

**KONTROL OPTIMAL MODEL BALITA *STUNTING* DENGAN
EDUKASI ORANG TUA DAN PEMENUHAN NUTRISI
BALITA DI INDONESIA**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Matematika
dalam Ilmu Matematika



Oleh **SITI MAUNATUL KHASANAH**
NIM 2008046046

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
SEMARANG
2024

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Siti Maunatul Khasanah
NIM : 2008046046
Jurusan/Program Studi : Matematika/ Matematika

menyatakan bahwa skripsi yang berjudul :

Kontrol Optimal Model Balita *Stunting* dengan Edukasi Orang Tua dan Pemenuhan Nutrisi Balita di Indonesia

secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri,
kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 13 Mei 2024
Pembuat pernyataan,



Siti Maunatul Khasanah
NIM 2008046046



KEMENTERIAN AGAMA R.I.
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Prof. Dr. Hamka (Kampus II) Ngaliyan Semarang
Telp. 024-7601295 Fax. 7615387

PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini :

Judul : **Kontrol Optimal Model Balita *Stunting* dengan Edukasi Orang Tua dan Pemenuhan Nutrisi Balita di Indonesia**

Penulis : Siti Maunatul Khasanah

NIM : 2008046046

Jurusan : Matematika

Telah diujikan dalam sidang *tugas akhir* oleh Dewan Penguji Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu Matematika.

Semarang, 22 Mei 2024

DEWAN PENGUJI

Penguji I,

Ariska Kurnia Rachmawati, M.Sc.

NIP 198908112019032019

Penguji II,

Zulaikha, M.Si.

NIP 199204092019032027

Penguji III,

Yolanda Norasia, M.Si

NIP 198409232019032019

Penguji IV,

Sri Isnani Setiyaningsih, M.Hum.

NIP 197703302005012001

Pembimbing I,

Aini Fitriyah, M. Sc.

NIP 198909292019032021

Pembimbing II,

Zulaikha, M.Si.

NIP 199204092019032027



NOTA DINAS

Semarang, 13 Mei 2024

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : Kontrol Optimal Model Balita *Stunting* dengan
Edukasi Orang Tua dan Pemenuhan Nutrisi Balita di
Indonesia
Nama : Siti Maunatul Khasanah
NIM : 2008046046
Jurusan : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing I,



Aini Fitriyah, M. Sc.

NIP 198909292019032021

NOTA DINAS

Semarang, 13 Mei 2024

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : Kontrol Optimal Model Balita *Stunting* dengan
Edukasi Orang Tua dan Pemenuhan Nutrisi Balita di
Indonesia
Nama : Siti Maunatul Khasanah
NIM : 2008046046
Jurusan : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing II,



Zulaikha, M.Si.

NIP 199204092019032027

ABSTRAK

Stunting merupakan masalah kekurangan gizi yang berkepanjangan dan tidak dapat disembuhkan sepenuhnya. Namun, *stunting* dapat dicegah dan dikurangi gejalanya dengan adanya penerapan kontrol optimal. Penelitian ini membahas tentang penyelesaian masalah kontrol optimal pada model balita *stunting* dengan edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita di Indonesia. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk meminimumkan jumlah populasi balita yang memperlihatkan gejala *stunting* dan balita yang mengalami *stunting*. Kontrol optimal diperoleh dengan menggunakan prinsip minimum *pontryagin*, kemudian akan diselesaikan secara numerik menggunakan metode *sweep* maju mundur. Hasil dari penelitian ini akan menunjukkan konstruksi model balita *stunting* dengan edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita. Selanjutnya, diperoleh sistem yang optimal dengan menyelesaikan model menggunakan prinsip minimum *pontryagin*. Hasil dari simulasi numerik menunjukkan bahwa pemberian kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita efektif untuk meminimumkan jumlah populasi balita yang memperlihatkan gejala *stunting* dan balita yang mengalami *stunting*. Adanya penelitian ini diharapkan dapat memicu beberapa tindakan konkret seperti pengembangan program edukasi, perubahan kebijakan, maupun penelitian lebih lanjut mengenai topik *stunting*.

Kata kunci : Kontrol Optimal, *Stunting*, Edukasi Orang Tua, Pemenuhan Nutrisi, *Sweep* Maju Mundur, Prinsip Minimum *Pontryagin*.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, hidayah, dan inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Kontrol Optimal Model Balita *Stunting* dengan Edukasi Orang Tua dan Pemenuhan Nutrisi Balita di Indonesia”. Sholawat serta salam senantiasa turunkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan yang baik.

Skripsi ini disusun guna memenuhi persyaratan dalam memperoleh gelar Sarjana Matematika (S-1) Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Walisongo Semarang. Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari hambatan dan kesulitan. Banyak pihak yang memberikan bimbingan, saran, dan bantuan baik secara langsung maupun tidak langsung, sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik. Maka dari itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Moh. Suparjo, Ibu Siti Nuryanti, Adik Siti Qurotun Nadzifah dan seluruh keluarga yang telah memberikan semangat, nasihat serta do'a yang tulus dalam setiap langkah yang diambil oleh penulis.
2. Prof. Dr. H. Musahadi, M. Ag. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang.
3. Any Muanalifah M. Si, Ph.D. selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang.
4. Mohamad Tafrikan, M.Si. selaku dosen wali yang memberikan arahan dan motivasi selama perkuliahan.

5. Aini Fitriyah, M. Sc. selaku dosen pembimbing I dan Zulaikha, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah bersedia meluangkan waktu, tenaga dan pikiran untuk memberikan bimbingan dan arahan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi.
6. Pihak BAZNAS yang telah memberikan bantuan secara finansial dalam proses penyusunan skripsi ini.
7. Segenap Dosen Fakultas Sains dan Teknologi khususnya dosen matematika yang telah memberikan ilmunya selama perkuliahan.
8. Ibu Nyai Isnayati Kholis selaku pengasuh Pondok Pesantren Putri Mbah Rumi Ngaliyan yang selalu memberikan dukungan dan do'a kepada penulis.
9. Teman-teman S1 Prodi Matematika angkatan 2020 dan teman-teman Pondok Pesantren Putri Mbah Rumi yang telah memberikan banyak pengalaman selama perkuliahan di UIN Walisongo Semarang.
10. Semua Pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah memberikan kontribusi hingga selesainya skripsi ini.

Semoga kebaikan semuanya menjadi amal ibadah yang diterima dan mendapat pahala yang berlimpah dari Allah SWT. Aamiin.

Atas segala kekurangan dan kelemahan dalam skripsi ini penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun. Semoga karya tulis yang sederhana ini dapat menjadi bacaan yang bermanfaat dan dapat dikembangkan bagi penulis-penulis selanjutnya.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN KEASLIAN	ii
PENGESAHAN	iii
NOTA PEMBIMBING I	iv
NOTA PEMBIMBING II	v
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	7
1.3 Tujuan Penelitian	7
1.4 Manfaat Penelitian	7
BAB 2 LANDASAN PUSTAKA	9
2.1 <i>Stunting</i>	9
2.2 Edukasi Kepada Orang tua	11
2.3 Pemenuhan Nutrisi	11
2.4 Persamaan Diferensial	13
2.5 Sistem Persamaan Diferensial	14
2.6 Model SEIR Pada <i>Stunting</i>	17
2.7 Kontrol Optimal	20
2.8 Contoh Masalah Kontrol Optimal	22
2.9 Metode <i>Sweep</i> Maju Mundur	24
2.10 Metode Runge-Kutta	25
2.11 Kajian Penelitian Terdahulu	26
BAB 3 Metode Penelitian	29
BAB 4 Pembahasan	32
4.1 Kontruksi Model Balita <i>Stunting</i> dengan Tambahan Kontrol	32

4.2	Penyelesaian Masalah Kontrol Optimal	36
4.2.1	Fungsi Hamiltonian	37
4.2.2	Kondisi Optimal	38
4.2.3	Persamaan <i>State</i>	39
4.2.4	Persamaan <i>Costate</i>	40
4.2.5	Sistem yang Optimal	40
4.3	Simulasi Numerik	41
4.3.1	Simulasi I	43
4.3.2	Simulasi II	50
4.3.3	Simulasi III	57
BAB 5	Penutup	65
5.1	Kesimpulan	65
5.2	Saran	67
	DAFTAR PUSTAKA	68
	Lampiran-lampiran.....	73

DAFTAR TABEL

Tabel	Judul	Halaman
Tabel 2.1	Parameter untuk kasus <i>stunting</i>	18
Tabel 4.1	Definisi dari variabel	33
Tabel 4.2	Definisi dari parameter	34
Tabel 4.3	Nilai awal yang digunakan dalam simulasi numerik	43
Tabel 4.4	Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi numerik	43

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Judul	Halaman
Gambar 2.1	Diagram kompartemen model SEIR <i>stunting</i> (Pratama, Lismayani, 2023)	19
Gambar 3.1	Diagram alir penelitian	31
Gambar 4.1	Diagram kompartemen model balita <i>stunting</i> dengan kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita	33
Gambar 4.2	Simulasi populasi S tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	44
Gambar 4.3	Simulasi populasi E tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	45
Gambar 4.4	Simulasi populasi I tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	46
Gambar 4.5	Simulasi populasi R tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	47
Gambar 4.6	Kontrol u_1^* pada simulasi numerik model balita <i>stunting</i>	48
Gambar 4.7	Kontrol u_2^* pada simulasi numerik model balita <i>stunting</i>	49
Gambar 4.8	Simulasi populasi S tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	50
Gambar 4.9	Simulasi populasi E tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	51

Gambar 4.10	Simulasi populasi I tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	53
Gambar 4.11	Simulasi populasi R tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	54
Gambar 4.12	Kontrol u_1^* pada simulasi numerik model balita <i>stunting</i>	55
Gambar 4.13	Kontrol u_2^* pada simulasi numerik model balita <i>stunting</i>	56
Gambar 4.14	Simulasi populasi S tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	58
Gambar 4.15	Simulasi populasi E tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	59
Gambar 4.16	Simulasi populasi I tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	60
Gambar 4.17	Simulasi populasi R tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2	61
Gambar 4.18	Kontrol u_1^* pada simulasi numerik model balita <i>stunting</i>	62
Gambar 4.19	Kontrol u_2^* pada simulasi numerik model balita <i>stunting</i>	63

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Program MATLAB R2014b	73
Lampiran 2 Daftar Riwayat Hidup	82

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan cabang ilmu yang tidak bisa dilepaskan dari kegiatan sehari-hari. Tanpa disadari banyak kegiatan yang melibatkan adanya ilmu matematika seperti pemodelan matematika, optimisasi pada sistem produksi, perhitungan pada bidang keuangan, dan lain-lain. Pemodelan matematika merupakan suatu teknik untuk menyatakan sistem yang kompleks ke bentuk model matematika. Dengan kata lain, pemodelan matematika merupakan sistem persamaan yang dapat menggambarkan suatu permasalahan yang kompleks. Model matematika terdiri dari variabel, parameter dan fungsi yang menyatakan hubungan antara variabel dan parameter. Pembentukan model didasarkan pada data yang diperoleh dan secara umum bertujuan untuk menentukan hubungan antara data tersebut (Ndi, 2022).

Pemodelan matematika dapat diterapkan berbagai bidang, termasuk ilmu alam, sosial dan teknologi. Penerapan pemodelan matematika pada ilmu alam khususnya bidang kesehatan dapat dilakukan dalam memprediksi terjadinya peningkatan maupun penurunan pada suatu masalah sosial maupun kesehatan pada masa yang akan datang (Anovska-Griffiths, J. 2020). Pemodelan matematika tidak hanya digunakan untuk memprediksi kejadian yang akan datang saja, tetapi juga dapat digunakan untuk menganalisis dan mengendalikan berbagai permasalahan dengan melakukan kontrol optimal (Hakim, 2022).

Masalah kesehatan terutama *stunting* dan gizi buruk akhir-akhir ini tengah menjadi topik perbincangan di media sosial (Monita, 2024). *Stunting* yang terjadi pada anak-anak terutama balita termasuk salah satu masalah yang cukup serius. Dampak *stunting* dapat menyebabkan penurunan fungsi kognitif daya pikir, meningkatkan kerentanan penyakit dan postur tubuh tidak optimal saat dewasa. Hal ini dapat mempengaruhi standar kualitas sumber daya manusia di Indonesia (Renyonet, dkk. 2016).

Menurut informasi yang diambil dari *website* KEMENKO PMK (2022) menyatakan bahwa tahun 2022 angka *stunting* di Indonesia sebesar 21,6%. Adanya informasi tersebut, menjadikan pemerintah menjadika *stunting* sebagai topik utama dalam RPJMN (Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional) tahun 2020-2024 dengan tujuan *stunting* dapat turun dari 24,4% menjadi 14% pada tahun 2024. Strategi percepatan penurunan angka *stunting* sudah disesuaikan dengan Peraturan Pemerintah No. 72 Tahun 2021. Peraturan tersebut menekan beberapa langkah, seperti peningkatan tanggung jawab dan tujuan yang jelas terkait strategi penurunan angka *stunting* di pemerintah desa, pemerintah daerah kota/kabupaten, pemerintah provinsi, bahkan di kelembagaan/kementrian (Wahyu A. 2022). Oleh karena itu, dilakukan pemodelan matematika dan penambahan kontrol optimal untuk menggambarkan perubahan jumlah kasus *stunting* di Indonesia pada masa yang akan datang.

Beberapa penulis sebelumnya telah menggunakan pemodelan matematika dalam memprediksi berkurangnya atau bahkan hilangnya suatu penyakit di masa yang akan datang. Fredlina, dkk (2012) melakukan penelitian dengan menerapkan pemodelan matematika terhadap penyakit tuberkulosis dalam bentuk SIR

(*Susceptible – Infected- Recovered*). Ihsan, dkk (2021) menerapkan pemodelan matematika pada penyakit malaria dalam bentuk SEIRS (*Susceptible – Exposed – Infected – Recovered – Susceptible*). Sementara untuk kasus stunting di Indonesia dapat dimodelkan dalam bentuk SEIR. Model ini terdiri dari *Susceptible* (S), *Exposed* (E), *Infected* (I), dan *Recovered* (R) (Pratama, Lismayani, 2023).

Ada juga beberapa penelitian sebelumnya yang meneliti mengenai penggunaan kontrol optimal terhadap penyebaran penyakit diantaranya Putri, dkk (2022) dalam penelitiannya melakukan kontrol optimal terhadap penyakit HIV (*Human Immunodeficiency Virus*) dengan menerapkan dua kontrol berupa respon imun dan terapi *Antiretroviral*. Hasil dari pemberian kontrol tersebut menyebabkan populasi $CD4^+T$ tumbuh secara signifikan sehingga populasi yang terinfeksi dapat menurun. Selanjutnya Lukman Hakim (2018) yang melakukan penelitian kontrol optimal pada penyakit Campak dengan model SIQR (*Susceptible – Infected – Quarantine – Recovery*). Hasil penelitian tersebut memperlihatkan adanya pengaruh variabel kontrol yang signifikan dalam mengurangi jumlah subpopulasi terinfeksi. Azzahra, dkk. (2022) juga telah melakukan penelitian mengenai kontrol optimal pada penyebaran COVID-19 model SEIR di Jakarta. Hasil dari simulasi yang dilakukan menunjukkan efektivitas kontrol dalam mengendalikan penyebaran COVID-19 di Jakarta mencapai 99% sehingga jumlah individu yang terpapar berkurang.

Selain penelitian dari Azzahra, dkk. (2022) ada juga penelitian dari Zulaikha dan Norasia, Y. (2024) yang menambahkan kontrol berupa pendidikan, vaksinasi, dan pengobatan pada pandemi covid-19 di Jakarta. Hasil dari kontrol yang ditambahkan terbukti dapat menurunkan subpopulasi yang terpapar dan

terinfeksi. Selanjutnya penelitian dari Zulaikha, dkk. (2017) yang melakukan modifikasi model epidemik *SEIQR* dengan tingkat kejadian standar dan kontrol optimal. Kontrol optimal yang ditambahkan berupa usaha pengontrolan kontak langsung antara populasi rentan dengan populasi terinfeksi, dan pemberian obat pada populasi terinfeksi. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa adanya kontrol dapat menekan jumlah pertumbuhan subpopulasi terinfeksi dan subpopulasi laten.

Pemberian kontrol optimal dapat berupa salah satu faktor yang mempengaruhi kasus *stunting*. Menurut penelitian yang dilakukan oleh Yanti, dkk. (2020) faktor yang mempengaruhi *stunting* terkait dengan peran orang tua dapat dikelompokkan menjadi 3 kategori yaitu pengetahuan ibu terhadap berbagai hal dan pola asuh orang tua, BBLR (Berat Badan Lahir Rendah) dan status gizi serta status pendapatan keluarga. Dari ketiga kategori tersebut dapat disimpulkan bahwasannya orang tua memiliki peran yang sangat penting dalam upaya penanganan kasus *stunting*. Didalam Al-qur'an Allah juga telah menyebutkan bagaimana peran orang tua terhadap anaknya. Sebagaimana dijelaskan dalam Q.S. Al-Baqarah[2] : 233.

﴿وَالْوَالِدَاتُ يُرْضِعْنَ أَوْلَادَهُنَّ حَوْلَيْنِ كَامِلَيْنِ لِمَنْ أَرَادَ أَنْ يُنِيمَ الرِّضَاعَةَ وَعَلَى الْمَوْلُودِ لَهُ رِزْقُهُنَّ وَكِسْوَتُهُنَّ بِالْمَعْرُوفِ لَا تُكَلَّفُ نَفْسٌ إِلَّا وُسْعَهَا لَا تُضَارَّ وَالِدَةٌ بِوَلَدِهَا وَلَا مَوْلُودٌ لَهُ بِوَالِدَيْهِ وَعَلَى الْوَارِثِ مِثْلُ ذَلِكَ فَإِنْ أَرَادَا فِضَالًا عَنْ تَرَاضٍ مِّنْهُمَا وَتَشَاوُرٍ فَلَا جُنَاحَ عَلَيْهِمَا وَإِنْ أَرَدْتُمْ أَنْ تَسْتَزِعُوا أَوْلَادَكُمْ فَلَا جُنَاحَ عَلَيْكُمْ إِذَا سَلَّمْتُمْ مَا آتَيْتُم بِالْمَعْرُوفِ وَاتَّقُوا اللَّهَ وَاعْلَمُوا أَنَّ اللَّهَ بِمَا تَعْمَلُونَ بَصِيرٌ ﴿۲۳۳﴾

Artinya : "Para ibu hendaklah menyusukan anak-anaknya

selama dua tahun penuh, yaitu bagi yang ingin menyempurnakan penyusuan. Dan kewajiban ayah memberi makan dan pakaian kepada para ibu dengan cara ma'ruf. Seseorang tidak dibebani melainkan menurut kadar kesanggupannya. Janganlah seorang ibu menderita kesengsaraan karena anaknya dan seorang ayah karena anaknya, dan warispun berkewajiban demikian. Apabila keduanya ingin menyapih (sebelum dua tahun) dengan kerelaan keduanya dan permusyawaratan, maka tidak ada dosa atas keduanya. Dan jika kamu ingin anakmu disusukan oleh orang lain, maka tidak ada dosa bagimu apabila kamu memberikan pembayaran menurut yang patut. Bertakwalah kamu kepada Allah dan ketahuilah bahwa Allah Maha Melihat apa yang kamu kerjakan."

Dalam Tafsir al-Munir, jilid 1 halaman 565, Wahbah Az-Zuhaili menyatakan bahwa ayat di atas telah menjelaskan bahwasannya bapak dan ibu memiliki kewajibannya masing-masing. Seorang bapak memiliki kewajiban untuk menafkahi anak dan istrinya. Nafkah memiliki kaitan yang erat dengan pemenuhan kebutuhan primer salah satunya kebutuhan untuk makan. Maka seorang bapak harus berusaha memberikan asupan yang terbaik untuk anak dan istrinya.

Kewajiban seorang ibu dalam ayat tersebut adalah memberikan nutrisi yang cukup dan seimbang bagi anaknya. Dalam proses pemberian nutrisi seorang ibu diharuskan dapat memilih makanan yang akan dikonsumsi oleh anaknya, sehingga keseimbangan nutrisi anaknya terpenuhi. Diawali dengan pemberian ASI (Air Susu Ibu) secara eksklusif selama 6 bulan dan pemberian MPASI (Makanan Pendamping ASI) saat usia anak mencapai 6 bulan. Mengenai kewajiban pemberian ASI eksklusif

ini juga telah diatur oleh peraturan pemerintah nomor 33 tahun 2012 (Pemerintah Pusat, 2012).

Berdasarkan uraian tafsir tersebut, penulis bermaksud memberikan kontrol optimal berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita. Hal tersebut dilakukan dengan alasan orang tua yang memiliki pengetahuan cukup rendah dapat menyebabkan anak memiliki resiko *stunting* yang cukup besar. Orang tua dengan pengetahuan yang rendah dapat berpengaruh terhadap pola asuh dan pemberian nutrisi terhadap anaknya. Adanya pemberian edukasi pada orang tua khususnya pada seorang ibu memiliki tujuan untuk menyampaikan permasalahan yang berkaitan dengan *stunting* yang meliputi pengertian *stunting*, tanda dan gejala anak menderita *stunting*, penyebab *stunting*, serta cara pencegahan *stunting* (Ezalina, dkk. 2022).

Setelah diberikannya edukasi diharapkan para orang tua dapat memenuhi kebutuhan nutrisi anaknya dengan baik. Nutrisi yang dipenuhi dengan cukup dan seimbang dapat menjadikan imunologi serta fisiologis tubuh balita bisa menjadi normal dan mengalami penambahan berat badan. Dengan demikian penambahan kontrol optimal pada model ini diharapkan dapat membantu mempercepat penurunan angka *stunting* di Indonesia.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penulis menindaklanjuti penelitian yang dilakukan oleh Pratama dan Lismayani (2023) dengan memberikan tambahan kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita. Dengan demikian, penulis melakukan penelitian yang berjudul **“Kontrol Optimal Model Balita Stunting dengan Edukasi Orang Tua dan Pemenuhan Nutrisi Balita di Indonesia.”**

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana konstruksi model balita *stunting* dengan penambahan dua kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita di Indonesia ?
2. Bagaimana penyelesaian masalah kontrol optimal pada balita *stunting* dengan penambahan dua kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita di Indonesia?
3. Bagaimana hasil interpretasi simulasi numerik model balita *stunting* tanpa dan dengan adanya kontrol ?

1.3 Tujuan Penelitian

1. Mengkonstruksi model balita *stunting* dengan penambahan dua kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita di Indonesia
2. Menyelesaikan masalah kontrol optimal pada balita *stunting* dengan dengan penambahan dua kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita di Indonesia
3. Menginterpretasi hasil simulasi numerik pada model balita *stunting* berdasarkan hasil simulasi numerik

1.4 Manfaat Penelitian

1. Menambah dan memperluas wawasan penulis tentang solusi untuk mengontrol jumlah penderita *stunting* dengan

menggunakan model SEIR balita *stunting* dengan edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita

2. Menginformasikan model balita *stunting* dengan maupun tanpa kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita
3. Sebagai bahan pertimbangan pemerintah Indonesia dalam pengambilan kebijakan untuk mengurangi angka *stunting*
4. Sebagai informasi, pengetahuan dan referensi untuk melakukan sebuah penelitian lebih lanjut

BAB 2

LANDASAN PUSTAKA

2.1 *Stunting*

Stunting merupakan permasalahan cukup serius yang banyak dialami oleh balita di Indonesia. Menurut organisasi kesehatan dunia (WHO), Indonesia saat ini berada dalam kondisi darurat stunting. Berdasarkan data SSGI (Studi Status Gizi Indonesia) tahun 2021, menunjukkan prevalensi stunting di Indonesia sebesar 24,4 persen. Artinya sekitar satu dari tiga balita di Indonesia mengalami stunting. Angka tersebut mengkategorikan Indonesia berada pada status kronis karena WHO mengkategorikan suatu negara mengalami status kronis apabila angka prevalensinya lebih dari 20 persen (Kementerian Kesehatan RI., 2018). *Stunting* juga sering didefinisikan dengan kondisi gagal tumbuh pada balita akibat kekurangan gizi kronis terutama pada 1.000 hari pertama kehidupan.

Stunting merupakan masalah gizi buruk kronis yang disebabkan oleh kurangnya mengkonsumsi zat gizi yang cukup dalam jangka waktu yang lama. Masalah ini dapat dipengaruhi oleh beberapa hal diantaranya rendahnya akses terhadap kualitas gizi pada makanan dan pola asuh yang kurang baik dalam hal pemberian makan pada anak. Gizi buruk pada anak usia dini dapat menyebabkan peningkatan pada angka kematian anak, sehingga penderitanya mudah terkena penyakit dan memiliki postur tubuh kurang optimal saat dewasa (Handayani, dkk. 2023).

Stunting paling rentan terjadi pada masa 1000 hari kehidupan atau saat janin masih dalam kandungan hingga anak berusia dua

tahun. Masa ini merupakan masa yang sangat diperlukan untuk pertumbuhan badan, tulang dan otak. Diketahui bahwa 80% pertumbuhan otak terjadi pada 2 tahun pertama. Ini menunjukkan bahwa pondasi kehidupan sudah terbentuk pada 2 tahun pertama. Apabila anak mengalami stunting pada masa ini maka akan terjadi gangguan pada pertumbuhan, termasuk perawakan pendek. Oleh karena itu, sangat penting untuk memantau tumbuh kembang anak secara rutin dan dengan memenuhi kebutuhan dasar anak yaitu nutrisi dan stimulasi. Ciri-ciri anak terkena *stunting* dapat dilihat dari terlambatnya tanda pubertas, kesulitan dalam melakukan kontak mata saat usia 8-10 tahun dan mudah mengalami penyakit infeksi (Antari, 2020).

Stunting yang tidak diberi penanganan akan berdampak jangka pendek maupun jangka panjang. Efek jangka pendek yang akan terjadi antara lain peningkatan kejadian kematian, gangguan kognitif, perkembangan motorik, dan verbal pada anak, serta peningkatan pengeluaran untuk perawatan kesehatan. Sementara dampak jangka panjangnya adalah postur tubuh yang kurang optimal saat dewasa, obesitas meningkat, dan produktivitas serta kinerja di sekolah tidak optimal. Dari rendahnya produktivitas dapat berakibat pada memperlambatnya pertumbuhan ekonomi, yang pada akhirnya dapat meningkatkan angka kemiskinan dan meningkatkan kesenjangan ekonomi (Kementerian Kesehatan RI., 2018). Kepala bappenas pada tahun 2018 menyatakan bahwa dalam jangka panjang *stunting* dapat menimbulkan kerugian ekonomi Indonesia sebesar 2-3 persen dari produk domestik bruto (PDB) pertahun atau sekitar 260-390 triliun (Bappenas, 2018).

2.2 Edukasi Kepada Orang tua

Berdasarkan hasil penelitian Sastria, A. (2019) diketahui bahwa pengetahuan orang tua dalam memahami tentang *stunting* memberikan pengaruh terhadap besarnya persentase anak yang mengalami *stunting*. Hal itu telah dibuktikan dengan melakukan uji yang dilakukan pada 52 orang tua dan anak. Dari pengujian tersebut diperoleh orang tua yang memahami *stunting* dengan baik sebesar 61,5% dan anak yang mengalami *stunting* sebanyak 3,8%, sedangkan orang tua yang tidak memahami *stunting* dengan baik sebanyak 38,5% dan anak yang mengalami *stunting* sebanyak 26,9% (Sastria, dkk. 2019).

Peningkatan pengetahuan orang tua tidak hanya diperoleh dari pendidikan formal melainkan bisa diperoleh dari pendidikan non formal. Peningkatan pengetahuan orang tua dapat dilakukan dengan memberikan edukasi terkait informasi-informasi tentang *stunting* melalui kegiatan kemasyarakatan seperti posyandu (Natoatmodjo, 2012). Dengan adanya pemberian edukasi kepada orang tua diharapkan dapat memutuskan mata rantai *stunting*, karena dengan adanya edukasi akan menambah pengetahuan orang tua (Sastria, dkk. 2019).

2.3 Pemenuhan Nutrisi

Pemenuhan nutrisi pada balita dalam menangani kasus *stunting* di Indonesia masih menjadi perhatian utama. Dimulai dari ibu hamil yang mengalami anemia, pemberian ASI eksklusif yang kurang dari 6 bulan, pemberian makanan pendamping yang belum memenuhi kebutuhan gizi secara kuantitas dan kualitas serta kebiasaan makan yang kurang baik dapat menjadi

faktor pemicu terjadinya *stunting* pada balita (Naulia, dkk. 2021). Pemberian makanan pendamping dianjurkan mengandung banyak protein hewani. Hal tersebut sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Headey, dkk (2018) yang menyatakan bahwa terdapat hubungan yang kuat antara *stunting* dan konsumsi pangan hewani pada balita 6-23 bulan. Berdasarkan data *Food and Agriculture Organization* (FAO) konsumsi telur, daging dan susu di Indonesia masih termasuk rendah di dunia. Telur dapat dikatakan sebagai sumber protein, asam amino dan lemak sehat sedangkan susu mengandung protein dan kalsium. Apabila seorang balita makan telur dengan susu maka asupan protein yang diperoleh sudah termasuk seimbang.

Dalam berita yang ditulis oleh Eko (2023) disebutkan bahwa Prof. Hardiansyah selaku ketua umum pergizi pangan Indonesia menyatakan “*Dasar pertumbuhan tulang itu terletak pada pertumbuhan tulang rawan*”. Mengonsumsi protein hewani yang tepat juga mampu membentuk tulang yang normal. Oleh karena itu beliau juga mengatakan bahwa “*Ini bukti pemberian telur satu butir satu hari pada anak setelah pemberian ASI eksklusif itu menurunkan resiko stunting*”. Jadi, apabila kebutuhan nutrisi dapat dipenuhi dengan tepat maka hal tersebut dapat dijadikan salah satu alternatif untuk menurunkan jumlah kasus *stunting*.

Mengenai pentingnya pemenuhan nutrisi pada balita, Rusdi (2021) telah melakukan penelitian dengan mengambil sampel ibu berusia dibawah 35 tahun sebanyak 72 responden. Hasil survei menunjukkan bahwa dari semua responden yang memberikan nutrisi kurang baik terhadap balita sebagian besar mempunyai balita *stunting* sebesar 42,8%. Sementara itu, responden yang memberikan nutrisi balita dengan baik hanya mempunyai

balita *stunting* sebesar 1,2%. Pemenuhan nutrisi pada balita dapat dilakukan dengan memberikan makanan yang sehat, memperhatikan kebersihan makanan serta memilih menu yang mampu memenuhi kebutuhan gizi balita.

2.4 Persamaan Diferensial

Definisi 2.1 (Purnomo, 2012)

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang di dalamnya terdapat paling sedikit satu turunan atau diferensial dari suatu fungsi yang belum diketahui.

Secara umum persamaan diferensial dapat dinyatakan dalam bentuk

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (2.1)$$

dengan :

x : varabel *independen*

y : variabel *dependen*

n : bilangan real

$y^{(n)}$: turunan ke- n dari y terhadap x .

Dari definisi 2.1 diketahui bahwa persamaan diferensial adalah persamaan matematika yang memuat satu atau lebih variabel *dependen* beserta turunannya terhadap satu atau lebih variabel *independen* dari suatu fungsi yang belum diketahui.

Contoh 2.1 (Suprihatin, dkk. 2013)

Berikut terdapat beberapa contoh persamaan diferensial :

$$\frac{dy}{dx} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{dy}{dx} + xy = e^x \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 5 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = e^x \quad (2.4)$$

Berdasarkan jumlah variabel *independennya*, persamaan diferensial dapat dibedakan menjadi persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Persamaan Diferensial Biasa (PDB) adalah persamaan diferensial dengan satu variabel *independen*. Hal ini dapat dilihat pada persamaan (2.2) dan (2.3), dengan x merupakan variabel *independen* dan y merupakan variabel *dependen*.

Persamaan Diferensial Parsial (PDP) adalah persamaan diferensial dengan jumlah variabel *independen* lebih dari satu. Dalam persamaan diferensial parsial dapat dilambangkan dengan ∂ . Hal tersebut dapat dilihat pada persamaan (2.4), dengan x dan y merupakan variabel *independen* dan u merupakan variabel *dependen*.

2.5 Sistem Persamaan Diferensial

Definisi 2.2 (Sinaga, dkk. 2021)

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat n persamaan diferensial, dengan n fungsi yang tidak diketahui, dimana n merupakan bilangan bulat positif lebih besar sama dengan 2. Antara persamaan diferensial yang satu dengan yang lain saling terkait dan konsisten.

Bentuk umum dari suatu sistem persamaan diferensial orde satu dengan n fungsi kontinu sebagai berikut :

$$f(t, \mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

x_1, x_2, \dots, x_n merupakan variabel *independen* dan t merupakan variabel *dependen*, sehingga $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t)$, dengan $\frac{dx_n}{dt}$ merupakan turunan fungsi x_n terhadap t , dan f_i adalah fungsi yang tergantung pada variabel x_1, x_2, \dots, x_n dan t .

Sistem persamaan diferensial dibagi menjadi sistem persamaan diferensial linier dan sistem persamaan diferensial non-linier. Sistem persamaan diferensial linier merupakan sistem yang terdiri dari dua atau lebih persamaan diferensial linier dengan dua atau lebih buah fungsi yang tidak diketahui. Sistem persamaan tersebut dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + h_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + h_2(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + h_n(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Secara umum sistem persamaan (2.6) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{H}(t) \quad (2.7)$$

Dimana $\dot{\mathbf{x}}(t)$ merupakan turunan fungsi \mathbf{x} yang bergantung terhadap waktu (t), \mathbf{A} adalah koefisien dan $\mathbf{H}(t)$ adalah fungsi kontinu. Dengan \mathbf{A} adalah matriks berukuran $n \times n$ dan $\mathbf{H}(t)$ merupakan fungsi t yang kontinu (Riogilang, 1997). Persamaan

(2.7) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1(t) \\ h_2(t) \\ \vdots \\ h_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Persamaan dapat dikatakan linier jika memiliki ciri-ciri sebagai berikut :

1. Variabel tak bebas dan turunannya harus berderajat satu
2. Tidak terdapat perkalian pada variabel bebas dan turunannya
3. Variabel tak bebas bukan termasuk dalam fungsi transenden.

Contoh 2.2

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 4x_1 + 3x_2 \\ \dot{x}_2 &= 2x_1 + 5x_2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Sistem persamaan (2.9) dapat ditulis menjadi,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Sistem persamaan diferensial non-linear merupakan sistem yang terdiri dari dua atau lebih persamaan diferensial non-linear yang saling terikat.

Contoh 2.3

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 2x_1 + x_2x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_1^2 + x_2\end{aligned}\tag{2.11}$$

Sistem persamaan (2.11) merupakan sistem persamaan diferensial non-linear karena terdapat perkalian variabel tak bebas, yaitu perkalian antara x_2 dan x_3 pada persamaan \dot{x}_1 dan kuadrat dari x_1 pada persamaan \dot{x}_2 .

2.6 Model SEIR Pada *Stunting*

Penelitian ini akan membahas tentang bagaimana proses penyebaran penyakit *stunting* tipe SEIR. SEIR adalah singkatan dari *Susceptible* (S), *Exposed* (E), *Infected* (I) dan *Recovered* (R)

Telah diperoleh beberapa asumsi dari Pratama dan Lismayani (2023) yaitu :

1. Anak yang baru lahir memungkinkan terkena *stunting*
2. Jumlah populasi konstan (laju kelahiran dan kematian diasumsikan sama) yang disimbolkan dengan (μ)
3. Laju perubahan populasi dari S ke E karena adanya penularan secara tidak langsung dari orang yang terkena *stunting* (αI)
4. Laju perubahan populasi dari E ke I karena anak tidak diberikan perlakuan khusus (β)
5. Laju perubahan populasi dari E ke R yaitu δ (tidak terkena *stunting* secara permanen) karena diberikan perlakuan khusus, yaitu sanitasi

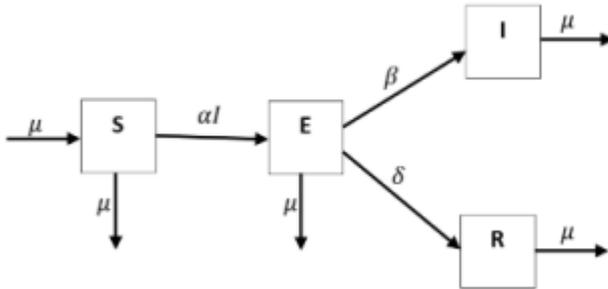
Berdasarkan asumsi-asumsi di atas, maka dapat dituliskan parameter-parameter yang digunakan sebagaimana ditunjukkan pada tabel (2.1) berikut :

Tabel 2.1. Parameter untuk kasus *stunting*

Parameter	Keterangan
S	Bayi yang baru lahir memungkinkan terkena <i>stunting</i>
E	Balita yang memperlihatkan gejala <i>stunting</i>
I	Balita yang terkena <i>stunting</i> dan tidak bisa disembuhkan
R	Balita yang memperlihatkan gejala <i>stunting</i> tetapi tidak terkena <i>stunting</i> (bebas <i>stunting</i>) karena diberikan penanganan khusus
μ	Laju kelahiran/kematian
αI	Laju perubahan populasi dari S ke E karena adanya penularan secara tidak langsung dari orang yang terkena <i>stunting</i>
β	Laju Perubahan populasi dari E ke I Anak karena tidak diberikan perlakuan khusus
δ	Laju perubahan populasi dari E ke R (tidak terkena <i>stunting</i> secara permanen) karena diberikan perlakuan khusus, yaitu sanitasi.

(Pratama dan Lismayani, 2023)

Berdasarkan tabel (2.1) dapat dibentuk model yang sesuai dengan model SEIR yang disajikan dalam diagram kompartemen berikut.



Gambar 2.1. Diagram kompartemen model SEIR *stunting* (Pratama, Lismayani, 2023)

Gambar (2.1) menunjukkan bahwa populasi S mengalami penambahan individu dari banyaknya kelahiran (μ), Selain penambahan individu, perubahan jumlah populasi S dipengaruhi oleh kematian alami (μS). Populasi S juga dapat berkurang karena adanya penularan secara tidak langsung dari orang terkena *stunting* (αIS). Penularan secara tidak langsung dapat terjadi ketika balita tinggal di lingkungan yang sama dan lingkungan tersebut belum memenuhi syarat kesehatan. Salah satunya keadaan sanitasi yang kurang baik (Mukaramah, Wahyuni, 2020).

Jumlah penambahan populasi E diperoleh dari populasi S yang memperlihatkan gejala *stunting* karena adanya penularan secara tidak langsung dari orang terkena *stunting* yang disimbolkan dengan (αIS). Sedangkan pengurangan jumlah populasi E diperoleh dari kematian secara alami (μE). Jumlah populasi E juga dapat berkurang karena adanya perubahan dari populasi E ke populasi I yang terjadi karena tidak adanya perlakuan khusus kepada populasi E sebesar (βE) dan perubahan pada populasi E ke populasi R dapat terjadi karena diberikannya perlakuan khusus

berupa adanya perbaikan sanitasi yang diberikan kepada populasi E sebesar (δE) .

Jumlah populasi I mengalami penambahan karena tidak adanya perlakuan khusus kepada populasi E sebesar (βE) dan mengalami pengurangan karena kematian secara alami pada populasi I (μI) . Jumlah populasi R tergantung pada banyaknya E yang mengalami perubahan karena diberikannya perlakuan khusus berupa adanya perbaikan sanitasi yang diberikan kepada populasi E sebesar (δE) dikurangi dengan kematian secara alami pada populasi R (μR) . Berdasarkan penjelasan diagram kompartemen di atas, dapat dibentuk sistem persamaan model matematika SEIR seperti di bawah ini:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \mu - (\alpha I + \mu)S \\ \frac{dE}{dt} = \alpha IS - (\beta + \delta + \mu)E \\ \frac{dI}{dt} = \beta E - \mu I \\ \frac{dR}{dt} = \delta E - \mu R \end{cases} \quad (2.12)$$

2.7 Kontrol Optimal

Dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal variabel yang dibutuhkan adalah variabel kontrol $u(t)$ dan variabel state $x(t)$. Variabel state memenuhi persamaan diferensial yang bergantung pada variabel kontrol yang dapat ditulis dalam persamaan diferensial berikut (Lenhart and Workman, 2007).

$$\frac{dx}{dt} = g(t, x(t), u(t)) \quad (2.13)$$

Diketahui bahwa jika variabel kontrol diubah maka persamaan diferensial akan berubah. Oleh karena itu, fungsi tujuan dalam masalah kontrol optimal juga dipengaruhi oleh variabel kontrol $u(t)$ dan variabel state $x(t)$. Secara umum fungsi tujuan dapat ditulis sebagai berikut.

$$J(u) = \int_0^T f(t, x(t), u(t)) dt \quad (2.14)$$

dengan kondisi awal $x(0) = x_0$ dan kondisi transversal ($x(T)$) bebas.

Masalah kontrol optimal ini dapat diselesaikan secara manual dengan memperhatikan Prinsip Pontryagin. Prinsip Pontryagin terdiri dari Prinsip Minimum Pontryagin dan Prinsip Maksimum Pontryagin. Pada pembahasan ini digunakan Prinsip Minimum Pontryagin dengan tujuan untuk meminimumkan jumlah anak yang menunjukkan gejala dan yang sudah terkena *stunting*. Pada dasarnya Prinsip Minimum Pontryagin terdiri dari beberapa langkah, yaitu (Lenhart and Workman, 2007)

1. Membentuk fungsi Hamiltonian

$$H = f(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) g_i(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) \quad (2.15)$$

dengan f adalah fungsi tujuan dan g adalah ruas kanan persamaan *state*, dan $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

2. Menurunkan fungsi Hamiltonian terhadap $u(t)$ untuk memperoleh $u^*(t)$ dengan kondisi optimal

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (2.16)$$

3. Memeriksa turunan kedua dari fungsi Hamiltonian terhadap $u(t)$ untuk mengetahui kontrol yang diperoleh minimum atau maksimum. Kontrol dikatakan minimum jika

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} > 0 \quad (2.17)$$

dan dikatakan maksimum jika

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} < 0 \quad (2.18)$$

4. Mencari persamaan *state* dan *costate*

Persamaan *state* dapat dituliskan sebagai berikut

$$x_i'(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda_i} = g_i(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) \quad (2.19)$$

dan persamaan *costate* dapat dituliskan sebagai berikut

$$\lambda_i'(t) = \frac{d\lambda_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} \quad (2.20)$$

dengan kondisi transversal yaitu $\lambda_i(T) = 0$

5. Mensubstitusikan persamaan (2.19) dan (2.20) ke persamaan (2.16) untuk memperoleh kontrol yang optimal.

2.8 Contoh Masalah Kontrol Optimal

Diambil contoh sederhana dalam buku karya Lenhart dan Workman (2007) untuk memahami langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal. Diberikan fungsi tujuan

sebagai berikut.

$$\min_u \int_0^1 u(t)^2 dt. \quad (2.21)$$

dengan

kendala (*state*) $x'(t) = x(t) + u(t)$

kondisi awal $x(0) = 1$ dan kondisi transversal $x(1)$ bebas

Berdasarkan persamaan (2.15) dibentuk fungsi Hamiltonian sebagai berikut.

$$H = u^2 + \lambda(x + u)$$

Dengan menerapkan Prinsip Minimum Pontryagin, langkah yang dilakukan setelah membentuk fungsi Hamiltonian adalah menentukan kondisi optimal, yaitu

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = 2u + \lambda \quad \text{pada} \quad u^* \rightarrow u^*(t) = -\frac{1}{2}\lambda$$

Turunan kedua dari fungsi Hamiltonian, diperoleh

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} = 2 > 0$$

Karena turunan kedua fungsi Hamiltonian berupa bilangan positif maka kontrol yang dihasilkan adalah kontrol minimum.

Langkah selanjutnya adalah menyelesaikan persamaan costate, diperoleh

$$\lambda' = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\lambda \rightarrow \lambda(t) = ce^{-t}$$

dengan kondisi transversal

$$\lambda(1) = 0 \rightarrow ce^{-1} = 0 \rightarrow \lambda(t) = ce^{-t}$$

Dengan demikian $\lambda \equiv 0$, sehingga $u^* = -\lambda/2 = 0$. Jadi, x^* memenuhi $x' = x$ dan $x(0) = 1$. Sehingga diperoleh kondisi optimal sebagai berikut

$$\lambda \equiv 0, u^* \equiv 0, x^*(t) = e^t$$

2.9 Metode Sweep Maju Mundur

Penyelesaian metode numerik pada masalah kontrol optimal dapat diselesaikan dengan menggunakan metode *sweep* maju mundur dengan menggunakan bantuan aplikasi MATLABR2014b. MatlabR2014b merupakan salah satu aplikasi matematika yang sering digunakan untuk melakukan perhitungan matematika secara numerik. Adapun tahapan-tahapannya sebagai berikut :

1. Membuat dugaan awal untuk nilai u
2. Menggunakan kondisi awal $x_0=x(0)$ dan nilai untuk u , untuk menyelesaikan persamaan *state* x' dengan Metode Runge Kutta orde 4 langkah maju
3. Menggunakan kondisi transversal $\lambda_{N+1} = \lambda(T) = 0$, nilai awal u dan x' untuk menyelesaikan persamaan *costate* λ' dengan Metode Runge Kutta orde 4 langkah mundur.
4. Memperbarui nilai u dengan memasukkan nilai x' dan λ' yang baru ke dalam karakteristik kontrol optimal.
5. Memeriksa konvergensi, jika selisih nilai antara variabel dari perhitungan tersebut dan sebelumnya sangat kecil maka nilai

tersebut dapat dijadikan sebagai solusi, namun jika selisih nilainya tidak cukup kecil maka kembali ke langkah 2.

(Lenhart and Workman, 2007)

2.10 Metode Runge-Kutta

Metode runge-kutta adalah metode yang sering digunakan dalam penyelesaian numerik persamaan diferensial. Metode runge-kutta ini menggunakan nilai turunan pada satu titik. Metode Runge-Kutta orde 4 merupakan salah satu dari beberapa orde yang ada (pertama, kedua, dan ketiga). Metode Runge-Kutta orde 4 lebih dikenal karena tingkat ketelitiannya yang tinggi dan proses perhitungan yang masih termasuk sederhana. Formulasnya sebagai berikut

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.22)$$

Dengan konstanta yaitu

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_n, y_n) \\ k_2 &= f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right) \\ k_3 &= f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right) \\ k_4 &= f(x_n + h, y_n + hk_3) \end{aligned} \quad (2.23)$$

k_1 merupakan nilai dari kemiringan pertama pada interval, k_2 yaitu kemiringan nilai tengah pada interval menggunakan kemiringan pada k_1 pada nilai variabel y , selanjutnya untuk k_3 merupakan nilai kemiringan yang menggunakan nilai dari kemiringan k_2 pada pendefinisian nilai y nya. Dan k_4 merupakan nilai kemiringan akhir yang menggunakan nilai k_3 untuk nilai y (Sui, Syata, 2022).

2.11 Kajian Penelitian Terdahulu

Sebelumnya penelitian yang berkaitan dengan masalah *stunting* telah banyak dilakukan. Agar tidak terjadi adanya kesamaan pada skripsi ini, maka penulis telah melakukan kajian terhadap penelitian-penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan masalah *stunting*. Adapun penelitian-penelitian tersebut akan ditulis sebagai berikut :

1. Penelitian yang berjudul “ Simulasi Pemodelan Matematika SEIR Terhadap Pengaruh Sanitasi Pada Kasus *Stunting* di Indonesia” oleh Muh. Isbar Pratama dan Angri Lismayani pada tahun 2023. Hasil dari penelitian tersebut yaitu diperoleh model SEIR pada masalah *stunting*, diketahui adanya pengaruh sanitasi dengan melakukan simulasi pada model SEIR yang dibentuk dengan bantuan Maple 18. Perbedaan penelitian pada skripsi ini yaitu adanya penambahan kontrol optimal berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi pada balita yang belum dibahas sebelumnya dalam penelitian Pratama dan Lismayani.
2. Penelitian berjudul “*Optimal Control of HIV-1 Spread in Combination with Nutritional Status and ARV-Treatment*” oleh Yolanda Norasia, dkk pada tahun 2022. Hasil dari penelitian tersebut yaitu dengan adanya penambahan kontrol optimal berupa status nutrisi dan pengobatan ARV terhadap model SIPA pada penyebaran HIV dapat mengurangi penularan penyakit. Hal itu disebabkan oleh penilaian status gizi yang dilakukan pada Orang Dengan HIV/AIDS (ODHA) dan pengobatan ARV yang bekerja dengan mengurangi jumlah viral load HIV. Dengan demikian,

Infeksi HIV tidak dapat menyebabkan gangguan pada sistem kekebalan tubuh. Penelitian ini memiliki kesamaan dalam metode perhitungan tetapi juga memiliki perbedaan pada penyakit dan kontrol yang diberikan.

3. Penelitian berjudul “Faktor Penyebab *Stunting* pada Anak : Tinjauan Literatur” oleh Nova Dwi Yanti, Feni Betriana dan Imelda Rahmayunia Kartika pada tahun 2020. Penelitian tersebut dilakukan dengan tinjauan literature dengan menentukan pertanyaan PICO (*Problem, Intervention, Comparison, Outcome*). Dari penelitian tersebut diperoleh hasil yang menyatakan bahwa *stunting* dipengaruhi oleh pengetahuan ibu terhadap berbagai hal dan pola asuh orang tua, BBLR (Berat Badan Lahir Rendah) dan status gizi serta status pendapatan keluarga. Perbedaan penelitian ini dengan penelitian pada skripsi ini adalah metode yang digunakan pada penelitian ini tidak menggunakan pemodelan matematika sebagaimana yang akan penulis lakukan.
4. Penelitian berjudul “Faktor Kejadian *Stunting* pada Anak dan Balita” oleh Andi Sastria, Hasnah, dan Fadli pada tahun 2019. Metode yang digunakan pada penelitian ini berupa metode kuantitatif dengan menggunakan pendekatan *cross sectional study*. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahawa terdapat hubungan antara pemberian ASI, pemberian MP-ASI dan pengetahuan keluarga terhadap *stunting*. Perbedaan penelitian ini dengan penelitian yang akan dilakukan oleh penulis terletak pada metode penelitian yang digunakan. Dalam penelitian ini analisis data yang

digunakan oleh Sastria dkk adalah uji statistik *chi-square* sedangkan penulis menggunakan pemodelan matematika.

5. Penelitian berjudul “Hubungan Pemberian Nutrisi dan Sanitasi Lingkungan Terhadap Kejadian *Stunting* Pada Balita” oleh Pagdya Haninda Nusantri Rusdi dan Sylvi Nezi Azwita pada tahun 2021. Hasil penelitian ini diperoleh bahwa adanya hubungan yang signifikan antara kebiasaan pemberian makan dan sanitasi lingkungan terhadap kejadian *stunting* hal tersebut dilihat dari hasil analisis bivariante yang telah dilakukan. Penelitian ini dengan penelitian yang dilakukan oleh penulis memiliki tujuan yang sama yaitu ingin mengetahui apakah faktor pemenuhan nutrisi berpengaruh terhadap angka kejadian *stunting*. Namun, dalam proses penelitian penulis menggunakan metode yang berbeda dari penelitian ini.

BAB 3

Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur. Studi literatur dilakukan dengan mengkaji berbagai literatur nasional maupun internasional yang berhubungan dengan kontrol optimal dan *stunting*. Tahapan yang dilakukan setelah melakukan studi literatur yaitu melakukan proses penelitian berdasarkan alur penelitian. Adapun alur penelitian yang digunakan sebagai berikut

1. Kontruksi model kontrol optimal

Pada tahap ini, dilakukan pengembangan model SEIR pada *stunting* yang sebelumnya telah diteliti oleh Pratama dan Lismayani (2023). Kontruksi yang dilakukan adalah dengan menambahkan kontrol berupa edukasi orang tua (u_1) dan pemenuhan nutrisi balita (u_2)

2. Menentukan formulasi masalah kontrol optimal

Pada tahap ini, ditentukan formulasi pada masalah kontrol optimal yang terdiri dari fungsi tujuan dan kendala berupa model dari permasalahan yang akan diselesaikan (*SEIR*), kondisi awal, kondisi transversal dan batas dari nilai kontrol u_1 dan u_2 .

3. Penyelesaian masalah kontrol optimal

Pada tahap ini, dilakukan penyelesaian masalah kontrol optimal dengan menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin. Adapun langkah-langkah yang harus dilakukan yaitu menentukan persamaan fungsi Hamiltonian, kondisi optimal, persamaan *state*, dan persamaan *costate*

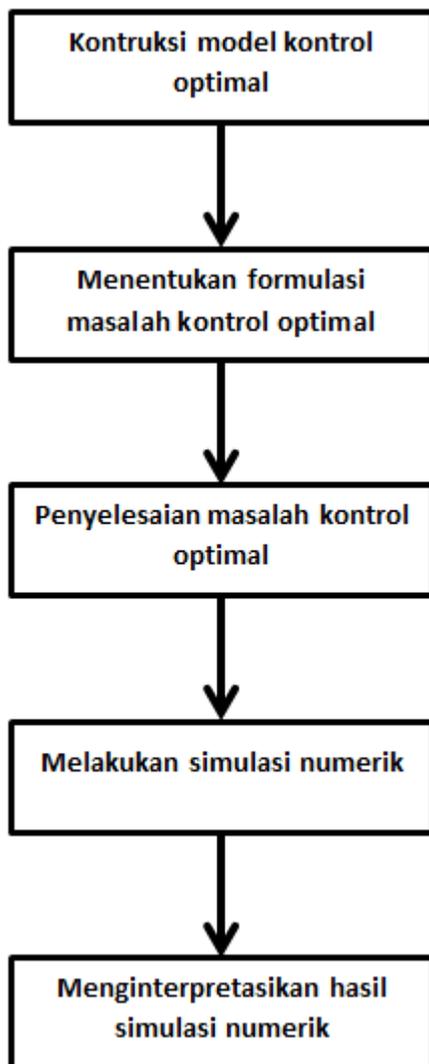
4. Melakukan simulasi numerik

Pada tahap ini, hal pertama yang dilakukan adalah menentukan nilai dari masing-masing parameter. Selanjutnya, dilakukan metode *sweep* maju mundur

5. Menginterpretasikan hasil simulasi numerik

Pada tahap ini, interpretasi hasil simulasi numerik dapat dilakukan dengan melihat bagaimana perubahan bentuk grafik tanpa dan dengan adanya kontrol.

Tahapan-tahapan penelitian yang telah dijelaskan dapat dicermati melalui diagram alir penelitian berikut



Gambar 3.1. Diagram alir penelitian

BAB 4

Pembahasan

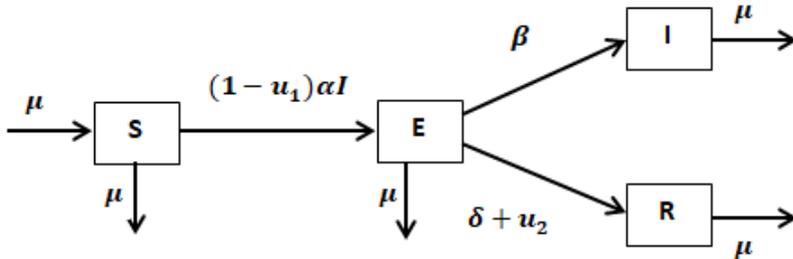
4.1 Kontruksi Model Balita *Stunting* dengan Tambahan Kontrol

Penelitian ini membahas tentang modifikasi dari model balita *stunting* yang telah diteliti oleh Pratama dan Lismayani (2023) dengan adanya penambahan kontrol. Adapun kontrol yang diberikan berupa edukasi orang tua (u_1) dan pemenuhan nutrisi balita (u_2). Adanya pemberian kontrol ini diharapkan dapat mengurangi jumlah balita yang terkena *stunting*.

Pemberian edukasi kepada kedua orang tua dapat berpengaruh pada pola pikir orang tua, baik dalam pola asuh anak maupun dalam masa kehamilan. Tan Shot Yen seorang ahli gizi menyatakan bahwasannya *stunting* dapat disebabkan dari berbagai hal diantaranya, ibu hamil yang mengalami anemia hal ini dapat diketahui dengan melakukan pengukuran lingkaran lengan bagian atas. Selanjutnya, seorang ibu yang kurang berlatih menyusui sebelum melahirkan, hal ini bertujuan untuk menghindari kegagalan terhadap pemberian ASI eksklusif (Yen, T.S. 2023).

Pemberian nutrisi terhadap balita juga cukup berpengaruh dalam proses pertumbuhan dan perkembangan balita. Adanya pemenuhan nutrisi pada balita dapat memperbaiki pertumbuhan fisik, sistem saraf dan otak. Selain itu, pemenuhan nutrisi juga dapat memperbaiki tingkat intelektualitas dan kecerdasan manusia serta mengurangi resiko komplikasi kesehatan (Mayar, Astuti, 2021).

Berikut ditunjukkan diagram kompartemen model balita *stunting* dengan edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita pada gambar (4.1).



Gambar 4.1. Diagram kompartemen model balita *stunting* dengan kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita

Berikut ditunjukkan definisi dari masing-masing variabel dan parameter model balita *stunting* dengan tabel (4.1) dan tabel (4.2). (Pratama dan Lismayani, 2023)

Tabel 4.1. Definisi dari variabel

Variabel	Keterangan
S	Bayi yang baru lahir memungkinkan terkena <i>stunting</i>
E	Balita yang memperlihatkan gejala <i>stunting</i>
I	Balita yang terkena <i>stunting</i> dan tidak bisa disembuhkan
R	Balita yang memperlihatkan gejala <i>stunting</i> tetapi tidak terkena <i>stunting</i> (bebas <i>stunting</i>) karena diberikan penanganan khusus

Tabel 4.2. Definisi dari parameter

Parameter	Keterangan
μ	Laju kelahiran/kematian
α	Laju perubahan populasi dari S ke E karena adanya penularan secara tidak langsung dari orang yang terkena <i>stunting</i>
β	Laju Perubahan populasi dari E ke I Anak karena tidak diberikan perlakuan khusus
δ	Laju perubahan populasi dari E ke R (tidak terkena <i>stunting</i> secara permanen) karena diberikan perlakuan khusus, yaitu sanitasi.
u_1	Kontrol berupa edukasi orang tua
u_2	Kontrol berupa pemenuhan nutrisi balita

Gambar (4.1) menunjukkan bahwa laju perubahan populasi S terhadap waktu ($\frac{dS}{dt}$) mengalami penambahan dari banyaknya kelahiran (μ) dan adanya kontrol berupa edukasi orang tua (u_1). Selain penambahan, laju perubahan populasi S juga mengalami pengurangan yang dipengaruhi oleh kematian alami (μS) dan adanya penularan secara tidak langsung dari orang terkena *stunting* (αIS). Penularan secara tidak langsung dapat terjadi ketika balita tinggal di lingkungan yang sama dan lingkungan tersebut belum memenuhi syarat kesehatan. Salah satunya keadaan sanitasi yang kurang baik (Mukaramah, Wahyuni, 2020). Maka diperoleh persamaan

$$\frac{dS}{dt} = \mu - \alpha(1 - u_1)IS - \mu S \quad (4.1)$$

Laju perubahan populasi E terhadap waktu ($\frac{dE}{dt}$) mengalami penambahan dari populasi S yang memperlihatkan gejala *stunting* karena adanya penularan secara tidak langsung dari orang

terkena *stunting* (αIS). Sedangkan pengurangan laju perubahan populasi E diperoleh dari kematian secara alami (μE), adanya kontrol berupa edukasi orang tua (u_1) dan pemenuhan nutrisi balita (u_2). Jumlah populasi E juga dapat berkurang karena adanya perubahan dari populasi E ke populasi I yang terjadi karena tidak adanya perlakuan khusus kepada populasi E (βE) dan perubahan pada populasi E ke populasi R dapat terjadi karena diberikannya perlakuan khusus berupa adanya perbaikan sanitasi yang diberikan kepada populasi E (δE). Maka diperoleh persamaan

$$\frac{dE}{dt} = \alpha(1 - u_1)IS - (\beta + \delta + \mu + u_2)E \quad (4.2)$$

Laju perubahan populasi I terhadap waktu ($\frac{dI}{dt}$) mengalami penambahan karena tidak adanya perlakuan khusus kepada populasi E (βE) dan mengalami pengurangan karena kematian secara alami pada populasi I (μI). Maka diperoleh persamaan

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - \mu I \quad (4.3)$$

Laju perubahan populasi R terhadap waktu ($\frac{dR}{dt}$) tergantung pada banyaknya E yang mengalami perubahan karena diberikannya perlakuan khusus berupa adanya perbaikan sanitasi yang diberikan kepada populasi E (δE) dan adanya kontrol berupa pemenuhan nutrisi balita (u_2) dikurangi dengan kematian secara alami pada populasi R (μR). Maka diperoleh persamaan

$$\frac{dR}{dt} = (\delta + u_2)E - \mu R \quad (4.4)$$

Dari persamaan (4.1), (4.2), (4.3), dan (4.4) didapat model balita *stunting* berupa sistem persamaan diferensial biasa nonlinear sebagai berikut :

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \mu - \alpha(1 - u_1)IS - \mu S \\ \frac{dE}{dt} = \alpha(1 - u_1)IS - (\beta + \delta + \mu + u_2)E \\ \frac{dI}{dt} = \beta E - \mu I \\ \frac{dR}{dt} = (\delta + u_2)E - \mu R \end{cases} \quad (4.5)$$

4.2 Penyelesaian Masalah Kontrol Optimal

Penyelesaian masalah kontrol optimal yang dilakukan bertujuan untuk meminimumkan jumlah populasi balita yang memperlihatkan gejala *stunting* (E) dan yang mengalami *stunting* (I) dengan meminimumkan fungsi tujuan. Fungsi tujuan yang terbentuk sebagai berikut :

$$\bar{J}(u_1, u_2) = \int_0^T E + I + Au_1^2 + Bu_2^2 dt \quad (4.6)$$

dapat ditulis dengan

$$\min_{u_1, u_2} = \int_0^T E + I + Au_1^2 + Bu_2^2 dt$$

dengan E dan I merupakan variabel dari populasi yang diminimumkan jumlah pertambahannya. Selanjutnya, untuk A adalah bobot yang berkorelasi dengan biaya kontrol edukasi orang tua dan B merupakan bobot yang berkorelasi dengan biaya kontrol untuk biaya pemenuhan nutrisi balita. T adalah waktu akhir pemberian kontrol serta u_1 dan u_2 adalah kontrol yang akan

diminimumkan dengan fungsi kendala sebagai berikut

$$S' = \mu - \alpha(1 - u_1)IS - \mu S$$

$$E' = \alpha(1 - u_1)IS - (\beta + \delta + \mu + u_2)E$$

$$I' = \beta E - \mu I$$

$$R' = (\delta + u_2)E - \mu R$$

$$S(0) = S_0 > 0, E(0) = E_0 > 0, I(0) = I_0 > 0, R(0) = R_0 > 0$$

$$0 \leq u_1 \leq 1$$

$$0 \leq u_2 \leq 1$$

Masalah kontrol optimal dapat diselesaikan dengan memperhatikan Prinsip Minimum Pontryagin. Berikut merupakan langkah-langkah penyelesaian masalah kontrol optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin.

4.2.1 Fungsi Hamiltonian

Langkah pertama yang dilakukan dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal adalah membentuk fungsi Hamiltonian. Pembentukan fungsi Hamiltonian disesuaikan dengan sistem persamaan (4.5), diperoleh

$$\begin{aligned} H &= f(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) + \sum_{i=1}^4 \lambda_i(t) g_i(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) \\ &= E + I + Au_1^2 + Bu_2^2 + \sum_{i=1}^4 \lambda_i(t) g_i(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) \\ &= E + I + Au_1^2 + Bu_2^2 + \lambda_1(\mu - \alpha(1 - u_1)IS - \mu S) \\ &\quad + \lambda_2(\alpha(1 - u_1)IS - (\beta + \delta + \mu + u_2)E) + \lambda_3(\beta E - \mu I) \\ &\quad + \lambda_4((\delta + u_2)E - \mu R). \end{aligned} \tag{4.7}$$

dengan

$$\vec{x}(t) = \{S, E, I, R\}$$

$$\vec{u}(t) = \{u_1, u_2\}$$

4.2.2 Kondisi Optimal

Suatu kontrol yang optimal dapat diperoleh apabila $\frac{\partial H}{\partial u_1} = 0$ dan $\frac{\partial H}{\partial u_2} = 0$. Kondisi tersebut dinamakan kondisi optimal. Kontrol yang optimal dimisalkan dengan u_1^* dan u_2^* sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial u_1} &= 0 \\ \frac{\partial H}{\partial u_1} &= 2Au_1 - \alpha IS(\lambda_2 - \lambda_1) = 0 \\ u_1 &= \frac{\alpha IS}{2A}(\lambda_2 - \lambda_1)\end{aligned}\tag{4.8}$$

Jadi, diperoleh nilai u_1 adalah

$$u_1 = \frac{\alpha IS}{2A}(\lambda_2 - \lambda_1)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial u_2} &= 0 \\ \frac{\partial H}{\partial u_2} &= 2Bu_2 - E(\lambda_2 - \lambda_4) = 0 \\ u_2 &= \frac{E}{2B}(\lambda_2 - \lambda_4)\end{aligned}\tag{4.9}$$

Jadi, diperoleh nilai u_2 adalah

$$u_2 = \frac{E}{2B}(\lambda_2 - \lambda_4)$$

Maka nilai kontrol optimal u_1^* dan u_2^* dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned} u_1^* &= \min \left[1, \max \left(0, \frac{\alpha IS}{2A} (\lambda_2 - \lambda_1) \right) \right] \\ u_2^* &= \min \left[1, \max \left(0, \frac{E}{2B} (\lambda_2 - \lambda_4) \right) \right] \end{aligned} \quad (4.10)$$

Turunan kedua dari fungsi Hamiltonian pada persamaan (4.7) terhadap $u_1(t)$ dan $u_2(t)$ adalah

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H}{\partial^2 u_1} &= 2A \\ \frac{\partial^2 H}{\partial^2 u_2} &= 2B \end{aligned} \quad (4.11)$$

dengan A dan B adalah bobot yang berupa bilangan positif sehingga nilai turunan kedua dari fungsi Hamiltonian adalah bilangan positif. Oleh karena itu, jenis kontrol yang dihasilkan adalah kontrol minimum.

4.2.3 Persamaan State

Berdasarkan Prinsip Minimum Pontrygin, persamaan *state* merupakan turunan dari fungsi Hamiltonian terhadap masing-masing variabel *costate* yaitu $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ sebagaimana rumus pada persamaan (2.19). Dari rumus persamaan (2.19)

diperoleh persamaan *state* sebagai berikut.

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = \mu - \alpha(1 - u_1)IS - \mu S \\ \frac{dE}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = \alpha(1 - u_1)IS - (\beta + \delta + \mu + u_2)E \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} = \beta E - \mu I \\ \frac{dR}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} = (\delta + u_2)E - \mu R. \end{cases} \quad (4.12)$$

Dengan kondisi awal,

$$S(0) = S_0, E(0) = E_0, I(0) = I_0, R(0) = R_0$$

4.2.4 Persamaan *Costate*

Berdasarkan Prinsip Minimum Pontrygin, persamaan *costate* merupakan negatif dari turunan fungsi Hamiltonian terhadap masing-masing variabel yaitu S, E, I, R sebagaimana rumus pada persamaan (2.20). Dari rumus persamaan (2.20) diperoleh persamaan *costate* sebagai berikut.

$$\begin{cases} \frac{d\lambda_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial S} = \lambda_1(\alpha(1 - u_1)I + \mu) - \lambda_2(\alpha(1 - u_1)I) \\ \frac{d\lambda_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial E} = \lambda_2(\beta + \delta + \mu + u_2) - \lambda_3\beta - \lambda_4(\delta + u_2) - 1 \\ \frac{d\lambda_3}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial I} = \lambda_1(\alpha(1 - u_1)S) - \lambda_2(\alpha(1 - u_1)S) + \lambda_3\mu - 1 \\ \frac{d\lambda_4}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial R} = \lambda_4\mu \end{cases} \quad (4.13)$$

Dengan kondisi transversal $\lambda_1(T) = \lambda_2(T) = \lambda_3(T) = \lambda_4(T) = 0$

4.2.5 Sistem yang Optimal

Solusi yang optimal diperoleh dengan mensubstitusikan nilai dari kontrol optimal (u^*) ke persamaan *state* dan persamaan

costate diperoleh,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = \mu - \alpha(1 - u_1^*)IS - \mu S \\ \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = \alpha(1 - u_1^*)IS - (\beta + \delta + \mu + u_2^*)E \\ \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} = \beta E - \mu I \\ \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} = (\delta + u_2^*)E - \mu R \\ -\frac{\partial H}{\partial S} = \lambda_1(\alpha(1 - u_1^*)I + \mu) - \lambda_2(\alpha(1 - u_1^*)I) \\ -\frac{\partial H}{\partial E} = \lambda_2(\beta + \delta + \mu + u_2^*) - \lambda_3\beta - \lambda_4(\delta + u_2^*) - 1 \\ -\frac{\partial H}{\partial I} = \lambda_1(\alpha(1 - u_1^*)S) - \lambda_2(\alpha(1 - u_1^*)S) + \lambda_3\mu - 1 \\ -\frac{\partial H}{\partial R} = \lambda_4\mu \\ u_1^* = \min [1, \max (0, \frac{\alpha IS}{2A}(\lambda_2 - \lambda_1))] \\ u_2^* = \min [1, \max (0, \frac{E}{2B}(\lambda_2 - \lambda_4))] \end{array} \right. \quad (4.14)$$

4.3 Simulasi Numerik

Hasil solusi numerik dari penyelesaian masalah kontrol optimal dapat diperoleh dengan bantuan program MatlabR2014b yaitu berupa metode *sweep* maju-mundur. Variabel-variabel yang digunakan berupa $S, E, I, R, u_1, u_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ dan kemudian dinyatakan dalam bentuk titik sebagai berikut $S(t), E(t), I(t), R(t), u_1(t), u_2(t), \lambda_1(T), \lambda_2(T), \lambda_3(T), \lambda_4(T)$ dengan $t=1,2,\dots,T$. Nilai variabel-variabel state (S, E, I, R) didekati dengan metode runge kutta orde 4 langkah maju dengan kondisi awal $S(0) = S_0, E(0) = E_0, I(0) = I_0, R(0) = R_0$, sedangkan variabel-variabel *costate* $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ didekati dengan metode runge kutta orde 4 langkah mundur dengan kondisi transversal $\lambda_1(T) = \lambda_2(T) = \lambda_3(T) = \lambda_4(T) = 0$. Berikut merupakan penjelasan dari langkah-langkah dan algoritma metode *sweep*

maju mundur (Zulaikha, dkk. 2017).

Langkah 1

Membuat dugaan nilai awal untuk $u_1^*(t), u_2^*(t)$

Langkah 2

Menyelesaikan persamaan *state* S^*, E^*, I^*, R^* dengan mencari nilai dari $S(i+1), C(i+1), J(i+1), H(i+1)$. Untuk $i = 0 : n - 1$ menggunakan kondisi awal $S(0) = S_0, E(0) = E_0, I(0) = I_0, R(0) = R_0, u_1(t), u_2(t)$ dengan metode runge kutta orde 4 langkah maju.

Langkah 3

Menyelesaikan persamaan *costate* $\lambda_1^*, \lambda_2^*, \lambda_3^*, \lambda_4^*$ dengan mencari nilai dari $\lambda_1(k-1), \lambda_2(k-1), \lambda_3(k-1), \lambda_4(k-1)$. Untuk $k : n - 1$ menggunakan kondisi transversal $\lambda_1(T) = \lambda_2(T) = \lambda_3(T) = \lambda_4(T) = 0$ dan nilai dari $S^*, E^*, I^*, R^*, u_1^*(t), u_2^*(t)$ dengan metode runge kutta orde 4 langkah mundur.

Langkah 4

Mencari nilai u_1^*, u_2^* dengan memasukkan nilai S^*, E^*, I^*, R^* dan $\lambda_1^*, \lambda_2^*, \lambda_3^*, \lambda_4^*$ yang baru ke dalam karakteristik kontrol optimal.

Langkah 5

Menghitung nilai *error* dari variabel $S^*, E^*, I^*, R^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*, \lambda_3^*, \lambda_4^*, u_1^*$ dan u_2^* . jika selisih nilai *error* antara variabel pada perhitungan ini dan sebelumnya lebih kecil maka nilai tersebut dapat dijadikan sebagai solusi, namun jika selisih nilainya tidak cukup kecil maka kembali ke langkah 2.

Simulasi numerik dilakukan dengan menggunakan kontrol edukasi orang tua (u_1) dan pemenuhan nutrisi balita (u_2) dengan diberikan bobot berupa A=1 untuk (u_1) dan B=2 untuk (u_2). Pemberian kontrol dilakukan selama 300 minggu dengan nilai awal populasi ditunjukkan pada tabel (4.3) berikut.

Tabel 4.3. Nilai awal yang digunakan dalam simulasi numerik

Populasi Awal	Nilai Awal	Satuan	Sumber
S	0,412	orang/tahun	Kemenkes RI
E	0,231	orang/tahun	Pratama (2023)
I	0,244	orang/tahun	Kemenkes RI
R	0,16	orang/tahun	Pratama (2023)

Selanjutnya ditunjukkan tabel (4.4) yang merupakan nilai dari parameter yang digunakan dalam proses perhitungan kontrol optimal secara numerik. Setelah menetapkan nilai

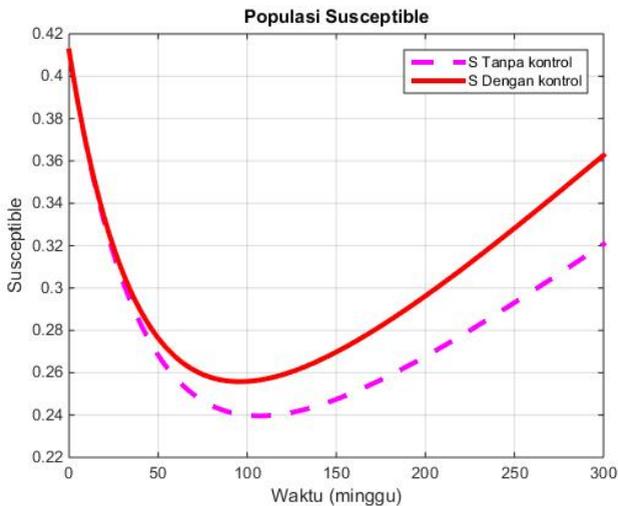
Tabel 4.4. Nilai parameter yang digunakan dalam simulasi numerik

Parameter	Nilai	satuan	Sumber
μ	0,0045	1/tahun	Pratama (2023)
α	0,0785	1/tahun	Asumsi
β	0,0032	1/tahun	Pratama (2023)
δ	0,0451	1/tahun	Pratama (2023)

dari masing-masing populasi dan parameter akan dilakukan beberapa simulasi dengan mengganti nilai parameter δ dan α untuk mengamati adanya perubahan perilaku dari masing-masing simulasi.

4.3.1 Simulasi I

Pada simulasi ini diterapkan parameter yang sama dengan tabel (4.4) yaitu $\alpha = 0,0785$, $\mu = 0,0045$, $\beta = 0,0032$ dan $\delta = 0,0451$ dengan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 2$ pada populasi S, E, I dan R . Hasil dari simulasi numerik pada populasi bayi yang baru lahir memungkinkan terkena *stunting* (S) dapat dilihat pada gambar berikut.

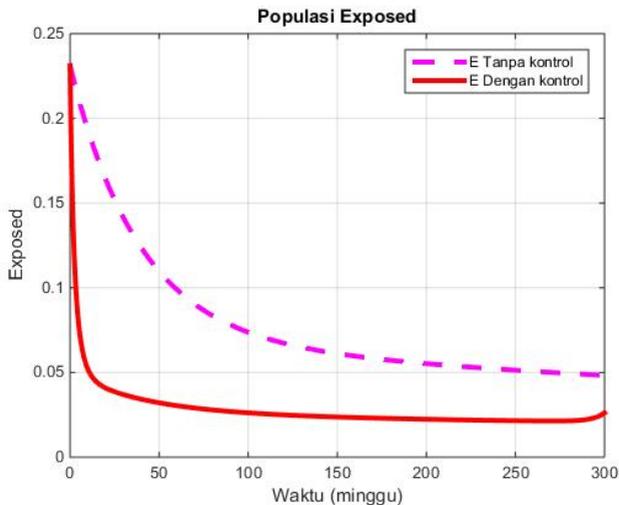


Gambar 4.2. Simulasi populasi S tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

Simulasi numerik yang ditampilkan pada gambar (4.2) menunjukkan bahwa jumlah populasi S sebelum diberikan kontrol mengalami penurunan yang cukup banyak. Diawali dengan 0,412 menjadi 0,24 dalam rentang waktu 105 minggu pertama. Selanjutnya, mulai minggu ke-105 sampai minggu ke-300 jumlah populasi S mengalami peningkatan secara berkala sedikit demi sedikit hingga mencapai titik 0,32.

Akan tetapi setelah adanya kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita, jumlah populasi S mengalami penurunan yang sedikit berbeda dari sebelum adanya kontrol. Sebelumnya turun sampai 0,24 menjadi 0,256 dalam kurun waktu 95 minggu pertama. Selanjutnya, mulai minggu ke-95 hingga minggu ke-300 jumlah populasi S secara terus menerus mengalami peningkatan. Peningkatan yang dialami setelah adanya

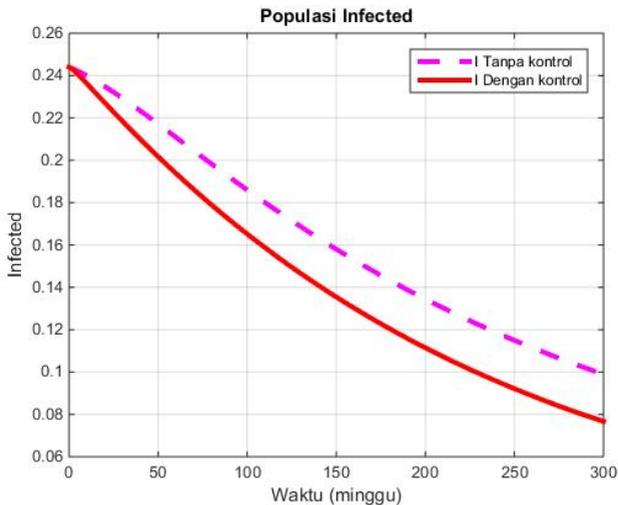
pemberian kontrol dapat mencapai 0,36 pada minggu ke-300. Hal ini menunjukkan bahwa kontrol yang diberikan dapat membantu meningkatkan jumlah populasi S .



Gambar 4.3. Simulasi populasi E tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

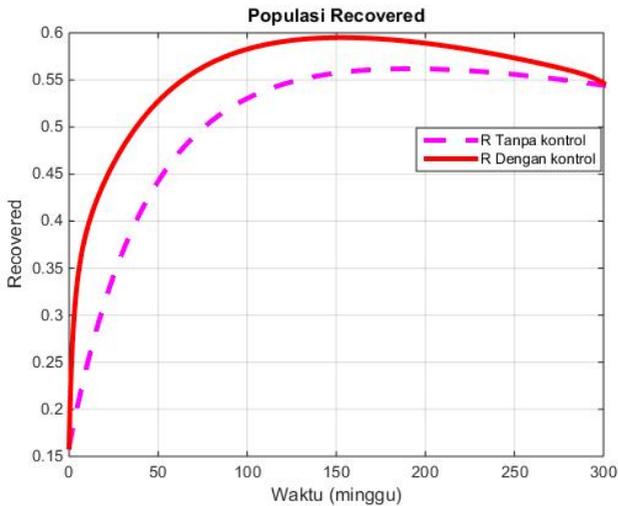
Gambar (4.3) merupakan hasil dari simulasi numerik pada populasi balita yang memperlihatkan gejala *stunting* (E). Simulasi numerik yang ditampilkan pada gambar (4.3) menunjukkan bahwa jumlah populasi E sebelum adanya kontrol sudah mengalami penurunan yang cukup stabil dimulai dari 0,231 menjadi 0,048 dalam kurun waktu 300 minggu. kemudian setelah adanya kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita, jumlah populasi E mengalami penurunan yang lebih banyak dibandingkan sebelum adanya kontrol. Yakni yang awalnya 0,231 menjadi 0,041 hanya dalam kurun waktu 20 minggu. Selanjutnya, mulai minggu ke-20 hingga minggu ke-300 jumlah populasi E mengalami

penurunan secara berangsur-angsur hingga mencapai 0,026.



Gambar 4.4. Simulasi populasi I tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

Gambar (4.4) merupakan hasil dari simulasi numerik pada populasi balita yang terkena *stunting* dan tidak bisa disembuhkan (I). Simulasi numerik yang ditunjukkan pada gambar (4.4) menunjukkan bahwa populasi I sebelum diberikan kontrol sudah mengalami penurunan yang cukup stabil mulai dari minggu ke-0 hingga minggu ke-300. Namun, setelah diberikan kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita penurunan yang dialami semakin besar. Dapat diperhatikan pada gambar (4.4) bahwa kondisi awal populasi I adalah 0,244. Dalam waktu 300 minggu tanpa diberikan kontrol turun menjadi 0,09 tetapi setelah diberikan kontrol populasi I dapat turun hingga 0,077. Hal tersebut menunjukkan bahwa pemberian kontrol memberikan pengaruh dalam menurunkan jumlah populasi I .



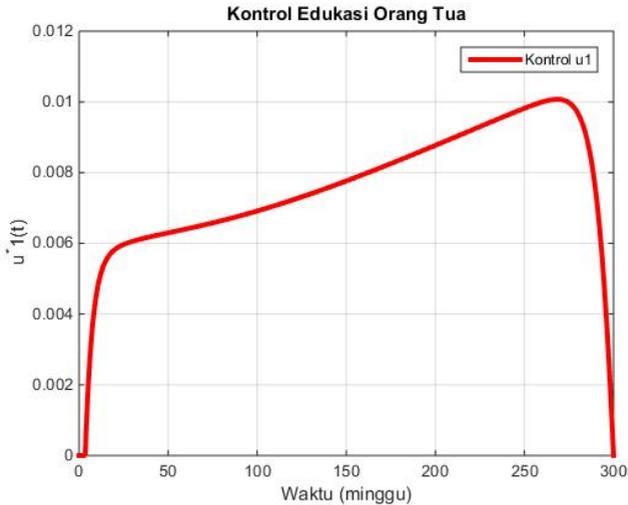
Gambar 4.5. Simulasi populasi R tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

Gambar (4.5) merupakan hasil dari simulasi numerik pada populasi balita yang memperlihatkan gejala *stunting* tetapi tidak terkena *stunting* (bebas *stunting*) karena diberikan penanganan khusus (R). Simulasi numerik yang ditampilkan pada gambar (4.5) menunjukkan bahwa jumlah populasi R sebelum diberikan kontrol sudah mengalami peningkatan secara berkala sedikit demi sedikit dimulai dari 0,16 menjadi 0,562 dalam kurun waktu 192 minggu. Kemudian, mulai minggu ke-192 hingga minggu ke-300 populasi R mulai turun menjadi 0,544.

Namun, setelah adanya kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita. Terjadi adanya perbedaan jumlah peningkatan pada populasi R . Setelah diberikan kontrol populasi R sudah mengalami peningkatan mencapai 0,595 pada minggu ke-150. Kemudian, mengalami penurunan menjadi 0,546 pada

minggu ke-300. Penurunan yang terjadi disebabkan oleh jumlah populasi E yang mengalami penurunan.

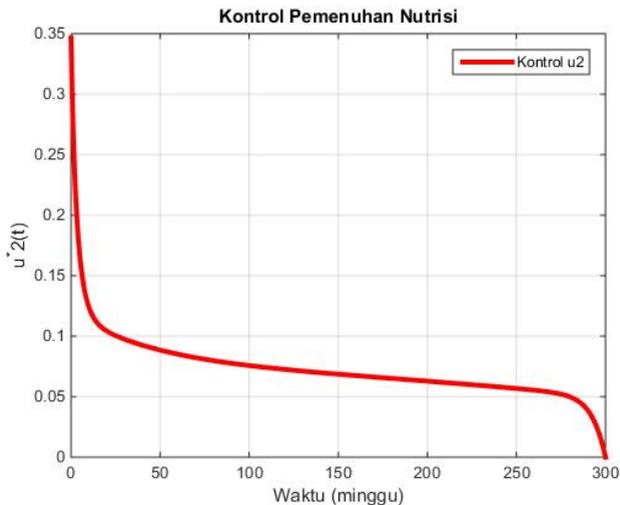
Berikut merupakan gambar grafik hasil simulasi numerik kontrol optimal u_1^* pada model SEIR balita *stunting* dengan edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita.



Gambar 4.6. Kontrol u_1^* pada simulasi numerik model balita *stunting*

Gambar (4.6) menunjukkan simulasi numerik dari nilai efektivitas adanya kontrol u_1^* yang berupa edukasi orang tua. Pada awal periode kontrol u_1^* nilai efektivitasnya masih di titik 0 kemudian naik sampai menuju titik 0,01 pada saat minggu ke-270. Hal ini dikarenakan adanya penyesuaian yang lebih baik dari variabel sistem. Pemberian kontrol edukasi orang tua (u_1) dihentikan pada minggu ke-300 sehingga setelah minggu ke-270 nilai efektivitasnya menurun cukup drastis hingga pada titik 0.

Simulasi selanjutnya merupakan gambar grafik hasil simulasi numerik kontrol optimal u_2^* pada model balita *stunting* dengan edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita.



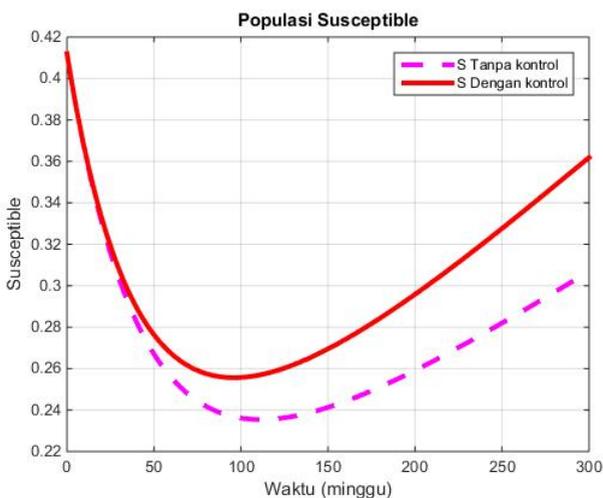
Gambar 4.7. Kontrol u_2^* pada simulasi numerik model balita *stunting*

Gambar (4.7) menunjukkan simulasi numerik dari efektivitas adanya kontrol u_2^* berupa pemenuhan nutrisi balita. Pada awal periode, nilai efektivitas kontrol u_2^* mencapai 0,347 kemudian mengalami penurunan secara perlahan hingga nilai efektivitasnya menuju 0 pada minggu ke-300. Oleh karena itu, pemberian kontrol pemenuhan nutrisi balita (u_2) dihentikan.

Berdasarkan simulasi I diperoleh hasil bahwa dengan adanya kontrol u_1^* dan u_2^* populasi E dan I telah mengalami penurunan lebih banyak dibandingkan tanpa adanya kontrol. Dengan demikian populasi S dan R mengalami peningkatan. Hal ini sesuai dengan fungsi tujuan yang diharapkan.

4.3.2 Simulasi II

Pada simulasi II akan ditunjukkan adanya perubahan pada nilai parameter δ yang digunakan. Pada simulasi ini diterapkan parameter $\alpha = 0,0785$, $\mu = 0,0045$, $\beta = 0,0032$ dan $\delta = 0,035$ dengan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 2$ pada populasi S, E, I dan R . Hasil dari simulasi numerik pada populasi bayi yang baru lahir memungkinkan terkena *stunting* (S) dapat dilihat pada gambar berikut.

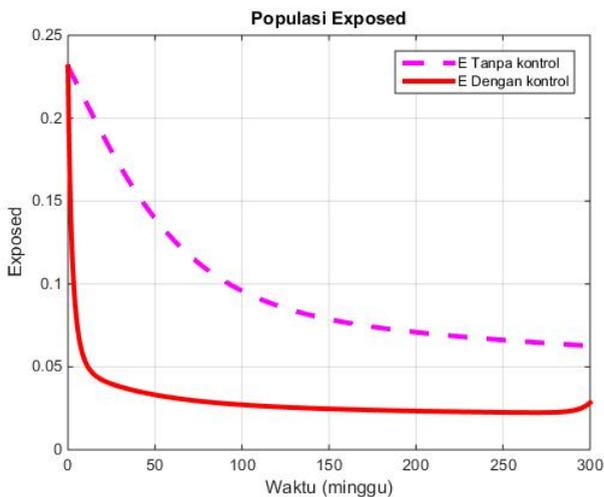


Gambar 4.8. Simulasi populasi S tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

Simulasi numerik yang ditampilkan pada gambar (4.8) menunjukkan bahwa jumlah populasi S sebelum diberikan kontrol mengalami penurunan yang lebih banyak dibandingkan dengan sebelum adanya perubahan nilai parameter. Diawali dengan 0,412 menjadi 0,235 dalam rentang waktu 115 minggu pertama. Selanjutnya, mulai minggu ke-115 sampai minggu

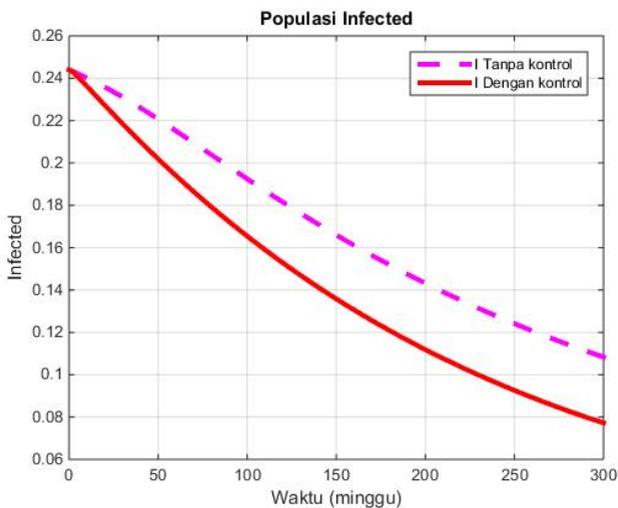
ke-300 jumlah populasi S mengalami peningkatan secara berkala sedikit demi sedikit hingga mencapai 0,308.

Namun, setelah adanya pemberian kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita, jumlah populasi S mengalami penurunan yang sedikit berbeda dari sebelum adanya kontrol. Sebelumnya turun sampai 0,235 menjadi 0,256 dalam waktu 95 minggu pertama. Perbedaan rentang waktu penurunan jumlah populasi S ini dapat menyebabkan adanya perbedaan yang cukup besar terhadap jumlah peningkatan populasi S tanpa dan dengan adanya kontrol. Peningkatan jumlah populasi S yang terjadi mulai minggu ke-95 hingga minggu ke-300 setelah adanya pemberian kontrol dapat mencapai 0,362. Hal ini menunjukkan bahwa kontrol yang diberikan dapat membantu meningkatkan jumlah populasi S .



Gambar 4.9. Simulasi populasi E tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

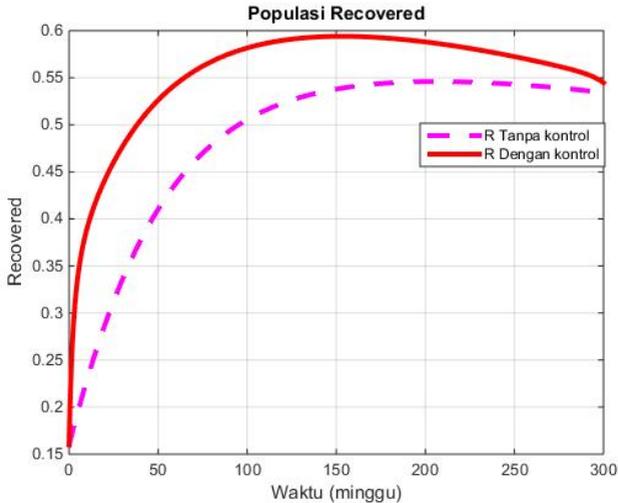
Gambar (4.9) merupakan hasil dari simulasi numerik pada populasi balita yang memperlihatkan gejala *stunting* (E). Simulasi numerik yang ditampilkan pada gambar (4.9) menunjukkan bahwa jumlah populasi E sebelum adanya kontrol sudah mengalami penurunan yang cukup stabil dimulai dari 0,231 menjadi 0,0625 dalam kurun waktu 300 minggu. Akan tetapi, setelah adanya kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita, jumlah populasi E mengalami penurunan yang lebih banyak dibandingkan sebelum adanya kontrol. Yakni yang awalnya 0,231 menjadi 0,042 hanya dalam kurun waktu 20 minggu. Selanjutnya, mulai minggu ke-20 hingga minggu ke-300 jumlah populasi Exposed mengalami penurunan secara berangsur-angsur hingga mencapai 0,0285. Dibandingkan dengan simulasi I jumlah populasi E pada (4.9) memiliki jumlah yang lebih besar. Artinya, perubahan nilai parameter dapat memberikan pengaruh terhadap jumlah populasi E .



Gambar 4.10. Simulasi populasi I tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

Gambar (4.10) merupakan hasil dari simulasi numerik pada populasi balita yang terkena *stunting* dan tidak bisa disembuhkan (I). Simulasi numerik yang ditunjukkan pada gambar (4.10) menunjukkan bahwa populasi I sebelum diberikan kontrol sudah mengalami penurunan yang cukup stabil mulai dari minggu ke-0 hingga minggu ke-300. Namun, setelah diberikan kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita penurunan yang dialami semakin besar. Hal tersebut dapat dilihat pada gambar (4.10) bahwa kondisi awal populasi I adalah 0,244. Dalam waktu 300 minggu tanpa diberikan kontrol turun menjadi 0,108 tetapi setelah diberikan kontrol populasi I dapat turun hingga 0,078. Hal tersebut menunjukkan bahwa pemberian kontrol dapat membantu dalam menurunkan jumlah populasi I . Adanya perubahan nilai pada parameter δ memberikan pengaruh pada jumlah populasi I

baik tanpa kontrol maupun dengan kontrol. Akan tetapi perubahan jumlah populasi I tanpa kontrol memiliki jumlah yang lebih banyak dibandingkan dengan yang sudah ada kontrol.

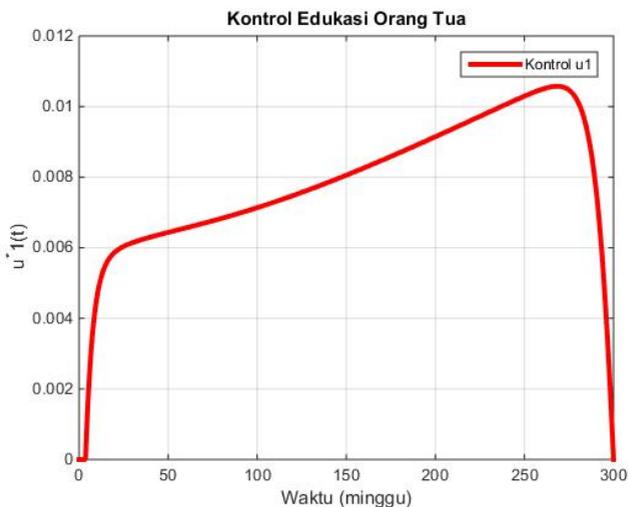


Gambar 4.11. Simulasi populasi R tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

Gambar (4.11) merupakan hasil dari simulasi numerik pada populasi balita yang memperlihatkan gejala *stunting* tetapi tidak terkena *stunting* (bebas *stunting*) karena diberikan penanganan khusus (R). Simulasi numerik yang ditampilkan pada gambar (4.11) menunjukkan bahwa jumlah populasi R sebelum diberikan kontrol sudah mengalami peningkatan secara berkala sedikit demi sedikit dimulai dari 0,16 menjadi 0,546 dalam 206 minggu pertama. Kemudian mengalami penurunan mulai minggu ke-206 hingga minggu ke-300 menjadi 0,524.

Berbeda dengan setelah adanya kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita. Jumlah peningkatan

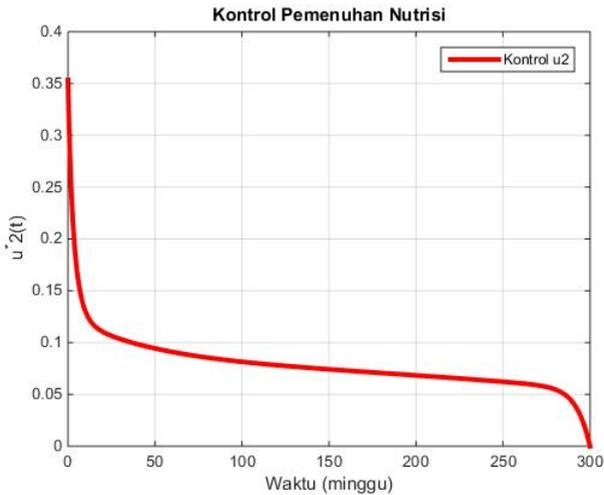
pada populasi R setelah adanya kontrol mengalami peningkatan mencapai 0,594 pada minggu ke-149. Kemudian mulai minggu ke-149 hingga minggu ke-300 jumlah populasi R mengalami penurunan menjadi 0,545. Dibandingkan dengan simulasi I, simulasi II ini memiliki perbedaan nilai parameter yang menyebabkan jumlah populasi R tanpa kontrol pada minggu ke-300 mengalami penurunan sebesar 0,02 dibandingkan sebelumnya. Namun, pada jumlah populasi R dengan kontrol hanya mengalami penurunan sebesar 0,001.



Gambar 4.12. Kontrol u_1^* pada simulasi numerik model balita *stunting*

Gambar (4.12) merupakan gambar grafik hasil simulasi numerik kontrol optimal u_1^* pada model balita *stunting* dengan edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita. Gambar (4.12) tersebut menunjukkan simulasi numerik dari efektivitas adanya kontrol u_1^* yang berupa edukasi orang tua. Pada awal periode

kontrol u_1^* nilai efektivitasnya masih di titik 0 kemudian naik secara terus menerus hingga menuju titik 0,0106 pada saat minggu ke-268. Hal ini dikarenakan adanya penyesuaian yang lebih baik dari variabel sistem. Pemberian kontrol edukasi orang tua (u_1) dihentikan pada minggu ke-300 sehingga setelah minggu ke-268 nilai efektivitasnya menurun cukup drastis hingga pada titik 0.



Gambar 4.13. Kontrol u_2^* pada simulasi numerik model balita *stunting*

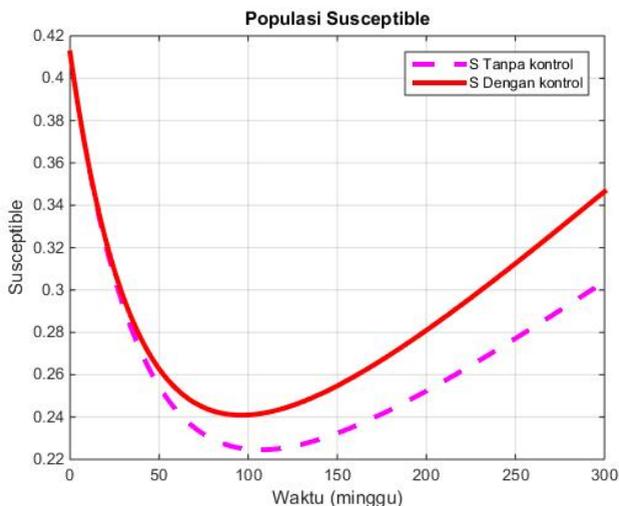
Gambar (4.13) merupakan gambar grafik hasil simulasi numerik kontrol optimal u_2^* pada model balita *stunting* dengan edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita. Gambar (4.13) menunjukkan simulasi numerik dari efektivitas adanya kontrol u_2^* yang berupa pemenuhan nutrisi balita. Pada awal periode kontrol u_2^* nilai efektivitasnya mencapai 0,353. Setelah itu nilai efektivitasnya mulai mengalami penurunan secara perlahan

hingga menuju 0 pada minggu ke-300. Maka dari itu pemberian kontrol pemenuhan nutrisi balita (u_2) dihentikan.

Berdasarkan simulasi II diperoleh hasil bahwa dengan adanya kontrol u_1^* dan u_2^* populasi E dan I telah mengalami penurunan lebih banyak dibandingkan tanpa adanya kontrol. Dengan demikian populasi S dan R mengalami peningkatan. Selain itu, Terlihat adanya perbedaan nilai efektivitas periode awal pada simulasi I dan II membuktikan bahwa jika terjadi perubahan nilai pada parameter maka efektivitas kontrol bisa berubah. Hal tersebut terbukti bahwa jika nilai parameter δ menurun maka tingkat efektivitas dari kontrol u_1^* dan u_2^* mengalami peningkatan.

4.3.3 Simulasi III

Pada simulasi Iii akan ditunjukkan adanya perubahan pada nilai parameter α yang digunakan. Pada simulasi ini diterapkan parameter $\alpha = 0,085$, $\mu = 0,0045$, $\beta = 0,0032$ dan $\delta = 0,0451$ dengan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 2$ pada populasi S, E, I dan R . Hasil dari simulasi numerik pada populasi bayi yang baru lahir memungkinkan terkena *stunting* (S) dapat dilihat pada gambar berikut.

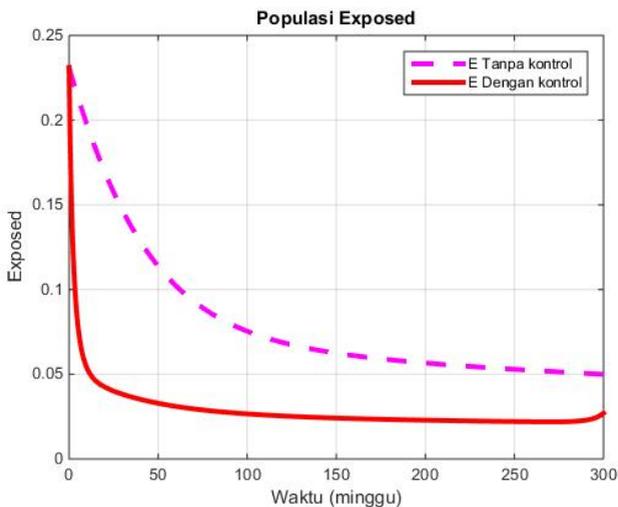


Gambar 4.14. Simulasi populasi S tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

Simulasi numerik yang ditampilkan pada gambar (4.14) menunjukkan bahwa jumlah populasi S mengalami penurunan baik tanpa kontrol maupun dengan adanya kontrol. Namun, terdapat perbedaan jumlah penurunan antara tanpa kontrol dan dengan adanya kontrol. Nilai awal populasi S sebesar 0,412 kemudian setelah 107 minggu turun menjadi 0,224 tanpa adanya kontrol dan berubah menjadi 0,241 dengan adanya kontrol pada 96 minggu pertama.

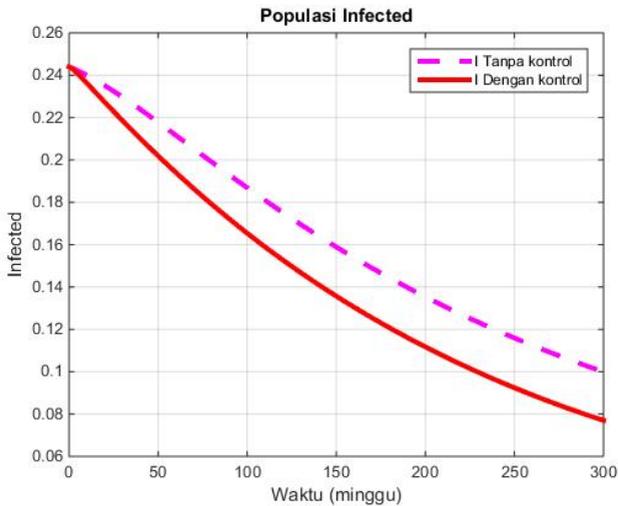
Tidak hanya mengalami penurunan namun populasi S juga mengalami peningkatan baik tanpa kontrol maupun dengan adanya kontrol. Populasi S tanpa kontrol mulai mengalami peningkatan pada minggu ke-107 hingga minggu ke-300. peningkatan terjadi dari 0,224 menjadi 0,304. Peningkatan juga terjadi pada populasi S dengan adanya kontrol. Peningkatan

yang terjadi dimulai pada minggu ke-96 hingga minggu ke-300 dengan perubahan jumlah populasi S yaitu 0,241 menjadi 0,346.



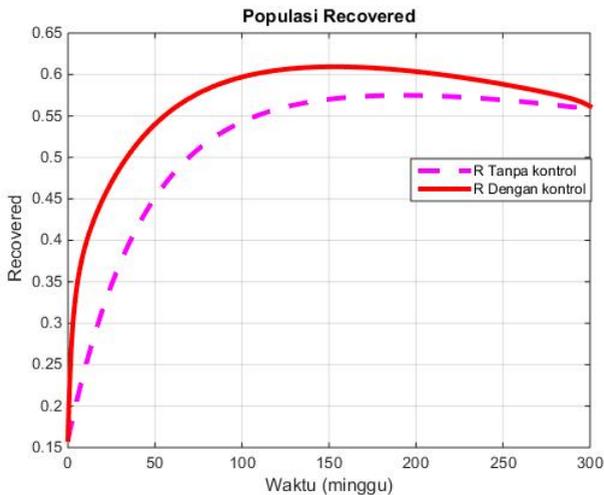
Gambar 4.15. Simulasi populasi E tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

Gambar (4.15) merupakan hasil dari simulasi numerik pada populasi balita yang memperlihatkan gejala *stunting* (E). Simulasi numerik yang ditampilkan pada gambar (4.15) menunjukkan bahwa jumlah populasi E terus menerus mengalami penurunan selama 300 minggu baik tanpa kontrol maupun dengan adanya kontrol. Akan tetapi dengan adanya kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita penurunan yang terjadi menjadi semakin besar. Jumlah populasi E tanpa kontrol dimulai dari nilai awal 0,231 turun menjadi 0,05 sedangkan jumlah populasi E dengan kontrol berubah dari 0,231 menjadi 0,027.



Gambar 4.16. Simulasi populasi I tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

Gambar (4.16) merupakan hasil simulasi numerik pada populasi balita yang terkena *stunting* dan tidak bisa disembuhkan (I). Simulasi numerik yang ditunjukkan pada gambar (4.16) menunjukkan bahwa populasi I baik tanpa kontrol maupun dengan adanya kontrol sudah mengalami penurunan yang cukup stabil selama 300 minggu. Namun, setelah diberikan kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita penurunan yang dialami semakin besar. Nilai awal populasi I adalah 0,244. Dalam waktu 300 minggu tanpa diberikan kontrol turun menjadi 0,10 tetapi setelah adanya kontrol populasi I turun menjadi 0,077. Hal tersebut menunjukkan bahwa adanya kontrol dapat membantu dalam menurunkan jumlah populasi I .

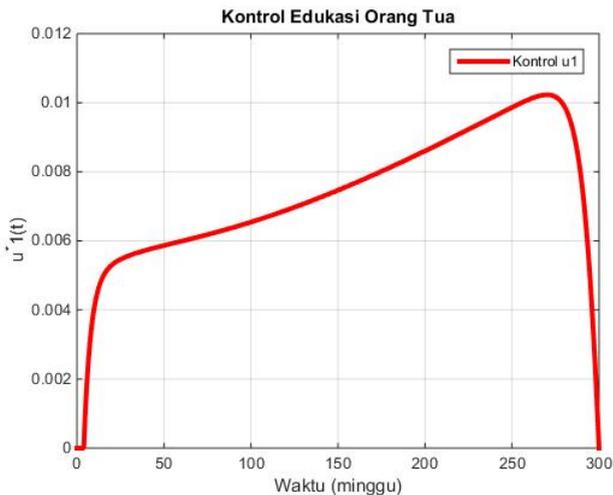


Gambar 4.17. Simulasi populasi R tanpa dan dengan adanya kontrol u_1 dan u_2

Gambar (4.17) merupakan hasil dari simulasi numerik pada populasi balita yang memperlihatkan gejala *stunting* tetapi tidak terkena *stunting* (bebas *stunting*) karena diberikan penanganan khusus (R). Simulasi numerik yang ditampilkan pada gambar (4.17) menunjukkan bahwa jumlah populasi R sebelum adanya kontrol sudah mengalami peningkatan secara berkala sedikit demi sedikit dimulai dari 0,16 menjadi 0,575 dalam 196 minggu pertama. Kemudian mengalami penurunan mulai minggu ke-196 hingga minggu ke-300 menjadi 0,558.

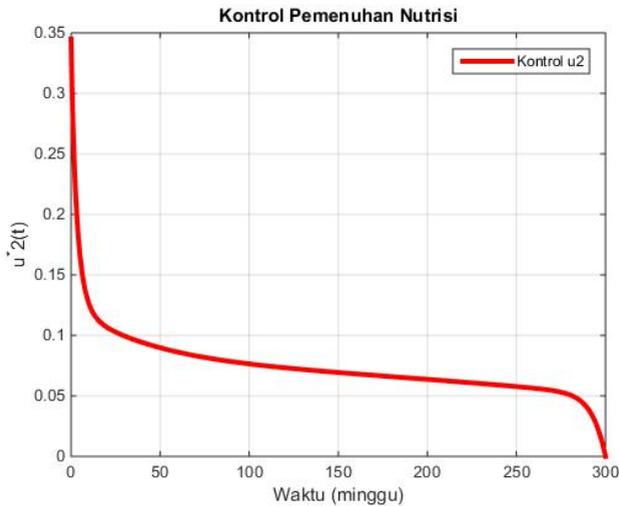
Berbeda dengan setelah adanya kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita. Jumlah peningkatan pada populasi R setelah adanya kontrol mengalami peningkatan mencapai 0,609 pada minggu ke-154. Kemudian mulai minggu ke-154 hingga minggu ke-300 jumlah populasi R mengalami penurunan menjadi 0,562. Dibandingkan dengan simulasi I dan

simulasi II, simulasi III ini memiliki jumlah populasi R yang cukup tinggi.



Gambar 4.18. Kontrol u_1^* pada simulasi numerik model balita *stunting*

Gambar (4.18) merupakan gambar grafik hasil simulasi numerik kontrol optimal u_1^* pada model balita *stunting* dengan edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita. Gambar (4.18) tersebut menunjukkan simulasi numerik dari efektivitas adanya kontrol u_1^* yang berupa edukasi orang tua. Pada awal periode nilai efektivitas kontrol u_1^* masih berada di titik 0 yang artinya kontrol u_1^* masih belum bekerja. Kemudian, naik secara terus menerus hingga mencapai 0,0102 pada saat minggu ke-270. Hal ini dikarenakan adanya penyesuaian yang lebih baik dari variabel sistem. Pemberian kontrol edukasi orang tua (u_1) dihentikan pada minggu ke-300 sehingga setelah minggu ke-270 nilai efektivitasnya menurun cukup drastis hingga pada titik 0.



Gambar 4.19. Kontrol u_2^* pada simulasi numerik model balita *stunting*

Gambar (4.19) merupakan gambar grafik hasil simulasi numerik kontrol optimal u_2^* pada model balita *stunting* dengan edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita. Gambar (4.19) menunjukkan simulasi numerik dari efektivitas adanya kontrol u_2^* yang berupa pemenuhan nutrisi. Pada awal periode kontrol u_2^* nilai efektivitas mencapai 0,345. Setelah itu mengalami penurunan secara berangsur-angsur hingga menuju 0 pada minggu ke-300. Artinya kontrol sudah tidak bekerja. Maka dari itu pemberian kontrol pemenuhan nutrisi balita (u_2) dihentikan.

Berdasarkan simulasi III diperoleh hasil bahwa dengan adanya kontrol u_1^* dan u_2^* populasi E dan I telah mengalami penurunan lebih banyak dibandingkan tanpa adanya kontrol. Dengan demikian populasi S dan R mengalami peningkatan. Selain itu, Terlihat adanya perbedaan nilai efektivitas periode awal pada

simulasi I dan III yang membuktikan bahwa jika terjadi perubahan nilai pada parameter α maka nilai efektivitas kontrol pun berubah. Hal tersebut terbukti ketika nilai parameter α bertambah, nilai efektivitas dari kontrol u_1^* mengalami peningkatan sedangkan kontrol u_2^* mengalami penurunan. Artinya jika nilai parameter α bertambah maka pemberian kontrol u_1^* dapat lebih ditingkatkan.

Dari ketiga simulasi yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwasannya pemberian kontrol u_1^* dan u_2^* dapat membantu meminimumkan jumlah populasi E dan I sekaligus dapat meningkatkan jumlah populasi S dan R . Perubahan nilai parameter tidak menyebabkan adanya perbedaan perilaku pada masing-masing simulasi. Akan tetapi, dapat menyebabkan perubahan pada besarnya nilai efektivitas kontrol.

BAB 5

Penutup

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut.

1. Model balita *stunting* dengan penambahan dua kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita di Indonesia sebagai berikut.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = \mu - \alpha(1 - u_1)IS - \mu S \\ \frac{dE}{dt} = \alpha(1 - u_1)IS - (\beta + \delta + \mu + u_2)E \\ \frac{dI}{dt} = \beta E - \mu I \\ \frac{dR}{dt} = (\delta + u_2)E - \mu R \end{array} \right.$$

2. Hasil penyelesaian kontrol optimal pada balita *stunting* dengan penambahan dua kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita di Indonesia sebagai berikut.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = \mu - \alpha(1 - u_1^*)IS - \mu S \\ \frac{dE}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = \alpha(1 - u_1^*)IS - (\beta + \delta + \mu + u_2^*)E \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} = \beta E - \mu I \\ \frac{dR}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} = (\delta + u_2^*)E - \mu R \\ \frac{d\lambda_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial S} = \lambda_1(\alpha(1 - u_1^*)I + \mu) - \lambda_2(\alpha(1 - u_1^*)I) \\ \frac{d\lambda_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial E} = \lambda_2(\beta + \delta + \mu + u_2^*) - \lambda_3\beta - \lambda_4(\delta + u_2^*) - 1 \\ \frac{d\lambda_3}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial I} = \lambda_1(\alpha(1 - u_1^*)S) - \lambda_2(\alpha(1 - u_1^*)S) + \lambda_3\mu - 1 \\ \frac{d\lambda_4}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial R} = \lambda_4\mu \end{array} \right.$$

3. Hasil dari simulasi numerik model balita *stunting* menunjukkan bahwa pemberian kontrol berupa edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita dapat membantu mempercepat penurunan jumlah balita yang menunjukkan gejala *stunting* dan balita yang terkena *stunting* dengan biaya minimum yang disesuaikan dengan fungsi tujuan. Selain itu, dari simulasi numerik yang dilakukan dapat diketahui bahwa perubahan nilai parameter yang digunakan dapat menyebabkan perubahan pada besarnya nilai efektivitas kontrol.

5.2 Saran

Pada penelitian ini hanya dibahas masalah kontrol optimal menggunakan dua kontrol yaitu edukasi orang tua dan pemenuhan nutrisi balita. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan adanya penambahan variabel kontrol yang diharapkan mendapatkan hasil yang efektif.

DAFTAR PUSTAKA

- Anovska-Griffiths, J. 2020 *Bisakah pemodelan matematika menyelesaikan krisis Covid-19 saat ini?* Kesehatan Masyarakat BMC , 20 (1), 551.
- Antari, A.W. 2016. *Stunting*. Diunduh di <https://rsudmangusada.badungkab.go.id/promosi/read/102/stunting> tanggal 8 Juni 2023
- Astuti, Y.R. 2022. *Pengaruh Sanitasi dan Air Minum Terhadap Stunting di Papua dan Papua Barat. : Jurnal Ilmu Kesehatan*. 16(30):261-267
- Azzahra, N.F., Hariyanto, Mardlijah, 2022. *Kontrol Optimal Penyebaran COVID-19 Model SEIR di Jakarta* Jurnal Sains dan Seni ITS. 11(2):A64-A69
- Bappenas, 2018. *Cegah Stunting di 1000 Hari Pertama Kehidupan, Investasi Bersama untuk Masa Depan Anak Bangsa*. Diunduh di <https://www.bappenas.go.id/> tanggal 27 Januari 2024
- Eko, 2023. *Protein Hewani Bentuk Zat Besi Dan Bangun Pertumbuhan Tulang Rawan Anak*. Diunduh di <https://news.schoolmedia.id/> tanggal 27 Januari 2024
- Ezalina, Malfasari, E., Hasanah, U. 2022. *Edukasi Sosialisasi Pencegahan Stunting di Masa Pandemi Covid 19 Pada Ibu Balita di Posyandu*. Journal of Character Education Society. 5(1):106-114
- Finizio, N. and Ladas, G. 1971. *An Introduction to Differential Equations In The Mathematical Gazette* (Vol. 55)

Fredlina K.Q., Oka T.B. dan Dwipayana M.E. 2012. *Model SIR (Susceptible, Infectious, Recovered) Untuk Penyebaran Penyakit Tuberkulosis*. Jurnal Matematika. 1(1):52-58.

Hakim, L. 2022 *Strategi Kontrol Optimal model SIQR pada Penyebaran Penyakit Campak*. Leibniz: Jurnal Matematika. 2(2):65-67

Handayani, S.W., Peristiowati, Y., Wardani, R. 2023. *Analisis Pemberian ASI Eksklusif dan Derajat Kesehatan Ibu Saat Hamil Terhadap Kejadian Stunting*. Jurnal Keperawatan. 15(1):155-164

Ihsan H., Side S., dan Pagga M. 2021. *Pemodelan Matematika SEIRS Pada Penyebaran Penyakit Malaria di Kabupaten Mimika*. Journal of Mathematics, Computations, and Statistics. 4(1):21-29.

Kementerian Kesehatan RI. 2018. *Situasi Balita Pendek di Indonesia* Buletin Jendela Data dan Informasi Kesehatan:20

Lenhart, S. and Workman, J.T., 2007. *Optimal Control Applied to Biological Models* New York: CRC Press is an imprint of Taylor and Francis Group, an Informa business

Mayar, F., Astuti, Y. 2021. *Peran Gizi Terhadap Pertumbuhan dan Perkembangan Anak Usia Dini*. Jurnal pendidikan Tambusai. 5(3):9695-9704.

Monita, R. 2024 *Trending di X, Kenali Perbedaan Stunting dan Gizi Buruk*. Diunduh di <https://www.marketeters.com/trending-di-x-kenali-perbedaan-stunting-tanggal-31-Mei-2024>

- Mukaramah, N., Wahyuni, M. 2020. *Hubungan Kondisi Lingkungan dengan Kejadian Stunting pada Balita di Rt 08, 13 dan 14 Kelurahan Mesjid Kecamatan Samarinda Seberang 2019* Borneo Student Research. 1(2):750-754
- Natoatmodjo, S. 2012. *Promosi Kesehatan Dan Perilaku Kesehatan*. Jakarta:Renika Cipta.
- Naulia, R.S., Hendrawati dan Saudi, L. 2021. *Pengaruh Edukasi Gizi Terhadap Pengetahuan dan Sikap Ibu dalam Pemenuhan Nutrisi Balita Stunting*. Jurnal Ilmu Kesehatan Masyarakat. 10(2):95-101
- Ndii, M. Z. 2022. *Pemodelan Matematika*. Pekalongan: PT. Nasya Expanding Management.
- Norasia, Y., Zulaikha, Tafrikan, M., Ghani, M., Mukama, D.S. 2022 *textitOptimal Control of HIV-1 Spread in Combination with Nutritional Status and ARV-Treatment International Journal of Computing Science and Applied Mathematics*. 8(2): 66-70
- Pemerintah Pusat. 2012. *Peraturan Pemerintah (PP) Nomor 33 Tahun 2012 tentang Pemberian Air Susu Ibu Eksklusif*. Pemerintah Pusat:Jakarta
- Pratama, M.I., Lismayani, A. 2023. *Simulasi Pemodelan Matematika SEIR Terhadap Pengaruh Sanitasi Pada Kasus Stunting di Indonesia*. Jurnal Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika. 6(1):224-231
- Purnomo, D. 2012. *Persamaan Diferensial* Malang:Media Nusa Creative

- Putri, S.A., Hariyanto, dan Asiyah, N. 2018. *Analisis dan Kontrol Optimal pada Model Penyebaran Virus HIV dengan Peran ResponImun dan Terapi Antiretroviral*. Jurnal Sains dan Seni ITS. 7(2):A37-A45
- Renyoet, B.S., Martianto D., Sukandar D. 2016. *Potensi Kerugian Ekonomi Karena Stunting Pada Balita Di Indonesia Tahun 2013*. Jurnal Gizi dan Pangan. 11(3):247–254.
- Riogilang, R. 1997. *Persamaan Diferensial*. Bandung: Binacipta
- Rocket, 2017. *Pengertian Sanitasi, Ruang Lingkup, Tujuan Beserta Manfaatnya*. Diunduh di <http://rocketmanajemen.com/definisisanitasi/> tanggal 5 Maret 2023
- Rusdi, P.H.N. dan Eswita, S.N. 2021 *Hubungan Pemberian Nutrisi dan Sanitasi Lingkungan Terhadap Kejadian Stunting Pada Balita*. Jurnal Human Care. 6(3):731-736
- Sastria, A., Hasnah dan Fadli 2019. *Faktor Kejadian Stunting Pada Anak Dan Balita*. Jurnal Jurnal Ilmiah Keperawatan Stikes Hang Tuah Surabaya. 14(2):100-108
- Sinaga, L.P, Kartika, D., Nasution, H. 2021 *Penganter Sistem Dinamik Banten : Amal Insani*
- Sui, A.T. dan Syata I. 2022. *Solusi Model SIR Penyakit Tuberkulosis Menggunakan Metode Euler, Heun, dan Runge Kutta Dengan Software R*. Jakarta:Indocamp.
- Suprihatin, B., Bangun, P.B.J., Arhami, M. 2013. *Persamaan Diferensial Biasa*. Yogyakarta:ANDI

- Wahyu, A. 2022 *Siap Dukung Program Percepatan Penurunan Stunting*. Diunduh di <http://www.kemenkopmk.go.id/> tanggal 1 Maret 2023
- Yanti, N.D., Betriana, F., dan Kartika, I.R. 2020. *Faktor Penyebab Stunting Pada Anak: Tinjauan Literatur*. *Research of Education and Art Link in Nursing Journal* 3(1):1-10
- Yen, T.S. [KOMPASTV]. (2023, 25 Juni). Kasus *Stunting* Ditemukan di Kota Besar, Bagaimana Ciri-Cirinya? [Video]. Youtube. https://youtu.be/cg2qegZ8cno?si=fbzGOTnTz72K_CN6
- Zulaikha, Norasia, Y. 2024. *Optimal Control of Covid-19 in Jakarta and its Relationship with Unity of Sciences*. AIP Conference Proceedings.
- Zulaikha, Trislowati dan Fadhilah, I. 2017. *Kontrol Optimal pada Model Epidemi SEIQR dengan Tingkat Kejadian Standar*. *prosidig si manis (seminar nasional integrasi matematika dan nilai islami)*. 1(1):41-51.

Lampiran 1. Program MATLAB R2014b

- **Fungsi state**

```
function
```

```
dy=PSJ(y, u1, u2, miu, alpha, beta, delta)
```

```
x(1)=miu-(alpha*y(3)*y(1)*(1-u1))-miu*y(1);
```

```
x(2)=alpha*y(3)*y(1)*(1-u1)-(beta+delta+u2)*y(2)-miu*y(2);
```

```
x(3)=beta*y(2)-miu*y(3);
```

```
x(4)=(delta+u2)*y(2)-miu*y(4);
```

```
dy=[x(1) x(2) x(3) x(4)];
```

- **Fungsi costate**

```
function
```

```
dg=PCY(y, S, I, u1, u2, miu, alpha, beta, delta)
```

```
p1=y(1); p2=y(2); p3=y(3); p4=y(4);
```

```
x(1)=p1*(alpha*I*(1-u1)+miu)-p2*(alpha*I*(1-u1));
```

```
x(2)=p2*(beta+delta+u2+miu)-p3*beta-p4*(delta+u2)-1;
```

```
x(3)=p1*(alpha*S*(1-u1))-p2*(alpha*S*(1-u1))+p3*miu-1;
```

```
x(4)=p4*miu;
```

```
dg=[x(1) x(2) x(3) x(4)];
```

- **Program MATLAB2014b Model balita *stunting* tanpa dan dengan Kontrol**

```
clc;
clear all;
close all;
S0=0.412;
E0=0.231;
I0=0.244;
R0=0.16;
miu=0.0045;
alpha=0.085;
beta=0.0032;
delta=0.0451;

A=1;
B=2;
u1max=1;
u2max=1;

h=0.1;
t=0:h:300;
Z=length(t);

u1=zeros(Z,1);
u1old=zeros(Z,1);
```

```
u2=zeros(Z,1);
```

```
u2old=zeros(Z,1);
```

```
S=zeros(Z,1);
```

```
E=zeros(Z,1);
```

```
I=zeros(Z,1);
```

```
R=zeros(Z,1);
```

```
Sold=zeros(Z,1);
```

```
Eold=zeros(Z,1);
```

```
Iold=zeros(Z,1);
```

```
Rold=zeros(Z,1);
```

```
p1=zeros(Z,1);
```

```
p2=zeros(Z,1);
```

```
p3=zeros(Z,1);
```

```
p4=zeros(Z,1);
```

```
p1old=zeros(Z,1);
```

```
p2old=zeros(Z,1);
```

```
p3old=zeros(Z,1);
```

```
p4old=zeros(Z,1);
```

```
tes=1;
```

```
it=0;
```

```

while tes>1e-3
    u1old=u1;
    u2old=u2;
    Sold=S; Eold=E; Iold=I; Rold=R;
    p1o=p1; p2o=p2; p3o=p3; p4o=p4;
    S(1)=S0; E(1)=E0; I(1)=I0; R(1)=R0;
    J(it+1)=0;

for i=1:Z-1
    J(it+1)=J(it+1)+h*(I(i)+E(i)+1*A*u1old(i)^2+1*B*
    u2old(i)^2);
    y=[S(i) E(i) I(i) R(i)];

    k1=h*PSJ(y,u1old(i),u2old(i),miu,alpha,beta,delta);
    k2=h*PSJ(y+0.5*k1,u1old(i),u2old(i),miu,alpha,beta,delta);
    k3=h*PSJ(y+0.5*k2,u1old(i),u2old(i),miu,alpha,beta,delta);
    k4=h*PSJ(y+k3,u1old(i),u2old(i),miu,alpha,beta,delta);
    y=y+(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);

    S(i+1)=y(1);
    E(i+1)=y(2);
    I(i+1)=y(3);
    R(i+1)=y(4);
end

```

```
J(it+1)=J(it+1)+h*(I(i)+E(i)+1*A*u1old(i)^2+1*B*
u2old(i)^2);
```

```
if it == 0
```

```
figure(1)
```

```
plot(t,S,'m-','Linewidth',3);
```

```
hold on;
```

```
figure(2)
```

```
plot(t,E,'m-','Linewidth',3);
```

```
hold on;
```

```
figure(3)
```

```
plot(t,I,'m-','linewidth',3);
```

```
hold on;
```

```
figure(4)
```

```
plot(t,R,'m-','linewidth',3);
```

```
hold on;
```

```
end
```

```
p1(Z)=0; p2(Z)=0; p3(Z)=0; p4(Z)=0;
```

```
for i=1:Z-1
```

```
je=Z-i;
```

```
y=[p1(je+1) p2(je+1) p3(je+1) p4(je+1)];
```

```

k1=h*PCY (y, S(je+1), I(je+1), u1old(je+1), u2old(je+1),
miu,

```

```

alpha, beta, delta);
```

```

k2=h*PCY (y+0.5*k1, S(je+1), I(je+1), u1old(je+1),
u2old(je+1), miu, alpha, beta, delta);
```

```

k3=h*PCY (y+0.5*k2, S(je+1), I(je+1), u1old(je+1),
u2old(je+1), miu, alpha, beta, delta);
```

```

k4=h*PCY (y+k3, S(je+1), I(je+1), u1old(je+1),
u2old(je+1), miu, alpha, beta, delta);
```

```

y=y-(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
```

```

p1(je)=y(1);
```

```

p2(je)=y(2);
```

```

p3(je)=y(3);
```

```

p4(je)=y(4);
```

```

temp2=min([(1/(2*A))*(p2(je)-p1(je))*alpha*I(je)*S(je)
u1max]);
```

```

u1(je)=max([temp2 0]);
```

```

temp4=min([(1/(2*B))*(p2(je)-p4(je))*E(je) u2max]);
```

```

u2(je)=max([temp4 0]);
```

```

end
```

```

eS=sum(abs(S-Sold));
```

```

eE=sum(abs(E-Eold));
```

```
eI=sum(abs(I-Iold));
eR=sum(abs(R-Rold));
ep1=sum(abs(p1-p1o));
ep2=sum(abs(p2-p2o));
ep3=sum(abs(p3-p3o));
ep4=sum(abs(p4-p4o));
eu1=sum(abs(u1-u1old));
eu2=sum(abs(u2-u2old));

tes=eS+eE+eI+eR+ep1+ep2+ep3+ep4+eu1+eu2;
it=it+1;
u1=(0.5*u1+0.5*u1old);
u2=(0.5*u2+0.5*u2old);
end

figure(1)
plot (t, S, 'r', 'linewidth', 3);
xlabel ('Waktu (minggu)');
ylabel ('Susceptible');
grid on;
legend ('S Tanpa kontrol' , 'S Dengan kontrol');
title ('Populasi Susceptible')
hold on;
```

```
figure(2)
plot (t, E, 'r' , 'linewidth', 3);
xlabel ('Waktu (minggu)');
ylabel ('Exposed');
grid on;
legend ('E Tanpa kontrol' , 'E Dengan kontrol');
title ('Populasi Exposed')
hold on;
```

```
figure(3)
plot (t, I, 'r' , 'linewidth', 3);
xlabel ('Waktu (minggu)');
ylabel ('Infected');
grid on;
legend ('I Tanpa kontrol' , 'I Dengan kontrol');
title ('Populasi Infected')
hold on;
```

```
figure(4)
plot (t, R, 'r' , 'linewidth', 3);
xlabel ('Waktu (minggu)');
ylabel ('Recovered');
grid on;
legend ('R Tanpa kontrol' , 'R Dengan kontrol');
```

```
title('Populasi Recovered')
hold on;

figure(5)
plot (t, u1, 'r', 'linewidth', 3);
xlabel ('Waktu (minggu)');
ylabel (' $u^1(t)$ ');
grid on;
legend ('Kontrol u1');
title ('Kontrol Edukasi Orang Tua')
hold on;

figure(6)
plot (t, u2, 'r', 'linewidth', 3);
xlabel ('Waktu (minggu)');
ylabel (' $u^2(t)$ ');
grid on;
legend ('Kontrol u2');
title ('Kontrol Pemenuhan Nutrisi')
hold on;
```

Lampiran 2. Daftar Riwayat Hidup**Daftar Riwayat Hidup****A. Identitas Diri**

1. Nama : Siti Maunatul Khasanah
2. Tempat, Tanggal Lahir : Demak, 13 November 2001
3. Alamat : Dk. Karang Panggang, RT:03/RW:05
Desa Mrisen, Kec. Wonosalam,
Kab. Demak, Prov. Jawa Tengah
4. Alamat Email : maunah80@gmail.com

B. Pendidikan Formal

1. TK Pamardisiwi Desa Mrisen
2. SD N Mrisen 1
3. MTs Al-Irsyad Gajah
4. MA Al-Irsyad Gajah
5. Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang

Semarang, 06 Mei 2024

Pembuat pernyataan,



Siti Maunatul Khasanah

NIM : 2008046046