

**PENERAPAN KONTROL KAMPANYE, PEMBERIAN
HUKUMAN, DAN PERBAIKAN SISTEM PADA MODEL
MATEMATIKA KORUPSI**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Matematika
dalam Ilmu Matematika



Oleh : **AJENG SEKAR PROBOWATI**
NIM : 2008046029

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
SEMARANG
2024

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Ajeng Sekar Probowati
NIM : 2008046029
Jurusan/Program Studi : Matematika/ Matematika

menyatakan bahwa skripsi yang berjudul :

**PENERAPAN KONTROL KAMPANYE, PEMBERIAN HUKUMAN,
DAN PERBAIKAN SISTEM PADA MODEL MATEMATIKA
KORUPSI**

secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri,
kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 13 Mei 2024
Pembuat pernyataan,



Ajeng Sekar Probowati
NIM : 2008046029



KEMENTERIAN AGAMA R.I.
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Prof. Dr. Hamka (Kampus II) Ngaliyan Semarang
Telp. 024-7601295 Fax. 7615387

PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini :

Judul : **PENERAPAN KONTROL KAMPANYE, PEMBERIAN HUKUMAN, DAN PERBAIKAN SISTEM PADA MODEL MATEMATIKA KORUPSI**

Penulis : Ajeng Sekar Probowati

NIM : 2008046029

Jurusan : Matematika

Telah diujikan dalam sidang *tugas akhir* oleh Dewan Penguji Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu Matematika.

Semarang, 3 Juni 2024

DEWAN PENGUJI

Penguji I,

Seftina Diyah Miasary, M.Sc.

NIP : 198709212019032010

Penguji II,

Zulaikha, M.Si.

NIP : 199204092019032027

Penguji III,

Priniadi Kurniawan, M.Sc.

NIP : 19901226201903101

Penguji IV,

Dr. Saminanto, M.Sc.

NIP : 197206042003121002

Pembimbing I,

Aini Fitriyah, M.Sc.

NIP : 198909292019032021

Pembimbing II,

Zulaikha, M.Si.

NIP : 199204092019032027



NOTA DINAS

Semarang, 13 Mei 2024

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

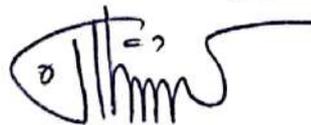
Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : PENERAPAN KONTROL KAMPANYE, PEMBERIAN
HUKUMAN, DAN PERBAIKAN SISTEM PADA MODEL
MATEMATIKA KORUPSI
Nama : Ajeng Sekar Probawati
NIM : 2008046029
Jurusan : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing I,



Aini Fitriyah, M.Sc.

NIP : 198909292019032021

NOTA DINAS

Semarang, 13 Mei 2024

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : PENERAPAN KONTROL KAMPANYE, PEMBERIAN
HUKUMAN, DAN PERBAIKAN SISTEM PADA MODEL
MATEMATIKA KORUPSI
Nama : Ajeng Sekar Probowati
NIM : 2008046029
Jurusan : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing II,



Zulaikha, M.Si.

NIP : 199204092019032027

ABSTRAK

Pada penelitian ini dibahas mengenai penerapan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem pada model matematika korupsi dengan empat kompartemen yaitu *Susceptible*, *Corrupt*, *Jailed*, dan *Honest*. Penelitian ini merupakan pengembangan model dari penelitian yang telah dilakukan oleh Fantaye dan Birhanu (2022) dengan menambahkan satu parameter baru berupa parameter efektivitas perbaikan sistem dan menambahkan satu kontrol baru berupa kontrol perbaikan sistem yang diadaptasi dari model Wahid, Taoha, & Kasbawati (2023). Tujuan kontrol optimal adalah untuk meminimumkan jumlah populasi *Corrupt* dan populasi *Jailed* serta meminimumkan biaya dari masing-masing kontrol. Kontrol optimal diperoleh dengan menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin yang kemudian diselesaikan secara numerik menggunakan metode *Sweep* Maju Mundur. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa penerapan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem mampu meminimumkan jumlah populasi *Corrupt* dan populasi *Jailed*.

Kata kunci :Kontrol Optimal, Model Matematika Korupsi, Prinsip Minimum Pontryagin, Metode *Sweep* Maju Mundur

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya serta memberikan kelancaran dan kemudahan sehingga skripsi yang berjudul *Penerapan Kontrol Kampanye, Pemberian Hukuman, dan Perbaikan Sistem Pada Model Matematika Korupsi* dapat selesai dengan baik. Skripsi ini disusun dan diajukan untuk memperoleh gelar Sarjana S1 pada Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Walisongo.

Dalam penyusunan skripsi ini, banyak pihak yang telah memberikan bantuan, dukungan, hingga bimbingan. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada

1. Bapak Prof. Dr. Nizar, M.Ag. selaku Rektor Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
2. Bapak Prof. Dr. H. Musahadi, M.Ag. selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
3. Ibu Any Muanalifah, M.Si., Ph.D. selaku Ketua Program Studi Matematika.
4. Ibu Aini Fitriyah, M.Sc. dan Ibu Zulaikha, M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan kritik, saran, serta arahan dalam penulisan skripsi ini.
5. Ibu Nur Khasanah, M.Si. selaku dosen wali yang telah mendampingi dan membimbing penulis selama perkuliahan ini.

6. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika yang telah memberikan ilmu kepada penulis, serta seluruh staf atas segala bantuannya.
7. Bapak, Ibu, Kakak, dan seluruh keluarga tercinta yang selalu memberikan doa, dukungan, dan motivasi kepada penulis selama menyelesaikan skripsi ini.
8. Teman-teman S1 Matematika angkatan 2020 atas kebersamaan selama menjalani proses perkuliahan ini.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah memberikan kontribusi hingga selesainya skripsi ini.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Untuk itu, penulis mengharapkan saran dan kritik untuk kemajuan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis khususnya dan bagi para pembaca umumnya.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN KEASLIAN	ii
PENGESAHAN	iii
NOTA PEMBIMBING I	iv
NOTA PEMBIMBING II	v
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	6
1.3 Tujuan Penelitian	7
1.4 Manfaat Penelitian	7
BAB 2 LANDASAN TEORI	8
2.1 Model Matematika	8
2.2 Persamaan Diferensial	10
2.3 Sistem Persamaan Diferensial	11
2.3.1 Sistem Persamaan Diferensial Linier	12
2.3.2 Sistem Persamaan Diferensial Nonlinier . . .	14
2.4 Model Matematika Korupsi	14
2.5 Kontrol Optimal	17
2.5.1 Fungsi Hamiltonian	18
2.5.2 Prinsip Minimum Pontryagin	19
2.5.3 Contoh Masalah Kontrol Optimal	21
2.6 Metode <i>Sweep</i> Maju Mundur	22
2.7 Metode Runge-Kutta Orde 4	23
2.8 Korupsi	24
2.8.1 Kampanye	25
2.8.2 Pemberian Hukuman	26

2.8.3	Perbaikan Sistem	27
2.9	Kajian Penelitian Terdahulu	28
BAB 3	METODE PENELITIAN	33
BAB 4	PEMBAHASAN	36
4.1	Konstruksi Model Matematika Korupsi dengan Kontrol . .	36
4.1.1	Laju Perubahan Individu <i>Susceptible</i>	37
4.1.2	Laju Perubahan Individu <i>Corrupt</i>	39
4.1.3	Laju Perubahan Individu <i>Jailed</i>	40
4.1.4	Laju Perubahan Individu <i>Honest</i>	40
4.2	Penyelesaian Masalah Kontrol Optimal	42
4.2.1	Fungsi Hamiltonian	43
4.2.2	Kondisi Optimal	44
4.2.3	Persamaan <i>State</i>	46
4.2.4	Persamaan <i>Costate</i>	47
4.2.5	Sistem Optimal	48
4.3	Simulasi Numerik	49
4.3.1	Simulasi I	51
4.3.2	Simulasi II	60
4.3.3	Simulasi III	67
4.3.4	Kesimpulan Ketiga Simulasi	74
BAB 5	Penutup	75
5.1	Kesimpulan	75
5.2	Saran	77
DAFTAR PUSTAKA		78
Lampiran-lampiran		83

DAFTAR TABEL

Tabel	Judul	Halaman
Tabel 2.1	Parameter Model	17
Tabel 4.1	Parameter Model	37
Tabel 4.2	Parameter Model	50

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Judul	Halaman
Gambar 2.1	Tahapan Penyusunan Model Matematika (Widowati dan Sutimin, 2007)	8
Gambar 2.2	Diagram Kompartemen Model Matematika Korupsi oleh Fantaye dan Birhanu (2022)	16
Gambar 3.1	Alur Penelitian	35
Gambar 4.1	Diagram Kompartemen Model Matematika Korupsi dengan Kontrol Kampanye, Pemberian Hukuman, dan Perbaikan Sistem	36
Gambar 4.2	Populasi <i>Susceptible</i> dengan dan tanpa kontrol	51
Gambar 4.3	Populasi <i>Corrupt</i> dengan dan tanpa kontrol	53
Gambar 4.4	Populasi <i>Jailed</i> dengan dan tanpa kontrol	54
Gambar 4.5	Populasi <i>Honest</i> dengan dan tanpa kontrol	55
Gambar 4.6	Efektivitas Kontrol Kampanye (u_1)	57
Gambar 4.7	Efektivitas Kontrol Pemberian Hukuman (u_2)	58
Gambar 4.8	Efektivitas Kontrol Perbaikan Sistem (u_3)	59
Gambar 4.9	Populasi <i>Susceptible</i> dengan dan tanpa kontrol	60
Gambar 4.10	SimulasPopulasi <i>Corrupt</i> dengan dan tanpa kontrol	61

Gambar 4.11	Populasi <i>Jailed</i> dengan dan tanpa kontrol	62
Gambar 4.12	Populasi <i>Honest</i> dengan dan tanpa kontrol	63
Gambar 4.13	Efektivitas Kontrol Kampanye (u_1)	64
Gambar 4.14	Efektivitas Kontrol Pemberian Hukuman (u_2)	65
Gambar 4.15	Efektivitas Kontrol Perbaikan Sistem (u_3)	66
Gambar 4.16	Populasi <i>Susceptible</i> dengan dan tanpa kontrol	67
Gambar 4.17	Populasi <i>Corrupt</i> dengan dan tanpa kontrol	68
Gambar 4.18	Populasi <i>Jailed</i> dengan dan tanpa kontrol	69
Gambar 4.19	Populasi <i>Honest</i> dengan dan tanpa kontrol	70
Gambar 4.20	Efektivitas Kontrol Kampanye (u_1)	71
Gambar 4.21	Efektivitas Kontrol Pemberian Hukuman (u_2)	72
Gambar 4.22	Efektivitas Kontrol Perbaikan Sistem (u_3)	73

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 <i>Listing Program Sweep Maju Mundur</i>	83
Lampiran 2 <i>Daftar Riwayat Hidup</i>	92

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Permasalahan korupsi merupakan peristiwa yang tidak pernah ada habisnya. Faktanya, sampai saat ini korupsi semakin meluas dan memprihatinkan. Hal ini dibuktikan dengan hampir setiap hari media massa melaporkan terjadinya tindak pidana korupsi yang dilakukan oleh berbagai oknum. Selain itu, *Indonesia Corruption Watch* (ICW) menyatakan sepanjang tahun 2022 terdapat 579 kasus korupsi yang telah ditindak, dibandingkan dengan tahun sebelumnya, tahun 2022 mengalami peningkatan kasus sebesar 8,63% (ICW, 2023). Berdasarkan data tersebut, permasalahan korupsi kian menunjukkan peningkatan, hal ini menyebabkan keresahan dan kecemasan pada masyarakat terhadap korupsi yang semakin meluas dan mewabah.

Seseorang biasanya melakukan korupsi didasari oleh kesengajaan, keinginan, dan adanya kesempatan dari dalam diri sendiri untuk melakukan korupsi (Hartanto, 2017). Niat korupsi muncul karena kurangnya iman dan moral seseorang. Kurangnya iman dan moral membuat seseorang mudah tergoda oleh gaya hidup konsumtif dan keinginan untuk memiliki kekayaan berlebih yang menghantarnya kepada tindakan korupsi. Ketika keinginan untuk menjadi kaya tidak lagi dapat dikendalikan, sementara kesempatan untuk menjadi kaya dapat diperoleh dengan korupsi, maka mudah bagi seseorang melakukan korupsi (Aprianti, 2016).

Salah satu ayat dalam Al-Qur'an yang menyinggung mengenai

korupsi adalah surah Al-Baqarah ayat 188, yang berbunyi:

وَلَا تَأْكُلُوا أَمْوَالَكُمْ بَيْنَكُمْ بِالْبَاطِلِ وَتُدْلُوا بِهَا إِلَى الْحُكَّامِ
لِتَأْكُلُوا فَرِيقًا مِّنْ أَمْوَالِ النَّاسِ بِالْإِثْمِ وَأَنْتُمْ تَعْلَمُونَ

Artinya : "Dan janganlah kamu makan harta diantara kamu dengan jalan yang batil, dan (janganlah) kamu menyuap dengan harta itu kepada para hakim, dengan maksud agar kamu dapat memakan sebagian harta orang lain itu dengan jalan dosa, padahal kamu mengetahui." (QS. 2:188)

Dalam tafsir Quraish Shihab disebutkan bahwa ayat tersebut mengisyaratkan bahwa praktik menyogok atau menyuap termasuk salah satu tindakan kriminal yang sangat berbahaya. Pada ayat tersebut juga dijelaskan pelaku-pelaku yang terlibat dalam tindakan penyipuan. Yang pertama, pelaku yang melakukan suap, dan yang kedua, pelaku yang menerima suap, yaitu pelaku yang memiliki kekuasaan untuk menyalahgunakan wewenangnya dengan memberikan kepada pelaku yang melakukan suap sesuatu yang jelas bukan haknya.

Salah satu bentuk tindak pidana korupsi adalah suap (Anggusti dan Utomo, 2018). Suap seringkali dianggap sebagai suatu tindakan yang lumrah dan wajar di masyarakat (Rosikah dan Listianingsih, 2022). Padahal, penyup dan orang yang menerima suap sama-sama melakukan tindakan korupsi. Oleh karena itu, perlu adanya upaya pemberantasan agar korupsi tidak semakin meluas yaitu dengan cara kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem (Spora, 2015).

Kampanye antikorupsi yang dilakukan melalui edukasi merupakan upaya penting untuk meningkatkan kesadaran masyarakat tentang korupsi dan dampaknya yang merugikan. Melalui kampanye ini, informasi tentang korupsi disampaikan kepada masyarakat dengan tujuan memberikan pemahaman yang lebih baik tentang apa itu korupsi, bagaimana dampaknya terhadap masyarakat, serta langkah-langkah yang dapat diambil untuk mencegahnya. Kampanye dapat dilakukan oleh berbagai pihak, termasuk pemerintah, lembaga swadaya masyarakat, dan institusi pendidikan. Metode edukasi yang digunakan dapat beragam, mulai dari penyuluhan, seminar, hingga pemanfaatan media sosial dan platform *online* untuk menyebarkan informasi secara luas. Dengan kolaborasi antara berbagai pihak, diharapkan kampanye korupsi melalui edukasi ini dapat menciptakan perubahan positif dalam budaya dan sikap terhadap korupsi serta mendorong partisipasi aktif masyarakat dalam upaya pemberantasannya (Spora, 2015).

Upaya selanjutnya melalui upaya pemberian hukuman dilakukan dalam bentuk penyelidikan, penyidikan, penuntutan, dan eksekusi. Pemberian hukuman bertujuan untuk memberikan rasa takut kepada masyarakat akan konsekuensi yang didapat apabila terlibat dalam tindakan korupsi dan untuk menimbulkan efek jera bagi pelaku korupsi yang sudah terlibat sebelumnya (Putri dan Agustianto, 2021).

Upaya lain yang dapat dilakukan yaitu dengan melakukan perbaikan sistem. Dilihat dari kemajuan teknologi saat ini memberi peluang bagi beberapa individu yang tidak bertanggung jawab untuk melakukan korupsi. Misalnya, pada proses perizinan yang rumit memicu terjadinya penyuapan agar proses perizinan dapat dimudahkan. Celah korupsi pada sistem sering juga

terjadi pada proses pengadaan barang dan jasa (Labolo, 2017). Perbaikan yang bisa dilakukan misalnya, perubahan sistem secara lebih transparan melalui sistem *online* dengan pemberian akses kepada masyarakat agar ikut andil dalam melakukan pengawasan. Oleh karena itu, perbaikan sistem perlu untuk dilakukan guna meminimalisir terjadinya tindak pidana korupsi yang semakin meluas.

Kemajuan teknologi dan pengetahuan matematika telah mempermudah manusia dalam melakukan simulasi terhadap permasalahan rumit dalam kehidupan sehari-hari yang berguna untuk mengukur suatu fenomena alam semesta yang beragam (Ndi, 2018). Salah satu aspek dari perkembangan ilmu matematika adalah pengembangan model matematika. Model matematika dapat menjadi salah satu solusi bagi berbagai permasalahan dalam kehidupan manusia (Aswan, 2018). Model matematika digunakan untuk merepresentasikan masalah fenomena dunia nyata dalam bentuk bahasa matematis yang kemudian diharapkan dapat mempermudah pemahaman terhadap masalah tersebut (Nursyarifah, Suryana, dan Lidinillah, 2016).

Salah satu model matematika adalah model matematika korupsi. Korupsi merupakan salah satu contoh penyakit sosial menular yang harus dicegah atau diberantas agar penyebarannya tidak meluas dan mewabah (Beniwal, 2012). Dengan menggunakan model matematika diharapkan dapat diambil kebijakan atau keputusan yang efektif untuk upaya pemberantasan korupsi. Oleh karena itu, menarik untuk mengkaji masalah ini melalui pendekatan model matematika, apalagi masalah korupsi bukan hal yang asing lagi di masyarakat.

Dari model matematika, kemudian diperluas ke masalah

kontrol optimal yang bertujuan untuk mendapatkan upaya pemberantasan yang tepat. Dengan kontrol optimal, penyebaran korupsi dapat dimodelkan dan dioptimalkan (Norasia dkk, 2022). Fokus utama dalam pemanfaatan kontrol optimal yaitu meminimumkan penyebaran korupsi. Korupsi yang terjadi sudah mewabah dan meluas sehingga diperlukan suatu kontrol agar korupsi dapat ditangani dengan cepat dan tepat.

Model matematika korupsi telah beberapa kali dibahas pada penelitian sebelumnya. Athitan, Ghosh, & Li (2018) dalam penelitiannya yang berjudul "*Mathematical Modelling and Optimal Control of Corruption Dyanamics*" menggunakan model matematika SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*) menyatakan bahwa dengan meningkatkan kesadaran akan ketakutan terhadap hukum dan pemberitaan negatif oleh media mampu membantu menghambat penyebaran korupsi di masyarakat. Penelitian oleh Ouaziz, Hamou, & El Khomssi (2022) dengan kontrol berupa memenjarakan dan memberikan hukuman kepada individu korupsi serta memberantas korupsi melalui media dan publik juga dapat mengurangi pertumbuhan korupsi di masyarakat.

Selanjutnya, penelitian oleh Fantaye dan Birhanu (2022) dengan judul "*Mathematical Model and Analysis of Corruption Dynamics with Optimal Control*" menyatakan bahwa kontrol berupa kampanye edukasi dan pemberian hukuman yang diberikan pada model (*Susceptible-Corrupt-Jailed-Honest*) efektif untuk mengurangi penyebaran korupsi di masyarakat. Penelitian oleh Alemneh (2020) yang berjudul "*Mathematical Modelling, Analysis, and Optimal Control of Corruption Dynamics*" dengan kontrol berupa kampanye melalui media dan memasukkan pelaku korupsi ke penjara serta memberikan hukuman dapat berkontribusi

dalam memerangi pertumbuhan korupsi. Wahid, Toaha, & Kasbawati (2023) dalam penelitiannya menyatakan bahwa memberantas korupsi dengan memberikan kontrol pada model (*Susceptible-Exposed-Corrupt-Jailed-Honest*) berupa edukasi dan kampanye, perbaikan sistem, dan represif dapat memberikan hasil yang efektif dalam mengurangi pertumbuhan korupsi.

Berdasarkan pemaparan - pemaparan tersebut, maka dalam penelitian ini dilakukan pengembangan model matematika korupsi yang telah dikaji oleh Fantaye dan Birhanu (2022) dengan menambahkan satu parameter baru berupa efektivitas perbaikan sistem dan satu kontrol baru berupa perbaikan sistem pada model yang diadaptasi dari model Wahid, Toaha, & Kasbawati (2023).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya, diperoleh rumusan masalah sebagai berikut.

1. Bagaimana konstruksi model matematika korupsi dengan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem?
2. Bagaimana penyelesaian masalah kontrol optimal model matematika korupsi dengan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem dengan Prinsip Minimum Pontryagin?
3. Bagaimana interpretasi hasil simulasi numerik model matematika korupsi dengan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Mengetahui konstruksi model matematika korupsi dengan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem.
2. Menunjukkan penyelesaian kontrol optimal model matematika korupsi dengan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem dengan Prinsip Minimum Pontryagin.
3. Menginterpretasikan hasil simulasi numerik model matematika korupsi dengan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem.

1.4 Manfaat Penelitian

1. Bagi Penulis
Menambah pemahaman penulis mengenai model matematika korupsi dengan penambahan kontrol optimal.
2. Bagi Mahasiswa Matematika
Dapat dimanfaatkan sebagai informasi tambahan untuk mendalami penelitian selanjutnya.
3. Bagi Pembaca
Sebagai sumber informasi terkait model matematika korupsi dengan penerapan kontrol optimal sekaligus dapat menjadi bahan referensi dalam upaya memberantas korupsi.

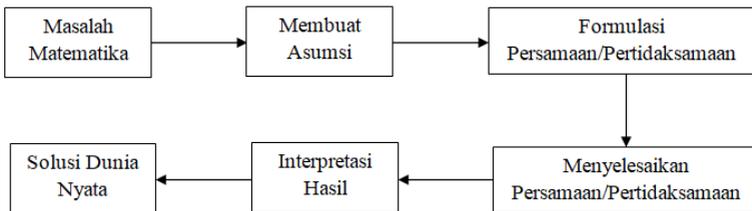
BAB 2

LANDASAN TEORI

2.1 Model Matematika

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), model diartikan sebagai suatu pola (contoh, acuan, ragam, dan lain-lain) yang digunakan untuk memvisualisasikan berbagai hal yang tidak dapat diamati secara langsung. Salah satu cara untuk merepresentasikan permasalahan dunia nyata yang kompleks menjadi pernyataan matematika yang lebih sederhana adalah dengan pemodelan matematika (Ndi, 2018). Fokus utama pemodelan matematika adalah mengubah fenomena dunia nyata ke dalam bentuk matematika yang sederhana dengan menggunakan simbol-simbol matematika yang relevan.

Bagian ini memaparkan tahapan dalam penyusunan fenomena dunia nyata ke dalam bentuk model matematika. Tahapan-tahapan dalam menyusun model matematika digambarkan dalam alur diagram berikut.



Gambar 2.1. Tahapan Penyusunan Model Matematika (Widowati dan Sutimin, 2007)

Keterangan Gambar (2.1):

1. Masalah Matematika

Masalah matematika mengacu pada proses mengubah permasalahan dunia nyata ke dalam bentuk matematika. Langkah ini melibatkan pemahaman terkait variabel yang terlibat dan menetapkan batasan pada masalah yang akan dibahas. Dengan memahami dan menetapkan batasan pada masalah maka akan tercipta hubungan antar variabel yang dapat diungkapkan dalam bahasa matematika dan menjadi suatu model tertentu.

2. Membuat Asumsi

Langkah selanjutnya adalah membuat asumsi. Asumsi dibuat untuk menyederhanakan model dengan kondisi fisik yang rumit menjadi masalah yang dapat dipecahkan.

3. Memformulasi Persamaan atau Pertidaksamaan

Selanjutnya yaitu memformulasikan persamaan atau pertidaksamaan. Pada langkah ini, sangat penting untuk memahami asumsi yang ada dan bagaimana variabel-variabel yang relevan saling berinteraksi satu sama lain, baru kemudian dapat memformulasikan persamaan atau pertidaksamaan. Bahkan seringkali agar proses memformulasi persamaan atau pertidaksamaan dapat diselesaikan dan masuk akal, asumsi-asumsi yang telah terbentuk perlu untuk diuji kembali.

4. Menyelesaikan Persamaan atau Pertidaksamaan

Setelah persamaan atau pertidaksamaan terbentuk, langkah selanjutnya adalah menyelesaikan persamaan atau

pertidaksamaan tersebut secara sistematis menggunakan sistem persamaan diferensial.

5. Interpretasi Hasil

Langkah terakhir dalam tahapan penyusunan model yaitu interpretasi hasil. Tahap ini penting karena menghubungkan formula yang telah dibentuk dengan masalah dunia nyata. Salah satu cara untuk merepresentasikan hasil dapat melalui sebuah grafik dengan memperlihatkan solusi yang didapat.

2.2 Persamaan Diferensial

Definisi 1. (Ross, 1984)

Persamaan diferensial merupakan suatu persamaan matematika yang menggambarkan hubungan antara satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas.

Persamaan diferensial orde n dapat ditulis sebagai berikut.

$$F(t, x(t), x'(t), x''(t), \dots, x^{(n)}(t)) = 0, \quad (2.1)$$

dengan t adalah variabel bebas, $x(t)$ adalah variabel terikat, serta $x^{(n)}(t)$ merupakan turunan ke n dari fungsi x terhadap variabel bebas.

Persamaan diferensial dibagi menjadi dua jenis, yaitu (Murtafi'ah dan Apriandi, 2018):

1. Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial biasa merupakan bentuk persamaan matematika yang menggambarkan keterkaitan antara turunan biasa dari satu atau lebih variabel terikat dengan

satu atau lebih variabel bebas.

Contoh 1.

$$\frac{dy}{dx} = x - 1$$

Persamaan pada contoh 2.1 merupakan persamaan diferensial biasa. Pada persamaan tersebut, variabel x merupakan variabel bebas dan y merupakan variabel terikat.

2. Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial merupakan bentuk persamaan matematika yang menggambarkan keterkaitan antara turunan parsial dari satu atau lebih variabel terikat dengan satu atau lebih variabel bebas.

Contoh 2.2:

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial t} = u$$

Persamaan pada contoh 2.1 merupakan persamaan diferensial parsial. Pada persamaan tersebut, variabel s dan t merupakan variabel bebas dan v merupakan variabel terikat.

2.3 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial adalah persamaan diferensial orde- n dan dinyatakan sebagai sistem persamaan n orde pertama (Olsder, 2003). Secara umum, sistem persamaan diferensial orde n

ditulis dalam bentuk sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 x'_1 &= f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\
 x'_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\
 &\vdots \\
 x'_n &= f_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

Berdasarkan sifat liniernya, sistem persamaan diferensial dibagi menjadi dua, yaitu sistem persamaan diferensial linier dan sistem persamaan diferensial nonlinier.

2.3.1 Sistem Persamaan Diferensial Linier

Secara umum, sistem persamaan diferensial linier orde pertama dengan variabel terikat $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dan variabel bebas t direpresentasikan sebagai berikut (Ross, 1984).

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + l_1(t) \\
 \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + l_2(t) \\
 &\vdots \\
 \frac{dx_n}{dt} &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + l_n(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

Persamaan (2.3) dikatakan sebagai sistem persamaan linier homogen apabila bernilai nol untuk setiap fungsi $l_i, i = 1, 2, \dots, n$, sedangkan dikatakan sebagai sistem persamaan linier non homogen apabila bernilai tak nol untuk setiap fungsi $l_i, i = 1, 2, \dots, n$. Persamaan (2.3) juga dapat dinyatakan

dalam bentuk berikut.

$$\mathbf{x}' = A\vec{x} + \vec{L}(t) \quad (2.4)$$

A pada persamaan (2.4) merupakan suatu matriks yang berukuran $n \times n$, \vec{x} variabel terikat, serta $\vec{L}(t)$ adalah matriks ukuran $n \times 1$ yang merupakan fungsi dari t sehingga persamaan (2.4) juga dapat dinyatakan menjadi,

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1(t) \\ l_2(t) \\ \vdots \\ l_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Contoh 2.3 : Diberikan suatu sistem persamaan diferensial sebagai berikut.

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 + 2x_2 + 5x_3 \\ x'_2 &= 3x_1 - x_2 + 3x_3 \\ x'_3 &= -x_1 + 3x_2 - x_3 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Sistem persamaan (2.6) dapat ditulis menjadi,

$$x' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 3 \\ -1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

sehingga sistem persamaan diferensial pada persamaan (2.6) merupakan sistem persamaan diferensial linier karena dapat ditulis menjadi seperti persamaan (2.5).

2.3.2 Sistem Persamaan Diferensial Nonlinier

Definisi 2. (Boyce dan Dprima, 2001)

Persamaan diferensial nonlinier merupakan sistem persamaan diferensial yang terdiri dari satu atau lebih persamaan nonlinier yang saling berhubungan.

Apabila fungsi f bukan fungsi linier terhadap x_1, x_2, \dots, x_n dalam matriks (2.5), maka sistem persamaan diferensialnya akan menjadi nonlinier.

Contoh 2.4 : Diberikan sistem persamaan diferensial nonlinier sebagai berikut.

$$\begin{aligned}x_1' &= x_1x_2 + 5x_3 \\x_2' &= 3x_1^2 - x_2\end{aligned}\tag{2.7}$$

Karena sistem persamaan (2.7) tidak dapat ditulis menjadi seperti persamaan (2.5), maka sistem persamaan (2.7) merupakan sistem persamaan diferensial nonlinier.

2.4 Model Matematika Korupsi

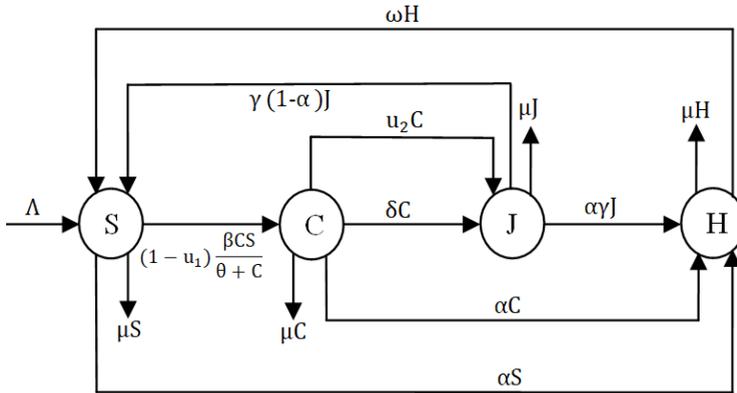
Model yang dikembangkan dalam penelitian ini adalah model matematika korupsi yang telah dikaji oleh Fantaye dan Birhanu (2022) dengan penerapan kontrol berupa kampanye (u_1) dan pemberian hukuman (u_2). Fantaye dan Birhanu (2022) membagi populasi menjadi empat kelompok, yaitu *Susceptible* (S), *Corrupt* (C), *Jailed* (J), dan *Honest* (H) dengan asumsi-asumsi sebagai berikut.

1. Individu *Susceptible* adalah individu yang belum pernah terlibat korupsi namun berpotensi untuk melakukan

korupsi atau individu yang pernah dipenjara akibat korupsi kemudian dibebaskan setelah selesai menjalani hukuman, serta individu yang jujur namun kembali rentan dalam tindakan yang sama karena pengaruh sosial.

2. Individu *Corrupt* adalah individu yang melakukan korupsi dan memiliki kemampuan untuk mempengaruhi individu rentan untuk melakukan korupsi.
3. Individu *Jailed* adalah individu yang dimasukkan dalam penjara akibat terlibat korupsi.
4. Individu *Honest* adalah individu rentan, korupsi, dan bebas dari penjara yang memiliki kesadaran untuk tidak terlibat dalam tindakan korupsi namun pengaruh sosial dapat membuat individu jujur kembali rentan.
5. Individu dapat korupsi apabila melakukan kontak dengan individu korupsi.
6. Individu rentan, korupsi, dan bebas dari penjara dapat berubah menjadi individu jujur akibat kesadaran yang diciptakan oleh antikorupsi.

Adapun diagram kompartemen dari model disajikan dalam Gambar (2.2) sedangkan deskripsi parameter pada model disajikan dalam Tabel (2.1).



Gambar 2.2. Diagram Kompartemen Model Matematika Korupsi oleh Fantaye dan Birhanu (2022)

Dengan mempertimbangkan asumsi-asumsi dan diagram yang terbentuk maka dapat dibentuk suatu sistem persamaan diferensial biasa sebagai berikut.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = \Lambda - (1 - u_1) \frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha)S + \gamma(1 - \alpha)J + \omega H, \\ \frac{dC}{dt} = (1 - u_1) \frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha + \delta)C - u_2 C, \\ \frac{dJ}{dt} = \delta C - (\mu + \alpha \gamma)J + u_2 C, \\ \frac{dH}{dt} = \alpha(S + C + \gamma J) - (\mu + \omega)H. \end{array} \right. \quad (2.8)$$

Tabel 2.1. Parameter Model

Parameter	Keterangan
Λ	Laju rekrutmen
β	Laju kontak terhadap individu <i>Corrupt</i>
δ	Laju penangkapan dan pemenjaraan individu <i>Corrupt</i>
θ	Maksimum saturasi populasi <i>Corrupt</i>
γ	Rata - rata banyaknya individu yang korupsi telah keluar dari penjara
μ	Laju kematian alami
α	Proporsi individu yang bergabung ke <i>Honest</i> dari <i>Susceptible</i> , <i>Corrupt</i> , dan <i>Jailed</i>
ω	Laju individu <i>Honest</i> yang berpotensi menjadi individu <i>Susceptible</i>

2.5 Kontrol Optimal

Tujuan dari kontrol optimal adalah untuk menentukan hasil yang optimal dengan mempertimbangkan kondisi dan kendala yang ada pada sistem yang sudah terbentuk. Sistem yang sering digunakan dalam kontrol optimal, biasanya berbentuk persamaan diferensial biasa, persamaan diferensial parsial, ataupun yang lainnya.

Lenhart dan Workman (2007) menyatakan bahwa dalam masalah kontrol optimal yang melibatkan sistem persamaan diferensial, terdapat variabel $\vec{u}(t)$ sebagai variabel kontrol dan variabel $\vec{x}(t)$ sebagai variabel *state*. Variabel *state* memenuhi persamaan diferensial yang bergantung pada variabel kontrol yang dinyatakan sebagai berikut.

$$\vec{x}'(t) = \vec{g}(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)). \quad (2.9)$$

Masalah kontrol optimal adalah menentukan kontrol yang optimal atau \vec{u}^* dan variabel *state* yang memberikan nilai optimal untuk fungsi tujuan sehingga fungsi tujuan dapat dinyatakan sebagai berikut. Berlaku untuk kasus minimumkan:

$$\min_{\vec{u}} \int_0^T f(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) dt, \quad (2.10)$$

dengan kendala,

$$\vec{x}'(t) = \vec{g}(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) \quad (2.11)$$

dan kondisi awal $\vec{x}(0) = \vec{x}_0$. Dimana $\vec{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]$, $\vec{u}(t) = [u_1(t), \dots, u_m(t)]$, $\vec{x}_0 = [x_{10}, \dots, x_{n0}]$, dan $\vec{g}(t, x(t), u(t)) = [g_1(t, x(t), u(t)), \dots, g_n(t, x(t), u(t))]$.

Variabel kontrol yang optimal dinotasikan $\vec{u}(t)$. Setelah itu, substitusikan $\vec{u}(t)$ ke persamaan state sehingga diperoleh state yang optimal. Selain disubstitusikan ke persamaan state, substitusikan juga $\vec{u}(t)$ ke persamaan costate sehingga diperoleh costate yang optimal.

2.5.1 Fungsi Hamiltonian

Selain variabel kontrol $\vec{u}(t)$ dan variabel *state* $\vec{x}(t)$, masalah kontrol optimal juga melibatkan variabel *costate* yang dilambangkan dengan $\vec{\lambda}(t)$. Fungsi Hamiltonian pada masalah kontrol optimal dinyatakan sebagai berikut (Lenhart dan Workman, 2007).

$$H = f(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) g_i(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) \quad (2.12)$$

dimana f merupakan integran dan g_i merupakan ruas kanan dari persamaan diferensial. H merupakan merupakan fungsi dari empat variabel yaitu t, \vec{x}, \vec{u} , dan $\vec{\lambda}$.

2.5.2 Prinsip Minimum Pontryagin

Prinsip Pontryagin terbagi menjadi dua bagian yaitu Prinsip Minimum Pontryagin dan Prinsip Maksimum Pontryagin. Prinsip Minimum Pontryagin penting dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal karena prinsip ini digunakan untuk memperoleh kontrol yang optimal pada kontrol \vec{u} yang meminimalkan fungsi Hamiltonian dari persamaan (2.12) pada waktu t . Langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah kontrol optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin adalah sebagai berikut (Lenhart dan Workman, 2007).

1. Menentukan fungsi Hamiltonian

$$\begin{aligned} H &= f(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) g_i(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) \\ &= H(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t), \vec{\lambda}(t)) \end{aligned} \quad (2.13)$$

dimana f merupakan integran dan g_i merupakan ruas kanan dari persamaan diferensial.

2. Menurunkan fungsi Hamiltonian terhadap $\vec{u}(t)$ untuk mendapatkan kondisi optimal

$$\frac{\partial H}{\partial \vec{u}} = 0, \text{ ketika } u^* \quad (2.14)$$

3. Mencari turunan kedua dari fungsi Hamiltonian terhadap $\vec{u}(t)$ untuk mengetahui kontrol yang dihasilkan merupakan

kontrol minimum atau maksimum

$$\frac{\partial^2 H}{\partial^2 \vec{u}} > 0 \quad (2.15)$$

Jika turunan kedua fungsi Hamiltonian terhadap $\vec{u}(t)$ lebih dari nol maka masalah kontrol yang diselesaikan adalah masalah kontrol minimum, dan berlaku sebaliknya.

$$\frac{\partial^2 H}{\partial^2 \vec{u}} < 0 \quad (2.16)$$

Apabila turunan kedua fungsi Hamiltonian terhadap $\vec{u}(t)$ lebih dari nol maka masalah kontrol yang diselesaikan adalah masalah kontrol maksimum.

4. Menyelesaikan persamaan *state* dan *costate*

Persamaan *state* dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$x'_i = g_i(t, \vec{x}(t), \vec{u}(t)) = \frac{\partial H}{\partial \lambda_i}, \text{ untuk } i = 1, \dots, n. \quad (2.17)$$

sedangkan persamaan *costate*,

$$\lambda'_j = \frac{d\lambda_j}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_j}, \text{ untuk } j = 1, \dots, n. \quad (2.18)$$

Apabila kondisi awal $x(0)$ dan kondisi akhir $x(T)$ diketahui, maka dapat ditentukan nilai turunan dari persamaan *state* \vec{x}' dan persamaan *costate* $\vec{\lambda}$. Namun, apabila tidak diberikan kondisi akhir $x(T)$, maka digunakan kondisi transversal $\lambda(T) = 0$ sebagai kondisi akhir.

2.5.3 Contoh Masalah Kontrol Optimal

Untuk memahami tentang masalah kontrol optimal, disajikan contoh masalah kontrol optimal dalam Lenhart dan Workman (2007) sebagai berikut.

$$\min_u \frac{1}{2} \int_0^1 3x(t)^2 + u(t)^2 dt \quad (2.19)$$

dengan kendala

$$x'(t) = x(t) + u(t), x(0) = 1.$$

Berdasarkan persamaan (2.13), maka dapat dibentuk fungsi Hamiltonian sebagai berikut.

$$H = \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}u^2 + x\lambda + u\lambda.$$

Dengan menerapkan Prinsip Minimum Pontryagin, maka langkah awal penyelesaian adalah menentukan kondisi optimal yaitu,

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = u + \lambda$$

sehingga diperoleh nilai $u(t)$,

$$u^*(t) = -\lambda$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan persamaan *costate* sebagai berikut.

$$\lambda' = -\frac{\partial H}{\partial x} = -3x - \lambda$$

Dari persamaan *state* dan *costate* diperoleh sistem persamaan

diferensial biasa sebagai berikut.

$$\begin{aligned}x'(t) &= x(t) + u(t), x(0) = 1 \\ \lambda' &= -3x - \lambda.\end{aligned}\tag{2.20}$$

Kemudian, substitusikan nilai $u(t)$ ke dalam persamaan (2.20) sehingga diperoleh sistem persamaan diferensial sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} x' \\ \lambda' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix}.\tag{2.21}$$

Dengan menyelesaikan sistem persamaan (2.21) diperoleh solusi sebagai berikut.

$$\begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix} (t) = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{2t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{-2t}.$$

Menggunakan $x(0) = 1$ dan $\lambda(1) = 0$, diperoleh $c_1 = 3c_2e^{-4}$ dan $c_2 = \frac{3}{3e^{-4}+1}$ sehingga solusi optimalnya yaitu,

$$\begin{aligned}x(t) &= \frac{3e^{-4}}{3e^{-4}+1}e^{2t} - \frac{3}{3e^{-4}+1}e^{-2t}, \\ \lambda(t) &= \frac{3e^{-4}}{3e^{-4}+1}e^{2t} - \frac{3}{1e^{-4}+1}e^{-2t}.\end{aligned}$$

2.6 Metode Sweep Maju Mundur

Metode *Sweep* maju mundur merupakan metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah kontrol optimal. Secara umum, tahapan metode *Sweep* Maju Mundur sebagai berikut (Lenhart dan Workman, 2007).

1. Menentukan nilai awal \vec{u} .

2. Menggunakan kondisi awal $\vec{x}(0) = \vec{x}_0$ dan nilai \vec{u} untuk menyelesaikan persamaan *state* \vec{x}' dengan metode Runge-Kutta orde 4 langkah maju.
3. Menggunakan kondisi transversal $\vec{\lambda}(T)$, nilai \vec{u} , dan persamaan *state* \vec{x}' untuk menyelesaikan persamaan *costate* $\vec{\lambda}'$ dengan metode Runge-Kutta orde 4 langkah mundur.
4. Memperbarui nilai \vec{u} dengan memasukkan persamaan *state* \vec{x}' dan persamaan *costate* $\vec{\lambda}'$ ke dalam karakteristik kontrol optimal.
5. Periksa konvergensi. Jika nilai eror dari iterasi ini dan iterasi terakhir sangat kecil maka tampilkan nilai saat ini, namun jika nilai erornya jauh maka kembali ke langkah 2.

2.7 Metode Runge-Kutta Orde 4

Metode Runge-Kutta orde 4 merupakan metode numerik untuk menyelesaikan persamaan atau sistem persamaan diferensial apabila persamaan atau sistem persamaan tersebut memenuhi kondisi yang tidak memungkinkan penyelesaiannya dapat diselesaikan secara eksak. Secara umum, metode Runge-Kutta orde 4 dinyatakan sebagai berikut (Lenhart dan Workman, 2007).

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (2.22)$$

dengan

$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(x_i, y_i), \\
 k_2 &= f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_1\right), \\
 k_3 &= f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_2\right), \\
 k_4 &= f(x_i + h, y_i + k_3h).
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

2.8 Korupsi

Secara harfiah, istilah korupsi merujuk pada perbuatan buruk, kerusakan, kebusukan, ketidakjujuran, hingga penyimpangan dari kesucian (Rasyidi, 2020). Korupsi diibaratkan sebagai penyakit menular yang dapat menular kepada kelompok rentan apabila berinteraksi dengan kelompok yang terinfeksi yaitu kelompok korupsi (Muallifin, 2015). Korupsi dapat menular melalui berbagai kontak, salah satunya melalui kontak lingkungan (Pabico, 2018). Lingkungan sangat berpengaruh terhadap proses penyebaran korupsi. Sebagai contoh, pada lingkungan kerja terdapat seorang pemimpin yang melakukan korupsi waktu. Pemimpin yang tidak menghargai waktu, tentunya akan menjadi contoh buruk bagi karyawannya sehingga dilain kesempatan, karyawan dari perusahaan tersebut akan melakukan hal yang sama yaitu melakukan korupsi waktu. Hal tersebut menunjukkan bahwa pengaruh lingkungan menyebabkan seseorang dapat rentan untuk melakukan korupsi.

Seseorang melakukan korupsi, tidak mungkin tanpa sebab, Bauhr dan Nasiritousi (2011) mengemukakan bahwa ada dua alasan utama mengapa seseorang melakukan korupsi, pertama,

karena adanya kebutuhan (*Corruption by need*). *Corruption by need* mengarah kepada tindakan untuk melakukan pemerasan dalam kegiatan pelayanan publik, seperti melakukan tindakan suap untuk pelayanan yang lebih mudah. Kedua, karena adanya sikap serakah (*Corruption by greed*). *Corruption by greed* mengarah kepada tindakan berbentuk kerja sama untuk mendapatkan keuntungan pribadi yang saling menguntungkan dan biasanya melibatkan sejumlah pelaku, seperti korupsi proyek dan jabatan di suatu pemerintahan.

Untuk menghindari penyebaran korupsi yang semakin meluas, maka perlu adanya upaya pemberantasan, yaitu antara lain dengan cara (KPK, 2022):

2.8.1 Kampanye

Kampanye diartikan sebagai rangkaian komunikasi terencana dengan tujuan mencapai efek tertentu pada sejumlah besar audiens selama periode waktu tertentu (Rogers dan Storey, 1987). Kampanye melibatkan komunikasi yang terencana dan terstruktur seringkali diselenggarakan oleh suatu organisasi tertentu. Oleh karena itu, tujuan kampanye dapat beragam bergantung pada lembaga yang menyelenggarakannya, namun secara umum, tujuan kampanye adalah untuk menyadarkan masyarakat terkait isu tertentu dengan menyampaikan pesan tertentu selama kampanye sehingga masyarakat merasa simpati, peduli, dan bahkan bersedia untuk mengambil tindakan terkait dengan apa yang dikampanyekan.

Kegiatan kampanye secara umum merupakan kegiatan yang bersifat ajakan agar masyarakat tergerak untuk berperilaku seperti yang dikampanyekan. Kampanye korupsi digalakkan

dengan tujuan untuk menyamakan pemahaman masyarakat bahwa korupsi memiliki dampak buruk sehingga harus diperangi bersama. Perlu diakui, masyarakat masih tidak memiliki pemahaman yang sama mengenai korupsi. Sebagai contoh, praktik memberikan uang tanda terima kasih kepada aparat pelayanan publik masih dianggap biasa dan lumrah. Oleh karena itu, melalui kampanye, diharapkan dapat meningkatkan kesadaran masyarakat mengenai dampak korupsi, mengajak partisipasi masyarakat dalam upaya pemberantasan korupsi, serta membentuk perilaku masyarakat yang antikorupsi (KPK, 2022).

2.8.2 Pemberian Hukuman

Hukum digunakan sebagai acuan atau pedoman bagi perilaku manusia dalam hubungannya dengan orang lain dan juga digunakan sebagai alat untuk mengatur berbagai aspek kehidupan masyarakat pada umumnya (Akmal dan Madda, 2021). Salah satu jenis hukum ialah hukum pidana. Hukum pidana merupakan seluruh aturan yang mengatur tindakan kejahatan dan keharusan apabila seseorang melakukan kejahatan akan diberikan sebuah sanksi kehidupan (Anjari, 2020). Salah satu tindak pidana yang diatur adalah tindak pidana korupsi.

Pemberian hukuman dimaksud agar masyarakat memiliki rasa takut untuk melakukan korupsi. Masyarakat tentu akan berpikir ulang untuk melakukan korupsi karena masyarakat mengetahui konsekuensi yang akan didapat jika terlibat dalam tindak pidana korupsi. Pemberian hukuman juga dapat memberikan efek jera kepada para pelaku korupsi yang terlibat. Adapun undang - undang yang mengatur tentang penjatuhan pidana pada para pelaku korupsi diatur dalam UU No. 31 Tahun 1999 jo UU No. 20

Tahun 2001, antara lain:

1. Melawan undang-undang untuk memperkaya diri dengan merugikan keuangan negara diatur dalam pasal 2 ayat 1.
2. Melakukan penyalahgunaan kewenangan untuk memperkaya diri dengan merugikan keuangan negara diatur dalam pasal 3.
3. Menyuiap pegawai negeri diatur dalam pasal 5 ayat 1 huruf a dan pasal 5 ayat 1 huruf b.
4. Memberi hadiah kepada pegawai negeri diatur dalam pasal 13.
5. Pegawai negeri dengan sengaja menerima suap diatur dalam pasal 5 ayat 2, pasal 12 huruf a, dan pasal 12 huruf b.
6. Pegawai negeri dengan sengaja menerima hadiah diatur dalam pasal 11.
7. Menyuiap hakim diatur dalam pasal 6 ayat 1 huruf a.

2.8.3 Perbaikan Sistem

Tidak bisa dipungkiri bahwa banyak sistem yang justru menciptakan peluang terjadinya korupsi. Peluang berkembangnya korupsi seringkali bersumber dari sistem yang buruk (Spora, 2015). Oleh karena itu, perbaikan diperlukan karena sistem yang baik pada dasarnya dapat mengurangi kemungkinan terjadinya korupsi.

Untuk memberantas korupsi, ada beberapa sistem yang perlu diperbaiki. Salah satu sistem kuncinya adalah penegakan

hukum. Memperbaiki undang-undang hukum yang berlaku untuk mencegah pertumbuhan korupsi dengan menutup celah-celah atau pasal-pasal yang sering digunakan oleh pelaku korupsi untuk menghindar dari jeratan hukum. Sistem penting lainnya yang perlu diperbaiki adalah penggunaan teknologi baru, seperti perangkat lunak antikorupsi yang transparan sehingga masyarakat dapat ikut andil dalam melakukan pemantauan agar mengurangi kemungkinan tindak pidana korupsi melalui sebuah sistem (Dwiputrianti, 2009).

2.9 Kajian Penelitian Terdahulu

Penelitian terkait model matematika korupsi sudah banyak dilakukan. Peneliti terlebih dahulu mengkaji penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan model matematika korupsi dan kemudian mengembangkannya agar tidak terjadi kesamaan dalam penelitian. Untuk menghindari kesamaan dengan penelitian yang sudah ada, maka akan disajikan beberapa penelitian terdahulu sebagai berikut.

1. Penelitian yang berjudul "*Mathematical Modelling and Analysis of Corruption Dynamics*" terbit pada tahun 2018 oleh Legesse Lemecha dan Shiferaw Feyissa. Penelitian yang dilakukan oleh Lemecha dan Feyissa hanya berupa analisis dinamik dengan hasil analisis menunjukkan bahwa terdapat dua kondisi kestabilan yaitu kestabilan titik ekuilibrium endemik korupsi dan kestabilan titik ekuilibrium bebas korupsi. Penelitian oleh Lemecha dan Feyissa memiliki kesamaan dengan penelitian pada skripsi ini yaitu sama-sama menggunakan model matematika

korupsi *Susceptible, Corrupt, Jailed*, dan *Honest*. Kedua penelitian juga memiliki perbedaan dalam hal kontrol optimal. Penelitian pada skripsi ini diperluas ke masalah kontrol optimal sedangkan penelitian oleh Lemecha dan Feyissa hanya membahas analisis model matematikanya tanpa diperluas ke masalah kontrol optimal.

2. Penelitian yang berjudul "*Mathematical Model and Analysis of Corruption Dynamics with Optimal Control*" terbit pada tahun 2022 oleh Abayneh Kebede Fantaye dan Zerihun Kinfu Birhanu. Penelitian Fantaye dan Birhanu diawali dengan melakukan analisis dinamik pada model dengan hasil analisis menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas korupsi secara lokal dan asimtotik global setiap kali $R_0 < 1$ sedangkan titik ekuilibrium endemik korupsi secara lokal dan asimtotik global setiap $R_0 > 1$. Kemudian, model diperluas ke masalah kontrol optimal dengan penerapan kontrol berupa edukasi dan pemberian hukuman menunjukkan hasil bahwa strategi kontrol yang diterapkan efektif untuk mengurangi penyebaran korupsi. Penelitian oleh Fantaye dan Birhanu memiliki kesamaan dalam penelitian pada skripsi ini yaitu sama-sama menggunakan model matematika korupsi *Susceptible, Corrupt, Jailed*, dan *Honest* dan diperluas ke masalah kontrol optimal. Namun, kedua penelitian juga memiliki perbedaan yaitu dalam penerapan kontrol. Pada penelitian skripsi ini penerapan kontrol berupa kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem sedangkan penelitian Fantaye dan Birhanu penerapan kontrol berupa edukasi dan pemberian hukuman.

3. Penelitian yang berjudul "*Mathematical Modeling, Analysis, and Optimal Control of Corruption Dynamics*" terbit pada tahun 2020 oleh Haileyesus Tessema Alemneh. Penelitian oleh Alemneh diawali dengan melakukan analisis dinamik pada model kemudian model diperluas ke masalah kontrol optimal dengan penerapan kontrol berupa media kampanye dan pemberian hukuman. Hasil dari penelitian tersebut menunjukkan bahwa strategi penerapan kontrol harus dipertimbangkan untuk melawan korupsi yang artinya bahwa penerapan kontrol berupa media kampanye dan pemberian hukuman dapat berkontribusi dalam memerangi penyebaran korupsi. Penelitian yang dilakukan oleh Alemneh memiliki persamaan dengan penelitian dalam skripsi ini, yaitu keduanya menggunakan model matematika korupsi dengan menambahkan kontrol optimal pada model. Disisi lain, kedua penelitian ini juga memiliki perbedaan yaitu dalam hal model kompartemen dan penerapan kontrol. Penelitian oleh Alemneh menggunakan model kompartemen berupa *Susceptible, Exposed, Corrupt, Recovered*, dan *Honest* sedangkan pada penelitian skripsi ini menggunakan model kompartemen berupa *Susceptible, Corrupt, Jailed*, dan *Honest*. Penerapan kontrol yang dipilih pun berbeda, pada penelitian skripsi ini penerapan kontrol berupa kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem sedangkan penelitian Alemneh menerapkan kontrol berupa media kampanye dan pemberian hukuman.
4. Penelitian yang berjudul "Kontrol Optimal Model Matematika Dinamika Korupsi dengan Pemberian Edukasi dan kampanye, Perbaikan Sistem, dan Represif" terbit pada

tahun 2023 oleh Amira Wahid, Syamsuddin Toaha, dan Kasbawati. Penelitian oleh Wahid, Toaha, & Kasbawati (2023) mengembangkan model matematika dinamika korupsi oleh Fantaye dan Birhanu (2022) yang diawali dengan melakukan analisis dinamik kemudian diperluas ke masalah kontrol optimal dengan memberikan kontrol pada model sesuai strategi yang dicetuskan oleh Komisi Pemberantasan Korupsi (KPK) yaitu berupa kontrol edukasi dan kampanye, perbaikan sistem, dan represif. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa strategi yang dicetuskan KPK dalam pemberantasan korupsi membuahkan hasil yang efektif dalam mengurangi penyebaran korupsi. Penelitian oleh Wahid, Toaha, & Kasbawati (2023) memiliki kesamaan dengan penelitian pada skripsi ini yaitu sama-sama membahas model matematika korupsi yang kemudian diperluas ke masalah kontrol optimal dengan menambahkan kontrol pada model. Namun, tentu juga memiliki perbedaan yaitu dalam hal pemilihan model kompartemen. Penelitian oleh Wahid, Toaha, & Kasbawati (2023) menggunakan model kompartemen berupa *Susceptible*, *Exposed*, *Corrupt*, dan *Honest* sedangkan pada penelitian skripsi ini menggunakan model kompartemen berupa *Susceptible*, *Corrupt*, *Jailed*, dan *Honest*.

5. Penelitian yang berjudul "*Stability Analysis in a Mathematical Model of Corruption in Kenya*" terbit pada tahun 2019 oleh O. M. Nathan dan K. O. Jakob. Penelitian yang dilakukan oleh Nathan dan Jakob hanya berupa analisis dinamik dengan hasil analisis menunjukkan bahwa terdapat dua kondisi

kestabilan yaitu kestabilan titik ekuilibrium endemik korupsi dan kestabilan titik ekuilibrium bebas korupsi dan diperoleh bilangan reproduksi $R_0 = \frac{\beta S_0(\omega_2 + \tau\delta)}{\omega_1\omega_2}$. Penelitian yang dilakukan oleh Nathan dan Jakob memiliki persamaan dengan penelitian dalam skripsi ini, yaitu keduanya membahas tentang model matematika korupsi. Namun, kedua penelitian juga memiliki perbedaan yaitu dalam hal penggunaan model kompartemen dan kontrol optimal. Penelitian oleh Nathan dan Jakob menggunakan model kompartemen berupa *Susceptible class*, *Corrupt class*, *Political class* sedangkan pada penelitian skripsi ini menggunakan model kompartemen berupa *Susceptible*, *Corrupt*, *Jailed*, dan *Honest*. Penelitian pada skripsi ini diperluas ke masalah kontrol optimal sedangkan penelitian oleh Nathan dan Jakob hanya membahas analisis model matematikanya tanpa diperluas ke masalah kontrol optimal.

BAB 3

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur yaitu melakukan penelusuran dan pengkajian dengan membaca referensi dari berbagai artikel, jurnal, dan yang lainnya terkait model matematika korupsi. Adapun secara lebih rincinya, pada bagian ini akan diuraikan langkah - langkah penelitian, yakni sebagai berikut.

1. Studi Literatur

Peneliti terlebih dahulu melakukan studi literatur dengan mencari referensi terkait dari berbagai sumber penelitian serupa yang dilakukan oleh peneliti - peneliti sebelumnya. Berdasarkan penelitian sebelumnya, perlu dilakukan modifikasi model matematika korupsi. Penerapan tiga kontrol berupa kampanye, perbaikan sistem, dan pemberian hukuman diharapkan mampu untuk mencegah meluasnya tindak pidana korupsi.

2. Konstruksi Model

Konstruksi model dilakukan dengan melakukan modifikasi pada model matematika korupsi. Model yang dimodifikasi dalam penelitian ini adalah model yang dikembangkan oleh Fantaye dan Birhanu (2022). Modifikasi yang dilakukan yaitu dengan menambahkan satu parameter baru dan satu kontrol baru pada model yang dikembangkan oleh Fantaye dan Birhanu (2022). Parameter yang ditambahkan adalah efektivitas perbaikan sistem (ρ) sedangkan kontrol yang ditambahkan adalah perbaikan sistem yang diadaptasi dari

model Wahid, Toaha, & Kasbawati (2023) sehingga terdapat tiga kontrol yaitu berupa kampanye (u_1), pemberian hukuman (u_2), dan perbaikan sistem (u_3).

3. Penyelesaian Masalah Kontrol Optimal

Pada langkah ini, dilakukan penyelesaian masalah kontrol optimal menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin. Langkah-langkah penyelesaian menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin dimulai dengan menentukan fungsi tujuan dilanjut menentukan fungsi hamiltonian, kemudian kondisi optimal, persamaan *state*, dan yang terakhir menentukan persamaan *costate*.

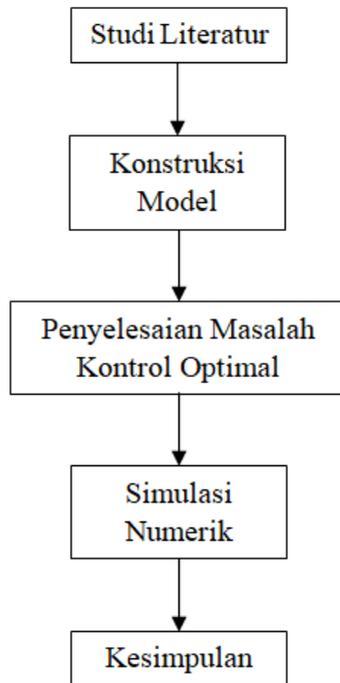
4. Simulasi Numerik

Menentukan nilai - nilai parameter dan variabel yang akan digunakan merupakan langkah awal melakukan simulasi numerik. Metode *sweep* maju mundur merupakan metode yang dipilih dalam penelitian ini. Hasil dari simulasi numerik akan menunjukkan perbandingan antara masing - masing populasi *Susceptible* (S), *Corrupt* (C), *Jailed* (J), dan *Honest* (O) dengan kontrol dan tanpa kontrol.

5. Kesimpulan

Langkah terakhir adalah menarik kesimpulan dari hasil penelitian yang telah dilakukan.

Prosedur alur penelitian disajikan dalam Gambar (3.1) berikut.



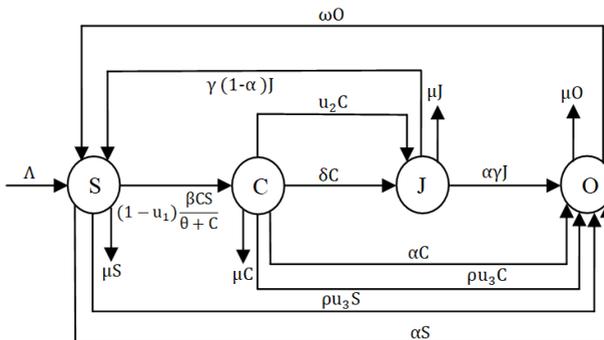
Gambar 3.1. Alur Penelitian

BAB 4

PEMBAHASAN

4.1 Konstruksi Model Matematika Korupsi dengan Kontrol

Pada penelitian ini dilakukan modifikasi model matematika korupsi yang telah dikaji oleh Fantaye dan Birhanu (2022). Populasi dibagi menjadi empat kelompok, yaitu *Susceptible* (S), *Corrupt* (C), *Jailed* (J), dan *Honest* (O). Modifikasi yang dilakukan adalah dengan menambahkan satu parameter baru berupa parameter efektivitas perbaikan sistem (ρ) dan satu kontrol baru berupa kontrol perbaikan sistem yang diadaptasi dari model Wahid dkk (2023) sehingga terdapat tiga kontrol optimal yaitu u_1 mewakili kontrol kampanye, u_2 mewakili kontrol pemberian hukuman, dan u_3 mewakili kontrol perbaikan sistem. Berikut diagram kompartemen model matematika korupsi dengan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem.



Gambar 4.1. Diagram Kompartemen Model Matematika Korupsi dengan Kontrol Kampanye, Pemberian Hukuman, dan Perbaikan Sistem

Tabel 4.1. Parameter Model

Parameter	Keterangan
Λ	Laju rekrutmen
β	Laju kontak terhadap individu <i>Corrupt</i>
δ	Laju penangkapan dan pemenjaraan individu <i>Corrupt</i>
θ	Maksimum saturasi populasi <i>Corrupt</i>
γ	Rata - rata banyaknya individu yang korupsi telah keluar dari penjara
μ	Laju kematian alami
α	Proporsi individu yang bergabung ke <i>Honest</i> dari <i>Susceptible</i> , <i>Corrupt</i> , dan <i>Jailed</i>
ω	Laju individu <i>Honest</i> yang berpotensi menjadi individu <i>Susceptible</i>
ρ	Efektivitas perbaikan sistem

Berdasarkan diagram kompartemen pada Gambar (4.1) dan deskripsi parameter pada Tabel (4.1) dapat dilihat laju perubahan individu *Susceptible* atau individu rentan, individu *Corrupt* atau individu korupsi, individu *Jailed* atau individu yang dipenjara, dan individu *Honest* atau individu jujur sebagai berikut.

4.1.1 Laju Perubahan Individu *Susceptible*

Laju perubahan individu *Susceptible* terhadap korupsi adalah sama dengan laju rekrutmen (Λ). Artinya, jika laju rekrutmen meningkat maka jumlah individu rentan terhadap korupsi juga akan meningkat dengan laju yang sama sehingga dapat ditulis menjadi

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda \quad (4.1)$$

Selanjutnya, kontrol kampanye (u_1) mempengaruhi laju kontak (βCS) antara individu *Corrupt* (C) dan individu *Susceptible* (S) dengan memperhitungkan batas maksimum saturasi populasi *Corrupt* dapat mengurangi jumlah populasi *Susceptible* dengan laju

$$\frac{dS}{dt} = -(1 - u_1) \frac{\beta CS}{\theta + C} \quad (4.2)$$

Banyaknya populasi *Susceptible* bisa berkurang akibat kematian alami yaitu kematian yang bukan disebabkan oleh tindakan korupsi dan adanya laju perpindahan individu *Susceptible* menjadi individu *Honest*. Hal ini mengakibatkan penurunan jumlah populasi *Susceptible* dengan laju

$$\frac{dS}{dt} = -(\mu + \alpha)S \quad (4.3)$$

Individu yang telah keluar dari penjara akan kembali menjadi individu yang rentan melakukan korupsi sehingga menambah jumlah populasi *Susceptible* dengan laju

$$\frac{dS}{dt} = \gamma(1 - \alpha)J \quad (4.4)$$

Laju perpindahan individu *Honest* menjadi individu *Susceptible* juga dapat menambah jumlah populasi *Susceptible* dengan laju

$$\frac{dS}{dt} = \omega O \quad (4.5)$$

Upaya kontrol perbaikan sistem (u_2) pada individu *Susceptible* mengakibatkan adanya pengurangan pada jumlah populasi

Susceptible dengan laju

$$\frac{dS}{dt} = -\rho u_3 S \quad (4.6)$$

Dengan demikian laju perubahan individu *Susceptible* dapat ditulis sebagai berikut.

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda - (1 - u_1) \frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha)S + \gamma(1 - \alpha)J + \omega O - \rho u_3 S \quad (4.7)$$

4.1.2 Laju Perubahan Individu *Corrupt*

Kontrol kampanye (u_1) yang mempengaruhi laju kontak (βCS) antara individu *Corrupt* (C) dan individu *Susceptible* (S) dengan memperhitungkan batas maksimum saturasi populasi *Corrupt* dapat meningkatkan jumlah populasi *Corrupt* dengan laju

$$\frac{dC}{dt} = (1 - u_1) \frac{\beta CS}{\theta + C} \quad (4.8)$$

Penurunan jumlah populasi *Corrupt* terjadi karena adanya kematian alami dengan laju sebesar μ , adanya laju perpindahan individu *Corrupt* menjadi individu *Honest* dengan laju sebesar α , dan adanya laju perpindahan individu *Corrupt* menjadi individu *Jailed* akibat melakukan tindakan korupsi yang dapat ditulis sebagai

$$\frac{dC}{dt} = (\mu + \alpha + \delta)C \quad (4.9)$$

Upaya kontrol pemberian hukuman (u_2) dan perbaikan sistem (u_3) pada individu *Corrupt* mengakibatkan adanya pengurangan pada jumlah populasi *Corrupt* dengan laju

$$\frac{dC}{dt} = -u_3 C - \rho u_2 C \quad (4.10)$$

Dengan demikian laju perubahan individu *Corrupt* dapat ditulis sebagai berikut.

$$\frac{dC}{dt} = (1 - u_1) \frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha + \delta)C - u_3C - \rho u_2C \quad (4.11)$$

4.1.3 Laju Perubahan Individu *Jailed*

Individu yang melakukan korupsi dapat menyebabkan peningkatan pada populasi *Jailed* yang dinyatakan sebagai

$$\frac{dJ}{dt} = \delta C \quad (4.12)$$

Sedangkan penurunan populasi *Jailed* terjadi karena adanya kematian alami dan adanya laju perpindahan individu *Jailed* yang keluar dari penjara menjadi individu *Honest* sehingga dapat ditulis sebagai

$$\frac{dJ}{dt} = -(\mu + \alpha\gamma)J \quad (4.13)$$

Upaya kontrol pemberian hukuman (u_2) pada individu *Corrupt* mengakibatkan terjadinya penambahan jumlah populasi *Jailed* dengan laju

$$\frac{dJ}{dt} = u_2C \quad (4.14)$$

Dengan demikian laju perubahan individu *Jailed* dapat ditulis sebagai berikut.

$$\frac{dJ}{dt} = \delta C - (\mu + \alpha\gamma)J + u_2C \quad (4.15)$$

4.1.4 Laju Perubahan Individu *Honest*

Laju perubahan individu *Honest* bertambah akibat adanya laju perpindahan individu *Susceptible*, individu *Corrupt*, dan individu

Jailed yang sudah keluar dari penjara menjadi individu *Honest* dengan laju

$$\frac{dO}{dt} = \alpha(S + C + \gamma J) \quad (4.16)$$

Sedangkan penurunan populasi *Honest* terjadi akibat adanya laju perpindahan individu *Honest* kembali menjadi individu *Susceptible* dan kematian alami sehingga dapat ditulis sebagai berikut

$$\frac{dO}{dt} = -(\mu + \omega)O \quad (4.17)$$

Upaya kontrol perbaikan sistem (u_3) pada individu *Susceptible* dan individu *Corrupt* dapat menyebabkan populasi *Honest* meningkat sehingga dapat ditulis sebagai

$$\frac{dO}{dt} = \rho u_3 S + \rho u_3 C \quad (4.18)$$

Dengan demikian laju perubahan individu *Honest* dapat ditulis sebagai berikut.

$$\frac{dO}{dt} = \alpha(S + C + \gamma J) - (\mu + \omega)O + \rho u_3 S + \rho u_3 C \quad (4.19)$$

Jadi, laju perubahan individu *Susceptible*, *Corrupt*, *Jailed*, dan *Honest* dapat dinyatakan sebagai sebuah sistem berikut.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = \Lambda - (1 - u_1) \frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha)S + \gamma(1 - \alpha)J + \omega O - \rho u_3 S, \\ \frac{dC}{dt} = (1 - u_1) \frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha + \delta)C - u_2 C - \rho u_3 C, \\ \frac{dJ}{dt} = \delta C - (\mu + \alpha \gamma)J + u_2 C, \\ \frac{dO}{dt} = \alpha(S + C + \gamma J) - (\mu + \omega)O + \rho u_3 S + \rho u_3 C. \end{array} \right. \quad (4.20)$$

dengan u_1 adalah kampanye, u_2 adalah pemberian hukuman, dan u_3 adalah perbaikan sistem.

4.2 Penyelesaian Masalah Kontrol Optimal

Pada masalah kontrol optimal ini, tujuan yang akan dicapai adalah meminimumkan jumlah populasi *Corrupt* dan *Jailed* serta meminimumkan biaya dari masing-masing kontrol dengan terlebih dahulu membentuk suatu fungsi tujuan, sehingga dapat dibentuk suatu fungsi tujuan sebagai berikut.

$$\min_{u_1, u_2, u_3} \int_0^T C + J + \frac{1}{2}A_1u_1^2 + \frac{1}{2}A_2u_2^2 + \frac{1}{2}A_3u_3^2 dt \quad (4.21)$$

dengan kendala,

$$S' = \Lambda - (1 - u_1)\frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha)S + \gamma(1 - \alpha)J + \omega O - \rho u_3 S,$$

$$C' = (1 - u_1)\frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha + \delta)C - u_2 C - \rho u_3 C,$$

$$J' = \delta C - (\mu + \alpha\gamma)J + u_2 C,$$

$$O' = \alpha(S + C + \gamma J) - (\mu + \omega)O + \rho u_3 S + \rho u_3 C.$$

$$0 \leq u_1, u_2, u_3 \leq 1$$

dan kondisi,

$$\vec{x}(0) = \vec{x}_0$$

$$\vec{x}(T) \text{ bebas.}$$

dimana $\vec{x}(0)$ merupakan kondisi awal, $\vec{x}(T)$ merupakan kondisi akhir serta $A_1, A_2, A_3 \geq 0$ yang menunjukkan bobot biaya. A_1 adalah bobot yang berhubungan dengan biaya kontrol kampanye,

A_2 adalah bobot yang berhubungan dengan biaya kontrol pemberian hukuman, dan A_3 adalah bobot yang berhubungan dengan biaya kontrol perbaikan sistem, serta u_1 , u_2 dan u_3 adalah kontrol yang akan diminimumkan.

Jika masalah kontrol optimal memenuhi persyaratan Prinsip Minimum Pontryagin, maka masalah tersebut dapat diselesaikan. Berikut adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah kontrol optimal dengan menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin.

4.2.1 Fungsi Hamiltonian

Langkah awal dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal yaitu menentukan fungsi Hamiltonian dengan f merupakan integran atau fungsi yang terletak disebelah kanan integral dari fungsi tujuan pada persamaan (4.21), λ_i merupakan variabel *costate*, dan g_i merupakan ruas kanan dari sistem persamaan diferensial pada persamaan (4.20) sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned}
 H &= f(\vec{x}(t), \vec{u}(t), t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) g_i(\vec{x}(t), \vec{u}(t), t) \\
 &= C + J + \frac{1}{2} A_1 u_1^2 + \frac{1}{2} A_2 u_2^2 + \frac{1}{2} A_3 u_3^2 + \sum_{i=1}^4 \lambda_i(t) g_i(\vec{x}(t), \vec{u}(t), t) \\
 &= C + J + \frac{1}{2} A_1 u_1^2 + \frac{1}{2} A_2 u_2^2 + \frac{1}{2} A_3 u_3^2 \\
 &\quad + \lambda_1 \left(\Lambda - (1 - u_1) \frac{\beta C S}{\theta + C} - (\mu + \alpha) S + \gamma (1 - \alpha) J + \omega O - \rho u_3 S \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \lambda_2 \left((1 - u_1) \frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha + \delta)C - u_2 C - \rho u_3 C \right) \\
& + \lambda_3 (\delta C - (\mu + \alpha \gamma)J + u_2 C) + \lambda_4 (\alpha(S + C + \gamma J) \\
& - (\mu + \omega)O + \rho u_3 S + \rho u_3 C)
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Berdasarkan Prinsip Minimum Pontryagin, fungsi Hamiltonian dapat diselesaikan secara optimal jika memenuhi tiga kondisi yaitu kondisi optimal, persamaan *state*, dan persamaan *costate* (Norasia dkk, 2022).

4.2.2 Kondisi Optimal

Kondisi yang optimal diperoleh apabila turunan pertama fungsi Hamiltonian terhadap u_1 , u_2 , dan u_3 sama dengan nol (Zulaikha, Trislowati, dan Fadhilah, 2017). Kondisi tersebut disebut dengan kondisi optimal. Kondisi yang optimal dimisalkan dengan u_1^* , u_2^* , dan u_3^* sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial u_1} &= 0 \\
\frac{\partial H}{\partial u_1} &= A_1 u_1 - (\lambda_1 + \lambda_2) \left(\frac{\beta CS}{\theta + C} \right) = 0 \\
u_1 &= \frac{\beta CS(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\theta + C)A_1}
\end{aligned}$$

Nilai u_1 diperoleh sebagai berikut.

$$u_1 = \frac{\beta CS(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\theta + C)A_1} \tag{4.23}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial u_2} &= 0 \\ \frac{\partial H}{\partial u_2} &= A_2 u_2 - \lambda_2 C + \lambda_3 C = 0 \\ u_2 &= \frac{(\lambda_2 - \lambda_3)C}{A_2}\end{aligned}$$

Nilai u_2 diperoleh sebagai berikut.

$$u_2 = \frac{(\lambda_2 - \lambda_3)C}{A_2} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial u_3} &= 0 \\ \frac{\partial H}{\partial u_3} &= A_3 u_3 - \lambda_1(\rho S) - \lambda_2(\rho C) + \lambda_4(\rho S + \rho C) = 0 \\ A_3 u_3 &= \lambda_1(\rho S) + \lambda_2(\rho C) - \lambda_4(\rho S + \rho C) \\ u_3 &= \frac{(\lambda_1 - \lambda_4)(\rho S) + (\lambda_2 - \lambda_4)(\rho C)}{A_3}\end{aligned}$$

Nilai u_3 diperoleh sebagai berikut.

$$u_3 = \frac{(\lambda_1 - \lambda_4)(\rho S) + (\lambda_2 - \lambda_4)(\rho C)}{A_3}. \quad (4.25)$$

sehingga diperoleh nilai kondisi optimal sebagai berikut.

$$\begin{aligned}u_1^* &= \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{\beta CS(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\theta + C)A_1} \right) \right\} \\ u_2^* &= \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_3)C}{A_2} \right) \right\} \\ u_3^* &= \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{(\lambda_1 - \lambda_4)(\rho S) + (\lambda_2 - \lambda_4)(\rho C)}{A_3} \right) \right\}\end{aligned} \quad (4.26)$$

Sedangkan turunan kedua dari fungsi Hamiltonian pada persamaan (4.22) terhadap u_1 , u_2 , dan u_3 adalah

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 H}{\partial^2 u_1} &= A_1 \\ \frac{\partial^2 H}{\partial^2 u_2} &= A_2 \\ \frac{\partial^2 H}{\partial^2 u_3} &= A_3\end{aligned}\tag{4.27}$$

dengan A_1 , A_2 , dan A_3 merupakan sebuah bilangan positif sehingga nilai turunan kedua dari fungsi Hamiltonian adalah bilangan positif. Oleh karenanya, jenis kontrol yang dihasilkan adalah kontrol minimum.

4.2.3 Persamaan State

Persamaan *state* merupakan turunan dari fungsi Hamiltonian pada sistem persamaan (4.22) terhadap masing - masing variabel λ_1 , λ_2 , dan λ_3 sehingga diperoleh,

$$\left\{ \begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial \lambda_1} &= \Lambda - (1 - u_1)\frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha)S + \gamma(1 - \alpha)J + \omega O - \rho u_3 S \\ \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} &= (1 - u_1)\frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha + \delta)C - u_2 C - \rho u_3 C \\ \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} &= \delta C - (\mu + \alpha \gamma)J + u_2 C \\ \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} &= \alpha(S + C + \gamma J) - (\mu + \omega)O + \rho u_3 S + \rho u_3 C\end{aligned}\right.\tag{4.28}$$

dengan kondisi awal $S(0) = S_0$, $C(0) = C_0$, $J(0) = J_0$, dan $O(0) = O_0$.

4.2.4 Persamaan Costate

Persamaan *costate* merupakan nilai negatif dari fungsi Hamiltonian yang diturunkan terhadap variabel λ_1, λ_2 , dan λ_3 sehingga didapatkan,

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{d\lambda_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial S} \\
 = -\left[\lambda_1 \left(-(1-u_1) \frac{\beta C}{\theta+C} - (\mu + \alpha) - \rho u_3 \right) \right. \\
 \left. + \lambda_2 \left((1-u_1) \frac{\beta C}{\theta+C} \right) + \lambda_4 (\alpha + \rho u_3) \right] \\
 = (\lambda_1 - \lambda_2) (1-u_1) \frac{\beta C}{\theta+C} + \lambda_1 (\mu + \alpha + \rho u_3) \\
 - \lambda_4 (\alpha + \rho u_3) \\
 \frac{d\lambda_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial C} \\
 = -\left[1 + \lambda_1 \left(-(1-u_1) \frac{\beta S \theta}{(\theta+C)^2} \right) + \lambda_2 \left((1-u_1) \frac{\beta S \theta}{(\theta+C)^2} \right. \right. \\
 \left. \left. - (\mu + \alpha + \delta) - u_2 - \rho u_3 \right) + \lambda_3 (\delta + u_2) + \lambda_4 (\alpha + \rho u_3) \right] \\
 = -1 + (\lambda_1 - \lambda_2) (1-u_1) \frac{\beta S \theta}{(\theta+C)^2} + \lambda_2 (\mu + \alpha + \delta + u_2 \\
 + \rho u_3) - \lambda_3 (\delta + u_2) - \lambda_4 (\alpha + \rho u_3) \\
 \frac{d\lambda_3}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial J} \\
 = -(1 + \lambda_1 (\gamma (1 - \alpha))) + \lambda_3 (-(\mu + \alpha \gamma)) + \lambda_4 (\alpha \gamma)) \\
 = \lambda_3 (\mu + \alpha \gamma) - \gamma (1 - \alpha) \lambda_1 - \lambda_4 (\alpha \gamma) - 1 \\
 \frac{d\lambda_4}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial O} \\
 = -(\lambda_1 \omega + \lambda_4 (-(\mu + \omega))) \\
 = (\mu + \omega) \lambda_4 - \lambda_1 \omega
 \end{array} \right. \tag{4.29}$$

dengan kondisi transversal $\lambda_1(T) = \lambda_2(T) = \lambda_3(T) = \lambda_4(T) = 0$.

4.2.5 Sistem Optimal

Sistem yang optimal diperoleh dengan mensubstitusikan nilai dari kondisi optimal (\vec{u}^*) ke persamaan *state* dan persamaan *costate* sehingga diperoleh,

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = \Lambda - (1 - u_1^*) \frac{\beta C^* S^*}{\theta + C^*} - (\mu + \alpha) S^* + \gamma(1 - \alpha) J^* + \omega O^* \\
 - \rho u_3^* S^* \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = (1 - u_1^*) \frac{\beta C^* S^*}{\theta + C^*} - (\mu + \alpha + \delta) C^* - u_2^* C^* - \rho u_3^* C^* \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} = \delta C^* - (\mu + \alpha \gamma) J^* + u_2^* C^* \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} = \alpha(S^* + C^* + \gamma J^*) - (\mu + \omega) O^* + \rho u_3^* S^* + \rho u_3^* C^* \\
 \frac{d\lambda_1}{dt} = (\lambda_1 - \lambda_2)(1 - u_1^*) \frac{\beta C^*}{\theta + C^*} + \lambda_1(\mu + \alpha + \rho u_3^*) - \lambda_4(\alpha + \rho u_3^*) \\
 \frac{d\lambda_2}{dt} = -1 + (\lambda_1 - \lambda_2)(1 - u_1^*) \frac{\beta S^* \theta}{(\theta + C^*)^2} + \lambda_2(\mu + \alpha + \delta + u_2^* \\
 + \rho u_3^*) - \lambda_3(\delta + u_2^*) - \lambda_4(\alpha + u_3^*) \\
 \frac{d\lambda_3}{dt} = \lambda_3(\mu + \alpha \gamma) - \gamma(1 - \alpha)\lambda_1 - \lambda_4(\alpha \gamma) - 1 \\
 \frac{d\lambda_4}{dt} = (\mu + \omega)\lambda_4 - \lambda_1 \omega \\
 u_1^* = \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{\beta C^* S^* (\lambda_1 + \lambda_2)}{(\theta + C^*) A_1} \right) \right\} \\
 u_2^* = \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_3) C^*}{A_2} \right) \right\} \\
 u_3^* = \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{(\lambda_1 - \lambda_4)(\rho S^*) + (\lambda_2 - \lambda_4)(\rho C^*)}{A_3} \right) \right\}
 \end{array} \right. \quad (4.30)$$

4.3 Simulasi Numerik

Permasalahan kontrol optimal pada penelitian ini diselesaikan secara numerik menggunakan metode *Sweep* Maju Mundur. Variabel yang digunakan dalam metode ini adalah u_1 , u_2 , u_3 , S , C , J , H , λ_1 , λ_2 , λ_3 , dan λ_4 . Variabel *state* S , C , J , dan H dihitung dengan metode Runge-Kutta Orde 4 langkah maju dengan nilai awal $S(0) = S_0$, $C(0) = C_0$, $J(0) = J_0$, dan $O(0) = O_0$. Selanjutnya variabel *costate* λ_1 , λ_2 , λ_3 , dan λ_4 dihitung dengan metode Runge-Kutta Orde 4 langkah mundur dengan nilai akhir $\lambda_1(T) = 0$, $\lambda_2(T) = 0$, $\lambda_3(T) = 0$, dan $\lambda_4(T) = 0$. Langkah-langkah dari algoritma *Sweep* Maju Mundur yaitu sebagai berikut (Lenhart dan Workman, 2007).

Langkah 1

Menentukan nilai awal dari $S(0)$, $C(0)$, $J(0)$, $O(0)$, $\lambda_1(T)$, $\lambda_2(T)$, $\lambda_3(T)$, dan $\lambda_4(T)$. Error toleransi juga ditentukan dalam langkah ini.

Langkah 2

Menentukan dugaan awal untuk $u_1(t)$, $u_2(t)$, dan $u_3(t)$.

Langkah 3

Untuk $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$, nilai dari $S(i + 1)$, $C(i + 1)$, $J(i + 1)$, $O(i + 1)$ dihitung dengan metode Runge-Kutta orde 4 langkah maju.

Langkah 4

Untuk $k = n, (n - 1), \dots, 1$, nilai dari $\lambda_1(k - 1)$, $\lambda_2(k - 1)$, $\lambda_3(k - 1)$, dan $\lambda_4(k - 1)$ dihitung dengan metode Runge-Kutta orde 4 langkah mundur.

Langkah 5

Hitung nilai dari kondisi optimal untuk $i = 0, 1, 2, \dots, n$

$$u_1^* = \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{\beta CS(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\theta + C)A_1} \right) \right\}$$

$$u_2^* = \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_3)C}{A_2} \right) \right\}$$

$$u_3^* = \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{(\lambda_1 - \lambda_4)(\rho S) + (\lambda_2 - \lambda_4)(\rho C)}{A_3} \right) \right\}$$

Langkah 6

Menghitung nilai error dari variabel S , C , J , H , λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 , u_1 , u_2 , dan u_3 berdasarkan iterasi pada langkah ini dan sebelumnya. Apabila nilai error lebih besar dari nilai error toleransi, maka kembali ke langkah 3.

Kontrol yang digunakan yaitu kampanye (u_1), pemberian hukuman (u_2), dan perbaikan sistem (u_3) dengan menggunakan parameter dan nilai awal sebagai berikut.

Tabel 4.2. Parameter Model

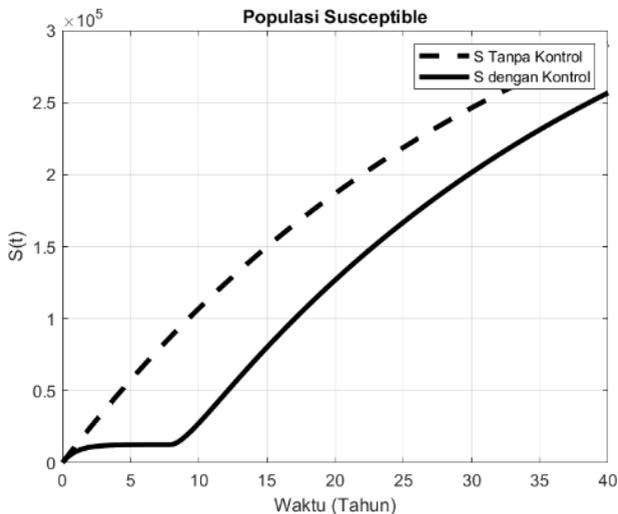
Parameter	Nilai	Sumber
Λ	12000	Fantaye (2022)
β	0.07	Fantaye (2022)
δ	0.2	Asumsi
θ	100000	Legesse (2018)
γ	0.125	Abdulrahman (2014)
μ	0.160	Legesse (2018)
α	0.014	Fantaye (2022)
ω	0.0021	Fantaye (2022)
ρ	0.95	Wahid (2023)

Adapun nilai awal dari variabel-variabel yang digunakan masing-masing adalah $S(0) = 100$, $C(0) = 1600$, $J(0) = 428$, dan

$O(0) = 130000$. Serta diberikan nilai bobot masing-masing dari fungsi tujuan yang akan diminimumkan adalah $A_1 = 0.1$, $A_2 = 0.3$, dan $A_3 = 0.5$ dengan waktu pengamatan $T = 40$ tahun.

4.3.1 Simulasi I

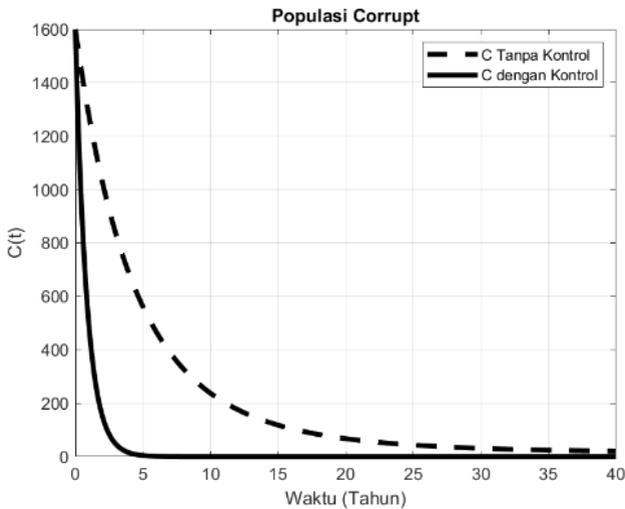
Pada simulasi ini ditunjukkan perlakuan kontrol pada model menggunakan nilai awal yaitu $S(0) = 100$, $C(0) = 1600$, $J(0) = 428$, dan $O(0) = 130000$ dan parameter yang bersesuaian pada Tabel (4.2).



Gambar 4.2. Populasi *Susceptible* dengan dan tanpa kontrol

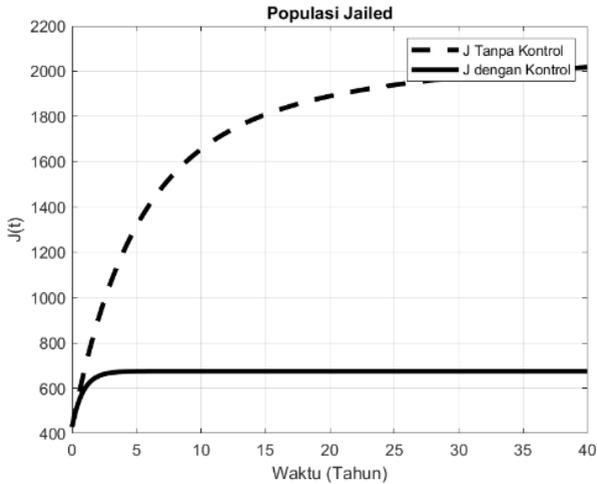
Gambar (4.2) menunjukkan hasil simulasi numerik populasi *Susceptible* dengan dan tanpa kontrol. Berdasarkan hasil simulasi, populasi *Susceptible* tanpa kontrol dengan kondisi awal populasi yaitu $S(0) = 100$ mengalami peningkatan secara signifikan hingga tahun ke-40 mencapai 290648. Peningkatan ini terjadi

akibat banyaknya laju kelahiran individu baru yang diasumsikan bahwa setiap individu lahir masuk ke dalam populasi *Susceptible*, adanya laju individu *Honest* yang berpotensi kembali menjadi individu *Susceptible* serta individu yang sudah keluar dari penjara juga dapat berpotensi kembali menjadi individu rentan. Selain itu, tidak adanya suatu variabel kontrol juga mengakibatkan pertumbuhan populasi *Susceptible* terus meningkat. Populasi *Susceptible* setelah diberikan kontrol mulai tahun pertama juga mengalami peningkatan hingga tahun ke-40 dengan populasi akhir sebesar 256695. Populasi *Susceptible* dengan dan tanpa kontrol sama-sama mengalami peningkatan namun jumlah populasi *Susceptible* dengan kontrol tidak lebih atau melebihi jumlah dari populasi *Susceptible* sebelum diberikan kontrol. Hal ini disebabkan karena individu rentan tidak selamanya pasti menjadi individu korupsi namun juga dapat menjadi atau masuk ke populasi *Honest*. Kemudian penerapan kontrol berupa kampanye pada populasi *Susceptible* berpengaruh terhadap penurunan populasi *Susceptible*.



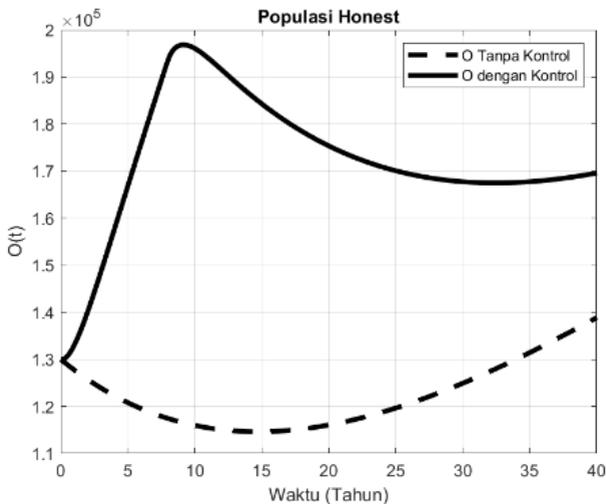
Gambar 4.3. Populasi *Corrupt* dengan dan tanpa kontrol

Gambar (4.3) menunjukkan hasil simulasi numerik populasi *Corrupt* dengan dan tanpa kontrol. Berdasarkan hasil simulasi, populasi *Corrupt* sebelum diberikan kontrol dengan kondisi awal populasi yaitu $C(0) = 1600$ berangsur-angsur menurun hingga tahun ke-40 mencapai 20 individu. Penurunan terjadi akibat adanya laju perpindahan individu *Corrupt* menjadi individu *Jailed* dan individu *Honest* serta terdapat kematian alami yang bukan disebabkan oleh korupsi itu sendiri. Setelah kontrol diberlakukan, jumlah populasi *Corrupt* terus mengalami penurunan. Populasi *Corrupt* setelah diberikan kontrol pada tahun keenam hingga tahun ke-40 hampir mencapai nol. Penurunan secara terus menerus ini disebabkan karena adanya penerapan kontrol berupa pemberian hukuman dan perbaikan sistem pada populasi *Corrupt*. Hal ini menunjukkan bahwa adanya selisih sehingga kontrol yang diterapkan dapat meminimumkan populasi *Corrupt*.



Gambar 4.4. Populasi *Jailed* dengan dan tanpa kontrol

Gambar (4.4) menunjukkan hasil simulasi numerik populasi *Jailed* dengan dan tanpa kontrol. Berdasarkan hasil simulasi, populasi *Jailed* sebelum diberikan kontrol dengan kondisi awal populasi yaitu $J(0) = 428$ mengalami peningkatan secara terus menerus hingga tahun ke-40 dengan jumlah populasi akhir sebesar 2018. Peningkatan ini disebabkan adanya perpindahan laju individu *Corrupt* menjadi individu *Jailed*. Sedangkan setelah diberikan kontrol, jumlah populasi *Jailed* mengalami peningkatan dari tahun pertama kemudian stabil di tahun ketujuh hingga akhir periode dengan jumlah populasi sebesar 675. Dari uraian tersebut, menunjukkan bahwa ada perbedaan yang sangat besar sehingga penggunaan kontrol dapat meminimumkan populasi *Jailed*.

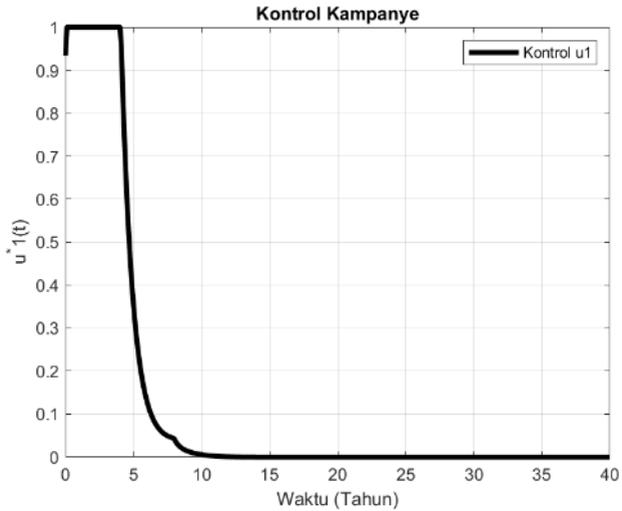


Gambar 4.5. Populasi *Honest* dengan dan tanpa kontrol

Gambar (4.5) menunjukkan hasil simulasi numerik populasi *Honest* dengan dan tanpa kontrol. Berdasarkan hasil simulasi, populasi *Honest* tanpa kontrol dengan kondisi awal populasi yaitu $O(0) = 130000$ pada awalnya mengalami penurunan hingga tahun ke-16 kemudian kembali mengalami peningkatan secara terus menerus hingga tahun ke-40 dengan jumlah populasi akhir sebesar 138883. Setelah diberikan kontrol, populasi *Honest* mengalami peningkatan hingga tahun kesembilan kemudian berangsur-angsur menurun hingga tahun ke-34 dengan populasi sebesar 167503 dan dilanjutkan dengan peningkatan hingga tahun ke-40 dengan jumlah populasi akhir sebesar 169615. Perubahan yang tidak stabil ini menunjukkan bahwa ada beberapa faktor yang berpengaruh. Peningkatan terjadi karena terdapat laju perpindahan individu *Susceptible*, *Corrupt*, dan *Jailed* menjadi

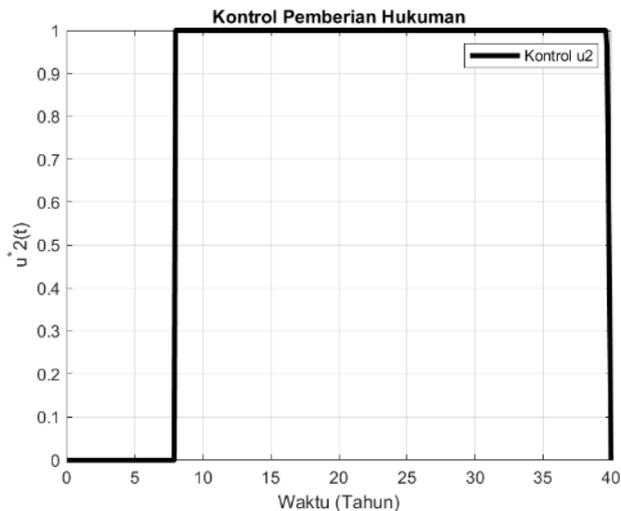
individu *Honest*. Penurunan terjadi akibat adanya laju perpindahan individu *Honest* yang kembali menjadi individu *Susceptible* serta kematian alami yang bukan disebabkan oleh korupsi itu sendiri.

Berikut merupakan gambar grafik hasil simulasi numerik untuk kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem.



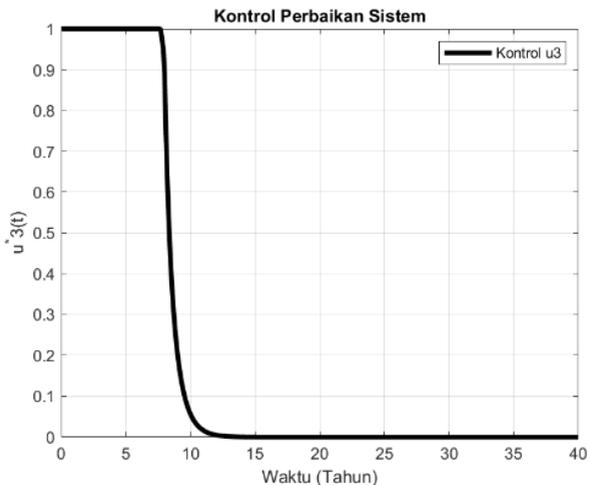
Gambar 4.6. Efektivitas Kontrol Kampanye (u_1)

Pada Gambar (4.6) terlihat bahwa nilai efektivitas kontrol kampanye pada awal periode yaitu hanya sebesar 0.934 kemudian mengalami kenaikan mencapai nilai efektivitas maksimum sebesar 1 hingga tahun keempat. Kemudian nilai efektivitas kontrol kampanye berangsur-angsur menurun hingga tahun ke-40 mencapai nol yang artinya tidak lagi ada kontrol kampanye yang diberikan.



Gambar 4.7. Efektivitas Kontrol Pemberian Hukuman (u_2)

Pada Gambar (4.7) terlihat bahwa nilai efektivitas kontrol pemberian hukuman bernilai 0 dari tahun pertama hingga tahun kedelapan yang artinya kontrol tersebut tidak bekerja secara efektif untuk membantu mengurangi pertumbuhan korupsi. Namun, setelah itu mengalami kenaikan pesat hingga mencapai nilai efektivitas maksimum yaitu 1 dan konstan hingga periode terakhir kemudian berhenti.



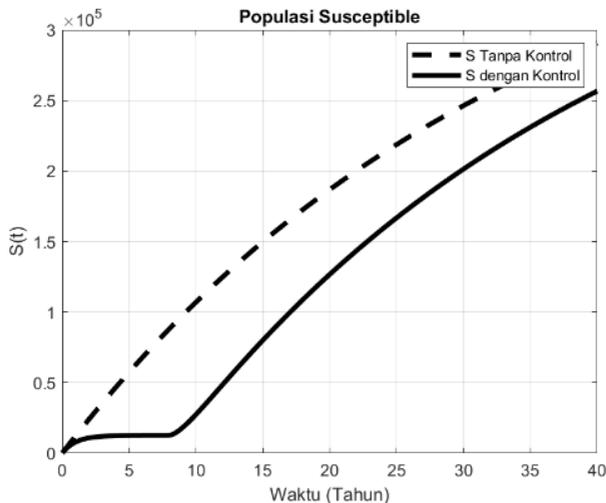
Gambar 4.8. Efektivitas Kontrol Perbaikan Sistem (u_3)

Pada Gambar (4.8) terlihat bahwa nilai efektivitas maksimum pemberian kontrol berupa perbaikan sistem mencapai nilai maksimum yaitu 1 dari tahun pertama hingga mendekati tahun kedelapan. Namun, setelah itu berangsur-angsur mengalami penurunan hingga tahun ke-40 mencapai nilai minimum yaitu 0 yang artinya tidak ada lagi pemberian kontrol berupa perbaikan sistem.

Berdasarkan simulasi I, penerapan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem dapat mempengaruhi penyebaran korupsi. Penerapan kontrol mampu secara efektif mengurangi jumlah populasi *Susceptible*, populasi *Corrupt*, populasi *Jailed* serta meningkatkan jumlah populasi *Honest*.

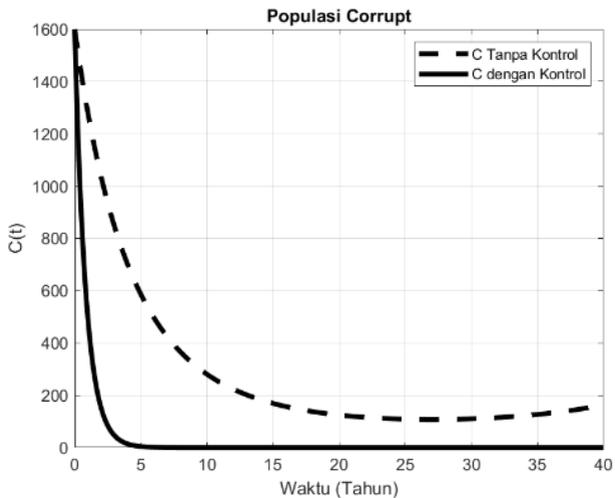
4.3.2 Simulasi II

Pada simulasi ini menggunakan nilai parameter $\beta = 0.1$ dan $\theta = 0.2$ dengan nilai awal dan parameter lainnya sama dengan Simulasi I. Berikut merupakan hasil dari Simulasi II.



Gambar 4.9. Populasi *Susceptible* dengan dan tanpa kontrol

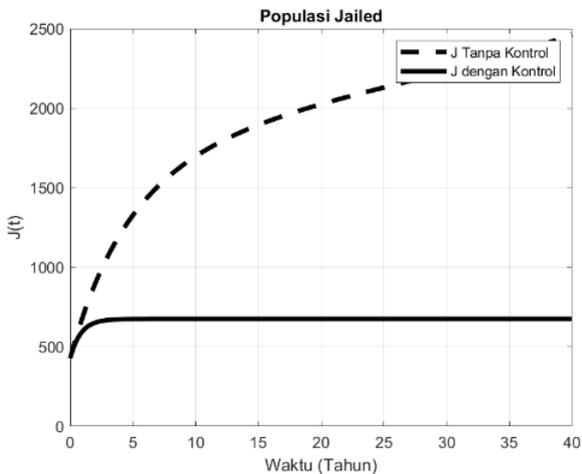
Gambar (4.9) menunjukkan hasil simulasi numerik populasi *Susceptible* dengan dan tanpa kontrol. Ketika tanpa adanya suatu kontrol, populasi *Susceptible* mengalami peningkatan yang signifikan hingga tahun terakhir dengan jumlah populasi sebesar 290751. Peningkatan populasi terjadi akibat tidak adanya suatu variabel kontrol sehingga menyebabkan pertumbuhan populasi *Susceptible* meningkat. Ketika dengan adanya kontrol, populasi *Susceptible* juga mengalami peningkatan hingga tahun terakhir dengan jumlah populasi akhir sebesar 256634.



Gambar 4.10. Simulasi Populasi *Corrupt* dengan dan tanpa kontrol

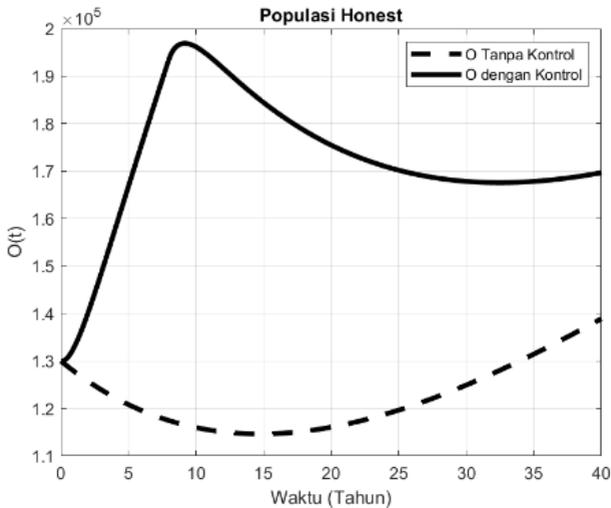
Gambar (4.10) menunjukkan hasil simulasi populasi *Corrupt* sebelum dan sesudah diberikan kontrol. Ketika tanpa dikenai sebuah kontrol, mulai tahun pertama hingga tahun ke-26 mengalami penurunan kemudian meningkat hingga tahun ke-40 dengan total populasi sebesar 162. Penurunan pada tahun awal dapat disebabkan karena adanya perpindahan laju individu korupsi menjadi individu rentan dan kematian alami populasi *Corrupt* yang bukan disebabkan oleh korupsi itu sendiri. Perpindahan individu rentan menjadi individu korupsi menyebabkan peningkatan hingga tahun terakhir. Ketika dengan adanya kontrol, jumlah populasi *Corrupt* mengalami penurunan secara signifikan bahkan pada tahun keenam hampir mencapai nol. Penurunan populasi ini disebabkan adanya kontrol pemberian hukuman dan perbaikan sistem. Dari uraian tersebut, jelas terlihat selisih yang sangat besar sehingga kontrol yang diberikan dapat

dengan baik meminimumkan populasi *Corrupt*.



Gambar 4.11. Populasi *Jailed* dengan dan tanpa kontrol

Gambar (4.11) menunjukkan hasil simulasi populasi *Jailed* dengan dan tanpa kontrol. Ketika tanpa adanya kontrol, mulai tahun pertama hingga tahun ke-40 populasi *Jailed* terus mengalami peningkatan dengan total populasi akhir sebesar 2465. Ketika dengan adanya kontrol, populasi *Jailed* mengalami peningkatan hingga minggu keenam dengan total populasi sebesar 674 kemudian stabil hingga periode terakhir dengan jumlah populasi sebesar 675. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat selisih angka yang sangat besar sehingga kontrol bekerja dengan baik dalam meminimumkan populasi *Jailed*.

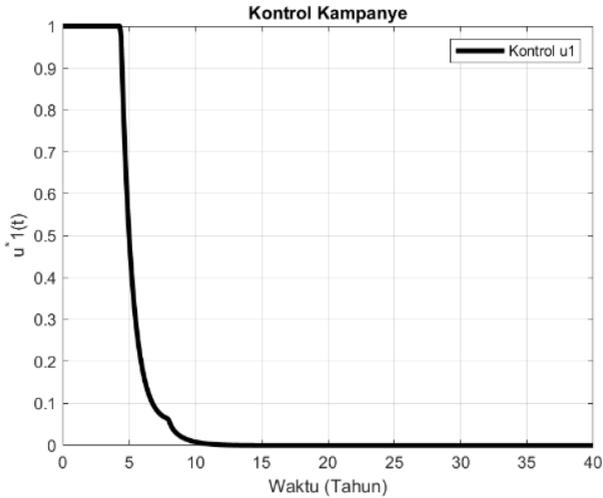


Gambar 4.12. Populasi *Honest* dengan dan tanpa kontrol

Gambar (4.12) menunjukkan simulasi numerik populasi *Honest* sebelum dan sesudah dikenai kontrol. Ketika sebelum diberikan kontrol, populasi mengalami penurunan hingga tahun ke-15 dilanjut dengan peningkatan hingga tahun ke-40 dengan total populasi akhir sebesar 138913. Ketika sesudah diberikan kontrol, populasi *Honest* mengalami peningkatan hingga tahun kesembilan kemudian mengalami penurunan dan kembali meningkat hingga tahun ke-40 dengan jumlah populasi sebesar 169676 melebihi jumlah populasi *Honest* sebelum diberikan kontrol. Dari uraian tersebut, menunjukkan bahwa terdapat selisih jumlah antara populasi *Honest* sebelum dan sesudah dikenai kontrol.

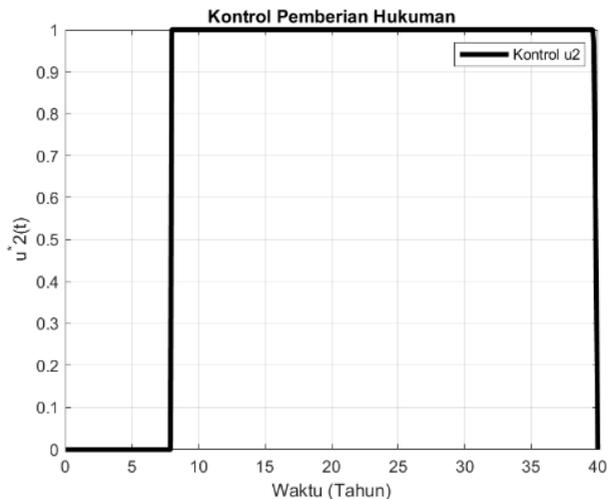
Untuk hasil simulasi numerik dari kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem adalah sebagai

berikut.



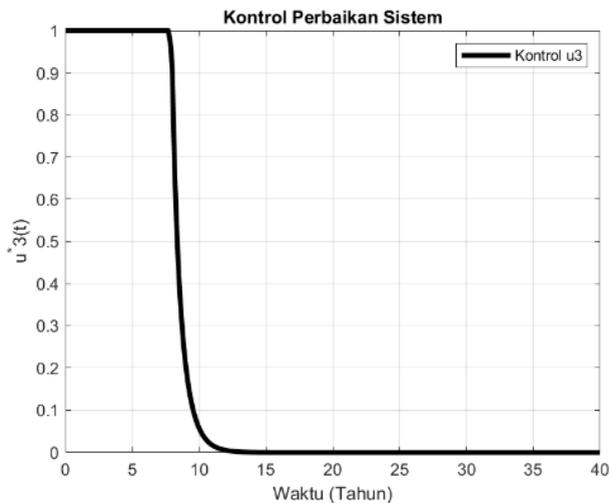
Gambar 4.13. Efektivitas Kontrol Kampanye (u_1)

Berdasarkan grafik simulasi pada Gambar (4.13) dapat disimpulkan bahwa besarnya nilai efektivitas pada pemberian kontrol kampanye mencapai nilai maksimum sebesar 1 dari tahun pertama hingga tahun keempat, kemudian nilai efektivitas pemberian kontrol kampanye berangsur-angsur menurun hingga tahun ke-40 yaitu mencapai nol sehingga tidak ada lagi kontrol kampanye yang diberikan.



Gambar 4.14. Efektivitas Kontrol Pemberian Hukuman (u_2)

Berdasarkan grafik simulasi pada Gambar (4.14) dapat disimpulkan bahwa pada tahun pertama hingga tahun kedelapan nilai efektivitas pada pemberian kontrol pemberian hukuman bernilai 0 yang artinya pada minggu-minggu tersebut kontrol pemberian hukuman tidak bekerja secara efektif untuk mengendalikan pertumbuhan korupsi. Namun, setelah itu mengalami kenaikan hingga mencapai nilai maksimum sebesar 1 dan konstan dari tahun kedelapan hingga tahun ke-40 kemudian berhenti.



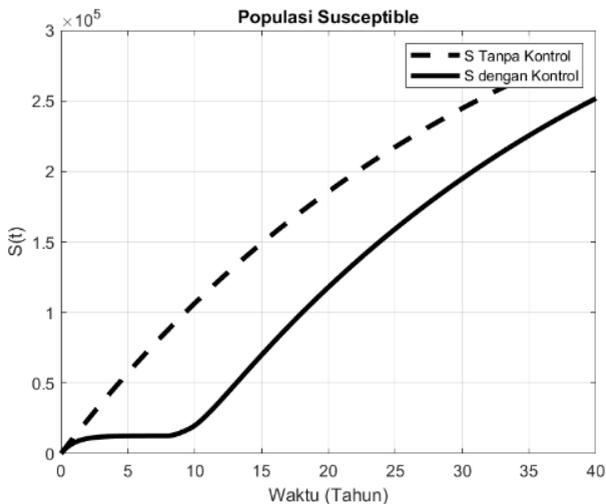
Gambar 4.15. Efektivitas Kontrol Perbaikan Sistem (u_3)

Berdasarkan grafik simulasi pada Gambar (4.15) dapat disimpulkan bahwa nilai efektivitas terhadap pemberian kontrol berupa perbaikan sistem mencapai nilai maksimum sebesar 1 dari tahun pertama hingga tahun kedelapan, kemudian berangsur-angsur menurun hingga tahun terakhir mencapai nol sehingga tidak ada lagi kontrol perbaikan sistem yang diberikan.

Berdasarkan simulasi II, penerapan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem bekerja secara efektif mempengaruhi dinamika penyebaran korupsi. Kontrol-kontrol tersebut mengakibatkan penurunan jumlah pada populasi *Susceptible*, populasi *Corrupt*, populasi *Jailed* serta juga mengakibatkan penambahan jumlah pada populasi *Honest*.

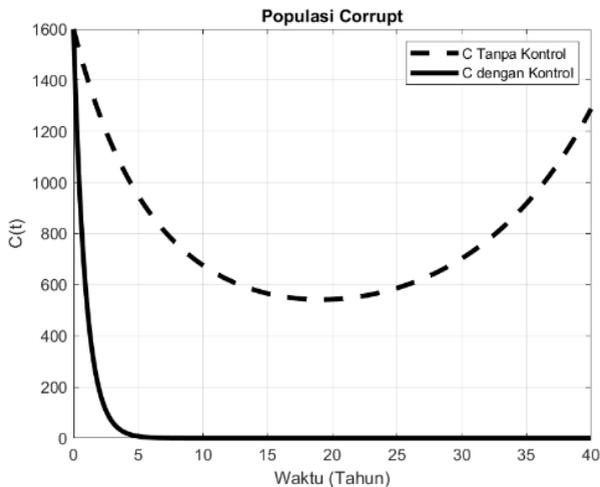
4.3.3 Simulasi III

Pada simulasi ini menggunakan nilai parameter $\beta = 0.07$ dan $\theta = 0.095$ dengan nilai awal dan parameter lainnya sama dengan Simulasi I. Berikut merupakan hasil dari Simulasi III.



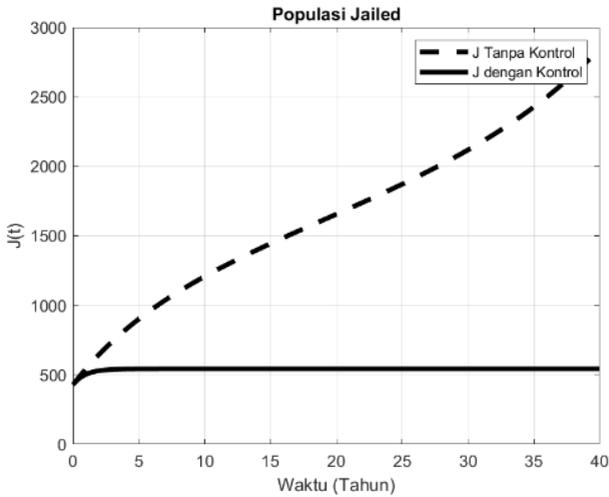
Gambar 4.16. Populasi *Susceptible* dengan dan tanpa kontrol

Berdasarkan Gambar (4.16) diketahui bahwa jumlah populasi *Susceptible* tanpa kontrol mengalami kenaikan yang signifikan hingga tahun ke-40 dengan total populasi sebesar 288396. Namun, jika diberlakukan kontrol, jumlah populasi *Susceptible* juga tetap mengalami kenaikan yang hingga tahun ke-40 namun tidak melebihi jumlah populasi *Susceptible* sebelum diberikan kontrol yaitu sebesar 251790. Hal ini disebabkan karena adanya pemberian kontrol yaitu kampanye dan perbaikan sistem yang dapat berpengaruh terhadap jumlah populasi *Susceptible*.



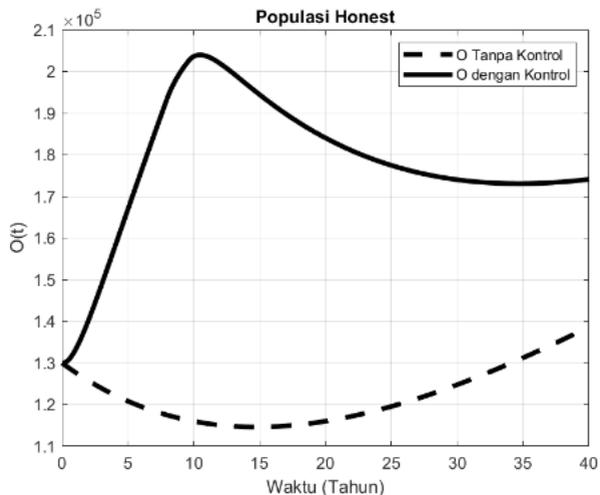
Gambar 4.17. Populasi *Corrupt* dengan dan tanpa kontrol

Berdasarkan Gambar (4.17) diketahui bahwa jumlah populasi *Corrupt* tanpa kontrol mengalami penurunan dari tahun pertama hingga tahun ke-20 kemudian meningkat hingga tahun terakhir yaitu tahun ke-40 dengan total populasi sebesar 1288. Setelah diberikan kontrol, populasi *Corrupt* beransur-angsur menurun bahkan pada tahun ketujuh hampir mencapai nol. Hal ini disebabkan karena adanya pemberian kontrol pada populasi *Corrupt* berupa kontrol pemberian hukuman. Dari uraian tersebut menunjukkan bahwa terdapat selisih yang sangat besar sehingga kontrol yang diberikan bekerja dengan baik meminimumkan populasi *Corrupt*.



Gambar 4.18. Populasi *Jailed* dengan dan tanpa kontrol

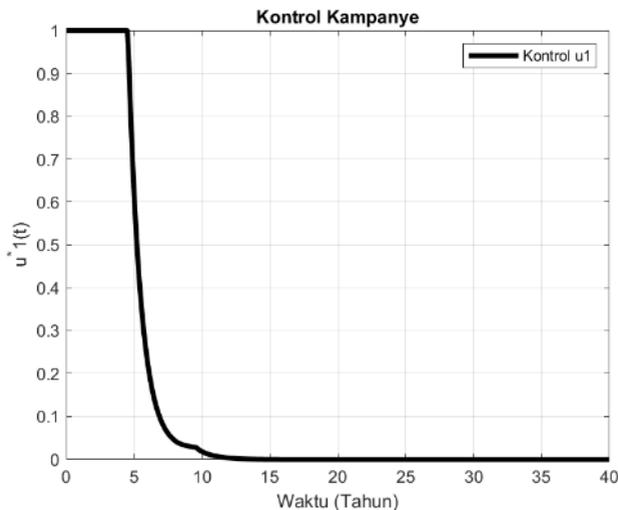
Berdasarkan Gambar (4.18) tampak bahwa jumlah populasi *Jailed* tanpa kontrol naik signifikan dari tahun pertama hingga tahun ke-40 di angka 2837. Peningkatan ini terjadi akibat adanya laju perpindahan populasi *Corrupt* menjadi populasi *Jailed*. Setelah diberikan kontrol, populasi meningkat hanya dari tahun pertama hingga tahun kesepuluh kemudian stabil hingga akhir periode diangka 543. Hal ini menunjukkan selisih yang sangat besar sehingga kontrol dapat bekerja baik untuk meminimumkan populasi *Jailed*.



Gambar 4.19. Populasi *Honest* dengan dan tanpa kontrol

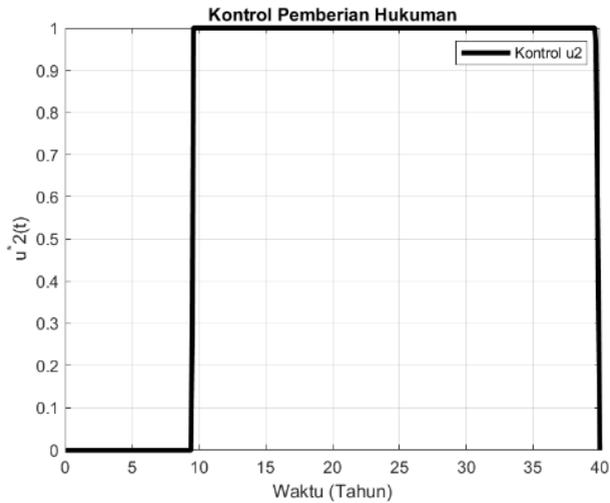
Gambar (4.19) menunjukkan bahwa akibat tidak adanya kontrol, populasi *Honest* mengalami penurunan hingga tahun ke-15 kemudian naik secara signifikan hingga akhir periode dengan jumlah populasi akhir sebesar 138631. Sedangkan jika diberikan kontrol, jumlah populasi mengalami peningkatan hingga tahun ke-11 kemudian turun namun kembali mengalami peningkatan pada tahun ke-35 hingga periode akhir dengan total populasi yaitu 174108. Peningkatan populasi *Honest* setelah diberikan kontrol disebabkan karena adanya laju perpindahan populasi *Susceptible*, *Jailed*, dan *Corrupt* yang berpindah ke populasi *Honest*.

Berikut merupakan gambar grafik hasil simulasi numerik untuk kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem.



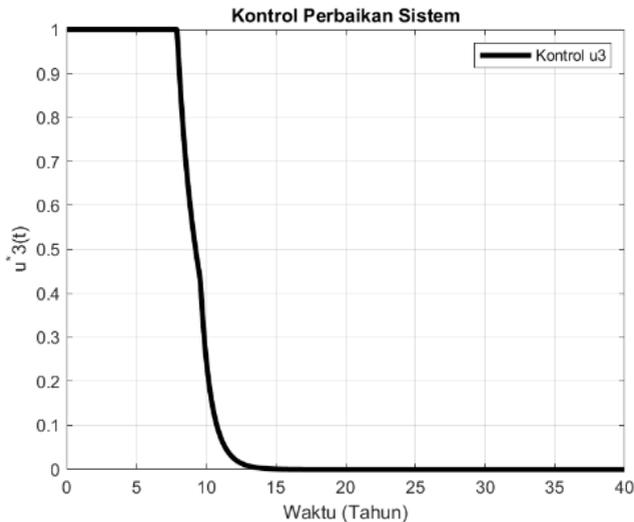
Gambar 4.20. Efektivitas Kontrol Kampanye (u_1)

Gambar (4.20) merupakan hasil simulasi numerik dari kontrol kampanye. Berdasarkan hasil simulasi tersebut, nilai efektivitas pada pemberian kontrol berupa kampanye mencapai nilai maksimum sebesar 1 dari tahun pertama pemberian kontrol hingga mendekati tahun kelima, kemudian nilai efektivitas pemberian kontrol kampanye berangsur-angsur menurun mencapai nol hingga tahun ke-40 sehingga tidak ada lagi kontrol kampanye yang diberikan.



Gambar 4.21. Efektivitas Kontrol Pemberian Hukuman (u_2)

Gambar (4.21) merupakan hasil simulasi numerik dari kontrol pemberian hukuman. Berdasarkan hasil tersebut, pada awal tahun hingga mendekati tahun kesepuluh nilai efektivitas kontrol pemberian hukuman bernilai 0 yang artinya pada tahun tersebut kontrol tidak bekerja secara efektif untuk mengurangi pertumbuhan korupsi. Namun, setelah itu mengalami kenaikan hingga mencapai nilai maksimum sebesar 1 dan konstan hingga tahun terakhir kemudian berhenti.



Gambar 4.22. Efektivitas Kontrol Perbaikan Sistem (u_3)

Gambar (4.22) merupakan hasil simulasi numerik kontrol perbaikan sistem. Berdasarkan simulasi tersebut, nilai efektivitas pada pemberian kontrol berupa perbaikan sistem mencapai nilai maksimum sebesar 1 dari tahun pertama hingga tahun kedelapan kemudian berangsur-angsur menurun hingga tahun ke-40 mencapai nol yang artinya tidak ada kontrol perbaikan sistem yang diberikan.

Berdasarkan hasil dari simulasi III, penerapan kontrol kampanye, pemberian hukuman, dan perbaikan sistem efektif untuk mengurangi jumlah populasi *Susceptible*, populasi *Corrupt*, populasi *Jailed* serta meningkatkan jumlah populasi *Honest*.

4.3.4 Kesimpulan Ketiga Simulasi

Berdasarkan simulasi-simulasi yang telah dilakukan dengan mengganti nilai parameter β dan θ diketahui bahwa ketiga simulasi bekerja secara efektif dapat menurunkan jumlah populasi *Susceptible*, populasi *Corrupt*, populasi *Jailed* serta meningkatkan jumlah populasi *Honest*. Hal ini menunjukkan bahwa kontrol bekerja dengan baik sesuai dengan fungsi tujuan yaitu meminimumkan populasi *Corrupt* dan populasi *Jailed*

BAB 5

Penutup

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang sudah dipaparkan maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Model matematika korupsi dengan penerapan kontrol berupa kampanye (u_1), pemberian hukuman (u_2), dan perbaikan sistem (u_3) diperoleh sebagai berikut.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dS}{dt} = \Lambda - (1 - u_1) \frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha)S + \gamma(1 - \alpha)J + \omega O \\ \quad - \rho u_3 S, \\ \frac{dC}{dt} = (1 - u_1) \frac{\beta CS}{\theta + C} - (\mu + \alpha + \delta)C - u_2 C - \rho u_3 C, \\ \frac{dJ}{dt} = \delta C - (\mu + \alpha \gamma)J + u_2 C, \\ \frac{dO}{dt} = \alpha(S + C + \gamma J) - (\mu + \omega)O + \rho u_3 S + \rho u_3 C. \end{array} \right.$$

2. Bentuk sistem yang optimal dengan penyelesaian menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin adalah sebagai berikut.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = \Lambda - (1 - u_1^*) \frac{\beta C^* S^*}{\theta + C^*} - (\mu + \alpha) S^* + \gamma(1 - \alpha) J^* + \omega O^* \\
 \quad - \rho u_3^* S^* \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = (1 - u_1^*) \frac{\beta C^* S^*}{\theta + C^*} - (\mu + \alpha + \delta) C^* - u_2^* C^* - \rho u_3^* C^* \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} = \delta C^* - (\mu + \alpha \gamma) J^* + u_2^* C^* \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} = \alpha(S^* + C^* + \gamma J^*) - (\mu + \omega) O^* + \rho u_3^* S^* + \rho u_3^* C^* \\
 \frac{d\lambda_1}{dt} = (\lambda_1 - \lambda_2)(1 - u_1^*) \frac{\beta C^*}{\theta + C^*} + \lambda_1(\mu + \alpha + \rho u_3^*) - \lambda_4(\alpha + \rho u_3^*) \\
 \frac{d\lambda_2}{dt} = -1 + (\lambda_1 - \lambda_2)(1 - u_1^*) \frac{\beta S^* \theta}{(\theta + C^*)^2} + \lambda_2(\mu + \alpha + \delta + u_2^* \\
 \quad + \rho u_3^*) - \lambda_3(\delta + u_2^*) - \lambda_4(\alpha + u_3^*) \\
 \frac{d\lambda_3}{dt} = \lambda_3(\mu + \alpha \gamma) - \gamma(1 - \alpha)\lambda_1 - \lambda_4(\alpha \gamma) - 1 \\
 \frac{d\lambda_4}{dt} = (\mu + \omega)\lambda_4 - \lambda_1 \omega \\
 u_1^* = \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{\beta C^* S^* (\lambda_1 + \lambda_2)}{(\theta + C^*) A_1} \right) \right\} \\
 u_2^* = \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_3) C^*}{A_2} \right) \right\} \\
 u_3^* = \min \left\{ 1, \max \left(0, \frac{(\lambda_1 - \lambda_4)(\rho S^*) + (\lambda_2 - \lambda_4)(\rho C^*)}{A_3} \right) \right\}
 \end{array} \right.$$

3. Hasil simulasi numerik dengan metode Sweep Maju Mundur menunjukkan kesesuaian dengan fungsi tujuan yang telah ditetapkan. Konsistensi yang terlihat dalam hasil simulasi tersebut memberikan indikasi bahwa kontrol yang diterapkan berhasil secara efektif dalam mengurangi jumlah populasi *Corrupt* atau populasi yang terlibat dalam perilaku korupsi serta populasi *Jailed* atau populasi yang di penjara.

5.2 Saran

Pada penelitian selanjutnya dapat disimulasikan menggunakan data-data riil yang sebelumnya diubah terlebih dahulu menjadi sebuah parameter sehingga hasilnya akan lebih efektif untuk menurunkan pertumbuhan korupsi di kehidupan nyata.

DAFTAR PUSTAKA

- Akmal, D. U., & Madda, S. M. 2021. Memaknai Hukuman Mati Bagi Koruptor Berdasarkan Filsafat Hukum. *Supremasi Hukum*. 17(02), 40-47.
- Alemneh, H. T. 2020. Mathematical modeling, analysis, and optimal control of corruption dynamics. *Journal of Applied Mathematics*. 1-13.
- Anggusti, M., & Utomo, U. 2018. ANALISIS HUKUM TERHADAP TINDAK PIDANA KORUPSI DENGAN PENYALAGUNAAN JABATAN DALAM BENTUK PENYUAPAN AKTIF (Studi Putusan Nomor: 195/PID. SUS/TPK/2017/PN SBY). *Jurnal Hukum PATIK*. 7(2), 75-88.
- Anjari, W. 2020. Penerapan Pidana Mati Terhadap Terpidana Kasus Korupsi. *Masalah-Masalah Hukum*. 49(4), 432-442.
- Aprianti, M. N. 2016. Corruption in the Study of Pancasila Studies. *Jurnal Scientia Indonesia*. 2(2): 141-162.
- Aswan. 2018. *Pembatasan Dinamika Merokok dengan Menggunakan Pendekatan Model Matematika*. Skripsi. Makassar: FST UIN Alauddin Makassar.
- Athithan, S., Ghosh, M., & Li, X. Z. (2018). Mathematical modeling and optimal control of corruption dynamics. *Asian-European Journal of Mathematics*. 11(06), 1850090.
- Bauhr, M. & Nasiritousi, N. 2011. Why pay bribes? Collective action and anti corruption efforts. Diunduh di

- <https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/38998/> tanggal 19 September 2023.
- Beniwal, A. 2012. Corruption: A Social Disease. *The Indian Journal of Political Science*. 85-96.
- Boyce, W. E., & Diprima, R.C. 2001. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problem*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Dwiputrianti, S. 2009. Memahami Strategi Pemberantasan Korupsi di Indonesia. *Jurnal Ilmu Administrasi: Media Pengembangan Ilmu Dan Praktek Administrasi*. 6(3): 01-01.
- Fantaye, A. K., & Birhanu, Z. K. 2022. Mathematical model and analysis of corruption dynamics with optimal control. *Journal of Applied Mathematics*. 2022: 1-16.
- Hartanto, H. 2017. Korupsi Perbuatan Tak Bermoral Menjatuhkan Wibawa Bangsa dan Merampas Kesejahteraan Rakyat. Diunduh di <https://publikasiilmiah.ums.ac.id> tanggal 13 Februari 2023.
- Spora, T. 2015. *Kapita selekta dan beban biaya sosial korupsi*. Jakarta: Direktorat Pendidikan dan Pelayanan Masyarakat.
- Lemecha, L., & Feyissa, S. 2008. Mathematical Modeling and Analysis Corruption Dynamics. *Ethiopian Journal of Science and Sustainable Development (EJSSD)*. 5(2): 13-27.
- Labolo, M. 2017. Menutup Celah Korupsi Pemerintahan Daerah. *Jurnal Ilmu Pemerintahan Widya Praja*. 43(2): 93-110.

- Lenhart, S., & Workman, J. T. 2007. *Optimal control applied to biological models*. CRC press.
- Muallifin, M. D. A. 2015. Problematika Dan Pemberantasan Korupsi Di Indonesia. *Ahkam: Jurnal Hukum Islam*. 3(2): 311-325.
- Murtafi'ah, W., & Apriandi, D. 2018. *Persamaan Diferensial dan Aplikasinya*. Madiun: UNIPMA Press.
- Nathan, O. M., & Jakob, K. O. 2019. Stability analysis in a mathematical model of corruption in Kenya. *Asian Research Journal of Mathematics*. 15(4): 1-15.
- Ndii, M. Z. 2018. *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi dan Penyebaran Penyakit Teori, Aplikasi, dan Numerik*. Sleman: Penerbit Deepublish.
- Nursyarifah, N., Suryana, Y., & Lidinillah, D. A. M. 2016. Penggunaan pemodelan matematik untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah aritmatika sosial siswa sekolah dasar. *PEDADIDAKTIKA: Jurnal Ilmiah Pendidikan Guru Sekolah Dasar*. 3(1): 138-149.
- Olsder, G.J. 2003. *Mathematical System Theory*. Edisi 2. Netherland: Delft Uuniversity Press.
- Ouaziz, S. I., Hamou, A. A., & El Khomssi, M. 2022. Dynamics and optimal control strategies of Corruption model. *Results in Nonlinear Analysis*. 5(4): 423-451.
- Pabico, J. 2018. *Modeling corruption as a contagious disease*. Diunduh di <https://osf.io/preprints/socarxiv/23rzu> tanggal 5 November 2023.

- Putri, K. D., & Agustianto, A. 2021. Efektifitas Penerapan Hukuman Mati Bagi Para Pelaku Tindak Pidana Korupsi Di Indonesia. *Jurnal Komunitas Yustisia*. 4(3): 736-747.
- Rasyidi, M. A. 2020. Korupsi Adalah Suatu Perbuatan Tindak Pidana Yang Merugikan Negara Dan Rakyat Serta Melanggar Ajaran Agama. *Jurnal Mitra Manajemen*. 6(2).
- Rogers, E. M., & Storey J. D. 1987. *Communication Campaign*. New Burry Park: Sage.
- Rosikah, C. D., & Listianingsih, D. M. 2022. *Pendidikan antikorupsi: Kajian antikorupsi teori dan praktik*. Sinar Grafika.
- Ross, L. S. 1984. *Differential Equations Third Edition*. New York: John Wiley & Sons.
- Wahid, A., Toaha, S., & Kasbawati, K. 2023. Kontrol Optimal Model Matematika Dinamika Korupsi dengan Pemberian Edukasi dan Kampanye, Perbaikan Sistem, dan Represif. *Proximal: Jurnal Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika*. 6(1): 53-69.
- Watch, I. C. 2023. Laporan Hasil Pemantauan Tren Penindakan Korupsi Tahun 2022. Diunduh di <https://antikorupsi.org/> tanggal 28 Juni 2023.
- Widowati & Sutimin. 2007. *Buku ajar pemodelan matematika*. Semarang: Universitas Diponegoro.
- Norasia, Y., Zulaikha, Z., Tafrikan, M., Ghani, M., & Mukama, D. S. 2022. *Optimal Control of HIV-1 Spread in Combination with Nutritional Status and ARV-Treatment*. (IJCSAM)

International Journal of Computing Science and Applied Mathematics. 8(2): 66-70.

Zulaikha., & Norasia, Y. 2024. *Optimal control of Covid-19 in Jakarta and its relationship with unity of sciences*. In AIP Conference Proceedings. Vol. 3046, No. 1.

Zulaikha., Trislowati., & Fadhilah, Intan. 2017. *Kontrol optimal pada Model Epidemi SEIQR dengan Tingkat Kejadian Standar*. Prosidig SI MaNIs (Seminar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai Islami. Vol. 1: 41-51.

Lampiran 1. Listing Program Sweep Maju Mundur

% Persamaan State

```
function dy=PSJ(y,u1,u2,u3,Lambda,beta,teta,miu,alpha,gamma,
omega,rho,delta)
x(1)=Lambda-(1-u1)*((beta*y(2)*y(1))/(teta+y(2)))-(miu+alpha)*y(1)
+gamma*(1-alpha)*y(3)+omega*y(4)-rho*u3*y(1);
x(2)=(1-u1)*((beta*y(2)*y(1))/(teta+y(2)))-(miu+alpha+delta)*y(2)
-u2*y(2)-rho*u3*y(2);
x(3)=delta*y(2)-(miu+alpha*gamma)*y(2)+u2*y(2);
x(4)=alpha*(y(1)+y(2)+gamma*y(3))-(miu+omega)*y(4)+rho*u3*y(1)
+rho*u3*y(2);
dy=[x(1) x(2) x(3) x(4)];
```

% Persamaan Costate

```
function dg=PCJ(y,S,C,u1,u2,u3,beta,teta,miu,alpha,gamma,omega,
rho,delta)
p1=y(1);
p2=y(2);
p3=y(3);
p4=y(4);
x(1)=(p1-p2)*((1-u1)*((beta*C)/(teta+C)))+p1*(miu+alpha+rho*u3)
-p4*(alpha+rho*u3);
x(2)=(p1-p2)*((1-u1)*((beta*S*teta)/(teta+C)^2))+p2*(miu+alpha
+delta+u2+rho*u3)-p3*(delta*u2)-p4*(alpha+rho*u3)-1;
x(3)=p3*(miu+alpha*gamma)-gamma*(1-alpha)*p1-p4*(alpha*gamma)-1;
x(4)=(miu+omega)*p4-p1*omega;
dg=[x(1) x(2) x(3) x(4)];
```

```
clc;
clear all;
close all;

S0=100;
C0=1600;
D0=0;
H0=130000;
Lambda=12000;
beta=0.07;
delta=0.2;
teta=100000;
gamma=0.125;
miu=0.0160;
alpha=0.014;
omega=0.0021;
rho=0.95;

A1=0.1;
A2=0.3;
A3=0.5;

u1max=1;
u2max=1;
u3max=1;

h=0.1;
t=0:h:40;
Z=length(t);
```

```
u1=zeros(Z,1);
u1old=zeros(Z,1);
u2=zeros(Z,1);
u2old=zeros(Z,1);
u3=zeros(Z,1);
u3old=zeros(Z,1);
S=zeros(Z,1);
C=zeros(Z,1);
D=zeros(Z,1);
H=zeros(Z,1);
Sold=zeros(Z,1);
Cold=zeros(Z,1);
Dold=zeros(Z,1);
Hold=zeros(Z,1);
```

```
p1=zeros(Z,1);
p2=zeros(Z,1);
p3=zeros(Z,1);
p4=zeros(Z,1);
p1old=zeros(Z,1);
p2old=zeros(Z,1);
p3old=zeros(Z,1);
p4old=zeros(Z,1);
```

```
tes=1;
it=0;
while tes > 1e-3
    u1old=u1;
```

```

u2old=u2;
u3old=u3;
Sold=S; Cold=C; Dold=D; Hold=H;
p1o=p1; p2o=p2; p3o=p3; p4o=p4;
S(1)=S0; C(1)=C0; D(1)=D0; H(1)=H0;
J(it+1)=0;

for i=1:Z-1
J(it+1)=J(it+1)+h*(C(i)+D(i)+1/2*A1*u1old(i)^2+1/2*A2*u2old(i)^2
+1/2*A3*u3old(i)^2);
y=[S(i) C(i) D(i) H(i)];
%RungeKutta
k1=h*PSJ(y,u1old(i),u2old(i),u3old(i),Lambda,beta,teta,miu,alpha,
gamma,omega,rho,delta);
k2=h*PSJ(y+0.5*k1,u1old(i),u2old(i),u3old(i),Lambda,beta,teta,
miu,alpha,gamma,omega,rho,delta);
k3=h*PSJ(y+0.5*k2,u1old(i),u2old(i),u3old(i),Lambda,beta,teta,
miu,alpha,gamma,omega,rho,delta);
k4=h*PSJ(y+k3,u1old(i),u2old(i),u3old(i),Lambda,beta,teta,miu,alpha,
gamma,omega,rho,delta);
y=y+(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);

S(i+1)=y(1);
C(i+1)=y(2);
D(i+1)=y(3);
H(i+1)=y(4);
end
J(it+1)=J(it+1)+h*(C(i)+D(i)+1/2*A1*u1old(i)^2+1/2*A2*u2old(i)^2
+1/2*A3*u3old(i)^2);

```

```
%Plot populasi tanpa kontrol
```

```
if it == 0
```

```
figure(1)
```

```
plot(t,S,'k- -','LineWidth',3);
```

```
hold on;
```

```
figure(2)
```

```
plot(t,C,'k- -','LineWidth',3);
```

```
hold on;
```

```
figure(3)
```

```
plot(t,D,'k- -','LineWidth',3);
```

```
hold on;
```

```
figure(4)
```

```
plot(t,H,'k- -','LineWidth',3);
```

```
hold on;
```

```
end
```

```
p1(Z)=0; p2(Z)=0; p3(Z)=0; p4(Z)=0;
```

```
for i=1:Z-1
```

```
je=Z-i;
```

```
y=[p1(je+1) p2(je+1) p3(je+1) p4(je+1)];
```

```
k1=h*PCJ(y,S(je+1),C(je+1),u1old(je+1),u2old(je+1),u3old(je+1),  
beta,teta,miu,alpha,gamma,omega,rho,delta);
```

```
k2=h*PCJ(y+0.5*k1,S(je+1),C(je+1),u1old(je+1),u2old(je+1),  
u3old(je+1),beta,teta,miu,alpha,gamma,omega,rho,delta);
```

```
k3=h*PCJ(y+0.5*k2,S(je+1),C(je+1),u1old(je+1),u2old(je+1),  
u3old(je+1),beta,teta,miu,alpha,gamma,omega,rho,delta);
```

```
k4=h*PCJ(y+k3,S(je+1),C(je+1),u1old(je+1),u2old(je+1),
```

```
u3old(je+1),beta,teta,miu,alpha,gamma,omega,rho,delta);
```

```
y=y-(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
```

```
p1(je)=y(1);
```

```
p2(je)=y(2);
```

```
p3(je)=y(3);
```

```
p4(je)=y(4);
```

```
temp2=min([(1/A1)*((beta*C(je)*S(je)*(p1(je)+p2(je))/(teta+C(je))))  
u1max]);
```

```
u1(je)=max([temp2 0]);
```

```
temp4=min([(1/A2)*((p2(je)-p3(je)*C(je))) u2max]);
```

```
u2(je)=max([temp4 0]);
```

```
temp6=min([(1/A3)*(((p1(je)-p4(je))*(rho*S(je)))+(p2(je)  
-p4(je))*(rho*C(je)))) u3max]);
```

```
u3(je)=max([temp6 0]);
```

```
end
```

```
eS=sum(abs(S-Sold));
```

```
eC=sum(abs(C-Cold));
```

```
eD=sum(abs(D-Dold));
```

```
eH=sum(abs(H-Hold));
```

```
ep1=sum(abs(p1-p1o));
```

```
ep2=sum(abs(p2-p2o));
```

```
ep3=sum(abs(p3-p3o));
```

```
ep4=sum(abs(p4-p4o));
```

```
eu1=sum(abs(u1-u1old));
```

```
eu2=sum(abs(u2-u2old));
```

```

eu3=sum(abs(u3-u3old));
%error = sum dari error yang lama dengan yang baru
tes=eS+eC+eD+eH+ep1+ep2+ep3+ep4+eu1+eu2+eu3;
it=it+1;
u1=(0.5*u1+0.5*u1old);
u2=(0.5*u2+0.5*u2old);
u3=(0.5*u3+0.5*u3old);
end

```

```

%Plot populasi dengan kontrol
figure(1)
plot(t,S,'k-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu (Tahun)');
ylabel('S(t)');
grid on;
legend('S Tanpa Kontrol','S dengan Kontrol');
title('Populasi Susceptible');
hold on;
figure(2)
plot(t,C,'k-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu (Tahun)');
ylabel('C(t)');
grid on;
legend('C Tanpa Kontrol','C dengan Kontrol');
title('Populasi Corrupt');
hold on;
figure(3)
plot(t,D,'k-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu (Tahun)');

```

```
ylabel('J(t)');
grid on;
legend('J Tanpa Kontrol','J dengan Kontrol');
title('Populasi Jailed');
hold on;
figure(4)
plot(t,H,'k-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu (Tahun)');
ylabel('H(t)');
grid on;
legend('H Tanpa Kontrol','H dengan Kontrol');
title('Populasi Honest');
hold on;
figure(5)
plot(t,u1,'k-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu (Tahun)');
ylabel('u*1(t)');
grid on;
legend('Kontrol u1');
title('Kontrol Kampanye');
hold on;
figure(6)
plot(t,u2,'k-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu (Tahun)');
ylabel('u*2(t)');
grid on;
legend('Kontrol u2');
title('Kontrol Pemberian Hukuman');
hold on;
```

```
figure(7)
plot(t,u3,'k-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu (Tahun)');
ylabel('u*3(t)');
grid on;
legend('Kontrol u3');
title('Kontrol Perbaikan Sistem');
hold on;
```

Lampiran 2. Daftar Riwayat Hidup

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

1. Identitas Diri

Nama Lengkap : Ajeng Sekar Probowati
Tempat Tanggal Lahir : Kendal, 2 April 2002
Alamat : Tabet, RT/RW 002/001, Desa Tabet,
Kec. Limbangan, Kab. Kendal
No HP : 085727172016
Email : sekaaar2@gmail.com

2. Riwayat Pendidikan

- a. SD Negeri Tabet lulus tahun 2014
- b. SMP Negeri 1 Limbangan lulus tahun 2017
- c. SMA Negeri 1 Boja lulus tahun 2020
- d. UIN Walisongo Semarang

Kendal, 11 Mei 2024



Ajeng Sekar Probowati
NIM. 2008046029