0,006475768	0,042095942	0,010719195
0,004204242	0,006025929	0,039171749	0,009974586

Lampiran 12 Simbol Komutasi Keluarga Pertama

D_{xyz}	$D_{x+n,y+n,z+n}$
69714785676438,8	12913398359261,8
64544887674156,7	11764668987330,2
59727825623988,2	10705375904046,1
55238676569109,4	9728296407490,0
51054651930485,5	8826924804401,7
47156770578917,2	7995324398715,0
43525008024428,8	7228684298394,7
40142696707693,0	6522409440019,2
36991251029242,7	5872403050684,7
34055365927711,4	5274704478950,3
31321613439391,0	4725695417322,2
28777764783560,2	4221807002883,3
26413128971495,1	3752357503160,9
24218890185937,4	3316581369294,2
22187270067804,0	2913856541409,0
20310321779302,2	2539703206591,5
18578307584329,1	2186633348961,2
16982191399943,2	1851104338425,9
15512576505904,3	1535307404323,6
14159724085065,0	1244142659323,8
12913398359261,8	986888200753,9

N_{xyz}	$N_{x+n,y+n,z+n}$
733527106904165	116106267121743
675576990215057	103192868762481
621737478444946	91428199775151
571737949228448	80722823871105

525326197463740	70994527463615
482266869931970	62167602659213
442338783651447	54172278260498
405336185067037	46943593962104
371065891410029	40421184522085
339349344859737	34548781471400
310019674349347	29274076992449
282919867912840	24548381575127
257894460632440	20326574572244
234797913030240	16574217069083
213492879385711	13257635699789
193845312524499	10343779158380
175721624094158	7804075951788
158994420848254	5617442602827
143547536852635	3766338264401
129279103006054	2231030860078
116106267121743	986888200754

C_{xyz}	$C_{x+n,y+n,z+n}$
147836,3844	1877284,865
168110,1851	2110249,946
191994,3434	2393975,014
220036,4376	2725457,183
251864,395	3131470,099
293267,762	3590165,335
343074,7867	4115392,092
416301,1577	4696241,848
499937,494	5333442,563
593469,6482	6028736,262
695056,5337	6825004,055

812045,6592	8382738,815
927460,162	10148106,69
1031256,64	12106547,22
1117376,109	14777828,25
1214152,488	19595150,33
1306032,254	27433045,39
1408589,183	37164695,82
1519288,72	46447638,98
1682004,223	52282321,79
1877284,865	52996163,73

M_{xyz}	$M_{x+n,y+n,z+n}$
16716439,43	324161656,3
18678852,99	322284371,4
20904717,82	320174121,5
23438180,66	317780146,5
26349614,32	315054689,3
29687915,26	311923219,2
33510039,59	308333053,8
37863206,65	304217661,7
42780348,06	299521419,9
48309146,83	294187977,3
54540681,23	288159241,1
62228363,52	281334237
71564424,54	272951498,2
82743511,61	262803391,5
96490083,21	250696844,3
114967857,4	235919016
141186750,3	216323865,7
177045413,9	188890820,3

222084463,7	151726124,5
272847496,8	105278485,5
324161656,3	52996163,73

Lampiran 13 Simbol Komutasi Keluarga Kedua

D_{xyz}	$D_{x+n,y+n,z+n}$
80412748618201	14893806235445
74409059417976	13573208738642
68816989284146	12354956191346
63606211900718	11231833793591
58753978090901	10196552495469
54234283122564	9242826367041
50023533576263	8364299570727
46101212147909	7555078950862
42450543697354	6809881990801
39056325646893	6111515783564
35905656641048	5459240293870
32985570994536	4852316438261
30282849642685	4283338113387
27783404416250	3744367427710
25473846475868	3234594371474
23341239835668	2754811479099
21372319424822	2305120579989
19554114588217	1899397511858
17875265205875	1545173368726
16324900558992	1237852987320
14893806235445	972704501051

N_{xyz}	$N_{x+n,y+n,z+n}$
843657859522330	132622877190234
763245110904129	117729070954789
688836051486153	104155862216146
620019062202007	91800906024801
556412850301289	80569072231210
497658872210388	70372519735742
443424589087823	61129693368701
393401055511561	52765393797973
347299843363651	45210314847111
304849299666298	38400432856310
265792974019405	32288917072746
229887317378356	26829676778876
196901746383820	21977360340615
166618896741135	17694022227228
138835492324886	13949654799518
113361645849018	10715060428044
90020406013350	7960248948944
68648086588528	5655128368955
49093972000311	3755730857097
31218706794437	2210557488370
14893806235445	972704501051

C_{xyz}	$C_{x+n,y+n,z+n}$
84887,50417	914571,4772
93971,74216	1003693,209
110083,5605	1095311,569
121629,5272	1205583,498
140674,0579	1319919,863
163661,8383	1457502,855

190964,0251	1635992,795
217975,6331	1832260,47
253945,8826	2277554,423
289287,854	2757615,27
325341,8671	3302538,341
379406,1553	4097303,429
435102,9924	5291672,08
490773,4133	6679282,823
537003,7192	8304857,828
584247,1451	10183476,27
644277,2204	11651174,44
704393,1943	12578494,81
767112,1397	14194162,34
839962,7535	16975972,31
914571,4772	19914218,88

M_{xyz}	$M_{x+n,y+n,z+n}$
8289273,702	123307874
8204386,198	115018600,3
8110414,456	106814214,1
8000330,896	98703799,65
7878701,368	90703468,76
7738027,311	82824767,39
7574365,472	75086740,08
7383401,447	67512374,61
7165425,814	60128973,16
6911479,932	52963547,35
6622192,078	46052067,41
6296850,21	39429875,34
5917444,055	33133025,13

5482341,063	27215581,07
4991567,649	21733240,01
4454563,93	16741672,36
3870316,785	12287108,43
3226039,565	8416791,643
2521646,37	5190752,078
1754534,231	2669105,708
914571,4772	914571,4772

Lampiran 14 Simbol Komutasi Keluarga Ketiga

D_{xyz}	$D_{x+n,y+n,z+n}$
184321421700781	39580569230629
171202111135480	36416674800332
158997483927170	33474684093142
147637773524976	30743127435281
137064966596277	28211743154540
127223830191213	25869519041425
118062080650855	23704568386197
109533758277893	21705496454056
101591967048611	19862008746227
94193906681323	18162829171958
87300456443783	16596796027697
80876625762379	15153250500334
74890926332473	13822001423362
69311375917459	12594216449244
64112767626610	11461818789736
59268967976080	10417747458861
54754830219830	9455571363487
50548451209483	8568718956025

46630062649376	7751605771457
42979545468331	6998846779766
39580569230629	6306054288644

N_{xyz}	$N_{x+n,y+n,z+n}$
2377361157662780	396857848322400
2193039735962000	357277279091771
2021837624826520	320860604291440
1862840140899350	287385920198297
1715202367374380	256642792763017
1578137400778100	228431049608477
1450913570586890	202561530567052
1332851489936030	178856962180854
1223317731658140	157151465726799
1121725764609530	137289456980572
1027531857928200	119126627808614
940231401484420	102529831780916
859354775722041	87376581280583
784463849389568	73554579857221
715152473472109	60960363407977
651039705845499	49498544618241
591770737869420	39080797159379
537015907649590	29625225795892
486467456440107	21056506839867
439837393790731	13304901068410
396857848322400	6306054288644

C_{xyz}	$C_{x+n,y+n,z+n}$
21582,39534	301349,53656
22175,89127	365380,05301
26456,31545	432337,25966
30305,53440	497976,95807
32184,39101	552077,73564
34407,77453	604000,15447
34645,95416	662802,37397
36854,44934	713663,99363
45565,81474	761377,11370
56229,69692	818825,78571
66583,40998	878811,73332
74887,66032	956240,46816
88906,52579	1039708,24923
99642,70231	1141400,43188
116199,67040	1248267,30714
136219,33772	1372832,24272
159860,07452	1536155,21019
184477,64506	1712935,98815
219667,77005	1944657,94263
257726,28229	2185682,09221
301349,53656	2469269,35351

M_{xyz}	$M_{x+n,y+n,z+n}$
23940331,27917	22195751,98355
23918748,88383	21894402,44698
23896572,99256	21529022,39397
23870116,67711	21096685,13431
23839811,14271	20598708,17624
23807626,75170	20046630,44060

23773218,97717	19442630,28612
23738573,02301	18779827,91216
23701718,57366	18066163,91853
23656152,75892	17304786,80483
23599923,06200	16485961,01913
23533339,65202	15607149,28581
23458451,99170	14650908,81765
23369545,46591	13611200,56842
23269902,76360	12469800,13655
23153703,09319	11221532,82940
23017483,75547	9848700,58669
22857623,68095	8312545,37650
22673146,03589	6599609,38835
22453478,26584	4654951,44572
22195751,98355	2469269,35351

RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama lengkap Riza Lathifatul Umami, anak pertama dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Abdul Rouf dan Ibu Nur Hidayah. Penulis lahir dan dibesarkan di Demak. Sebelum mnejadi mahasiswa, penulis menempuh pendidikan formal di SDN Harjowinangun 1 Dempet Demak, MTs Qodiriyah Harjowinangun Dempet Demak, dan melanjutkan di SMAN 2 Demak. Pada tahun 2019 penulis lulus dari SMA kemudian diterima di UIN Walisongo Semarang Jurusan Matematika melalui jalur SNMPTN.

Dalam Penulisan tugas akhir ini, masih banyak kekurangan dan ketidak sempurnaan. Oleh karena itu, penulis menerima kritik dan saran serta pertanyaan dapat dikirim melalui *e-mail* ke: rizalathif27@gmail.com

Penulis



Riza Lathifatul Umami
1908046011