KONTROL OPTIMAL MODEL SEARQ PADA PECANDU MEDIA SOSIAL

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Matematika
dalam Ilmu Matematika

Oleh : **AH. MUKTAFI BILLAH**
NIM : 1908046032

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
SEMARANG
2024

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	:	Ah. Muktafi Billah
NIM	:	1908046032
Jurusan/Program Studi	:	Matematika/ Matematika

menyatakan bahwa skripsi yang berjudul :

KONTROL OPTIMAL MODEL SEARQ PADA PECANDU MEDIA SOSIAL

secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri, kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 2 Mei 2024
Pembuat pernyataan,

Ah. Muktafi Billah
NIM : 1908046032

KEMENTERIAN AGAMA R.I.
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Prof. Dr. Hamka (Kampus II) Ngaliyan Semarang
Telp. 024-7601295 Fax. 7615387

PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini :

Judul : **Kontrol Optimal Model SEARQ pada Pecandu Media Sosial**
Penulis : Ah. Muktafi Billah
NIM : 1908046032
Jurusan : Matematika

Telah diujikan dalam sidang munaqasyah oleh Dewan Penguji Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu Matematika.

Semarang, 24 Juni 2024

DEWAN PENGUJI

Penguji I,
Sri Isnani S., S.Ag., M.Hum.
NIP 197703302005012001

Penguji II,
Zulaikha, M.Si.
NIP 199204092019032027

Penguji III,
Ariska Kurnia R., M.Sc.
NIP 198908112019032019

Penguji IV,
Yolanda Norasia, M.Si.
NIP 199409232019032011

Pembimbing I,
Aini Fitriyah, M.Sc.
NIP 198909292019032021

Pembimbing II,
Zulaikha, M.Si.
NIP 199204092019032027

NOTA DINAS

Semarang, 2 Mei 2024

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul	:	Kontrol Optimal Model SEARQ Pada Pecandu Media Sosial
Nama	:	Ah. Muktafi Billah
NIM	:	1908046032
Jurusan	:	Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing I,

Aini Fitriyah, M.Sc.
NIP : 19890929201903202l

NOTA DINAS

Semarang, 2 Mei 2024

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul	:	Kontrol Optimal Model SEARQ Pada Pecandu Media Sosial
Nama	:	Ah. Muktafi Billah
NIM	:	1908046032
Jurusan	:	Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing II,

Zulaikha, M.Si.
NIP : 199204092019032027

ABSTRAK

Pada skripsi ini dibahas mengenai kontrol optimal pada model SEARQ *(Susceptible, Exposed, Addicted, Recovered, Quit)* dengan menggunakan dua kontrol yaitu edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial dan upaya pengobatan pada pecandu media sosial. Tujuan kontrol optimal pada model pecandu media sosial ini adalah untuk meminimumkan jumlah subpopulasi yang terpapar dan kecanduan bermedia sosial. Masalah kontrol optimal diperoleh dengan memenuhi kondisi pada prinsip minimum pontryagin, kemudian diselesaikan secara numerik dengan menggunakan metode *sweep foward-backward*. Hasil simulasi numerik menunujukkan bahwa pemberian kontrol efektif untuk meminimumkan jumlah subpopulasi yang terpapar dan kecanduan bermedia sosial.

Kata kunci : *Pecandu Media Sosial*, *Kontrol Optimal*, *Prinsip Pontryagin*, *Sweep Forward-Backward*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirobbil'alamin, puji syukur kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, hidayah, dan inayah-Nya sehinga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi yang berjudul "Kontrol Optimal Model SEARQ pada Pecandu Media Sosial". Sholawat dan salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW.

Skripsi ini disusun guna memenuhi dan melengkapi persyaratan dalam memperoleh gelar Sarjana Pendidikan (S-1) Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang Prodi Matematika. Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari hambatan dan kesulitan, berkat bimbingan, saran, dan bantuan dari berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung, sehingga dapat terselesaikan dengan baik. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada yang terhormat:

1. Prof. Dr. Nizar, M.Ag., selaku rektor UIN Walisongo Semarang.
2. Prof. Dr. Musahadi, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang.
3. Any Muanalifah, M.Si., Ph.D. selaku Ketua Program Studi Matematika UIN Walisongo Semarang yang telah memberikan motivasi selama penulisan skripsi.
4. Aini Fitriyah, M.Si., sebagai dosen pembimbing I, dan Zulaikha, M.Si., sebagai dosen pembimbing II yang telah meluangkan waktu, tenaga, dan pikiran untuk memberikan bimbingan, arahan, serta penyusuna skripsi.

5. Agus Wayan Yulianto, M.Sc., selaku dosen wali yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasi kepada penulis selama belajar di UIN Walisongo Semarang.
6. Segenap dosen Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang yang telah membekali ilmu pengetahuan kepada penulis selama belajar di UIN Walisongo Semarang hingga akhir penulisan skripsi. Semoga ilmu yang telah diajarkan menjadi keberkahan dan kemanfaatan di dunia dan akhirat.
7. Segenap Staf Tata usaha UIN Walisongo Semarang yang telah membantu penulis selama perkuliahan dan penulisan skripsi.
8. Orang tua teristimewa, Bapak Baihaki dan Ibu Inayatus Sholihah, yang telah memberikan do'a, semangat, motivasi, kasih sayang, pengorbanan, dan ketulusannay dalam merawat, membimbing, mengarahkan, membesarkan, serta memberikan yang terbaik.
9. Teman-temanku Matematika angkatan 2019 terkhusus MM-B, Pagar Nusa Kota Semarang khususnya UKM Pagar Nusa UIN Walisongo Semarang, UKM Risalah, IKAMALA UIN Walisongo Semarang, dan Tim KKN Mandiri Inisiatif Terprogram (MIT) ke-15 posko 19.
10. Segenap pihak yang telah membantu dan memberikan semangat yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis tidak dapat memberikan balasan selain ucapan terima kasih dan do'a semoga Allah membalas amal kebaikan yang telah diberikan dengan sebaik-baiknya balasan. Semoga karya ini dapat bermanfaat bagi semua pihak. Amin.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL ..... **i**
PERNYATAAN KEASLIAN ..... **ii**
PENGESAHAN ..... **iii**
NOTA PEMBIMBING I ..... **iv**
NOTA PEMBIMBING II ..... **v**
KATA PENGANTAR ..... **viii**
DAFTAR ISI ..... **ix**
DAFTAR TABEL ..... **xi**
DAFTAR GAMBAR ..... **xii**
DAFTAR LAMPIRAN ..... **xiv**
BAB I PENDAHULUAN **1**
A. Latar Belakang Masalah 1
B. Rumusan Masalah 6
C. Tujuan Penelitian 6
D. Manfaat Penelitian 6
BAB II Landasan Teori **8**
A. Persamaan Diferensial 8
1. Persamaan Diferensial Linier 9
2. Sistem Persamaan Diferensial Non-Linier 9
B. Kecanduan 10
C. Media Sosial 12
D. Pemodelan Matematika 14
1. Model Matematika SI 15
2. Model Matematika SIR 16
3. Model Matematika SEIR 18
4. Model Matematika SEARQ 20
E. Teori Kontrol Optimal 28
1. Syarat Perlu Kontrol Optimal 29
2. Formulasi Masalah Kontrol Optimal 30
3. Analisis Kontrol Optimal 30
F. Simulasi Numerik 35

G. Kajian Penelitian Terdahulu 37
BAB III Metode Penelitian 41
A. Kajian Literatur 42
B. Kontruksi Model 42
C. Penentuan Kondisi Optimal dan Nilai Parameter Kontrol Optimal 43
D. Simulasi Numerik 43
E. Hasil dan Pembahasan 43
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN 44
A. Formulasi Model Kontrol Optimal Pecandu Media Sosial . 44
B. Analisis Kontrol Optimal 51
1. Kondisi Stasioner 53
2. Persamaan *State* 55
3. Persamaan *Costate* 57
4. Sistem Optimal 60
C. Simulasi Numerik 62
1. Hasil Simulasi Pecanduan Media Sosial setelah terkena kontrol 65
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN 88
A. Kesimpulan 88
B. Saran 89
DAFTAR PUSTAKA 90
Lampiran-lampiran 94

DAFTAR TABEL

Tabel	Judul	Halaman
Tabel 2.1	Definisi Variabel Model	24
Tabel 2.2	Definisi Parameter Model	28
Tabel 2.3	Persamaan dan Perbedaan pada Kajian Terdahulu	38
Tabel 4.1	Definisi Variabel Model	47
Tabel 4.2	Definisi Parameter Model	48
Tabel 4.3	Nilai Awal yang Digunakan Dalam Simulasi Numerik (Alemneh dkk. 2021)	64
Tabel 4.4	Parameter yang Digunakan Dalam Simulasi Numerik	64

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Judul	Halaman
Gambar 2.1	Diagram Kompartemen Model SIR (Brauer&Chavez. 2012)	17
Gambar 2.2	Diagram Kompartemen Model SIRS (Greenhalgh, D., Das, R., 1995)	18
Gambar 2.3	Diagram Kompartemen SEIR(Keeling, M. J., Rohani, P., 2008)	19
Gambar 2.4	Diagram Kompartemen Dinamika Pecandu Media Sosial Sebelum Diberi Kontrol (Alemneh dkk. 2021)	22
Gambar 2.5	Analisis Kontrol Optimal	33
Gambar 3.1	Peta Konsep Metode Penelitian	41
Gambar 4.1	Diagram Kompartemen Pecandu Media Sosial Setelah diberi Kontrol	45
Gambar 4.2	Simulasi Populasi *Susceptible* Tanpa dan dengan Kontrol	66
Gambar 4.3	Simulasi Populasi *Exposed* Tanpa dan dengan Kontrol	67
Gambar 4.4	Simulasi Populasi *Addicted* Tanpa dan dengan Kontrol	68
Gambar 4.5	Simulasi Populasi *Recovered* Tanpa dan dengan Kontrol	69
Gambar 4.6	Simulasi Populasi *Quit* Tanpa dan dengan kontrol	70

Gambar 4.7 Kontrol u_1^* dan u_2^* pada Simulasi Numerik Model Pecandu media sosial 71
Gambar 4.8 Simulasi Populasi *Susceptible* Tanpa dan dengan Kontrol 73
Gambar 4.9 Simulasi Populasi *Exposed* Tanpa dan dengan Kontrol 74
Gambar 4.10 Simulasi Populasi *Addicted* Tanpa dan dengan Kontrol 75
Gambar 4.11 Simulasi Populasi *Recovered* Tanpa dan dengan Kontrol 76
Gambar 4.12 Simulasi Populasi *Quit* Tanpa dan dengan kontrol 77
Gambar 4.13 Kontrol u_1^* dan u_2^* pada Simulasi Numerik Model Pecandu media sosial 78
Gambar 4.14 Simulasi Populasi *Susceptible* Tanpa dan dengan Kontrol 80
Gambar 4.15 Simulasi Populasi *Exposed* Tanpa dan dengan kontrol 81
Gambar 4.16 Simulasi Populasi *Addicted* Tanpa dan dengan Kontrol 82
Gambar 4.17 Simulasi Populasi *Recovered* Tanpa dan dengan Kontrol 83
Gambar 4.18 Simulasi Populasi *Quit* Tanpa dan dengan Kontrol 84
Gambar 4.19 Kontrol u_1^* dan u_2^* pada Simulasi Numerik Model Pecandu media sosial 85

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

Lampiran 1	Program MATLAB2013a Model Pecandu Media Sosial	94
Lampiran 2	Riwayat Hidup	104

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Teknologi komunikasi dan informasi yang terus berkembang menyebabkan media sosial juga menjadi maju dan berkembang. Jumlah pengguna media sosial juga selalu meningkat dari tahun ke tahun. Di Indonesia sendiri, jumlah individu yang merupakan pengguna aktif media soial sudah mencapai 191 juta pengguna pada januari 2022, sedangkan pada tahun 2021, jumlah pengguna aktif hanya 170 juta pengguna. Lebih dari setengah dari jumlah penduduk indonesia telah menjadi pengguna aktif media sosial (Mahdi, 2022).

Media sosial merupakan sekumpulan aplikasi berbasis internet, beralaskan pada ideologi dan teknologi Web 2.0 sehingga memungkinkan penciptaan dan pertukaran konten oleh penggunanya (Kaplan & Haenlein, 2010). Sebagai salah satu media komunikasi, media sosial tidak hanya dimanfaatkan sebagai mencari informasi dan inspirasi, tapi juga dimanfaatkan sebagai tempat untuk mengungkapkan ekspresi diri, pencitraan diri, dan sebagai tempat keluh kesah bahkan ajang curhat para penggunanya (Sufi, 2017). Rata-rata waktu yang dihabiskan setiap individu dalam menggunakan media sosial yang semakin meningkat tiap tahunnya yang dapat dilihat dari bertambahnya pengguna media sosial. Contohnya Facebook yang memiliki satu milyar pengguna di seluruh dunia, jumlah fantastis yang melebihi jumlah warga di suatu negara (Fahmi, 2017).

Kecanduan media sosial merupakan sebuah istilah untuk menyebut seseorang yang terlalu menghabiskan waktunya dengan bermain media sosial seperti Instagram, Twitter, Facebook, YouTube atau bentuk media sosial lainnya (Hou dkk, 2019). Sebagai salah satu dampak negatif dari media sosial, kecanduan terhadap media sosial juga sering mengakibatkan penggunanya malas untuk berkomunikasi di dunia nyata sehingga menjadikan penggunanya sulit untuk bersosial di masyarakat. Manusia tidak perlu lagi saling bertemu secara langsung untuk berkomunikasi, sehingga dapat menyebabkan terbentuknya pola hidup masyarakat yang tertutup. Masalah tersebut akan semakin sulit diatasi ketika manusia sudah sangat bergantung kepada media sosial media sosial terlebih kehidupan pasca pandemi yang sudah membiasakan manusia untuk melakukan sesuatu dengan menggunakan jejaring media sosial, seperti contoh dalam kegiatan belajar mengajar yang diterapkan lembaga pendidikan di indonesia selama pandemi. Sehingga pasca pandemi pun banyak orang yang sudah terbiasa dengan melakukan apapun dengan virtual.

Kecanduan media sosial juga merupakan masalah yang mulai berkembang pada abad ke 21 (Ali dkk, 2019). Akibatnya, menyebabkan masalah serius di rumah, sekolah, pekerjaan, dan bahkan masyarakat luas. Masalah ini harus segera dikurangi sampai memiliki efek yang lebih serius dari apa yang kita lihat sekarang. Cara terbaik untuk melakukannya adalah dengan mempertimbangkan konsekuensi dari kecanduan media sosial. Seperti halnya pada penyakit dan masalah lainnya, ada perawatan dan pendekatan untuk pecandu media sosial. Iklan dan edukasi

tentang efek negatif dari kecanduan bermedia sosial diambil sebagai teknik kontrol (Alemneh dkk, 2021).

Kontrol optimal dalam kondisi ini memiliki tujuan untuk meminimumkan populasi yang kecanduan media sosial. Cara yang digunakan untuk meminimumkan populasi yang telah kecanduan diberikan tindakan kontrol perawatan dan pencegahan. Model membutuhkan penerapan kontrol optimal untuk membantu dalam membuat keputusan tentang pencapaian suatu tujuan dalam situasi biologis yang kompleks (Hota dkk, 2015).

Pemodelan matetika merupakan bidang matematika yang berusaha untuk merepresntasikan dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau problem dunia real ini menjadi lebih tepat (Widowati & Sutimin, 2007). Pemodelan matematika juga memiliki peran penting dalam memahami dan menyediakan teknik yang berguna memprediksi dan mengontrol dinamika dan mengontrol dinamika penyakit menular (Murray, 2007). Banyak peneliti yang telah menerapkan model dan kontrol optimal pada dinamika tentang kecanduan. Pada Februari 2020 terdapat penelitian tentang pemodelan matematika oleh Bouchaib Khajji, dkk. di jurnalnya yang berjudul "*Mathematical Modeling and Analysis of an Alcohol Drinking Model with the Influence of Alcohol Treatment Centers*" dengan menggunakan model PMH$T^T T^P$Q. Pada jurnal tersebut menyajikan model PMH$T^T T^P$Q dengan perawatan kecanduan privat dan publik. Adapun jurnal yang berjudul "*Stability and Optimal Control in a Mathematical Model of Online Game Addiction*" yang ditulis oleh Tingting Lia dan Youming Guoa tentang kontrol optimal pecandu game online dengan model SIPQ

(Suspectible-Infected-Professional-Quit) dengan menggunakan strategi kontrol propaganda/pendidikan dan pembatasan pengguna game online. Jurnal yang ditulis oleh Tingting Lia dan Youming Guoa tersebut menghasilkan strategi kontrol optimal yang tidak hanya menghemat biaya pengobatan, tetapi juga efektif dalam menghambat perkembangan dalam kecanduan pada game online.

Alemneh (2020) meneliti tentang dinamika korupsi dengan menggunakan model matematika SEARCH pada jurnal yang berjudul "*Mathematical Modeling, Analysis, and Optimal Control of Corruption Dynamics*" yang menjelaskan tentang model matematika, analisis, dan kontrol optimal. Pada jurnal tersebut juga menggunakan model matematika SECRH *(Susceptible, Exposed, Corrupted, Recovered, Honest)* dan analisis kontrol optimal dengan prinsip maksimum Pontryagin dan menggunakan dua kontrol yaitu kontrol pencegahan dengan mengkampanyekan korupsi melalui media iklan dan kontrol hukuman berupa memasukkan para koruptor ke penjara sehingga dapat meminimumkan populasi yang mulai tergiur dengan tindakan korupsi dan populasi yang telah korupsi. Hasil pada analisis kontrol optimal pada jurnal yang diteliti oleh Alemneh (2020) direpesentasikan menggunakan simulasi numerik.

Pada jurnal "*Mathematical Modeling and Optimal Control Analysis of COVID-19 in Ethiopia*" yang juga ditulis oleh Alemneh dan Tilahun pada tahun 2020 menggunakan model SEIR *(Susceptible, Exposed, Infected, Recovered)* dan analisis kontrol optimal dengan prinsip maksimum Pontryagin dan

menggunakan tiga kontrol yaitu kontrol tindakan pencegahan, kontrol vaksinasi, dan kontrol kampanye melalui media sehingga berhasil mengurangi populasi yang terpapar dan terinfeksi COVID-19 di etiopia dan ditunjukkan menggunakan grafik yang diroleh dari simulasi numerik dengan metode Runge-Kutta orde-4. Model tersebut juga menggunakan kontrol optimal untuk mengendalikan pecandu alkohol. Namun, sejauh ini hanya Alemneh dkk. (2020) yang menyelidiki kecanduan media sosial dengan menggunakan model kontrol optimal.

Peneliti Alemneh dkk (2021) menyelidiki tentang kecanduan media sosial dengan menggunakan pemodelan matematika SEARQ untuk memodelkan tentang kecanduan media sosial. Model SEARQ yang terdiri dari lima populasi yang mewakili status kecanduan. Individu yang rentan (*Suspectible*) adalah mereka yang tidak kecanduan tetapi rentan terhadap kecanduan media sosial. Individu yang terpapar (*Exposed*) adalah mereka yang lebih jarang menggunakan media sosial tetapi tidak sampai pada tahap kecanduan. Individu yang kecanduan (*Addicted*) adalah individu yang kecanduan media sosial dan menghabiskan sebagian besar waktunya untuk itu. Individu yang sembuh (*Recovered*) adalah orang-orang yang pulih dari kecanduan media sosial. Mereka yang secara permanen tidak menggunakan dan berhenti menggunakan sosial media (*Quit*). Pada skripsi ini, dilakukan pengkajian yang lebih mendalam pada jurnal yang telah diteliti oleh Haleiyesus Alemneh dkk. (2021) dikarenakan pada penelitian ini masih belum banyak yang melakukan penelitian tentang kontrol optimal pada media sosial dan pada penelitian ini juga menggunakan objek media sosial secara universal. Oleh karena itu, penulis melakukan

pengkajian yang lebih mendalam pada skripsi ini dengan judul **"Kontrol Optimal Model SEARQ Pada Pecandu Media Sosial"**.

B. Rumusan Masalah

1. Bagaimana formulasi model SEARQ dalam pecandu media sosial ?
2. Bagaimana analisis kontrol optimal model SEARQ pecandu media sosial?
3. Bagaimana interpretasi hasil simulasi numerik dengan menggunakan metode *Sweep forward-backward*?

C. Tujuan Penelitian

1. Untuk mengformulasikan model SEARQ pecandu media sosial
2. Untuk mengetahui analisis kontrol optimal model SEARQ pecandu media sosial.
3. Untuk mengetahui interpretasi hasil simulasi numerik dengan menggunakan metode *Sweep forward-backward*

D. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebegai berikut:

1. Analisis kontrol optimal dari model SEARQ dapat memberikan percobaan dalam meminimumkan jumlah pecandu media sosial

2. Simulasi numerik dari model SEARQ dapat mempresentasikan penurunan jumlah pecandu media sosial setelah diberikan kontrol.

BAB II

Landasan Teori

A. Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang melibatkan variabel-variabel terikat dan derivatif-derivatifnya terhadap variabel-variabel bebas. Persamaan diferensial sangat penting di dalam matematika untuk rekayasa sebab banyak hukum dan hubungan fisik muncul secara matematis dalam bentuk persamaan diferensial. Bentuk umum persamaan diferensial sebagai berikut:

$$y' = \frac{dy}{dx} \tag{2.1}$$

Persamaan diferensial (PD) diklasifikasikan dalam dua kelas yaitu biasa dan parsial.Persamaan diferensial biasa (PDB) didefinisikan sebagai suatu persamaan diferensial yang memuat turunan dari satu atau lebih peubah tak bebas terhadap satu peubah bebas dan memiliki notasi sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \tag{2.2}$$

dengan $f(x, y)$ adalah kontinu di x dan y. Sedangkan persamaan diferensial parsial (PDP) didefinisikan sebagai suatu persamaan diferensial yang memuat turunan dari satu atau lebih peubah tak bebas terhadap lebih dari satu peubah bebas dan memiliki notasi sebagai berikut:

$$a\frac{\partial u}{\partial x} + b\frac{\partial u}{\partial y} = c \tag{2.3}$$

dimana u adalah fungsi variabel bebas x dan y.

Persamaan diferensial parsial (PDP) juga digolongkan menjadi dua, yaitu linear dan non-linear. Sebuah persamaan diferensial disebut linier apabila fungsi yang tidak diketahui dan turunannya muncul dalam pangkat satu. Bila tidak memenuhi syarat ini, persamaan tersebut adalah nonlinier.

1. Persamaan Diferensial Linier

Secara umum, persamaan diferensial biasa linear orde satu memiliki bentuk sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dt} + p(y)y = g(t) \tag{2.4}$$

dimana p dan g adalah fungsi untuk variabel bebas t (Boyce & DiPrima, 2009).

2. Sistem Persamaan Diferensial Non-Linier

Sistem n persamaan diferensial biasa non-liear memiliki bentuk umum sebagai berikut:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2, ..., x_n, t) \\ \dfrac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2, ..., x_n, t) \\ \quad \vdots \\ \dfrac{dx_n}{dt} = f_2(x_1, x_2, ..., x_n, t) \end{cases} \tag{2.5}$$

Dimana $x_1, x_2, ..., x_n$ didalam fungsi diatas menunjukkan persamaan diferensial non-linear yang merupakan variabel terikat dan t adalah variabel bebas dari persamaan umum tersebut.

B. Kecanduan

Kecanduan media sosial merupakan gangguan psikologis di mana penggunanya menghabiskan banyak waktu untuk mengakses media sosail yang disebabkan oleh rasa ingin tahu yang tinggi, kurangnya kontrol diri, serta kurangnya kegiatan produktif di kehidupannya (Lestari & Winingsih, 2020). Hal yang menyebabkan munculnya kecanduan adalah dopamin otak yang meningkat yang memberikan rasa bahagia setelah seseorang mengakses media sosial dan juga sering kali mengakibatkan masalah perasaan seperti depresi, kecemasan, kemarahan, dan penghinaan. Selain itu pemikiran ini juga dapat menyebabkan seseorang berperilaku disfungsional seperti obsesif, penundaan dan kecanduan (Prout & Fedewa, 2015). Kecanduan juga dapat menyebabkan kerugian pada diri sendiri dan hilang kontrol, sehingga bermasalah dengan hubungan sosial, keluarga, pendidikan dan pekerjaan (Freeman, 2008). Menurut CNN (2016), ciri-ciri orang yang mengalami kecanduan dalam bermedia sosial sebagai berikut:

1. Ketika bangun tidur, hal yang pertama yang dilakukan adalah mengambil media sosial untuk bermain media sosial.
2. Berbagi segala hal di media sosial.
3. Menjadikan media sosial sebagai tempat berkeluh kesah.

4. Lebih mementingkan media sosial daripada kondisi di sekitarnya.

Menurut Yusuf (2019), kecanduan media sosial dibagi menjadi beberapa kategori yaitu:

1. *Salience*
   Kategori ini terjadi saat penggunaan media sosial menjadi kegiatan yang sangat penting. Seseorang dengan kategori *salience* ditandai dengan media sosial yang mendominasi pikiran, perasaan serta tingkah lakunya. Seseorang selalu memikirkan media sosial bahkan saat seseorang tersebut sedang tidak mengaksesnya.

2. *Mood Modification*
   Kategori ini menunjukkan dampak setelah menggunakan media sosial terhadap mood pengaksesnya. Hal ini menunjukkan pengalaman seseorang setelah mengakses media sosial. Media sosial digunakan sebagai cara untuk melupakan masalah.

3. *Tolerence*
   Kategori ini ini mengarah kepada meningkatnya waktu dalam mengakses media sosial. Seseorang dengan kondisi *tolerence* akan sering mengakses media sosial. peningkatan ini terjadi agar pengguna memiliki perubahan *mood*.

4. *Withdrawal*
   Kategori ini terjadi saat pengguna merasa tidak tenang apabila dalam mengakses media sosial dikurangi ataupun dihentikan.

5. *Conflict*
   Kategori ini terkait dengan munculnya permasalahan yang terjadi antara pengkases media sosial dengan lingkungan sekitar seperti konflik interpersonal, permasalahan dengan penugasan lainnya, maupun masalah dengan diri sendiri seperti kurang kontrol diri karena terlalu mengakses media sosial.

6. *Relapse*
   Kategori *relapse* adalah seseorang gagal mengontrol diri saat penggunaan media sosial sehingga terjadi pengulangan pola penggunaan media sosial.

Kecanduan media sosial adalah ketidakmampuan individu untuk mengontrol penggunaan media sosial yang sangat intensif dan berlebihan sehingga menyebabkan masalah psikologis dan sosial (Kootesh, Raisi, & Ziapour, 2016). Kecanduan media sosial disebut juga sebagai *"cyber-relationship"* yaitu seseorang yang mengalami kecanduan melalui pertemanan dalam dunia maya (cyber) seperti *chatting, Internet Messenger (IM), Facebook*, atau situs media sosial lainnya (Young, 1996).

C. Media Sosial

Media sosial yaitu sebuah medium di internet yang memungkinkan penggunanya untuk merepresentasikan diri dan melakukan interaksi, bekerjasama, berbagi, komunikasi dengan pengguna lain dan membentuk ikatan sosial secara virtual (Nasrullah, 2015). Dalam buku yang ditulis oleh Nasrullah (2015) juga membagi media sosial menjadi enam kategori besar.

1. *Social Networking*

   Social Networking merupakan sarana yang dapat digunakan untuk melakukan interaksi, termasuk efek yang dihasilkan dari interaksi tersebut di dunia virtual. Karakter utama dari situs jejaring sosial yaitu penggunanya membentuk jaringan pertemanan baru. Dalam banyak kasus, terbentuknya jaringan pertemanan baru ini berdasarkan pada ketertarikan dengan hal yang sama, seperti kesamaan hobi. Contoh dari jaringan sosial adalah Facebook dan Instagram.

2. *Blog*

   Blog Blog adalah media sosial yang memfasilitasi pengguna untuk mengunggah kegiatan sehari-hari, memberikan komentar dan berbagi dengan pengguna lain, seperti berbagi tautan web, informasi, dan sebagainya.

3. *Microblogging*

   Microblogging adalah jenis media sosial yang memfasilitasi pengguna untuk menulis dan mengunggah kegiatan serta pendapatnya. Secara historis, kehadiaran jenis media sosial ini merujuk pada munculnya Twitter yang hanya menyediakan ruang tertentu yaitu maksimal 140 karakter.

4. *Media Sharing*

   Media sosial ini memungkinkan penggunanya untuk berbagi dan menyimpan media, seperti dokumen, video, audio, gambar secara online. Contoh dari media sosial ini yaitu Youtube, Flickr, Photobucket, atau Snapfish.

5. *Social Bookmarking*

   Penanda sosial yaitu media sosial yang bekerja untuk

mengorganisasi, menyimpan, mengelola, dan juga mencari suatu informasi atau berita secara *online*. Situs yang populer di Indonesia yaitu LintasMe.

6. *Wiki*
   Wiki atau media konten bersama merupakan sebuah situs di mana kontennya merupakan hasil dari kolaborasi para pengguna. Setiap pengguna web dapat mengubah atau menyunting sebuah konten yang sudah dipublikasi.

Peneliti dari Ohio State University, Buente dan Robbin (2008) mengungkapkan bahwa internet dapat membuat nilai seorang pelajar menurun. Studi menunjukkan, pelajar yang menghabiskan waktunya untuk mengakses internet akan lebih sedikit belajar. Para pelajar menghabiskan waktu setiap hari untuk mencari teman dan chatting akan kehilangan waktu efektif untuk urusan akademik, minimal satu jam seminggu.

Media sosial saat ini dapat digunakan sebagai media informasi yang berguna semua orang untuk berinteraksi dengan mudah, namun disisi lain media sosial memiliki dampak negatif seperti berkurangnya interaksi sosial secara langsung dengan bertatap muka. hal ini memungkinkan timbulnya kecanduan terhadapn media sosial. Kecanduan merupakan perilaku ketergantungan dengan suatu fasilitas yang menjadi kebiasaan.

D. Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika pada umumnya model memiliki banyak sistem persamaan yang dapat digunakan, seperti model SI

(Susceptible, Infected), SIR *(Susceptible, Infected, Recovered)*, SEIR *(Susceptible, Exposed, Infected, Recovered)*, dan model yang akan digunakan pada penelitian ini yaitu SEARQ *(Susceptible, Exposed, Addicted, Recovered, Quit)*. Penggunaan model bersifat fleksibel atau tergantung permasalahan dan tujuan penelitian, selain itu juga dapat dimodifikasi sesuai dengan kebutuhan dari peneliti. Dalam hal ini, berkontribusi untuk memperbaiki parameter yang kurang sesuai, belum terduganya parameter, atau kurang valid dan akuratnya hasil yang dikarenakan model yang sederhana (De-Camino-Beck, 2020).

Model matematika dapat juga diartikan sebagai suatu gambaran dari suatu masalah kehidupan sehari-hari yang diformulasikan secara sistematis. Contoh Permasalahan yang diterapkan dalam ilmu pemodelan matematika antara lain Kecanduan alkohol (Khajji dkk, 2020), game online (Lia & Guo 2019), dll. Untuk pemodelan matematika pada penyebaran penyakit yakni sebagai berikut:

1. Model Matematika SI

Dinamika model yang terdiri dari populasi rentan *(S)* dimana Populasi rentan merupakan populasi yang rentan terinfeksi penyakit dan populasi rentan *(I)* yang merupakan populasi yang sudah terinfeksi penyakit. Populasi yang telah terinfeksi akan menjadi anggota dari populasi terinfeksi dan selama proses penyebaran penyakit, individu yang terinfeksi dari suatu populasi dapat menular ke populasi lain yang memiliki angka kematian yang

lebih tinggi. Dari pernyataan di atas diperoleh sistem persamaan:

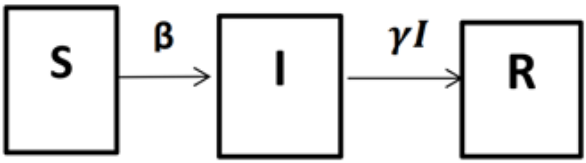
$$\begin{cases} S = -\alpha S + \beta I \\ I = \alpha S - \beta I \end{cases} \tag{2.6}$$

Pada laju subpopulasi rentan (S) dimana α merupakan parameter subpopulasi rentan (S) menjadi terinfeksi (I) yang diakibatkan adanya interaksi anatara subpopulasi S dengan subpopulasi I yang mengakibatkan jumlah populasi S berkurang $(-\alpha S)$. Sedangkan β yang merupakan parameter subpopulasi terinfeksi (I) menjadi populasi yang dapat kembali rentan (S) sehingga subpopulasi S bertambah dari populasi yang telah terinfeksi (βI). Kemudian, pada laju subpopulasi yang terinfeksi (I) dimana α merupakan parameter laju perpindahan subpopulasi rentan S ke subpopulasi terinfeksi I sehingga jumlah subpopulasi terinfeksi akan bertambah (αS). Sedangkan pada parameter β akan mengurangi jumlah dari subpopulasi $(-\beta I)$ (Brauer&Chavez. 2012).

2. Model Matematika SIR

Pada tahun 1927, McKendrick dan Kermack memperkenalkan salah satu model penyebaran penyakit yaitu SIR *(Susceptible-Infected-Recovered)*. Model SIR terbagi menjadi tiga subpopulasi yaitu subpopulasi rentan $(S(t))$, terinfeksi $(I(t))$, dan sembuh $(R(t))$ pada saat waktu yang kondisional (t). Berikut merupakan gambar pemodelan SIR (McKendrick, 1927):

Pada model ini tidak ada kelahiran ataupun kematian, dan juga merupakan penyakit yang tidak fatal. Individu dikatakan



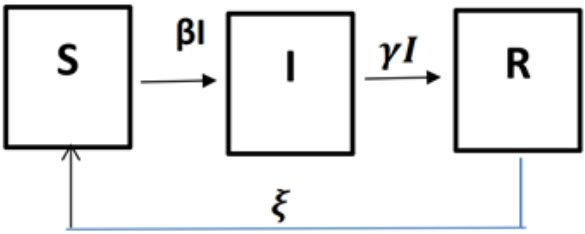
Gambar 2.1. Diagram Kompartemen Model SIR (Brauer&Chavez. 2012)

sembuh jika mempunyai kekebalan tubuh terhadap suatu penyakit dan tidak mungkin kembali menjadi individu yang rentan. Misalkan parameter β merupakan laju dari penularan dan parameter γ merupakan laju kesembuhan pada penyakit, maka diperoleh sistem persaaman dari diagram 2.1 sebagai berikut:

$$\begin{cases} S = -\beta IS \\ I = \beta IS - \gamma I \\ R = -\gamma I \end{cases} \tag{2.7}$$

Menurut Hethcote (2002), dalam penyebaran penyakit menular, individu dibagi menjadi tiga populasi yaitu populasi rentan *(Susceptible)*, populasi yang telah terinfeksi penyakit dan dapat menularkan penyakitnya ke individu lain *(Infected*, dan populasi yang telah sembuh dari penyakit *(Recovered)*. Model ini dapat dikembangkan menjadi model SIRS *(Susceptible-Infected-Recovered-Susceptible)* dengan gambar diagram sebagai berikut.

Pada diagram 2.1 menunjukkan laju perpindahan dari subpopulasi rentan *S (Susceptible)* ke subpopulasi yang terinfeksi *I (Infected)* lalu berpindah menuju ke subpopulasi sembuh



Gambar 2.2. Diagram Kompartemen Model SIRS (Greenhalgh, D., Das, R., 1995)

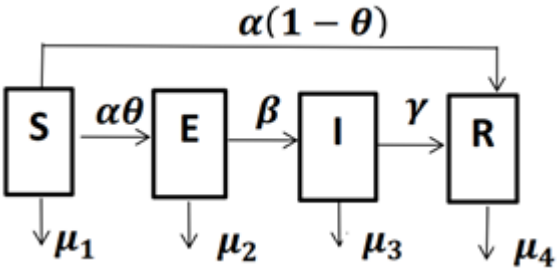
R (Recovered) dan kembali menjadi populasi yang rentan *S (Susceptible)* sehingga mengakibatkan sistem persamaan sebagai berikut:

$$\begin{cases} S = -\beta IS + \xi SR \\ I = \beta IS - \gamma I \\ R = \gamma I - \xi SR \end{cases} \tag{2.8}$$

dimana ξ merupakan varibel dari jumlah subpopulasi yang sembuh dan kembali ke subpopulasi yang rentan.

3. Model Matematika SEIR

Pada model SEIR *(Susceptible-Exposed-Infected-Recovered)* biasanya disajikan pada masalah penyebaran penyakit yang menular. Individu yang rentan *(S)* ketika terkena virus atau bakteri akan menunjukkan gejala-gejala penyakit *(E)* seperti flu, batuk, atau yang lainnya. Setelah masa inkubasi, individu dapat dipastikan terinfeksi penyakit tersebut *(I)* dan dapat menularkan penyakitnya ke individu lain. Individu yang terinfeksi penyakit dapat sembuh *(R)*.



Gambar 2.3. Diagram Kompartemen SEIR(Keeling, M. J., Rohani, P., 2008)

Pada model SEIR ini dibagi dalam empat kelompok yaitu kelompok *Susceptible, Exposed, Infected* dan *Recovered* pada waktu t dapat dinyatakan dengan $S(t)$, $E(t)$, $I(t)$, $R(t)$. Dalam model ini terdapat angka kelahiran dan kematikan. Berikut merupakan diagram model SEIR untuk situasi Covid-19 (L P Sinaga, 2021):

Pada diagram diatas menunujukkan laju perpindahan dari individu yang rentan *(S)* ke individu yang terpapar *(E)* sebesar $\alpha\theta$. Untuk parameter β merupakan laju perpindahan dari subpopulasi yang terpapar penyakit *(E)* ke subpopulasi yang terinfeksi *(I)* dan kemudian individu yang terinfeksi akan menjadi sembuh *(R)* sebesar γ. Dalam setiap populasi terdapat individu yang meninggal dengan kelajuan sebesar μ dan juga individu yang lahir sebesar Λ Sehingga dapat mengakibatkan sistem persaaman sebagai berikut

(L P Sinaga, 2021):

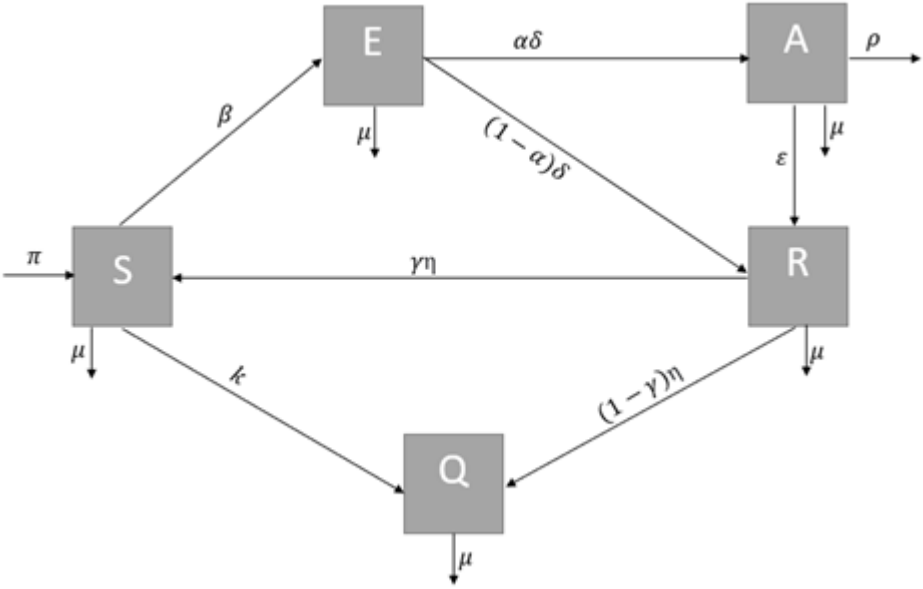
$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = \Lambda - \mu_1 S + aS(1-\Theta)R + a\Theta E \\ \dfrac{dE}{dt} = aS(1-\Theta)I + a\Theta E - (\mu_2 E + \beta(1-\Theta)I + \beta) \\ \dfrac{dI}{dt} = \beta - (\gamma + \mu_3 I) \\ \dfrac{dR}{dt} = S(1-\Theta)R + \gamma - \mu_3 R \end{cases} \tag{2.9}$$

Penelitian SEIR ini juga telah dikembangkan oleh Nailan dkk (2021) dengan memberikan kontrol pada model berupa vaksinasi dan pengobatan pada penyebaran Covid-19.

4. Model Matematika SEARQ

Model yang digunakan pada skripsi ini adalah model SEARQ untuk mendiskripsikan populasi pecandu media sosial. Populasi terbagi menjadi lima kompartemen, yaitu Individu yang rentan (*Suspectible*) yang dilambangkan dengan S adalah mereka yang tidak kecanduan tetapi rentan terhadap kecanduan media sosial. Individu yang terpapar (*Exposed*) yang dilambangkan dengan E adalah mereka yang lebih jarang menggunakan media sosial tetapi tidak sampai pada tahap kecanduan. Individu yang kecanduan (*Addicted*) dilambangkan dengan A adalah individu yang kecanduan media sosial dan menghabiskan sebagian besar waktunya untuk itu. Individu yang sembuh (*Recovered*) dilambangkan dengan R adalah orang-orang yang pulih dari kecanduan media sosial. Mereka yang secara permanen tidak menggunakan dan berhenti menggunakan sosial media (*Quit*) dilambangkan dengan Q. Kestabilan dari model ini juga telah

diketahui pada jurnal yang telah diteliti oleh Alemneh dkk(2021). Berikut merupakan diagram kompartemen model SEARQ:



Gambar 2.4. Diagram Kompartemen Dinamika Pecandu Media Sosial Sebelum Diberi Kontrol (Alemneh dkk. 2021)

dengan asumsi sebagai berikut:

1. Model ini menggunakan lima kompartemen yaitu,
   - Populasi yang tidak kecanduan tapi rentan kecanduan media sosial (S)
   - Populasi yang terpapar atau jarang menggunakan media sosial (E)
   - Populasi yang yang kecanduan media sosial (A)
   - Populasi yang pulih dari kecanduan (R)
   - Populasi yang berhenti menggunakan media sosial (Q)
2. Individu yang tidak kecanduan tetapi rentan akan kecanduan dapat keluar atau berhenti dari kecanduan media sosial.

3. Setiap populasi dapat berkurang karena adanya laju kematian murni.
4. Individu yang terpapar atau yang telah kecanduan media sosial dapat menjadi sembuh.
5. Individu yang telah sembuh dapat kembali menjadi individu yang rentan.
6. Individu akan menjadi kecanduan media sosial setelah terpapar kencanduan.
7. Individu yang rentan dan individu yang sembuh dapat keluar atau berhenti menjadi pengguna media sosial.

Berikut diberikan definisi variabel model SEARQ pada tabel 2.1 dibawah ini

Tabel 2.1. Definisi Variabel Model

Variabel	Keterangan
S	($Susceptible$/rentan) adalah populasi yang tidak kecanduan tetapi rentan terhadap kecanduan sosial
E	($Exposed$/terpapar) adalah populasi yang terkadang menggunakan media sosial tetapi tidak sampai ke tahap kecanduan
A	($Addicted$/kecanduan) adalah populasi yang kecanduan media sosial dan menghabiskan sebagian waktunya untuk bermedia sosial
R	($Recovered$/sembuh) adalah populasi yang sembuh atau pulih dari kecanduan media sosial
Q	($Quit$/berhenti) adalah populasi yang secara permanen tidak menggunakan media sosial

Individu yang rentan kecanduan akan bertambah pada tingkat π. Populasi ini akan menggunakan media sosial oleh lingkungan sekitar pada tingkat tekanan β dari kecanduan dengan kemungkinan akan pindah ke populasi E. Beberapa individu yang rentan mempunyai kemungkinan ke kompartemen Q dengan tingkat kelajuan k. Individu yang jarang menggunakan media sosial juga akan mejadi populasi A dengan tingkat kelajuan $a\delta$ jika individu tersebut menjadi kecanduan media sosial. Beberapa individu juga akan bergabung ke kelompok yang pulih dari kecanduan dengan tingkat $(1 - a)\delta$ dengan melalui pendidikan dan/atau pengobatan. Individu yang kecanduan akan memiliki dua kemungkinan bergabung pada kompartemen R denga tingkat ε atau juga akan meninggal karena kecanduan dengan tingkat ρ. Individu yang pulih akan kembali menjadi individu yang rentan dengan tingkat $\gamma\eta$ atau juga akan menjadi individu yang berhenti

menggunakan media sosial dengan tingkat $(1-\gamma)\eta$ dengan cara melakukan kontrol terhadap individu yang pulih. Semua penduduk juga memiliki angka kematian dengan tingkat rata-rata μ.

Laju perubahan pada subpopulasi yang rentan *(Susceptible)* terjadi akibat subpopulasi S yang bertambah dengan adanya tingkat kelahiran (π) dan adanya perpindahan dari subpopulasi yang sembuh kembali menjadi subpopulasi yang rentan $(\gamma\eta R)$. Laju perubahan pada subpopulasi yang rentan juga terdapat individu yang keluar dari subpopulasi kecanduan diakibatkan adanya kematian alami $(-\mu)$, individu yang berhenti menggunakan media sosial $(-k)$, dan juga beberapa individu rentan melakukan kontak dengan individu yang telah kecanduan sehingga beberapa individu tersebut bergabung ke subpopulasi yang terpapar $(-\beta\sigma AS)$. Berikut merupakan formulasi model pecandu media sosial subpopulasi *Suspectible*.

$$\frac{dS}{dt} = \pi + \gamma\eta R - \beta\sigma AS - (k+\mu)S \tag{2.10}$$

Laju perubahan subpopulasi yang terpapar *(Exposed)* terjadi akibat adanya penambahan jumlah populasi yang terpapar karena beberapa individu rentan melakukan kontak dengan individu yang kecanduan menggunakan media sosial sehingga individu tersebut bergabung dengan subpopulasi terpapar aau jarang menggunakan media sosial $((\beta\sigma AS))$, serta terjadi pengurangan populasi yang terpapar akibat adanya tingkat kematian alami $(-\mu)$, dan adanya kontak individu yang rentan dengan individu yang kecanduan $(-\delta)$. Berikut merupakan formulasi model pecandu media sosial

subpopulasi *Exposed*.

$$\frac{dE}{dt} = \beta\sigma AS - (\delta + \mu)E \tag{2.11}$$

Laju perubahan pada subpopulasi yang kecanduan *(Addicted)* terjadi akibat adanya interaksi antara subpopulasi terpapar dengan subpopulasi yang kecanduan sehingga mengakibatkan subpopulasi yang terpapar menjadi kecanduan sebesar $(\alpha\delta E)$. Kemudian subpopulasi yang kecanduan juga berkurang akibat adanya kematian alami $(-\mu)$, tingkat kematian akibat kecanduan $(-\rho)$, dan tingkat kesembuhan subpopulasi yang kecanduan ke subpopulasi yang pulih $(-\varepsilon)$. Berikut merupakan formulasi model pecandu media sosial subpopulasi *Exposed*.

$$\frac{dA}{dt} = \alpha\delta E - (\mu + \varepsilon + \rho)A \tag{2.12}$$

Laju perubahan pada subpopulasi yang pulih dari kecanduan media sosial *(Recovered)* terjadi akibat adanya subpopulasi kecanduan yang mulai pulih secara alami (ε), serta bertambah juga sebesar $((1 - \alpha)\delta)$ dari subpopulasi yang terpapar. Subpopulasi yang pulih akan berkurang yang diakibatkan adanya tingkat kematian alami $(-\mu)$ dan individu yang mulai berhenti menggunakan media sosial $(-\eta)$. Berikut merupakan formulasi model pecandu media sosial subpopulasi *Recovered*.

$$\frac{dR}{dt} = (1 - \alpha)\delta E + \varepsilon A - (\mu + \eta)R \tag{2.13}$$

Laju perubahan subpopulasi yang secara permanen tidak menggunakan media sosial *(Quit)* terjadi akibat adanya laju

perpindahan dari subpopulasi yang rentan ke subpopulasi yang secara permanen tidak menggunakan media sosial sebesar (kS). Subpopulasi yang meninggalkan media sosial juga bertambah sebesar $((1-\gamma)\eta)$ yang mengakibatkan subpopulasi yang sembuh berkurang. Tingkat kematian juga mempengaruhi jumlah subpopulasi yang keluar sebesar $(-\mu)$. Berikut merupakan formulasi model pecandu media sosial subpopulasi *Quit*.

$$\frac{dQ}{dt} = kS + (1-\gamma)\eta R - \mu Q \tag{2.14}$$

Formulasi model matematika pecandu media sosial dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut.

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = \pi + \gamma\eta R - \beta\sigma AS - (k+\mu)S \\ \dfrac{dE}{dt} = \beta\sigma AS - (\delta+\mu)E \\ \dfrac{dA}{dt} = \alpha\delta E - (\mu+\varepsilon+\rho)A \\ \dfrac{dR}{dt} = (1-\alpha)\delta E + \varepsilon A - (\mu+\eta)R \\ \dfrac{dQ}{dt} = kS + (1-\gamma)\eta R - \mu Q \end{cases} \tag{2.15}$$

Dengan kondisi
$S(0) \geq 0, E(0) \geq 0, A(0) \geq 0, R(0) \geq 0, Q(0) \geq 0$
Berikut definisi dari parameter model pada tabel 2.2:

Tabel 2.2. Definisi Parameter Model

Parameter	Keterangan
π	Tingkat kelahiran subpopulasi S
μ	Tingkat kematian murni/rata-rata
β	Laju perpindahan dari S ke E ketika terjadi kontak diantara keduanya
σ	Peluang transmisi dari S ke A
α	Proporsi subpopulasi terpapar yang bergabung dengan populasi kecanduan
δ	Tingkat kontak subpopulasi yang rentan dengan subpopulasi yang kecanduan
ε	Subpopulasi yang keluar dari populasi yang telah terpapar kecanduan
ρ	Laju subpopulasi yang meninggal karena kecanduan
k	Subpopulasi subseptible yang tidak menggunakan dan/atau berhenti menggunakan media sosial
γ	Proporsi subpopulasi yang pulih dari rentan kecanduan
η	Subpopulasi yang keluar dari populasi pulih

E. Teori Kontrol Optimal

Kontrol optimal bertujuan untuk menentukan hasil yang paling optimal dengan memperhatikan kondisi dan kendala yang ada pada sistem. Masalah kontrol optimal adalah pengaruh variabel kontrol $u(i)$ pada suatu persamaan dari state awal $x(0)$ saat waktu awal x_0 ke state akhir $x(T)$ pada waktu akhir x_T sehingga diperoleh nilai minimum ataupun nilai maksimum untuk suatu fungsi tujuan.

1. Syarat Perlu Kontrol Optimal

Cara utama untuk menyelesaikan masalah kontrol optimal adalah menentukan syarat perlu yang dapat memenuhi kondisi kontrol optimal dan *state*. Fungsi *adjoint* yang diusulkan oleh Pontryagin pada tahun 1950 digunakan sebagai untuk menambahkan persamaan diferensial pada fungsional objektif (Lenhart and Workman 2007)

Dapat didefinisikan untuk U^* merupakan kondisi optimal dan x^* merupakan *state* yang sesuai dengan kondisi optimal dengan asumsi U^* dan x^* ada. Dimisalkan utuk $h(t)$ fungsi kontinu dan $\epsilon \in R$ merupakan suatu konstanta, maka diperoleh bentuk kontrol yang baru sebagai

$$U^{\epsilon}(t) = u^*(t) + \epsilon h(t) \tag{2.16}$$

Dimisalkan x^{ϵ} merupakan *state* yang sesuai dengan u^{ϵ}, maka persamaan *state* dapat ditulis dengan

$$\frac{d}{dt}x^{\epsilon}(t) = g(t, x^{\epsilon}(t), u^{\epsilon}(t)) \tag{2.17}$$

Ketika x^{ϵ} dan x^* dimulai dari titik awal yang sama $x^{\epsilon}(t_0) = x_0$, maka berlaku $u^{\epsilon}(t) = u^*(t)$ untuk semua t ketika $\epsilon = 0$. Sehingga untuk semua t berlaku

$$\frac{\partial u^{\epsilon}(t)}{\partial \epsilon}|_{\epsilon} = 0 = h(t) \tag{2.18}$$

Adapun fungsi objektif variabel u^{ϵ} yaitu

$$J(u^{\epsilon}) = \int_{t_0}^{t_1} f(t, x^{\epsilon}(t))dt \tag{2.19}$$

Fungsi *adjoint* yang dinotasikan dengan $\sigma(t)$ pada $[t_0, t_1]$. Berdasarkan persamaan diatas, maka dapat diperoleh fungsi yang memenuhi kondisi optimal, yaitu:

$$f_u(t, x^{\epsilon}(t), u^*(t)) + \sigma(t)g_u(t, x^{\epsilon}(t), u^{\epsilon}(t)) = 0 \tag{2.20}$$

2. Formulasi Masalah Kontrol Optimal

Misalkan masalah kontrol optimal diberikan dalam bentuk minimum sebagai berikut:

$$J(u) = \int_0^T f(t, x(t), u(t))dt \tag{2.21}$$

Dimana $x = x(u)$ merupakan bagian dari *state*.

3. Analisis Kontrol Optimal

Analisis kontrol optimal dilakukan guna mengetahui bahwa formulasi model telah memenuhi syarat tertentu. Penelitian ini menggunakan teknik kontrol optimal guna meminimumkan subpopulasi yang rentan menjadi kecanduan terhadap media sosial. Seperti halnya pada penyakit atau hal yang lainnya, pengobatan (u_1) dan pendekatan (u_2) diambil sebagai teknik kontrol. Masalah kontrol optimal akan terpenuhi jika memenuhi kondisi pada prinsip minimum pontryagin. Langkah yang

dapat menyelesaikan masalah pada kontrol optimal dengan menggunakan syarat perlu prinsip minimum pontryagin sebagai berikut:

a. Menentukan Fungsi Hamiltonian

Langkah awal dalam menyelesaikan masalah pada kontrol optimal dengan menggunakan syarat perlu prinsip minimum pontryagin yaitu dengan menentukan fungsi hamiltonian yang sesuai dengan persamaan (2.9), sehingga diperoleh

$$H = f(t, x(t), u(t)) + \lambda(t) g(t, x(t), u(t)) \tag{2.22}$$

b. Kondisi Stasioner

Kondisi stasioner merupakan suatu kondisi ketika kontrol optimal dapat meminimumkan fungsi hamiltonian dalam setiap waktu. Jika fungsi hamiltonian diturunkan terhadap variabel kontrol $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$, maka harus memenenuhi kondisi berikut

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \tag{2.23}$$

c. Persamaan *State*

Persamaan *state* merupakan persamaan yang menjadi kendala dalam menyelesaikan kontrol optimal. Persamaan *state*

yang digunakan pada penelitian ini sebagai berikut

$$\frac{dH}{d\lambda_1} = \frac{dS}{dt}$$

$$\frac{dH}{d\lambda_2} = \frac{dE}{dt}$$

$$\frac{dH}{d\lambda_3} = \frac{dA}{dt}$$

$$\frac{dH}{d\lambda_4} = \frac{dR}{dt}$$

$$\frac{dH}{d\lambda_5} = \frac{dQ}{dt}$$

d. Persamaan *Co-state*

Persamaan *co-state* merupakan nilai negatif dari hasil turunan fungsi hamiltonian terhadap variabel-variabel *state*, sehingga diperoleh

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial S}$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial E}$$

$$\frac{d\lambda_3}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial A}$$

$$\frac{d\lambda_4}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial R}$$

$$\frac{d\lambda_5}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial Q}$$

Berikut merupakan langkah-langkah dalam analisis kontrol:

Gambar 2.5. Analisis Kontrol Optimal

Masalah kontrol optimal dapat juga diselesaikan secara analitik dengan menggunakan langkah-langkah analisis kontrol optimal seperti gambar 2.5. Diberikan contoh analisis kontrol optimal yang diselesaikan secara analitik dibawah ini

$$min\frac{1}{2}\int 013x^2 + u^2$$

dengan $x' = x + u$, dan $x(0) = 1$

Langkah awal dalam menyelesaikan masalah pada kontrol optimal pada prinsip minimum Pontryagin yaitu dengan menentukan fungsi hamiltonian, sehingga diperoleh

$$H = \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}u^2 + x\lambda + u\lambda$$

dengan kondisi optimal

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = u + \lambda \rightarrow u^a st = -\lambda$$

dan diperoleh turunan kedua untuk membuktikan jika fungsi diatas adalah fungsi yang meminimumkan masalah kontrol sebagai berikut

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} = 1 > 0$$

Selanjutnya, menentukan persamaan *state* dan *costate* dari fungsi hamiltonian masing-masing sebagai berikut

$$x' = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = -\lambda + x$$

dan

$$\lambda' = -\frac{\partial H}{\partial x} = -3x - \lambda, \lambda(1) = 0$$

sehingga, diperoleh

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix}$$

dengan nilai eigennya adalah 2 dan -2, maka diperoleh vektor eigen

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{2t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{-}2^{t}$$

dengan menggunakan nilai awal $x(0) = 1$ dan $\lambda(1) = 0$, diperoleh $c_1 = 3c_2e^{-4}$ dan $c_2 = \frac{1}{3e^{-4}+1}$. Sehingga diperoleh solusi optimal sebagai berikut

$$u^* = \frac{3e^{-4}e^{2t}}{3e^{-4}+1} - \frac{3e^{-2t}}{3e^{-4}+1}$$

$$x^* = \frac{3e^{-4}e^{2t}}{3e^{-4}+1} + \frac{3e^{-2t}}{3e^{-4}+1}$$

F. Simulasi Numerik

Pada penelitian ini, masalah kontrol optimal akan diselesaikan dengan prinsip sistem pontryagin maksimum dengan tujuan untuk memperoleh sistem kontrol terbaik pada sistem dinamik dari *state* awal hingga akhir dengan pemaksimalan fungsi objektif dengan kontrol $u(t)$ tebatas pada $(u(t) \in U)$. Prinsip pontryagin maksimum menyatakan secara informal bahwa persamaan hamiltonian akan dimaksimalkan sepanjang U yang merupakan himpunan kontrol (Bryson & Ho, 1975). Metode

yang digunakan dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal dalam penelitian ini adalah metode *Sweep Forward-Backward* . Menurut Lenhart (2007), metode *Sweep Forward-Backward* merupakan solusi kendali optimal yang diperoleh dengan menyelesaikan persamaan *state* dan persamaan *co-state*. Kemudian untuk menganalisis kontrol pada kecanduan media sosial SEARQ dengan menggunakan metode *sweep* maju-mundur guna memperoleh solusi numerik. Adapun langkah-langkah metode *Sweep* Maju-Mundur yaitu

1. Membuat nilai dugaan awal u.
2. Menggunakan kondisi awal $x(0) = x_0$ dan nilai awal u untuk menyelesaikan persamaan *state* x dengan langkah maju metode metode *Runge-Kutta* orde 4.
3. Menggunakan kondisi transversal $\lambda_i(T) = 0$ dan nilai x, λ dan u untuk menyelesaikan persamaan *co-state* dengan langkah mundur metode *Runge-Kutta* orde 4.
4. Memperbarui nilai u kendali dengan memasukkan nilai x dan λ ke dalam persamaan karakteristik dari.
5. Jika nilai error setiap variabel dalam iterasi saat ini dan iterasi sebelumnya kurang dari 10^-3 maka nilai-nilai saat ini merupakan solusi. Sebaliknya, jika nilai error lebih dari 10^-3 maka kembali ke langkah 2.

Metode Runge-Kutta orde-4 pada langkah-langkah diatas mempunyai bentuk

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)\Delta x$$

dimana,

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_i, y_i) \\ k_2 &= f(x_i + \frac{1}{2}\Delta x, y_i + \frac{1}{2}k_1\Delta x) \\ k_3 &= f(x_i + \frac{1}{2}\Delta x, y_i + \frac{1}{2}k_2\Delta x) \\ k_4 &= f(x_i + \Delta x, y_i + k_3\Delta x) \end{aligned} \tag{2.24}$$

G. Kajian Penelitian Terdahulu

Sudah banyak penliti yang melakukan penelitian tentang kontrol optimal kecanduan. Berikut ini merupakan beberapa penelitian terdahulu yang menjadi rujukan dalam melakukan penelitian tentang kontrol optimal kecanduan.

Tabel 2.3. Persamaan dan Perbedaan pada Kajian Terdahulu

No.	Penelitian Terdahulu	Persamaan	Perbedaan
1	Jurnal yang berjudul *"Mathematical Modeling and Analysis of an Alcohol Drinking Model with the Influence of Alcohol Treatment Centers"* oleh Bouchaib Khajji dkk. tahun 2020	Penelitian ini sama-sama menggunakan metode pemodelan matematika tentang kecanduan	Penelitian menggunakan objek pecandu media sosial dan menggunakan model SEARQ, sedangkan pada referensi ini menggunakan objek peminum alkohol dan menggunakan model PMH$T^T T^P$Q

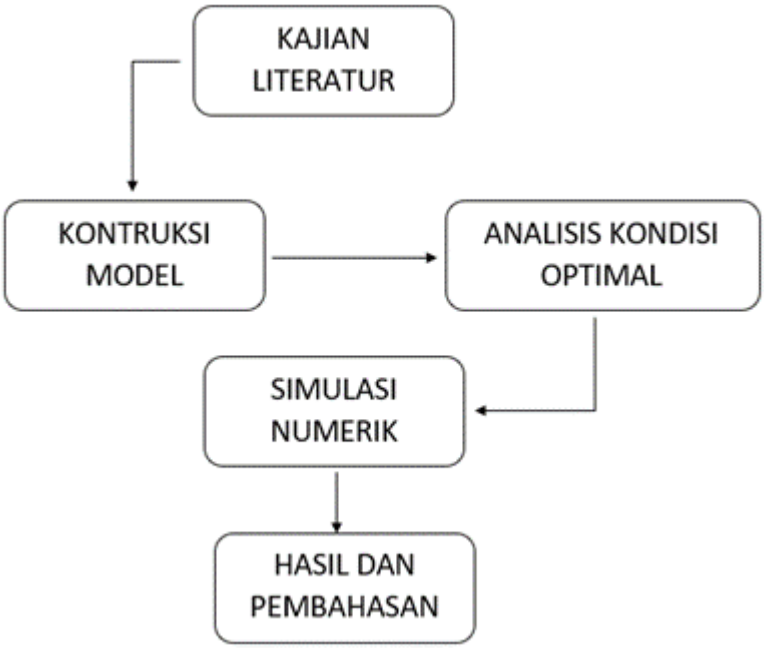
2	Jurnal yang berjudul *"Stability and Optimal Control in a Mathematical Model of Online Game Addiction"* yang diteliti oleh Tingting Lia dan Youming Guoa pada tahun 2019	Penelitian ini sama-sama meneliti tentang kontrol optimal pada kecanduan dengan menggunakan model matematika.	Referensi ini menggunakan objek pada kecanduan game online dan model SIPQ, sedangkan penelitian ini menggunakan objek kecanduan media sosial dan menggunakan model SEARQ
3	Jurnal yang berjudul *"Mathematical Model of Drinking Epidemic"* yang diteliti oleh Isaac Kwasi Adu dkk. pada tahun 2017	Penelitian ini menggunakan metode yang sama dalam pemodelan matematika dengan kecanduan	Pada objek penelitian, dalam jurnal ini memodelkan peminum, sedangkan penelitian ini memodelkan dinamika pecandu media sosial
4	Jurnal yang berjudul *"Mathematical Modeling, Analysis, and Optimal Control of Corruption Dynamics"* yang diteliti oleh Haileyessus Tesemma Alemneh pada tahun 2020	Penelitian ini menggunakan pemodelan matematika dan kontrol optimal	Model yang diguanakan yaitu SERCH, sedangkan penelitian ini menggunakan model SEARQ.

5	Jurnal yang berjudul *"Mathematical Modeling and Optimal Control Analysis of COVID-19 in Ethiopia"* yang diteliti oleh Haileyessus Tesemma Alemneh dan Getachew Teshome Tilahun pada tahun 2020	Penelitian ini menggunakan pemodelan matematika dan kontrol optimal	Objek yang digunakan pada jurnal ini yaitu penyebaran COVID-19 di Ethiopia dan menggunakan model SEIR, sedangkan penelitian ini menggunakan model SEARQ pada objek kecanduan media sosial.
6	Jurnal yang berjudul "Drinking As An Epidemic: A Mathematical Model With Dynamic Behaviour" yang diteliliti oleh Swarnali Sharma dan G. P. Samanta pada tahun 2013	Penelitian ini menggunakan metode yang sama dalam pemodelan	Penelitian ini hanya melakukan analisis model tanpa menggunakan kontrol optimal
7	Jurnal yang berjudul "Optimal Control Strategies in an Alcoholism Model" yang diteliti oleh Xun-Yang Wang, Hai-Feng Huo, Qing-Kai Kong, dan Wei-Xuan pada tahun 2014	Referensi dan penelitian ini juga menggunakan pemodelan dan kontrol optimal	Referensi menggunakan model SATQ sedangkan penelitian ini menggunakan model SEARQ

BAB III

Metode Penelitian

Metode penelitian ini menggunakan metode studi literatur. Study literatur adalah serangkaian kegiatan yang berkenaan dengan metode pengumpulan data pustaka, membaca dan mencatat, serta mengelola bahan penelitian. Berikut merupakan peta konsep metode penelitian dalam menentukan kontrol optimal model SEARQ *(Susceptible, Exposed, Infected, Recovered, Quit)* pada pecandu media sosial.



Gambar 3.1. Peta Konsep Metode Penelitian

A. Kajian Literatur

Kajian Literatur merupakan langkah awal dalam metode peneletian study literatur dengan tujuan penulis dalam memahami materi yang bersumber dari jurnal, buku, *e-book*, dll. yang berkaitan dengan kontrol optimal, model matematika dan pecandu media sosial. Untuk prosesnya dilakukan terhadap jurnal penelitian-penelitian terdahulu dan referensi-referensi yang relevan lainnya untuk mempelajari hal-hal yang berkaitan dengan kontrol optimal, model matematika, dan pecandu media sosial.

B. Kontruksi Model

Tahap awal dalam penelitian adalah mengkontruksi model matematika pecandu media sosial menggunakan lima kompartemen yaitu:

- Populasi yang tidak kecanduan tapi rentan kecanduan media sosial (S)
- Populasi yang terpapar atau jarang menggunakan media sosial (E)
- Populasi yang yang kecanduan media sosial (A)
- Populasi yang pulih dari kecanduan (R)
- Populasi yang berhenti menggunakan media sosial (Q)

C. Penentuan Kondisi Optimal dan Nilai Parameter Kontrol Optimal

Langkah dalam melakukan analisis kontrol optimal adalah menentukan kondisi optimal dan parameter optimal. Kondisi optimal diperoleh dengan memenuhi kondisi pada prinsip minimum Pontryagin. Berdasarkan prinsip minimum Pontryagin, kondisi optimal akan dicapai jika memenuhi kondisi stasioner, persamaan *state*, dan persamaan *co-state*

D. Simulasi Numerik

Simulasi numerik diawali dengan menentukan nilai parameter-parameter dan variabel-variabel yang akan digunakan. Metode yang akan digunakan dalam simulasi numerik adalah metode *sweep* maju mundur. Hasil dari simulasi numerik ini mempresentasikan secara grafis. Selanjutnya, dilakukan interpretasi hasil simulasi numerik. Hasil simulasi merupakan perbandingan antara masing-masing subpopulasi S, E, A, R, dan Q tanpa kontrol dan dengan adanya pengaruh kontrol.

E. Hasil dan Pembahasan

Langkah terakhir yang dilakukan adalah menentukan hasil simulasi numerik dari output program MATLAB2013a dan menarik kesimpulan dari hasil penelitian tersebut.

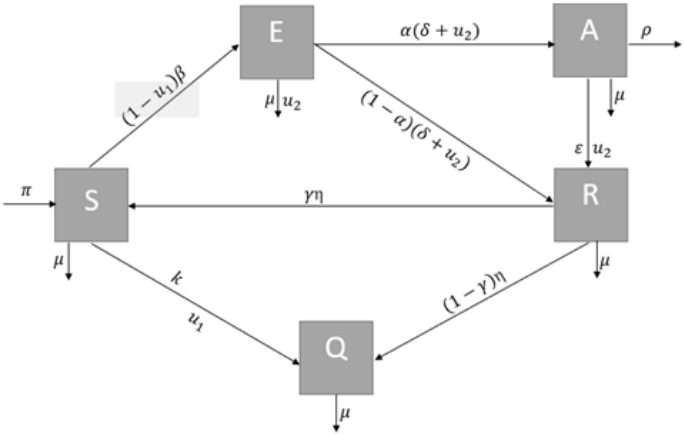
BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Formulasi Model Kontrol Optimal Pecandu Media Sosial

Pemodelan matematika pada kasus pecandu media sosial ini akan diberikan kontrol yang bertujuan untuk meminimumkan subpopulasi yang telah terpapar (*exposed*) dan kecanduan (*addicted*) media sosial. Kontrol yang digunakan pada pemodelan matematika pecandu media sosial yaitu edukasi melalui iklan tentang dampak negatif dari sosial media (u_1) seperti pamflet yang berisi tentang dampak negatif dari sosial media dan upaya pengobatan (u_2) seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku atau yang biasa disebut *Cognitive Behavioral Therapy* (CBT) (Fuggle, Dunsmuir & Curry, 2013).

Pada permasalahan tersebut perlu adanya kontrol yang digunakan untuk mengatasi masalah kecanduan media sosial tersebut. Kontrol optimal yang akan ditambahkan dalam mengatasi permasalahan ini yaitu melalui edukasi melalui iklan (u_1) dengan upaya yang dimaksudkan mencegah adanya kontak antara populasi rentan dengan populasi kecanduan melalui iklan dan edukasi tentang hal-hal negatif pada sosial media dan upaya pengobatan (u_2) digunakan untuk mengontrol pecandu media sosial dengan memberikan upaya pengobatan yang tepat untuk pulih dari kecanduan.

Berikut merupakan gambar diagram kompartemen pecandu media sosial setelah diberi kontrol:



Gambar 4.1. Diagram Kompartemen Pecandu Media Sosial Setelah diberi Kontrol

dengan asumsi sebagai berikut,

1. Model ini menggunakan lima kompartemen yaitu,
   - Populasi yang tidak kecanduan tapi rentan kecanduan media sosial (S).
   - Populasi yang terpapar atau jarang menggunakan media sosial (E).
   - Populasi yang kecanduan media sosial (A).
   - Populasi yang pulih dari kecanduan (R).
   - Populasi yang berhenti atau secara permanen tidak menggunakan media sosial (Q).
2. Setiap populasi dapat berkurang karena adanya laju kematian murni.

3. Populasi yang terpapar atau yang telah kecanduan media sosial dapat menjadi sembuh.
4. Populasi yang telah sembuh dapat kembali menjadi populasi yang rentan.
5. Populasi akan menjadi kecanduan media sosial setelah terpapar kencanduan.
6. Populasi yang rentan dan populasi yang sembuh dapat keluar atau berhenti menjadi pengguna media sosial.
7. Populasi yang rentan kecanduan dapat berhenti menggunakan media sosial meskipun belum masuk pada tahap kecanduan.

Berikut merupakan definisi variabel model dan parameter model SEARQ.

Tabel 4.1. Definisi Variabel Model

Variabel	Keterangan	waktu (per hari)
S	($Susceptible$/rentan) adalah populasi yang tidak kecanduan tetapi rentan terhadap kecanduan sosial	1-2 jam (Kelly, Y., dkk, 2018)
E	($Exposed$/terpapar) adalah populasi yang terkadang menggunakan media sosial tetapi tidak sampai ke tahap kecanduan	2-4 jam (Marino, C., dkk, 2018)
A	($Addicted$/kecanduan) adalah populasi yang kecanduan media sosial dan menghabiskan sebagian waktunya untuk bermedia sosial	lebih dari 4 jam (Andreassen, C. S., dkk, 2017)
R	($Recovered$/sembuh) adalah populasi yang sembuh atau pulih dari kecanduan media sosial	1-2 jam (Kelly, Y., dkk, 2018)
Q	($Quit$/berhenti) adalah populasi yang berhenti menggunakan media sosial	0 jam (asumsi)

Tabel 4.2. Definisi Parameter Model

Parameter	Keterangan
π	Tingkat kelahiran subpopulasi S
μ	Tingkat kematian murni/rata-rata
β	Laju perpindahan dari S ke E ketika terjadi kontak diantara keduanya
σ	Peluang transmisi dari S ke A
α	Proporsi subpopulasi terpapar yang bergabung dengan populasi kecanduan
δ	Tingkat kontak subpopulasi yang rentan dengan subpopulasi yang kecanduan
ε	Subpopulasi yang keluar dari populasi yang telah terpapar kecanduan
ρ	Laju subpopulasi yang meninggal karena kecanduan
k	Subpopulasi subseptible yang tidak menggunakan dan/atau berhenti menggunakan media sosial
γ	Proporsi subpopulasi yang pulih dari rentan kecanduan
η	Subpopulasi yang keluar dari populasi pulih

Laju perubahan pada subpopulasi *(Susceptible)* dengan adanya pengaruh kontrol yaitu iklan dan edukasi ke populasi yang rentan kecanduan media sosial. Laju perubahan pada subpopulasi yang rentan *Susceptible* terjadi akibat jumlah subpopulasi S yang bertambah dengan adanya tingkat kelahiran (π) pada individu S dan adanya tingkat dari individu yang sembuh kembali individu yang rentan $(\gamma\eta R)$. Laju perubahan pada subpopulasi yang rentan juga terdapat subpopulasi yang keluar dari kecanduan yang diakibatkan adanya kematian alami $(-\mu)$, subpopulasi yang tidak menggunakan atau berhenti menggunakan media sosial $(-k)$, dan juga akibat subpopulasi yang telah diberi kontrol berupa edukasi melalui iklan tentang media sosial $(-u_1)$. Subpopulasi yang rentan

(S) juga berkurang akibat subpopulasi yang rentan bergabung ke subpopulasi yang terpapar atau jarang menggunakan media sosial $(-(1 - u_1)\beta\sigma AS)$. Pemberian kontrol pada subpopulasi yang rentan *Susceptible* agar subpopulasi yang rentan akan berkurang dan subpopulasi yang keluar atau berhenti kecanduan media sosial. Berikut merupakan formulasi model pecandu media sosial subpopulasi *Susceptible* setelah diberi kontrol.

$$\frac{dS}{dt} = \pi + \gamma\eta R - (1 - u_1)\beta\sigma AS - (k + u_1 + \mu)S \tag{4.1}$$

Laju perubahan subpopulasi yang terpapar *(Exposed)* terjadi akibat adanya penambahan jumlah populasi yang terpapar karena subpopulasi rentan yang sudah diberi kontrol tapi melakukan kontak dengan subpopulasi yang jarang menggunakan media sosial $((1 - u_1)\beta\sigma ES)$, serta terjadi pengurangan populasi yang terpapar akibat adanya tingkat kematian alami $(-\mu)$, adanya kontak subpopulasi yang terpapar dengan subpopulasi yang kecanduan $(-\delta)$, dan adanya kontrol yang berupa upaya pengobatan $(-u_2)$. Berikut merupakan formulasi model pecandu media sosial subpopulasi *Exposed* setelah diberi kontrol.

$$\frac{dE}{dt} = (1 - u_1)\beta\sigma AS - (\delta + u_2 + \mu)E \tag{4.2}$$

Laju perubahan pada subpopulasi yang kecanduan *(Addicted)* terjadi akibat adanya interaksi antara subpopulasi terpapar dengan subpopulasi yang kecanduan sehingga mengakibatkan subpopulasi yang terpapar menjadi kecanduan sebesar $(\alpha(\delta + u_2)E)$. Subpopulasi yang keluar dari kecanduan atau pulih setelah diberi kontrol berupa upaya pengobatan

$(-u_2)$ sehingga subpopulasi kecanduan akan berkurang dan subpopulasi yang pulih bertambah. Kemudian subpopulasi yang kecanduan juga berkurang akibat adanya kematian alami $(-\mu)$, tingkat kematian akibat kecanduan $(-\rho)$, dan tingkat kesembuhan subpopulasi yang kecanduan ke subpopulasi yang pulih $(-\varepsilon)$. Berikut merupakan formulasi model pecandu media sosial subpopulasi *Exposed* setelah diberi kontrol.

$$\frac{dA}{dt} = \alpha(\delta + u_2)E - (\varepsilon + u_2 + \rho + \mu)A \tag{4.3}$$

Laju perubahan pada subpopulasi yang pulih dari kecanduan media sosial *(Recovered)* terjadi akibat adanya subpopulasi kecanduan yang mulai pulih secara alami (ε) dan pulih setelah diberi kontrol berupa upaya pengobatan (u_2), serta bertambah juga sebesar $((1 - \alpha)(\delta + u_2))$ dari subpopulasi yang terpapar. Subpopulasi yang pulih akan berkurang yang diakibatkan adanya tingkat kematian alami $(-\mu)$ dan subpopulasi yang mulai berhenti menggunakan media sosial $(-\eta)$. Berikut merupakan formulasi model pecandu media sosial subpopulasi *Recovered* setelah diberi kontrol.

$$\frac{dR}{dt} = (1 - \alpha)(\delta + u_2)E + (\varepsilon + u_2)A - (\mu + \eta)R \tag{4.4}$$

Laju perubahan subpopulasi yang secara permanen tidak menggunakan media sosial *(Quit)* terjadi akibat adanya laju perpindahan dari subpopulasi yang rentan ke subpopulasi yang secara permanen tidak menggunakan media sosial sebesar (k) dan yang telah diberi kontrol edukasi melalui iklan (u_1). Subpopulasi yang meninggalkan media sosial juga bertambah sebesar $((1 -$

$\gamma)\eta)$ yang mengakibatkan subpopulasi yang sembuh berkurang. Tingkat kematian juga mempengaruhi jumlah subpopulasi yang keluar sebesar $(-\mu_1)$. Berikut merupakan formulasi model pecandu media sosial subpopulasi *Quit* setelah diberi kontrol.

$$\frac{dQ}{dt} = (k + \mu_1)S + (1 - \gamma)\eta R - \mu Q \tag{4.5}$$

Dari uraian pernyataan diatas disimpulkan menjadi formulasi model matematika pecandu media sosial yang dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa sebagai berikut.

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \pi + \gamma\eta R - (1 - u_1)\beta\sigma AS - (k + u_1 + \mu)S \\ \frac{dE}{dt} = (1 - u_1)\beta\sigma AS - (\delta + u_2 + \mu)E \\ \frac{dA}{dt} = \alpha(\delta + u_2)E - (\varepsilon + u_2 + \rho + \mu)A \\ \frac{dR}{dt} = (1 - \alpha)(\delta + u_2)E + (\varepsilon + u_2)A - (\mu + \eta)R \\ \frac{dQ}{dt} = (k + u_1)S + (1 - \gamma)\eta R - \mu Q \end{cases} \tag{4.6}$$

Dari formulasi model matematika (4.6) akan dilakukan analisis kontrol optimal.

B. Analisis Kontrol Optimal

Analisis kontrol optimal digunakan untuk mengetahui formulasi model matematika yang telah dibentuk dengan memenuhi prinsip maksimum pontryagin. Kontrol optimal pada penelitian ini bertujuan untuk meminimumkan subpopulasi yang kecanduan terhadap media sosial dengan kontrol edukasi

melalui iklan tentang dampak negatif kecanduan media sosial (u_1) dan upaya pengobatan (u_2).

Dengan demikian, bentuk fungsi tujuan yang akan diminimumkan adalah sebagai berikut:

$$J = \int_0^T [b_1 E + b_2 A + \frac{1}{2}(w_1 u_1^2 + w_2 u_2^2)]dt \tag{4.7}$$

dimana T adalah kondisi tranversal, b_1 dan b_2 adalah konstanta bobot pada populasi terpapar dan kecanduan, sedangkan w_1 dan w_2 koefisien bobot untuk kontrol u_1 dan u_2.

Selanjutnya yaitu terdapat kontrol optimal $u^* = (u_1^*, u_2^* \in U)$ sedemikian sehingga berlaku

$$J(u_1^*, u_2^*) = min\{J(u_1, u_2)|u_1(t), u_2(t) \in U\} \tag{4.8}$$

dengan

$$U = \{(u_1, u_2)|0 \leq u_i(t) \leq 1.i = 1, 2\}$$

Masalah kontrol optimal dapat dipenuhi jika masalah tersebut memenui kondisi pada prinsip Pontryagin. Langkah awalnya yaitu menemukan fungsi Hamiltonian yang bersesuaian dengan persaaman 4.6, sehingga diperoleh

$$H = b_1 E + b_2 A + \frac{1}{2}(w_1 u_1^2 + w_2 u_2^2) + \sum_{i=1}^{5} \lambda_i f_i \tag{4.9}$$

dengan subsitusi persamaan $\sum_{i=1}^{5} \lambda_i f_i$ diperoleh

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{5} \lambda_i f_i = {} & \lambda_1[\pi + \gamma\eta R - (1-u_1)\beta\sigma AS - (k+u_1+\mu)S] \\ & + \lambda_2[(1-u_1)\beta\sigma AS - (\delta+u_2+\mu)E] \\ & + \lambda_3[\alpha(\delta+u_2)E - (\varepsilon+u_2+\rho+\mu)A] \\ & + \lambda_4[(1-\alpha)(\delta-u_2)E + (\varepsilon+u_2)A - (\mu+\eta)R] \\ & + \lambda_5[(k+u_1)S + (1-\gamma)\eta R - \mu Q]\end{aligned} \tag{4.10}$$

Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}H = {} & b_1 E + b_2 A + \frac{1}{2} w_1 u_1^2 + \frac{1}{2} w_2 u_2^2 + \lambda_1[\pi + \gamma\eta R - (1-u_1)\beta\sigma AS \\ & - (k+u_1+\mu)S] + \lambda_2[(1-u_1)\beta\sigma AS - (\delta+u_2+\mu)E] \\ & + \lambda_3[\alpha(\delta+u_2)E - (\varepsilon+u_2+\rho+\mu)A] \\ & + \lambda_4[(1-\alpha)(\delta-u_2)E + (\varepsilon+u_2)A - (\mu+\eta)R] \\ & + \lambda_5[(k+u_1)S + (1-\gamma)\eta R - \mu Q]\end{aligned} \tag{4.11}$$

Dengan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ sebagai variabel-variabel *costate*. Berdasarkan prinsip minimum pontryagin terdapat solusi optimal fungsi hamiltonian akan dicapai jika memenuhi kondisi-kondisi berikut, yaitu :

1. Kondisi Stasioner

Kondisi stasioner merupakan salah satu kondisi dimana kontrol u_1, u_2 harus dapat meminimumkan fungsi hamiltonian. Jika fungsi hamiltonian dapat diturunkan terhadap variabel

kontrol u_1 dan u_2, maka harus memenuhi kondisi tersebut sebagai berikut

a. Kondisi Stasioner u_1

Kondisi stasioner untuk u_1 dimana kontrol u_1 dapat meminimumkan fungsi hamiltonian dengan menurunkan fungsi hamiltonian terhadap variabel kontrol u_1.

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = 0 \iff w_1 u_1 + (\lambda_5 - \lambda_1)S + \beta\sigma AS(\lambda_1 - \lambda_2) = 0$$

Sehingga diperoleh

$$w_1 u_1 + (\lambda_5 - \lambda_1)S + \beta\sigma AS(\lambda_1 - \lambda_2) = 0$$

Dengan menggunakan sifat distributif, diperoleh

$$w_1 u_1 = (\lambda_1 - \lambda_5)S + \beta\sigma AS(\lambda_2 - \lambda_1)$$

Maka, diperoleh nilai u_1 diperoleh sebagai berikut

$$u_1 = \frac{(\lambda_1 - \lambda_5)S + \beta\sigma AS(\lambda_2 - \lambda_1)}{w_1}$$

Dengan demikian diperoleh solusi untuk u_1^* adalah

$$u_1^* = max\left\{0, min\left(1, \frac{(\lambda_1 - \lambda_5)S + \beta\sigma AS(\lambda_2 - \lambda_1)}{w_1}\right)\right\} \quad (4.12)$$

b. Kondisi Stasioner u_2

Kondisi stasioner untuk u_2 dimana kontrol u_2 dapat meminimumkan fungsi hamiltonian dengan menurunkan fungsi hamiltonian terhadap variabel kontrol u_2.

$$\frac{\partial H}{\partial u_2} = 0 \iff w_2 u_2 + (\lambda_4 - \lambda_2)E + (\lambda_3 - \lambda_4)(\alpha E - A) = 0$$

Sehingga diperoleh

$$w_2 u_2 + (\lambda_4 - \lambda_2)E + (\lambda_3 - \lambda_4)(\alpha E - A) = 0$$

Dengan menggunakan sifat distributif, diperoleh

$$w_2 u_2 = (\lambda_2 - \lambda_4)E + (\lambda_4 - \lambda_3)(\alpha E - A) = 0$$

Maka, diperoleh nilai u_1 diperoleh sebagai berikut

$$u_2 = \frac{(\lambda_2 - \lambda_4)E + (\lambda_4 - \lambda_3)(\alpha E - A)}{w_2}$$

Dengan demikian diperoleh solusi untuk u_2^* adalah

$$u_2^* = max\left\{0, min\left(1, \frac{(\lambda_2 - \lambda_4)E + (\lambda_4 - \lambda_3)(\alpha E - A)}{w_2}\right)\right\} \tag{4.13}$$

2. Persamaan *State*

Persamaan *state* merupakan persamaan yang menjadi kendala dalam menyelesaikan kontrol optimal. Berdasarkan persamaan (4.6), maka persamaan *state* yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut

1. Turunan fungsi Hamiltonian terhadap λ_1

$$\frac{dH}{d\lambda_1} = \frac{dS}{dt} = \pi + \gamma\eta R - (1-u_1)\beta\sigma AS - (k+u_1+\mu)S \tag{4.14}$$

2. Turunan fungsi Hamiltonian terhadap λ_2

$$\frac{dH}{d\lambda_2} = \frac{dE}{dt} = (1-u_1)\beta\sigma AS - (\delta+u_2+\mu)E \tag{4.15}$$

3. Turunan fungsi Hamiltonian terhadap λ_3

$$\frac{dH}{d\lambda_3} = \frac{dA}{dt} = \alpha(\delta+u_2)E - (\varepsilon+u_2+\rho+\mu)A \tag{4.16}$$

4. Turunan fungsi Hamiltonian terhadap λ_4

$$\frac{dH}{d\lambda_4} = \frac{dR}{dt} = (1-\alpha)(\delta+u_2)E + (\varepsilon+u_2)A - (\mu+\eta)R \tag{4.17}$$

5. Turunan fungsi Hamiltonian terhadap λ_5

$$\frac{dH}{d\lambda_5} = \frac{dQ}{dt} = (k+\mu_1)S + (1-\gamma)\eta R - \mu Q \tag{4.18}$$

Sehingga persamaan *state* diperoleh sebagai berikut

$$\begin{cases} \dfrac{dH}{d\lambda_1} = \pi + \gamma\eta R - (1-u_1)\beta\sigma AS - (k+u_1+\mu)S \\ \dfrac{dH}{d\lambda_2} = (1-u_1)\beta\sigma AS - (\delta+u_2+\mu)E \\ \dfrac{dH}{d\lambda_3} = \alpha(\delta+u_2)E - (\varepsilon+u_2+\rho+\mu)A \\ \dfrac{dH}{d\lambda_4} = (1-\alpha)(\delta+u_2)E + (\varepsilon+u_2)A - (\mu+\eta)R \\ \dfrac{dH}{d\lambda_5} = (k+\mu_1)S + (1-\gamma)\eta R - \mu Q \end{cases} \tag{4.19}$$

dengan kondisi awal $S(0) = S_0, E(0) = E_0, A(0) = A_0, R(0) = R_0, Q(0) = Q_0$

Langkah selanjutnya adalah mensubtitusikan nilai kontrol optimal (u_1^*, u_2^*) ke dalam sistem persamaan *state* (4.19) diperoleh sistem yang optimal sebagai berikut

$$\begin{cases} \dfrac{dH}{d\lambda_1} = \pi + \gamma\eta R - (1-u_1^*)\beta\sigma AS - (k+u_1^*+\mu)S \\ \dfrac{dH}{d\lambda_2} = (1-u_1^*)\beta\sigma AS - (\delta+u_2^*+\mu)E \\ \dfrac{dH}{d\lambda_3} = \alpha(\delta+u_2^*)E - (\varepsilon+u_2^*+\rho+\mu)A \\ \dfrac{dH}{d\lambda_4} = (1-\alpha)(\delta-u_2^*)E + (\varepsilon+u_2^*)A - (\mu+\eta)R \\ \dfrac{dH}{d\lambda_5} = (k+\mu_1)S + (1-\gamma)\eta R - \mu Q \end{cases} \tag{4.20}$$

3. Persamaan *Costate*

Persamaan *costate* merupakan nilai negatif dari hasil turunan fungsi Hamiltonian terhadap variabel-variabel *state*, yaitu

1. Nilai negatif dari turunan fungsi Hamiltonian terhadap varibel *state* S

$$-\frac{dH}{dS} = \frac{d\lambda_1}{dt} = -\frac{dH}{dS} = \lambda_1((1-u_1)\beta\sigma A + k + u_1 + \mu) - \lambda_2((1-u_1)\beta\sigma A) - \lambda_5(k+u_1) \tag{4.21}$$

2. Nilai negatif dari turunan fungsi Hamiltonian terhadap varibel *state* E

$$-\frac{dH}{dE} = \frac{d\lambda_2}{dt} = -\frac{dH}{dE} = -b_1 + \lambda_2(\delta + u_2 + \mu) - \lambda_3\alpha(\delta + u_2) - \lambda_4(1-\alpha)(\delta + u_2) \tag{4.22}$$

3. Nilai negatif dari turunan fungsi Hamiltonian terhadap varibel *state* A

$$-\frac{dH}{dA} = \frac{d\lambda_3}{dt} = -\frac{dH}{dA} = -b_2 + \lambda_1((1-u_1)\beta\sigma S - \lambda_2((1-u_1)\beta\sigma S) + \lambda_3(\epsilon + u_2 + \rho + \mu) - \lambda_4(\epsilon + u_2) \tag{4.23}$$

4. Nilai negatif dari turunan fungsi Hamiltonian terhadap varibel *state* R

$$-\frac{dH}{dR} = \frac{d\lambda_4}{dt} = -\lambda_1\gamma\eta + \lambda(\eta + \mu) - \lambda_5((1-\gamma)\eta) \tag{4.24}$$

5. Nilai negatif dari turunan fungsi Hamiltonian terhadap

varibel *state* Q

$$-\frac{dH}{dQ} = \frac{d\lambda_5}{dt} = \mu\lambda_5 \tag{4.25}$$

Sehingga sistem persamaan *costate* diperoleh sebagai berikut

$$\begin{cases} -\dfrac{dH}{dS} = \dfrac{d\lambda_1}{dt} = \lambda_1((1-u_1)\beta\sigma A + k + u_1 + \mu) \\ \qquad\qquad - \lambda_2((1-u_1)\beta\sigma A) - \lambda_5(k+u_1) \\ -\dfrac{dH}{dE} = \dfrac{d\lambda_2}{dt} = -b_1 + \lambda_2(\delta + u_2 + \mu) - \lambda_3\alpha(\delta + u_2) \\ \qquad\qquad - \lambda_4(1-\alpha)(\delta + u_2) \\ -\dfrac{dH}{dA} = \dfrac{d\lambda_3}{dt} = -b_2 + \lambda_1((1-u_1)\beta\sigma S - \lambda_2((1-u_1)\beta\sigma S) \\ \qquad\qquad + \lambda_3(\epsilon + u_2 + \rho + \mu) - \lambda_4(\epsilon + u_2) \\ -\dfrac{dH}{dR} = \dfrac{d\lambda_4}{dt} = -\lambda_1\gamma\eta + \lambda(\eta + \mu) - \lambda_5((1-\gamma)\eta) \\ -\dfrac{dH}{dQ} = \dfrac{d\lambda_5}{dt} = \mu\lambda_5 \end{cases} \tag{4.26}$$

dengan kondisi tranversal yaitu $\lambda_i(T) = 0$ dimana $i = 1, ..., 5$ dan pasangan persamaan kontrol (u_1^*, u_2^*)

Langkah selanjutnya adalah mensubtitusikan nilai kontrol optimal (u_1^*, u_2^*) ke dalam sistem persamaan *costate* (4.26)

diperoleh sistem yang optimal sebagai berikut

$$\begin{cases} -\dfrac{dH}{dS} = \lambda_1((1-u_1^*)\beta\sigma A + k + u_1^* + \mu) \\ \qquad\qquad - \lambda_2((1-u_1^*)\beta\sigma A) - \lambda_5(k + u_1^*) \\ -\dfrac{dH}{dE} = -b_1 + \lambda_2(\delta + u_2^* + \mu) - \lambda_3\alpha(\delta + u_2^*) \\ \qquad\qquad - \lambda_4(1-\alpha)(\delta + u_2^*) \\ -\dfrac{dH}{dA} = -b_2 + \lambda_1((1-u_1^*)\beta\sigma S - \lambda_2((1-u_1^*)\beta\sigma S) \\ \qquad\qquad + \lambda_3(\epsilon + u_2^* + \rho + \mu) - \lambda_4(\epsilon + u_2^*) \\ -\dfrac{dH}{dR} = -\lambda_1\gamma\eta + \lambda(\eta + \mu) - \lambda_5((1-\gamma)\eta) \\ -\dfrac{dH}{dQ} = \mu\lambda_5 \end{cases} \tag{4.27}$$

dengan kondisi batas yaitu
$\lambda_i(T) = 0, i = 1, ..., 5$

4. Sistem Optimal

Sistem optimal adalah sistem yang dibentuk dari sistem persamaan *state* dan sistem persamaan *costate* yang disubsitusikan nilai kontrol (u_1^*, u_2^*) sehingga diperoleh sistem

sebagai berikut:

$$
\begin{cases}
\dfrac{dH}{d\lambda_1} = \pi + \gamma\eta R - (1-u_1^*)\beta\sigma AS - (k+u_1^*+\mu)S \\
\dfrac{dH}{d\lambda_2} = (1-u_1^*)\beta\sigma AS - (\delta+u_2^*+\mu)E \\
\dfrac{dH}{d\lambda_3} = \alpha(\delta+u_2^*)E - (\varepsilon+u_2^*+\rho+\mu)A \\
\dfrac{dH}{d\lambda_4} = (1-\alpha)(\delta-u_2^*)E + (\varepsilon+u_2^*)A - (\mu+\eta)R \\
\dfrac{dH}{d\lambda_5} = (k+\mu_1)S + (1-\gamma)\eta R - \mu Q \\
-\dfrac{dH}{dS} = \lambda_1((1-u_1^*)\beta\sigma A + k + u_1^* + \mu) \\
\qquad - \lambda_2((1-u_1^*)\beta\sigma A) - \lambda_5(k+u_1^*) \\
-\dfrac{dH}{dE} = -b_1 + \lambda_2(\delta+u_2^*+\mu) - \lambda_3\alpha(\delta+u_2^*) \\
\qquad - \lambda_4(1-\alpha)(\delta+u_2^*) \\
-\dfrac{dH}{dA} = -b_2 + \lambda_1((1-u_1^*)\beta\sigma S - \lambda_2((1-u_1^*)\beta\sigma S) \\
\qquad + \lambda_3(\epsilon+u_2^*+\rho+\mu) - \lambda_4(\epsilon+u_2^*) \\
-\dfrac{dH}{dR} = -\lambda_1\gamma\eta + \lambda(\eta+\mu) - \lambda_5((1-\gamma)\eta) \\
-\dfrac{dH}{dQ} = \mu\lambda_5 \\
u_1^* = max\left\{0, min\left(1, \dfrac{(\lambda_1-\lambda_5)S + \beta\sigma AS(\lambda_2-\lambda_1)}{w_1}\right)\right\} \\
u_2^* = max\left\{0, min\left(1, \dfrac{(\lambda_2-\lambda_4)E + (\lambda_4-\lambda_3)(\alpha E - A)}{w_2}\right)\right\}
\end{cases}
\tag{4.28}
$$

$\lambda_1(T) = 0, i = 1, ..., 5$

$S(0) = S_0, E(0) = E_0, A(0) = A_0, R(0) = R_0, Q(0) = Q_0$

C. Simulasi Numerik

Metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal di penelitian ini adalah metode *sweep forward-backward*. pada langkah ini dilakukan dikritisasi interval [0,T] di titik $t_1 = t_0 + ih(i = 0, 1, ..., n)$ dengan h merupakan ukuran langkah waktu sehingga $t_n = T$. Adapun variabel-variabel yang digunakan adalah $u_1, u_2, S, EA, R, Q, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4,$ dan λ_5 dinyatakan dalam bentuk titik-titik sebagai berikut, $u_1(i), u_2(i), S(i), E(i), A(i), R(i), Q(i), \lambda_1(i), \lambda_2(i), \lambda_3(i), \lambda_4(i), \lambda_5(i)$, dan $i = 0, 1, 2, ...$ kemudian variabel-variabel *state* S, E, A, R, dan Q didekati dengan metode Runge Kutta orde 4 langkah maju, dengan nilai awal $S(0) = S_0, E(0) = E_0, A(0) = A_0, R(0) = R_0, Q(0) = Q_0$, sedangkan variabel-variabel *costate* $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4,$ dan λ_5 didekati dengan metode Runge Kutta orde 4 langkah mundur, dengan nilai awal $\lambda_1(n) = 0, \lambda_2(n) = 0, \lambda_3(n) = 0, \lambda_4(n) = 0,$ dan $\lambda_5(n) = 0$. Selanjutnya, berikut adalah langkah-langkah algoritma dari metode *sweep forward-backward* sebagai berikut.

1 Tentukan nilai awal untuk nilai-nilai berikut. $S(0), E(0), A(0), R(0), Q(0), \lambda_1(T), \lambda_2(T), \lambda_3(T), \lambda_4(T), \lambda_5(T)$ dan nilai error toleransi.

2 Untuk $i = 0, 1, 2, ..., n$ buat tebakan awal $u_1(t)$ dan $u_2(t)$.

3 Untuk $i = 0, 1, 2, ..., n - 1$, hitung nilai $S(i + 1), E(i + 1), A(i+1), R(i+1), Q(i+1)$ dengan nilai awal pada langkah 1 menggunakan metode Runge Kutta orde 4 langkah maju.

4 Untuk $k = n, (n-1), ..., 1$, hitung nilai-nilai $\lambda_1(k-1), \lambda_2(k-1), \lambda_3(k-1), \lambda_4(k-1), \lambda_5(k-1)$ dengan kondisi transversal menggunakan metode Runge Kutta orde 4 langkah mundur.

5 Untuk i=0,1,2,...,n hitung nilai kontrol

$$u_1^* = max\left\{0, min\left(1, \frac{(\lambda_1 - \lambda_5)S + \beta\sigma AE(\lambda_2 - \lambda_1)}{w_1}\right)\right\}$$

dan

$$u_2^* = max\left\{0, min\left(1, \frac{(\lambda_2 - \lambda_4)E + (\lambda_4 - \lambda_3)(\alpha E - A)}{w_2}\right)\right\}$$

6 Hitung nllai eror dari vaariabel-variabel $u_1(t), u_2(t), S, EA, R, Q, \lambda_1(T), \lambda_2(T), \lambda_3(T), \lambda_4(T),$ dan $\lambda_5(T)$ berdasarkan nilai iterasi pada saat ini dan nilai iterasi sebelumnya. Jika nilai eror lebih besar dari toleransi maka kembali ke langkah 3.

7 Cetak $S^* = S, E^* = E, A^* = A, R^* = R, Q^* = Q, U_1^* = U_1, U_2^* = U_2$

Terdapat dua kontrol yang digunakan yaitu u_1 merupakan iklan dan edukasi tentang dampak negatif dari sosial media dan u_2 merupakan upaya pengobatan untuk mempresentasikan model tentang pecandu media sosial dengan menggunakan nilai awal dan parameter pada tabel 4.3 sebagai berikut.

Tabel 4.3. Nilai Awal yang Digunakan Dalam Simulasi Numerik (Alemneh dkk. 2021)

Variabel	Nilai Awal
S_0	1000
E_0	10
A_0	50
R_0	0
Q_0	100

Tabel 4.4. Parameter yang Digunakan Dalam Simulasi Numerik

Parameter	Nilai	Sumber
π	0.5	Asumsi
μ	0.25	Wang dkk. (2014)
β	0.6	Wang dkk. (2014)
σ	0.5	Wang dkk. (2014)
α	0.7	Guo dan Li (2020)
δ	0.25	Guo dan Li (2020)
ε	0.7	Huo dan Wang (2014)
ρ	0.01	Asumsi
k	0.01	Asumsi
γ	0.35	Li dan Guo (2019)
η	0.4	Huo dan Wang (2014)

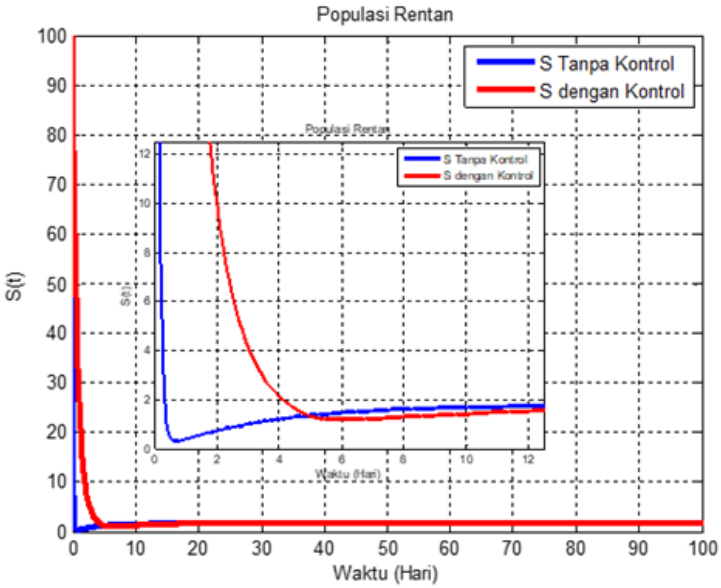
Ditunjukkan pengaruh kontrol pada pecandu media sosial berdasarkan nilai awal pada tabel 4.3 dan parameter pada tabel 4.4 pada simulasi I, II, dan III dengan menggunakan waktu awal yaitu $t = 0$ dan waktu akhir $t = 100$ serta menggunakan sistem persamaan 4.28. Uraian berikut ini merupakan beberapa kasus hasil simulasi numerik model pecandu media sosial.

1. Hasil Simulasi Pecanduan Media Sosial setelah terkena kontrol

Dalam pengendalian suatu penyebaran termasuk juga tentang kecanduan media sosial dilakukan upaya kontrol dengan perepresentasian simulasi model. simulasi model ditunjukkan pada software MATLAB2013a dengan menggunakan metode *sweep foward-backward*. Pada skripsi ini disimulasikan perubahan jumlah populasi model pecandu media sosial dimana sebelum dan setelah adanya penambahan kontrol.

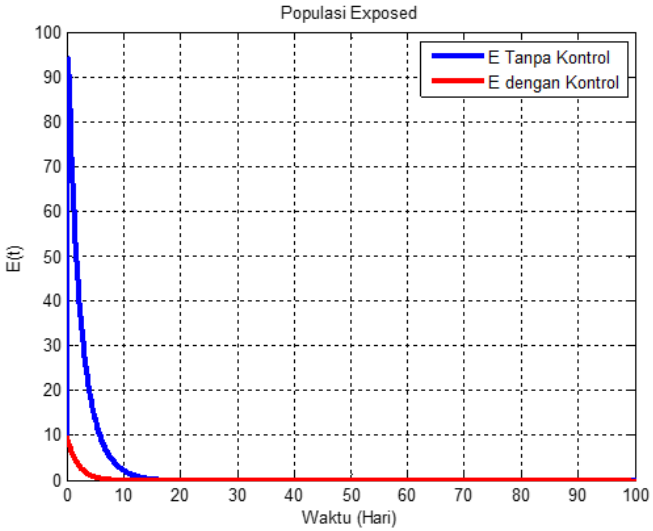
a. Simulasi I ($u_1 \neq 0$ **dan** $u_2 = 0$**)**

Pengaruh kontrol pada pecandu media sosial berdasarkan nilai awal dan parameter pada tabel 4.3 dan 4.4 pada gambar 4.2 menggunakan parameter $\pi, \mu, \beta, \sigma, \gamma, \eta, k$ dan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 0$ pada populasi *susceptible* diperoleh simulasi numerik sebagai berikut.



Gambar 4.2. Simulasi Populasi *Susceptible* Tanpa dan dengan Kontrol

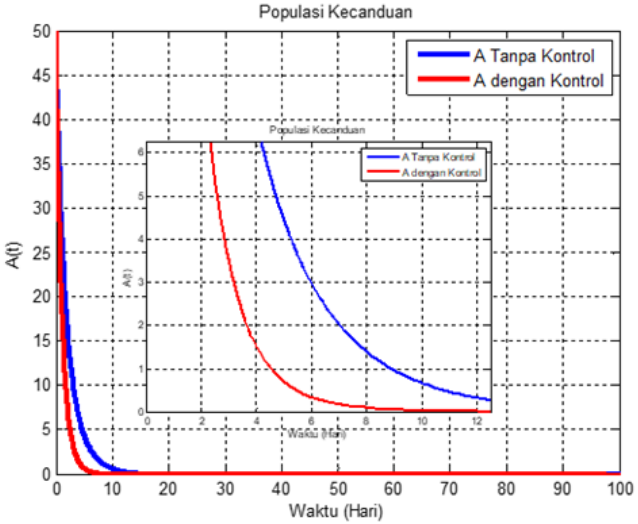
Gambar 4.2 menunjukkan bahwa populasi *susceptible* setelah diberikan kontrol u_1 berupa edukasi dan iklan tentang dampak negatif media sosial untuk pecandu media sosial mengalami penurunan dari waktu $t = 0$ sampai $t = 5$ dan naik kembali sampai $t = 24$. Kemudian secara berangsur-angsur dari waktu $t = 15$ tersebut menurun sampai suatu titik tertentu sampai pada waktu $t = 100$. Penambahan kontrol berupa iklan dan edukasi dapat berguna untuk mengurangi populasi *susceptible* serta mengantisipasi terpapar pecandu media sosial. Dengan adanya kontrol iklan dan edukasi ini mampu menurunkan presentase populasi *susceptible*. Begitu pula pengaruh kontrol u_1 pada populasi *exposed* sebagai berikut.



Gambar 4.3. Simulasi Populasi *Exposed* Tanpa dan dengan Kontrol

Pada gambar 4.3 menggunakan parameter $\beta, \sigma, \delta, \mu$ dengan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 0$ pada populasi yang terpapar diperoleh simulasi numerik pada gambar diatas. Gambar 4.3 menunjukkan bahwa populasi yang terpapar (*exposed*) setelah diberikan kontrol u_1 berupa edukasi melalui iklan mengalami penurunan dari waktu $t = 0$ sampai waktu $t = 12$ dibandingkan dengan yang sebelum terkena kontrol u_1 populasi yang mulai terpapar kecanduan media sosial mengalami peningkatan dari nilai awal $E(0) = 10$ bertambah secara signifikan sampai pada waktu $t = 1$. Penambahan kontrol berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif dari media sosial kepada populasi *exposed* memberikan dampak yang positif untuk mencegah menambahnya jumlah pada populasi *exposed*.

Pada gambar 4.4 menggunakan parameter $\delta, \alpha, \varepsilon, \rho, \mu$ dengan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 0$ pada populasi yang telah kecanduan media sosial sehingga diperoleh simulasi numerik sebagai berikut

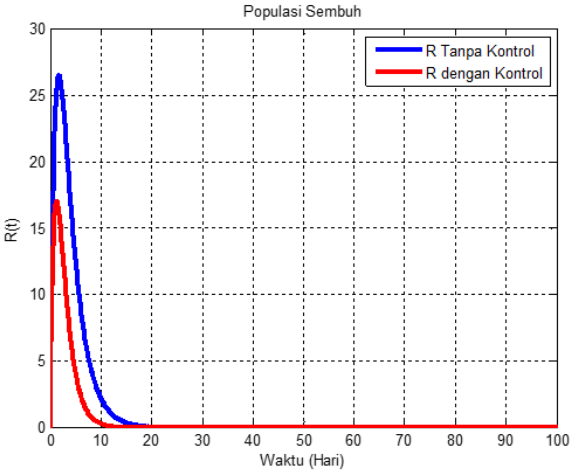


Gambar 4.4. Simulasi Populasi *Addicted* Tanpa dan dengan Kontrol

Gambar 4.4 menunjukkan bahwa populasi *addicted* setelah diberikan kontrol u_1 berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial mengalami penurunan populasi secara signifikan dalam waktu yang lebih cepat dibandingkan sebelum terkena kontrol. Penurunan jumlah populasi setelah adanya kontrol u_1 dari waktu $t = 0$ sampai $t = 6$. Penambahan kontrol berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial kepada populasi *addicted* dapat berguna untuk mengurangi jumlah populasi *addicted* dan menambah jumlah

populasi *recovered*.

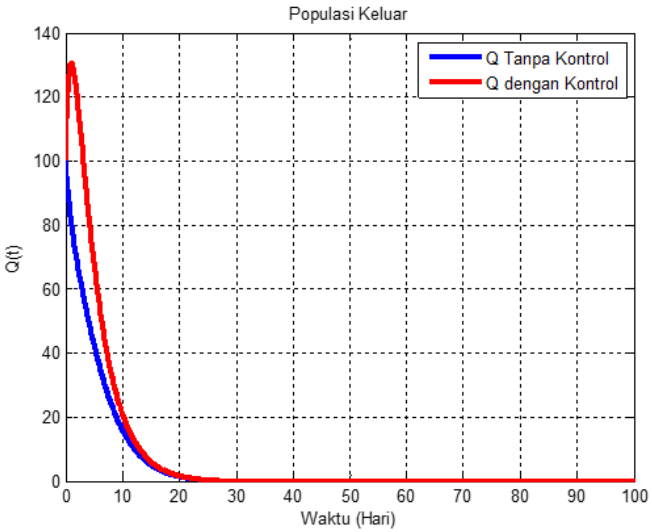
Kemudian pada populasi *recovered* menggunakan parameter $\delta, \alpha, \varepsilon, \mu, \gamma$ dengan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 0$ sehingga diperoleh simulasi numerik untuk subpopulasi sehat sebagai berikut.



Gambar 4.5. Simulasi Populasi *Recovered* Tanpa dan dengan Kontrol

Gambar 4.5 menunjukkan bahwa populasi yang sembuh dari kecanduan *(recovered)* setelah diberikan kontrol u_1 berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial mengalami kenaikan jumlah populasi dari waktu $t = 0$ sampai $t = 2$. Kemudian mengalami penurunan jumlah populasi dari waktu $t = 2$ sampai $t = 12$. Penambahan kontrol berupa iklan dan edukasi tentang dampak negatif media sosial ini mampu menambah jumlah populasi *recovered*. Adanya kontrol edukasi

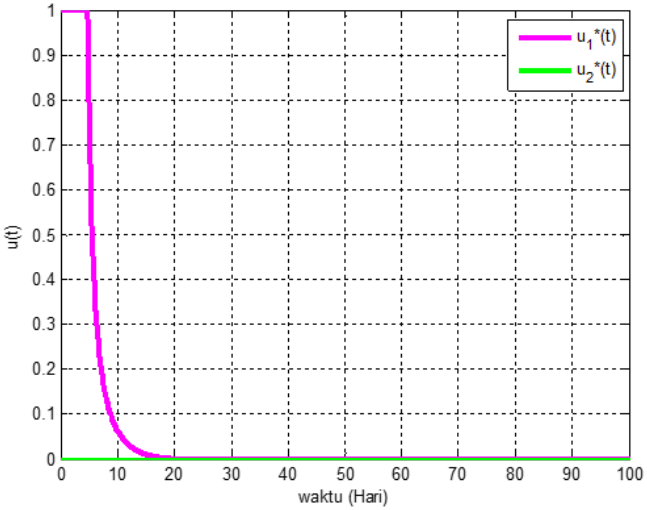
dan iklan juga memberikan dampak positif yang menyebabkan menambahnya populasi *quit*.



Gambar 4.6. Simulasi Populasi *Quit* Tanpa dan dengan kontrol

Gambar 4.6 menggunakan parameter k, γ, η, μ dengan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 0$. Hasil simulasi numerik dari populasi yang keluar atau berhenti bermain media sosial mengalami kenaikan jumlah populasi setelah diberikan kontrol edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial. Populasi *Quit* mengalami kenaikan dari waktu $t = 0$ sampai $t = 1$. Penambahan kontrol berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial dapat berguna untuk mencegah populasi *susceptible* untuk tidak bergabung pada populasi *exposed*.

Berikut merupakan gambar simulasi kontrol u_1^* dan u_2^* pada model pecandu media sosial SEARQ dengan kontrol iklan dan edukasi tentang dampak negatif media sosial dan upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT).



Gambar 4.7. Kontrol u_1^* dan u_2^* pada Simulasi Numerik Model Pecandu media sosial

Gambar 4.7 menunjukkan simulasi numerik model pecandu media sosial dengan adanya kontrol u_1^* dan u_2^*. Pemberian kontrol u_1 berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial yang ditunjukkan pada gambar 4.7 pada tingkat maksimum yaitu 1. Pada awal periode waktu kontrol u_1 diberikan sebesar 1 dari waktu $t = 0$ sampai waktu $t = 5$. Selanjutnya menurun secara berangsur-angsur hingga menuju angka nol pada waktu

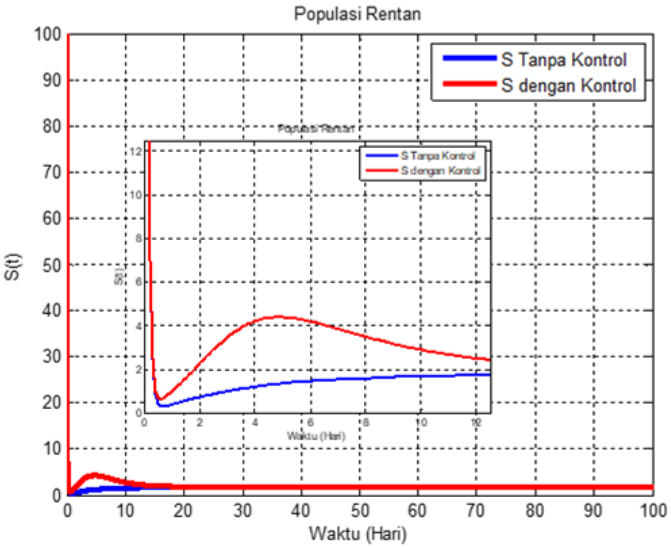
$t = 20$. Karena kontrol sudah mencapai angka nol hingga $t = 100$, maka pemberian kontrol u_1 yang berupa iklan dan edukasi diberhentikan.

Pada simulasi I menunjukkan bahwa pemberian kontrol u_1 yang berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif dari media sosial memberikan dampak yang efektif dalam menurunkan populasi yang mulai terpapar kecanduan dan mengantisipasi populasi kecanduan bermedia sosial. Pemberian kontrol u_1 juga memberikan andil dalam mempercepat penurunkan jumlah populasi yang kecanduan media sosial.

b. Simulasi II ($u_1 = 0$ dan $u_2 \neq 0$)

Pengaruh kontrol pada pecandu media sosial berdasarkan nilai awal dan parameter pada tabel 4.3 dan 4.4 pada simulasi II. Pada simulasi II ini menggunakan waktu awal yaitu $t = 0$ dan waktu akhir $t = 100$ serta menggunakan bobot $u_1 = 0$ dan $u_2 = 1$ Uraian berikut ini merupakan beberapa kasus hasil simulasi numerik pecandu media sosial dengan kontrol u_2 terhadap populasi SEARQ.

Pada gambar 4.8 menggunakan parameter $\pi, \mu, \beta, \sigma, \gamma, \eta, k$ dan bobot $u_1 = 0$ dan $u_2 = 1$ pada subpopulasi *Susceptible* diperoleh simulasi numerik sebagai berikut.

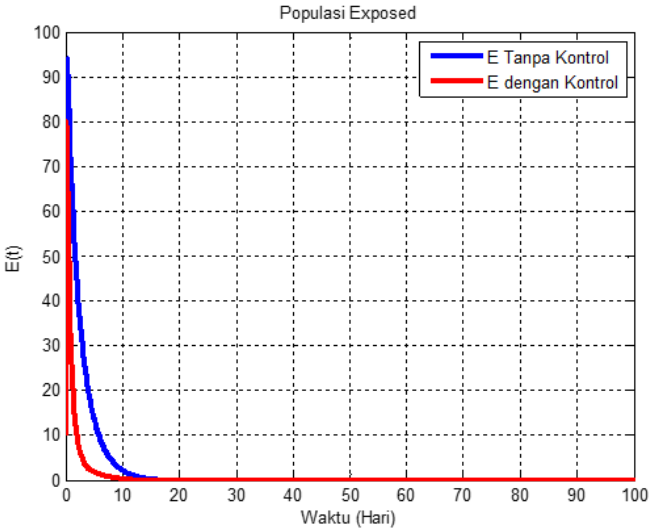


Gambar 4.8. Simulasi Populasi *Susceptible* Tanpa dan dengan Kontrol

Gambar 4.8 menunujukkan bahwa populasi *Susceptible* setelah diberikan kontrol u_2 upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) mengalami penurunan dari waktu $t = 0$ sampai $t = 1$ dan naik kembali sampai pada waktu $t = 5$ kemudian menurun sampai suatu titik tertentu sampai pada waktu $t = 100$. Penambahan kontrol berupa upaya pengobatan dapat berguna untuk mengantisipasi populasi *susceptible* yang mulai terpapar kecanduan pada media sosial.

Kontrol berupa upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara

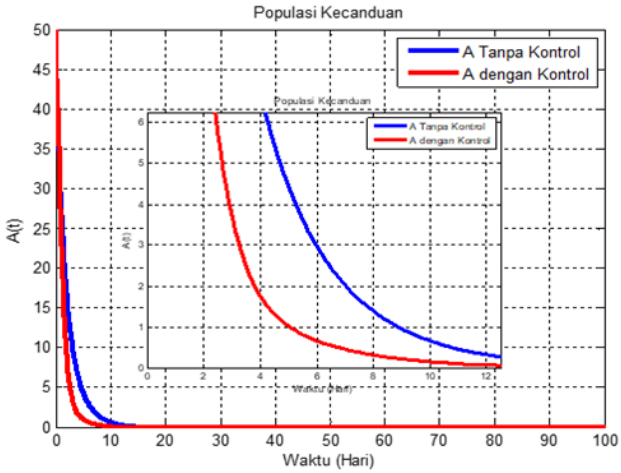
berfikir dan berperilaku (CBT) juga telah mampu menurunkan populasi *Exposed* dengan menggunakan parameter $\beta, \sigma, \delta, \mu$ dengan bobot $u_1 = 0$ dan $u_2 = 1$ sebagai berikut.



Gambar 4.9. Simulasi Populasi *Exposed* Tanpa dan dengan Kontrol

Gambar 4.9 menunujukkan bahwa populasi *Exposed* setelah diberikan kontrol upaya pengobatan mengalami peningkatan yang lebih sedikit dibandingkan sebelum terkena kontrol yaitu dari waktu $t = 0$ sampai $t = 1$. kemudian menurun secara berangsur-angsur dari waktu $t = 1$ hingga $t = 4$. Penambahan kontrol berupa upaya pengobatan dapat berguna untuk mengurangi populasi *exposed* serta mengantisipasi kecanduan media sosial. Dengan adanya kontrol upaya pengobatan ini juga mampu menurunkan presentase populasi yang mulai terpapar kecanduan media sosial.

Pada gambar 4.10 menggunakan parameter $\delta, \alpha, \varepsilon, \rho, \mu$ dengan bobot $u_1 = 0$ dan $u_2 = 1$ pada populasi *addicted* sehingga diperoleh simulasi numerik sebagai berikut

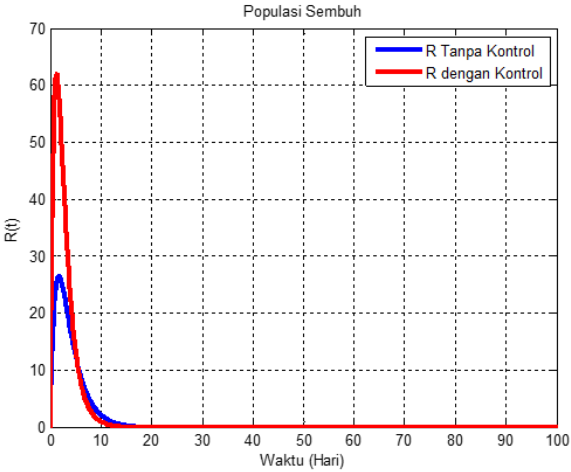


Gambar 4.10. Simulasi Populasi *Addicted* Tanpa dan dengan Kontrol

Gambar 4.10 menunujukkan bahwa populasi *Addicted* setelah diberikan kontrol u_2 berupa upaya pengobatan mengalami penurunan populasi secara signifikan dan dalam waktu yang lebih cepat dibandingkan dengan sebelum terkena kontrol. Penurunan setelah adanya kontrol upaya pengobatan waktu dari waktu $t = 0$ sampai $t = 5$. Penambahan kontrol berupa upaya pengobatan seperti terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) kepada pecandu media sosial dapat berguna untuk mengurangi jumlah populasi

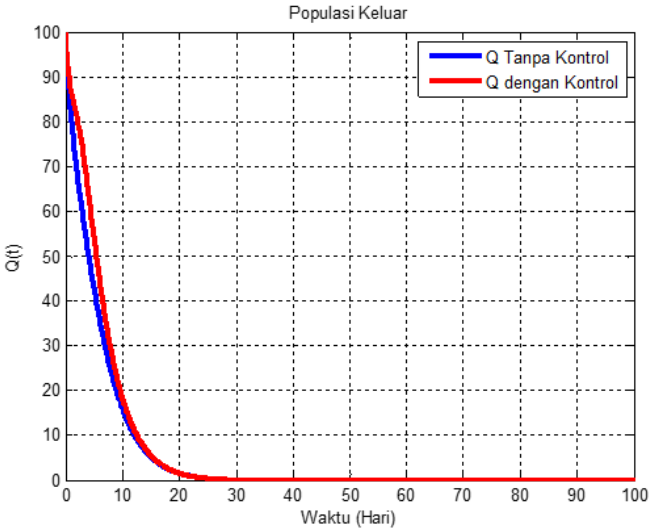
addicted dan menambah jumlah populasi *recovered*.

Kemudian pada populasi *recovered* menggunakan parameter $\delta, \alpha, \varepsilon, \mu, \gamma$ dengan bobot $u_1 = 0$ dan $u_2 = 1$ sehingga diperoleh simulasi numerik untuk populasi *Recovered* sebagai berikut.



Gambar 4.11. Simulasi Populasi *Recovered* Tanpa dan dengan Kontrol

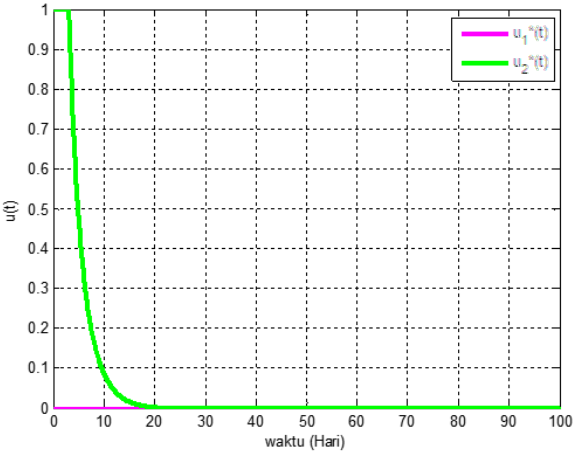
Gambar 4.11 menunjukkan bahwa populasi yang telah sembuh dari kecanduan setelah diberikan kontrol u_2 berupa upaya pengobatan mengalami kenaikan jumlah populasi secara signifikan dari waktu $t = 0$ sampai $t = 2$. Kemudian menurun dari waktu $t = 2$ sampai $t = 19$. Penambahan kontrol berupa upaya pengobatan dapat berguna untuk mengurangi populasi *addicted* dan populasi *exposed*. Dengan adanya kontrol upaya pengobatan ini mampu menurunkan presentase populasi *addicted* dan meningkatkan presentease populasi *recovered*.



Gambar 4.12. Simulasi Populasi *Quit* Tanpa dan dengan kontrol

Gambar 4.12 menggunakan parameter k, γ, η, μ dengan bobot $u_1 = 0$ dan $u_2 = 1$. Hasil simulasi numerik dari populasi yang keluar atau berhenti bermain media sosial langsung mengalami penurunan jumlah populasi setelah diberikan kontrol upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT). Populasi *Quit* mengalami penurunan dari waktu $t = 0$ sampai $t = 30$. Penambahan kontrol berupa upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) dapat berguna untuk mengurangi pecandu media sosial.

Berikut merupakan gambar simulasi kontrol u_1^* dan u_2^* pada model pecandu media sosial SEARQ dengan kontrol iklan dan edukasi tentang dampak negatif media sosial dan upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT).



Gambar 4.13. Kontrol u_1^* dan u_2^* pada Simulasi Numerik Model Pecandu media sosial

Gambar 4.13 menunjukkan simulasi numerik model pecandu media sosial dengan adanya kontrol u_1^* dan u_2^*. Pemberian kontrol u_2 berupa upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) yang ditunjukkan pada gambar 4.13 pada tingkat maksimum yaitu 1. Pada awal periode waktu kontrol u_2 diberikan sebesar 1 dari waktu $t = 0$ sampai waktu $t = 3$. Selanjutnya menurun secara berangsur-angsur hingga menuju angka nol pada waktu $t = 22$. Karena kontrol sudah mencapai

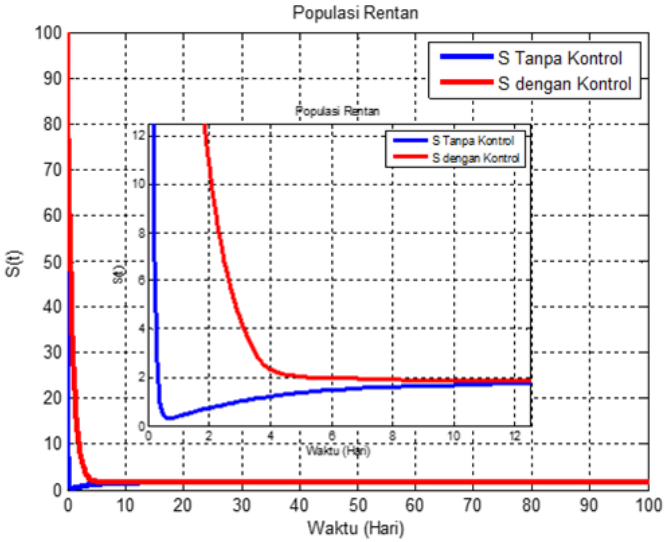
angka nol hingga $t = 100$, maka pemberian kontrol u_2 yang berupa upaya pengobatan diberhentikan.

Pada simulasi II menunjukkan bahwa pemberian kontrol u_2 yang berupa upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) memberikan dampak yang efektif dalam menurunkan populasi yang mulai terpapar kecanduan dan populasi yang telah kecanduan media sosial serta mengantisipasi populasi kecanduan bermedia sosial. Pemberian kontrol u_2 juga memberikan dampak yang efektif dalam meningkatkan populasi yang sembuh.

c. Simulasi III ($u_1 \neq 0$ dan $u_2 \neq 0$)

Pengaruh kontrol pada pecandu media sosial berdasarkan nilai awal dan parameter pada tabel 4.3 dan 4.4 pada simulasi III. Pada simulasi III ini menggunakan waktu awal yaitu $t = 0$ dan waktu akhir $t = 100$ serta menggunakan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 1$ Uraian berikut ini merupakan beberapa kasus hasil simulasi numerik pecandu media sosial dengan kontrol u_1 dan kontrol u_2 terhadap populasi SEARQ.

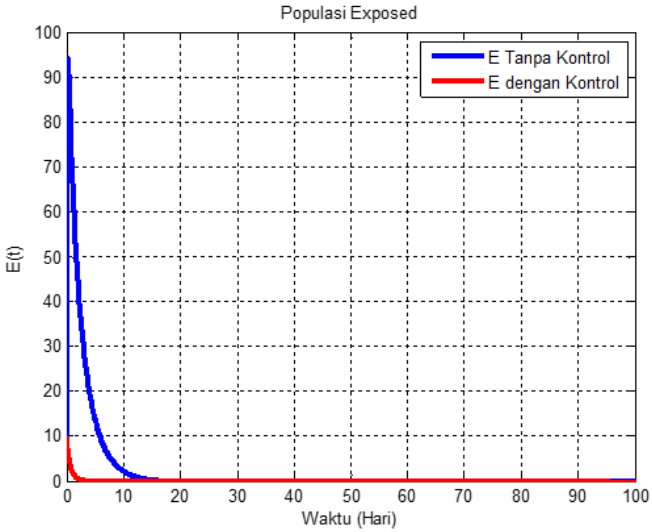
Pada gambar 4.14 menggunakan parameter $\pi, \mu, \beta, \sigma, \gamma, \eta, k$ dan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 1$ pada populasi *Susceptible* diperoleh simulasi numerik sebagai berikut.



Gambar 4.14. Simulasi Populasi *Susceptible* Tanpa dan dengan Kontrol

Gambar 4.14 menunujukkan bahwa populasi *Susceptible* setelah diberikan kontrol berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif dan kontrol upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) mengalami penurunan dari waktu $t = 0$ sampai $t = 4$ dan menurun sampai suatu titik tertentu sampai pada waktu $t = 100$. Penambahan kontrol berupa edukasi melalui iklan dapat berguna untuk mengurangi populasi *exposed* serta mengantisipasi populasi *addicted*. Dengan adanya kontrol upaya pengobatan ini mampu menurunkan presentase populasi *Susceptible*.

Begitu pula Kontrol upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) juga telah mampu menurunkan pecandu media sosial pada populasi *Exposed* dengan menggunakan parameter $\beta, \sigma, \delta, \mu$ dengan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 1$ sebagai berikut.

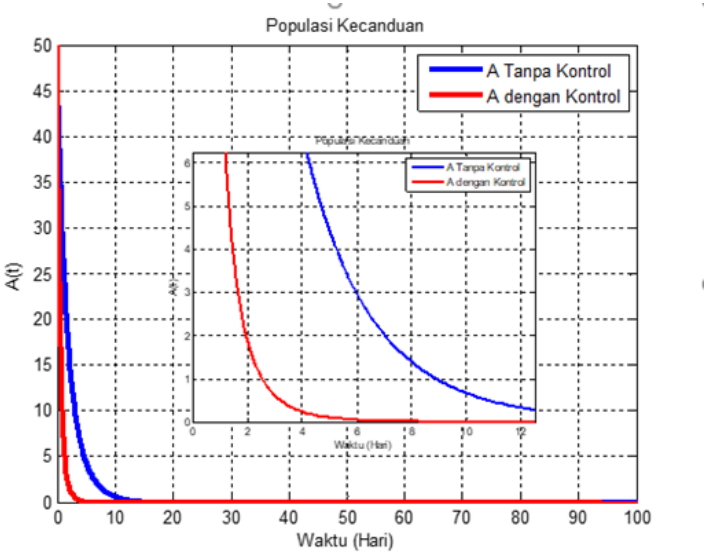


Gambar 4.15. Simulasi Populasi *Exposed* Tanpa dan dengan kontrol

Gambar 4.15 menunujukkan bahwa populasi *Exposed* setelah diberikan kontrol u_1 berupa edukasi melalui iklan serta kontrol u_2 berupa upaya pengobatan mengalami penurunan dari waktu $t = 0$ sampai waktu $t = 4$ yang sebelum terkena kontrol populasi *exposed* mengalami peningkatan dari nilai awal $E(0) = 10$ bertambah secara signifikan pada waktu $t = 1$. Penambahan kontrol berupa edukasi melalui iklan dapat berguna

untuk mengurangi pecandu media sosial serta mengantisipasi terpapar pecandu media sosial. Dengan adanya kontrol upaya pengobatan ini juga mampu menurunkan presentase populasi yang mulai terpapar kecanduan media sosial.

Pada gambar 4.16 menggunakan parameter $\delta, \alpha, \varepsilon, \rho, \mu$ dengan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 1$ pada populasi yang telah kecanduan media sosial sehingga diperoleh simulasi numerik sebagai berikut

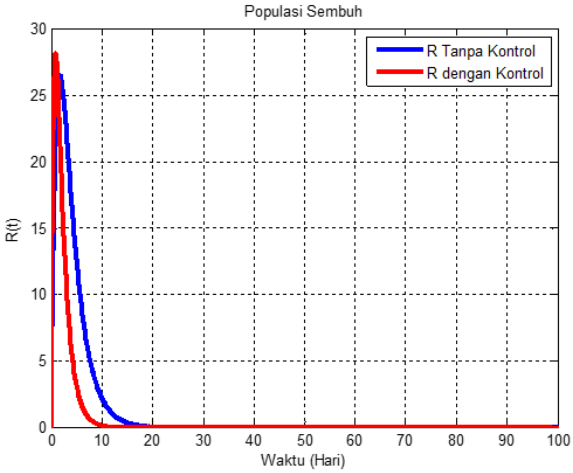


Gambar 4.16. Simulasi Populasi *Addicted* Tanpa dan dengan Kontrol

Gambar 4.16 menunujukkan bahwa populasi *Addicted* setelah diberikan kontrol edukasi melalui iklan serta upaya

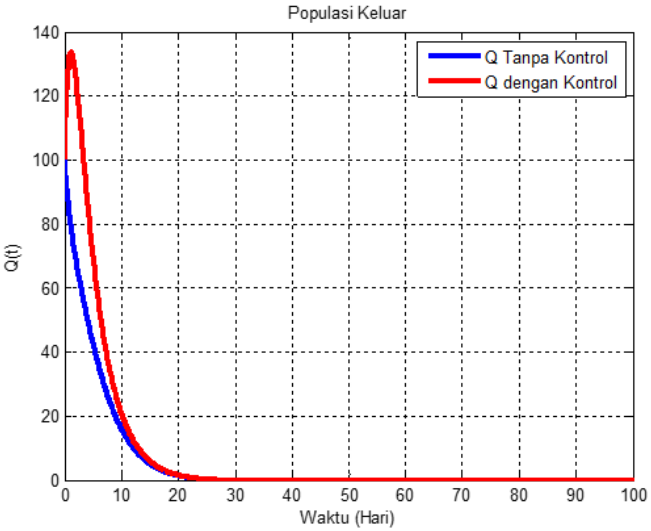
pengobatan mengalami penurunan populasi secara signifikan dan dalam waktu yang lebih cepat dibandingkan dengan sebelum terkena kontrol. Penurunan setelah adanya kontrol upaya pengobatan waktu dari waktu $t = 0$ sampai $t = 4$. Penambahan kontrol berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial serta upaya pengobatan seperti terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) kepada populasi *addicted* dapat berguna untuk mengurangi jumlah populasi *addicted* dan menambah jumlah populasi *recovered*.

Kemudian pada populasi *recovered* menggunakan parameter $\delta, \alpha, \varepsilon, \mu, \gamma$ dengan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 1$ sehingga diperoleh simulasi numerik untuk populasi *recovered* sebagai berikut.



Gambar 4.17. Simulasi Populasi *Recovered* Tanpa dan dengan Kontrol

Gambar 4.17 menunjukkan bahwa populasi *recovered* setelah diberikan kontrol u_1 berupa edukasi melalui iklan serta u_2 berupa upaya pengobatan mengalami kenaikan jumlah populasi secara signifikan dari waktu $t = 0$ sampai $t = 1$. Kemudian menurun dari waktu $t = 1$ sampai $t = 12$. Penambahan kontrol berupa upaya pengobatan dapat berguna untuk menambah populasi *recovered*. Dengan adanya kontrol upaya pengobatan ini mampu menambahkan presentase populasi *recovered*.

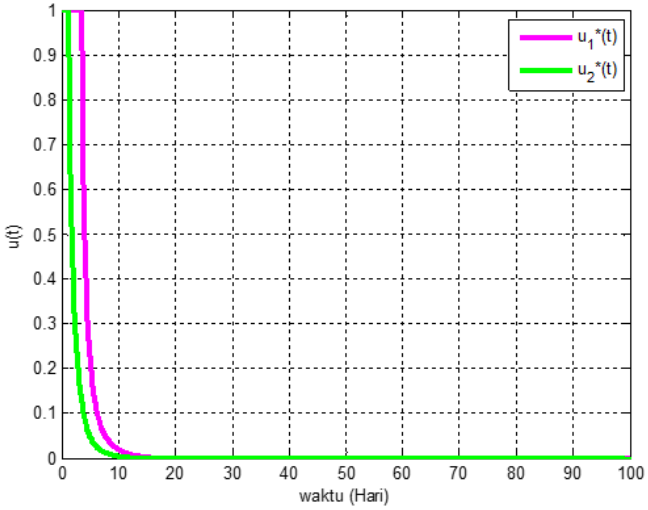


Gambar 4.18. Simulasi Populasi *Quit* Tanpa dan dengan Kontrol

Gambar 4.18 menggunakan parameter k, γ, η, μ dengan bobot $u_1 = 1$ dan $u_2 = 1$. Hasil simulasi numerik dari populasi *quit* mengalami kenaikan jumlah populasi setelah diberikan kontrol

edukasi melalui iklan serta kontrol upaya pengobatan. Populasi *Quit* mengalami kenaikan dari waktu $t = 0$ sampai $t = 1$. Penambahan kontrol berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif dari media sosial yang mampu memberikan dampak positif dalam menanmbah pada populasi *quit*.

Berikut merupakan gambar simulasi kontrol u_1^* dan u_2^* pada model pecandu media sosial SEARQ dengan kontrol edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial dan upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT).



Gambar 4.19. Kontrol u_1^* dan u_2^* pada Simulasi Numerik Model Pecandu media sosial

Gambar 4.19 menunjukkan simulasi numerik model pecandu media sosial dengan adanya kontrol u_1^* dan u_2^*. Pemberian kontrol u_1 berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial dan kontrol u_2 berupa upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) yang ditunjukkan pada gambar 4.19 pada tingkat maksimum yaitu 1. Pada awal periode waktu kontrol u_1 diberikan sebesar 1 dari waktu $t = 0$ sampai waktu $t = 5$. Selanjutnya menurun secara berangsur-angsur hingga menuju angka nol pada waktu $t = 20$. Pemberian kontrol u_2 berupa upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) yang ditunjukkan pada gambar 4.19 pada tingkat maksimum yaitu 1. Pada awal periode waktu kontrol u_2 diberikan sebesar 1 dari waktu $t = 0$ sampai waktu $t = 3$. Selanjutnya menurun secara berangsur-angsur hingga menuju angka nol pada waktu $t = 22$. Karena kontrol sudah mencapai angka nol hingga $t = 100$, maka pemberian kontrol u_1 dan u_2 diberhentikan.

Pada simulasi III menunjukkan bahwa pemberian kontrol u_1 yang berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial dan kontrol u_2 berupa upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) memberikan dampak yang efektif dalam menurunkan populasi yang mulai terpapar kecanduan dan populasi yang telah kecanduan media sosial serta mengantisipasi populasi kecanduan bermedia sosial. Pemberian kontrol u_1 dan u_2 juga memberikan dampak yang

efektif dalam meningkatkan populasi yang sembuh dan populasi yang berhenti bermedia sosial.

d. Kesimpulan

Pada Simulasi I, II, dan III dapat disimpulkan bahwa pemberian kontrol u_1 yang berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial dan kontrol u_2 berupa upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) memberikan dampak pada penurunan jumlah populasi yang terpapar kecanduan dan populasi yang telah kecanduan bermedia sosial, serta memberikan dampak yang efektif mengantisipasi populasi kecanduan bermedia sosial. Pemberian kontrol u_1 lebih memberikan dampak ke penurunan jumlah populasi yang terpapar dan populasi yang kecanduan, sedangkan pemberian kontrol u_2 lebih memberikan pengaruh untuk mempercepat penurunan jumlah populasi yang kecanduan dan menambah populasi yang sehat.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada skripsi ini, dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Konstruksi model matematika dengan menggunakan model SEARQ (*Susceptible, Exposed, Addicted, Recovered, Quit*) tentang pecandu media sosial yang dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa pada sistem persamaan 2.15 sebagai berikut.

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = \pi + \gamma\eta R - \beta\sigma AS - (k+\mu)S \\ \dfrac{dE}{dt} = \beta\sigma AS - (\delta+\mu)E \\ \dfrac{dA}{dt} = \alpha\delta E - (\mu+\varepsilon+\rho)A \\ \dfrac{dR}{dt} = (1-\alpha)\delta E + \varepsilon A - (\mu+\eta)R \\ \dfrac{dQ}{dt} = kS + (1-\gamma)\eta R - \mu Q \end{cases} \tag{5.1}$$

2. Kontrol optimal model SEARQ (*Susceptible, Exposed, Addicted, Recovered, Quit*) pada pecandu media sosial dengan menambahkan kontrol u_1 (edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial) dan u_2 (upaya pengobatan) diselesaikan dengan membentuk fungsi Hamiltonian untuk mendapatkan sistem yang optimal pada persamaan 4.28 yang memenuhi persamaan *state, costate*, dan kondisi stasioner sesuai dengan Prinsip Minimum Pontryagin.

3. Hasil simulasi numerik dengan menggunakan metode *sweep forward-backward* menunjukkan terdapat perbedaan yang signifikan dari masing-masing pemberian bobot u_1 (kontrol edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial) dan u_2 (kontrol upaya pengobatan). Dengan menggunakan kontrol tersebut efektif dalam mengendalikan kecanduan terhadap media sosial. Berdasarkan pada simulasi I, II, dan III dapat disimpulkan bahwa pemberian kontrol u_1 yang berupa edukasi melalui iklan tentang dampak negatif media sosial dan kontrol u_2 berupa upaya pengobatan seperti contoh terapi bicara yang dapat membantu mengatasi dengan mengubah cara berfikir dan berperilaku (CBT) memberikan dampak pada penurunan jumlah populasi *Exposed* dan populasi *Addicted*. Pemberian kontrol u_1 lebih memberikan dampak ke penurunan jumlah populasi yang terpapar dan populasi yang kecanduan, sedangkan pemberian kontrol u_2 lebih memberikan pengaruh untuk mempercepat penurunan jumlah populasi yang kecanduan dan menambah populasi yang sehat.

B. Saran

Pada skripsi ini hanya dikaji masalah kontrol optimal menggunakan dua kontrol yaitu kontrol pendidikan dan iklan tentang dampak negatif dari media sosial dan juga kontrol upaya pengobatan kepada individu yang telah kecanduan media sosial. Untuk penelitian selanjutnya, disarankan untuk review jurnal yang ditulis oleh Alemneh dkk. (2021) pada analisis kestabilan sehingga didapatkan penjelasan yang menyeluruh pada jurnal tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

Adu, I. K., Mojeeb, A. L. & Yang, C.(2017). Mathematical Model of Drinking Epidemic. *Journal of Advance in Mathematics and Computer Science*, 1-10.

Andreassen, C. S.(2018). Prevalence and Predictors of Social Media Addiction: A Study of Large Samples of Students from 2 European Countries. *Journal of Advance in Mathematics and Computer Science*.

Alemneh, H. T., & Alemu, N. Y. (2021). Mathematical Modelling With Optimal Control of Social Media Addiction. *Infectius Disease Modelling*. 6: 405-419.

Alemneh, H. T.(2020a). Mathematical Modelling, Analysis, and Optimal Control of Corruption Dynimics. *Journal of Applied Mathematics*.

Alemneh, H. T., & Telahun, G.T.(2020b). Mathematical Modelling and Optimal Control of COVID-19 in Ethiopia. MEDRxiv.

Ali, S., Elciyar, K., & Kizilhan, T. (2019). A Comparative Study on Media Social Addiction of High School and University Students. *Contemporary Educational Technology*, 10(2), 106-119.

Anwar Fahmi. 2017. Perubahan dan Permasalahan Media Sosial. *J. Muara Ilmu Sosial, Humaniora dan Seni*. 1(1): 137- 144

Boyce, W. E., & DiPrima, R. (2009). *Fundamental Method of Mathematical Economics Fourth Edition*. New York: The Graw-Hill.

Buente, W., & Robbin, A. (2008). Trends in Internet Information Behavior. *Journal of the America Society for Information Science and Technology*. Vol.59 No. 11.

Fuggle, P., Dunsmuir, S., & Curry, V. (2013). CBT With Children, Young People, & Families. New Delhi: Sage Publication.

Hidayah, E. R.(2012). *Kontrol Optimal Model Pertumbuhan Tumor dengan Imunoterapi.* Skripsi. Tidak dipublikasikan. Fakultas Sains dan Teknologi. UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Hota, S., Agusto, F., Joshi, H.R., dkk (2015) Optimal Kontrol And Stability Analysis Of An Epidemic Model With Education Campaign And Treatment. *American Institute of Mathematical Sciences (AIMS)*. 621-634.

Huo, Y., Xiong, D., Jiang, T., Song, L., & Wong, Q. (2019). Social Media Addiction: Its, Mediation, and Intervention. *Cyberpsychology: Jounal of Psycosocial Research and Cyberspace*, 13(1).

Kaplan AM, Haenlein M. (2010). *Users Of The World, Unite! The Challenges and Oppurtunities Of Social Media*. Business Horizons, 53, 59-68

Kartono. (2012). *Persamaan Differensial Biasa Model Matematika Fenomena Perubahan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Khajji, B., Labzai, A., Omar, B., & Rachik, M. (2020). Mathematical Modelling and Analysis of an Alcohol Drinking Model with the Influence of Alcohol Treatment Centers. *International Journal of Mathematics and Mathematics Science*, 2020.

Kelly, Y. (2018). Social Media Use and Adolescent Mental Health: Findings from the UK Millennium Cohort Study. *European Journal of Public Health*.

Lenhart, S. and Workman, J. (2007). *Optimal Control Applied to Biological Models*. Chapman and Hall/CRC.London.

Lestari, Y. M., Dewi, S. Y., & Chairani, A. (2020). Hubungan Alexithymia dengan Kecanduan Media Sosial pada Remaja di Jakarta Selatan. *Scripta Score Scientific Medical Journal*, 1(2), 1-9.

Li, T., & Guo, Y. (2019). Stability and Optimal Control in a Mathematical Model of Online Game Addiction. *Filomat*, 33(17). 5691-5711.

M. I. Mahdi.(2022) Pengguna Media Sosial di Indonesia Capai 191 Juta pada 2022. *dataindonesia.id*

Marino, C.(2018) Problematic Internet and Facebook Use: Psychological Insights and Perspectives. *Computers in Human Behavior*

Murray, J. D. (2007). *Mathematical Biology: I. An Introduction (Interdiciplinary Applied Mathematics*. New York: Springer.

Nasrullah, R. (2015). *Media Sosial*. Bandung: Simbiosa Rekatama Media.

Rahmy Faradillah S. 2021. *Kontrol Optimal Model Matematika Dinamika Peminum Alkohol*. Disertasi: Fakultas Sains dan Teknologin Universitas Islam Negeri Malik Ibrahim

Sharma, S., & Samanta, G. P. (2013). Drinking as an Epidemic: A Mathematical Model with Dynamic Behaviour. *Journal of Applied Mathematics and Informatics*, 31(1-2), 1-25.

Sinaga, L. P., Nasution, H., & Kartika, D. (2021). Stability Ananlysis of the Corona Virus (Covid-19) Dynamics SEIR Model in Indonesia. *Journal of Physics; Conferences Series, 1819* (1).

Prout, P. J., & Fedewa, A. L.(2015). Counseling and Psychotherapi with Children and Adolescents. Wiley.

Wang, X.-Y., Huo, H.-F., Kong, Q.-K., & Shi, W.-X. (2014). Optimal Control Strategies in a Alcoholism Model. *In Abstract and Applied Analysis* (Vol. 2014) Hindawi.

Widi Sufi K., Hartono. 2017. Dampak Sosial Media Terhadap Akhlaq Remaja. *Duta.com ISSN*. 13(1)

Widowati & Sutimin. 2007. Buku Ajar Pemodelan Matematika. Disertasi : Fakultas MIPA Universitas Diponegoro.

Young. (1996). Internet Addiction: Symptoms, Evaluaions, and Treatment. In American Psychiatric Association. *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorder (DSM)* (Edition 4). Washington DC: Author.

Yusuf, A., PK, R. F., Nihyati, H. E., & Tristiana, R. D. (2019), *Kesehatan Jiwa: Pendekatan Holistik dalam Asuhan Keperawatan*. Mitra Wacana Media

Lampiran 1. Program MATLAB2013a Model Pecandu Media Sosial

```
function [ dy ] = STATET(y,u1,u2,pi,mu,beta,sigma,
alpha,rho,delta,varepsilon,teta,gamma,eta)
%y(6)=y(1)+y(2)+y(3)+y(4)+y(5);
%y(1)=S; y(2)=E; y(3)=A; y(4)=R; y(5)=Q;
x(1)=pi+gamma*eta*y(4)-(1-u1)*beta*sigma*y(3)*y(1)
-(teta+u1+mu)*y(1);
x(2)=(1-u1)*beta*sigma*y(3)*y(1)-(delta+u2+mu)*y(2);
x(3)=alpha*(delta+u2)*y(2)-(mu+varepsilon+u2+rho)*y(3);
x(4)=(1-alpha)*(delta+u2)*y(2)+(varepsilon+u2)*y(3)
-(mu+eta)*y(4);
x(5)=(teta+u1)*y(1)+(1-gamma)*eta*y(4)-mu*y(5);

%X=S+E+A+R+Q;
dy=[x(1) x(2) x(3) x(4) x(5)];
end
```

```
function [ dt ] = COSTATE(y,S,A,u1,u2,mu,beta,sigma,
alpha,rho,delta,varepsilon,teta,gamma,eta)

lamda1=y(1); lamda2=y(2); lamda3=y(3); lamda4=y(4);
lamda5=y(5);
x(1)=lamda1*((1-u1)*beta*sigma*A+teta+u1+mu)
-lamda2*((1-u1)*beta*sigma*A)-lamda5*(teta+u1);
x(2)=-1+lamda2*(delta+u2+mu)-lamda3*alpha*(delta+u2)
-lamda4*(1-alpha)*(delta+u2);
x(3)=-1+lamda1*((1-u1)*beta*sigma*S)-lamda2*
(1-u1)*beta*sigma*S+lamda3*(varepsilon+u2+rho+mu)
-lamda4*(varepsilon+u2);
x(4)=-lamda1*gamma*eta+lamda4*(eta+mu)-lamda5*
((1-gamma)*eta);
x(5)=mu*lamda5;

dt=[x(1) x(2) x(3) x(4) x(5)];
end
```

```
clc;
clear all;
close all;

pi=0.5;
mu=0.25;
beta=0.6;
sigma=0.5;
alpha=0.7;
rho=0.01;
delta=0.25;
varepsilon=0.7;
teta=0.01;
gamma=0.35;
eta=0.4;
u1max=1;  u2max=1;

w1=10;  w2=10;
S0=100;  E0=10;  A0=50;  R0=0;  Q0=100;

h=0.1;
t=0:h:100;
N=length(t);
u1=zeros(N,1);
u1o=zeros(N,1);
u2=zeros(N,1);
u2o=zeros(N,1);

S=zeros(N,1);
```

```
E=zeros(N,1);
A=zeros(N,1);
R=zeros(N,1);
Q=zeros(N,1);

So=zeros(N,1);
Eo=zeros(N,1);
Ao=zeros(N,1);
Ro=zeros(N,1);
Qo=zeros(N,1);
%L1 adalah lambda_1 dsb
L1=zeros(N,1);
L2=zeros(N,1);
L3=zeros(N,1);
L4=zeros(N,1);
L5=zeros(N,1);

L1o=zeros(N,1);
L2o=zeros(N,1);
L3o=zeros(N,1);
L4o=zeros(N,1);
L5o=zeros(N,1);

tes=1;
it=0;
while tes >1e-3
    u1o=u1; u2o=u2;
    So=S;  Eo=E;  Ao=A;  Ro=R;  Qo=Q;
```

```
L1o=L1;  L2o=L2;  L3o=L3;  L4o=L4;  L5o=L5;

S(1)=S0; E(1)=E0; A(1)=A0; R(1)=R0; Q(1)=Q0;

for i=1:N-1

    y=[S(i) E(i) A(i) R(i) Q(i)];
    k1=h*STATET(y,u1o(i),u2o(i),pi,mu,beta,sigma,
    alpha,rho,delta,varepsilon,teta,gamma,eta);
    k2=h*STATET(y+0.5*k1,u1o(i),u2o(i),pi,mu,beta,
    sigma,alpha,rho,delta,varepsilon,teta,gamma,eta
    k3=h*STATET(y+0.5*k2,u1o(i),u2o(i),pi,mu,beta,
    sigma,alpha,rho,delta,varepsilon,teta,gamma,eta
    k4=h*STATET(y+k3,u1o(i),u2o(i),pi,mu,beta,sigma
    ,alpha,rho,delta,varepsilon,teta,gamma,eta);

    y=y+(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);

    S(i+1)=y(1); E(i+1)=y(2); A(i+1)=y(3);
    R(i+1)=y(4); Q(i+1)=y(5);

end
if it==0
    figure(1)
    %subplot(2,2,1);grid on; hold on;
    plot(t,S,'b','lineWidth',3);
    hold on; grid on;
    figure(2)
    %subplot(2,2,2);grid on; hold on;
```

```
    plot(t,E,'b','lineWidth',3);
    hold on; grid on;
    figure(3)
    %subplot(2,2,3);grid on; hold on;
    plot(t,A,'b','lineWidth',3);
    hold on; grid on;
    figure(4)
    %subplot(2,2,4);grid on; hold on;
    plot(t,R,'b','lineWidth',3);
    hold on; grid on;
    figure(5)
    %subplot(2,2,5);grid on; hold on;
    plot(t,Q,'b','lineWidth',3);
    hold on; grid on;
end
L1(N)=0; L2(N)=0; L3(N)=0; L4(N)=0; L5(N)=0;
u1(N)=0; u2(N)=0;

for i=1:N-1
    j=N-i;

    y=[L1(j+1) L2(j+1) L3(j+1) L4(j+1) L5(j+1)];

    k1=h*COSTATE(y,S(j+1),A(j+1),u1o(j+1),u2o(j+1),
    mu,beta,sigma,alpha,rho,delta,varepsilon,
    teta,gamma,eta);
    k2=h*COSTATE(y-0.5*k1,S(j+1),A(j+1),u1o(j+1),
    u2o(j+1),mu,beta,sigma,alpha,rho,delta,
    varepsilon,teta,gamma,eta);
```

```
        k3=h*COSTATE(y-0.5*k2,S(j+1),A(j+1),u1o(j+1),
        u2o(j+1),mu,beta,sigma,alpha,rho,delta,
        varepsilon,teta,gamma,eta);
        k4=h*COSTATE(y-k3,S(j+1),A(j+1),u1o(j+1),
        u2o(j+1),mu,beta,sigma,alpha,rho,delta,
        varepsilon,teta,gamma,eta);

        y=y-(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);

        L1(j)=y(1); L2(j)=y(2); L3(j)=y(3);
        L4(j)=y(4); L5(j)=y(5);

        temp1=min([u1max (1/w1)*(L1(j)-L5(j))*S(j)+
        beta*sigma*A(j)*S(j)*(L2(j)-L1(j))]);
        u1(j)=max([0 temp1]);
        temp2=min([u2max (1/w2)*((L2(j)-L4(j))*E(j)+
        (L4(j)-L3(j))*(alpha*E(j)-A(j)))]);
        u2(j)=max([0 temp2]);
    end

    eS=sum(abs(S-So));
    eE=sum(abs(E-Eo));
    eA=sum(abs(A-Ao));
    eR=sum(abs(R-Ro));
    eQ=sum(abs(Q-Qo));
    eL1=sum(abs(L1-L1o));
    eL2=sum(abs(L2-L2o));
    eL3=sum(abs(L3-L3o));
    eL4=sum(abs(L4-L4o));
```

```
    eL5=sum(abs(L5-L5o));
    eu1=sum(abs(u1-u1o));
    eu2=sum(abs(u2-u2o));

     tes=eS+eE+eA+eR+eQ+eL1+eL2+eL3+eL4+eL5+eu1+eu2;
    it=it+1;
    u1=(0.5*u1+0.5*u1o);
    u2=(0.5*u2+0.5*u2o);

end

figure(1)
plot(t,S,'r','lineWidth',3);
xlabel('Waktu (Hari)');
ylabel('S(t)');
grid on;
legend('S Tanpa Kontrol','S dengan Kontrol');
title('Populasi Rentan');
hold on;

figure(2)
plot(t,E,'r','lineWidth',3);
xlabel('Waktu (Hari)');
ylabel('E(t)');
grid on;
legend('E Tanpa Kontrol','E dengan Kontrol');
title('Populasi Exposed');
hold on;
```

```
figure(3)
plot(t,A,'r','lineWidth',3);
xlabel('Waktu (Hari)');
ylabel('A(t)');
grid on;
legend('A Tanpa Kontrol','A dengan Kontrol');
title('Populasi Kecanduan');
hold on;

figure(4)
plot(t,R,'r','lineWidth',3);
xlabel('Waktu (Hari)');
ylabel('R(t)');
grid on;
legend('R Tanpa Kontrol','R dengan Kontrol');
title('Populasi Sembuh');
hold on;

figure(5)
plot(t,Q,'r','lineWidth',3);
xlabel('Waktu (Hari)');
ylabel('Q(t)');
grid on;
legend('Q Tanpa Kontrol','Q dengan Kontrol');
title('Populasi Keluar');
hold on;

figure(6)
plot(t,u1,'b-','lineWidth',3);
```

```
xlabel('Waktu (Hari)');
ylabel('u^1(t)');
grid on;
legend('Kontrol u1');
title('Kontrol Iklan dan Edukasi');
hold on;

figure(7)
plot(t,u2,'b-','lineWidth',3);
xlabel('Waktu (Hari)');
ylabel('u^2(t)');
grid on;
legend('Kontrol u2');
title('Kontrol Treatment Pengobatan');
hold on;

figure(8)
plot(t,u1,'m',t,u2,'g','linewidth',3);
legend('u_1*(t)','u_2*(t)');
xlabel('waktu (Hari)'); ylabel('u(t)');
hold on; grid on;
```

Lampiran 2. Riwayat Hidup

1.	Nama Lengkap	: Ah. Muktafi Billah
2.	Tempat, Tanggal Lahir	: Bojonegoro, 15 April 2001
3.	Alamat	: Desa Tanggungan 01/01 Kec. Baureno, Kab. Bojonegoro
4.	No. HP	: 085868457291
5.	Email	: ahmadmuktafi123@gmail.com

A. Riwayat Pendidikan

1. Pendidikan Formal

1.	SD Negeri Babat VII	: Lulus tahun 2013
2.	SMP Simanjaya	: Lulus tahun 2016
3.	SMA Negeri 1 Babat	: Lulus tahun 2019

2. Pendidikan Non-Formal

1. TPQ Tanwirul Qulub
2. MADIN Tanwirul Qulub
3. Pondok Pesantren Al-Fattah