

FORMULASI ALGORITMA SUDUT WAKTU (*HOURLY ANGLE*) DALAM PERHITUNGAN AWAL WAKTU SALAT MENGGUNAKAN PENDEKATAN VEKTOR

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Tugas dan Melengkapi Syarat guna
Memperoleh Gelar Sarjana Program Strata 1 (S.1) pada Fakultas
Syari'ah dan Hukum



Oleh :

Dwi Oktarini

2102046010

**PROGRAM STUDI ILMU FALAK
FAKULTAS SYARI'AH DAN HUKUM
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
SEMARANG**

2025

MOTO

İmkansız sadece bir düşüncedir

- Türkçe-

“Ketidakmungkinan/kemustahilan hanyalah sebuah opini”

Ketidakmungkinan atau kemustahilan hanyalah sebuah opini yang sering muncul dari keterbatasan perspektif atau pemahaman manusia terhadap suatu masalah. Apa yang dianggap mustahil pada suatu waktu, seringkali menjadi kenyataan ketika seseorang berani berpikir di luar batas, mengeksplorasi kemungkinan baru, dan membuktikan dengan usaha yang kuat. Oleh karena itu, kemustahilan bukanlah batasan, melainkan tantangan untuk mengubah cara pandang.

PERSEMBAHAN

Tiada lembar skripsi yang paling indah kecuali lembar persembahan, Bismillahirrahmanirrahim skripsi ini saya persembahkan untuk :

Dua orang hebat dalam hidup saya, yaitu Ayahanda Ismet, S.Pd., dan Ibunda Desmawati, S.Pd., keduanya lah yang membuat segalanya menjadi mungkin sehingga saya bisa sampai di mana skripsi ini akhirnya selesai. Hidup menjadi begitu mudah dan lancar ketika kita memiliki orangtua yang lebih memahami kita daripada diri kita sendiri. Terimakasih atas segala dukungan, pengorbanan, kerja keras, nasihat dan doa baik yang tidak pernah berhenti. Saya selamanya bersyukur dengan keberadaan kalian sebagai orangtua saya.

PERNYATAAN ORISINALITAS

Dengan penuh kejujuran dan tanggung jawab, penulis menyatakan bahwa skripsi yang berjudul "FORMULASI ALGORITMA SUDUT WAKTU (*HOURLY ANGLE*) DALAM PERHITUNGAN AWAL WAKTU SAAT MENGGUNAKAN PENDEKATAN VEKTOR" tidak berisi materi yang telah ditulis oleh orang lain atau diterbitkan. Demikian pula skripsi ini tidak berisi satu pun pikiran-pikiran orang lain, kecuali informasi yang terdapat dalam referensi yang dijadikan bahan rujukan.

Semarang, 25 Januari 2025

Yang Menyatakan,



Dwi Oktarini

NIM 2102046010



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SYARIAH DAN HUKUM
Jalan Prof. Dr. H. Hamka Semarang 50185 Telepon (024)7601291, Faksimili
(024)7624691, Website: <http://fsh.walisongo.ac.id>.

PENGESAHAN

Nama : Dwi Oktarini
NIM : 2102046010
Jurusan : Ilmu Falak
Judul Skripsi : FORMULASI ALGORITMA SUDUT WAKTU (*Hour Angle*) DALAM PERHITUNGAN AWAL WAKTU SALAT MENGGUNAKAN PENDEKATAN VEKTOR

Telah dimunaqasyahkan oleh Dewan Penguji Fakultas Syariah dan Hukum Universitas Islam Negeri Walisongo pada Tanggal :

27 Februari 2025

dan dapat diterima sebagai kelengkapan ujian akhir dalam rangka menyelesaikan studi Sarjana Strata 1 (S1) tahun akademik 2024/2025 guna memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu Syariah dan Hukum.

Semarang, 5 Maret 2025

Dewan Penguji,

Ketua Sidang/Penguji I,

NAJICHAH, M.H.
NIP. 199103172019032019

Sekretaris Sidang/Penguji II,

Dr. AHMAD ABIB ROFIUDDIN, M.SI.
NIP. 198911022018011001

Penguji III,

Dr. AHMAD SYIFAUL ANAM, M.H.
NIP. 198001202003121001

Penguji IV,

Dra. Hj. NOOR ROSVIDAH, M.SI.
NIP. 196509091994032002

Pembimbing I

Dr. AHMAD ABIB ROFIUDDIN, M.SI.
NIP. 198911022018011001

NOTA PEMBIMBING

Semarang, 18 Februari 2025

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Syari'ah dan Hukum

UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum wr.wb

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan, dan koreksi terhadap skripsi yang ditulis oleh :

Nama : Dwi Oktarini

NIM : 2102046010

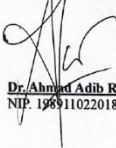
Program Studi : Ilmu Falak

Judul Skripsi : Formulasi Algoritma Sudut Waktu (*Hour Angle*) Dalam Perhitungan Awal Waktu Salat Menggunakan Pendekatan Vektor

Kami memandang bahwa skripsi tersebut sudah dapat diajukan Kepada Fakultas Syari'ah dan Hukum UIN Walisongo untuk diujikan dalam sidang munaqasyah.

Wassalamu'alaikum wr.wb

Pembimbing I



Dr. Ahmad Adib Rofiuddin, M.Si.
NIP. 198911022018011001

PEDOMAN TRANSLITERASI ARAB-LATIN

Pedoman transliterasi yang penulis gunakan dalam penulisan skripsi ini mengacu pada Keputusan Bersama Menteri Agama dan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor : 158 Tahun 1987 dan 05936/U/1987 sebagai berikut :

A. Konsonan

No.	Huruf Arab	Nama	Huruf Latin
1	ا	<i>Alif</i>	-
2	ب	<i>Ba</i>	B
3	ت	<i>Ta</i>	T
4	ث	<i>Sa</i>	Ṣ
5	ج	<i>Jim</i>	J
6	ح	<i>Ha</i>	Ḥ
7	خ	<i>Kha</i>	KH
8	د	<i>Dal</i>	D
9	ذ	<i>Dzai</i>	Ẓ
10	ر	<i>Ra</i>	R
11	ز	<i>Za</i>	Z

12	س	<i>Sin</i>	S
13	ش	<i>Syin</i>	Sy
14	ص	<i>Sad</i>	Ş
15	ض	<i>Dad</i>	Ḍ
16	ط	<i>Tha</i>	Ṭ
17	ظ	<i>Zha</i>	Ẓ
18	ع	<i>Ain</i>	”
19	غ	<i>Gain</i>	G
20	ف	<i>Fa</i>	F
21	ق	<i>Qaf</i>	Q
22	ك	<i>Kaf</i>	K
23	ل	<i>Lam</i>	L
24	م	<i>Mim</i>	M
25	ن	<i>Nun</i>	N
26	و	<i>Waw</i>	W
27	ه	<i>Ha</i>	H

28	ء	<i>Hamzah</i>	,
29	ي	<i>Ya</i>	Y

B. Vokal Tunggal

Huruf Arab	Nama	Huruf Latin
اَ	Fathah	a
اِ	Kasrah	i
اُ	Dammah	u

C. Vokal Rangkap

Huruf Arab	Nama	Huruf Latin	Contoh
يَ	Fathah dan ya	ai	أَيْنَ
وَ	Fathah dan waw	au	حَوْلَ

D. Vokal Panjang

Huruf Arab	Nama	Huruf Latin	Contoh
اَ...ا	Fathah dan Alif	ā	بَاعَ
اِ...ي	Kasrah dan Ya	ī	عَلِيمَ
اُ...و	Dammah dan Waw	ū	عُقُورَ

E. Ta' Marbutah

Transliterasi untuk *ta' marbutah* ada dua yaitu :

1. *Ta' Marbutah* yang hidup atau mendapat harakat fathah, kasrah dan dammah ditransliterasikan dengan /t/
2. *Ta' Marbutah* yang mati atau mendapat harakat sukun, ditransliterasikan dengan /h/

Jika pada kata yang terakhir dengan *ta' marbutah* diikuti oleh kata yang menggunakan kata sandang al serta bacaan kedua kata terpisah, maka *ta' marbutah* ditransliterasikan dengan ha

Arab	Ditulis
رَوْضَةُ الْأَطْفَالِ	<i>Raudah al-atfal/raudahtul atfal</i>
الْمَدِينَةُ الْمُنَوَّرَةُ	<i>Al-madinah al-munawwarah</i>
طَلْحَة	<i>Talhah</i>

F. Tasydid (Syaddah)

Tanda tasydid atau syaddah ditransliterasikan dengan huruf, yakni huruf yang sama dengan huruf yang diberi tanda tasydid atau syaddah tersebut.

Arab	Ditulis
رَبَّنَا	<i>Rabbana</i>
نَزَّلَ	<i>Nazzala</i>

G. Kata Sandang (ال)

Dalam transliterasi kata sandang dibedakan atas kata sandang yang diikuti oleh huruf *syamsiyah* dan kata sandang yang diikuti oleh huruf *qamariyah*.

1. Kata sandang yang diikuti oleh huruf *syamsiyah* ditransliterasikan sesuai bunyinya, yaitu huruf yang pertama diganti dengan huruf yang langsung mengikuti kata sandang tersebut.
2. Kata sandang yang diikuti oleh huruf *qamariyah* ditransliterasikan sesuai dengan aturan yang digariskan di depan dan juga sesuai dengan bunyinya.

Arab	Ditulis
الرَّجُلُ	<i>ar-rajulu</i>
القَمَرُ	<i>al-qamaru</i>

H. Hamzah

Hamzah ditransliterasikan dengan *aspostrof* (‘) yang hanya berlaku jika hamzah terletak di tengah dan diakhir kata. Apabila hamzah terletak di awal kata, maka tidak dilambangkan, karena dalam tulisan berupa alif.

Arab	Ditulis
النَّوْءُ	<i>an-nau’u</i>
شَيْءٌ	<i>Syai’un</i>

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'alamin, tiada kata yang pantas diucapkan selain syukur kepada Allah SWT yang telah menganugerahkan kepada penulis nikmat dan rahmat-Nya yang tiada terhingga, sehingga dengan semua itu penulis dapat menyelesaikan karya ilmiah yang berbentuk skripsi ini. Kemudian selawat dan salam penulis haturkan kepada Rasulullah SAW, manusia terbaik sepanjang sejarah, manusia yang telah mewarnai dunia ini dengan indahnya iman dan indahnya Islam.

Penulis telah mencurahkan segenap tenaga, waktu serta pemikiran untuk menyelesaikan karya ilmiah yang berbentuk skripsi ini. Menurut penulis, karya ini bukan dijadikan syarat untuk memperoleh gelar sarjana program strata 1 (S.1) saja, melainkan sebuah kebutuhan primer dan sebagai pengakuan keilmuan bagi setiap mahasiswa di Universitas Islam Negeri (UIN) Walisongo Semarang. Di samping itu, skripsi ini juga kebanggaan tersendiri bagi setiap mahasiswa yang sudah mampu berpikir ilmiah dan kritis tanpa melupakan nilai-nilai agama yang telah diwariskan kepada manusia.

Penulis sangat menyadari keterbatasan pengetahuan dan sumber rujukan yang penulis cari. Dan tentunya semua itu sangat berpengaruh terhadap kualitas skripsi ini. Namun penulis sudah berusaha semaksimal mungkin untuk bisa menyelesaikan skripsi ini yang akhirnya dengan izin Allah SWT bisa dipersembahkan untuk Universitas Islam Negeri (UIN) Walisongo Semarang.

Penulisan skripsi ini tidak mungkin dapat selesai dengan baik tanpa adanya dorongan dan pengorbanan berbagai pihak, baik

berupa bantuan moril maupun materil. Untuk itu penulis menyampaikan terima kasih yang tiada terhingga kepada :

1. Dr. Ahmad Adib Rofiuddin, M.SI., selaku dosen pembimbing, yang senantiasa menuangkan idenya kepada penulis dan terus mengarahkan serta membimbing penulis untuk mencapai hasil yang terbaik.
2. Ayahanda Ismet, S.Pd., dan Ibunda Desmawati, S.Pd., yang telah bersusah payah mengasuh, mendidik, membimbing, dan memberikan semangat kepada penulis dengan rasa cinta dan kasih sayang, serta doa yang selalu menyertai penulis di setiap detik dalam kehidupan penulis.
3. Saudari-saudari kandung penulis, Rozalia Herlina, S.Pd., dan Qorry Aqira Triani yang telah memberikan bantuan moril terhadap tuntasnya penulisan skripsi ini, dan tak pernah bosan memberikan semangat dan dorongan dalam setiap langkah penulis, bahkan mereka selalu ada dalam setiap keluh kesah yang penulis alami.
4. Prof. Dr. Abdul Ghofur, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Syari'ah dan Hukum.
5. Ahmad Munif, M.S.I., selaku Ketua Jurusan Ilmu Falak.
6. Alfian Qodri Azizi, M.H., selaku Sekretaris Jurusan Ilmu Falak.
7. Seseorang yang istimewa, Serda Bah Dafa Arya Putra yang telah memberikan motivasi di saat penulis merasa lelah dan selalu percaya pada kemampuan penulis untuk menyelesaikan perjalanan akademik ini.
8. Bapak Irman Said Prastyo, M.Sc., M. Ihtirazun Ni'am, serta staff Planetarium UIN Walisongo lainnya, yang bersedia meluangkan waktu dan pemikirannya untuk menjawab pertanyaan penulis berkenaan dengan materi-

materi yang penulis butuhkan dalam penulisan karya ilmiah ini.

9. Sahabat-sahabat penulis di Goes To Asia, Difa Armelisa, Zahra Fauziah dan Arif Dirwan yang telah memberikan semangat dan dorongan serta mendengarkan keluh kesah penulis dalam penulisan karya ilmiah ini.
10. Teman-teman seperjuangan, Satwa Gank, Kedua Belasan Minang, Zenith 2021, Gampi Community dan KKN Sayhi.Thailand 2024 yang telah berjuang dalam suka maupun duka bersama penulis dalam segala kegiatan dan peristiwa di almamater tercinta, terutama dalam menyelesaikan skripsi ini.
11. Terakhir untuk diri saya Dwi Oktarini, terimakasih telah kuat sampai detik ini, yang mampu mengendalikan diri dari tekanan luar. Yang tidak menyerah sesulit apapun rintangan kuliah ataupun proses penyusunan skripsi.

Demi kesempurnaan skripsi, penulis mengharapkan saran dan kritikan yang membangun kiranya pembaca menemukan kekurangan dalam skripsi ini. Akhir kata, penulis berharap agar skripsi ini bermanfaat dan menjadi sumbangan pemikiran bagi dunia pendidikan, terutama bagi penulis serta pembaca sekalian.

Semarang, 25 Januari 2025

Penulis,

Dwi Oktarini

NIM 2102046010

DAFTAR ISI

MOTO	i
PERSEMBAHAN	ii
PERNYATAAN ORISINALITAS	iii
LEMBAR PENGESAHAN.....	iv
NOTA PEMBIMBING.....	v
PEDOMAN TRANSLITERASI ARAB-LATIN	vi
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiv
DAFTAR TABEL	xviii
DAFTAR GAMBAR	xix
ABSTRAK.....	xxi
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	4
C. Tujuan Hasil Penelitian	5
D. Manfaat Hasil Penelitian	5
E. Tinjauan Pustaka	5
F. Metode Penelitian.....	9
G. Sistematika Penulisan.....	10
BAB II TINJAUAN UMUM TENTANG WAKTU SALAT, TRIGONOMETRI BOLA, DAN SUDUT WAKTU (<i>HOURLY</i> <i>ANGLE</i>).....	12
A. Waktu Salat.....	12

B.	Dasar Hukum Waktu Salat	14
a.	Dalil Al-Qur'an	14
b.	Hadis	15
C.	Indikator Waktu Salat dalam Aspek Fiqih.....	17
1.	Waktu Dzuhur	17
2.	Waktu Asar	18
3.	Waktu Magrib	21
4.	Waktu Isya	22
5.	Waktu Subuh	24
D.	Indikator Waktu Salat dalam Aspek Astronomi	26
1.	Waktu Dzuhur	26
2.	Waktu Asar	27
3.	Waktu Magrib	29
4.	Waktu Isya	30
5.	Waktu Subuh	31
E.	Trigonometri.....	32
F.	<i>Spherical Trigonometry</i> (Trigonometri Bola).....	41
G.	Bola Langit.....	47
1.	Tata Koordinat Horizon	48
2.	Tata Koordinat Ekuatorial.....	53
3.	Tata Koordinat Ekliptika.....	62
H.	Sudut Waktu (<i>Hour Angle</i>).....	64
BAB III FORMULASI ALGORITMA DENGAN METODE VEKTOR.....		70

A.	Persamaan Vektor	70
a.	Penjumlahan Vektor	73
4.	Komponen-Komponen Vektor	75
5.	Vektor dalam Ruang.....	76
6.	Vektor dan Sistem Koordinat	77
7.	Vektor Pada Ruang Berdimensi	83
B.	Formulasi Algoritma Dalam Menghitung Sudut Waktu (<i>Hour angle</i>) Menggunakan Vektor.....	88
BAB IV ANALISIS TINGKAT KEAKURASIAN NILAI SUDUT WAKTU (<i>HOURLY ANGLE</i>) DALAM PERHITUNGAN AWAL WAKTU SALAT MENGGUNAKAN VEKTOR		96
A.	Implementasi Metode Segitiga Bola (Konvensional) Dalam Perhitungan Sudut Waktu (<i>Hour angle</i>).....	96
a.	Sudut Waktu Dzuhur.....	97
b.	Sudut Waktu Asar.....	98
c.	Sudut Waktu Magrib	98
d.	Sudut Waktu Isya	99
e.	Sudut Waktu Subuh.....	100
B.	Implementasi Metode Vektor Dalam Perhitungan Sudut Waktu (<i>Hour angle</i>).....	107
a.	Sudut Waktu Dzuhur	108
b.	Sudut Waktu Asar.....	110
c.	Sudut Waktu Magrib	111
d.	Sudut Waktu Isya	113
e.	Sudut Waktu Subuh.....	114

C. Analisis Keakurasian Nilai Sudut Waktu (<i>Hour Angle</i>) Menggunakan Metode Vektor	133
BAB V PENUTUP	138
A. Kesimpulan.....	138
B. Saran.....	138
C. Penutup.....	138
DAFTAR PUSTAKA.....	140
LAMPIRAN	147
DAFTAR RIWAYAT HIDUP.....	155

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Fungsi Trigonometri Kuadran I	33
Tabel 2. 2 Fungsi Trigonometri Kuadran II	34
Tabel 2. 3 Fungsi Trigonometri Kuadran III	35
Tabel 2. 4 Fungsi Trigonometri Kuadran IV	35
Tabel 4. 1 Hasil Komparasi Nilai Sudut Waktu Menggunakan Metode Segitiga Bola dan Vektor di Lokasi Pertama.....	134
Tabel 4. 2 Hasil Komparasi Nilai Sudut Waktu Menggunakan Metode Segitiga Bola dan Vektor di Lokasi Kedua	134
Tabel 4. 3 Hasil Komparasi Nilai Sudut Waktu Menggunakan Metode Segitiga Bola dan Vektor di Lokasi Ketiga	135

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Kedudukan Matahari Waktu Asar	28
Gambar 2. 2 Kedudukan Matahari Waktu Magrib	29
Gambar 2. 3 Posisi Matahari Ketika Awal Dan Akhir Waktu Salat	31
Gambar 2. 4 Trigonometri	32
Gambar 2. 5 Trigonometri, Aturan Sinus	36
Gambar 2. 6 Trigonometri, Aturan Cosinus	37
Gambar 2. 7 Trigonometri, Aturan Tangen.....	38
Gambar 2. 8 Trigonometri, Aturan Cosecant.....	39
Gambar 2. 9 Trigonometri, Aturan Secant.....	39
Gambar 2. 10 Trigonometri, Aturan Kotangen.....	40
Gambar 2. 11 Turunan Rumus Identitas Trigonometri, Sin Cos .	40
Gambar 2. 12 Tata Koordinat Horizon	49
Gambar 2. 13 Posisi Altitude 0-90°	51
Gambar 2. 14 Benda Langit Berposisi dengan Altitude 60° dan Azimuth 315°	52
Gambar 2. 15 Tata Koordinat Ekuatorial.....	53
Gambar 2. 16 Posisi benda langit dengan deklinasi sebesar 23,5° dan sudut jam sebesar 6 jam yang diamati dari tempat dengan lintang sebesar 10° atau 10° LU	56
Gambar 2. 17 Posisi benda langit dengan deklinasi sebesar (-) 50° dan sudut jam sebesar 9 jam yang diamati dari tempat dengan lintang sebesar (-) 30° atau 30° LS.....	58
Gambar 2. 18 Ilustrasi Deklinasi pada Koordinat Ekuatorial.....	59
Gambar 2. 19 Posisi benda langit dengan deklinasi sebesar (-) 50° dan asensio rekta sebesar 9 jam yang diamati dari tempat dengan lintang sebesar (-)30° atau 30° LS	61
Gambar 2. 20 Posisi Ordinat dalam Tata Koordinat Eklptika	63
Gambar 2. 21 Ilustrasi Sudut Waktu atau Hour angle	66
Gambar 2. 22 Sudut Waktu dengan Komponen Deklinasi dan Asensio Rekta.....	67

Gambar 2. 23 Sudut Waktu dalam Bola Langit.....	67
Gambar 2. 24 Sudut Waktu dalam Segitiga Bola	68
Gambar 3. 1 Arah Vektor.....	72
Gambar 3. 2 Dua Vektor dengan Arah yang Sama	72
Gambar 3. 3 Dua Vektor dengan Arah yang Berlawanan	73
Gambar 3. 4 Penjumlahan Vektor.....	73
Gambar 3. 5 Penjumlahan Dua Vektor	74
Gambar 3. 6 Penjumlahan Beberapa Vektor.....	74
Gambar 3. 7 Vektor Posisi	75
Gambar 3. 8 Vektor dalam Ruang	76
Gambar 3. 9 Arah Vektor dalam Tiga Dimensi	77
Gambar 3. 10 Vektor dalam Sistem Koordinat Kartesian	78
Gambar 3. 11 Letak Suatu Vektor dalam Sistem Koordinat Kartesian.....	79
Gambar 3. 12 Vektor dalam Sistem Koordinat Polar	80
Gambar 3. 13 Vektor dalam Sistem Koordinat Silinder	81
Gambar 3. 14 Vektor dalam Sistem Koordinat Bola	82
Gambar 3. 15 Kedudukan Vektor dalam Ruang Dua Dimensi....	83
Gambar 3. 16 Kedudukan Vektor dalam Ruang Tiga Dimensi ...	84
Gambar 3.17 Gambar 3. 17 Kedudukan Vektor dalam Koordinat Bola	86
Gambar 3. 18 Transformasi Vektor dari Koordinat Bola ke Koordinat Kartesian	86
Gambar 3. 19 Posisi Vektor Bidang Z-P Koordinat Kartesian	87
Gambar 3. 20 Posisi Vektor Bidang X-Y Koordinat Kartesian ...	87

ABSTRAK

Penentuan sudut waktu (*hour angle*) merupakan aspek krusial dalam perhitungan awal waktu salat, yang selama ini banyak dilakukan menggunakan metode konvensional, trigonometri bola. Meskipun metode tersebut terbukti akurat, tetapi seringkali melibatkan prosedur yang kompleks, terutama dalam sistem koordinat tiga dimensi. Oleh karena itu, pendekatan berbasis vektor diusulkan sebagai alternatif yang lebih efisien. Permasalahan yang dikaji dalam penelitian ini ialah (1) Bagaimana formulasi algoritma sudut waktu (*hour angle*) dalam perhitungan awal waktu salat menggunakan teori vektor? (2) Bagaimana tingkat keakurasian nilai sudut waktu (*hour angle*) dalam perhitungan awal waktu salat menggunakan teori vektor?

Penelitian ini menggunakan metode kualitatif dengan pendekatan analisis komparatif untuk membandingkan akurasi metode vektor dengan metode trigonometri bola.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa (1) Formulasi algoritma dengan metode vektor disusun melalui operasi vektor *dot product* dalam formulasi kartesian berdasarkan hubungan geometris antara vektor posisi matahari dan vektor posisi pengamat, dapat dinyatakan dengan : $\vec{S} \times \vec{P} = (S_x P_x) + (S_y P_y) + (S_z P_z)$, (2) Berdasarkan analisis hasil perhitungan, tidak ditemukan selisih antara metode vektor dan metode segitiga bola, sehingga metode vektor terbukti dapat digunakan sebagai alternatif dalam perhitungan sudut waktu dengan tingkat keakurasian yang sama.

Kata Kunci : Algoritma, Sudut Waktu, Waktu salat, Vektor

ABSTRACT

The determination of the hour angle is a crucial aspect in the calculation of the beginning of prayer time, which has been done using the conventional method, spherical trigonometry. While such methods have proven to be accurate, they often involve complex procedures, especially in three-dimensional coordinate systems. Therefore, a vector-based approach is proposed as a more efficient alternative. The problems studied in this research are (1) How is the formulation of the hour angle algorithm in the calculation of the beginning of prayer time using vector theory? (2) What is the level of accuracy of the hour angle value in the calculation of the beginning of prayer time using vector theory?

This research uses a qualitative method with a comparative analysis approach to compare the accuracy of the vector method with the spherical trigonometric method.

The results of this study indicate that (1) The algorithm formulation with the vector method is prepared through the dot product vector operation in the Cartesian formulation based on the geometric relationship between the position vector of the sun and the position vector of the observer, can be expressed by : $\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (S_x \ P_x) + (S_y \ P_y) + (S_z \ P_z)$ (2) Based on the analysis of the calculation results, there is no difference between the vector method and the spherical triangle method, so the vector method is proven to be used as an alternative in calculating the time angle with the same level of accuracy.

Keywords: Algorithm, Hour Angle, Prayer Time, Vector

ملخص

يعد تحديد زاوية الساعة جانبًا حاسمًا في حساب بداية وقت الصلاة، وقد تم ذلك باستخدام الطريقة التقليدية، حساب المثلثات الكروية. وعلى الرغم من أن هذه الطريقة قد أثبتت دقتها، إلا أنها غالبًا ما تنطوي على إجراءات معقدة، خاصة في أنظمة الإحداثيات ثلاثية الأبعاد. لذلك، تم اقتراح طريقة قائمة على المتجهات كبديل أكثر كفاءة. والمشكلات التي تمت دراستها في هذا البحث هي: (1) كيف تتم صياغة خوارزمية زاوية الساعة في حساب بداية وقت الصلاة باستخدام نظرية المتجهات؟ (2) ما هو مستوى دقة قيمة زاوية الساعة في حساب بداية وقت الصلاة باستخدام نظرية المتجهات؟

يستخدم هذا البحث طريقة نوعية مع منهج التحليل المقارن مقارنة دقة الطريقة المتجهة بالطريقة المثلثية الكروية.

تشير نتائج هذه الدراسة إلى أن (1) صيغة الخوارزمية بالطريقة المتجهة يتم إعدادها من خلال عملية متجه الضرب النقطي في الصيغة الديكارتية بناءً على العلاقة الهندسية بين متجه موضع الشمس ومتجه موضع الرصد، ويمكن التعبير عنها بـ :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (S_x P_y - S_y P_x) + (S_y P_z - S_z P_y) + (S_z P_x - S_x P_z)$$

(2) بناءً على تحليل نتائج الحساب، لا يوجد فرق بين طريقة المتجه وطريقة المثلث الكروي، لذلك ثبت استخدام طريقة المتجه كبديل في حساب الزاوية الزمنية بنفس مستوى الدقة.

الكلمات المفتاحية : خوارزمية، زاوية الساعة، وقت الصلاة، المتجهات

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Salat adalah ibadah yang paling mendasar dalam agama Islam. Kewajiban untuk menjalankan salat lima waktu sehari semalam telah diperintahkan langsung oleh Allah kepada manusia khususnya umat Nabi Muhammad melalui peristiwa Isra' Mi'raj pada tanggal 27 Rajab.¹ Perintah salat ini tercantum dalam al-Qur'an surat Al-Baqarah ayat 238 :

حَافِظُوا عَلَى الصَّلَوَاتِ وَالصَّلَاةِ الْوُسْطَى وَقُومُوا لِلَّهِ قَانِتِينَ²

“Peliharalah semua salat dan salat wustha. Dan laksanakanlah (salat) karena Allah dengan khushyuk.”

Berbicara mengenai salat, sangat erat kaitannya dengan syarat sah salat, yaitu mengetahui masuknya waktu salat.³ Adapun yang dimaksud dengan waktu salat disini adalah waktu yang telah dikenal oleh kaum muslim berdasarkan ayat Al-Qur'an dan hadis Nabi yang telah termaktub yakni waktu salat dzuhur, asar, magrib, isya dan subuh.

Terkait waktu-waktu salat telah dijelaskan dalam Al-Qur'an surat Al-Isra' 78 sebagai berikut :

¹ Muhammad Najib, M. Ihtirozun Ni'am, Dwi Oktarini, “Konsep Awal Waktu Salat Imam Ghozali Dari Perspektif Fiqh Dan Astronomi,” MIYAH: Jurnal Studi Islam 18 (2022): h. 341.

² Al-Baqarah (2);(238)

³ Nur Qomariyah, “Penentuan Awal Waktu Salat (Awal Waktu Salat Ashar, Magrib, Dan Isya Berdasarkan Hadis Nabi),” AL - AFAQ : Jurnal Ilmu Falak Dan Astronomi 2, no. 2 (2021): h. 19–34.

اقِمِ الصَّلَاةَ لِلدُّلُوكِ الشَّمْسِ إِلَى غَسَقِ اللَّيْلِ وَقُرْآنَ الْفَجْرِ إِنَّ قُرْآنَ
الْفَجْرِ كَانَ مَشْهُودًا⁴

“Laksanakanlah salat sejak matahari tergelincir sampai gelapnya malam dan (laksanakan pula salat) subuh. Sungguh, salat subuh itu disaksikan (oleh malaikat).”

Dalam pelaksanaan ibadah salat, waktu merupakan elemen penting yang harus dipenuhi oleh umat Islam. Salah satu konsep yang digunakan dalam astronomi untuk perhitungan waktu salat adalah algoritma sudut waktu atau *hour angle*.⁵ Algoritma ini berperan penting dalam menentukan posisi matahari dalam kaitannya dengan waktu salat, yang sangat bergantung pada posisi geografi dan waktu setempat.⁶ Dalam sistem koordinat astronomi, *hour angle* (HA) adalah sudut yang diukur dari meridian yang melalui tempat pengamatan menuju posisi matahari.⁷ Pada prinsipnya, algoritma ini menghitung sudut waktu matahari berdasarkan waktu lokal yang terhubung dengan waktu universal atau GMT, kemudian digunakan untuk menentukan waktu salat seperti subuh, dzuhur, asar, magrib, dan isya. Pendekatan ini memberikan cara yang lebih akurat dan ilmiah dalam perhitungan waktu salat. Pada saat matahari berkulminasi atas (tengah hari), sudut waktunya = 0° . Ketika matahari turun (bergeser ke barat pada sore hari) sudut waktu akan semakin besar sampai maksimum berada pada kulminasi bawah (tengah malam) = 180° . Nilai sudut

⁴ Al-Isra (17):(78)

⁵ Leni Karlina, “Tinjauan Astronomi Terhadap Akurasi Perhitungan Awal Waktu Salat Menggunakan Universal Astrolabe” Skripsi : 2021, h. 15.

⁶ Dahlia Haliah Ma’u, “Waktu Salat Pemaknaan Syar’i Ke Dalam Kaidah Astronomi,” Jurnal Hukum Islam 14, no. 2 (2015): h. 269.

⁷ Karl Johan Donner, “Fundamental Astronomy, Sixth Edition” New York : Springer, h.18.

waktu positif menunjukkan posisi matahari di sebelah barat meridian, dan negatif untuk posisi di timur meridian.⁸

Penentuan sudut waktu memerlukan pendekatan matematis yang tepat, mengingat dampaknya yang signifikan terhadap ketepatan jadwal ibadah. Dalam praktiknya, penghitungan sudut waktu sering kali menggunakan pendekatan konvensional, seperti metode trigonometri,⁹ yang meskipun akurat, sering kali memerlukan prosedur kompleks, terutama dalam kasus yang melibatkan sistem koordinat ruang tiga dimensi. Dalam upaya meningkatkan efisiensi dan akurasi penghitungan sudut waktu, teori vektor diperkenalkan sebagai pendekatan inovatif.

Teori vektor telah lama menjadi alat matematika yang kuat untuk memodelkan fenomena fisik dan geometris.¹⁰ Dengan kemampuan untuk merepresentasikan besaran dalam dimensi multidimensional, vektor memungkinkan kita untuk memahami hubungan antara posisi, kecepatan, dan arah secara lebih *intuitif*. Dalam konteks penghitungan nilai sudut waktu, teori vektor memberikan pendekatan baru yang mampu menggambarkan hubungan secara lebih presisi melalui penggunaan transformasi koordinat, *dot product* atau produk silang.¹¹ Pendekatan ini

⁸ Rizal Mubit, “*Formulasi Waktu Salat Perspektif Fikih Dan Sains*,” Al-Marshad: Jurnal Astronomi Islam Dan Ilmu-Ilmu Berkaitan 3, no. 2 (2017): h. 41–55.

⁹ Aisah Nur Eka Rahmawati et al., “*Trigonometri Segitiga Bola Dalam Penentuan Waktu Salat Trigonometry of the Ball Triangle in the Determination of Prayer Time*” 4, no. 1 (2021): h. 90–107.

¹⁰ Fiki Alghadari, “*Menentukan Jarak Pada Ruang Dimensi Tiga Dengan Analisis Vektor*,” Konferensi Nasional Penelitian Matematika Dan Pembelajarannya, no. 2 (2017): h. 85–94.

¹¹ Andi Pujo Rahadi, “*Kajian Teori Penyelesaian Masalah Jarak Dan Sudut Pada Bangun Ruang Tiga Dimensi Menggunakan Pendekatan Vektor*” Jurnal Padagogik ; Jurnal UNAI, 2018, h. 59.

menggabungkan kekuatan analitik vektor dengan kebutuhan akan akurasi dalam aplikasi nyata.

Pendekatan vektor ini memudahkan perhitungan dengan cara merepresentasikan posisi matahari dalam ruang tiga dimensi dan menghubungkannya dengan garis meridian lokal. Dengan memanfaatkan konsep-konsep dasar vektor seperti *dot product* dan *cross product*, formulasi posisi matahari dapat disesuaikan untuk menghasilkan nilai sudut waktu secara sistematis dan akurat. Vektor posisi matahari dihitung berdasarkan waktu, tanggal, dan koordinat geografis tempat pengamatan. Dan juga pendekatan ini memberikan kemudahan dalam mengintegrasikan data observasional lain seperti perubahan sudut deklinasi matahari, asensio rekta dan perbedaan waktu lokal yang dapat terjadi di berbagai tempat di dunia.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis perbandingan antara rumus trigonometri bola sebagai rumus konvensional dengan teori vektor sebagai teori inovatif dalam perhitungan sudut waktu dan juga untuk mengembangkan algoritma yang lebih efektif dan akurat dalam menghitung sudut waktu dengan pendekatan vektor.

B. Rumusan Masalah

Mengacu latar belakang masalah diatas, adapun rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana formulasi algoritma sudut waktu (*hour angle*) dalam perhitungan awal waktu salat menggunakan teori vektor?
2. Bagaimana tingkat keakurasian nilai sudut waktu (*hour angle*) dalam perhitungan awal waktu salat menggunakan teori vektor?

C. Tujuan Hasil Penelitian

Adapun tujuan hasil penelitian sebagai berikut:

1. Mampu memahami formulasi algoritma dalam menghitung sudut waktu (*hour angle*) menggunakan vektor.
2. Mampu menganalisis tingkat keakurasian nilai sudut waktu (*hour angle*) menggunakan vektor.

D. Manfaat Hasil Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini meliputi hal-hal sebagai berikut;

1. Memberikan inovasi baru dalam khazanah keilmuan falak khususnya terkait perhitungan nilai sudut waktu (*hour angle*) dengan teori vektor.
2. Memberikan referensi bagi peneliti selanjutnya dalam pengembangan metode sains lainnya dalam menghitung nilai sudut waktu (*hour angle*).

E. Tinjauan Pustaka

Berdasarkan pencarian yang telah dilakukan, ditemukan sejumlah karya tulis dan studi yang berkaitan dengan tema penelitian ini, dengan tujuan memberikan pemahaman tentang diskusi yang telah ada serta menghindari duplikasi karya akademik. Untuk memudahkan pembahasan, peneliti telah mengelompokkan penelitian-penelitian terdahulu yang relevan ke dalam beberapa kategori.

Shahrul Nizam Ishak dalam artikelnya yang diterbitkan oleh IEEE Xplore, *Symposium on Humanities, Science and*

Engineering Research dengan judul “*Qibla Determination Using Vector Algebra*”¹² Penelitian ini membahas alternatif rumus improvisasi untuk menentukan arah kiblat dengan menggunakan aljabar vektor yang dapat diaplikasikan di lokasi manapun di permukaan bumi. Persamaan dengan penelitian ini ialah sama-sama menggunakan aljabar vektor namun memiliki perbedaan dari aspek objek penelitian, dimana penelitian sebelumnya aljabar vektor digunakan untuk menghitung arah kiblat sedangkan di penelitian ini aljabar vektor digunakan untuk menghitung sudut waktu (*hour angle*) dalam menghitung awal waktu salat.

Muthmainnah dalam artikel yang diterbitkan oleh jurnal Umuddin Volume 5, Nomor 2, yang berjudul “Transformasi Koordinat Bola Langit Ke Dalam Segitiga Bola (Ekuatorial dan Eklptika) dalam Penentuan Awal Waktu Salat”.¹³ Penelitian ini membahas sistem koordinat bola langit sebagai acuan mengetahui kedudukan benda langit diantaranya matahari untuk mendapatkan nilai deklinasi, tinggi dan sudut waktu matahari. Persamaan dengan penelitian ini sama-sama menggunakan sistem koordinat yang akan ditransformasikan ke dalam rumus segitiga bola untuk mendapatkan rumus sin, cos, dan tangen.

Dini Rahmadi dalam artikelnya yang diterbitkan oleh jurnal Al-Marshad, Astronomi Islam dan Ilmu-ilmu Berkaitan, yang berjudul “Telaah Rumus Perhitungan Waktu Salat : Tinjauan

¹² Shahrul Nizam Ishak, “*Qibla Determination Using Vector Algebra*,” IEEE Symposium on Humanities, Science and Engineering Research, 2012, h. 967-970.

¹³ Muthmainnah, “*Transformasi Koordinat Bola Langit Ke Dalam Segitiga Bola (Equatorial Dan Eklptika) Dalam Penentuan Awal Waktu Salat*,” Ulumuddin: Jurnal Ilmu-Ilmu Keislaman 5, no. 2 (2015): h. 11–23.

Parameter dan Algoritma)".¹⁴ Penelitian ini membahas penentuan awal waktu salat menggunakan perhitungan dan rumus. Dijelaskan bahwa semua waktu salat yang dipakai dalam perhitungan biasa umumnya menggunakan data saat posisi sudut waktu matahari berada pada zenith atau saat matahari berada atau memasuki waktu Dzuhur. Persamaan dengan penelitian ini sama-sama mengacu pada data sudut waktu matahari dalam menghitung awal waktu salat dibantu dengan proyek sistem koordinat. Akan tetapi di jurnal yang dijadikan acuan tidak membahas bagaimana mendapatkan data sudut waktu matahari jika proyek sistem koordinat ditinjau dengan vektor tiga dimensi.

Zainuddin juga melakukan penelitian berjudul "Posisi Matahari dalam Menentukan Waktu Salat Menurut Dalil Syar'i" yang diterbitkan oleh jurnal Elfalaky : Jurnal Ilmu Falak Volume. 4. Nomor 1. Tahun 2020 M/1441 H. Penelitian ini membahas posisi matahari yang menjadi patokan untuk menentukan awal dan akhirnya waktu salat. Awal waktu Dzuhur ketika posisi matahari berada di titik 0° atau berada tepat di garis meridian langit, awal waktu Asar saat posisi matahari berada di titik 51° terhitung dari garis meridian langit, masuknya awal waktu Magrib ketika pada saat posisi matahari -1° di bawah ufuk bagian barat atau 91° dari garis meridian, masuknya awal waktu salat isya dimulai pada saat posisi matahari -18° di bawah ufuk barat atau 108° dari garis meridian dan awal waktu subuh dimulai pada saat posisi matahari berada di titik -20° di bawah ufuk timur atau 110° dari garis meridian. Persamaan dengan penelitian ini sama-sama memperhatikan posisi matahari di bidang koordinat langit

¹⁴ Dini Rahmadani, "Telaah Rumus Perhitungan Waktu Salat : Tinjauan Parameter Dan Algoritma," Al-Marshad: Jurnal Astronomi Islam Dan Ilmu-Ilmu Berkaitan 4, no. 2 (2018): h. 172.

(horizontal dan ekuatorial) dan nilai *altitude* (ketinggian) matahari yang akan digunakan dalam perhitungan awal waktu salat.¹⁵

Skripsi Khusnul Laeli dalam skripsinya di tahun 2022, dengan judul “Penerapan Teori Vektor untuk Pengukuran Kemelencengan Arah Kiblat Berbasis Data Google Maps”.¹⁶ Penelitian ini membahas teori vektor yaitu arah dan jarak untuk mengetahui kemelencengan arah kiblat dibantu dengan pengambilan data berbasis pada Google Maps. Persamaan dengan penelitian ialah sama-sama menggunakan teori vektor sebagai alat perbandingan analisis, melainkan di skripsi yang dijadikan acuan teori vektor digunakan untuk menghitung arah kiblat.

Nurul Atiqah, A.Intan Cahyani dalam artikelnya yang diterbitkan oleh jurnal Hisabuna Volume 3, Nomor 3, September 2022, berjudul “Analisis Komparatif Perhitungan Waktu Salat Menggunakan Sistem Ephemeris dan Nautika”. Penelitian ini membahas mengenai perhitungan waktu salat berdasarkan sistem ephemeris dan nautika dengan hasil akhir menggunakan sistem ephemeris hasil perhitungannya lebih akurat dibandingkan dengan menggunakan konsep perhitungan almanak nautika. Persamaan dengan penelitian ini yaitu sama-sama menggunakan pendekatan komparasi 2 variabel/metode, dari data ephemeris yang sama-sama dibutuhkan untuk mendapatkan data matahari dan cara perhitungan waktu salat sama-sama mencari nilai sudut waktu (*hour angle*).¹⁷

¹⁵ Zainuddin, “Posisi Matahari Dalam Menentukan Waktu Shalat Menurut Dalil Syar’I,” *Elfalaky* 4, no. 1 (2020): h. 36–55.

¹⁶ Khusnul Laeli, “Pengukuran Kemelencengan Arah Kiblat Berbasis Data Google Maps,” Skripsi : 2022.

¹⁷ Nurul Atiqah, A. Intan Cahyani, Sohra, “Analisis Komparatif Perhitungan Waktu Salat Menggunakan Sistem Ephemeris Dan Nautika,” *Hisabuna: Jurnal Ilmu Falak* 3, no. 3 (2023): h. 85–99.

F. Metode Penelitian

Metode penelitian adalah suatu cabang ilmu pengetahuan yang membicarakan atau mempersoalkan mengenai cara-cara melaksanakan penelitian yang meliputi kegiatan mencari, mencatat, merumuskan, menganalisis hingga menyusun lembar penelitian berdasarkan fakta secara ilmiah.

a. Sumber Data

Penelitian ini termasuk dalam jenis penelitian kualitatif, *doctrinal*, kepastakaan (*library research*), dimana data-data yang dihimpun berasal dari sumber-sumber kepastakaan yang dianggap mewakili (*representative*) dan terkait (*relevant*) dengan metode perhitungan sudut waktu (*hour angle*). Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini dibagi menjadi dua, yakni sumber data primer dan sumber data sekunder. Sumber data primer dalam penelitian ini adalah buku yang berkaitan dengan teori vektor dengan judul “*Introduction To Electrodynamics, Fourth Edition*”¹⁸ karya David J. Griffiths, sedangkan sumber data sekunder berupa buku meliputi skripsi, jurnal, tesis, yang berkaitan dengan metode trigonometri bola.

b. Sifat Penelitian Data

Penelitian ini bersifat analitis matematis. Analitis matematis dimaksudkan agar penelitian ini selalu memperhatikan segi matematis (algoritma perhitungan) dari metode menghitung nilai sudut waktu (*hour angle*), dengan membandingkan antara teori trigonometri bola yang dijadikan sebagai referensi keakurasian dari nilai sudut waktu (*hour angle*) dan teori vektor.

¹⁸ David J. Griffiths, “*Introduction To Electrodynamics, Fourth Edition*”, New York : Pearson, 1942, h. 1-53.

c. Teknik Pengumpulan Data

Penelitian ini menggunakan metode pustaka untuk mengumpulkan dan menganalisis informasi dari berbagai sumber literatur yang relevan dengan topik yang diteliti. Metode pustaka memungkinkan untuk mendapatkan pemahaman yang lebih mendalam mengenai teori dan metode yang ada, serta memastikan bahwa metode inovasi yang dihasilkan memiliki landasan teori yang kuat. Penelitian dengan teknik ini dilakukan dengan bentuk membaca buku, jurnal, skripsi, tesis atau dokumen lain yang membahas tentang perhitungan sudut waktu (*hour angle*) dengan metode trigonometri bola dan vektor yang ada dalam perpustakaan pribadi, perpustakaan umum dan juga *library* digital.

d. Analisis Data

Penelitian ini menggunakan metode analisis komparatif, yakni menggunakan logika perbandingan. Metode memungkinkan untuk menggali lebih dalam mengenai variabel-variabel yang mempengaruhi hasil dari masing-masing metode. Dengan melakukan perbandingan penerapan teori segitiga bola sebagai metode umum dan vektor sebagai metode inovatif dalam menghitung nilai sudut waktu (*hour angle*). Dengan membandingkan data/variabel dari berbagai sumber, dapat mengidentifikasi pola-pola yang mungkin tidak terlihat jika hanya menganalisis satu metode secara terpisah.

G. Sistematika Penulisan

BAB I : PENDAHULUAN (berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, kajian pustaka, metode penelitian, dan sistematika penulisan)

BAB II : TINJAUAN UMUM TENTANG WAKTU SALAT, TRIGONOMETRI BOLA, DAN SUDUT WAKTU (*HOURLY ANGLE*) (berisi definisi waktu salat, dasar hukum waktu salat, indikator waktu salat dalam aspek fiqih dan astronomi, pengertian trigonometri bola, rumus-rumus trigonometri bola, koordinat bola langit, dan pengertian sudut waktu)

BAB III : FORMULASI ALGORITMA DENGAN METODE VEKTOR (berisi konsep umum vektor, cara perhitungan sudut waktu menggunakan teori vektor/formulasi algoritma, dan implementasi rumus)

BAB IV : ANALISIS TINGKAT KEAKURASIAN NILAI SUDUT WAKTU (*HOURLY ANGLE*) DALAM PERHITUNGAN AWAL WAKTU SALAT MENGGUNAKAN VEKTOR (berisi analisis perbandingan hasil perhitungan antara metode trigonometri bola dan teori vektor, uji akurasi waktu salat dari kedua metode, serta analisis hasil perbandingannya)

BAB V : PENUTUP (berisi kesimpulan, saran, dan penutup)

BAB II

TINJAUAN UMUM TENTANG WAKTU SALAT, TRIGONOMETRI BOLA, DAN SUDUT WAKTU (*HOOR ANGLE*)

A. Waktu Salat

Salat menurut bahasa berasal dari kata صَلَّاهُ - يُصَلِّي صَلَاةً¹⁹ yang mempunyai makna doa, sebagaimana disebutkan dalam surat At-Taubah ayat 103.

إِنَّ صَلَاتَكَ سَكَنٌ لَهُمْ ۖ وَاللَّهُ سَمِيعٌ عَلِيمٌ²⁰

“...dan doakanlah mereka karena sesungguhnya doamu adalah ketentraman bagi mereka. Dan Allah Maha Mendengar lagi Maha Maengetahui”

Sedangkan menurut istilah salat ialah :

أَقْوَالٌ وَأَفْعَالٌ مَّخْصُوصَةٌ مُفْتَتِحَةٌ بِالتَّكْبِيرِ مُخْتَمَةٌ بِالتَّسْلِيمِ²¹

“Salat ialah suatu ibadah yang mengandung ucapan dan perbuatan yang dimulai dengan takbir dan diakhiri dengan salam dengan syarat-syarat tertentu.”

Salat diisyaratkan di dalam islam pada bulan Rajab tahun ke-11 kenabian, saat Rasulullah diisra’mi’rajkan ke *sidratul*

¹⁹ Prof. Dr. H. Mahmud Yunus, “*Kamus Arab Indonesia*” Jakarta : PT. Mahmud Yunus Wa Dzurriyyah, 2015, h. 152.

²⁰ At-Taubah (9);(103)

²¹ Syekh Zayn al-Dīn bin ‘Abd al-‘Azīz al-Malībārī, “*Fath al-Mu’in Sharh Qurrah al-‘Ayn*” h. 3.

mntaha. Salat diwajibkan bagi umat islam dalam sehari semalam sebanyak lima kali, yakni subuh, Dzuhur, Asar, Magrib, dan isya. Dan Allah telah menentukan waktu-waktunya sebagaimana yang termaktub dalam Al-Qur'an surat An-Nisa ayat 103 dan surat Ar-Rum ayat 17-18 :

فَإِذَا قُضِيَتْهُمُ الصَّلَاةُ فَادْكُرُوا اللَّهَ قِيَامًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِكُمْ ۚ فَإِذَا
أَطْمَأْنَنْتُمْ فَأَقِيمُوا الصَّلَاةَ ۚ إِنَّ الصَّلَاةَ كَانَتْ عَلَى الْمُؤْمِنِينَ كِتَابًا مَوْقُوتًا ²²

“Selanjutnya, apabila kamu telah menyelesaikan salat(mu), ingatlah Allah ketika kamu berdiri, pada waktu duduk dan ketika berbaring. Kemudian, apabila kamu telah merasa aman, maka laksanakanlah salat itu (sebagaimana biasa). Sungguh, salat itu adalah kewajiban yang ditentukan waktunya atas orang-orang yang beriman.”

فَسُبْحَانَ اللَّهِ حِينَ تُمْسُونَ وَحِينَ تُصْبِحُونَ

وَلَهُ الْحَمْدُ فِي السَّمُوتِ وَالْأَرْضِ وَعَشِيًّا وَحِينَ تُظْهِرُونَ ²³

“Maka bertasbihlah kepada Allah di waktu kamu berada di petang hari dan waktu kamu berada di waktu subuh, dan bagi-Nyalah segala puji di langit dan di bumi dan di waktu kamu berada pada petang hari dan di waktu kamu berada di waktu Dzuhur.”

Adapun yang dimaksud waktu salat dalam pengertian hisab ialah awal masuknya waktu salat. Waktu salat ditentukan berdasarkan posisi matahari diukur dari suatu tempat di muka bumi. Menghitung waktu salat pada hakikatnya ialah menghitung posisi matahari sesuai dengan kriteria yang ditentukan.

²² An-Nisa (4);(103)

²³ Ar-Rum (30);(17-18)

B. Dasar Hukum Waktu Salat

a. Dalil Al-Qur'an

1. An-Nisa ayat 103

إِنَّ الصَّلَاةَ كَانَتْ عَلَى الْمُؤْمِنِينَ كِتَابًا مَوْفُوتًا²⁴

“Sungguh, salat itu adalah kewajiban yang ditentukan waktunya atas orang-orang yang beriman.”

2. Al-Furqan ayat 45

أَلَمْ تَرَ إِلَىٰ رَبِّكَ كَيْفَ مَدَّ الظِّلَّ وَلَوْ شَاءَ لَجَعَلَهُ سَاكِنًا ثُمَّ جَعَلْنَا الشَّمْسُ عَلَيْهِ دَلِيلًا²⁵

“Tidakkah engkau memperhatikan (penciptaan) Tuhanmu, bagaimana Dia memanjangkan (dan memendekkan) bayang-bayang, dan sekiranya Dia menghendaki, niscaya Dia jadikannya (bayang-bayang itu) tetap, kemudian kami jadikan matahari sebagai petunjuk.”

3. Surat Hud ayat 114

وَأَقِمِ الصَّلَاةَ طَرَفِي النَّهَارِ وَزُلْفَا مِّنَ اللَّيْلِ ۚ إِنَّ الْحَسَنَاتِ يُدْهَبْنَ السَّيِّئَاتِ ۚ
ذَلِكَ ذِكْرِي لِلذَّكْرِينَ²⁶

“Dan laksanakanlah salat pada kedua ujung siang (pagi dan petang) dan pada bagian permulaan malam. Perbuatan-perbuatan

²⁴ An-Nisa (4);(103)

²⁵ Al-Furqan (25);(45)

²⁶ Hud (11);(114)

baik itu menghapus kesalahan-kesalahan. Itulah peringatan bagi orang-orang yang selalu mengingat Allah.”

4. Taha ayat 130

فَاصْبِرْ عَلَىٰ مَا يَقُولُونَ وَسَبِّحْ بِحَمْدِ رَبِّكَ قَبْلَ طُلُوعِ الشَّمْسِ وَقَبْلَ غُرُوبِهَا ۖ
وَمِنْ عَآئِي أَلِيلٍ فَسَبِّحْ وَأَطْرَافَ النَّهَارِ لَعَلَّكَ تَرْضَىٰ²⁷

“Maka, sabarlah engkau (Muhammad) atas apa yang mereka katakan, dan bertasbillah dengan memuji Tuhanmu, sebelum matahari terbit dan sebelum terbenam, dan bertasbillah (pula) pada waktu tengah malam dan diujung siang hari agar engkau merasa tenang.”

b. Hadis

Berlandaskan pada hadis yang diriwayatkan oleh Ahmad, an-Nasā’i dan al-Tirmidzī dari Jabir bin Abdullah RA mengatakan²⁸ :

عَنْ جَابِرِ بْنِ عَبْدِ اللَّهِ قَالَ جَاءَ جِبْرِيلُ عَلَيْهِ السَّلَامُ فَقَالَ لَهُ : قُمْ فَصَلِّهُ
فَصَلَّى الظُّهْرَ حَتَّى زَالَتْ الشَّمْسُ ثُمَّ جَاءَهُ الْعَصْرُ فَقَالَ : قُمْ فَصَلِّهُ فَصَلَّى
الْعَصْرَ حِينَ صَارَ ظِلُّ كُلِّ شَيْءٍ مِثْلَهُ، ثُمَّ جَاءَهُ الْمَغْرِبُ فَقَالَ قُمْ فَصَلِّهُ،
فَصَلَّى الْمَغْرِبَ حِينَ وَجَبَتْ الشَّمْسُ، ثُمَّ جَاءَهُ الْعِشَاءُ فَقَالَ : قُمْ فَصَلِّهُ
فَصَلَّى الْعِشَاءَ حِينَ غَابَ الشَّفَقُ ثُمَّ جَاءَهُ الْفَجْرُ فَقَالَ : قُمْ فَصَلِّهُ فَصَلَّى

²⁷ Taha (20);(130)

²⁸ Muhammad bin ‘Ali bin Muhammad, Asy-Syaukānī, “*Nayl al-Awṭār Sharh Muntaqā al-Akhbār min Aḥādīth Sayyid al-Akhbār*” (Cairo: Darul Hadis, 1426 H /2005 M). Lihat pula Muhammad Ibn ‘Ishaq ibn as-Saurah Tarmizi, “*Al-Sunan al-Tirmidzi*” (Beirut: Dar al-Fikr, 1980), h. 100.

الْفَجْرَ حِينَ بَرَقَ الْفَجْرُ أَوْ قَالَ سَطَعَ الْفَجْرُ، ثُمَّ جَاءَهُ مِنَ الْعَدِّ لِلظُّهْرِ
فَقَالَ : ثُمَّ فَصَّلُهُ فَصَلَّى الظُّهْرَ حِينَ صَارَ ظِلُّ كُلِّ شَيْءٍ مِثْلَهُ ثُمَّ جَاءَهُ
الْعَصْرُ فَقَالَ : ثُمَّ فَصَّلُهُ فَصَلَّى الْعَصْرَ حِينَ صَارَ ظِلُّ كُلِّ شَيْءٍ مِثْلِيهِ ثُمَّ
جَاءَهُ الْمَغْرِبُ وَقَفْنَا وَاحِدًا لَمْ يَزَلْ عَنْهُ ثُمَّ جَاءَهُ الْعِشَاءُ حِينَ ذَهَبَ نِصْفُ
الَّيْلِ أَوْ قَالَ ثُلُثُ اللَّيْلِ، فَصَلَّى الْعِشَاءَ ثُمَّ جَاءَهُ حِينَ اسْفَرَ جَدًّا فَقَالَ :
ثُمَّ فَصَّلُهُ فَصَلَّى الْفَجْرَ، ثُمَّ قَالَ : مَا بَيْنَ هَذَيْنِ الْقَتْنَيْنِ وَقْتُ (رواه احمد،
النسائي، الترمذي)

“Dari Jabir bin Abdullah, Bahwasanya Sudah tiba kepada Nabi Muhammad SAW malaikat Jibril, lalu mengatakan kepadanya : bangunlah! Kemudian salatlah, lalu Nabi Muhammad SAW salat Dzuhur pada kala mentari tergelincir, kemudian tiba lagi ia di lain waktu ketika Nabi Muhammad SAW hendak Asar, lalu berkata : bangunlah kemudian salatlah, kemudian Nabi Muhammad SAW salat Asar di kala bayang-bayang sesuatu sama dengan menggunakan panjang bendanya, kemudian dia datang lagi di waktu Magrib lalu mengatakan, bangunlah lalu salatlah, kemudian Nabi Muhammad SAW salat magrib ketika surya terbenam, lalu ia datang lagi pada waktu isya, seraya berkata : bangunlah kemudian salatlah, lalu Nabi Muhammad SAW salat isya pada kala mega merah pada ufuk barat telah terbenam, lalu beliau datang lagi diwaktu fajar kemudian mengatakan : bangunlah kemudian salatlah, kemudian Nabi Muhammad SAW salat fajar (subuh) pada kala fajar menyingsing atau diwaktu fajar bersinar, kemudian Jibril AS datang lagi pada hari lain di saat dzuhur, kemudian mengatakan kepada Nabi Muhammad SAW : bangunlah kemudian salatlah, lalu Nabi Muhammad SAW salat dzuhur di kala bayang-bayang sesuatu benda sama dengan panjangnya, kemudian datang lagi di waktu asar dan mengatakan

: bangunlah kemudian salatlah, lalu Nabi Muhammad SAW salat asar di kala bayang-bayang suatu benda 2 kali panjang benda itu, lalu beliau tiba lagi di waktu magrib ketika yang sama dan tidak bergeser dari yang semula sebagaimana sebelumnya, lalu dia tiba lagi pada Nabi Muhammad SAW di waktu isya di kala telah berlalu separuh malam, atau sudah hilang 1/3 malam, kemudian Nabi Muhammad SAW salat isya, selanjutnya beliau datang lagi kepada Nabi Muhammad SAW di kala telah ada cahaya sahih (jelas) pada ufuk timur dari sinar matahari yang sebentar lagi terbit kemudian berkata : bangunlah kemudian salatlah, lalu Nabi Muhammad SAW salat fajar (subuh), lalu Jibril mengatakan kepada Nabi Muhammad SAW, saat atau waktu diantara dua waktu merupakan batas awal dan akhir dari waktu salat fardhu.”

C. Indikator Waktu Salat dalam Aspek Fiqih

1. Waktu Dzuhur

Imam Taqiyuddin Abi Bakar bin Muhammad al-Husaini dalam kitab *Kifāyah al-Akhyār fī Ḥallī Ghayāt al-Ikhtisār* menyatakan :

الظُّهْرُ وَأَوَّلُ وَقْتِهَا زَوَالُ الشَّمْسِ وَأَخِيرُهُ إِذَا صَارَ ظِلُّ كُلِّ شَيْءٍ
مِثْلَهُ بَعْدَ ظِلِّ زَوَالٍ²⁹

“Permulaan waktu dzuhur adalah sejak tergelincirnya Matahari. Dan akhir waktu dzuhur adalah jika bayang-bayang suatu benda telah sepadan dengan benda itu ditambah dengan bayang-bayang yang telah ada sejak Matahari tergelincir (istiwa’).”

²⁹ Imam Taqiyuddin Akbar bin Muhammad al-Husaini, “*Kifāyah al-Akhyār fī Ḥallī Ghayāt al-Ikhtisār*”, Lebanon : Dar Al-Minhaj, 1429 H, h. 150.

Kutipan tersebut diperkuat dengan pendapat empat imam mazhab, waktu dzuhur dimulai ketika telah tergelincirnya matahari, dan panjang suatu bayangan benda sepadan dengan panjang benda aslinya. Apabila panjang suatu bayangan lebih dari panjang suatu benda, maka waktu dzuhur telah habis. Adapun untuk akhir waktunya terjadi kontradiksi, yaitu sampainya panjang bayangan sebuah benda sama dengan panjang bendanya (berdasarkan pendapat Imam Syafi'i, Imam Malik, Abu Tsauri dan Imam Abu Dawud), sebaliknya menurut Imam Abu Hanifah, akhir waktu salat dzuhur bisa ditandai dengan panjang suatu benda sama dengan dua kali panjang bendanya.

2. Waktu Asar

Berdasarkan hadis Nabi Muhammad SAW yang menyebutkan bahwa masuknya waktu asar ditandai dengan :

ثُمَّ جَاءَهُ الْعَصْرَ فَقَالَ : ثُمَّ فَصَّلُهُ فَصَلَّى الْعَصْرَ حِينَ صَارَ ظِلُّ كُلِّ شَيْءٍ مِثْلَهُ³⁰

“ketika panjang benda sama panjang dengan benda itu sendiri), sementara di hari berikutnya diberitahukan.”

ثُمَّ جَاءَهُ الْعَصْرَ فَقَالَ : ثُمَّ فَصَّلُهُ فَصَلَّى الْعَصْرَ حِينَ صَارَ ظِلُّ كُلِّ شَيْءٍ مِثْلِيهِ³¹

“bayangan suatu benda sama dengan dua kalipanjang bendanya.”

³⁰ Ibn ‘‘Ishaq ibn As-Saurah Tirmidzi, ‘‘Al-Sunan al-Tirmidzi’’ (Beirut: Dar al-Fikr, 1980), h. 100.

³¹ Ibn ‘‘Ishaq ibn As-Saurah Tirmidzi, ‘‘Al-Sunan al-Tirmidzi’’ (Beirut: Dar al-Fikr, 1980), h. 100.

Menurut Imam Syafi'i, Imam Malik, Imam Abu Dawud Az-Zahiri, keadaan dimana tanda-tanda yang menunjukkan akhir waktu salat dzuhur merupakan awal dari waktu salat asar, yakni ketika panjang bayangan sama dengan benda itu sendiri. Akan tetapi ketika dipahami secara praktik, panjang bayangan yang ada juga bervariasi, panjang bayangan di daerah berlintang tinggi sudah sama dengan panjang bendanya sendiri bahkan lebih panjang dengan panjang benda. Dengan demikian Imam Abu Hanifah, bermazhab bahwa awal waktu salat asar ditandai ketika panjang bayangan suatu benda dua kali dari panjang benda.

Sementara, di dalam hadis yang diriwayatkan oleh Abdullah bin Umar :

حَدَّثَنَا أَحْمَدُ بْنُ يُونُسَ السَّلْمِيُّ، قَالَ: ثَنَا عُمَرُ بْنُ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ رَزِينَ،
قَالَ: ثَنَا إِبْرَاهِيمُ بْنُ طَهْمَانَ، عَنِ الْحَجَّاجِ بْنِ الْحَجَّاجِ، عَنْ قَتَادَةَ، عَنْ
أَبِي أَيُّوبَ، عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ عَمْرٍو، قَالَ: سُئِلَ رَسُولُ اللَّهِ عَنْ وَقْتِ
الصَّلَاةِ، فَقَالَ: " وَقْتُ صَلَاةِ الْعَصْرِ مَا لَمْ تَصْفَرَّ الشَّمْسُ وَيَسْفُطَ قَرْمُهَا
الْأَوَّلُ " ³²

“Ahmad bin Yusuf al-Salami berkata, telah menceritakan kepada kami Umar bin Abdullah bin Razin berkata, telah menceritakan kepada kami Ibrahim bin Tahman, dari al-Hajjaj bin al-Hajjaj, dari Qatadah, dari Abu Ayyub, dari Abdullah bin Amru, ia berkata, Rasulullah SAW pernah ditanya tentang waktu salat, lalu beliau

³²Abu Awanah Ya'kub bin Ishak bin Ibrāhīm an-Naysābūrī, “Daftar Kitab Mustakhrij Abu Awanah” Perpustakaan Islam Digital, (Jawami'ul Kalam 4.5, Al-Mughni Islamic Center Jakarta) No Hadis 792.

bersabda, “_Waktu salat asar adalah hingga matahari belum menguning dan tergelincir.”

Diperkuat dengan hadis yang diriwayatkan oleh Abu Hurairah :

حَدَّثَنَا هَنَادٌ، حَدَّثَنَا مُحَمَّدُ بْنُ فُضَيْلٍ، عَنْ الْأَعْمَشِ، عَنْ أَبِي صَالِحٍ، عَنْ أَبِي هُرَيْرَةَ، قَالَ: قَالَ رَسُولُ اللَّهِ : " إِنَّ لِلصَّلَاةِ أَوَّلًا وَآخِرًا، وَإِنَّ أَوَّلَ وَقْتِ صَلَاةِ الظُّهْرِ حِينَ تَزُولُ الشَّمْسُ، وَآخِرَ وَقْتِهَا حِينَ يَدْخُلُ وَقْتُ الْعَصْرِ، وَإِنَّ أَوَّلَ وَقْتِ صَلَاةِ الْعَصْرِ حِينَ يَدْخُلُ وَقْتُهَا، وَإِنَّ آخِرَ وَقْتِهَا حِينَ تَصْفَرُ الشَّمْسُ ³³

“Dari Hanad, ia berkata, “Rasulullah bersabda, ”Sesungguhnya salat itu ada awal dan akhirnya, awal salat dzuhur adalah ketika tergelincirnya matahari, akhir salat asar adalah ketika masuk waktu asar, awal salat asar adalah ketika masuk waktunya, akhir salat asar adalah ketika masuk waktunya, akhir salat asar adalah ketika masuk waktunya, dan akhir salat asar adalah ketika matahari telah menguning.”

Dari hadis di atas, dapat dipahami bahwa awal masuknya waktu asar ketika bayangan suatu benda sama dengan panjang benda (akhir waktu dzuhur), dan akhir dari waktu asar ketika menguningnya matahari (masuknya waktu salat magrib).

³³ Sunan At-Tirmidzi, “*Jami’ At-Tirmidzi*” Perpustakaan Islam Digital, (Jawami’ul Kalam 4.5, Al-Mughni Islamic Center Jakarta) No. Hadis 139.

3. Waktu Magrib

حَدَّثَنَا هَنَادٌ، حَدَّثَنَا مُحَمَّدُ بْنُ فُضَيْلٍ، عَنِ الْأَعْمَشِ، عَنْ أَبِي صَالِحٍ،
عَنْ أَبِي هُرَيْرَةَ، قَالَ: قَالَ رَسُولُ اللَّهِ : " إِنَّ لِلصَّلَاةِ أَوَّلًا وَآخِرًا، وَإِنَّ
أَوَّلَ وَقْتِ صَلَاةِ الظُّهْرِ حِينَ تَزُولُ الشَّمْسُ، وَآخِرَ وَقْتِهَا حِينَ يَدْخُلُ
وَقْتُ الْعَصْرِ، وَإِنَّ أَوَّلَ وَقْتِ صَلَاةِ الْعَصْرِ حِينَ يَدْخُلُ وَقْتُهَا، وَإِنَّ
آخِرَ وَقْتِهَا حِينَ تَصْفُرُ الشَّمْسُ، وَإِنَّ أَوَّلَ وَقْتِ الْمَغْرِبِ حِينَ تَغْرُبُ

الشَّمْسُ³⁴

“Dari Hanad, ia berkata, “Rasulullah bersabda, 'Waktu pertama salat dzuhur adalah ketika matahari tergelincir, dan waktu terakhir adalah ketika masuk waktu salat asar: “Salat itu memiliki waktu awal dan waktu akhir; waktu awal salat dzuhur adalah ketika tergelincirnya matahari, waktu akhir adalah ketika masuk waktu salat asar; waktu awal salat asar adalah ketika masuk waktunya, waktu akhir adalah ketika matahari menguning, waktu awal salat magrib adalah ketika tergelincirnya matahari, waktu awal salat isya adalah ketika tergelincirnya matahari, waktu awal salat isya adalah ketika tergelincirnya matahari.”

Sesuai dengan pemahaman hadis tersebut bahwa awal dari waktu salat magrib sangat singkat, dengan satu waktu saja, dengan terbenamnya matahari, apabila piringan matahari bagian atas sudah memasuki bagian bawah dari ufuk, atau telah berhimpit dengan horizon.

³⁴ Sunan At-Tirmidzi, “Jami’ At-Tirmidzi” Perpustakaan Islam Digital, (Jawami’ul Kalam 4.5, Al-Mughni Islamic Center Jakarta) No. Hadis 139.

Dan juga dipertegas dengan hadis :

وَحَدَّثَنَا عَبْدُ الْبَاقِي بْنُ قَانِعٍ، قَالَ: حَدَّثَنَا مُعَاذُ بْنُ الْمُثَنَّى، قَالَ: حَدَّثَنَا مُحَمَّدُ بْنُ كَثِيرٍ، قَالَ: حَدَّثَنَا هَمَّامٌ، عَنْ قَتَادَةَ، عَنْ أَبِي أَيُّوبَ، عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ عَمْرٍو أَنَّ النَّبِيَّ قَالَ: " وَقْتُ الْمَغْرِبِ مَا لَمْ يَغِبِ الشَّفَقُ"³⁵

“Abdul Baqi bin Qanaa berkata, “Kami berbicara dengan Mu'adz bin Al-Muthanna, ia berkata, ‘Kami berbicara dengan Hammam, ia berkata, Hammam menceritakan kepada kami tentang Hammadah, dari Abu Ayyub, dari Abdullah bin 'Amr, bahwa Rasulullah saw. bersabda, ” Waktu terbenamnya matahari adalah sampai matahari belum terbenam.”

Awal waktu magrib ditandai semenjak terbenamnya matahari dan berakhir hingga hilangnya syafaq merah atau hilangnya cahaya mega merah ke arah barat.

4. Waktu Isya

Sesuai dengan hadis yang diriwayatkan oleh Abu Hurairah :

حَدَّثَنَا مُحَمَّدُ بْنُ فُضَيْلٍ، حَدَّثَنَا الْأَعْمَشُ، عَنْ أَبِي صَالِحٍ، عَنْ أَبِي هُرَيْرَةَ، قَالَ: قَالَ رَسُولُ اللَّهِ: " إِنَّ لِلصَّلَاةِ أَوَّلًا وَآخِرًا، وَإِنَّ أَوَّلَ وَقْتِ الظُّهْرِ حِينَ تَزُولُ الشَّمْسُ، وَإِنَّ آخِرَ وَقْتِهَا حِينَ يَدْخُلُ وَقْتُ الْعَصْرِ، وَإِنَّ أَوَّلَ وَقْتِ

³⁵Abu Bakr ar-Rāzī al-Jassās, “*Aḥkām al-Qur’ān lil-Jassās*” Perpustakaan Islam Digital, (Jawami’ul Kalam 4.5, Al-Mughni Islamic Center Jakarta) No Hadis 379.

الْعَصْرِ حِينَ يَدْخُلُ وَقْتُهَا، وَإِنَّ آخِرَ وَقْتُهَا حِينَ تَصْفُرُ الشَّمْسُ، وَإِنَّ أَوَّلَ
 وَقْتِ الْمَغْرِبِ حِينَ تَغْرُبُ الشَّمْسُ، وَإِنَّ آخِرَ وَقْتُهَا حِينَ يَغِيبُ الْأُفُقُ،
 وَإِنَّ أَوَّلَ وَقْتِ الْعِشَاءِ الْآخِرَةِ حِينَ يَغِيبُ الْأُفُقُ، وَإِنَّ آخِرَ وَقْتُهَا حِينَ
 يَنْتَصِفُ اللَّيْلُ، وَإِنَّ أَوَّلَ وَقْتِ الْفَجْرِ حِينَ يَطْلُعُ الْفَجْرُ، وَإِنَّ آخِرَ وَقْتُهَا
 حِينَ تَطْلُعُ الشَّمْسُ" ³⁶

“Dari Fudail bin Fudail, ia berkata, “Rasulullah bersabda, 'Waktu pertama salat adalah ketika matahari tergelincir; dan waktu terakhirnya adalah ketika masuk waktu asar: “Salat itu memiliki waktu pertama dan waktu terakhir, awal waktu salat dzuhur ialah ketika tergelincirnya matahari, dan akhir waktunya ketika masuknya waktu asar. Dan awal waktu salat asar ialah ketika sudah masuk waktunya, dan akhir waktunya ketika menguningnya matahari. Dan awal waktu salat magrib ialah saat terbenamnya matahari, dan akhir waktunya ketika hilangnya ufuk. Dan awal waktu salat isya ialah ketika hilangnya ufuk dan akhir waktunya ketika separuh malam telah berlalu. Dan awal waktu salat subuh ialah ketika terbitnya/munculnya fajar dan akhir waktunya ketika terbitnya matahari.”

Dari hadis diatas dapat disimpulkan bahwa masuknya waktu isya ditandai dengan sirnanya mega merah (syafaq al-ahmar), di bagian langit barat yang sekaligus menjadi tanda masuknya gelap malam.³⁷

³⁶ Imam Ahmad bin Hambal, “*Musnad Ahmad bin Hambal*” Perpustakaan Islam Digital, (Jawami’ul Kalam 4.5, Al-Mughni Islamic Center Jakarta) No Hadis 6999.

³⁷ Slamet Hambali, “*Ilmu Falak ; Arah Kiblat Setiap Saat*” (Pustaka Ilmu,2013), h. 132.

Untuk ketentuan akhir waktu salat isya, terdapat tiga pendapat : *pertama*, sesuai yang diungkapkan oleh Sufyan Ats-Tsauri, Ibnu Al-Mubarak, Ishaq bin Rahawaih, Abu Hanifah, akhir waktu isya ketika pertengahan malam. *Kedua* pendapat Umar bin Khattab, Umar bin Abdul Aziz, Abu Hurairah, akhir waktu salat isya ditandai dengan sepertiga malam. Dan yang *ketiga* Ungkapan Asy-Syafi'i, Abdulah bin Abbas, akhir waktu salat isya ketika terbitnya fajar.³⁸

Menurut mazhab Hambali, salat isya memiliki dua waktu sebagai pertanda akhir dari waktu salat isya: pertama, dimulai dari hilangnya mega merah hingga sepertiga malam, atau dikenal dengan waktu ikhtiyari, dan yang kedua, dimulai dari sepertiga malam hingga terbitnya fajar (fajar shadiq), dikenal dengan istilah waktu dharuri. Menurutny melaksankan salat di waktu ini berdoa walaupun melaksanakan salat adaan.³⁹

Sedangkan menurut mazhab Malikiyah, akhir waktu isya ada dua penafsiran, pertama semenjak hilangnya syafaq ahmar sampai habisnya sepertiga malam, dikenal dengan waktu ikhtiyari. Dan yang kedua ketika telah terbitnya fajar (subuh).⁴⁰

5. Waktu Subuh

Awal waktu salat subuh dimulai semenjak terbit fajar (fajar shadiq) hingga matahari terbit, sebagaimana yang termaktub di dalam hadits riwayat Ibnu Abbas :

³⁸ Al-Faqīh Abū al-Wahīd Muḥammad bin Aḥmad bin Muḥammad ibn Rushd, “*Transliterasi yang benar untuk "Bidāyah al-Mujtahid."*” (Dar Al-Kitab ‘Ulumiyah), h. 114.

³⁹ Syeikh Abdurrahmān al-Jazārī, “*Kitab Salat Fikih Empat Mazhab*” (Syafi’iyah, Hanafiah, Malikiyah, dan Hambaliah), Jakarta: Hikmah (PT Mizan Publika), 2011, h. 21.

⁴⁰ Syeikh Abdurrahmān al-Jazārī, “*Kitab Salat Fikih Empat Mazhab*” (Syafi’iyah, Hanafiah, Malikiyah, dan Hambaliah), Jakarta: Hikmah (PT Mizan Publika), 2011, h. 21.

حَدَّثَنَا حَبِيبُ بْنُ يَزِيدَ الْأَنْمَاطِيُّ، قَالَ: حَدَّثَنَا عَمْرُو بْنُ هَرِمٍ، قَالَ: سُئِلَ جَابِرُ بْنُ زَيْدٍ عَنِ الصَّلَاةِ وَمَوَاقِيتِهَا، فَقَالَ كَانَ ابْنُ عَبَّاسٍ، يَقُولُ: وَقْتُ صَلَاةِ الصُّبْحِ مِنْ طُلُوعِ الْفَجْرِ إِلَى أَنْ يَطْلُعَ شُعَاعُ الشَّمْسِ، فَمَنْ غَفَلَ عَنْهَا، فَلَا يُصَلِّيَنَّ حَتَّى تَطْلُعَ وَتَذْهَبَ قُرُوءُهَا، فَقَدْ أَذْجَ رَسُولُ اللَّهِ ﷺ عَرَسَ، فَلَمْ يَسْتَيْقِظْ حَتَّى طَلَعَتِ الشَّمْسُ أَوْ بَعْضُهَا، فَلَمْ يُصَلِّ حَتَّى ارْتَفَعَتْ "41

“Habib bin Yazid al-Anmati berkata, “Amru bin Harim berkata, ‘Jabir bin Zaid pernah ditanya tentang salat dan waktu-waktunya, lalu ia berkata, ‘Ibnu Abbas pernah berkata: “Waktu salat subuh adalah dari terbitnya fajar hingga terbitnya matahari, maka barangsiapa yang terlewatkan darinya, maka janganlah ia salat hingga matahari terbit dan tanduknya telah hilang.” Rasulullah SAW pergi tidur kemudian tidur lagi, maka beliau tidak bangun hingga matahari terbit, atau sebagian daripadanya, dan tidak salat hingga matahari terbit.”

Awal waktu salat subuh menurut hadis yang telah dicantumkan ditandai ketika terbit fajar shadiq (tersebar luasnya cahaya matahari oleh partikel-partikel yang ada di udara sehingga tampak terang, adanya peralihan dari kegelapan menjadi terang (munculnya cahaya putih). Fajar shadiq muncul memenuhi garis horizontal.

Para fuqaha menyepakati awal waktu salat subuh dimulai ketika terbitnya fajar shadiq hingga terbitnya matahari. akan tetapi sebagian dari Syafi’iyah berpendapat, akhir dari salat subuh ketika

⁴¹ Sulaiman bin Dāwūd al-Fārīsī, *“Musnad Abi Dāwūd Al- Ṭhayālīsī”* Perpustakaan Islam Digital, (Jawami’ul Kalam 4.5, Al-Mughni Islamic Center Jakarta) No Hadis 2724.

tampaknya sinar matahari⁴² Dan Menurut mazhab Malikiyyah, awal waktu salat subuh dimulai saat terbitnya fajar shadiq hingga munculnya cahaya kuning matahari, dikenal dengan waktu ikhtiyari.

D. Indikator Waktu Salat dalam Aspek Astronomi

1. Waktu Dzuhur

Waktu dzuhur dimulai ketika matahari tergelincir, yakni ketika matahari telah mencapai titik puncak (kulminasi) pada peredarannya, yang disebut dengan meridian. Posisi matahari ketika meridian pada suatu saat tidak akan membentuk bayangan, dikarenakan posisi matahari persis berada di atas benda tersebut dengan istilah lain berada di atas kepala. Situasi ini akibat deklinasi matahari sama besarnya dengan lintang tempat.⁴³

Sesuai dengan hadis Nabi yang telah dipaparkan, beliau melakukan salat dzuhur ketika matahari telah tergelincir dan ketika bayangan suatu benda sepadan dengan panjang suatu benda, hal ini tidaklah menimbulkan dikotomi, dikarenakan di daerah Saudi Arabia sendiri ketika berada di garis lintang 20°-30° utara, saat matahari telah tergelincir, panjang bayangan dari suatu benda telah mencapai panjang benda itu sendiri bahkan lebih, hal ini terjadi akibat posisi matahari berada jauh di area selatan, tepatnya di antara bulan juni dan desember.⁴⁴ Menurut Muhyiddin Khazin, sebelum melakukan perhitungan awal waktu salat, maka hendaklah

⁴² Al-Faqīh Abū al-Wahīd Muḥammad bin Aḥmad bin Muḥammad ibn Rushd, "*Bidāyah al-Mujtahid*" (Dar Al-Kitab 'Ulumiyah), h. 213.

⁴³ Abdur Rahim, "*Ilmu Falak*" (Yogyakarta, 1983), h. 15.

⁴⁴ Abdur Rahim, "*Ilmu Falak*" (Yogyakarta, 1983), h. 15.

mengetahui tiga komponen, tinggi matahari, sudut waktu matahari, dan ihtiyath.⁴⁵

2. Waktu Asar

Berlandaskan hadis yang tertera, menimbulkan tafsiran yang berbeda :

1. Ketika panjang bayangan suatu benda sama dengan panjang benda itu sendiri.
2. Pada panjang bayangan matahari terhadap benda dua kali panjangnya dari benda awal.

Di dalam aspek astronomis, ketinggian matahari saat waktu asar bisa dirumuskan dengan :

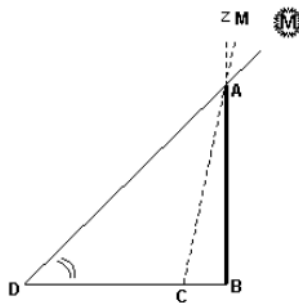
$$\text{Cotan } h = \tan z_m + 1$$

$$\text{Cotan } h = \tan (\phi - \delta) + 1$$

Menurut Muhyiddin Khazin bahwa : terbentuknya suatu bayangan apabila nilai lintang tempat (λ) dengan nilai deklinasi matahari (δ) tidak sama.⁴⁶

⁴⁵ Muhyiddin Khazin, “*Ilmu Falak dan Teori dan Praktiknya*” (Cet. I; Yogyakarta: 2004), h. 82-83.

⁴⁶ Muhyiddin Khazin, “*Ilmu Falak dan Teori dan Praktiknya*” (Cet. I; Yogyakarta: 2004), h. 90.



(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 1 Kedudukan Matahari Waktu Asar

Z : Zenith

M : Posisi matahari ketika berkulminasi

AB : Panjang tongkat

BC : Panjang bayangan tongkat ketika matahari berkulminasi

CD : Panjangnya sama dengan AB

BD : Panjang bayangan pada awal

D : Sudut tinggi matahari

Bisa diperumpamakan AB adalah panjang tongkat yang ditancapkan di tanah, BAZ adalah arah zenith, CAM adalah arah matahari saat berkulminasi, BC adalah panjang bayangan dari tongkat AB yang ditancapkan saat matahari berkulminasi. CD akan sama panjangnya dengan AB, maka bisa dipastikan masuknya waktu salat asar ketika panjang AB (panjang tongkat) sepanjang BD.

Ketika diperhatikan saat posisi itu terbentuk, dan membentuk bayangan, maka akan membentuk suatu sudut yang mengarah ke arah ufuk dan ke arah matahari, di gambar di atas adalah sudut D, sehingga untuk menghitung awal waktu salat asar adalah $\cotan h_{\text{Asar}} = \tan [\varphi - \delta] + 1$.⁴⁷

3. Waktu Magrib

Menurut ilmu astronomi, senja sudah mulai gelap, piringan matahari bagian atas sudah berada di bawah ufuk disebabkan ketika ketinggian matahari sudah mencapai -12° *Nautical Twilight*.



(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 2 Kedudukan Matahari Waktu Magrib

Jika keseluruhan fisik matahari berada di atas ufuk $0^\circ 32'$, jarak antara titik tengah pusat matahari dengan garis tepi ufuk/horizon dikenal dengan semi diameter, dengan besarnya $-0^\circ, 16'$ (karena telah berada di bawah ufuk).

Dengan demikian, mengkalkulasikan ketinggian matahari untuk mengetahui awal waktu salat magrib yang diformulasikan oleh para ahli ilmu falak, terangkum di dalam rumus :

⁴⁷ Muhyiddin Khazin, “*Ilmu Falak dan Teori dan Praktiknya*” (Cet. I; Yogyakarta: 2004), h. 91.

$h \text{ Magrib} = - (\text{semi diameter matahari} + \text{refraksi} + \text{kerendahan ufuk})$
 $h = - (\text{s.d.} + \text{ref} + \text{dip})^{48}$

4. Waktu Isya

Dalam ilmu astronomi, ada sebuah istilah yang dikenal ketika setelah matahari terbenam dan sebelum matahari terbit yakni : **Twilight**, terbagi kepada tiga :

i. *Civil Twilight*

Batas minimum kategori *civil twilight* ini ketika matahari 60° di bawah ufuk.

ii. *Nautical Twilight*

Batas minimum kategori *nautical twilight* ini ketika matahari 12° di bawah horizon/ufuk.

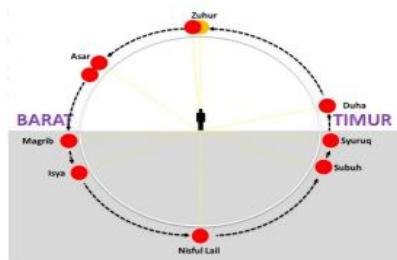
iii. *Astronomical Twilight*

Batas minimum kategori *astronomical twilight* ketika matahari 18° di bawah horizon/ufuk. Saat ini gelap malam sudah sempurna terlihat (awal waktu isya).

Sesuai dengan hasil pengamatan yang dilakukan oleh tim observasi rukyatul hilal pada umumnya, syafaq ahmar (mega merah) yang terlihat di ufuk barat ketika magrib akan bertahan keberadaanya tidak lebih dari satu jam, bahkan kurang dari satu jam. Oleh karena itu, *nautical twilight* sangat berpengaruh untuk mengetahui posisi matahari, dan ketika menentukan awal waktu salat isya tidak bisa terlepas dengan posisi matahari ketika matahari terbenam, yakni di kedudukan matahari telah berada di bawah ufuk, dengan kalkulasi (semi diameter matahari + refraksi + DIP). Pendapat mengatakan awal waktu isya harus dikaitkan dengan masuknya waktu salat magrib.

⁴⁸ Abdurrahkim, “*Ilmu Falak*” (Liberty : Yogyakarta, 1983), h. 26-27.

5. Waktu Subuh



(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 3 Posisi Matahari Ketika Awal Dan Akhir Waktu Salat

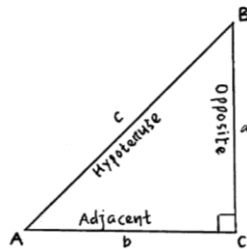
Ketinggian matahari masih terjadi banyak penafsiran. Pada umumnya, posisi matahari saat fajar di saat matahari dengan ketinggian -20° .⁴⁹ Namun juga ada yang berbeda, dengan ketinggian matahari -19° , -18° , -17° , -16° , dan -15° .

Cahaya matahari berpengaruh terhadap memudarnya cahaya benda langit yang lain (planet, bintang dan yang lainnya) di sekitar ketinggian matahari -18° , dikenal dengan sebutan fajar astronomi (*dawn astronomy*). Di dalam astronomi, terdapat sebuah kategori “*Morning Twilight*” yang terdiri dari *dawn astronomi*/fajar astronomi (ketika matahari berada pada -18° di bawah ufuk), *dawn nautika*/fajar nautika (saat matahari berada pada ketinggian -12°), *dawn civil* /fajar civil (ketinggian matahari mencapai -6°). Ini pun masih menjadi perhitungan rata-rata.

⁴⁹ Muhammad Hadi Bashori, “*Pengantar Ilmu Falak*”, Jakarta Timur : Pustaka Al-Kausar, 2015, h. 163.

E. Trigonometri

Trigonometri (dari bahasa Yunani *trigonon* = tiga sudut dan *metro* = mengukur) adalah sebuah cabang matematika yang berhadapan dengan tiga sisi dan tiga sudut.⁵⁰ Jumlah sudut pada segitiga yaitu 180° . Berdasarkan sudutnya, segitiga dibagi menjadi 3, yaitu segitiga siku-siku, segitiga lancip dan segitiga tumpul. Segitiga siku-siku adalah segitiga yang salah satu sudutnya bernilai 90° . Segitiga lancip adalah segitiga yang ketiga sudutnya berukuran $<90^\circ$. Sedangkan segitiga tumpul adalah segitiga yang salah satu sudutnya berukuran $>90^\circ$. Berdasarkan sisinya, segitiga dibagi menjadi segitiga sama sisi, segitiga sama kaki, dan segitiga sembarang. Segitiga sama sisi adalah segitiga yang sisi-sisinya sama panjang, segitiga sama kaki adalah segitiga yang hanya dua kakinya sama panjang dan segitiga sembarang adalah segitiga yang ketiga sisinya tidak sama.



(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 4 Trigonometri

⁵⁰ Muzammil, "Studi Falak Dan Trigonometri: Cara Cepat Dan Praktis Memahami Trigonometri Dalam Ilmu Falak," 2015, h. 33.

Segitiga ACB pada gambar diatas ialah segitiga siku-siku sebab salah satu sudut besarnya 90° (sudut C), apabila sisi-sisi dari segitiga siku-siku ACB ini diadakan perbandingan-perbandingan, batasannya sebagai berikut :

1. Fungsi Dasar

- a. $\sin A = \frac{a}{c}$
- b. $\cos A = \frac{b}{c}$
- c. $\tan A = \frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\cos A}$
- d. $\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{b}{a}$
- e. $\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{c}{b}$
- f. $\csc A = \frac{1}{\sin A} = \frac{c}{a}$

Kuadran I

Tabel 2. 1 Fungsi Trigonometri Kuadran I

α	0°	$30^\circ (\frac{\pi}{6})$	$45^\circ (\frac{\pi}{4})$	$60^\circ (\frac{\pi}{3})$	$90^\circ (\frac{\pi}{2})$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{1}{2} 3$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{1}{2} 3$	$\frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	td
$\csc \alpha$	td	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3} \sqrt{3}$	1

Sec α	1	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	td
Cot α	td	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Kuadran II

Tabel 2. 2 Fungsi Trigonometri Kuadran II

α	$120^\circ (\frac{2\pi}{3})$	$135^\circ (\frac{3\pi}{4})$	$150^\circ (\frac{5\pi}{6})$	$180^\circ (\pi)$
Sin α	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Cos α	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1
Tan α	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
Csc α	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	td
Sec α	-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	-1
Cot α	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	td

Kuadran III

Tabel 2. 3 Fungsi Trigonometri Kuadran III

α	$210^\circ (\frac{7\pi}{6})$	$225^\circ (\frac{5\pi}{4})$	$240^\circ (\frac{4\pi}{3})$	$270^\circ (\frac{3\pi}{2})$
$\sin \alpha$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1
$\cos \alpha$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	td
$\csc \alpha$	-2	$-\sqrt{2}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	-1
$\sec \alpha$	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	-2	td
$\cot \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1

Kuadran IV⁵¹**Tabel 2. 4 Fungsi Trigonometri Kuadran IV**

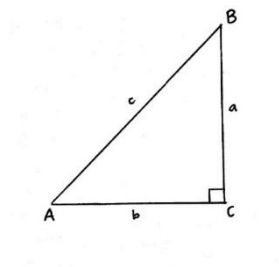
α	$300^\circ (\frac{5\pi}{3})$	$315^\circ (\frac{7\pi}{4})$	$330^\circ (\frac{11\pi}{6})$	$360^\circ (2\pi)$
$\sin \alpha$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

⁵¹ Dr.Teguh Wibowo, “*Trigonometri,*” DI Yogyakarta : Magnum Pustaka Utama, I, h. 2.

$\cos \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
$\tan \alpha$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\csc \alpha$	$-\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	-2	td
$\sec \alpha$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	-1
$\cot \alpha$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	td

2. Sinus (De, Mi)

Sinus (lambang: $\sin$; bahasa Inggris: *sine*) dalam matematika adalah perbandingan sisi segitiga yang ada di depan sudut dengan sisi miring (dengan catatan bahwa segitiga itu adalah segitiga siku-siku atau salah satu sudut segitiga itu 90°). Nilai sinus positif di kuadran I dan II, dan bernilai negatif di kuadran III dan IV.



$$\sin A = \frac{a}{c}$$

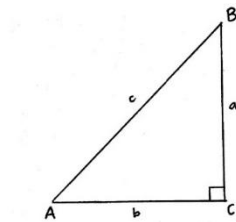
$$\sin B = \frac{b}{c}$$

(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 5 Trigonometri, Aturan Sinus

3. Cosinus (Sa, Mi)

Kosinus atau cosinus (simbol: $\cos$; bahasa Inggris: *cosine*) dalam matematika adalah perbandingan sisi segitiga yang terletak di sudut dengan sisi miring (dengan catatan bahwa segitiga itu adalah segitiga siku-siku atau salah satu sudut segitiga itu 90°). Nilai cosinus positif di kuadran I dan IV, dan bernilai negatif di kuadran II dan III.



$$\cos A = \frac{b}{c}$$

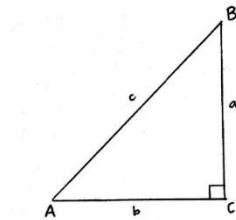
$$\cos B = \frac{a}{c}$$

(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 6 Trigonometri, Aturan Cosinus

4. Tangen (De, Sa)

Tangen (lambang $\tan$, $\tan$; bahasa Belanda: *tangens*; bahasa Inggris: *tangent*) dalam matematika adalah perbandingan sisi segitiga yang ada di depan sudut dengan sisi segitiga yang terletak di sudut (dengan catatan bahwa segitiga itu adalah segitiga siku-siku atau salah satu sudut segitiga itu 90°).



$$\tan A = \frac{a}{b}$$

$$\tan B = \frac{b}{a}$$

(Dokumen Pribadi)

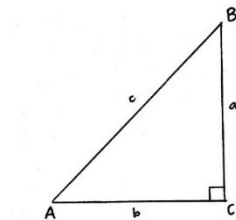
Gambar 2. 7 Trigonometri, Aturan Tangen

Hubungan nilai tangen dengan nilai sinus dan cosinus

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

5. Cosecant (Mi, De)

Cosecant (disimbolkan dengan cosec atau csc; bahasa Inggris: *cosecant*) dalam matematika adalah perbandingan sisi miring segitiga dengan sisi yang terletak di depan sudut (dengan catatan bahwa segitiga itu adalah segitiga siku-siku atau salah satu sudut segitiga itu 90°).



$$\csc A = \frac{1}{\sin A}$$

$$\csc A = \frac{c}{a}$$

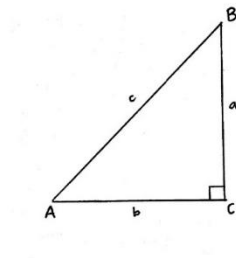
$$\csc B = \frac{c}{b}$$

(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 8 Trigonometri, Aturan Cosecant

6. Secant (Mi, Sa)

Secant (lambang: sec; bahasa Inggris: *secant*) dalam matematika adalah perbandingan sisi miring segitiga dengan sisi yang terletak pada sudut (dengan catatan bahwa segitiga itu adalah segitiga siku-siku atau salah satu sudut segitiga itu 90°).



$$\text{Sec } A = \frac{1}{\cos A}$$

$$\text{Sec } A = \frac{c}{b}$$

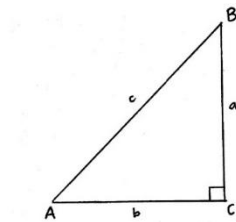
$$\text{Sec } B = \frac{c}{a}$$

(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 9 Trigonometri, Aturan Secant

7. Kotangen (Sa, De)

Kotangen (lambang: cot, cotg, atau cotan; bahasa Inggris: *cotangent*) dalam matematika adalah perbandingan sisi segitiga yang terletak pada sudut dengan sisi segitiga yang terletak di depan sudut (dengan catatan bahwa segitiga itu adalah segitiga siku-siku atau salah satu sudut segitiga itu 90°).



$$\text{Cot } A = \frac{1}{\tan A}$$

$$\text{Cot } A = \frac{b}{a}$$

$$\text{Cot } B = \frac{a}{b}$$

(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 10 Trigonometri, Aturan Kotangen

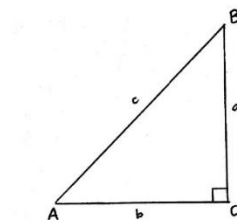
8. Identitas Trigonometri

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$c^2 = b^2 + a^2$$

$$\frac{b^2}{c^2} + \frac{a^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2}$$

$$\left(\frac{b}{c}\right)^2 + \left(\frac{a}{c}\right)^2 = \left(\frac{c}{c}\right)^2$$



(Dokumen Pribadi)

**Gambar 2. 11 Turunan Rumus Identitas Trigonometri, Sin
Cos**

$$\sin A = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{b}{c}$$

$$\left(\frac{b}{c}\right)^2 + \left(\frac{a}{c}\right)^2 = \left(\frac{c}{c}\right)^2$$

$$\cos^2 A + \sin^2 A = 1$$

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$, dengan turunan persamaan :

$$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A$$

$$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$$

$$1 + \tan^2 A = \frac{1}{\cos^2 A} = \sec^2 A$$

$$1 + \cot^2 A = \frac{1}{\sin^2 A} = \csc^2 A$$

F. Spherical Trigonometry (Trigonometri Bola)

Secara etimologi kata trigonometri berasal dari Bahasa Yunani, *trigonometria*. Kata trigonometri terdiri dari dua kata yaitu *trigono* yang bermakna tiga sudut atau segitiga, sedangkan *metro* maknanya mengukur.⁵² Istilah trigonometri tersebut digunakan digunakan untuk suatu cabang ilmu matematika yang berpapasan dengan sudut segitiga dan fungsi dari trigonometri seperti sinus, kosinus, dan tangen. Sedangkan bola dalam Bahasa Inggris adalah

⁵² Riza Afrian Mustaqim, “*Ilmu Falak*,” Banda Aceh : Syiah Kuala University Press, 2021, h. 16.

Sphere yang diartikan sebagai permukaan dimana semua titik berjarak sama dari suatu titik pusat.⁵³

Trigonometri bola secara terminologi dimaknai sebagai suatu ilmu ukur pada sudut bidang datar yang diterapkan pada permukaan yang berbentuk bola seperti bumi.⁵⁴ Trigonometri bola memiliki perbedaan dengan trigonometri bidang datar. Trigonometri bola mengkaji tentang sudut-sudut segitiga yang diterapkan pada suatu bidang bola.⁵⁵ Sedangkan trigonometri bidang datar mengkaji sudut-sudut segitiga yang diterapkan pada suatu bidang datar. Selain itu, trigonometri bidang datar hanya terbatas pada perhitungan segitiga siku-siku pada bidang datar. Sedangkan trigonometri bola lebih kompleks dan menyeluruh karena berkaitan dengan kedudukan bumi, matahari, bintang dan lainnya.

Cabang ilmu sains (fisika) menyatakan bahwa bumi dapat diasumsikan sebagai bentuk bola. Dalam kajian ini, bola tersebut memiliki titik pusat, permukaan bola, dan tiga titik pada permukaan bola. Dalam kajian ilmu falak, tiga titik tersebut dapat dimisalkan dengan titik koordinat ka'bah, titik koordinat kutub utara, dan titik koordinat tempat.⁵⁶ Titik-titik tersebut digabungkan menjadi garis segitiga dimana segitiga inilah yang disebut dengan segitiga bola dan mencakup aturan trigonometri. Trigonometri

⁵³ Riza Afrian Mustaqim, "*Ilmu Falak*," Banda Aceh : Syiah Kuala University Press, 2021, h.16.

⁵⁴ H. Sigit Suprijanto, "*Matematika SMA Kelas XI*" Jakarta : Yudhistira, 2009, h.74.

⁵⁵ James Hann, "*The Elements Of Spherical Trigonometry*" London : Paternoster Row, 1866, h.7.

⁵⁶ Suci Novira Aditiani, Dyah Fitriana Masithoh, Nonoh Siti Aminah, "*Penentuan Arah Kiblat Dengan Metode Segitiga Bola*." Prosiding Seminar Nasional Fisika dan Pendidikan Fisika (SNFPF) ke-6, Vol.6., No.1, 2015.

merupakan cabang ilmu matematika yang mempelajari hubungan antara sisi dengan sudut segitiga.⁵⁷

Pada segitiga bola, trigonometri yang digunakan yaitu trigonometri bola (*Spherical Trigonometry*), yang berarti cakupan materi yang memiliki hubungan antara trigonometri dengan sisi dan sudut pada segitiga bola.⁵⁸ *Spherical Trigonometry* adalah segitiga yang terbentuk dari tiga titik yang dihubungkan dalam satu permukaan bola yang membentuk ketiga sisi pada permukaannya yang berbentuk bola sehingga sisi-sisi yang tergabung itu melengkung.⁵⁹ Di dalam segitiga bola terdapat lingkaran besar (bola langit) yang titik pusatnya berimpit dengan pusat bola dan lingkaran kecil (bola bumi) yang titik pusatnya tidak berimpit dengan pusat bola.⁶⁰ *Spherical Trigonometry* dapat dilakukan untuk menentukan jarak terpendek antara dua titik di permukaan yang melengkung dan untuk menentukan besar sudut antara dua titik yang dihitung dari titik ketiga.

Teori Dasar *Spherical Trigonometry* (Trigonometri bola)

Dikatakan Segitiga bola apabila ada segitiga yang sisinya berupa busur-busur dari lingkaran besar. Apabila salah satu sudut segitiga bola besarnya 90° maka segitiga bola itu dinamakan segitiga bola siku-siku. Sedangkan apabila salah satu sisi

⁵⁷ Abd. Rivai., "Penerapan Konsep Trigonometri Segitiga Bola Terhadap Penentuan Hisab Awal Bulan Qamariyah Yang Berdasarkan Sistem Almanak Nautika" 2014, h.12-13.

⁵⁸ Slamet Pujiono, "Aplikasi Trigonometri Dalam Penentuan Arah Kiblat Menggunakan Pendekatan Vektor Dan Simulasinya Menggunakan Program GUI Matlab", h. 24.

⁵⁹ Slamet Pujiono, "Aplikasi Trigonometri Dalam Penentuan Arah Kiblat Menggunakan Pendekatan Vektor Dan Simulasinya Menggunakan Program GUI Matlab", h.25.

⁶⁰ Slamet Hambali, "*Studi Falak dan Trigonometri*," Yogyakarta : Pustaka Ilmu Yogyakarta, 2013, h.12.

(busurnya) besarnya 90° , dinamakan dengan segitiga bola kuadran.⁶¹

Sebuah bentuk dikatakan sebagai sebuah segitiga bola apabila memiliki sifat, diantaranya⁶² :

1. Setiap dua belah sisi bersama-sama lebih besar dari sisi ketiga
2. Jumlah dari tiga sudut lebih besar dari 180°
3. Setiap sudut bola kurang dari 180°

Rumus-rumus yang terpenting membahas tentang hubungan-hubungan di antara unsur-unsur dalam segitiga bola yakni rumus **cosinus** dan **sinus**.⁶³

Hukum Cosinus

1. Hukum cosinus untuk menentukan nilai sisi

$\cos a = \cos b \times \cos c + \sin b \times \sin c \times \cos A$ (persamaan 1, rumus cosinus yang biasa digunakan)

$\cos b = \cos a \times \cos c + \sin a \times \sin c \times \cos B$ (persamaan 2)

$\cos c = \cos a \times \cos b + \sin a \times \sin b \times \cos C$ (persamaan 3)

2. Hukum cosinus untuk menentukan nilai sudut

$\cos A = \cos B \times \cos C + \sin B \times \sin C \times \cos a$

$\cos B = \cos A \times \cos C + \sin A \times \sin C \times \cos b$

⁶¹ Riza Afrian Mustaqim, "*Ilmu Falak*," Banda Aceh : Syiah Kuala University Press, 2021, h. 25.

⁶² Bumimoro, "*Paket Instruksi Ilmu Segitiga Bola*," Konfidensial : Markas Besar Akademi Angkatan Laut, 2011, 18.

⁶³ Muzamil, "*Studi Falak Dan Trigonometri: Cara Cepat Dan Praktis Memahami Trigonometri Dalam Ilmu Falak*," 81.

$$\cos C = \cos A \times \cos B + \sin A \times \sin B \times \cos c$$

Hukum Sinus

Rumus sinus diperoleh melalui turunan rumus cosinus⁶⁴

$$\cos a = \cos b \times \cos c + \sin b \times \sin c \times \cos A$$

Dapat diganti dengan :

$$\sin b \times \sin c \times \cos A = \cos a - \cos b \times \cos c$$

Jika kedua ruas tersebut di pangkat dua, maka akan diperoleh :

$$\sin^2 b \sin^2 c \cos^2 A = (\cos a - \cos b \times \cos c)^2$$

$$\cos^2 A = \frac{(\cos a - \cos b \times \cos c)^2}{\sin^2 b \times \sin^2 c}$$

$$\cos^2 A = \frac{(\cos a - \cos b \times \cos c)(\cos a - \cos b \times \cos c)}{\sin^2 b \times \sin^2 c}$$

$$\cos^2 A = \frac{\cos^2 a - 2 \cos a \times \cos b \times \cos c + \cos^2 b \times \cos^2 c}{\sin^2 b \times \sin^2 c}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A \text{ dan } \sin^2 b = 1 - \cos^2 b \text{ dan } \sin^2 c = 1 - \cos^2 c$$

sehingga menjadi :

$$1 - \sin^2 A = \frac{\cos^2 a - 2 \cos a \times \cos b \times \cos c + \cos^2 b \times \cos^2 c}{\sin^2 b \times \sin^2 c}$$

$$\sin^2 A = 1 - \frac{\cos^2 a - 2 \cos a \times \cos b \times \cos c + \cos^2 b \times \cos^2 c}{\sin^2 b \times \sin^2 c}$$

⁶⁴ Rusdin Muhalling, “*Ilmu Falak, Arah Kiblat dan Waktu Shalat*,” Yogyakarta : Deepublish, 2023, h. 62.

$$\begin{aligned}\sin^2 A &= \frac{\sin^2 b \times \sin^2 c}{\sin^2 b \times \sin^2 c} - \frac{\cos^2 a - 2 \cos a \times \cos b \times \cos c + \cos^2 b \times \cos^2 c}{\sin^2 b \times \sin^2 c} \\ \sin^2 A &= \frac{(\sin^2 b \times \sin^2 c) - (\cos^2 a - 2 \cos a \times \cos b \times \cos c + \cos^2 b \times \cos^2 c)}{\sin^2 b \times \sin^2 c} \\ \sin^2 A &= \frac{((1 - \cos^2 b)(1 - \cos^2 c)) - (\cos^2 a - 2 \cos a \times \cos b \times \cos c + \cos^2 b \times \cos^2 c)}{\sin^2 b \times \sin^2 c} \\ \sin^2 A &= \frac{1 - \cos^2 c - \cos^2 b + \cos^2 c - \cos^2 a + 2 \cos a \times \cos b \times \cos c - \cos^2 b \times \cos^2 c}{\sin^2 b \times \sin^2 c} \\ \sin^2 A &= \frac{1 - \cos^2 c - \cos^2 b - \cos^2 a + 2 \cos a \times \cos b \times \cos c}{\sin^2 b \times \sin^2 c}\end{aligned}$$

atau

$$\sin^2 b \sin^2 c \sin^2 A = 1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \times \cos b \times \cos c$$

Apabila langkah di atas dilakukan untuk persamaan cosinus lainnya (persamaan 2 dan 3), maka akan menghasilkan persamaan berikutnya :

Persamaan 2

$$\sin^2 a \sin^2 c \sin^2 B = 1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \times \cos b \times \cos c$$

Dan persamaan 3

$$\sin^2 a \sin^2 b \sin^2 C = 1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \times \cos b \times \cos c$$

Sehingga dapat disimpulkan :

$$\sin^2 b \sin^2 c \sin^2 A = \sin^2 a \sin^2 c \sin^2 B$$

$$\sin^2 b \sin^2 A = \sin^2 a \sin^2 B$$

$$\text{menjadi, } \frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 b} \text{ (persamaan a)}$$

$$\sin^2 a \sin^2 c \sin^2 B = \sin^2 a \sin^2 b \sin^2 C$$

$$\sin^2 c \sin^2 B = \sin^2 b \sin^2 C$$

$$\text{menjadi, } \frac{\sin^2 B}{\sin^2 b} = \frac{\sin^2 C}{\sin^2 c} \text{ (persamaan b)}$$

Dari persamaan a dan b, dapat diperoleh :

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 b} = \frac{\sin^2 C}{\sin^2 c} \text{ atau}$$

Karena sudut dan sisi-sisi sebuah segitiga bola selalu kurang dari 180° , maka $\sin a$, $\sin b$, $\sin c$, $\sin A$, $\sin B$ dan $\sin C$ semua bernilai positif⁶⁵, sehingga dapat dituliskan dengan :

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

G. Bola Langit

Bola langit adalah proyeksi dari bola bumi ke arah langit. Lintang dan bujur pada bola bumi diproyeksikan ke langit menjadi lintang dan bujur langit. Ekuator bumi menjadi ekuator langit seperti posisi bumi. Bola langit merupakan suatu ruang berbentuk bola dimana semua benda langit tampak pada bidang lengkung

⁶⁵ Kuadran 1, 90° = semua sudut, Sinus, Cosinus, Tangen, Cosec, Secan, dan Cotan bernilai positif.

Kudran 2, 180° = hanya sinus dan cosec yang bernilai positif

Kuadran 3, 270° = hanya tan dan cotan yang bernilai positif

Kuadran 4, 360° = hanya cos dan secan yang bernilai positif

tersebut.⁶⁶ Bola langit bersifat *egosentris* (pengamat akan selalu menjadi titik pusat).⁶⁷ Agar dapat dengan mudah menentukan Lokasi sebuah bintang, diperlukan sebuah sistem koordinat atau dikenal dengan sebutan tata koordinat bola langit.⁶⁸ Ada tiga macam tata koordinat dalam astronomi bola, yakni tata koordinat horizon, ekuatorial dan ekliptika.

1. Tata Koordinat Horizon

Sistem koordinat horizon merupakan sistem koordinat yang paling sederhana dari sudut pandang pengamat. Bidang acuan yang digunakan adalah bidang horizontal yang memotong bola langit di sepanjang horizon. Horizon adalah bidang datar yang menjadi pijakan pengamat, yang menjadi batas antara belahan langit yang dapat diamati dengan yang tidak dapat diamati.⁶⁹ Apabila kita berada di tengah-tengah laut, kita akan melihat horizon ini sebagai pertemuan antara langit dengan permukaan laut. Kemudian zenith adalah sebuah titik khayal di langit yang berada tepat di atas pengamat. Sedangkan nadir adalah kebalikan dari zenith, yaitu sebuah titik yang berada di bawah pengamat. Kedua titik ini terletak tegak lurus terhadap horizon.⁷⁰

⁶⁶Ariyadi Wijaya, “*Matematika Astronomi*” Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan Dan Penerapan MIPA Fakultas MIPA, UNY, 2016, h. 2.

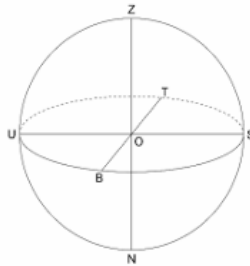
⁶⁷ Sunkar Eka Gautama, “*Astronomi Dan Astrofisika*,” Revisi ke-3, 2010, h. 100.

⁶⁸ Sunkar Eka Gautama, “*Astronomi Dan Astrofisika*,” Revisi ke-3, 2010, h.100.

⁶⁹ Karl Johan Donner, “*Fundamental Astronomy, Sixth Edition*” New York : Springer, h. 29.

⁷⁰ H. Abbas Padil, “*Dasar-Dasar Ilmu Falak Dan Tata Ordinat : Bola Langit Dan Peredaran Matahari*”, Jurnal : Ad-Daulah, Vol.2., No. 2, 2023, h. 196.

Ada beberapa istilah yang akan digunakan dalam sistem koordinat horizon :



(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 12 Tata Koordinat Horizon

1. U-T-S-B adalah arah mata angin dari sisi pengamat (letaknya koordinat horizon). Untuk menggambar bola langit, di pembahasan ini letak titik utara di sebelah kiri, sedangkan letak titik selatan di sebelah kanan.
2. Z adalah titik zenith, yaitu titik yang berada tepat di atas kepala pengamat.
3. N adalah titik nadir, yaitu titik yang berada tepat di bawah kepala pengamat.
4. Lingkaran besar U-Z-S-N adalah meridian langit.

Meridian dibagi menjadi dua, yaitu meridian atas dan meridian bawah. Meridian atas adalah setengah lingkaran yang menghubungkan arah utara, zenith, dan arah Selatan.⁷¹ Benda langit yang berada tepat di meridian atas disebut kulminasi atas atau mencapai titik tertinggi pada bola langit. Sedangkan meridian bawah adalah setengah lingkaran yang menghubungkan arah utara,

⁷¹ A. Jamil, M.Sy, "*Ilmu Falak Teori & Aplikasi, Hisab Arah Kiblat, Awal Waktu, dan Awal Bulan (Hisab Kontemporer)*," Jakarta : Amzah, 2020, h. 3.

nadir dan arah Selatan.⁷² Benda langit yang berada tepat di meridian bawah disebut dengan kulminasi bawah atau mencapai titik terendah pada bola langit. Pada tata koordinat horizon, letak bintang ditentukan hanya berdasarkan pandangan pengamat saja.

Koordinat Horizon memiliki kutub-kutub : titik yang saling berlawanan arahnya dalam bola langit yang memiliki jarak terjauh dari salah satu lingkaran dasar.

Lingkaran-lingkaran dasar :

1. Arah bujur : lingkaran dasar yang memiliki jarak terjauh dari kutub-kutub dengan arah normalnya sejajar garis yang menghubungkan kedua kutub.
2. Arah lintang : lingkaran-lingkaran dasar yang tegak lurus lingkaran dasar bujur dan melewati kedua kutub.

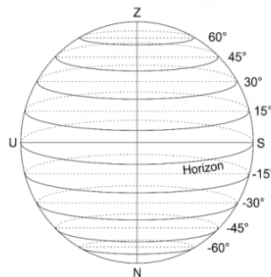
Koordinat horizontal memiliki titik awal : yakni titik dimulainya pengukuran dimana bujur dan lintang sama dengan nol, dengan koordinat⁷³ :

1. Bujur : jarak yang diukur sepanjang lingkaran dasar arah bujur mulai dari titik awal hingga proyeksi benda pada lingkaran dasar arah bujur
2. Lintang : jarak yang diukur dari proyeksi benda pada lingkaran dasar arah bujur hingga ke benda sepanjang lingkaran dasar arah lintang

⁷² H. Abbas Padil, “*Dasar-Dasar Ilmu Falak Dan Tata Ordinat : Bola Langit Dan Peredaran Matahari*”, Jurnal : Ad-Daulah, Vol.2., No. 2, 2023, h.197.

⁷³ Romauli Basaria, Adi Setiawan, Eko Sedyono, “*Penentuan Luas Wilayah Kabupaten Dan Kota Di Provinsi Sulawesi Tengah Menggunakan Metode Poligon Dengan Bantuan Google Earth*,” Jurnal Metematika : Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika 3, No.1, 2018, h.10.

Posisi benda langit pada sistem koordinat horizon ditentukan menggunakan dua koordinat, yakni ordinat **Azimuth (Az)** dan **Altitude (a atau h)**



(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 13 Posisi Altitude 0-90°

Altitude : panjang busur yang dihitung dari horizon ke arah zenith (+) atau nadir (-) dengan rentang 0° s/d 90° (saat benda langit berada di atas horizon) atau 0° s/d -90° (saat benda langit berada di bawah horizon). ⁷⁴Altitude juga sering dikenal dengan ketinggian. Jarak antara zenith dan benda langit disebut sebagai sudut zenith yang dapat dihitung dengan persamaan :

$$Z = 90^\circ - a$$

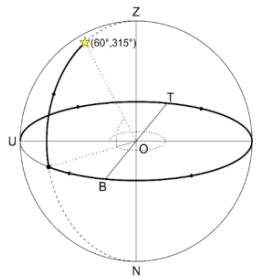
z = sudut zenith

a = altitude

Azimuth : panjang busur yang dihitung dari titik acuan utara ke arah timur (searah jarum jam) dengan rentang Az 0° s/d 360° . Arah

⁷⁴ Safinatul Ilmiyah, “Fisika Dasar 6, ‘Bumi Dalam Bola Langit’ | 1,” 2012, h. 13.

timur memiliki azimuth sebesar 90° , arah Selatan memiliki azimuth sebesar 180° , dan arah barat memiliki azimuth sebesar 270° .⁷⁵ Pengamat yang berada di belahan bumi utara menghitung azimuth bintang dari titik utara ke arah timur (searah putaran jarum jam). Sedangkan pengamat yang berada di belahan bumi selatan menghitung azimuth bintang dari titik selatan ke arah timur (berlawanan arah putaran jarum jam).⁷⁶



(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 14 Benda Langit Berposisi dengan Altitude 60° dan Azimuth 315°

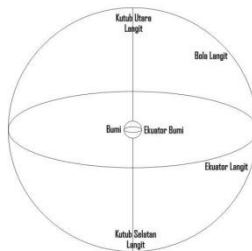
Kelebihan dari koordinat horizon ini ketika menentukan nilai altitude dan azimuth dari sebuah objek yang relatif mudah, salah satunya dalam menentukan azimuth dapat menggunakan kompas. Sementara kekurangan sistem koordinat ini adalah bahwa, seperti yang sudah disebutkan di atas, koordinat altitude-azimuth hanya berlaku lokal (di sekitar pengamat) saja. Ketinggian dan azimuth sebuah bintang pada saat yang sama akan memiliki nilai yang berbeda jika dilihat dari tempat yang jauh. Misalkan seorang

⁷⁵ Riza Afrian Mustaqim, "*Ilmu Falak*," Banda Aceh : Syiah Kuala University Press, 2021, h. 48.

⁷⁶ Bumimoro, "*Paket Instruksi Ilmu Segitiga Bola*."

pengamat di Semarang ingin memberitahukan sebuah objek yang ditemukannya kepada pengamat lain di Bandung dengan memberikan koordinat altitude-azimuth objek tersebut, maka pengamat di Bandung akan kesulitan menemukan objek yang dimaksud.

2. Tata Koordinat Ekuatorial



(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 15 Tata Koordinat Ekuatorial

Ekuator langit adalah suatu lingkaran besar semu, yang dapat dibuat dengan membesarkan ekuator Bumi sampai berpotongan dengan bola langit. Untuk mendapatkan lingkaran dasar dan titik asal yang letaknya selalu tetap di bola langit, maka yang cenderung digunakan adalah tata koordinat ekuator.⁷⁷

Tata koordinat ekuatorial merupakan sistem koordinat yang paling penting dalam astronomi bola. Pada tata koordinat ini lintasan bintang di langit dapat ditentukan dengan tepat karena faktor lintang geografis pengamat (ϕ) diperhitungkan, sehingga

⁷⁷ Safinatul Ilmiyah, "Fisika Dasar 6, 'Bumi Dalam Bola Langit' | 1," h. 14.

lintasan edaran bintang-bintang di langit dapat dikoreksi terhadap pengamat.

Dalam tata koordinat ini, memiliki lingkaran dasar yakni lingkaran ekuatorial langit yang memiliki dua kutub : Kutub Langit Utara (KLU) dan Kutub Langit Selatan (KLS).⁷⁸ Bidang dari Kutub Langit Utara (KLU) dan Kutub Langit Selatan (KLS) tegak lurus dengan bidang ekuatorial langit dan membentuk sudut siku-siku (90°) dari garis potong bidang ekuatorial langit dengan garis bidang Kutub Langit Utara (KLU) dan Kutub Langit Selatan (KLS).

Posisi dari Kutub langit utara (KLU) dan Kutub Langit Selatan (KLS) ini ditentukan oleh posisi lintang (ϕ) nya pengamat. Jika lintang pengamat berada di Selatan, maka Kutub langit Selatan (KLS) akan terangkat dari horizon dari titik Selatan, sebaliknya jika lintang pengamat berada di utara, maka Kutub Langit Utara (KLU) akan terangkat dari horizon dari titik utara.⁷⁹

Dalam tata koordinat ekuatorial memiliki titik awal yakni Titik Aries (γ) yakni titik yang terbentuk hasil perpotongan bidang ekuatorial dengan bidang ekliptika (bidang gerak harian matahari). Ordinat dalam tata koordinat ekuatorial ini adalah : **Asensio Rekta (RA)**, **Sudut Jam (HA)**, dan **Deklinasi (δ)**.⁸⁰

Dalam menggambarkan posisi benda langit menggunakan sistem koordinat ekuatorial, posisi benda langit ditentukan dengan dua cara, yakni :

⁷⁸ Karl Johan Donner, "*Fundamental Astronomy, Sixth Edition*," New York : Springer, h. 17.

⁷⁹ S.Eka Gautama, "*Astronomi dan Astrofisika, Revisi ke-3*," Makassar, 2010, h.104.

⁸⁰ Abu Yazid Raisal, "*Sistem Koordinat Benda Langit*," 2023, h. 76.

1. Deklinasi-Sudut Jam

Deklinasi (δ) merupakan sudut ketinggian benda langit yang diukur dari bidang ekuator langit ke arah kutub langit. Deklinasi benda langit bersifat tetap, kecuali matahari.⁸¹ Deklinasi sama seperti lintang di permukaan bumi. Deklinasi memiliki rentang nilai antara -90° dan 90° . Deklinasi bernilai negatif jika berada di langit belahan selatan dan bernilai positif jika berada di langit belahan utara.⁸²

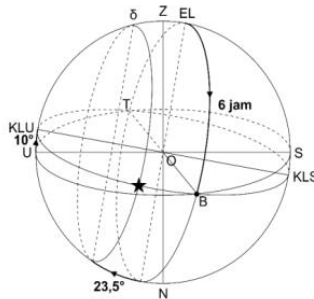
Sudut jam (h) merupakan sudut antara meridian pengamat dan benda langit berada yang diukur sepanjang ekuator langit ke arah barat. Sudut jam biasanya dinyatakan dalam jam dan memiliki rentang nilai dari 0 jam hingga 24 jam.⁸³ Sudut ini menyatakan waktu yang telah berlalu sejak benda langit transit dari meridian atas pengamat. Benda langit yang memiliki sudut jam sebesar 0 jam menandakan bahwa benda langit tersebut berada

⁸¹ Deklinasi matahari berubah dari waktu ke waktu. Deklinasinya akan berbeda setiap hari. Namun, nilainya tidak pernah lebih dari $23,5^\circ$ atau lebih kecil dari $-23,5^\circ$. Berbeda halnya dengan Deklinasi benda langit seperti bintang cenderung tetap dalam waktu yang singkat. Perlu ratusan hingga ribuan tahun supaya deklinasi bintang berubah. Sudut deklinasi matahari adalah sudut sinar matahari dengan ekuator bumi. Bumi berputar pada porosnya, hingga menyebabkan adanya siang dan malam. Selain itu, bumi berputar mengelilingi matahari pada bidang ekliptika. Sumbu rotasi bumi tidak tegak lurus terhadap bidang ekliptika melainkan miring sekitar $23,5^\circ$. Karena kemiringan tersebut, ekuator bumi dan sinar matahari selalu membentuk sudut di antara keduanya. Sudut inilah yang disebut sebagai sudut deklinasi matahari. Jika sumbu bumi tidak miring, maka sudut deklinasinya akan menjadi nol. Perubahan deklinasi matahari setiap hari tidak linier seperti asensio rekta yang bertambah 4 menit setiap hari. Deklinasi matahari berubah setiap hari membentuk gelombang sinus jika dihitung dari ekuinoks musim semi (21 Maret).

⁸² Iqbal Kamaluddin, “*Uji Akurasi Penentuan Deklinasi Matahari Dengan Menggunakan I-Zun Dial*,” *Elfalaky* 3, no. 2 (2019): 205–22.

⁸³ H. Abbas Padil, “*Dasar-Dasar Ilmu Falak Dan Tata Ordinat : Bola Langit Dan Peredaran Matahari*”, *Jurnal : Ad-Daulah*, Vol.2., No. 2, 2023, h.205.

tepat di meridian atas atau sedang transit.⁸⁴ Misalnya matahari memiliki sudut jam sebesar 6 jam artinya 6 jam yang lalu matahari transit atau berada di meridian atas. Terkadang sudut jam juga dinyatakan dengan tanda negatif (-) yang menandakan waktu yang dibutuhkan hingga benda langit tersebut transit. Misalnya matahari memiliki sudut jam sebesar -3 jam artinya 3 jam lagi matahari akan transit atau berada di meridian atas. Sudut jam juga dapat dinyatakan dalam derajat, 1 jam sama dengan 15° . Jika dinyatakan dalam derajat, sudut jam memiliki rentang nilai dari 0° hingga 360° .



(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 16 Posisi benda langit dengan deklinasi sebesar $23,5^\circ$ dan sudut jam sebesar 6 jam yang diamati dari tempat dengan lintang sebesar 10° atau 10° LU

Keterangan :

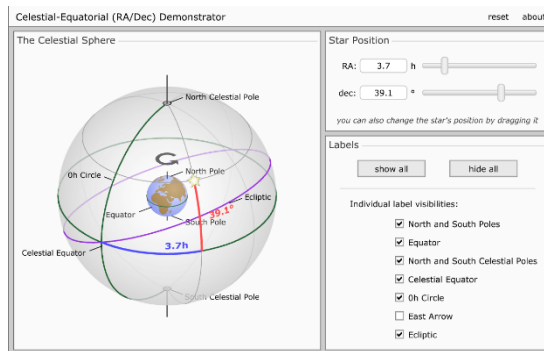
- a. Jika pengamat berada di lintang utara, maka busur dibuat dari arah utara ke arah zenit. Begitu pula sebaliknya, jika pengamat berada di lintang selatan, maka busur dibuat dari

⁸⁴H. Abbas Padil, “Dasar-Dasar Ilmu Falak Dan Tata Ordinat : Bola Langit Dan Peredaran Matahari”, Jurnal : Ad-Daulah, Vol.2., No. 2, 2023, h. 204.

arah selatan ke arah zenit. Pada kasus ini, pengamat berada di 10° LU, sehingga busur dibuat dari arah utara ke arah zenit sebesar 10°

- b. Jika pengamat berada di lintang utara, maka kutub langit yang berada di atas horizon adalah Kutub Langit Utara (KLU) dan jika pengamat berada di lintang selatan, maka kutub langit yang berada di atas horizon adalah Kutub Langit Selatan (KLS) sedangkan jika pengamat berada di ekuator atau lintang 0° , maka arah utara akan berhimpitan dengan Kutub Langit Utara dan arah selatan berhimpitan dengan Kutub Langit Selatan (U=KLU dan S=KLS)
- c. Bidang ekuator langit didapatkan dari garis tegak lurus antara KLU dan KLS dengan titik pengamat.
- d. Nilai deklinasi didapatkan dari busur di meridian dari ekuator langit (EL) ke arah KLU jika deklinasi bernilai positif, sebaliknya jika deklinasi bernilai negatif diambil dari busur di meridian dari ekuator langit (EL) ke arah KLS.
- e. Garis yang ditarik sebesar nilai deklinasi yang sejajar dengan ekuator langit ke arah kutub (KLU/KLS) disebut dengan bidang deklinasi. Bidang deklinasi merupakan tempat di mana benda langit bergerak mengitari sumbunya. Posisi bidang deklinasi dan ekuator langit terhadap horizon pengamat akan berbeda-beda mengikuti lintang pengamat.
- f. Titik proyeksi benda langit yang ada di bidang deklinasi ke bidang ekuator langit akan menghasilkan nilai sudut jam yang dihitung dari meridian atas ekuator langit ke arah barat. 1 jam sama dengan 15° , sehingga 6 jam sama dengan 90° .

Declination Illustration



(Astro. Unl. Animations)

Gambar 2. 18 Ilustrasi Deklinasi pada Koordinat Ekuatorial

2. Deklinasi Asensio rekta

Koordinat kedua yang digunakan pada penentuan posisi benda langit yang mengacu pada titik Aries disebut asensio rekta. Asensio rekta diukur dari titik Aries ke arah timur atau berlawanan arah jarum jam. Asensio rekta biasanya disimbolkan dengan α atau RA (*right ascension*) dan dinyatakan dalam jam. Rentang nilai asensio rekta 0 jam -24 jam atau jika dinyatakan dalam derajat memiliki rentang nilai dari 0° hingga 360° .⁸⁵

Dapat diketahui bahwa deklinasi hampir tidak berubah sama sekali. Namun, sudut jam suatu benda langit selalu berubah setiap jam akibat rotasi bumi. Acuan yang digunakan pada sudut jam adalah meridian atas pengamat. Meridian atas pengamat sifatnya tetap dan tidak ikut berputar bersama bola langit. Sudut

⁸⁵ Mutmainnah, "Pemanfaatan Analisa Matematis Dalam Penyelesaian Permasalahan Fiqih," Intersections 6, no. 1, 2021, h. 3.

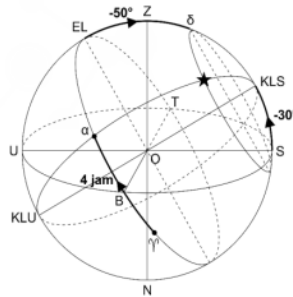
yang dihasilkan oleh benda langit yang ikut berputar bersama bola langit akan selalu berubah terhadap meridian, sehingga sudut jam selalu berubah. Dibutuhkan suatu acuan yang tetap dan ikut berputar bersama pada bola langit yakni titik vernal ekuinoks.⁸⁶ Titik vernal ekuinoks merupakan titik perpotongan antara bidang ekliptika dan bidang ekuator langit di bola langit yang menandakan awal musim semi di bumi belahan utara dan musim gugur di bumi belahan selatan.

Titik vernal ekuinoks juga sering disebut sebagai titik Aries (γ) karena pada saat titik tersebut ditetapkan beberapa ribu tahun yang lalu berada di rasi bintang Aries.⁸⁷ Titik tersebut saat ini tidak lagi berada di rasi Aries karena titik tersebut bergeser 1° setiap 70 tahun di sepanjang ekliptika akibat presesi bumi. Saat ini, titik vernal ekuinoks berada di rasi Pisces, namun penamaan titik Aries masih digunakan sampai sekarang. Titik Aries memiliki peran seperti kota Greenwich pada tata koordinat geografis.⁸⁸

⁸⁶ Karl Johan Donner, "*Fundamental Astronomy, Sixth Edition*," New York : Springer, h. 18.

⁸⁷ Karl Johan Donner, "*Fundamental Astronomy, Sixth Edition*," New York : Springer, h. 17.

⁸⁸ Abu Yazid Raisal, "*Sistem Koordinat Benda Langit*," 2023, h. 79.



(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 19 Posisi benda langit dengan deklinasi sebesar (-50°) dan asensio rekta sebesar 9 jam yang diamati dari tempat dengan lintang sebesar (-30°) atau 30° LS

Keterangan :

- KLS berada di atas horizon karena lintang pengamat berada di (-30°) atau 30° LS.
- Garis Ekuator langit (EQ) ditarik tegak lurus dari titik KLS dan KLU.
- Dari meridian atas ekuator langit (EQ) dibuat garis bidang proyeksi sebesar nilai deklinasi (-50°) ke arah KLS.
- Tentukan titik aries di sembarang tempat di bidang ekuator langit.
- Dari benda langit yang ada di bidang deklinasi, titik dari proyeksi tersebut ditarik ke bidang ekuator langit.
- Tarik garis dari titik aries hingga ke proyeksi benda langit yang ada di bidang ekuator langit (EL) ke arah timur atau berlawanan arah jarum, dengan satuan jam ($1^h = 15^\circ$), sehingga jika asensio rekta bernilai 4 jam atau 60° ke arah timur.

3. Tata Koordinat Ekliptika

Matahari di samping melakukan gerakan harian dari timur ke barat, matahari juga melakukan gerakan tahunan pada bola langit sepanjang lingkaran besar yang dinamakan ekliptika.⁸⁹ Ekliptika adalah jalur yang dilalui oleh suatu benda dalam mengelilingi suatu titik pusat sistem koordinat tertentu. Ekliptika pada benda langit merupakan suatu bidang edar berupa garis khayal yang menjadi jalur lintasan benda-benda langit dalam mengelilingi suatu titik pusat sistem tata surya.⁹⁰ Seandainya bumi dijadikan sebagai titik pusat sistem koordinat, maka ekliptika merupakan bidang edar yang dilalui oleh benda-benda langit seperti planet dan matahari untuk mengelilingi bumi. Dan bila matahari dijadikan sebagai titik pusat sistem koordinat, maka ekliptika merupakan bidang yang terbentuk sebagai lintasan orbit bumi yang berbentuk elips dengan matahari berada pada titik pusat elips tersebut.

Ekliptika memotong ekuator langit di dua titik yaitu Titik Pertama Aries atau Vernal Equinox (titik musim semi) dan di titik Autumnal Equinox (titik musim gugur). Matahari berada di Vernal Equinox (γ) pada tanggal 21 Maret dan di Autumnal Equinox (Ω) pada tanggal 23 September.⁹¹ Ketika matahari dalam lintasannya sepanjang ekliptika mencapai Vernal Equinox (γ), dia melintasi dari sisi selatan ke sisi utara dari ekuator langit. Dalam tata koordinat ekliptika, tata koordinat benda langit ditentukan oleh

⁸⁹ Karl Johan Donner, "*Fundamental Astronomy, Sixth Edition*," New York : Springer, h. 21.

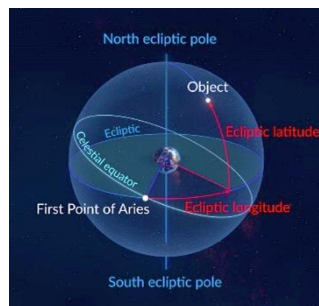
⁹⁰ Dr. Eng. Rinto Anugraha, "*Mekanika Benda Langit*," Universitas Gadjah Mada, 2012, h. 50.

⁹¹ S.Eka Gautama, "*Astronomi dan Astrofisika, Revisi ke-3*," Makassar, 2010, h. 109.

kedudukan benda terhadap bidang ekliptika dan titik aries menjadi titik asal.

Ada beberapa ketentuan ekliptika pada bola langit yakni⁹² :

- Ekliptika merupakan lingkaran besar pada bola langit yang berpotongan dengan lingkaran ekuator langit.
- Sudut perpotongan ekliptika dengan ekuator besarnya $23,5^\circ$.
- Salah satu titik potong lingkaran ekliptika dengan lingkaran ekuator adalah titik musim semi atau titik aries.
- Dari titik Aries matahari menempuh busur ekliptika menuju belahan langit utara, sehingga setelah 3 bulan yaitu pada tanggal 21 Juni matahari mencapai Garis Balik Utara yang deklinasinya $23,5^\circ$.
- Tegak lurus dengan bidang ekliptika adalah sumbu ekliptika yang menghubungkan Kutub Ekliptika Utara dan Kutub Ekliptika Selatan.



Gambar 2. 20 Posisi Ordinat dalam Tata Koordinat Ekliptika

⁹² S.Eka Gautama, “*Astronomi dan Astrofisika, Revisi ke-3,*” Makassar, 2010, h.107.

Ordinat-ordinat dalam tata koordinat ekliptika adalah⁹³ :

1. Bujur ekliptika (*Ecliptic Longitude*), dinyatakan dengan bujur astronomis (λ), yakni busur pada lingkaran ekliptika yang dihitung mulai dari titik aries berlawanan arah jarum jam sampai pada titik proyeksi dari bintang/benda langit yang besarnya 0° - 360° .
2. Lintang ekliptika (*Ecliptic Latitude*) suatu bintang dinyatakan dengan lintang astronomis (β), yakni busur sepanjang lingkaran lintang ekliptika yang dimulai dari titik kaki bintang di lingkaran ekliptika sampai ke bintang tersebut. Tinggi bintang diukur $0^\circ - 90^\circ$ jika arahnya menuju KEU (Kutub Ekliptika Utara) dan $0^\circ - (-90^\circ)$ jika arahnya menuju KES (Kutub Ekliptika Selatan).

Karena posisi bidang ekliptika di bola langit tidak berubah terhadap waktu, demikian pula dengan kedudukan titik aries yang selalu tetap, ini berarti bujur dan lintang astronomis tetap dan tidak berubah terhadap waktu.

H. Sudut Waktu (*Hour Angle*)

Sudut waktu atau dalam bahasa arab *Fadhlud Da'ir/Zawiyah Suwai'iyah* yang artinya busur sepanjang lingkaran harian suatu benda langit dihitung dari titik kulminasi atas sampai benda langit tersebut.⁹⁴ Dan dalam astronomi dikenal dengan istilah *Hour angle*. Adapun sudut waktu matahari adalah busur sepanjang lingkaran harian matahari yang dihitung dari titik

⁹³ Inge Hansen and Joy Hansen, "The Terrestrial Coordinate System, Modul 5," no. August (2016): 49.

⁹⁴ Ismail, "Metode Penentuan Awal Waktu Salat Dalam Perspektif Ilmu Falak," Jurnal Ilmiah : Islam Futura, Vol. 14. No. 2, (2015), 218-231, 224.

kulminasi atas sampai matahari berada. Atau sudut pada kutub langit selatan atau utara yang diapit oleh garis meridian dan lingkaran deklinasi yang melewati matahari. Sudut waktu biasanya dilambangkan dengan t .⁹⁵

Nilai sudut waktu antara 0° hingga 180° .⁹⁶ Nilai sudut waktu 0° ketika matahari berada di titik kulminasi atas atau tepat di meridian langit. Artinya matahari berada di meridian atas, ia mencapai posisi yang paling tinggi dalam perputarannya, posisi ini dinamakan dengan kulminasi. Maka saat kulminasi atas menunjukkan jam 12 siang waktu setempat. Sedangkan ketika berada di titik kulminasi bawah, besar sudut waktu adalah 180° dan menunjukkan jam 12 malam.⁹⁷

Apabila posisi matahari di sebelah barat meridian (belahan langit sebelah barat) maka sudut waktu bertanda positif, sedangkan jika matahari berada di sebelah timur meridian (belahan langit timur) maka sudut waktu bertanda/bernilai negatif.

Nilai sudut waktu matahari yang bersatuan derajat dapat diganti menjadi satuan waktu jam. Perubahan sudut waktu 15° per jam, hal ini disebabkan oleh perputaran bumi pada porosnya yang berlaku satu kali dalam waktu 24 jam. Oleh karena itu, sudut waktu dapat diukur dengan jam, menit dan detik, dengan bentuk perbandingan⁹⁸ :

⁹⁵ H. Abbas Padil, “*Dasar-Dasar Ilmu Falak Dan Tata Ordinat : Bola Langit Dan Peredaran Matahari*”, Jurnal : Ad-Daulah, Vol.2., No. 2, 2023, h. 205.

⁹⁶ Rahmadani, “*Telaah Rumus Perhitungan Waktu Salat : Tinjauan Parameter Dan Algoritma*,” h. 2.

⁹⁷ Muchtar Salimi, “*Ilmu Falak*,” Surakarta: UMS, 1997, h.18.

⁹⁸ Abdul Karim, M.Rifa Jamaluddin Nasir, “*Mengenal Ilmu Falak: Teori dan Implimentasi*,” Cet. I Yogyakarta: Qudsi Media, 2012, h. 1.

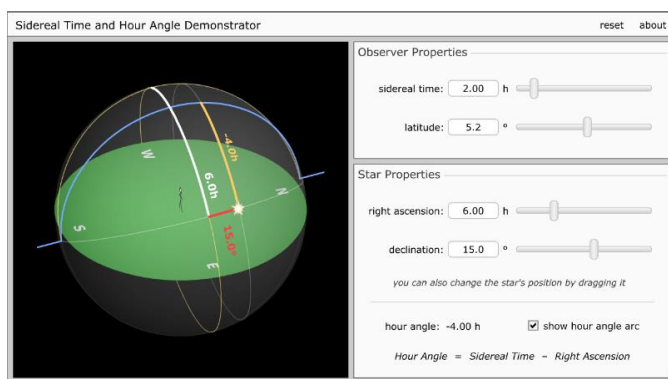
360 derajat = 24 jam

15 derajat = 1 jam

1 derajat = 4 menit

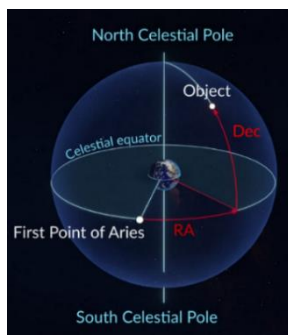
1 menit = 15 detik

Hour angle Illustration



(Astro. Unl. Animations)

Gambar 2. 21 Ilustrasi Sudut Waktu atau Hour angle



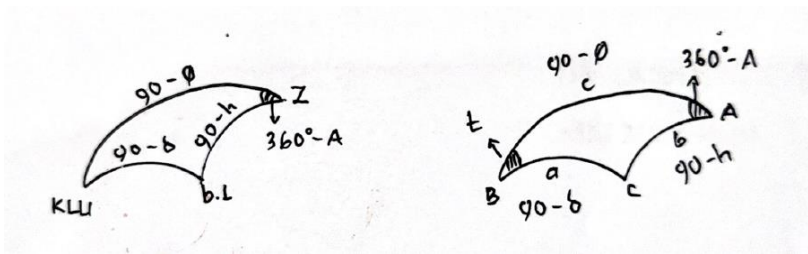
δ = Deklinasi

A = Azimuth

E = Garis Lingkaran Equator

Dari gambar diatas, diperoleh segitiga bola yang tersusun oleh tiga lingkaran besar, yakni :

- Titik yang melalui lingkaran besar KLU, Z, E, S KLS, Q, U
- Titik yang melalui lingkaran besar KLU, st, δ dan KLS
- Titik yang melalui lingkaran besar Z, st dan h



(Dokumen Pribadi)

Gambar 2. 24 Sudut Waktu dalam Segitiga Bola

Transformasi segitiga KLU, Z dan st menjadi titik-titik sudut A, B dan C agar memudahkan dalam merujuk ke teori rumus trigonometri dalam segitiga bola.

KLU = B = diperoleh t

st = C = diperoleh benda langit

A = z = diperoleh $360 - A$

a = $90^\circ - \delta$

$$b = 90^\circ - h$$

$$c = 90^\circ - \Phi$$

Adapun rumus trigonometri dalam menghitung besarnya sudut waktu matahari adalah⁹⁹ :

$$\cos t_o = \sin ha : \cos \Phi : \cos \delta_o - \tan \Phi \times \tan \delta_o$$

Keterangan :

t_o = sudut waktu matahari

Φ = lintang tempat

δ_o = deklinasi matahari

ha = tinggi matahari

Dapat dijabarkan turunan rumus dengan persamaan cosinus :

$$\cos a = \cos b \times \cos c + \sin b \times \sin c \times \cos A$$

$$\cos (90-h) = \cos (90- \delta_o) \times \cos (90- \Phi) + \sin (90- \delta_o) \times \sin (90- \Phi) \times \cos t$$

$$\sin h = \sin \delta_o \times \sin \Phi + \cos \delta_o \times \cos \Phi \times \cos t$$

$$\cos \delta_o \times \cos \Phi \times \cos t = \sin h - \sin \delta_o \times \sin \Phi$$

$$\cos t = \frac{\sin h}{\cos \delta_o \times \cos \Phi} - \frac{\sin \delta_o \times \sin \Phi}{\cos \delta_o \times \cos \Phi} \quad (\sin / \cos = \tan)$$

⁹⁹ Dr. H. Ahmad Izzuddin, M.Ag., "Ilmu Falak Praktis," Semarang : PT. Pustaka Rizki Putra, 2012, h. 84.

BAB III

FORMULASI ALGORITMA DENGAN METODE VEKTOR

A. Persamaan Vektor

Fenomena fisika (sistem dengan objek fisis) dapat dinyatakan dengan menampilkan dalam suatu besaran-besaran fisis (beserta satuan yang mengikutinya). Besaran-besaran dapat diklasifikasikan ke dalam besaran skalar dan vektor.

Sebuah besaran fisis disebut skalar dapat dicirikan dengan sebuah angka/nilai. Sebagai contoh adalah besaran (massa, temperature, muatan listrik, energi dan tekanan). Dapat dinyatakan bahwa sebuah benda mempunyai massa 10 kg. angka 10 adalah nilai besaran massa sedangkan kg adalah satuannya. Satuan yang sangat penting dalam menyertai sebuah besaran.¹⁰⁰

Sebaliknya sebuah vektor tidak cukup jika dicirikan dengan nilai/angka saja, melainkan juga harus diberikan dengan arah ke mana besaran fisis tersebut menunjuk.¹⁰¹ Sebuah gerak benda dapat dinyatakan baik secara skalar ataupun vektor. Laju adalah besaran skalar, “sebuah mobil bergerak dengan laju 100 km/jam”, yang menyatakan bahwa untuk satu jam mobil dapat menempuh jarak 100 km. Sebaliknya kecepatan adalah sebuah vektor, “sebuah mobil bergerak dengan kecepatan 100 km/jam ke timur”, yang memberikan gambaran bahwa satu jam mobil dapat

¹⁰⁰ Lutfi Adnan Muzammil, “*Studi Falak Dan Trigonometri: Cara Cepat Dan Praktis Memahami Trigonometri Dalam Ilmu Falak*,” Yogyakarta : Pustaka Ilmu, 2015, h. 9.

¹⁰¹ David J. Griffiths, “*Introduction To Electrodynamics, Fourth Edition*,” New York : Pearson, 1942, h. 1-2.

menempuh jarak 100 km namun arahnya ditentukan ke timur. Karena sejatinya gerak benda arahnya dapat berbeda-beda. dikarenakan sebuah vektor harus dicirikan dengan besar/nilai dan arahnya, maka operasi matematika yang melibatkan vektor akan lebih rumit dibandingkan dengan operasi matematika pada skalar.

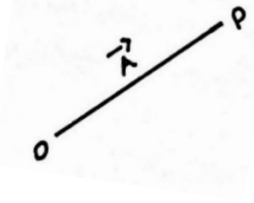
Untuk dapat menyatakan sebuah vektor kita juga memerlukan simbol-simbol aljabar yang agak berbeda dibanding skalar.

- a. Vektor dituliskan dengan huruf tebal. Misalnya, gaya dengan notasi **A**
- b. Vektor dituliskan dengan huruf bertanda bar di bawahnya, seperti $\underline{A}$
- c. Vektor dinotasikan dengan huruf dengan tanda anak panah di atasnya $\vec{A}$ dan besarnya dinyatakan oleh $|\vec{A}|$
- d. Berkaitan dengan gerak benda dari suatu titik A ke titik yang lain B, yang menghasilkan vektor pergeseran maka dapat dituliskan dengan $\overrightarrow{AB}$
- e. Vektor dapat juga dituliskan seperti $\tilde{A}$

Representasi Vektor

1. Suatu kuantitas vektor dapat direpresentasikan secara grafis dengan garis, yang ditarik sedemikian rupa sehingga ;
 - a. Panjang garisnya menandakan magnitudo kuantitas tersebut, sesuai skalanya.
 - b. Arah garis (ditunjukkan dengan anak panah) menandakan arah bekerjanya kuantitas vektor tersebut.

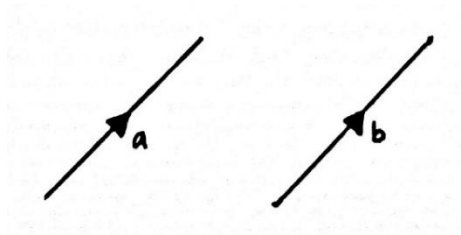
Arah panah menunjukkan arahnya vektor, sedangkan panjang panah tersebut menyatakan besarnya. Ekor panah dinamakan titik tangkap vektor, sedangkan ujungnya dinamakan titik terminal. Jika O adalah titik tangkap vektor dan P adalah titik terminal vektor maka vektor tersebut dapat dinyatakan sebagai $|\overrightarrow{OP}|$.¹⁰²



(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 1 Arah Vektor

2. Dua vektor yang sama
 - a. Jika dua vektor **a** dan **b** dikatakan sama, maka keduanya memiliki magnitudo dan arah yang sama.

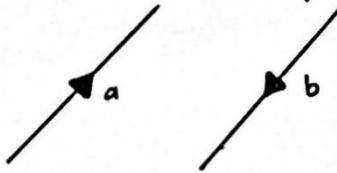


(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 2 Dua Vektor dengan Arah yang Sama

¹⁰² Wahyu Hidayat, M.Si., “*Vektor Pada Ruang Berdimensi 2 Dan 3*” 3, no. Bagian 1 (2023): h. 2.

- b. Jika dua vektor, **a** dan **b** memiliki magnitudo yang sama dan arah yang berlawanan, maka $a = -b$



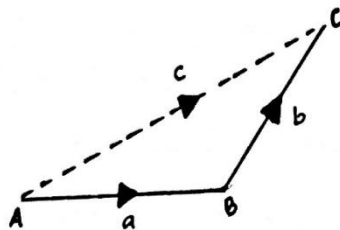
(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 3 Dua Vektor dengan Arah yang Berlawanan

a. Penjumlahan Vektor

1. Jumlah dari dua vektor, $|\overrightarrow{AB}|$ dan $|\overrightarrow{BC}|$ didefinisikan sebagai vektor tunggal atau vektor ekuivalen atau vektor resultan $|\overrightarrow{AC}|$

Maka $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|$, atau $a + b = c$

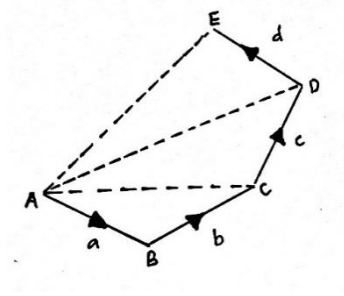


(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 4 Penjumlahan Vektor

2. Jumlah dari beberapa vektor $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \mathbf{d} + \dots$, maka vektor :

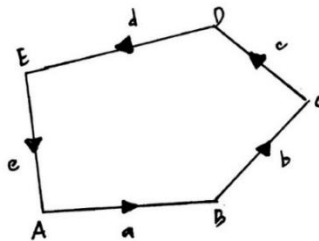
$$|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| + |\overrightarrow{CD}| + |\overrightarrow{DE}| = |\overrightarrow{AE}| \text{ atau } \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \mathbf{d} = \overrightarrow{AE}$$



(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 5 Penjumlahan Dua Vektor

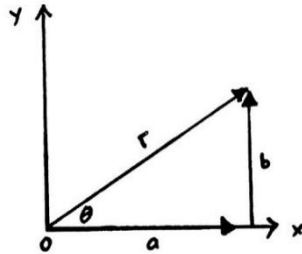
3. Jumlah dari beberapa vektor (resultan) yang membentuk diagram vektor berupa bangun tertutup sebesar 0 (nol),
 $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \mathbf{d} = 0$



(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 6 Penjumlahan Beberapa Vektor

4. Komponen-Komponen Vektor



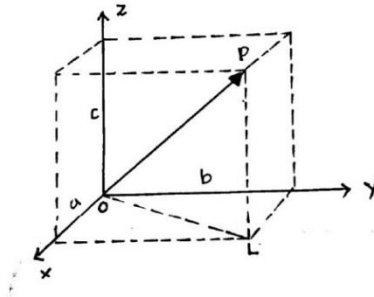
(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 7 Vektor Posisi

Komponen vektor dalam suku vektor satuan

- a. Vektor posisi $|\overrightarrow{OP}|$, dinotasikan sebagai $\mathbf{r}$ yang didefinisikan dengan kedua komponennya dalam arah ox dan oy . $\mathbf{r} = \mathbf{a}$ (di sepanjang ox) + $\mathbf{b}$ (di sepanjang oy)
- b. $\mathbf{i}$ adalah vektor satuan dalam arah ox dan $\mathbf{j}$ adalah vektor satuan dalam arah oy
 $a = ai$ dan $b = bj$
 $\mathbf{r} = \mathbf{ai} + \mathbf{bj}$

5. Vektor dalam Ruang



(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 8 Vektor dalam Ruang

Dalam tiga dimensi, sebuah vektor dapat didefinisikan dengan komponen-komponennya dalam tiga arah spasial ox , oy dan oz . dinyatakan $\mathbf{i}$ adalah vektor satuan dalam arah ox , $\mathbf{j}$ vektor satuan dalam arah oy dan $\mathbf{k}$ vektor satuan dalam arah oz .

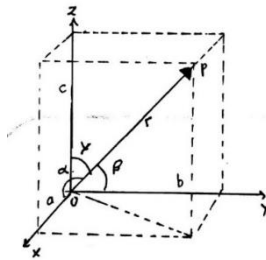
Sehingga bisa dibuat persamaan $\mathbf{r} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$

Sementara magnitudo r dapat dicari dengan rumus pythagoras,

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Cosinus Arah

Arah suatu vektor dalam tiga dimensi ditentukan oleh sudut-sudut yang dibuat vektor ketiga sumbu acuannya.



$$\frac{a}{r} = \cos \alpha$$

$$a = r \cos \alpha$$

$$\frac{b}{r} = \cos \beta$$

$$b = r \cos \beta$$

$$\frac{c}{r} = \cos \gamma$$

$$c = r \cos \gamma$$

(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 9 Arah Vektor dalam Tiga Dimensi

Diketahui $a^2 + b^2 + c^2 = r^2$

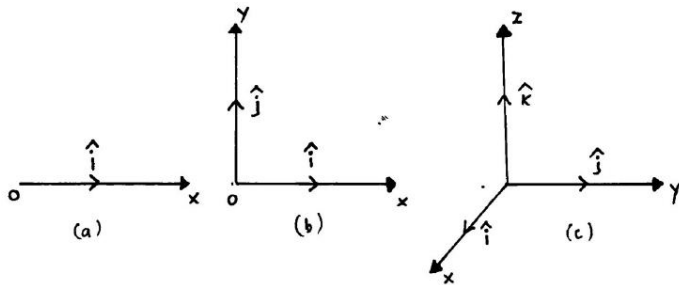
$$r^2 \cos^2 \alpha + r^2 \cos^2 \beta + r^2 \cos^2 \gamma = r^2$$

6. Vektor dan Sistem Koordinat

Untuk menentukan posisi suatu benda diperlukan suatu sistem koordinat agar posisi benda tersebut dapat ditentukan secara lebih akurat. Dalam fisika ada beberapa sistem koordinat, yakni koordinat kartesian, koordinat polar, koordinat silinder dan sistem koordinat bola.¹⁰³

¹⁰³ Yunis Sulistyorini, “Analisis Vektor Aljabar Vektor,” No. Gambar 1, 2007, h. 10.

1. Sistem Koordinat Kartesian¹⁰⁴



(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 10 Vektor dalam Sistem Koordinat Kartesian

(a). Sistem koordinat kartesian satu dimensi, digambarkan dengan sumbu garis pada arah sumbu X dan diawali oleh vektor basis $\hat{i}$.

(b). Sistem koordinat kartesian dua dimensi, sumbu X digambarkan dengan garis horizontal dan sumbu Y digambarkan dengan garis vertikal yang diwakili oleh vektor basis $\hat{i}$ (untuk sumbu X) dan $\hat{j}$ (untuk sumbu Y).

(c). Sistem koordinat kartesian tiga dimensi yang ditambah dengan zumbu Z yang tegak lurus pada sumbu X dan sumbu Y dan diwakili oleh vektor basis $\hat{i}$, $\hat{j}$, dan $\hat{k}$.¹⁰⁵

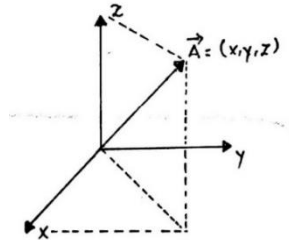
Vektor basis $\hat{i}$, $\hat{j}$, dan $\hat{k}$ merupakan vektor satuan yang memiliki harga sama dengan satu,

¹⁰⁴ David J. Griffiths, "Introduction To Electrodynamics, Fourth Edition," New York : Pearson, 1942, h.4.

¹⁰⁵ Gautama, "Astronomi Dan Astrofisika," h. 35.

$$|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$$

Letak sebuah vektor $\vec{A}$ yang berada pada sistem koordinat kartesian dapat dirumuskan sebagai berikut :



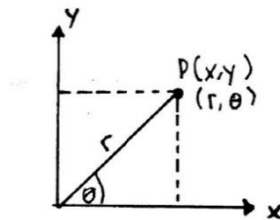
(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 11 Letak Suatu Vektor dalam Sistem Koordinat Kartesian

Maka $\vec{A} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$

2. Sistem Koordinat Polar

Sebuah benda yang bergerak pada bidang datar (dua dimensi) dapat digambarkan melalui koordinat polar. Posisi sebuah titik P (x,y) yang berada pada sistem koordinat kartesius dapat dinyatakan pada sistem koordinat polar melalui transformasi.



(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 12 Vektor dalam Sistem Koordinat Polar

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

R dan θ dapat dinyatakan dalam komponen x dan y dengan cara mengkuadratkan x dan y

$$x^2 + y^2 = r^2$$

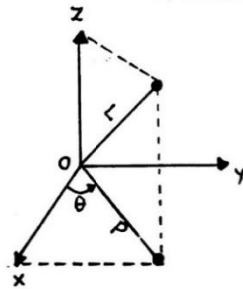
$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = r^2 \text{ atau } \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} = \left(\frac{y}{x}\right) = \tan \theta$$

Untuk menentukan besarnya vektor r dan sudut dapat menggunakan rumus sebagai berikut :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$

3. Sistem Koordinat Silinder



(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 13 Vektor dalam Sistem Koordinat Silinder

Titik ρ yang berada sejauh r dari titik pusat O dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$x = \rho \cos \theta$$

$$y = \rho \sin \theta$$

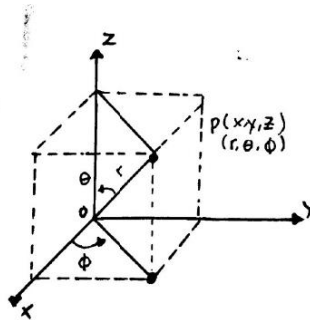
$$z = z$$

Untuk mencari vektor ρ dan besaran sudut θ dapat menggunakan :

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right)$$

4. Sistem Koordinat Bola



(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 14 Vektor dalam Sistem Koordinat Bola

Hubungan antara koordinat kartesian dengan koordinat bola dapat ditentukan melalui sebuah transformasi koordinat x , y , z menjadi r , θ , ϕ .

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

Untuk mencari vektor r dan besaran sudut θ dan ϕ dapat menggunakan :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

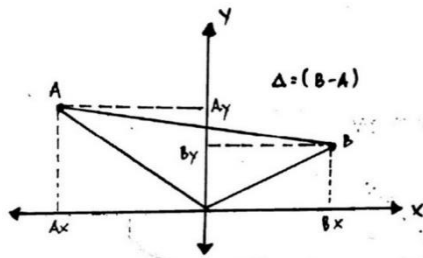
$$\tan \theta = \frac{r \sin \theta \cos \phi + r \sin \theta \sin \phi}{r \cos \theta} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$$

$$\tan \phi = \frac{r \sin \theta \sin \phi}{r \sin \theta \cos \phi} = \frac{y}{x}$$

7. Vektor Pada Ruang Berdimensi

1. Kedudukan Vektor Pada Ruang Berdimensi Dua

Ruang berdimensi dua adalah sistem ruang yang ditunjukkan oleh dua baris, yang menyatakan suatu bidang datar.



(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 15 Kedudukan Vektor dalam Ruang Dua Dimensi

Dalam sistem koordinat kartesius ruang dua dimensi berlaku pengertian. Apabila dalam sistem sumbu x dipunyai suatu acuan kedudukan $\hat{i}$ ($\hat{i}$ vektor satuan dalam sumbu x) dan dalam sistem sumbu y dipunyai acuan kedudukan $\hat{j}$ ($\hat{j}$ vektor satuan dalam sumbu y), maka dituliskan:¹⁰⁶

$$r_1 = xA\hat{i} + yA\hat{j}$$

$$r_2 = xB\hat{i} + yB\hat{j}$$

Dengan

¹⁰⁶ Suparno Satira, “*Fisika Dasar*,” Bandung: Penerbit ITB, 2013, Cet. 1, h. 40.

$$\Delta r = r_2 - r_1 = (xB\hat{i} + yB\hat{j}) - (xA\hat{i} + yA\hat{j}) \quad \text{atau} \quad \Delta r = (xB - xA)\hat{i} + (yB - yA)\hat{j}$$

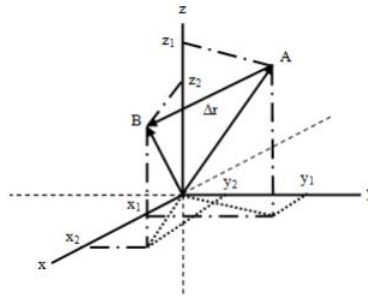
Besar kedudukan r_1 adalah $r_1 = \sqrt{(xA^2 + yA^2)}$ sedangkan

Besar kedudukan r_2 adalah $r_2 = \sqrt{(xB^2 + yB^2)}$

Beda jarak antar r_1 dan r_2 adalah: $\Delta r = \sqrt{(xB - xA)^2 + (yB - yA)^2}$

2. Kedudukan vektor pada ruang berdimensi tiga

Ruang berdimensi tiga adalah ruang yang dibangun oleh 3 basis. Kedudukan atau tempat dalam ruang berdimensi tiga dinyatakan sebagai titik dalam ruangan. Untuk sistem ruang berdimensi tiga sama halnya seperti ruang berdimensi dua dengan menggunakan sistem koordinat kartesius.¹⁰⁷



Gambar 3. 16 Kedudukan Vektor dalam Ruang Tiga Dimensi

¹⁰⁷ Mutmainnah, “Transformasi Koordinat Bola Langit Ke Dalam Segitiga Bola (Equatorial Dan Eklptika) Dalam Penentuan Awal Waktu Salat,” h. 3.

Dinyatakan apabila titik A dinyatakan oleh vektor kedudukan r_1 dan titik B dinyatakan oleh vektor kedudukan r_2 , kedudukan r_1 dan r_2 dituliskan sebagai berikut:¹⁰⁸

$$r_1 = x_1\hat{i} + y_1\hat{j} + z_1\hat{k}$$

$$r_2 = x_2\hat{i} + y_2\hat{j} + z_2\hat{k}$$

Beda kedudukan ditulis:

$$\Delta r = r_2 - r_1$$

$$\Delta r = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k}$$

Dengan panjang $r_1 =$

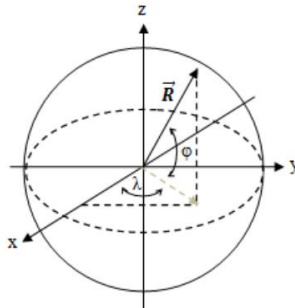
$$r_1 = \sqrt{(x_1)^2 + (y_1)^2 + (z_1)^2}$$

Jarak antara r_1 dan r_2 adalah:

$$\Delta r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

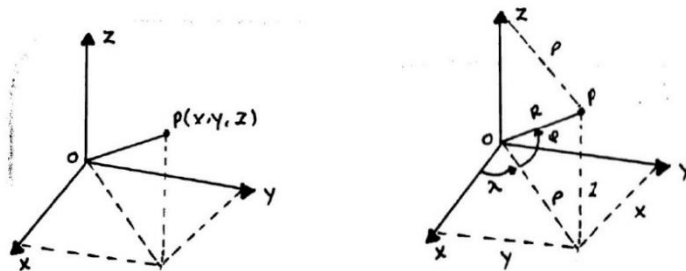
Dapat diperhatikan melalui ilustrasi tersebut :

¹⁰⁸ Suparno Satira, “*Fisika Dasar*,” Bandung: Penerbit ITB, 2013, Cet. 1., 42.



Gambar 3.17 Kedudukan Vektor dalam Koordinat Bola

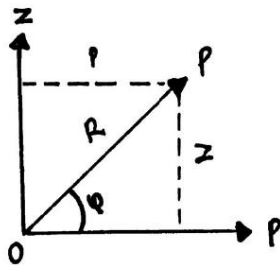
Konversi koordinat bola ke koordinat kartesius digunakan untuk mendapatkan besar komponen vektor arah yang ada pada sumbu x, sumbu y, dan sumbu z.



(Dokumen Pribadi)

Gambar 3.18 Transformasi Vektor dari Koordinat Bola ke Koordinat Kartesius

1. Analisis Bidang Z-P



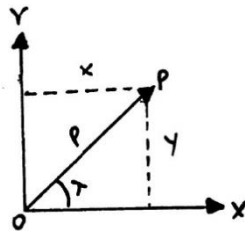
$$\begin{aligned} \text{a. } \sin \varphi &= \frac{z}{R} \\ z &= R \sin \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \cos \varphi &= \frac{\rho}{R} \\ \rho &= R \cos \varphi \\ &(\text{persamaan 1}) \end{aligned}$$

(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 19 Posisi Vektor Bidang Z-P Koordinat Kartesian

2. Analisis Bidang X-Y



$$\begin{aligned} \text{a. } \sin \lambda &= \frac{y}{\rho} \\ y &= \rho \sin \lambda \\ &(\text{persamaan 2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \cos \lambda &= \frac{x}{\rho} \\ x &= \rho \cos \lambda \\ &(\text{persamaan 3}) \end{aligned}$$

(Dokumen Pribadi)

Gambar 3. 20 Posisi Vektor Bidang X-Y Koordinat Kartesian

Langkah berikutnya mensubstitusikan persamaan satu dengan persamaan dua dan tiga, sebagai berikut :

Persamaan satu : $\rho = R \cos \varphi$

Persamaan dua : $y = \rho \sin \lambda$

$$y = R \cos \varphi \sin \lambda$$

persamaan tiga : $x = \rho \cos \lambda$

$$x = R \cos \varphi \cos \lambda$$

sehingga memperoleh komponen vektor x, y dan z

$$x = R \cos \varphi \cos \lambda$$

$$y = R \cos \varphi \sin \lambda$$

$$z = R \sin \varphi$$

Apabila dinyatakan dalam vektor posisi $\vec{R}$ dari titik pusat (O) ke titik P (x,y dan z), maka :

$\vec{R} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ (dengan artian $\hat{i}, \hat{j}$ dan $\hat{k}$ merupakan vektor satuan yang menyatakan sumbu x, sumbu y dan sumbu z).

$$\vec{R} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$\vec{R} = (R \cos \varphi \cos \lambda) \hat{i} + (R \cos \varphi \sin \lambda) \hat{j} + (R \sin \varphi) \hat{k}$$

$$\text{Atau } \vec{R} = R (\cos \varphi \cos \lambda \hat{i} + \cos \varphi \sin \lambda \hat{j} + \sin \varphi \hat{k})$$

B. Formulasi Algoritma Dalam Menghitung Sudut

Waktu (*Hour angle*) Menggunakan Vektor.

Sudut Waktu (*Hour angle*) dihitung menggunakan konsep dan formulasi perkalian dua vektor/gabungan dua vektor, yakni vektor posisi matahari dan vektor posisi pengamat dengan menggunakan

data yang sama dengan metode konvensional (segitiga bola) sebagai berikut¹⁰⁹ :

a. Lintang Tempat (Φ)

Dalam setiap perhitungan waktu salat, lintang dan bujur tempat sangat penting karena hasil perhitungan tidak akan sesuai dengan suatu daerah bila lintang dan bujur tidak sesuai. Lintang tempat biasanya disimbolkan dengan ϕ (ϕ) yakni jarak garis khayal yang diukur dari garis khatulistiwa ke suatu tempat sampai ke kutub. Apabila daerah berada disebelah utara garis khatulistiwa dinamakan Lintang Utara (LU) yang bernilai positif (+), sedangkan daerah yang ada di belahan selatan garis khatulistiwa dinamakan dengan Lintang Selatan (LS) yang bernilai negatif (-).

b. Deklinasi Matahari (δ_s)

Deklinasi Matahari adalah nilai jarak suatu benda langit dari ekuator langit yang dihitung berdasarkan panjang lingkaran waktu dengan satuan derajat, menit dan detik busur, nilai deklinasi biasanya disimbolkan dengan delta (δ). Dengan diketahui nilai dari deklinasi matahari, maka posisi matahari terhadap bumi juga bisa diposisikan.¹¹⁰ Hal ini berpengaruh untuk mengetahui sejauh mana bayang-bayang yang dicapai oleh sinar matahari pada permukaan bumi yang merupakan data utama dalam proses penentuan waktu salat. Mengetahui patokan waktu dalam perhitungan

¹⁰⁹ Muhyiddin Khazin, “*Ilmu Falak Dalam Teori dan Praktik*” Yogyakarta : Buana Pustaka, h. 82.

¹¹⁰ H. Abbas Padil, “*Dasar-Dasar Ilmu Falak Dan Tata Ordinat : Bola Langit Dan Peredaran Matahari*”, Jurnal : Ad-Daulah, Vol.2., No. 2, 2023, h. 206.

waktu salat adalah suatu keharusan, karena salat diwajibkan dalam waktu tertentu dalam sehari semalam lima waktu. Dengan mengetahui nilai deklinasi matahari di suatu daerah, perhitungan awal waktu salat di suatu daerah akan akurat dan tepat. Nilai deklinasi matahari sebelah Utara ekuator diberi tanda positif (+) dan sebelah Selatan ekuator diberi tanda negatif (-). Nilai deklinasi matahari 0 derajat pada saat matahari persis berada pada garis ekuator langit yaitu pada tanggal 21 Maret, selanjutnya Matahari akan bergerak ke arah Utara sampai pada titik penghujung Utara yang dikenal dengan titik balik Utara pada tanggal 21 Juni dengan nilai deklinasi tertinggi +23 derajat 30 menit. Setelah itu matahari kembali ke garis ekuator pada tanggal 23 September untuk kemudian bergerak ke Selatan sampai pada titik penghujung Selatan pada tanggal 22 Desember dengan nilai deklinasi -23 derajat 30 menit.

- c. Tinggi Matahari¹¹¹ adalah nilai jarak busur sepanjang lingkaran vertikal dihitung dari ufuk sampai matahari berada. Nilai tinggi matahari bertanda positif (+) apabila posisi matahari berada di atas ufuk, dan bila posisi matahari berada di bawah ufuk, maka nilai tinggi matahari bertanda negatif (-), dalam ilmu falak disimbolkan dengan h_0 sebagai singkatan dari *height of sun*.

Apabila dilihat dari sistem perhitungan awal waktu salat, bisa dipastikan bahwa waktu salat dzuhur dan salat asar tidak dipengaruhi oleh ketinggian tempat. Artinya, dalam mencari tinggi matahari untuk waktu salat dzuhur dan asar

¹¹¹ H. Abbas Padil, “Dasar-Dasar Ilmu Falak Dan Tata Ordinat : Bola Langit Dan Peredaran Matahari”, Jurnal : Ad-Daulah, Vol.2., No. 2, 2023, h.207.

tidak dipengaruhi oleh tinggi rendahnya suatu daerah, karena ketinggian matahari untuk waktu salat dzuhur ditentukan bersamaan dengan perhitungan kapan matahari menempati posisi titik kulminasi atas atau saat matahari berada pada titik zenith, dan untuk sudut tinggi matahari dalam perhitungan waktu salat asar ditentukan berdasarkan bayang suatu benda yang dihasilkan saat matahari menempati posisi terjadinya bayang suatu benda sama panjangnya. Waktu salat yang ada pengaruhnya dengan ketinggian tempat adalah waktu salat magrib, isya dan subuh. Artinya, dalam mencari tinggi matahari untuk waktu salat magrib, isya dan subuh dipengaruhi oleh tinggi rendahnya suatu daerah karena tinggi matahari untuk waktu salat magrib ditetapkan saat seluruh piringan matahari melewati garis ufuk mar'i. Garis ufuk mar'i tidak tetap, garis ini akan tinggi bila si pengamat berada pada posisi rendah dan akan rendah bila posisi si pengamat berada di atas dataran yang lebih tinggi. Tinggi matahari untuk waktu salat isya ditetapkan saat matahari menempati posisi yang saat itu cahaya senja (mega merah) hilang dari ufuk Barat. Kadar waktu hilang bias cahaya senja ini juga dipengaruhi oleh tinggi rendah lokasi si pengamat. Begitu juga dengan waktu salat subuh, tinggi Matahari ditetapkan saat bias cahaya fajar kelihatan di ufuk Timur dari lokasi si pengamat. Kadar waktu terlihat bias cahaya fajar juga sangat tergantung tinggi rendah lokasi pengamatan. Artinya, penduduk yang berada di dataran tinggi akan lebih duluan melihat cahaya fajar ketimbang penduduk yang berada di dataran rendah, karena yang menjadi batasan terlihat atau tidak terlihat cahaya fajar atau cahaya senja adalah garis ufuk.

Adapun variabel yang dibutuhkan untuk menghitung sudut waktu menggunakan vektor ialah :

1. Vektor posisi matahari $\overrightarrow{(S)}$, yakni merepresentasikan lokasi atau arah relatif matahari di langit dalam sistem koordinat kartesian tiga dimensi yang ditentukan. Vektor ini dihitung berdasarkan parameter astronomi seperti deklinasi dan sudut waktu.

Komponen-komponen vektor posisi matahari $\overrightarrow{(S)}$ adalah :

a. $X_{\text{sun}} = \cos \delta \times \cos t$

- 1) Komponen X dari posisi matahari dalam koordinat kartesian
 - 2) δ (deklinasi matahari) yakni sudut antara matahari dan ekuator langit
 - 3) t (sudut waktu/*hour angle*) yakni sudut antara meridian lokal dan posisi matahari
- Persamaan ini menunjukkan bagaimana posisi matahari diproyeksikan (pada sumbu timur-barat) ke sumbu X dalam ruang tiga dimensi

b. $Y_{\text{sun}} = \cos \delta \times \sin t$

- 1) Komponen Y dari posisi matahari dalam koordinat kartesian
- 2) Dalam komponen Y_{sun} , menggunakan $\sin t$, dengan artian untuk mengetahui pergerakan matahari dalam arah horizontal terhadap pengamat
- 3) Variabel ini menunjukkan bagaimana posisi matahari diproyeksikan (pada utara-selatan) ke sumbu Y dalam ruang tiga dimensi

c. $Z_{\text{sun}} = \sin \delta$

- 1) Komponen Z dari posisi matahari dalam koordinat kartesian
 - 2) δ (deklinasi matahari) menunjukkan ketinggian matahari terhadap ekuator langit, sehingga komponen Z hanya bergantung pada nilai $\sin \delta$
 - 3) Variabel Z menunjukkan seberapa tinggi matahari berada dalam koordinat kartesian berdasarkan nilai sudut deklinasi
2. Vektor Posisi Pengamat $\overrightarrow{(P)}$, yakni merepresentasikan lokasi atau arah pengamat di permukaan bumi dalam sistem koordinat lokal. Vektor ini bergantung pada lintang pengamat dan digunakan sebagai referensi dalam perhitungan posisi relatif matahari.

Komponen-komponen vektor posisi pengamat $\overrightarrow{(P)}$ ialah :

a. $X_{\text{obs}} = \cos \phi$

- 1) Komponen X dari posisi pengamat dalam sistem koordinat kartesian
- 2) Φ (lintang tempat) yakni sudut yang menunjukkan posisi pengamat di permukaan bumi terhadap ekuator
- 3) Nilai $\cos \phi$ menunjukkan sejauh mana posisi pengamat menyebar dalam arah horizontal terhadap ekuator.

b. $Y_{\text{obs}} = 0$

- 1) Komponen Y dari posisi pengamat dalam sistem koordinat kartesian
- 2) Pengamat dianggap berada pada bidang utama sistem koordinat, sehingga $Y_{\text{obs}} = 0$ (tidak adanya pergerakan kea

rah timur-barat secara lateral/arah mendatar dalam bidang horizontal)

c. $Z_{obs} = \sin \phi$

- 1) Komponen Z dari posisi pengamat dalam sistem koordinat kartesian
- 2) Nilai $\sin \phi$ menggambarkan sejauh mana posisi pengamat dalam arah vertikal terhadap ekuator

Dengan menggabungkan vektor posisi matahari $\overrightarrow{(S)}$ dan vektor posisi pengamat $\overrightarrow{(P)}$, maka dapat menentukan salah satu parameter yakni sudut waktu (*hour angle*) dan posisi relatif matahari terhadap pengamat di bumi dengan operasi *dot product*. *Dot product* adalah operasi matematika antara dua vektor yang menghasilkan nilai skalar yang merepresentasikan proyeksi vektor matahari pada arah vektor pengamat. Dalam sistem kartesian tiga dimensi, *dot product* dapat dihitung dengan :

$$\overrightarrow{(S)} \cdot \overrightarrow{(P)} = (S_x P_x) + (S_y P_y) + (S_z P_z)$$

S_x, S_y, S_z merupakan komponen dari $\overrightarrow{(S)}$, sedangkan P_x, P_y, P_z adalah komponen dari $\overrightarrow{(P)}$.

- a. $\overrightarrow{(S)} = (X_{sun}, Y_{sun}, Z_{sun})$ dengan komponen :

$$X_{sun} : \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} : \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} : \sin \delta$$

Dimana δ adalah deklinasi matahari dan t adalah sudut waktu (*hour angle*)

- b. $\overrightarrow{(P)} = (X_{obs}, Y_{obs}, Z_{obs})$ dengan komponen :

$$X_{obs} : \cos \phi$$

$$Y_{obs} : 0$$

$Z_{obs} : \sin \phi$

Dimana ϕ adalah lintang tempat

- c. *Dot product* antara $\vec{(S)}$ dan $\vec{(P)}$ dapat dicari dengan turunan rumus :

$$\vec{(S)} \cdot \vec{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

Dengan substitusi :

$$\begin{aligned} \vec{(S)} \cdot \vec{(P)} &= (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs}) \\ &= (\cos \delta \times \cos t * \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t * 0) + (\sin \delta * \sin \phi) \\ &= (\cos \delta \times \cos t * \cos \phi) + (\sin \delta * \sin \phi) \end{aligned}$$

Dot product ini menggambarkan proyeksi vektor posisi matahari $\vec{(S)}$ pada arah vektor pengamat $\vec{(P)}$. Hasilnya berkaitan langsung dengan sudut waktu yang dapat dihitung dengan melibatkan $\sin(h)$ untuk menghubungkan antara nilai deklinasi (δ), lintang (ϕ) dan sudut waktu (t) dalam konversi koordinat.

$$\sin h = (\cos \delta \times \cos t * \cos \phi) + (\sin \delta * \sin \phi)$$

$$(\cos \delta \times \cos t * \cos \phi) + (\sin \delta * \sin \phi) = \sin h$$

$$\cos \delta \times \cos t * \cos \phi = \sin h - \sin \delta * \sin \phi$$

$$\cos t = \frac{\sin h}{\cos \delta * \cos \phi} - \frac{\sin \delta * \sin \phi}{\cos \delta * \cos \phi}$$

$$\cos t = \sin h : \cos \delta : \cos \phi - \tan \delta * \tan \phi$$

BAB IV

ANALISIS TINGKAT KEAKURASIAN NILAI SUDUT WAKTU (*Hour Angle*) DALAM PERHITUNGAN AWAL WAKTU SALAT MENGGUNAKAN VEKTOR

A. Implementasi Metode Segitiga Bola (Konvensional) Dalam Perhitungan Sudut Waktu (*Hour angle*)

Metode segitiga bola berdasarkan pada prinsip trigonometri bola, yang menghubungkan sudut dan sisi dalam sistem koordinat langit untuk menentukan posisi benda langit terhadap pengamat di permukaan bumi. Dalam implementasinya, perhitungan sudut waktu (*hour angle*) menggunakan hukum sinus dan hukum kosinus bola. Dengan rincian rumus sudut waktu (*hour angle*) atau dikenal dengan simbol t_0 :

$$\cos t_0 = \sin \delta : \cos \phi : \cos \delta - \tan \phi \times \tan \delta$$

LOKASI PERTAMA : PLANETARIUM UIN WALISONGO SEMARANG

Tanggal : 1 Januari 2025

Ada beberapa data yang dibutuhkan :

1. Lintang (ϕ) : $-6^\circ 59' 30,36''$ LS¹¹²
2. Tinggi Tempat (Elev) : 86 m

¹¹² Data Lintang dan Bujur diambil dari Google Earth Pro, Akses pada 07 Desember 2024, Pukul : 17: 27 WIB.

3. Deklinasi Matahari (δ), (Jam 5 GMT) : $-22^\circ 58' 51''$ ¹¹³
4. Equation Of Time (e) : $-0^\circ 3' 33''$
5. Kerendahan ufuk (ku)¹¹⁴ : $0^\circ 1,76' \times \sqrt{\text{tinggi tempat}}$
6. Semi diameter Matahari (sdm)¹¹⁵ : $0^\circ 16' 3''$
7. Refraksi (ref)¹¹⁶ : $0^\circ 34' 30''$

a. Sudut Waktu Dzuhur

1. Menghitung tinggi matahari

$$h = 90 - (\delta_o - \phi)$$

$$= 90 - (-22^\circ 58' 51'' - (-6^\circ 59' 30,36''))$$

$$= 74^\circ 0' 39,36''$$
2. Menghitung Sudut Waktu

$$\cos t_o = \sin h_a : \cos \phi : \cos \delta_o - \tan \phi \times \tan \delta_o$$

$$= \sin 74^\circ 0' 39,36'' : \cos -6^\circ 59' 30,36'' : \cos -22^\circ 58' 51'' - \tan -6^\circ 59' 30,36'' \times \tan -22^\circ 58' 51''$$

$$= 0^\circ 0' 0''$$
3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\cos t_o : 15$$

$$= 0^\circ 0' 0'' : 15$$

¹¹³ Data Deklinasi Matahari (*Apparent Declination*) dan *Equation Of Time* diambil dari Ephemeris Hisab Rukyah 2025 Kementerian Agama RI.

¹¹⁴ Kerendahan ufuk adalah perbedaan kedudukan antara ufuk yang sebenarnya (ufuk hakiki) dengan ufuk terlihat pengamat (ufuk mar'i). Kerendahan ufuk disebut dalam astronomi dengan Dip.

¹¹⁵ Nilai semi diameter matahari ditentukan dengan jauh dekatnya jarak antara bumi dengan matahari.

¹¹⁶ Refraksi (Ref) adalah pembiasan atau pembelokan cahaya matahari disebabkan matahari tidak dalam posisi tegak yang nilai tertingginya saat matahari terbenam.

$$= 0^{\circ} 0' 0''$$

b. Sudut Waktu Asar

1. Menghitung Jarak Zenith (Z_m)

$$Z_m = |\delta_o - \phi|$$

$$Z_m = |-22^{\circ} 58' 51'' - (-6^{\circ} 59' 30,36'')|$$

$$Z_m = 15^{\circ} 59' 20,64''$$

2. Menghitung Tinggi Matahari

$$\text{Cotan } h_a = \tan Z_m + 1$$

$$= \tan 15^{\circ} 59' 20,64'' + 1$$

$$= 37^{\circ} 51' 25,86''$$

3. Menghitung Sudut Waktu (t_o)

$$\cos t_o = \sin h_a : \cos \phi : \cos \delta_o - \tan \phi \times \tan \delta_o$$

$$= \sin 37^{\circ} 51' 25,86'' : \cos -6^{\circ} 59' 30,36'' : \cos -22^{\circ} 58' 51'' - \tan -6^{\circ} 59' 30,36'' \times \tan -22^{\circ} 58' 51''$$

$$= 51^{\circ} 42' 50,92''$$

4. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\cos t_o : 15$$

$$= 51^{\circ} 42' 50,92'' : 15$$

$$= 3^{\circ} 26' 51,39''$$

c. Sudut Waktu Magrib

1. Menghitung Tinggi Matahari dengan koreksi nilai Dip atau kerendahan ufuk, semi diameter matahari dan refraksi

$$H_a \text{ Magrib} = -1^{\circ}$$

$$H_a \text{ Koreksi Magrib} = -(\text{Dip} + \text{Semi diameter matahari} + \text{Refraksi})$$

$$= -(0^{\circ} 16' 19,29'' + 0^{\circ} 16' 3'' + 0^{\circ} 34' 30'')$$

$$= -1^{\circ} 6' 52,29''$$

2. Menghitung Sudut Waktu (t_0)

$$\begin{aligned}\cos t_0 &= \sin h_a : \cos \phi : \cos \delta_0 - \tan \phi \times \tan \delta_0 \\ &= \sin -1^\circ 6' 52,29'' : \cos -6^\circ 59' 30,36'' : \cos -22^\circ 58' 51'' - \tan -6^\circ 59' 30,36'' \times \tan -22^\circ 58' 51'' \\ &= 94^\circ 12' 11,67''\end{aligned}$$

3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\begin{aligned}\cos t_0 : 15 \\ &= 94^\circ 12' 11,67'' : 15 \\ &= 6^\circ 16' 48,78''\end{aligned}$$

d. Sudut Waktu Isya

1. Menghitung Tinggi Matahari

$$\begin{aligned}\text{Ha Isya} &= -17^\circ \\ \text{Ha Koreksi Isya} &= -17^\circ + (\text{Ha koreksi Magrib}) \\ &= -17^\circ + (-1^\circ 6' 52,29'') \\ &= -18^\circ 6' 52,29''\end{aligned}$$

2. Menghitung Sudut Waktu (t_0)

$$\begin{aligned}\cos t_0 &= \sin h_a : \cos \phi : \cos \delta_0 - \tan \phi \times \tan \delta_0 \\ &= \sin -18^\circ 6' 52,29'' : \cos -6^\circ 59' 30,36'' : \cos -22^\circ 58' 51'' - \tan -6^\circ 59' 30,36'' \times \tan -22^\circ 58' 51'' \\ &= 113^\circ 5' 42,54''\end{aligned}$$

3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\begin{aligned}\cos t_0 : 15 \\ &= 113^\circ 5' 42,54'' : 15 \\ &= 7^\circ 32' 22,84''\end{aligned}$$

e. Sudut Waktu Subuh

1. Menghitung Tinggi Matahari

$$Ha \text{ subuh} = -19^\circ$$

$$\begin{aligned} Ha \text{ Koreksi Subuh} &= -19^\circ + (Ha \text{ koreksi Magrib}) \\ &= -19^\circ + ((-1^\circ 6' 52,29'')) \\ &= -20^\circ 6' 52,29'' \end{aligned}$$

2. Menghitung Sudut Waktu (t_0)

$$\begin{aligned} \cos t_0 &= \sin ha : \cos \phi : \cos \delta_0 - \tan \phi \times \tan \delta_0 \\ &= \sin -20^\circ 6' 52,29'' : \cos -6^\circ 59' 30,36'' : \cos -22^\circ 58' 51'' - \tan -6^\circ 59' 30,36'' \times \tan -22^\circ 58' 51'' \\ &= 113^\circ 5' 42,52'' \end{aligned}$$

3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\begin{aligned} \cos t_0 : 15 \\ &= 115^\circ 21' 46,67'' : 15 \\ &= 7^\circ 41' 27,11'' \end{aligned}$$

LOKASI KEDUA : MASJID PERTH, AUSTRALIA

Tanggal : 10 Januari 2025

Ada beberapa data yang dibutuhkan :

1. Lintang (ϕ) : $-31^\circ 56' 37,25''$ LS
2. Tinggi Tempat (Elev) : 13 m
3. Deklinasi Matahari (δ), (Jam 4 GMT) : $-21^\circ 55' 32''$
4. Equation Of Time (e) : $-0^\circ 7' 29''$
5. Kerendahan ufuk (ku) : $0^\circ 1,76' \times \sqrt{\text{tinggi tempat}}$
6. Semi diameter Matahari (sdm) : $0^\circ 16' 3''$

7. Refraksi (ref) : $0^{\circ} 34' 30''$

a. Sudut Waktu Dzuhur

1. Menghitung tinggi matahari

$$\begin{aligned} h &= 90 - (\delta_o - \phi) \\ &= 90 - (-21^{\circ} 55' 32'' - (-)31^{\circ} 56' 37,25'') \\ &= 79^{\circ} 58' 54,75'' \end{aligned}$$

2. Menghitung Sudut Waktu

$$\begin{aligned} \cos t_o &= \sin h_a : \cos \phi : \cos \delta_o - \tan \phi \times \tan \delta_o \\ &= \sin 79^{\circ} 58' 54,75'' : \cos (-)31^{\circ} 56' 37,25'' : \cos \\ &\quad -21^{\circ} 55' 32'' - \tan 5^{\circ} 33' 13,18'' \times \tan -21^{\circ} 55' 9'' \\ &= 0^{\circ} 0' 0'' \end{aligned}$$

3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\begin{aligned} \cos t_o : 15 \\ &= 0^{\circ} 0' 0'' : 15 \\ &= 0^{\circ} 0' 0'' \end{aligned}$$

b. Sudut Waktu Asar

1. Menghitung Jarak Zenith (Z_m)

$$\begin{aligned} Z_m &= |\delta_o - \phi| \\ Z_m &= |-21^{\circ} 55' 32'' - ((-)31^{\circ} 56' 37,25'')| \\ Z_m &= 10^{\circ} 1' 5,25'' \end{aligned}$$

2. Menghitung Tinggi Matahari

$$\begin{aligned} \cotan h_a &= \tan Z_m + 1 \\ &= \tan 10^{\circ} 1' 5,25'' + 1 \\ &= 40^{\circ} 21' 36,54'' \end{aligned}$$

3. Menghitung Sudut Waktu (t_o)

$$\cos t_o = \sin h_a : \cos \phi : \cos \delta_o - \tan \phi \times \tan \delta_o$$

$$\begin{aligned}
&= \sin 40^\circ 21' 36,54'' : \cos (-)31^\circ 56' 37,25'' : \cos \\
&-21^\circ 55' 32'' - \tan (-)31^\circ 56' 37,25'' \times \tan -21^\circ 55' \\
&32'' \\
&= 55^\circ 7' 54,86''
\end{aligned}$$

4. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\begin{aligned}
\cos t_0 &: 15 \\
&= 55^\circ 7' 54,86'' : 15 \\
&= 3^\circ 40' 31,66''
\end{aligned}$$

c. Sudut Waktu Magrib

1. Menghitung Tinggi Matahari dengan koreksi nilai Dip atau kerendahan ufuk, semi diameter matahari dan refraksi

$$\begin{aligned}
\text{Ha Magrib} &= -1^\circ \\
\text{Ha Koreksi Magrib} &= -(\text{Dip} + \text{Semi diameter matahari} \\
&\quad + \text{Refraksi}) \\
&= -(0^\circ 6' 20,75'' + 0^\circ 16' 3'' + 0^\circ \\
&\quad 34' 30'') \\
&= -0^\circ 56' 53,75''
\end{aligned}$$

2. Menghitung Sudut Waktu (t_0)

$$\begin{aligned}
\cos t_0 &= \sin h_a : \cos \phi : \cos \delta_0 - \tan \phi \times \tan \delta_0 \\
&= \sin -0^\circ 56' 53,75'' : \cos (-)31^\circ 56' 37,25'' : \cos \\
&-21^\circ 55' 32'' - \tan (-)31^\circ 56' 37,25'' \times \tan -21^\circ \\
&55' 32'' \\
&= 105^\circ 46' 58,52''
\end{aligned}$$

3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\begin{aligned}
\cos t_0 &: 15 \\
&= 105^\circ 46' 58,52'' : 15 \\
&= 7^\circ 3' 7,9''
\end{aligned}$$

d. Sudut Waktu Isya

1. Menghitung Tinggi Matahari

$$\text{Ha Isya} = -17^\circ$$

$$\begin{aligned}\text{Ha Koreksi Isya} &= -17^\circ + (\text{Ha koreksi Magrib}) \\ &= -17^\circ + (-0^\circ 56' 53,75'') \\ &= -17^\circ 56' 53,75''\end{aligned}$$

2. Menghitung Sudut Waktu (t_o)

$$\begin{aligned}\cos t_o &= \sin ha : \cos \phi : \cos \delta_o - \tan \phi \times \tan \delta_o \\ &= \sin -17^\circ 56' 53,75'' : \cos (-)31^\circ 56' 37,25'' : \cos \\ &\quad -21^\circ 55' 32'' - \tan (-)31^\circ 56' 37,25'' \times \tan -21^\circ 55' \\ &\quad 32'' \\ &= 129^\circ 58' 25,1''\end{aligned}$$

3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\begin{aligned}\cos t_o : 15 \\ &= 129^\circ 58' 25,1'' : 15 \\ &= 8^\circ 39' 53,67''\end{aligned}$$

e. Sudut Waktu Subuh

1. Menghitung Tinggi Matahari

$$\text{Ha subuh} = -19^\circ$$

$$\begin{aligned}\text{Ha Koreksi Subuh} &= -19^\circ + (\text{Ha koreksi Magrib}) \\ &= -19^\circ + (-0^\circ 56' 53,75'') \\ &= -20^\circ 3' 6,25''\end{aligned}$$

2. Menghitung Sudut Waktu (t_o)

$$\begin{aligned}\cos t_o &= \sin ha : \cos \phi : \cos \delta_o - \tan \phi \times \tan \delta_o \\ &= \sin -20^\circ 3' 6,25'' : \cos (-)31^\circ 56' 37,25'' : \cos - \\ &\quad 21^\circ 55' 32'' - \tan (-)31^\circ 56' 37,25'' \times \tan -21^\circ 55' \\ &\quad 32'' \\ &= 133^\circ 11' 10,83''\end{aligned}$$

3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)
 $\text{Cos } t_0 : 15$
 $= 133^\circ 11' 10,83'' : 15$
 $= 8^\circ 52' 44,72''$

LOKASI KETIGA : MASJID TRASKANDA, JARVENPAA, FINLAND

Tanggal : 20 Januari 2025

Ada beberapa data yang dibutuhkan :

1. Lintang (ϕ) : $60^\circ 28' 20,76''$ LU
2. Tinggi Tempat (Elev) : 53 m
3. Deklinasi Matahari (δ), (Jam 10 GMT) : $-20^\circ 1' 24''$
4. Equation Of Time (e) : $-0^\circ 11' 4''$
5. Kerendahan ufuk (ku) : $0^\circ 1,76' \times \sqrt{\text{tinggi tempat}}$
6. Semi diameter Matahari (sdm) : $0^\circ 16' 3''$
7. Refraksi (ref) : $0^\circ 34' 30''$

a. Sudut Waktu Dzuhur

1. Menghitung tinggi matahari

$$h = 90 - (\delta_o - \phi)$$

$$= 90 - (-20^\circ 1' 24'' - 60^\circ 28' 20,76'')$$

$$= 9^\circ 30' 15,24''$$
2. Menghitung Sudut Waktu

$$\text{Cos } t_0 = \text{Sin } h_a : \text{Cos } \phi : \text{Cos } \delta_o - \text{Tan } \phi \times \text{Tan } \delta_o$$

$$\begin{aligned}
 &= \sin 9^\circ 30' 15,24'' : \cos 60^\circ 28' 20,76'' : \cos - \\
 &20^\circ 1' 24'' - \tan 60^\circ 28' 20,76'' \times \tan -20^\circ 1' 24'' \\
 &= 0^\circ 0' 0,1''
 \end{aligned}$$

3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\begin{aligned}
 \cos t_0 : 15 \\
 &= 0^\circ 0' 0,1'' : 15 \\
 &= 0^\circ 0' 0''
 \end{aligned}$$

b. Sudut Waktu Asar

1. Menghitung Jarak Zenith (Z_m)

$$\begin{aligned}
 Z_m &= |\delta_o - \phi| \\
 Z_m &= |-20^\circ 1' 24'' - (60^\circ 28' 20,76'')| \\
 Z_m &= 80^\circ 29' 44,76''
 \end{aligned}$$

2. Menghitung Tinggi Matahari

$$\begin{aligned}
 \cotan h_a &= \tan Z_m + 1 \\
 &= \tan 80^\circ 29' 44,76'' + 1 \\
 &= 8^\circ 9' 39,95''
 \end{aligned}$$

3. Menghitung Sudut Waktu (t_0)

$$\begin{aligned}
 \cos t_0 &= \sin h_a : \cos \phi : \cos \delta_o - \tan \phi \times \tan \delta_o \\
 &= \sin 8^\circ 9' 39,95'' : \cos 60^\circ 28' 20,76'' : \cos \\
 &-20^\circ 1' 24'' - \tan 60^\circ 28' 20,76'' \times \tan -20^\circ 1' \\
 &24'' \\
 &= 18^\circ 11' 57,27''
 \end{aligned}$$

4. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\begin{aligned}
 \cos t_0 : 15 \\
 &= 18^\circ 11' 57,27'' : 15 \\
 &= 1^\circ 12' 47,82''
 \end{aligned}$$

c. Sudut Waktu Magrib

1. Menghitung Tinggi Matahari dengan koreksi nilai Dip atau kerendahan ufuk, semi diameter matahari dan refraksi

$$Ha \text{ Magrib} = -1^\circ$$

$$\begin{aligned} Ha \text{ Koreksi Magrib} &= -(\text{Dip} + \text{Semi diameter matahari} \\ &\quad + \text{Refraksi}) \\ &= -(0^\circ 12' 48,78'' + 0^\circ 16' 3'' + 0^\circ \\ &\quad 34' 30'') \\ &= -1^\circ 3' 21,78'' \end{aligned}$$

2. Menghitung Sudut Waktu (t_0)

$$\begin{aligned} \cos t_0 &= \sin ha : \cos \phi : \cos \delta_0 - \tan \phi \times \tan \delta_0 \\ &= \sin -1^\circ 3' 21,78'' : \cos 60^\circ 28' 20,76'' : \cos - \\ &\quad 20^\circ 1' 24'' - \tan 60^\circ 28' 20,76'' \times \tan -20^\circ 1' 24'' \\ &= 52^\circ 52' 17,12'' \end{aligned}$$

3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\begin{aligned} \cos t_0 : 15 \\ &= 52^\circ 52' 17,12'' : 15 \\ &= 3^\circ 31' 29,14'' \end{aligned}$$

d. Sudut Waktu Isya

1. Menghitung Tinggi Matahari

$$Ha \text{ Isya} = -17^\circ$$

$$\begin{aligned} Ha \text{ Koreksi Isya} &= -17^\circ + (Ha \text{ koreksi Magrib}) \\ &= -17^\circ + (-1^\circ 3' 21,78'') \\ &= -18^\circ 3' 21,78'' \end{aligned}$$

2. Menghitung Sudut Waktu (t_0)

$$\begin{aligned} \cos t_0 &= \sin ha : \cos \phi : \cos \delta_0 - \tan \phi \times \tan \delta_0 \\ &= \sin -18^\circ 3' 21,78'' : \cos 60^\circ 28' 20,76'' : \cos - \\ &\quad 20^\circ 1' 24'' - \tan 60^\circ 28' 20,76'' \times \tan -20^\circ 1' 24'' \end{aligned}$$

$$= 91^{\circ} 29' 13,16''$$

3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\text{Cos } t_0 : 15$$

$$= 91^{\circ} 29' 13,16'' : 15$$

$$= 6^{\circ} 5' 56,88''$$

e. Sudut Waktu Subuh

1. Menghitung Tinggi Matahari

$$\text{Ha subuh} = -19^{\circ}$$

$$\text{Ha Koreksi Subuh} = -19^{\circ} + (\text{Ha koreksi Magrib})$$

$$= -19^{\circ} + (-1^{\circ} 3' 21,78'')$$

$$= -20^{\circ} 3' 21,78''$$

2. Menghitung Sudut Waktu (t_0)

$$\text{Cos } t_0 = \sin h_a : \cos \phi : \cos \delta_0 - \tan \phi \times \tan \delta_0$$

$$= \sin -20^{\circ} 3' 21,78'' : \cos 60^{\circ} 28' 20,76'' : \cos -20^{\circ} 1' 24'' - \tan 60^{\circ} 28' 20,76'' \times \tan -20^{\circ} 1' 24''$$

$$= 95^{\circ} 34' 40,45''$$

3. Konversi dari satuan sudut menjadi waktu (satuan jam)

$$\text{Cos } t_0 : 15$$

$$= 95^{\circ} 34' 40,45'' : 15$$

$$= 6^{\circ} 22' 18,7''$$

B. Implementasi Metode Vektor Dalam Perhitungan

Sudut Waktu (*Hour angle*)

Metode vektor beroperasi dalam ruang tiga dimensi dengan merepresentasikan posisi matahari dan pengamat sebagai vektor dalam sistem koordinat kartesian yang perhitungannya melalui operasi *dot product*. Dengan rincian rumus sudut waktu (*Hour angle*) :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

LOKASI PERTAMA

Keterangan data/variabel yang dibutuhkan :

1. $\overrightarrow{(S)} = (X_{sun}, Y_{sun}, Z_{sun})$ dengan komponen :

δ adalah deklinasi matahari = $-22^\circ 58' 51''$ (tanggal 1 Januari 2025)

t adalah sudut waktu

$$\begin{aligned} X_{sun} &= \cos \delta \times \cos t \\ &= \cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{sun} &= \cos \delta \times \sin t \\ &= \cos -22^\circ 58' 51'' \times \sin t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{sun} &= \sin \delta \\ &= \sin -22^\circ 58' 51'' \end{aligned}$$

2. $\overrightarrow{(P)} = (X_{obs}, Y_{obs}, Z_{obs})$ dengan komponen :

ϕ adalah lintang tempat = $-6^\circ 59' 30,36''$ (Planetarium UIN Walisongo Semarang)

$$\begin{aligned} X_{obs} &= \cos \phi \\ &= \cos -6^\circ 59' 30,36'' \end{aligned}$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$\begin{aligned} Z_{obs} &= \sin \phi \\ &= \sin -6^\circ 59' 30,36'' \end{aligned}$$

a. Sudut Waktu Dzuhur

Subtitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{\text{sun}} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{\text{sun}} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{\text{sun}} = \sin \delta$$

$$X_{\text{obs}} = \cos \phi$$

$$Y_{\text{obs}} = 0$$

$$Z_{\text{obs}} = \sin \phi$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + \\ &\quad (\sin \delta \times \sin \phi) \\ &= (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') \\ &\quad + (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \sin t \times 0) + (\sin -22^\circ 58' 51'' \\ &\quad \times \sin -6^\circ 59' 30,36'') \end{aligned}$$

$$\sin h = (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') + (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'')$$

Pindah Ruas

$$(\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') + (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu Dzuhur ialah :

$$\begin{aligned} h &= 90 - (\delta_o - \phi) \\ &= 90 - (-22^\circ 58' 51'' - (-6^\circ 59' 30,36'')) \\ &= 74^\circ 0' 39,36'' \end{aligned}$$

$$\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'' = \sin 74^\circ 0' 39,36'' - \sin -22^\circ 58' 51'' \times$$

$$\sin -6^\circ 59' 30,36''$$

$$\cos t = \frac{\sin 74^\circ 0' 39,36''}{\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos -6^\circ 59' 30,36''} - \frac{\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36''}{\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos -6^\circ 59' 30,36''}$$

$$\begin{aligned}\cos t &= \sin 74^\circ 0' 39,36'' : \cos -22^\circ 58' 51'' : \cos -6^\circ 59' 30,36'' - \tan -22^\circ 58' 51'' \times \tan -6^\circ 59' 30,36'' \\ &= 0^\circ 0' 0''\end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 0^\circ 0' 0''$$

b. Sudut Waktu Asar

Substitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} = \sin \delta$$

$$X_{obs} = \cos \phi$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$Z_{obs} = \sin \phi$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + (\sin \delta \times \sin \phi) \\ &= (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') \\ &\quad + (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \sin t \times 0) + (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'')\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin h &= (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') \\ &+ (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'')\end{aligned}$$

Pindah Ruas

$$(\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') + (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu Asar ialah :

$$\begin{aligned}\cotan h &= \tan Z_m + 1 \\ &= \tan |\delta_o - \varphi| + 1 \\ &= \tan |-22^\circ 58' 51'' - (-6^\circ 59' 30,36'')| + 1 \\ &= \tan 15^\circ 59' 20,64'' + 1 \\ &= 37^\circ 51' 25,86''\end{aligned}$$

$$\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'' = \sin 37^\circ 51' 25,86'' - \sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36''$$

$$\cos t = \frac{\sin 37^\circ 51' 25,86''}{\frac{\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos -6^\circ 59' 30,36''}{\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36''}}$$

$$\begin{aligned}\cos t &= \sin 37^\circ 51' 25,86'' : \cos -22^\circ 58' 51'' : \cos -6^\circ 59' 30,36'' - \tan -22^\circ 58' 51'' \times \tan -6^\circ 59' 30,36'' \\ &= 51^\circ 42' 50,92''\end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 3^\circ 26' 51,39''$$

c. Sudut Waktu Magrib

Substitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} = \sin \delta$$

$$X_{obs} = \cos \phi$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$Z_{obs} = \sin \phi$$

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + (\sin \delta \times \sin \phi)$$

$$= (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') + (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \sin t \times 0) + (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'')$$

$$\sin h = (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') + (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'')$$

Pindah Ruas

$$(\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') + (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu Magrib ialah :

$$h = -(\text{Dip} + \text{Semi diameter matahari} + \text{refraksi})$$

$$= -(0^\circ 16' 19,29'' + 0^\circ 16' 3'' + 0^\circ 34' 30'')$$

$$= -1^\circ 6' 52,29''$$

$$\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'' = \sin -1^\circ 6' 52,29'' - \sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36''$$

$$\cos t = \frac{\sin -1^{\circ} 6' 52,29''}{\cos -22^{\circ} 58' 51'' \times \cos -6^{\circ} 59' 30,36'' - \frac{\sin -22^{\circ} 58' 51'' \times \sin -6^{\circ} 59' 30,36''}{\cos -22^{\circ} 58' 51'' \times \cos -6^{\circ} 59' 30,36''}}$$

$$\begin{aligned}\cos t &= \sin -1^{\circ} 6' 52,29'' : \cos -22^{\circ} 58' 51'' : \cos -6^{\circ} 59' 30,36'' - \tan -22^{\circ} 58' 51'' \times \tan -6^{\circ} 59' 30,36'' \\ &= 94^{\circ} 12' 11,67''\end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 6^{\circ} 16' 48,78''$$

d. Sudut Waktu Isya

Substitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} = \sin \delta$$

$$X_{obs} = \cos \phi$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$Z_{obs} = \sin \phi$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + (\sin \delta \times \sin \phi) \\ &= (\cos -22^{\circ} 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^{\circ} 59' 30,36'') \\ &\quad + (\cos -22^{\circ} 58' 51'' \times \sin t \times 0) + (\sin -22^{\circ} 58' 51'' \times \sin -6^{\circ} 59' 30,36'')\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin h &= (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') \\ &+ (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'')\end{aligned}$$

Pindah Ruas

$$(\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') + (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu isya ialah :

$$\begin{aligned}h &= -17^\circ + (H \text{ koreksi Magrib}) \\ &= -17 + (-1^\circ 6' 52,29'') \\ &= -18^\circ 6' 52,29''\end{aligned}$$

$$\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'' = \sin -18^\circ 6' 52,29'' - \sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36''$$

$$\cos t = \frac{\sin -18^\circ 6' 52,29''}{\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos -6^\circ 59' 30,36''} - \frac{\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36''}{\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos -6^\circ 59' 30,36''}$$

$$\begin{aligned}\cos t &= \sin -18^\circ 6' 52,29'' : \cos -22^\circ 58' 51'' : \cos -6^\circ 59' 30,36'' - \tan -22^\circ 58' 51'' \times \tan -6^\circ 59' 30,36'' \\ &= 113^\circ 5' 42,54''\end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 7^\circ 32' 22,84''$$

e. Sudut Waktu Subuh

Subtitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{\text{sun}} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{\text{sun}} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{\text{sun}} = \sin \delta$$

$$X_{\text{obs}} = \cos \phi$$

$$Y_{\text{obs}} = 0$$

$$Z_{\text{obs}} = \sin \phi$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + \\ &\quad (\sin \delta \times \sin \phi) \\ &= (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') \\ &\quad + (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \sin t \times 0) + (\sin -22^\circ 58' \\ &\quad 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'') \end{aligned}$$

$$\sin h = (\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') + (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'')$$

Pindah Ruas

$$(\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'') + (\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu subuh ialah :

$$\begin{aligned} h &= -19^\circ + (H \text{ koreksi Magrib}) \\ &= -19 + (-1^\circ 6' 52,29'') \\ &= -20^\circ 6' 52,29'' \end{aligned}$$

$$\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos t \times \cos -6^\circ 59' 30,36'' = \sin -20^\circ 6' 52,29'' - \sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36''$$

$$\cos t = \frac{\sin -20^\circ 6' 52,29''}{\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos -6^\circ 59' 30,36'' - \frac{\sin -22^\circ 58' 51'' \times \sin -6^\circ 59' 30,36''}{\cos -22^\circ 58' 51'' \times \cos -6^\circ 59' 30,36''}}$$

$$\begin{aligned}\cos t &= \sin -20^\circ 6' 52,29'' : \cos -22^\circ 58' 51'' : \cos -6^\circ 59' 30,36'' - \tan -22^\circ 58' 51'' \times \tan -6^\circ 59' 30,36'' \\ &= 113^\circ 5' 42,54''\end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 7^\circ 41' 27,11''$$

LOKASI KEDUA

Dengan rincian rumus sudut waktu (*Hour angle*):

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

Keterangan data/variabel yang dibutuhkan :

1. $\overrightarrow{(S)} = (X_{sun}, Y_{sun}, Z_{sun})$ dengan komponen :

δ adalah deklinasi matahari = $-21^\circ 55' 32''$ (tanggal 10 Januari 2025)

t adalah sudut waktu

$$\begin{aligned}X_{sun} &= \cos \delta \times \cos t \\ &= \cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Y_{sun} &= \cos \delta \times \sin t \\ &= \cos -21^\circ 55' 32'' \times \sin t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Z_{sun} &= \sin \delta \\ &= \sin -21^\circ 55' 32''\end{aligned}$$

2. $\overrightarrow{(P)} = (X_{obs}, Y_{obs}, Z_{obs})$ dengan komponen :

ϕ adalah lintang tempat = $(-) 31^\circ 56' 37,25''$ (Masjid Perth, Australia)

$$\begin{aligned}
X_{obs} &= \cos \phi \\
&= \cos (-) 31^{\circ} 56' 37,25'' \\
Y_{obs} &= 0 \\
Z_{obs} &= \sin \phi \\
&= \sin (-) 31^{\circ} 56' 37,25''
\end{aligned}$$

a. Sudut Waktu Dzuhur

Substitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs}) \\
X_{sun} &= \cos \delta \times \cos t \\
Y_{sun} &= \cos \delta \times \sin t \\
Z_{sun} &= \sin \delta \\
X_{obs} &= \cos \phi \\
Y_{obs} &= 0 \\
Z_{obs} &= \sin \phi \\
\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + \\
&\quad (\sin \delta \times \sin \phi) \\
&= (\cos -21^{\circ} 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^{\circ} 56' \\
&\quad 37,25'') + (\cos -21^{\circ} 55' 32'' \times \sin t \times 0) + (\sin - \\
&\quad 21^{\circ} 55' 32'' \times \sin (-) 31^{\circ} 56' 37,25'')
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sin h &= (\cos -21^{\circ} 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^{\circ} 56' 37,25'') + \\
&\quad (\sin -21^{\circ} 55' 32'' \times \sin (-) 31^{\circ} 56' 37,25'')
\end{aligned}$$

Pindah Ruas

$$(\cos -21^{\circ} 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^{\circ} 56' 37,25'') + (\sin -21^{\circ} 55' 32'' \times \sin (-) 31^{\circ} 56' 37,25'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu Dzuhur ialah :

$$\begin{aligned}
 h &= 90 - (\delta_o - \phi) \\
 &= 90 - (-21^\circ 55' 32'' - (-) 31^\circ 56' 37,25'') \\
 &= 79^\circ 58' 54,75''
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'' &= \sin 79^\circ 58' 54,75'' - \sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25''
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cos t &= \frac{\sin 79^\circ 58' 54,75''}{\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'' - \frac{\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25''}{\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25''}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cos t &= \sin 79^\circ 58' 54,75'' : \cos -21^\circ 55' 32'' : \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'' - \tan -21^\circ 55' 32'' \times (-) 31^\circ 56' 37,25'' \\
 &= 0^\circ 0' 0''
 \end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 0^\circ 0' 0''$$

b. Sudut Waktu Asar

Substitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} = \sin \delta$$

$$X_{obs} = \cos \phi$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$Z_{obs} = \sin \phi$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + \\ &(\sin \delta \times \sin \phi) \\ &= (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'') + (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \sin t \times 0) + (\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25'') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin h &= (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'') + (\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25'') \end{aligned}$$

Pindah Ruas

$$(\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'') + (\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu Asar ialah :

$$\begin{aligned} \cotan h &= \tan Z_m + 1 \\ &= \tan |\delta_o - \phi| + 1 \\ &= \tan |-21^\circ 55' 32'' - ((-) 31^\circ 56' 37,25'')| + 1 \\ &= \tan 10^\circ 1' 5,25'' + 1 \\ &= 40^\circ 21' 36,54'' \end{aligned}$$

$$\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'' = \sin 40^\circ 21' 36,54'' - \sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25''$$

$$\begin{aligned} \cos t &= \frac{\sin 40^\circ 21' 36,54''}{\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25''} - \\ &\frac{\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25''}{\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25''} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos t &= \sin 40^\circ 21' 36,54'' : \cos -21^\circ 55' 32'' : \cos (-) \\ &31^\circ 56' 37,25'' - \tan -21^\circ 55' 32'' \times \tan (-) 31^\circ \\ &56' 37,25'' \\ &= 55^\circ 7' 54,86''\end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 3^\circ 40' 31,66''$$

c. Sudut Waktu Magrib

Substitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} = \sin \delta$$

$$X_{obs} = \cos \phi$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$Z_{obs} = \sin \phi$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + \\ &(\sin \delta \times \sin \phi)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' \\ &37,25'') + (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \sin t \times 0) + (\sin - \\ &21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25'')\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin h &= (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' \\ &37,25'') + (\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' \\ &37,25'')\end{aligned}$$

Pindah Ruas

$$(\cos -21^{\circ} 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^{\circ} 56' 37,25'') + (\sin -21^{\circ} 55' 32'' \times \sin (-) 31^{\circ} 56' 37,25'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu Magrib ialah :

$$\begin{aligned} h &= -(\text{Dip} + \text{Semi diameter matahari} + \text{refraksi}) \\ &= - (0^{\circ} 6' 20,75'' + 0^{\circ} 16' 3'' + 0^{\circ} 34' 30'') \\ &= -0^{\circ} 56' 53,75'' \end{aligned}$$

$$\cos -21^{\circ} 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^{\circ} 56' 37,25'' = \sin -0^{\circ} 56' 53,75'' - \sin -21^{\circ} 55' 32'' \times \sin (-) 31^{\circ} 56' 37,25''$$

$$\cos t = \frac{\sin -0^{\circ} 56' 53,75''}{\cos -21^{\circ} 55' 32'' \times \cos (-) 31^{\circ} 56' 37,25''} - \frac{\sin -21^{\circ} 55' 32'' \times \sin (-) 31^{\circ} 56' 37,25''}{\cos -21^{\circ} 55' 32'' \times \cos (-) 31^{\circ} 56' 37,25''}$$

$$\begin{aligned} \cos t &= \sin -0^{\circ} 56' 53,75'' : \cos -21^{\circ} 55' 32'' : \cos (-) 31^{\circ} 56' 37,25'' - \tan -21^{\circ} 55' 32'' \times \tan (-) 31^{\circ} 56' 37,25'' \\ &= 105^{\circ} 46' 58,52'' \end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 7^{\circ} 3' 7,9''$$

d. Sudut Waktu Isya

Substitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{\text{sun}} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{\text{sun}} = \sin \delta$$

$$X_{\text{obs}} = \cos \phi$$

$$Y_{\text{obs}} = 0$$

$$Z_{\text{obs}} = \sin \phi$$

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + (\sin \delta \times \sin \phi)$$

$$= (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'') + (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \sin t \times 0) + (\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25'')$$

$$\sin h = (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'') + (\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25'')$$

Pindah Ruas

$$(\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'') + (\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu isya ialah :

$$h = -17^\circ + (H \text{ koreksi Magrib})$$

$$= -17 + (-0^\circ 56' 53,75'')$$

$$= -17^\circ 56' 53,75''$$

$$\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'' = \sin -17^\circ 56' 53,75'' - \sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25''$$

$$\cos t = \frac{\sin -17^\circ 56' 53,75''}{\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'' - \frac{\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25''}{\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25''}}$$

$$\begin{aligned}\cos t &= \sin -17^\circ 56' 53,75'' : \cos -21^\circ 55' 32'' : \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'' - \tan -21^\circ 55' 32'' \times \tan (-) 31^\circ 56' 37,25'' \\ &= 129^\circ 58' 25,1''\end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 8^\circ 39' 53,67''$$

e. Sudut Waktu Subuh

Substitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} = \sin \delta$$

$$X_{obs} = \cos \phi$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$Z_{obs} = \sin \phi$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + (\sin \delta \times \sin \phi) \\ &= (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'') + (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \sin t \times 0) + (\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25'')\end{aligned}$$

$$\sin h = (\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'') + (\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25'')$$

Pindah Ruas

$$(\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'') + (\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu subuh ialah :

$$\begin{aligned} h &= -19^\circ + (\text{H koreksi Magrib}) \\ &= -19 + (-0^\circ 56' 53,75'') \\ &= -20^\circ 3' 6,25'' \end{aligned}$$

$$\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos t \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'' = \sin -20^\circ 3' 6,25'' - \sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25''$$

$$\cos t = \frac{\sin -20^\circ 3' 6,25''}{\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'' - \frac{\sin -21^\circ 55' 32'' \times \sin (-) 31^\circ 56' 37,25''}{\cos -21^\circ 55' 32'' \times \cos (-) 31^\circ 56' 37,25''}}$$

$$\begin{aligned} \cos t &= \sin -20^\circ 3' 6,25'' : \cos -21^\circ 55' 32'' : \cos (-) 31^\circ 56' 37,25'' - \tan -21^\circ 55' 32'' \times \tan (-) 31^\circ 56' 37,25'' \\ &= 133^\circ 11' 10,83'' \end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 8^\circ 52' 44,72''$$

LOKASI KETIGA

Dengan rincian rumus sudut waktu (*Hour angle*) :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

Keterangan data/variabel yang dibutuhkan :

1. $\overrightarrow{(S)} = (X_{sun}, Y_{sun}, Z_{sun})$ dengan komponen :

δ adalah deklinasi matahari = $-20^{\circ} 1' 24''$ (tanggal 20 Januari 2025)

t adalah sudut waktu

$$\begin{aligned} X_{sun} &= \cos \delta \times \cos t \\ &= \cos -20^{\circ} 1' 24'' \times \cos t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{sun} &= \cos \delta \times \sin t \\ &= \cos -20^{\circ} 1' 24'' \times \sin t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{sun} &= \sin \delta \\ &= \sin -20^{\circ} 1' 24'' \end{aligned}$$

2. $\overrightarrow{(P)} = (X_{obs}, Y_{obs}, Z_{obs})$ dengan komponen :

ϕ adalah lintang tempat = $60^{\circ} 28' 20,76''$ (Masjid Transkanda, Jarvenpaa, Finland)

$$\begin{aligned} X_{obs} &= \cos \phi \\ &= \cos 60^{\circ} 28' 20,76'' \end{aligned}$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$\begin{aligned} Z_{obs} &= \sin \phi \\ &= \sin 60^{\circ} 28' 20,76'' \end{aligned}$$

a. Sudut Waktu Dzuhur

Subtitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} = \sin \delta$$

$$X_{obs} = \cos \phi$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$Z_{obs} = \sin \phi$$

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + (\sin \delta \times \sin \phi)$$

$$= (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') + (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \sin t \times 0) + (\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'')$$

$$\sin h = (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') + (\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'')$$

Pindah Ruas

$$(\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') + (\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu Dzuhur ialah :

$$h = 90 - (\delta_o - \phi)$$

$$= 90 - (-20^\circ 1' 24'' - 60^\circ 28' 20,76'')$$

$$= 9^\circ 30' 15,24''$$

$$\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'' = \sin 9^\circ 30' 15,24'' - \sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76''$$

$$\cos t = \frac{\sin 9^\circ 30' 15,24''}{\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos 60^\circ 28' 20,76'' - \frac{\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76''}{\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos 60^\circ 28' 20,76''}}$$

$$\begin{aligned}\cos t &= \sin 9^\circ 30' 15,24'' : \cos -20^\circ 1' 24'' : \cos 60^\circ 28' 20,76'' \\ &\quad - \tan -20^\circ 1' 24'' \times \tan 60^\circ 28' 20,76'' \\ &= 0^\circ 0' 0,1''\end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 0^\circ 0' 0''$$

b. Sudut Waktu Asar

Substitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} = \sin \delta$$

$$X_{obs} = \cos \phi$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$Z_{obs} = \sin \phi$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + \\ &\quad (\sin \delta \times \sin \phi) \\ &= (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') \\ &\quad + (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \sin t \times 0) + (\sin -20^\circ 1' 24'' \\ &\quad \times \sin 60^\circ 28' 20,76'')\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin h &= (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') \\ &+ (\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'')\end{aligned}$$

Pindah Ruas

$$(\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') + (\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu Asar ialah :

$$\begin{aligned}\cotan h &= \tan Z_m + 1 \\ &= \tan |\delta_o - \phi| + 1 \\ &= \tan |-20^\circ 1' 24'' - (60^\circ 28' 20,76'')| + 1 \\ &= \tan 80^\circ 29' 44,76'' + 1 \\ &= 8^\circ 9' 39,95''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'' &= \sin 8^\circ 9' 39,95'' - \\ \sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'' &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos t &= \frac{\sin 8^\circ 9' 39,95''}{\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos 60^\circ 28' 20,76'' -} \\ &\frac{\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76''}{\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos 60^\circ 28' 20,76''}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos t &= \sin 8^\circ 9' 39,95'' : \cos -20^\circ 1' 24'' : \cos 60^\circ 28' 20,76'' - \tan -20^\circ 1' 24'' \times \tan 60^\circ 28' 20,76'' \\ &= 18^\circ 11' 57,27''\end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 1^\circ 12' 47,82''$$

c. Sudut Waktu Magrib

Subtitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} = \sin \delta$$

$$X_{obs} = \cos \phi$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$Z_{obs} = \sin \phi$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + \\ &(\sin \delta \times \sin \phi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') \\ &+ (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \sin t \times 0) + (\sin -20^\circ 1' 24'' \\ &\times \sin 60^\circ 28' 20,76'') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin h &= (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') \\ &+ (\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'') \end{aligned}$$

Pindah Ruas

$$(\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') + (\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu Magrib ialah :

$$h = -(\text{Dip} + \text{Semi diameter matahari} + \text{refraksi})$$

$$= - (0^\circ 12' 48,78'' + 0^\circ 16' 3'' + 0^\circ 34' 30'')$$

$$= -1^\circ 3' 21,78''$$

$$\begin{aligned} \cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'' &= \sin -1^\circ 3' 21,78'' - \\ \sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'' & \end{aligned}$$

$$\cos t = \frac{\sin -1^\circ 3' 21,78''}{\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos 60^\circ 28' 20,76'' - \frac{\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76''}{\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos 60^\circ 28' 20,76''}}$$

$$\begin{aligned}\cos t &= \sin -1^\circ 3' 21,78'' : \cos -20^\circ 1' 24'' : \cos 60^\circ 28' 20,76'' - \tan -20^\circ 1' 24'' \times \tan 60^\circ 28' 20,76'' \\ &= 52^\circ 52' 17,12''\end{aligned}$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 3^\circ 31' 29,14''$$

d. Sudut Waktu Isya

Substitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} = \sin \delta$$

$$X_{obs} = \cos \phi$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$Z_{obs} = \sin \phi$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} &= (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + \\ &(\sin \delta \times \sin \phi)\end{aligned}$$

$$= (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') \\ + (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \sin t \times 0) + (\sin -20^\circ 1' 24'' \\ \times \sin 60^\circ 28' 20,76'')$$

$$\sin h = (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') \\ + (\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'')$$

Pindah Ruas

$$(\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') + (\sin -20^\circ 1' 24'' \\ \times \sin 60^\circ 28' 20,76'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu isya ialah :

$$h = -17^\circ + (\text{H koreksi Magrib}) \\ = -17 + (-1^\circ 3' 21,78'') \\ = -18^\circ 3' 21,78''$$

$$\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'' = \sin -18^\circ 3' 21,78'' \\ - \sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76''$$

$$\cos t = \frac{\sin -18^\circ 3' 21,78''}{\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos 60^\circ 28' 20,76''} - \\ \frac{\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76''}{\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos 60^\circ 28' 20,76''}$$

$$\cos t = \sin -18^\circ 3' 21,78'' : \cos -20^\circ 1' 24'' : \cos 60^\circ 28' \\ 20,76'' - \tan -20^\circ 1' 24'' \times \tan 60^\circ 28' 20,76'' \\ = 91^\circ 29' 13,16''$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 6^\circ 5' 56,88''$$

e. Sudut Waktu Subuh

Subtitusikan ke dalam turunan rumus :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (X_{sun} X_{obs}) + (Y_{sun} Y_{obs}) + (Z_{sun} Z_{obs})$$

$$X_{sun} = \cos \delta \times \cos t$$

$$Y_{sun} = \cos \delta \times \sin t$$

$$Z_{sun} = \sin \delta$$

$$X_{obs} = \cos \phi$$

$$Y_{obs} = 0$$

$$Z_{obs} = \sin \phi$$

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (\cos \delta \times \cos t \times \cos \phi) + (\cos \delta \times \sin t \times 0) + (\sin \delta \times \sin \phi)$$

$$= (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') + (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \sin t \times 0) + (\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'')$$

$$\sin h = (\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') + (\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'')$$

Pindah Ruas

$$(\cos -20^\circ 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^\circ 28' 20,76'') + (\sin -20^\circ 1' 24'' \times \sin 60^\circ 28' 20,76'') = \sin h$$

Sin h untuk waktu subuh ialah :

$$\begin{aligned} h &= -19^\circ + (H \text{ koreksi Magrib}) \\ &= -19 + (-1^\circ 3' 21,78'') \end{aligned}$$

$$= -20^{\circ} 3' 21,78''$$

$$\cos -20^{\circ} 1' 24'' \times \cos t \times \cos 60^{\circ} 28' 20,76'' = \sin -20^{\circ} 3' 21,78'' \\ - \sin -20^{\circ} 1' 24'' \times \sin 60^{\circ} 28' 20,76''$$

$$\cos t = \frac{\sin -20^{\circ} 3' 21,78''}{\cos -20^{\circ} 1' 24'' \times \cos 60^{\circ} 28' 20,76'' - \frac{\sin -20^{\circ} 1' 24'' \times \sin 60^{\circ} 28' 20,76''}{\cos -20^{\circ} 1' 24'' \times \cos 60^{\circ} 28' 20,76''}}$$

$$\cos t = \sin -20^{\circ} 3' 21,78'' : \cos -20^{\circ} 1' 24'' : \cos 60^{\circ} 28' 20,76'' - \tan -20^{\circ} 1' 24'' \times \tan 60^{\circ} 28' 20,76''$$

$$= 95^{\circ} 34' 40,45''$$

Konversi ke dalam satuan jam, $\cos t : 15$

$$\text{Sudut Waktu} = 6^{\circ} 22' 18,7''$$

C. Analisis Keakurasian Nilai Sudut Waktu (*Hour Angle*) Menggunakan Metode Vektor

Perhitungan sudut waktu dengan menggunakan pendekatan vektor lebih sederhana jika dibandingkan dengan metode konvensional yang menggunakan trigonometri bola. Metode vektor membutuhkan pemahaman matematika dasar yang mudah dipahami dibandingkan dengan rumus segitiga bola yang membutuhkan pengetahuan matematika yang lebih kompleks. Kedua metode tersebut dapat diaplikasikan di seluruh wilayah permukaan bumi, yang dibuktikan dengan tiga sampel lokasi dengan lintang yang berbeda, Planetarium UIN Walisongo Semarang di lintang selatan (daerah dekat khatulistiwa), Masjid Perth, Australia di lintang selatan (lintang rendah) dan Masjid Transkanda, Jarvenpaa, Finland di lintang utara (lintang tinggi).

Berikut hasil perbandingan antara metode segitiga bola (konvensional) dan metode aljabar dalam menghitung sudut waktu (*hour angle*) dalam penentuan awal waktu salat di ketiga lokasi tersebut :

Tabel 4. 1 Hasil Komparasi Nilai Sudut Waktu Menggunakan Metode Segitiga Bola dan Vektor di Lokasi Pertama

Lokasi Pertama : Planetarium UIN Walisongo Semarang (-6° 59' 30,36" LS)		
Tanggal : 1 Januari 2025		
	Segitiga Bola	Vektor
Sudut Waktu (t) Dzuhur	0° 0' 0"	0° 0' 0"
Sudut Waktu (t) Asar	3° 26' 51,39"	3° 26' 51,39"
Sudut Waktu (t) Magrib	6° 16' 48,78"	6° 16' 48,78"
Sudut Waktu (t) Isya	7° 32' 22,84"	7° 32' 22,84"
Sudut Waktu (t) Subuh	7° 41' 27,11"	7° 41' 27,11"

Tabel 4. 2 Hasil Komparasi Nilai Sudut Waktu Menggunakan Metode Segitiga Bola dan Vektor di Lokasi Kedua

Lokasi Kedua : Masjid Perth, Australia (-) 31° 56' 37,25" LS		
Tanggal : 10 Januari 2025		
	Segitiga Bola	Vektor
Sudut Waktu (t) Dzuhur	0° 0' 0"	0° 0' 0"
Sudut Waktu (t) Asar	3° 40' 31,66"	3° 40' 31,66"
Sudut Waktu (t) Magrib	7° 3' 7,9"	7° 3' 7,9"
Sudut Waktu (t) Isya	8° 39' 53,67"	8° 39' 53,67"
Sudut Waktu (t) Subuh	8° 52' 44,72"	8° 52' 44,72"

Tabel 4. 3 Hasil Komparasi Nilai Sudut Waktu Menggunakan Metode Segitiga Bola dan Vektor di Lokasi Ketiga

Lokasi Kedua : Masjid Trankanda, Jarvenpaa, Finland (60° 28' 20,76" LU)		
Tanggal : 20 Januari 2025		
	Segitiga Bola	Vektor
Sudut Waktu (t) Dzuhur	0° 0' 0"	0° 0' 0"
Sudut Waktu (t) Asar	1° 12' 47,82"	1° 12' 47,82"
Sudut Waktu (t) Magrib	3° 31' 29,14"	3° 31' 29,14"
Sudut Waktu (t) Isya	6° 5' 56,88"	6° 5' 56,88"
Sudut Waktu (t) Subuh	6° 22' 18,7"	6° 22' 18,7"

Pada bagian ini, penulis akan menjabarkan serangkaian poin analisis perbandingan antara metode vektor dan metode konvensional (segitiga bola) dalam menentukan nilai sudut waktu :

Pertama, metode segitiga bola (konvensional) dan metode vektor dalam perhitungan sudut waktu (*hour angle*) memiliki pendekatan yang berbeda, namun keduanya berlandaskan pada konsep dasar yang sama yakni pengaplikasian sudut. Metode segitiga bola memanfaatkan hukum trigonometri bola, seperti hukum sinus dan kosinus bola untuk menentukan hubungan sudut antara koordinat benda langit berdasarkan posisi pengamat di permukaan bumi. *Kedua*, metode vektor menggunakan pendekatan berbasis aljabar vektor dan transformasi koordinat untuk menentukan sudut antara dua arah dengan representasi posisi benda langit dan titik pengamat sebagai vektor dalam ruang tiga dimensi melalui operasi *dot product*. Dalam analisis perhitungan sudut waktu, metode vektor menggunakan gabungan vektor posisi matahari dan vektor posisi pengamat dengan operasi *dot product*. *Ketiga*, di sisi lain untuk mengetahui nilai sudut waktu, metode

segitiga bola secara langsung menurunkan sudut waktu dari hubungan trigonometri bola berbasis dua dimensi dalam ruang lengkung (permukaan bola), meskipun bola itu sendiri adalah objek tiga dimensi, permukaannya hanyalah bidang dua dimensi yang melengkung, dengan artian : dimensi dua, yakni segitiga bola hanya memiliki dua parameter bebas, yakni dua sudut dan satu sisi atau dua sisi dan satu sudut. Dua sisi yang diketahui yakni : $90^\circ - \delta$ (deklinasi matahari) dan $90^\circ - \phi$ (lintang tempat/pengamat). Sedangkan sudut yang diketahui ialah sudut A (Azimuth benda langit) atau sudut zenith ($90^\circ - h$)

Keempat, posisi lintang tinggi dan lintang rendah secara signifikan mempengaruhi nilai sudut waktu karena bentuk bumi yang bulat menyebabkan keliling lingkaran pada setiap lintang semakin kecil jika mendekati kutub. Akan tetapi, metode vektor tetap mampu menghasilkan nilai yang akurat dan konsisten dengan metode konvensional karena pendekatan berbasis vektor mempertimbangkan koordinat tiga dimensi yang secara matematis lebih fleksibel dalam merepresentasikan posisi benda langit terhadap pengamat di berbagai lintang. *Kelima*, berdasarkan hasil data perbandingan kedua metode tersebut, tidak didapatkan selisih sedikitpun pada hasil perhitungannya. Kedua pendekatan ini menggunakan data yang sama, seperti lintang pengamat, deklinasi matahari tinggi matahari yang merupakan parameter penting dalam menentukan sudut waktu. Artinya, metode vektor pada penelitian ini sama akuratnya dengan metode trigonometri bola yang selama ini digunakan oleh para praktisi dan akademisi untuk menghitung sudut waktu (*hour angle*) awal waktu salat. Metode vektor ini pun secara tidak langsung menegaskan bahwa sudut waktu (*hour angle*) yang digunakan sejauh ini sudah akurat berdasarkan hasil perbandingan dengan metode trigonometri yang sama sekali tidak ditemukan selisih serta membuktikan metode vektor pada penelitian ini memenuhi metode sains, yaitu sistematis,

akumulatif, empiris, dan dapat diuji kembali. Metode aljabar memberikan inovasi baru dalam khazanah keilmuan falak dan mampu menjadi alternatif yang lebih sederhana untuk menghitung sudut waktu (*hour angle*) awal waktu salat karena menawarkan efisiensi yang lebih dibandingkan metode trigonometri bola dengan keakurasian yang sama persis.

Adapun kelebihan dari metode vektor ialah lebih efisien dalam komputasi karena menggunakan aljabar *dot product* yang mengakibatkan perhitungan sudut waktu dapat dilakukan dengan cepat dan menghasilkan nilai sudut waktu (*hour angle*) yang akurat dalam koordinat kartesius ruang tiga dimensi. Sementara itu, metode vektor memiliki kelemahan karena membutuhkan pemahaman yang lebih mendalam tentang konsep vektor seperti operasi *dot product* yang sejauh ini kurang familiar bagi sebagian praktisi/akademisi ilmu falak.

BAB V PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dan analisis pada bab-bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Formulasi algoritma dengan metode vektor disusun melalui operasi vektor *dot product* dalam formulasi kartesian berdasarkan hubungan geometris antara vektor posisi matahari dan vektor posisi pengamat, dapat dinyatakan dengan :

$$\overrightarrow{(S)} \times \overrightarrow{(P)} = (S_x P_x) + (S_y P_y) + (S_z P_z)$$
2. Berdasarkan analisis hasil perhitungan, tidak ditemukan selisih antara metode vektor dan metode segitiga bola, sehingga metode vektor terbukti dapat digunakan sebagai alternatif dalam perhitungan sudut waktu dengan tingkat keakurasian yang sama.

B. Saran

Penelitian selanjutnya dapat mengembangkan metode vektor dalam perhitungan sudut waktu (*hour angle*) melalui perangkat lunak komputasi numerik yang memiliki kapasitas tinggi dalam perhitungan matematis, salah satunya Scilab. Karena pemrograman ini dapat mengembangkan salah satunya pembuatan simulasi pergerakan matahari dalam sistem koordinat tiga dimensi.

C. Penutup

Alhamdulillah, penulis ucapkan kepada Allah *Subhanahu wa Ta'ala* sebagai ungkapan rasa syukur atas terselesaikannya skripsi ini. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari

sempurna. Karena itu penulis mengharapkan saran dan kritik demi perbaikan penelitian di masa mendatang.

DAFTAR PUSTAKA

BUKU

Abdurrahkim, Ilmu Falak, Liberty : Yogyakarta, 1983

Al-Husaini, Imam Taqiyuddin Akbar bin Muhammad, “*Kifayatul Akhyar Fi Hal Ghayah Al-Ikhtisar*”, Lebanon : Dar Al-Minhaj, 1429 H

Al-Jaziri , Syeikh Abdurrahman, “*Kitab Salat Fikih Empat Mazhab*” (*Syafi’iyah, Hanafiah, Malikiah, dan Hambaliah*), Jakarta : PT Mizan Publika, 2011

Al-Qur’anul Al-Karim

Anugraha, M.Si., Dr. Eng. Rinto, “*Mekanika Benda Langit.*” Universitas Gadjah Mada, 2012

Asy-Syaukani, Muhammad bin ‘Ali bin Muhammad, “*Nailul Author syarh Muntaqil Akhbar min Ahadis sayyidil Akhbar*”, Cairo: Darul Hadis, 1426 H /2005 M

Bashori, Muhammad Hadi “*Pengantar Ilmu Falak*”, Jakarta Timur : Pustaka Al-Kautsar, 2015

Donner, Karl Johan. “*Fundamental Astronomy, Sixth Edition*” New York : Springer

Gautama, Sunkar Eka. “*Astronomi Dan Astrofisika,*” Makassar, 2010

Griffiths, David J., “*Introduction To Electrodynamics, Fourth Edition*”, New York : Pearson, 1942

Hambali, Slamet, “*Ilmu Falak ; Arah Kiblat Setiap Saat*”, Pustaka

Ilmu, 2013

Hambali, Slamet, "*Studi Falak dan Trigonometri*," Yogyakarta : Pustaka Ilmu Yogyakarta, 2013

Hann, James, *The Elements Of Spherical Trigonometry*" London : Paternoster Row, 1866

Hansen, Inge, and Joy Hansen. "*The Terrestrial Coordinate System Modul 5*," August, 2016

Hidayat, M.Si, Wahyu. "*Vektor Pada Ruang Berdimensi 2 Dan 3*" 3, no. Bagian 1 , 2023

Ibnu Rusyd , Al Faqih Abul Wahid Muhammad Bin Ahmad Bin Muhammad, "*Bidayatul Mujtahid*", Dar Al-Kitab 'Ulumiyyah

Ilmiyah, Safinatul, "*Fisika Dasar 6, 'Bumi Dalam Bola Langit' | 1*," 2012

Izzuddin, M.Ag., Dr. H. Ahmad, "*Ilmu Falak Praktis*," Semarang : PT. Pustaka Rizki Putra, 2012

Jamil, M.Sy, "*Ilmu Falak Teori & Aplikasi, Hisab Arah Kiblat, Awal Waktu, dan Awal Bulan (Hisab Kontemporer)*," Jakarta : Amzah, 2020

Karim, Abdul, M.Rifa Jamaluddin Nasir, "*Mengenal Ilmu Falak: Teori dan Implementasi*," Cet. I Yogyakarta: Qudsi Media, 2012

Khazin, Muhyiddin, "*Ilmu Falak dan Teori dan Praktiknya*," Cet. I; Yogyakarta: 2004

Muhalling, Rusdin, "*Ilmu Falak, Arah Kiblat dan Waktu Shalat*," Yogyakarta : Deepublish, 2023

- Muslim, “*Shahih Muslim, Juz II*,” Beirut : Darul Al-Jil
- Mustaqim, Riza Afrian, “*Ilmu Falak*,” Banda Aceh : Syiah Kuala University Press, 2021
- Muzamil, Lutfi Adnan. “*Studi Falak Dan Trigonometri: Cara Cepat Dan Praktis Memahami Trigonometri Dalam Ilmu Falak*,” 2015
- Rahim, Abdur, “*Ilmu Falak*”, Yogyakarta, 1983
- Raisal, Abu Yazid. “*Sistem Koordinat Benda Langit*,” Medan : UMSU Pres, 2023
- Salimi, Muchtar, “*Ilmu Falak*,” Surakarta: UMS, 1997
- Satira, Suparno, “*Fisika Dasar*,” Bandung: Penerbit ITB, Cetakan I, 2013
- Sulistyorini, Yunis, “*Analisis Vektor Aljabar Vektor*,” IKIP Budi Utomo Malang, 2007
- Suprijanto, H. Sigit, “*Matematika SMA Kelas XI*” Jakarta : Yudhistira, 2009
- Tarmizi, Ibn ‘Isyak ibn as-Saurah Tarmizi, “*At-Sunnat-Tarmizi I*”, Beirut: Dar al-Fikr, 1980
- Wibowo, Dr.Teguh, “*Trigonometri*,” DI Yogyakarta : Magnum Pustaka Utama, I, 2019

ARTIKEL JURNAL

- Adtiani, Suci Novira, Dyah Fitriana Masithoh, Nonoh Siti Aminah, “*Penentuan Arah Kiblat Dengan Metode Segitiga Bola*.” Prosiding Seminar Nasional Fisika dan Pendidikan Fisika (SNFPF) ke-6, Vol.6., No.1, 2015

- Alghadari, Fiki, “Menentukan Jarak Pada Ruang Dimensi Tiga Dengan Analisis Vektor,” Konferensi Nasional Penelitian Matematika Dan Pembelajarannya, no. 2, 2017
- Atiqah, Nurul, A.Intan Cahyani, and Sohra. “*Analisis Komparatif Perhitungan Waktu Salat Menggunakan Sistem Ephemeris Dan Nautika.*” Hisabuna: Jurnal Ilmu Falak 3, no. 3 , 2023
- Bumimoro. “*Paket Instruksi Ilmu Segitiga Bola,*” Konfidensial : Markas Besar Akademi Angkatan Laut, 2011
- Ishak, Shahrul Nizam, “*Qibla Determination Using Vector Algebra,*” IEEE Symposium on Humanities, Science and Engineering Research, 2012
- Ismail, “*Metode Penentuan Awal Waktu Salat Dalam Perspektif Ilmu Falak,*” Jurnal Ilmiah : Islam Futura, Vol. 14. No. 2, 2015
- Kamaluddin, Iqbal. “*Uji Akurasi Penentuan Deklinasi Matahari Dengan Menggunakan I-Zun Dial.*” *Elfalaky* 3, no. 2 (2019)
- Ma’u, Dahlia Haliah, “*Waktu Sholat Pemaknaan Syar’I Ke Dalam Kaidah Astronomi,*” Jurnal Hukum Islam 14, no. 2, 2015
- Mubit, Rizal. “*Formulasi Waktu Salat Perspektif Fikih Dan Sains,*” Al-Marshad: Jurnal Astronomi Islam Dan Ilmu-Ilmu Berkaitan 3, no. 2, 2017
- Muthmainnah. “*Transformasi Koordinat Bola Langit Ke Dalam Segitiga Bola (Equatorial Dan Ekliptika) Dalam Penentuan Awal Waktu Salat,*” Ulumuddin: Jurnal Ilmu-Ilmu Keislaman 5, no. 2 , 2015

- Mutmainnah, Mutmainnah. *“Pemanfaatan Analisa Matematis Dalam Penyelesaian Permasalahan Fikih.”* Intersections 6, no. 1 , 2021
- Najib, Muhammad, M. ihtirozun Ni'am, Dwi Oktarini, *“Konsep Awal Waktu Salat Imam Ghozali Dari Perspektif Fiqh Dan Astronomi,”* MIYAH: Jurnal Studi Islam 18, 2022
- Padil, H. Abbas, *“Dasar-Dasar Ilmu Falak Dan Tata Ordinat : Bola Langit Dan Peredaran Matahari”,* Jurnal : Ad-Daulah, Vol.2., No. 2, 2023
- Qomariyah, Nur, *“Penentuan Awal Waktu Salat (Awal Waktu Salat Asar, Magrib, Dan Isya Berdasarkan Hadis Nabi),”* AL - AFAQ : Jurnal Ilmu Falak Dan Astronomi 2, no. 2, 2021
- Rahadi, Andi Pujo, *“Kajian Teori Penyelesaian Masalah Jarak Dan Sudut Pada Bangun Ruang Tiga Dimensi Menggunakan Pendekatan Vektor”* Jurnal Pedagogik ; Jurnal UNAI, 2018
- Rahmadani, Dini. *“Telaah Rumus Perhitungan Waktu Salat : Tinjauan Parameter Dan Algoritma.”* Al-Marshad: Jurnal Astronomi Islam Dan Ilmu-Ilmu Berkaitan 4, no. 2 , 2018
- Rahmawati, Aisah Nur Eka., *“Trigonometri Segitiga Bola Dalam Penentuan Waktu Salat Trigonometry of the Ball Triangle in the Determination of Prayer Time”* 4, no. 1, 2021
- Wijaya, Ariyadi, *“Matematika Astronomi”* Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan Dan Penerapan MIPA Fakultas MIPA, UNY, 2016
- Zainuddin, *“Posisi Matahari Dalam Menentukan Waktu Shalat*

Menurut Dalil Syar’I.” Elfalaky 4, no. 1 , 2020

SKRIPSI

Karlina, Leni, *“Tinjauan Astronomi Terhadap Akurasi Perhitungan Awal Waktu Salat Menggunakan Universal Astrolabe”* Skripsi : 2021

Laeli, Khusnul, *“Pengukuran Kemelencengan Arah Kiblat Berbasis Data Google Maps,”* Skripsi : 2020

Pujiono, Slamet, *“Aplikasi Trigonometri Dalam Penentuan Arah Kiblat Menggunakan Pendekatan Vektor Dan Simulasinya Menggunakan Program GUI Matlab,”* Skripsi, 2016

Rivai, Abd., *“Penerapan Konsep Trigonometri Segitiga Bola Terhadap Penentuan Hisab Awal Bulan Qamariyah Yang Berdasarkan Sistem Almanak Nautika,”* Skripsi, 2014

WEBSITE HADIS

Al-Jashash, Abu Bakar Ar-Razi, *“Ahkamul Qur’an Lil Jashas”* Perpustakaan Islam Digital, Jawami’ul Kalam 4.5, Al-Mughni Islamic Center Jakarta

At-Tirmidzi, Sunan, *“Jami At-Tirmidzi”* Perpustakaan Islam Digital, Jawami’ul Kalam 4.5, Al-Mughni Islamic Center Jakarta

Dawud, Al-Farisi Sulaiman bin, *“Musnad Abu Dawud At-Thayalisi”* Perpustakaan Islam Digital, Jawami’ul Kalam 4.5, Al-Mughni Islamic Center Jakarta

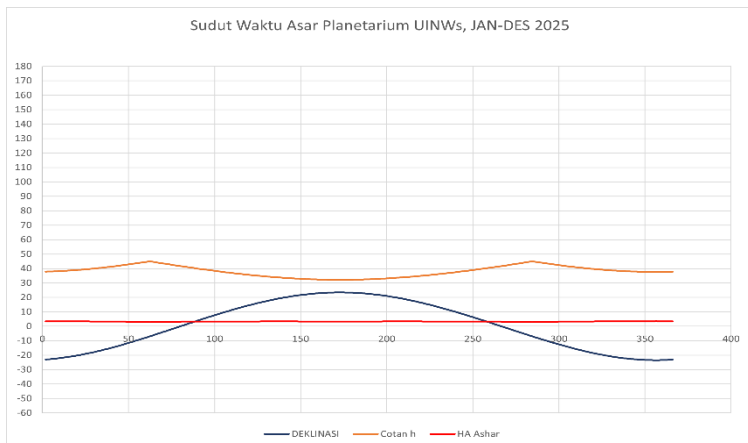
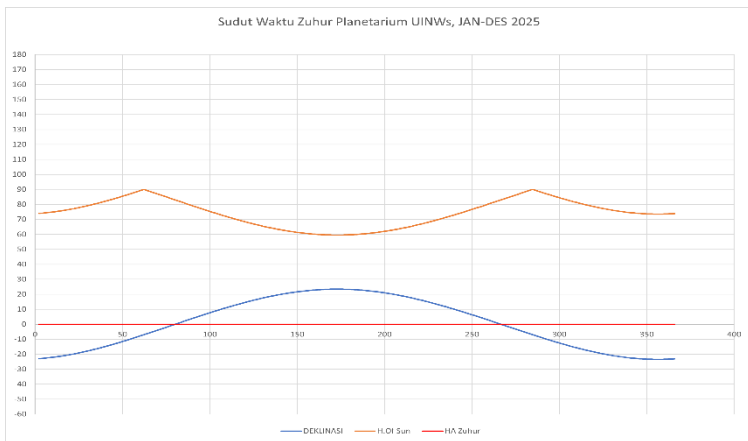
Hambal, Imam Ahmad bin, “*Musnad Ahmad bin Hambal*”
Perpustakaan Islam Digital, Jawami’ul Kalam 4.5, Al-
Mughni Islamic Center Jakarta

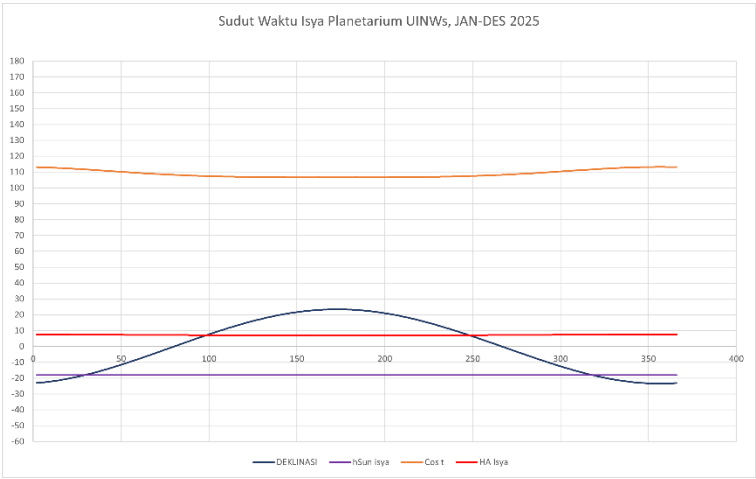
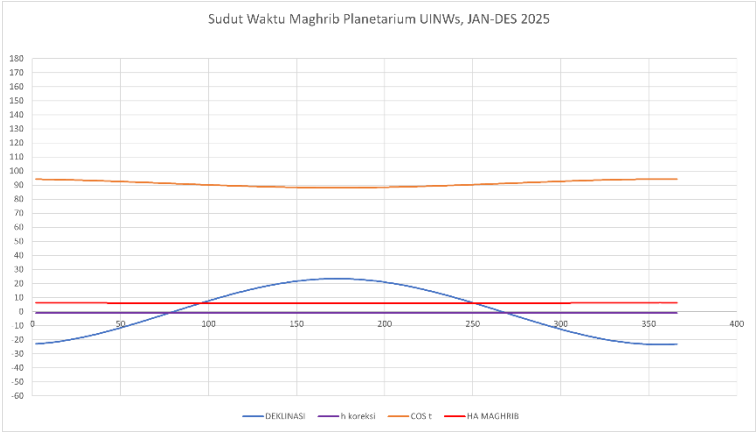
Naisabury, Abu Awanah Ya’kub bin Ishaq bin Ibrahim, “*Daftar
Kitab Mustakhrij Abu Awanah*” Perpustakaan Islam
Digital, Jawami’ul Kalam 4.5, Al-Mughni Islamic Center
Jakarta

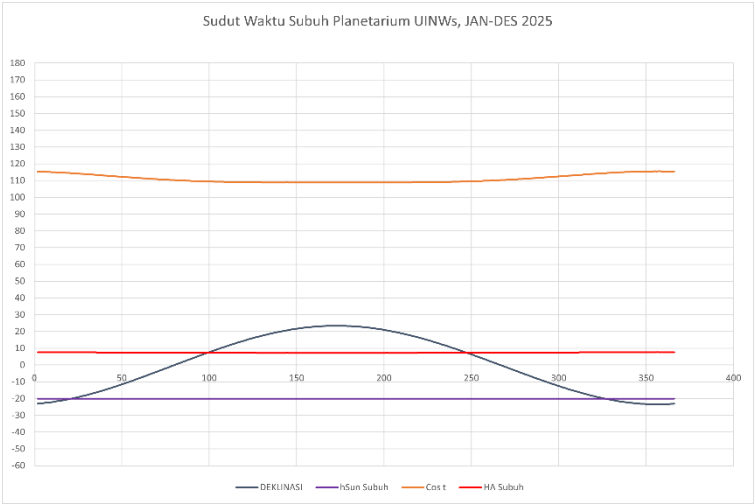
LAMPIRAN

Berikut grafik sudut waktu (*hour angle*) dalam skala 1 tahun dimulai dari bulan Januari hingga Desember 2025 dengan 3 lokasi :

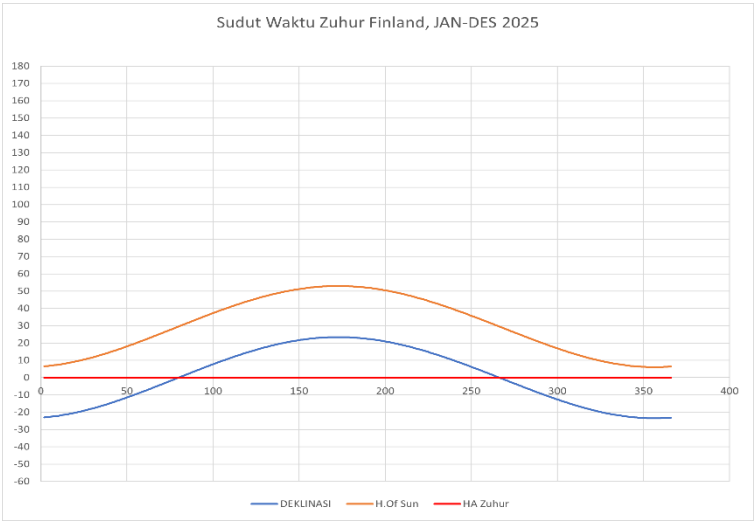
1. Planetarium UIN Walisongo Semarang

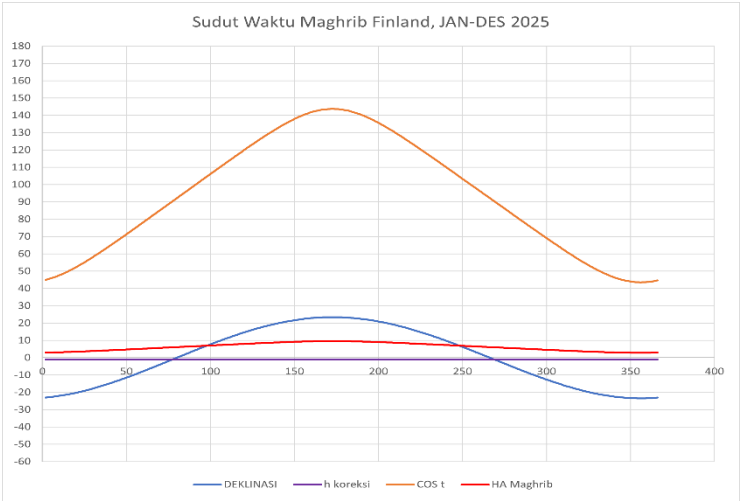
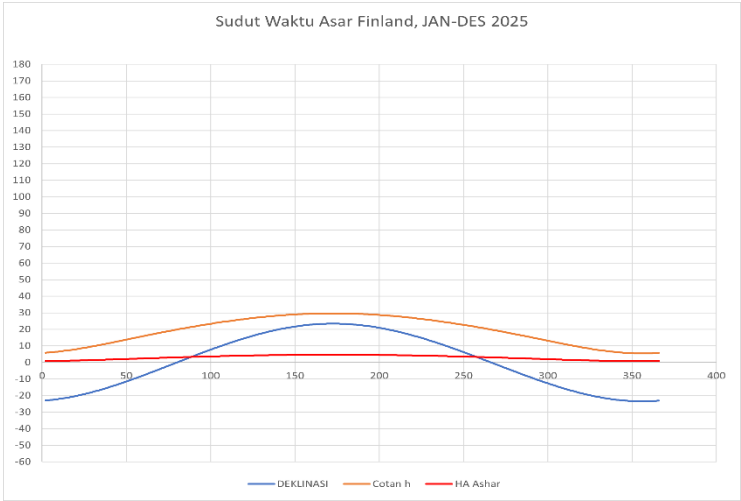


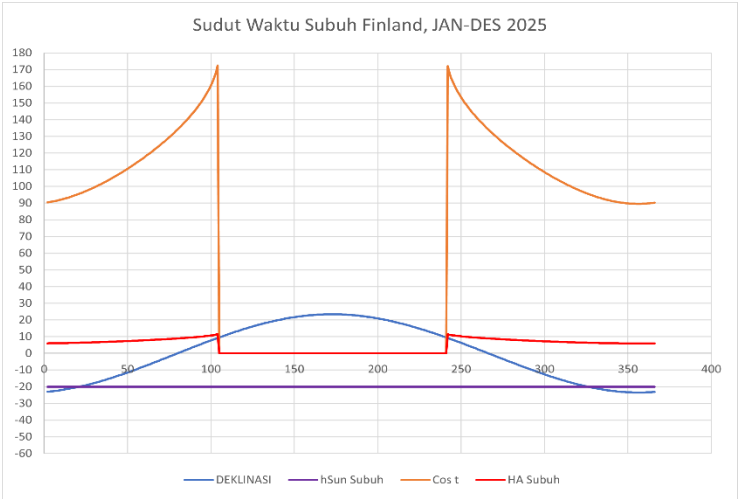
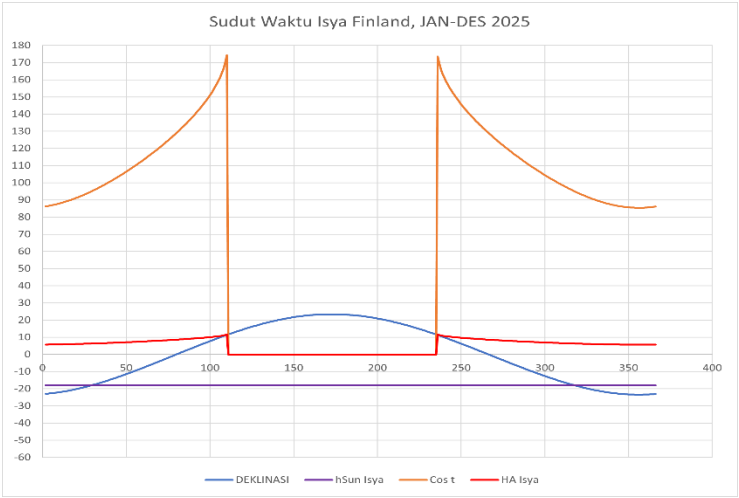




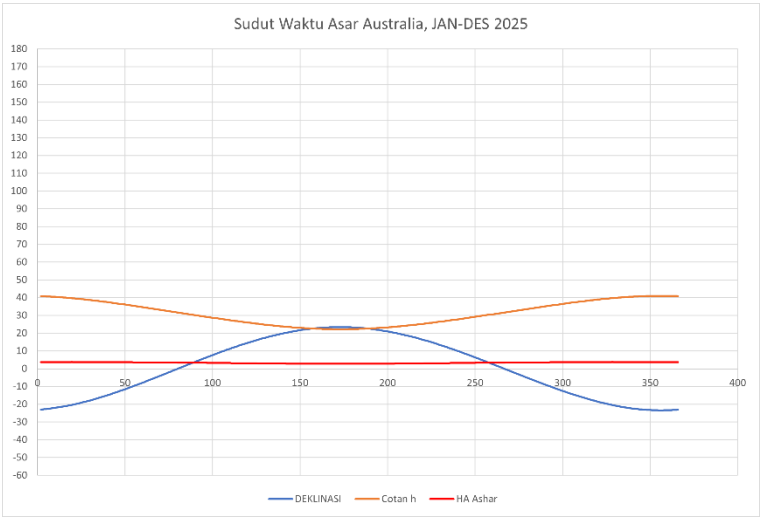
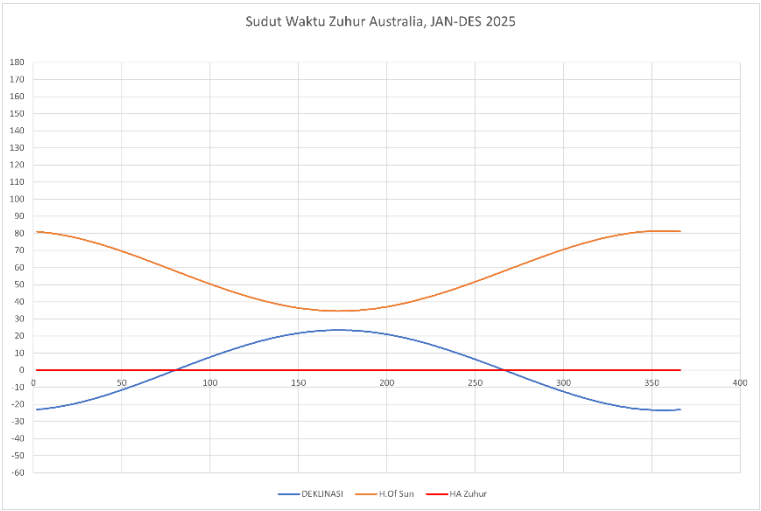
2. Masjid Trankanda, Finland

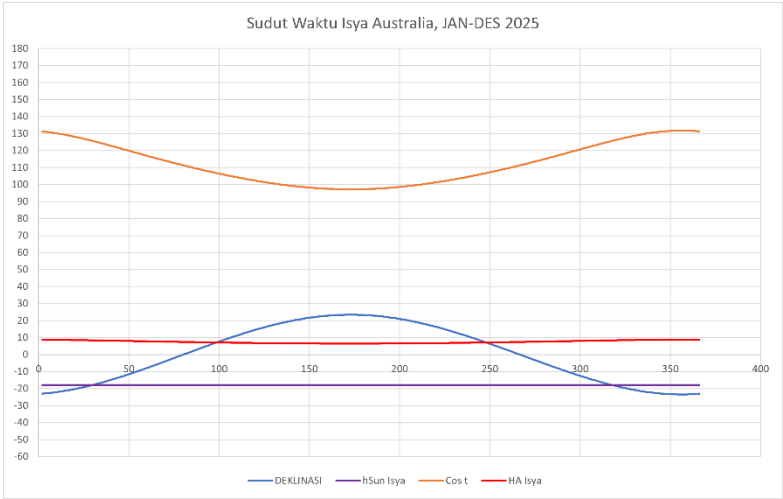
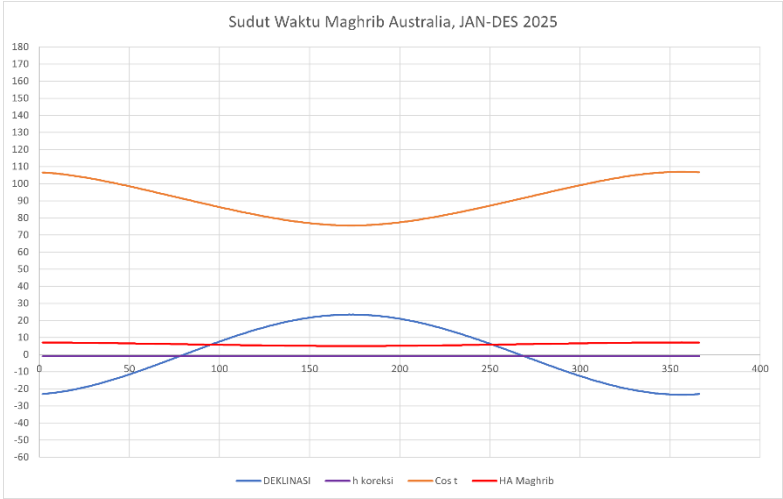


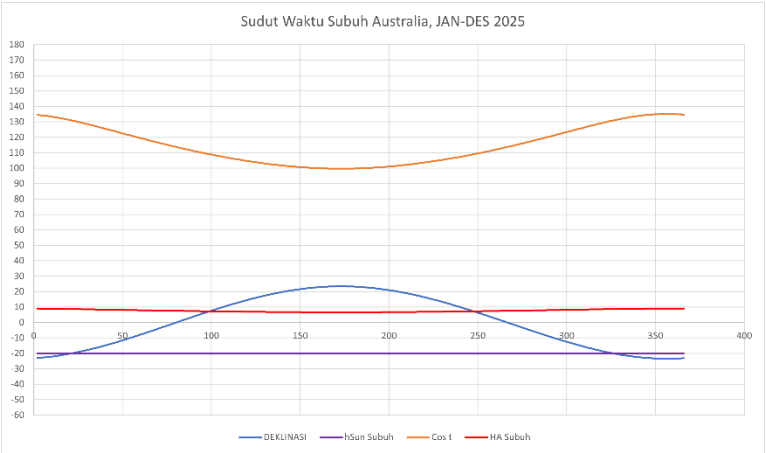




3. Masjid Perth, Australia







DAFTAR RIWAYAT HIDUP

A. Biografi

Nama : Dwi Oktarini
Tempat/Tanggal Lahir : Panampuang, 19 Oktober 2002
Jenis Kelamin : Perempuan
Agama : Islam
Alamat Asal : Jorong Bonjo Panampuang, Kec.
Ampek Angkek, Kab. Agam, Prov.
Sumatera Barat
Email : oktarinidwi83@gmail.com
HP : 082285806973

B. Riwayat Pendidikan

1. TK Hidayatul Athfal Bonjo Panampuang (Tamat 2009)
2. SDN 25 Bonjo Panampuang (Tamat 2015)
3. Madrasah Tsanawiyah Sumatera Thawalib Parabek
Bukittinggi (Tamat 2018)
4. Madrasah Aliyah Sumatera Thawalib Parabek Bukittinggi
(Tamat 2021)
5. S-1 UIN Walisongo Semarang (Tamat 2025)

C. Karya Ilmiah

1. Tinjauan Ulang Terhadap Fatwa Syekh Yusuf Al-Qaradhawi Terkait Kebolehan Jabat Tangan Antara Laki-Laki Dan Perempuan Yang Bukan Mahram Selagi Tidak Menimbulkan Syahwat (2020)
2. Konsep Awal Waktu Salat Imam Ghazali Dari Perspektif Fiqh dan Astronomi (Volume 18, Nomor 02, Agustus 2022, p-ISSN : 1907-3452, e-ISSN : 2540-7732-341-368)
3. Essay-Meraki Asa Growth (Act, Feel, Think : Developing Socio-Emotional Skill), International Youth Experience, Istanbul Turkey, 2022
4. Typology and Characteristics of Astronomy Manuscripts of The 9th/15th Century in Cairo (Al-Ahkam, 2024)

