

**PENERAPAN METODE HUNGARIAN PADA OPTIMASI
PENUGASAN AWAK PESAWAT DENGAN RUTE
PERJALANAN JAKARTA-BALI**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Matematika
dalam Ilmu Matematika



Oleh : **FRISHCA AGUSTIN CLARISSA**
NIM : 2108046050

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
SEMARANG
2025

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Frishca Agustin Clarissa
NIM : 2108046050
Jurusan/Program Studi : Matematika/ Matematika

menyatakan bahwa skripsi yang berjudul :

PENERAPAN METODE HUNGARIAN PADA OPTIMASI PENUGASAN AWAK PESAWAT DENGAN RUTE PERJALANAN JAKARTA-BALI

secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri,
kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 10 Januari 2025

Pembuat pernyataan,



Frishca Agustin Clarissa

NIM : 2108046050



KEMENTERIAN AGAMA R.I.
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Prof. Dr. Hamka (Kampus II) Ngaliyan Semarang
Telp. 024-7601295 Fax. 7615387

PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini :

Judul : **PENERAPAN METODE HUNGARIAN PADA
OPTIMASI PENUGASAN AWAK PESAWAT DENGAN
RUTE PERJALANAN JAKARTA-BALI**

Penulis : Frishca Agustin Clarissa

NIM : 2108046050

Jurusan : Matematika

Telah diujikan dalam sidang *tugas akhir* oleh Dewan Penguji
Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima
sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu
Matematika.

Semarang, 22 April 2025

DEWAN PENGUJI

Penguji I,

Emy Siswanah, M.Sc

NIP : 198702022011012014

Penguji II,

Siti Maslihah, M.Si

NIP : 197706112011012004

Penguji III,

Zulaikha, M.Si

NIP : 199204092019032010

Penguji IV,

Yolanda Norasia, M.Si

NIP : 199409232019032011

Pembimbing 1,

Siti Maslihah, M.Si

NIP : 197706112011012004



NOTA DINAS

Semarang, 10 Januari 2024

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

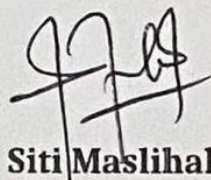
Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : PENERAPAN METODE HUNGARIAN PADA
OPTIMASI PENUGASAN AWAK PESAWAT DENGAN
RUTE PERJALANAN JAKARTA-BALI
Nama : Frishca Agustin Clarissa
NIM : 2108046050
Jurusan : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing I,



Siti Maslihah, M.Si

NIP : 197706112011012004

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengoptimalkan penugasan awak pesawat rute Jakarta-Bali yang dilayani oleh PT Citilink Indonesia. Metode Hungarian diterapkan untuk meminimalkan waktu singgah awak pesawat di dua lokasi, yaitu Bandara Internasional Soekarno-Hatta (CGK) Jakarta dan Bandara Internasional I Gusti Ngurah Rai (DPS) Bali. Data yang digunakan meliputi jadwal keberangkatan dan kedatangan harian di kedua bandara. Model matematika penugasan dibangun untuk mengalokasikan awak pesawat secara optimal berdasarkan waktu singgah. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penerapan Metode Hungarian secara manual, validasi Metode Hungarian menggunakan aplikasi POM-QM, dan validasi Metode Simpleks menggunakan LINGO menghasilkan waktu singgah yang efisien sesuai ketentuan maskapai. Penelitian ini diharapkan memberikan kontribusi pada pengelolaan jadwal penerbangan yang lebih efektif dan dapat menjadi referensi untuk optimasi serupa dalam industri penerbangan.

Kata Kunci: Metode Hungarian, optimasi penugasan, PT Citilink Indonesia.

KATA PENGANTAR

Puji syukur atas ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, hidayah, dan kesehatan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "*Penerapan Metode Hungarian pada Optimasi Penugasan Awak Pesawat dengan Rute Perjalanan Jakarta-Bali*". Skripsi ini diajukan untuk memenuhi sebagian syarat guna memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.

Penelitian ini tidak akan terselesaikan tanpa dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Nizar, M.Ag, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang, atas kesempatan yang diberikan untuk menimba ilmu di universitas ini.
2. Prof. Dr. H. Musahadi, M.Ag, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi, atas fasilitas yang mendukung proses penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Any Muanalifah, M.Si., Ph.D, selaku Ketua Program Studi Matematika, atas bimbingan mendukung proses penyusunan skripsi ini.
4. Ibu Siti Maslihah, M.Si, selaku pembimbing utama yang telah dengan sabar memberikan arahan, masukan, dan motivasi selama proses penulisan.
5. Dosen penguji skripsi atas masukan dan saran perbaikannya.

6. Seluruh dosen dan staf Program Studi Matematika, yang telah memberikan ilmu selama masa studi.
7. PT Citilink Indonesia, yang telah senantiasa melayani informasi terkait penelitian saya.
8. Orang tua dan keluarga yang saya sayangi, yang telah senantiasa memberikan doa dan terus mendukung proses saya.
9. Sahabat saya Uli Roihanatunni'mah dan Berliana Ashifa Zahrah, yang akan selalu saling mendukung dan menyemangati, sehingga bisa menuai kesuksesan bersama.
10. Rekan-Rekan se-angkatan 2021, terkhusus kelas Matematika-B, yang solid dan kompak, serta pihak-pihak yang tidak dapat saya sebutkan namanya satu-persatu.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam penyusunan Skripsi ini. oleh karena itu, penulis mengharap kritik, saran dan masukan untuk perbaikan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat baik bagi penulis maupun pembaca, terutama bagi pengembangan ilmu pengetahuan di bidang optimasi dan penerapannya pada dunia industri penerbangan.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN KEASLIAN	ii
PENGESAHAN	iii
NOTA PEMBIMBING I	iv
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iii
DAFTAR TABEL	v
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	x
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Rumusan Masalah	6
C. Tujuan Penelitian	7
D. Pembatasan Masalah	7
E. Manfaat Penelitian	8
BAB II LANDASAN PUSTAKA	10
A. PT. Citilink Indonesia (QG)	10
B. Program Linier	12
C. Masalah Penugasan	14
D. Masalah Penugasan Sederhana	16
E. Metode Hungarian	19
F. Metode Simpleks	28
G. Aplikasi POM-QM	31
H. Aplikasi Lingo	34
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	37
A. Langkah-Langkah Penelitian	37
B. Diagram Alir	39
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	42
A. Data Jadwal Penerbangan Maskapai PT Citilink Indonesia	42
B. Penentuan Variabel dari Data Jadwal Penerbangan	43

C.	Pengolahan Nilai Waktu Singgah Awak Pesawat	50
D.	Penyusunan Hasil Pengolahan dalam Bentuk Tabel Penugasan Sederhana	54
E.	Jumlah Waktu Singgah Awal Awak Pesawat	56
F.	Membentuk Model Matematika	58
G.	Pengolahan Data Waktu Singgah di DPS dengan Metode Hungarian	60
H.	Pengolahan Data Waktu Singgah di CGK dengan Metode Hungarian	67
I.	Penggunaan POM-QM untuk Metode Hungarian	74
J.	Penggunaan LINGO untuk Metode Simpleks	81
K.	Pembahasan	84
BAB V PENUTUP		92
A.	Kesimpulan	92
B.	Saran	94
DAFTAR PUSTAKA		96
Lampiran-lampiran		99

DAFTAR TABEL

Tabel	Judul	Halaman
Tabel 2.1	Tabel Matriks Masalah Umum Penugasan	17
Tabel 2.2	contoh Data Matriks dari Soal Masalah Minimalisasi	23
Tabel 2.3	contoh Tabel Data Pengolahan Metode Hungarian	25
Tabel 2.4	Hasil Perhitungan Pertama contoh Masalah Minimalisasi	26
Tabel 2.5	Hasil Perhitungan Kedua contoh Masalah Minimalisasi	27
Tabel 4.1	Tabel Jadwal Penerbangan Maskapai PT Citilink Indonesia (WIB)	43
Tabel 4.2	Tabel penugasan sederhana	54
Tabel 4.3	Tabel Waktu Singgah Awak Pesawat di DPS	55
Tabel 4.4	Tabel Waktu Singgah Awak Pesawat di CGK	56
Tabel 4.5	<i>Entry-entry</i> data yang akan di optimalkan	61
Tabel 4.6	Nilai <i>entry-entry</i> terkecil pada baris sehingga mendapat nilai nol	61
Tabel 4.7	Pengurangan nilai baris dengan <i>entry-entry</i> terkecil baris	62
Tabel 4.8	Pengurangan nilai kolom dengan <i>entry-entry</i> terkecil kolom	62
Tabel 4.9	Penggambaran garis pada baris dan kolom yang memiliki <i>entry-entry</i> nol	63

Tabel 4.10	Pengurangan nilai <i>entry-entry</i> dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis	63
Tabel 4.11	Mengulangi Pengurangan nilai <i>entry-entry</i> dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis	64
Tabel 4.12	Mengulangi Pengurangan nilai <i>entry-entry</i> dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis	65
Tabel 4.13	<i>Entry-entry</i> data yang akan di optimalkan	68
Tabel 4.14	Nilai <i>entry-entry</i> terkecil pada baris sehingga mendapat nilai nol	68
Tabel 4.15	Pengurangan nilai baris dengan <i>entry-entry</i> terkecil baris	69
Tabel 4.16	Pengurangan nilai kolom dengan <i>entry-entry</i> terkecil kolom	69
Tabel 4.17	Penggambaran garis pada baris dan kolom yang memiliki <i>entry-entry</i> nol	70
Tabel 4.18	Mengulangi Pengurangan nilai <i>entry-entry</i> dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis	70
Tabel 4.19	Mengulangi Pengurangan nilai <i>entry-entry</i> dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis	71
Tabel 4.20	Mengulangi Pengurangan nilai <i>entry-entry</i> dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis	72
Tabel 5.1	Solusi Optimal Penugasan Awak Pesawat di DPS (Bali)	93

Tabel 5.2	Solusi Optimal Penugasan Awak Pesawat di CGK (Jakarta)	94
-----------	---	----

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Judul	Halaman
Gambar 2.1	Contoh Soal Metode Hungarian Kasus Meminimalkan Menggunakan POM-QM	31
Gambar 2.2	Contoh Memasukkan Data Metode Hungarian Kasus Meminimalkan Menggunakan POM-QM	33
Gambar 2.3	Contoh <i>Output</i> Hasil Pengolahan Data Metode Hungarian Kasus Meminimalkan Menggunakan POM-QM	33
Gambar 2.4	Contoh Soal Metode Simpleks Kasus Meminimalkan Menggunakan LINGO	35
Gambar 2.5	Contoh Memasukkan Data Metode Simpleks Kasus Meminimalkan Menggunakan LINGO	35
Gambar 2.6	Contoh <i>Output</i> Status Peyelelesaian Data Metode Simpleks Kasus Meminimalkan Menggunakan LINGO	36
Gambar 2.7	Contoh <i>Output</i> Hasil Pengolahan Data Metode Simpleks Kasus Meminimalkan Menggunakan LINGO	36
Gambar 3.1	Gambar Diagram Alir Langkah-Langkah Penelitian	41
Gambar 4.1	POM-QM Metode Hungarian Memasukan Data Waktu Singgah di DPS	76

Gambar 4.2	POM-QM Metode Hungarian <i>Output</i> Waktu Singgah di DPS	76
Gambar 4.3	POM-QM Metode Hungarian <i>Assignment List</i> Waktu Singgah di DPS	77
Gambar 4.4	POM-QM Metode Hungarian Memasukan Data Waktu Singgah di CGK	79
Gambar 4.5	POM-QM Metode Hungarian <i>Output</i> Waktu Singgah di CGK	79
Gambar 4.6	POM-QM Metode Hungarian <i>Assignment List</i> Waktu Singgah di CGK	80
Gambar 4.7	LINGO Metode Simpleks Memasukan Data Waktu Singgah di DPS	81
Gambar 4.8	LINGO Metode Simpleks Status Penyelesaian Data Waktu Singgah di DPS	82
Gambar 4.9	LINGO Metode Simpleks Memasukan Data Waktu Singgah di CGK	83
Gambar 4.10	LINGO Metode Simpleks Status Penyelesaian Data Waktu Singgah di CGK	84
Gambar 0.1	Data keberangkatan pesawat di CGK (WIB) dan kedatangan di DPS (WITA)	99
Gambar 0.2	Data keberangkatan pesawat di DPS (WITA) dan kedatangan di CGK (WIB)	100

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Data Pengamatan	99

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Transportasi adalah salah satu kebutuhan primer dari setiap manusia untuk memudahkan aktivitasnya. Penawaran berbagai moda transportasi menyesuaikan kebutuhan, kecepatan akses perjalanan, dan pilihan kenyamanan, serta keamanan konsumen terhadap suatu moda transportasi, menjadi faktor yang perlu diperhatikan oleh suatu perusahaan penyedia jasa transportasi. Moda transportasi pesawat terbang merupakan pilihan transportasi dengan jarak tempuh yang cepat untuk rute perjalanan jauh dibanding jika menggunakan moda transportasi lain, tak heran pengguna moda transportasi lebih memilih menggunakan moda transportasi pesawat terbang sebagai pilihan untuk menemani perjalanannya. Namun dilain sisi, pesawat terbang juga merupakan alat transportasi yang memiliki tingkat risiko kecelakaan yang tinggi, dari tahun 2010-2016, di Indonesia telah terjadi 26 insiden serius dan 15 kecelakaan (Lestari, M., Rahmawaty, A., Etrawati, F., Cahyani, N.A., Kasih, S.D., Rabiah, M.G., dan Ardiansyah, R., 2018).

Perusahaan yang bergerak dibidang jasa perlu mengutamakan fasilitas keselamatan pengguna jasa dan kenyamanan pelayanan konsumen jasa di atas segalanya. Fasilitas adalah segala sesuatu yang memudahkan konsumen di bidang jasa. fasilitas yang ditawarkan perusahaan itulah yang akan dinilai konsumen. Persepsi yang diperoleh dari fasilitas dan interaksi pelanggan berpengaruh terhadap kualitas jasa di mata pelanggan (Mismiwati,

M., 2016). Persaingan di dunia bisnis penyedia jasa transportasi, terkhusus transportasi udara dalam meningkatkan pelayanan kepada konsumen menjadi sangat diperhatikan. Jika suatu perusahaan tidak cakap beradaptasi terhadap era globalisasi, perusahaan akan mengalami ketertinggalan dalam persaingan dunia bisnis penyedia jasa transportasi udara yang makin kompetitif. Rute perjalanan Jakarta-Bali dan sebaliknya merupakan salah satu rute perjalanan paling ramai di Indonesia. Pulau Bali adalah salah satu tujuan wisata internasional paling terkenal di Indonesia. Wisatawan dari lokal dan internasional terbang langsung menuju Bali atau terkadang memilih transit dahulu di Jakarta sebagai ibu kota dan pusat bisnis Indonesia untuk selanjutnya menuju ke Pulau Bali. Mengakibatkan tingginya frekuensi penerbangan harian Rute Jakarta-Bali menjadikan pilihan nyaman, cepat dan fleksibel bagi para pekerja yang mengambil waktu cuti libur singkat (Parhusip, N., Arida, I., 2018). Badan Pusat Statistik (2023), mendata bahwa per-tahun 2022 terjadi adanya peningkatan jumlah keberangkatan pesawat yang terjadi di Bandara International Ngurah Rai sebesar 76,48 persen; Bandara International Soekarno Hatta sebesar 55,97 persen.

Alasan tersebut membuat perusahaan mengusahakan strategi pelayanan dengan menginisiasi penugasan awak pesawat supaya dapat memenuhi semua jadwal penerbangan yang disediakan oleh perusahaan. Strategi pelayanan adalah cara bagaimana menyikapi suatu keadaan dan kenyataan dengan memberikan solusi untuk mampu menangani keadaan tersebut. Solusi ataupun cara diambil berdasarkan kondisi kebutuhan dan mampu memberikan jalan terbaik dari keadaan yang terjadi. Strategi kadang identik dengan siasat untuk mengatasi masalah yang hadir, bukan sebaliknya

(Nihayah, N., 2023). untuk menghindari kurangnya pelayanan konsumen, dikarenakan waktu istirahat awak pesawat yang kurang. PT Citilink Indonesia yang beroperasi sebagai maskapai penerbangan berbiaya rendah (*low-cost carrier*) dari PT Garuda Indonesia (Persero) Tbk menyediakan penerbangan terjangkau bagi penumpang, terutama di pasar domestik Indonesia. Maskapai ini menawarkan rute yang bervariasi di dalam negeri maupun rute internasional. Citilink memainkan peran penting dalam industri penerbangan di Indonesia dengan pelayanan konsumen yang baik dan harga tiket yang kompetitif. Maka perlu diberlakukan alokasi penugasan awak pesawat yang optimal dalam rangka memenuhi jadwal penerbangan yang tersedia dengan cara menyesuaikan aturan waktu singgah awak pesawat yang cukup. Pada penelitian yang sudah dilakukan ditemukan adanya masalah penugasan awak pesawat yang tidak memenuhi ketentuan waktu singgah yaitu minimal 5 jam dan maksimal 29 jam, oleh karena itu peneliti menentukan optimasi penugasan awak pesawat dengan memperhatikan ketentuan waktu singgah.

Tertuang dalam Hadist Riwayat At-Thabrani dalam al-Mujam al-Awsath, 897 dan Al-Baihaqi dalam Syu'abul-Iman, 5312. Syaikh Al-Albani menyatakan ini hadits hasan di dalam Shahih Al-jami, 1880 tentang profesionalisme dalam bekerja.

عَنْ عَائِشَةَ، أَنَّ رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ قَالَ: إِنْ اللَّهُ عَزَّ وَجَلَّ يُجِبُ إِذَا عَمِلَ أَحَدُكُمْ عَمَلًا أَنْ يُثَبِّتَهُ

Artinya: "Sesungguhnya Allah Azza wa Jalla menyukai jika salah seorang dari kalian melakukan suatu pekerjaan, dia melakukannya secara itqan."

Ayat tersebut memberikan pemahaman jika Allah menyukai dia yang melakukan pekerjaan dengan itqan, itqan berarti menyempurnakan pekerjaan tersebut, melakukannya dengan baik dan teliti. Allah memerintahkan agar manusia senantiasa bekerja dengan profesional, relevan dengan kasus yang akan diteliti yaitu mengoptimalkan waktu singgah sehingga awak pesawat dapat segera dialokasikan ke jadwal penerbangan selanjutnya yang tersedia di kota singgah. Melakukan pekerjaan dengan itqan diharap akan menjadi barokah bagi pekerja guna memperoleh rezeki halal bagi diri sendiri, keluarga, juga sebagian yang disedekahkan kepada yang membutuhkan.

Masalah yang peneliti temui adalah mengenai penugasan awak pesawat yang didasari pada bagaimana meminimalkan waktu singgah awak pesawat sehingga awak pesawat dapat ditugaskan secara optimal, dengan memperhatikan aturan waktu singgah yang cukup bagi awak pesawat (Munapo, E., 2020). Kegiatan penugasan yang biasa disebut masalah penugasan (*assignment problem*), merupakan suatu kasus khusus dari masalah linier. Teknik pemecahan masalah penugasan salah satunya adalah Metode Hungarian. Masalah penugasan memiliki syarat terdapat fasilitas yang sama banyaknya dengan tugas, misalnya masing-masing sebanyak n . Terdapat $n!$ cara yang berbeda dalam menetapkan tugas pada fasilitas dengan korespondensi satu-ke-satu (*one-to-one*). Tujuan dari masalah penugasan untuk menetapkan setiap tugas yang sesuai pada pekerja, sehingga total kompetensi atau hasil pekerjaan dapat optimalkan (Anton dan Rorres, 2005).

Dwi Harini (2017), menerapkan Metode Hungarian dalam optimasi penugasan pengantaran barang pada CV. L&J Express

Malang. Hasil dari penelitian Dwi Harini tersebut dapat menghemat waktu perjalanan mengantarkan barang dari yang semula 119 menit menjadi 105 menit, sehingga efisiensi waktu optimal atau lebih pendek sebesar 14 menit. Riyanto dan Atmayani (2023), menggunakan Metode Hungarian dalam mengoptimalkan penugasan pejabat pengadaan langsung secara transaksional berdasarkan jenis pengadaan, penelitian Riyanto dan Atmayani juga menggunakan aplikasi POM-QM. Hasil dari penelitian Riyanto dan Atmayani memberikan mitigasi waktu tertentu yaitu terdapat proses pengadaan yang berjalan dengan jenis pengadaan yang bermacam-macam terkhusus pada akhir tahun (triwulan IV) dengan pembagian penugasan dan waktu yang efektif. Analisis data menggunakan Aplikasi POM-QM bertujuan untuk memberikan validasi hasil analisis yang telah dilakukan secara manual dengan rumus umum metode Hungarian sebagai kontrol pengolahan. Penelitian terdahulu yang menerapkan tentang penugasan awak pesawat yang dikaji oleh peneliti Wulan, E., Mujtaba, A., Mutia, R. (2023) menyatakan bahwa metode hungarian dapat digunakan dalam masalah penugasan awak pesawat dalam penyusunan jadwal kru maskapai di india dengan rute Bhubaneswar to Kolkata sehingga diperoleh penyelesaian waktu singgah optimum dan biaya operasional awak pesawat secara signifikan.

Kasus yang diteliti dalam penelitian ini, ditujukan untuk mengoptimalkan masalah penugasan awak pesawat maskapai PT Citilink Indonesia. Penelitian ini memberikan solusi untuk meminimumkan waktu singgah awak pesawat di Jakarta dan Bali. Peneliti menangani masalah penugasan awak pesawat dengan mempertimbangkan aktivitas dan preferensi yang telah

berjalan sesuai dengan aturan dan langkah langkah Metode Hungarian, dengan mengalokasikan awak pesawat yang datang di kota singgah ke pesawat yang akan melakukan keberangkatan dari kota singgah yang sama, sehingga mencapai total waktu singgah optimal. Peneliti akan menggunakan aplikasi POM-QM untuk pengolahan Metode Hungarian, kemudian aplikasi LINGO untuk pengolahan Metode Simpleks, untuk lebih memantapkan penelitiannya (Basriati, Lestari, A., 2017). Sesuai dengan uraian yang dituliskan, penelitian ini berfokus pada kasus dengan judul PENERAPAN METODE HUNGARIAN PADA OPTIMASI PENUGASAN AWAK PESAWAT DENGAN RUTE PERJALANAN JAKARTA-BALI.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan permasalahan yang melatar belakangi topik pembahasan pada penelitian, dapat dirumuskan beberapa rumusan masalah sebagai ancuhan penelitian, yaitu:

1. Bagaimana bentuk model matematika dari masalah penugasan awak pesawat yang diperoleh berdasarkan ketentuan waktu singgah awak pesawat oleh maskapai PT Citilink Indonesia ?
2. Bagaimana menentukan solusi optimal penugasan awak pesawat di PT Citilink Indonesia dengan rute perjalanan Jakarta-Bali menggunakan Metode Hungraian, dengan memperhatikan ketentuan waktu singgah ?

C. Tujuan Penelitian

Rumusan masalah yang telah dituliskan menjadi tendensi penelitian yang dilakukan supaya mencapai tujuan penelitian, yaitu:

1. Mengetahui model penugasan awak pesawat berdasarkan ketentuan waktu singgah awak pesawat oleh maskapai PT Citilink Indonesia.
2. Mendapatkan waktu singgah optimal masalah penugasan awak pesawat PT. Citilink Indonesia menggunakan Metode Hungarian.

D. Pembatasan Masalah

Masalah penelitian ini dibatasi pada penugasan awak pesawat dengan rute penerbangan Jakarta-Bali dan Bali-Jakarta. Selain itu, masalah juga dibatasi pada :

1. Peneliti mengambil kasus pada maskapai penerbangan PT Citilink Indonesia.
2. Asumsikan semua sampel jadwal jam penerbangan pesawat dengan rute Jakarta-Bali atau Bali-Jakarta oleh maskapai PT Citilink Indonesia berhasil sampai ke kota tujuan (sudah termasuk waktu *delay* dan tidak ada *reschedule*),
3. Asumsikan setiap penerbangan pesawat mengangkut penumpang penuh 100%.
4. Awak pesawat pada penelitian ini merupakan awak pesawat yaitu kelompok, tidak termasuk pilot.

5. Awak pesawat pada penelitian ini merupakan awak pesawat yang di tugaskan untuk penerbangan dengan rute perjalanan dari Jakarta ke Bali dan kembali lagi ke Jakarta. Maupun, rute perjalanan Bali ke Jakarta dan kembali ke Bali.
6. Kasus yang diteliti berfokus pada waktu singgah yang dibutuhkan oleh awak pesawat, PT Citilink Indonesia di kota singgah (Jakarta dan Bali).
7. Penelitian ini termasuk dalam masalah penugasan sederhana (*one objective*).

E. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat selaras dengan rumusan masalah, tujuan penelitian, dan pembatasan masalah. Sehingga dapat memberikan dampak positif dari manfaat penelitian, berikut:

1. Menjadi referensi dan wawasan dari penerapan Metode Hungarian.
2. Menjadi referensi dan wawasan aplikasi POM-QM dan LINGO.
3. Membantu pihak maskapai PT Citilink Indonesia untuk dijadikan pertimbangan dalam mengalokasikan awak pesawat ke jadwal jam penerbangan pesawat selanjutnya di kota singgah ke kota tujuan.
4. Membantu menentukan penambahan awak pesawat atau jam penerbangan pesawat untuk memaksimalkan pelayanan penerbangan, terkhusus pada rute vital.

5. Membuka peluang mempertimbangkan gaji awak pesawat sebagai bentuk apresiasi loyalitas kinerja dari penjadwalan yang berlaku.

BAB II

LANDASAN PUSTAKA

A. PT. Citilink Indonesia (QG)

PT Citilink Indonesia adalah anak perusahaan dari PT Garuda Indonesia yang didirikan pada tahun 2009 sebagai Unit Bisnis Strategis dan menjadi salah satu opsi maskapai penerbangan bertarif rendah di Indonesia. Setelah memperoleh AOC (*Air Operator certificate*) pada tanggal 30 Juli 2012, PT Citilink Indonesia resmi beroperasi sebagai entitas bisnis terpisah dari PT Garuda Indonesia. Akta No. 91 tanggal 10 Agustus 2012 mengenai penyertaan tambahan modal berupa pesawat terbang, maka kepemilikan saham PT Citilink Indonesia adalah 94,3% milik PT Garuda Indonesia dan 5,7% milik PT Aero Wisata. PT Citilink Indonesia beroperasi secara mandiri sejak tanggal 30 Juli 2012 dengan IATA *flight code* “QG”, ICAO *designation* “CTV” dan *call sign* “Supergreen”. Ijin usaha PT Citilink Indonesia, penerbangan SIUAU/NB-027 pada tanggal 27 Januari 2012 dan sertifikat penerbangan AOC 121-046 pada tanggal 22 Juni 2012. Sampai saat ini, Citilink menjadi maskapai berbiaya rendah yang digandrungi konsumen pengguna moda transportasi pesawat terbang di Indonesia sejak kemunculan pesawat A320 sebagai salah satu armada perusahaan. Airbus A320 adalah pesawat komersial jarak pendek menengah pertama yang dilengkapi dengan *system Control fly-by-wire digital*, dimana pilot mengendalikan pesawat bukan secara mekanik melainkan melalui sinyal elektronik.

Operasional penugasan awak pesawat di Indonesia diatur oleh Direktorat Jenderal Perhubungan Udara Kementerian

Perhubungan dan mengikuti pedoman dari Organisasi Penerbangan Sipil Internasional (ICAO). Sehingga memberikan gambaran ketentuan yang berlaku pada maskapai PT Citilink Indonesia untuk diambil sebagai kebutuhan penelitian, sebagai berikut:

1. Jenis Pesawat

Maskapai citilink dalam rute Jakarta (CGK) - Bali (DPS) atau Bali (DPS) -Jakarta (CGK) menggunakan Pesawat jenis Airbus A320 .

2. Pilot

Pesawat Berukuran Besar (*Multi Pilot*). Pesawat besar memerlukan dua pilot (kapten dan *co-pilot*), sehingga memerlukan 2 pilot.

3. Awak Pesawat

Pesawat jenis Airbus A320 mampu mengangkut sekitar 180 penumpang, sehingga memerlukan 3-6 awak pesawat. (Standar umum adalah satu kru kabin untuk setiap 50 penumpang).

4. Ketentuan Jadwal Jam Terbang

Jadwal jam penerbangan mengikuti waktu lokasi bandara atau *local time*. Misal, keberangkatan dari Bandara International Soekarno Hatta atau CGK menggunakan WIB dan kedatangan I Gusti Ngurahrai atau DPS menggunakan WITA.

5. Standar Estimasi Terbang

Pesawat dengan rute Jakarta-Bali atau Bali-Jakarta umumnya memiliki waktu tempuh 1,5 jam sampai dengan 2 jam.

6. Ketentuan Waktu singgah

Awak pesawat mempunyai waktu singgah selama minimal 5 Jam, dan tidak boleh menunggu lebih dari 24 Jam. sehingga waktu singgah paling maksimal adalah 29 jam.

7. Jadwal Penerbangan Harian

Maskapai PT Citilink Indonesia dalam satu hari melayani masing-masing enam jadwal jam penerbangan dengan rute Jakarta (CGK) - Bali (DPS) atau Bali (DPS) - Jakarta (CGK).

B. Program Linier

Pemrograman linear ialah salah satu teknik dari riset operasi untuk memecahkan persoalan optimasi (maksimum atau minimum) dengan menggunakan persamaan dan pertidaksamaan linear dalam rangka untuk mencari pemecahan yang optimal dengan memperhatikan pembatasan-pembatasan yang ada (Aminudin, H., 2005). Pemrograman linear yaitu sebagai metode matematis yang berbentuk linear untuk menentukan suatu penyelesaian optimal dengan cara memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap suatu susunan kendala (Siswanto, 2006). Tujuan pemrograman linear adalah memecahkan persoalan memaksimumkan atau meminimumkan untuk mendapatkan penyelesaian yang optimal. Adapun

asumsi-asumsi dasar pemrograman linear sebagai berikut (Aminudin, H., 2005):

1. *Proportionality* (Kesebandingan)

Asumsi ini mempunyai arti bahwa naik turunnya nilai fungsi tujuan dan penggunaan sumber atau fasilitas yang tersedia akan berubah secara sebanding atau proporsional dengan perubahan tingkat kegiatan.

2. *Additivity* (Penambahan)

Asumsi ini mempunyai arti bahwa nilai fungsi tujuan tiap kegiatan tidak saling mempengaruhi, atau dalam pemrograman linear dianggap bahwa kenaikan dari nilai tujuan yang diakibatkan oleh kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian nilai tujuan yang diperoleh dari kegiatan lain.

3. *Divisibility* (Dapat dibagi)

Asumsi ini menyatakan bahwa keluaran yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan pecahan. Demikian pula dengan nilai tujuan yang dihasilkan.

Masalah optimasi dalam program linear adalah pencarian nilai total maksimum atau pencarian nilai total minimum dari fungsi tujuan dengan batasan atau kendala tertentu. Kasus secara umum dapat dirumuskan sebagai berikut (Siswanto, 2006):

Fungsi tujuan memaksimumkan atau meminimumkan dinotasikan dengan Z dan relasi dalam kendala berbentuk $(\leq)$ sehingga bentuknya menjadi:

$$\begin{aligned} \text{Max, Min } Z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_jx_j \\ \text{atau } Z &= \sum_{j=1}^n c_jx_j \end{aligned} \quad (2.1)$$

Dengan Kendala:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m a_{ij}x_j \{<, =, >\} b_i \\ \text{untuk } i = 1, 2, 3, \dots, m \\ x_j \geq 0 \text{ untuk } j = 1, 2, 3, \dots, n \end{aligned} \quad (2.2)$$

Keterangan:

z : fungsi tujuan yang akan dioptimalkan

c_j : koefisien variabel keputusan ke- j , dengan $j = 1, 2, 3, \dots, n$

x_j : variabel keputusan ke- j , dengan $j = 1, 2, 3, \dots, n$

a_{ij} : koefisien fungsi kendala ke- i dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dari variable keputusan ke- j dengan $j = 1, 2, 3, \dots, n$

b_i : kapasitas kendala ke- i

C. Masalah Penugasan

Masalah mengenai pengaturan objek untuk melaksanakan tugas, dengan tujuan memaksimalkan ataupun meminimumkan biaya, waktu, jarak, dan sebagainya adalah Masalah penugasan (*assignment problem*) yang penyelesaiannya dapat menggunakan Metode Hungarian (Soemartojo, N., 1988). Masalah umum penugasan yaitu n tugas harus ditugaskan kepada m pekerja, setiap

pekerja memiliki potensi yang berbeda dalam menyelesaikan setiap tugasnya. Masalah alokasi tenaga kerja adalah masalah yang berhubungan dengan alokasi optimal tenaga kerja atau personalia yang mempunyai tingkat efisiensi berbeda-beda untuk tugas yang berbeda-beda (Handoko, T.H., 2008). Pemberian tugas yang diberikan pada pekerja sehingga yang bersangkutan akan menggerakkan segala kemampuan yang ada pada dirinya untuk melaksanakan dan menyelesaikan tugas tersebut dengan tepat waktu, dan dengan hasil terbaik.

Subagyo, P., Asri, M., dan Handoko, T. (2000), menjelaskan bahwa desain pekerjaan dapat didefinisikan sebagai fungsi penetapan kegiatan-kegiatan kerja seorang individu atau kelompok secara organisasional. Tujuannya adalah untuk mengatur penugasan-penugasan kerja yang memenuhi kebutuhan-kebutuhan organisasi dan teknologi yang memuaskan kebutuhan perusahaan. Masalah penugasan merupakan sebuah cara perhitungan yang tepat untuk sebuah bisnis usaha dalam menentukan penempatan kerja atau penugasan. Perusahaan-perusahaan besar sering menggunakan metode ini ketika hendak menentukan penempatan kerja karyawan di cabang-cabang mereka, dengan maksud tidak salah pilih dan dapat menghasilkan hasil kerja yang optimal.

Penyelesaian Masalah penugasan terdapat beberapa metode seperti Metode Enumerasi, Metode Simpleks, Metode Transportasi, dan Metode Hungarian. Beberapa metode tersebut, secara umum Metode Enumerasi cocok untuk masalah yang memiliki ruang solusi terbatas namun tidak efisien untuk masalah besar. Metode Simpleks sangat efisien untuk masalah pemrograman linier, terutama dalam aplikasi industri dan

ekonomi. Metode Transportasi digunakan khusus untuk masalah distribusi dan alokasi sumber daya, seperti dalam logistik. Metode Hungarian sangat efisien dalam menyelesaikan masalah penugasan tugas atau pekerjaan dengan biaya atau waktu minimal. Penelitian yang akan saya lakukan berkaitan dengan masalah penugasan dengan memperhatikan waktu maka cocok menggunakan Metode Hungarian.

D. Masalah Penugasan Sederhana

Persoalan penugasan sederhana adalah persoalan penugasan yang hanya memiliki satu tujuan kriteria, yaitu memaksimalkan atau meminimalkan suatu sumber daya (biaya, waktu, kualitas atau jarak) yang digunakan untuk menyelesaikan tugas. Masalah penugasan merupakan jenis khusus pemrograman linier dimana sumber-sumber dialokasikan kepada kegiatan-kegiatan atas dasar satusatu (*one-to-one basis*) (Hillier, dan Lieberman, 1990). Setiap sumber atau petugas seperti awak pesawat ditugasi secara khusus kepada suatu jadwal penerbangan. Terdapat waktu singgah (c_{ij}) yang berkaitan dengan awak pesawat i ($i = 1, 2, \dots, m$) yang memiliki jadwal penerbangan j ($j = 1, 2, \dots, n$), sehingga tujuannya adalah untuk menentukan bagaimana semua jadwal penerbangan harus dilakukan dengan meminimumkan total waktu singgah awak pesawat.

Persoalan penugasan yang akan mencakup sejumlah m pekerja atau dalam kasus ini adalah awak pesawat, mempunyai n tugas atau dalam kasus ini adalah jadwal penerbangan. Dengan asumsi $n = m$, sehingga akan ada $n!$ penugasan yang mungkin dalam suatu masalah karena harus berpasangan satu-satu.

Apabila pekerja i ($i = 1, 2, \dots, m$) ditugaskan kepada tugas j ($j = 1, 2, \dots, n$) maka akan muncul waktu singgah c_{ij} . Penelitian yang akan dilakukan menggunakan Metode Hungarian sebagai cara penyelesaian persoalan penugasan. Tujuannya adalah meminimalkan total waktu singgah yang di perlukan awak pesawat dalam menyelesaikan penugasannya yaitu dengan mengalokasikan awak pesawat yang tiba di kota singgah tersebut ke jadwal penerbangan yang paling dekat dengan waktu kedatangannya.

Masalah penugasan yang berkaitan dengan waktu singgah, dapat direpresentasikan seperti pada Tabel 2.1 sebagai berikut:

Tabel 2.1. Tabel Matriks Masalah Umum Penugasan

Pekerja	Tugas						
	1	2	3	...	j	...	n
1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	...	c_{1j}	...	c_{1n}
2	c_{21}	c_{22}	c_{23}	...	c_{2j}	...	c_{2n}
3	c_{31}	c_{32}	c_{33}	...	c_{3j}	...	c_{3n}
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
i	c_{i1}	c_{i2}	c_{i3}	...	c_{ij}	...	c_{in}
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
m	c_{m1}	c_{m2}	c_{m3}	...	c_{mj}	...	c_{mn}

Bila pada suatu masalah ditemui adanya jumlah jadwal penerbangan dan awak pesawat (jumlah baris $\neq$ jumlah kolom atau $n \neq m$), maka untuk menyamakan jumlahnya perlu ditambahkan suatu variabel semu, yaitu ditambahkan suatu tugas (kolom) semu jika jumlah jadwal penerbangan lebih kecil

daripada jumlah awak pesawat dan sebaliknya, ditambahkan suatu awak pesawat (baris) semu jika jumlah awak pesawat lebih kecil daripada jumlah jadwal penerbangan (Hillier, dan Lieberman, 1990). Penambahan baris ataupun kolom semu ini merupakan langkah awal dalam pembuatan tabel matriks penugasan agar dapat diselesaikan menggunakan Metode Hungarian. Dengan demikian diasumsikan bahwa jumlah awak pesawat sama dengan jumlah jadwal penerbangan ($m = n$) yang juga berarti ($i = j$).

Fungsi objektif pada persoalan penugasan ini dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\
 \sum_{i=1}^m x_{ij} &= 1 : i = 1, 2, \dots, m \\
 \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1 : j = 1, 2, \dots, n \\
 x_{ij} &= \begin{cases} 1, & \text{jika pekerja } i \text{ melakukan tugas } j \\ 0, & \text{jika pekerja } i \text{ tidak melakukan tugas } j \end{cases}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Keterangan :

- Z adalah fungsi tujuan atau jumlah optimum.
- x_{ij} adalah batasan kendala.
- m adalah jumlah awak pesawat.
- n adalah jumlah jadwal penerbangan.

E. Metode Hungarian

Metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah penugasan adalah Metode Hungarian. Metode ini ditemukan oleh Horald Kuhn pada tahun 1955 dan disempurnakan oleh Jones Munkes pada tahun 1957 keduanya berkebangsaan Hungaria. Oleh karena itu, Metode Hungarian biasa disebut juga algoritma Kuhn-Munkes. Metode ini merupakan pilihan para peneliti untuk menyelesaikan masalah penugasan *one to one*.

Skema umum Metode Hungarian adalah memodifikasi baris dan kolom dalam matriks efektifitas sampai muncul sebuah *entry* nol minimal satu dalam setiap baris atau kolom yang dapat dipilih sebagai alokasi penugasan (Prawisentono, S., 2005). Alokasi tugas yang optimal memberikan hasil penugasan ke tugas dengan waktu yang paling minimum dalam kasus meminimumkan pada penelitian ini.

Menurut Taha (1996), syarat - syarat Metode Hungarian, Yaitu:

1. Jumlah baris harus sama dengan jumlah kolom yang harus diselesaikan.
2. Setiap satu sumber harus mengerjakan satu tugas.
3. Jika jumlah sumber tidak sama dengan jumlah tugas atau sebaliknya, maka perlu ditambahkan variabel semu sumber atau variabel semu tugas.
4. Terdapat dua permasalahan yaitu meminimumkan kerugian atau memaksimumkan keuntungan.

Secara umum persoalan penugasan dengan Metode Hungarian dibagi dua yaitu masalah maksimalisasi dan minimalisasi. Menurut

Rahardjo (2010), langkah- langkah proses penyelesaian masalah penugasan menggunakan Metode Hungarian untuk masalah minimalisasi adalah sebagai berikut:

- a. Identifikasi dan penyederhanaan masalah dalam bentuk tabel penugasan.
- b. Menentukan nilai terkecil dari setiap baris, kemudian mengurangi setiap nilai dalam baris tersebut dengan nilai terkecilnya
- c. Periksa apakah setiap kolom telah mempunyai nilai nol. Bila sudah dilanjutkan pada langkah ke-4 , jika belum, dilakukan penentuan nilai terkecil dari setiap kolom yang belum mempunyai nilai nol, kemudian setiap nilai pada kolom tersebut dikurangkan dengan nilai terkecilnya.
- d. Lakukan penutupan semua nilai nol dengan menggunakan garis vertika/horizontal seminimal mungkin. Bila jumlah garis sudah sama dengan jumlah baris atau kolom, maka tabel telah optimal. Jika jumlah garis belum sama dengan jumlah baris atau kolom maka dilanjutkan pada langkah ke-5.
- e. Ditentukan nilai terkecil dari nilai-nilai yang tidak tertutup garis. Lalu semua nilai yang tidak tertutup garis dikurangkan dengan nilai terkecil tersebut, dan nilai yang tertutup oleh dua garis ditambahkan dengan nilai terkecil tersebut.
- f. Kembali pada langkah ke-4.

Untuk lebih jelasnya, berikut contoh soal minimalisasi :

Sebuah perusahaan kecil mempunyai empat pekerjaan (A, B, C, D) yang berbeda diselaikan oleh empat karyawan (P1, P2, P3, P4).

waktu penugasan seorang karyawan dalam menyelesaikan tugas masing-masing berbeda dengan variabel yang digunakan berikut:

Variable yang digunakan :

1. c_{11} = Waktu untuk karyawan P1 menyelesaikan pekerjaan A.
2. c_{12} = Waktu untuk karyawan P1 menyelesaikan pekerjaan B.
3. c_{13} = Waktu untuk karyawan P1 menyelesaikan pekerjaan C.
4. c_{14} = Waktu untuk karyawan P1 menyelesaikan pekerjaan D.
5. c_{21} = Waktu untuk karyawan P2 menyelesaikan pekerjaan A.
6. c_{22} = Waktu untuk karyawan P2 menyelesaikan pekerjaan B.
7. c_{23} = Waktu untuk karyawan P2 menyelesaikan pekerjaan C.
8. c_{24} = Waktu untuk karyawan P2 menyelesaikan pekerjaan D.
9. c_{31} = Waktu untuk karyawan P3 menyelesaikan pekerjaan A.
10. c_{32} = Waktu untuk karyawan P3 menyelesaikan pekerjaan B.
11. c_{33} = Waktu untuk karyawan P3 menyelesaikan pekerjaan C.
12. c_{34} = Waktu untuk karyawan P3 menyelesaikan pekerjaan D.
13. c_{41} = Waktu untuk karyawan P4 menyelesaikan pekerjaan A.
14. c_{42} = Waktu untuk karyawan P4 menyelesaikan pekerjaan B.
15. c_{43} = Waktu untuk karyawan P4 menyelesaikan pekerjaan C.
16. c_{44} = Waktu untuk karyawan P4 menyelesaikan pekerjaan D.
17. x_{11} = Alokasi Penugasan karyawan P1 menyelesaikan pekerjaan A.

18. x_{12} = Alokasi Penugasan karyawan P1 menyelesaikan pekerjaan B.
19. x_{13} = Alokasi Penugasan karyawan P1 menyelesaikan pekerjaan C.
20. x_{14} = Alokasi Penugasan karyawan P1 menyelesaikan pekerjaan D.
21. x_{21} = Alokasi Penugasan karyawan P2 menyelesaikan pekerjaan A.
22. x_{22} = Alokasi Penugasan karyawan P2 menyelesaikan pekerjaan B.
23. x_{23} = Alokasi Penugasan karyawan P2 menyelesaikan pekerjaan C.
24. x_{24} = Alokasi Penugasan karyawan P2 menyelesaikan pekerjaan D.
25. x_{31} = Alokasi Penugasan karyawan P3 menyelesaikan pekerjaan A.
26. x_{32} = Alokasi Penugasan karyawan P3 menyelesaikan pekerjaan B.
27. x_{33} = Alokasi Penugasan karyawan P3 menyelesaikan pekerjaan C.
28. x_{34} = Alokasi Penugasan karyawan P3 menyelesaikan pekerjaan D.
29. x_{41} = Alokasi Penugasan karyawan P4 menyelesaikan pekerjaan A.

30. x_{42} = Alokasi Penugasan karyawan P4 menyelesaikan pekerjaan B.
31. x_{43} = Alokasi Penugasan karyawan P4 menyelesaikan pekerjaan C.
32. x_{44} = Alokasi Penugasan karyawan P4 menyelesaikan pekerjaan D.

Karena $m = n$, yaitu $4=4$ maka dilanjutkan dan memperoleh tabel matrik waktu (menit) dari perusahaan sebagai berikut :

Tabel 2.2. contoh Data Matriks dari Soal Masalah Minimalisasi

Pekerja	Tugas			
	A	B	C	D
P1	4	2	1	3
P2	7	8	9	6
P3	5	5	4	2
P4	6	3	2	4

Keterangan :

- Baris Ke-satu (menit)

1. $c_{11} = 4$

2. $c_{12} = 2$

3. $c_{13} = 1$

4. $c_{14} = 3$

- Baris Ke-dua (menit)

5. $c_{21} = 7$

6. $c_{22} = 8$

7. $c_{23} = 9$

8. $c_{24} = 6$

- Baris Ke-tiga (menit)

9. $c_{31} = 5$

10. $c_{32} = 5$

11. $c_{33} = 4$

12. $c_{34} = 2$

- Baris Ke-empat (menit)

13. $c_{41} = 6$

14. $c_{42} = 3$

15. $c_{43} = 2$

16. $c_{44} = 4$

Mendapatkan Model Matematika :

- Fungsi Tujuan

Meminimumkan $Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$

$$Z = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij}x_{ij}$$

Meminimumkan

$$Z = c_{11} x_{11} + c_{12} x_{12} + c_{13} x_{13} + c_{14} x_{14} + c_{22} x_{22} + c_{23} x_{23} + c_{24} x_{24} + c_{31} x_{31} + c_{32} x_{32} + c_{33} x_{33} + c_{34} x_{34} + c_{41} x_{41} + c_{42} x_{42} + c_{43} x_{43} + c_{44} x_{44}$$

Sehingga,

$$Z = 4 x_{11} + 2 x_{12} + 1 x_{13} + 3 x_{14} + 1 x_{21} + 8 x_{22} + 8 x_{23} + 6 x_{24} + 5 x_{31} + 5 x_{32} + 4 x_{33} + 2 x_{34} + 6 x_{41} + 3 x_{42} + 2 x_{43} + 4 x_{44}$$

- Dengan kendala

1. Karyawan,

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 : i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 1$$

2. Pekerjaan

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 : j = 1, 2, \dots, n$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 1$$

Melanjutkan pengolahan data ke Metode hungarian dari tabel Data Matriks (menit)

Tabel 2.3. contoh Tabel Data Pengolahan Metode Hungarian

Pekerja	Tugas			
	A	B	C	D
P1	4	2	1	3
P2	7	8	9	6
P3	5	5	4	2
P4	6	3	2	4

Tentukan nilai terkecil dari baris, lalu kurangkan dengan setiap nilai dalam barisnya. Maka diperoleh:

Tabel 2.4. Hasil Perhitungan Pertama contoh Masalah Minimalisasi

Pekerja	Tugas			
	A	B	C	D
P1	3	1	0	2
P2	1	2	3	0
P3	3	3	2	0
P4	4	1	0	2

Lihat pada Tabel 2.4 tentukan nilai terkecil pada kolom yang belum memiliki angka nol, lalu kurangkan nilai pada kolom tersebut. Selanjutnya lakukan penggarisan nilai nol, diperoleh:

Tabel 2.5. Hasil Perhitungan Kedua contoh Masalah Minimalisasi

Pekerja	Tugas			
	A	B	C	D
P1	2	0	0	2
P2	0	1	3	0
P3	2	2	2	0
P4	3	0	0	4

Berdasarkan Tabel 2.5 jumlah garis sama dengan jumlah baris atau kolom, artinya penyelesaian sudah optimal. Maka dapat di tentukan waktu optimal dari tabel 2.5 dengan cara mencari pasangan baris dan kolom yang memiliki nilai nol dimulai dari yang memiliki angka nol paling sedikit jika nilai nol pada pasangan baris dan kolom sama banyak maka tentukan pasangan baris dan kolom mulai dari yang paling terdekat dari pojok kiri tabel, pastikan tidak ada pasangan yang sama (tidak ada tugas sama yang di kerjakan oleh pekerja yang berbeda, berlaku sebaliknya) yaitu pertama pasangan P3 dengan D, lalu P1 dengan B, P2 dengan A, P4 dengan C diperoleh hasil dengan keterangan sebagai berikut:

P1 mengerjakan tugas B yaitu 2 menit

P2 mengerjakan tugas A yaitu 7 menit

P3 mengerjakan tugas D yaitu 2 menit

P4 mengerjakan tugas C yaitu 2 menit.

Dengan total nilai waktu optimalnya adalah $Z = 2 + 7 + 2 + 2 = 13$ menit.

F. Metode Simpleks

Metode simpleks ditemukan oleh George Dantzig pada tahun 1974. Masalah program linear berkembang pesat setelah ditemukan suatu metode penyelesaian program linear yaitu metode simpleks. Tidak hanya itu metode ini terus dikembangkan untuk menyelesaikan program linear bahkan sampai pada masalah riset operasi seperti pemrograman dinamik, teori antrian, bahkan teori persediaan hingga tahun 1950an (Suparno, 2009). Metode simpleks dilengkapi dengan suatu tes yang dapat memberitahukan kapan hitungan harus dihentikan dan kapan harus dilanjutkan sampai diperoleh suatu penyelesaian yang optimal. Pada umumnya menggunakan tabel, dari tabel pertama yang memberikan pemecahan dasar yang layak sampai pada tabel terakhir yang memberikan solusi yang optimal (Suparno, 2009). Untuk menyelesaikan dengan menggunakan metode simpleks harus memenuhi kriteria-kriteria berikut (Suparno, 2009):

1. Seluruh pembatas berbentuk persamaan (=)

- (a) Jika pembatas bertanda $\leq$ atau $\geq$ dapat dijadikan suatu persamaan yang bertanda $=$ dengan cara menambah variabel *slack* atau mengurangi variabel *surplus* yang merupakan variabel yang memiliki tingkat kapasitas batasan. Jika pada persamaan tersebut adalah $\leq$ maka kita harus menambahkan variabel *slack* (x_{n+1}) dan jika persamaan bertanda $\geq$ maka kita harus menguranginya dengan variabel *surplus* ($-x_{n+1}$).
- (b) Ruas kanan dari suatu persamaan dapat dijadikan bilangan negatif jika kedua ruas dikalikan -1.

- (c) Arah pertidaksamaan dapat berubah jika kedua ruas dikalikan dengan -1.
 - (d) Pembatas dengan ketidaksamaan yang ruas kirinya berada dalam tanda mutlak dapat diubah menjadi dua ketidaksamaan.
2. Seluruh variabel merupakan variabel tak negatif.
 3. Fungsi tujuan berupa maksimum atau minimum.

Langkah-langkah dalam menggunakan metode simpleks yaitu (Suparno, 2009):

1. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala.
Fungsi tujuan diubah menjadi bentuk baku. Fungsi pembatas sebelum dimasukkan dalam tabel ditambahkan variabel *slack* atau dikurangkan variabel *surplus*.
2. Menyusun persamaan-persamaan ke dalam tabel awal simpleks.

Variabel Dasar	z	x_1	x_2	...	x_n	x_{n+1}	x_{n+2}	...	x_{n+m}	nk
z	1	$-c_1$	$-c_2$	...	$-c_n$	0	0	...	0	0
x_{n+1}	0	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	...	0	b_1
x_{n+2}	0	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	...	0	b_1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
x_{n+m}	0	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	...	1	b_m

Keterangan :

Z = Nilai fungsi tujuan

nk = Nilai kanan

3. Memilih kolom kunci.

Dalam kasus memaksimalkan kolom kunci adalah kolom yang mempunyai nilai negatif terbesar pada baris Z , sedangkan dalam kasus meminimumkan kolom kunci adalah kolom yang mempunyai nilai positif terbesar pada baris Z .

4. Memilih baris kunci.

Baris kunci ditentukan berdasarkan nilai indeks positif terkecil. cara menentukan indeks yaitu:

$$i = \frac{nk}{k_c}$$

Keterangan :

i = Indeks

nk = Nilai Kanan

k_c = Nilai Kolom Kunci

5. Mengubah nilai baris-baris kunci.

Nilai baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci. Angka kunci adalah nilai perpotongan antara kolom kunci dan baris kunci atau biasa disebut dengan (*pivot*).

6. Mengubah nilai-nilai selain baris kunci sehingga nilai-nilai kolom kunci = 0.

7. Melanjutkan langkah-langkah sampai baris z tidak ada yang bernilai negatif pada permasalahan maksimum.

G. Aplikasi POM-QM

Masalah penugasan adalah masalah yang berkaitan dengan penugasan pekerja untuk menyelesaikan tugas. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah penugasan, mengalokasi satu pekerja ke satu tugas tugas yang paling efisien adalah Metode Hungarian, dapat dikatakan tugas ke manusia atau manusia ke tugas dengan tujuan meminimumkan total waktu yang di butuhkan pekerja tertentu ke mesin tertentu (Yamit, Z., 2003). Penelitian dengan menerapkan aplikasi POM-QM dalam Metode Hungarian perlu untuk dilakukan dengan harapan dapat meyakinkan peneliti dalam menyelesaikan masalah penugasan yang diteliti. Berikut langkah-langkah Metode Hungarian menggunakan POM-QM kasus meminimalkan:

Contoh soal masalah penugasan meminimalkan dengan metode hungarian pada aplikasi POM-QM :

Misal Sebuah perusahaan kecil mempunyai empat pekerjaan (I, II, III, IV) yang berbeda diselaikan oleh empat karyawan (A, B, C, D) dengan biaya pengerjaan berbeda. Berikut tabel matriks biayanya:

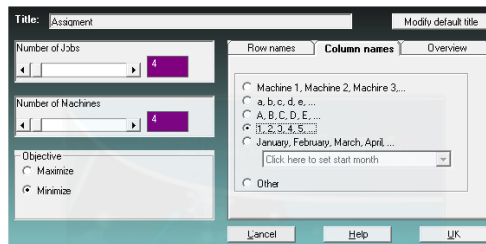
Karyawan	Pekerjaan			
	I	II	III	IV
A	15	20	18	22
B	14	16	21	17
C	25	20	23	20
D	17	18	18	16

Gambar 2.1. Contoh Soal Metode Hungarian Kasus Meminimalkan Menggunakan POM-QM

Tabel data yang diperoleh, akan dilanjutkan dengan

pengolahan Metode Hungarian menggunakan POM-QM sebagai berikut:

1. Klik Menu *Module* → *Assignment*
2. *File* → *New*
3. Pada *title* : ketikkan judul misal: “*Assignment*”
4. Pada *number of job* : *select 4*
5. Pada *number of machine* : *select 4*
6. Pada *row name*: ketik A,B,C,..
7. Pada *coloum names*: *select 1,2,3,..*



8. OK

Maka akan muncul lembar kerja lalu masukkan data, diperoleh:
klik menu *solve* Maka akan muncul *output*:

	1	2	3	4
A	15	20	18	22
B	14	16	21	17
C	25	20	23	20
D	17	18	18	16

Gambar 2.2. Contoh Memasukkan Data Metode Hungarian Kasus Meminimalkan Menggunakan POM-QM

Optimal cost = \$68	1	2	3	4
A	15	20	Assign 18	22
B	Assign 14	16	21	17
C	25	Assign 20	23	20
D	17	18	18	Assign 16

Gambar 2.3. Contoh *Output* Hasil Pengolahan Data Metode Hungarian Kasus Meminimalkan Menggunakan POM-QM

klik menu *window* → *assignment list*

JOB	Assigned to	Cost
A	3	18
B	1	14
C	2	20
D	4	16
Total		68

Sedemikian sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

Karyawan A mengerjakan tugas 3 dengan biaya \$18

Karyawan B mengerjakan tugas 1 dengan biaya \$14

Karyawan C mengerjakan tugas 2 dengan biaya \$20

Karyawan D mengerjakan tugas 4 dengan biaya \$16

Jadi, Z atau total biaya minimum , $18 + 14 + 20 + 16 = \$68$.

H. Aplikasi Lingo

Metode simpleks digunakan untuk menyelesaikan masalah optimisasi, yaitu memaksimalkan atau meminimumkan fungsi tujuan yang bergantung pada jumlah *variable input* (Sihombing, P.R., dan Arsani, A. M., 2022). Perhitungan Metode Simpleks pada dasarnya sering menggunakan Aplikasi LINGO. Menurut Kurnia, dan Niken Septiani (2020), dalam mencari penyelesaian dari permasalahan dalam pemrograman linier software yang dapat digunakan salah satunya adalah aplikasi LINGO. Cara kerja Aplikasi LINGO tidak jauh berbeda dengan Aplikasi POM-QM namun terdapat perbedaan pada jenis *input* data. Ada beberapa tahapan pada Aplikasi LINGO berikut yang akan terlihat perbedaan dengan Aplikasi POM-QM, yaitu:

1. Menentukan model matematika berdasarkan data real
2. Menentukan formulasi program untuk LINGO
3. Membaca hasil report yang dihasilkan oleh LINGO.

Aplikasi LINGO adalah salah satu software untuk menyelesaikan masalah linier programing. Aplikasi LINGO banyak digunakan untuk pemecahan masalah maksimasi dan minimasi dengan cara memasukkan data berupa rumusan dalam bentuk linier (Dar F.Q, et al. 2016). Berikut penerapan Metode Hungarian menggunakan Aplikasi Lingo, lebih jelasnya berikut diberikan Contoh soal:

Tentukan optimasi meminimumkan biaya pengiriman beras. Terdapat 3 agen dan 4 pasar dengan biaya satu kali pengiriman Rp 1.000.000, setiap agen mengirim beras ke pasar sesuai permintaan pasokan dari masing-masing pasar.

Dari	Tujuan (Pasar)				Pasokan (Ton)
	1	2	3	4	
Agen 1	8	6	10	9	35
Agen 2	9	12	13	7	50
Agen 3	14	9	16	5	40
Permintaan (Ton)	45	20	30	30	125

Gambar 2.4. Contoh Soal Metode Simpleks Kasus Meminimumkan Menggunakan LINGO

Kemudian, Buka Aplikasi LINGO dan siapkan formulasi model untuk dimasukkan dalam lembar LINGO

```

MODEL:
SETS:
  AGEN /A_1, A_2, A_3           / : SUPPLY;
  TOKO /T_1, T_2, T_3, T_4      / : DEMAND;

  antarkan(AGEN, TOKO) : BIAYA_KIRIM, JUMLAH_PERMINTAAN;
ENDSETS

DATA:
  SUPPLY = 35 50 40;
  DEMAND = 45 20 30 30;

  BIAYA_KIRIM = 8 6 10 9
               9 12 13 7
               14 9 16 5;
ENDDATA

MIN = @SUM(antarkan(X, Y) : (BIAYA_KIRIM(X, Y) * JUMLAH_PERMINTAAN(X, Y)));

@FOR(AGEN(X) : @SUM(TOKO(Y) : JUMLAH_PERMINTAAN(X, Y)) <= SUPPLY(X));
@FOR(TOKO(Y) : @SUM(AGEN(X) : JUMLAH_PERMINTAAN(X, Y)) = DEMAND(Y));

END

```

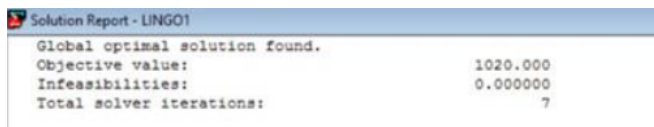
Gambar 2.5. Contoh Memasukkan Data Metode Simpleks Kasus Meminimumkan Menggunakan LINGO

Klik *Solver*, lalu pilih *Solve* maka akan terlihat status penyelesaian :



Gambar 2.6. Contoh *Output* Status Peyeleasaan Data Metode Simpleks Kasus Meminimalkan Menggunakan LINGO

Kemudian akan muncul hasil penyelesaian berikut:



Gambar 2.7. Contoh *Output* Hasil Pengolahan Data Metode Simpleks Kasus Meminimalkan Menggunakan LINGO

Sedemikian sehingga, diperoleh hasil sebagai berikut:

Solusi perhitungan dengan menggunakan Software LINGO pada biaya pengiriman beras oleh agen ke pasar berdasarkan biaya kirim dan jumlah permintaan yang ada, mendapat objective value atau hasil optimal minimum biaya pengiriman yaitu sebesar Rp 1.020.000.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. Langkah-Langkah Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode hungarian penugasan awak pesawat dengan rute perjalanan Jakarta-Bali, dilakukan melalui langkah-langkah penelitian sebagai berikut:

1. Perumusan masalah.
 - a. Menetapkan batasan masalah.
 - b. Menetapkan variabel penelitian.
2. Pengumpulan data.

Adapun kriteria data yang di ambil sebagai kebutuhan penelitian ini adalah:

- a. Data Keberangkatan Pesawat di Bandara Soekarno-Hatta (GCK) dengan tujuan perjalanan ke Bali.
 - b. Data Kedatangan Pesawat di Bandara Soekarno-Hatta (GCK) dengan keberangkatan perjalanan dari Bali.
 - c. Data Keberangkatan Pesawat di Bandara Ngurah Rai (DPS) dengan tujuan perjalanan ke Jakarta.
 - d. Data Kedatangan Pesawat di Bandara Ngurah Rai (DPS) dengan keberangkatan perjalanan dari Jakarta.
3. Menghitung lama waktu singgah awal awak pesawat dari pasangan jadwal jam penerbangan

(kedatangan-keberangkatan) di kota singgah masing-masing.

4. Menyusun hasil hitung dalam bentuk tabel penugasan. (Hillier, dan Lieberman, 1990)

Pekerja	Tugas						
	1	2	3	...	j	...	n
1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	...	c_{1j}	...	c_{1n}
2	c_{21}	c_{22}	c_{23}	...	c_{2j}	...	c_{2n}
3	c_{31}	c_{32}	c_{33}	...	c_{3j}	...	c_{3n}
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
i	c_{i1}	c_{i2}	c_{i3}	...	c_{ij}	...	c_{in}
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
m	c_{m1}	c_{m2}	c_{m3}	...	c_{mj}	...	c_{mn}

5. Membentuk model matematika. (Hillier, dan Lieberman, 1990)

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

Dengan Kendala,

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 : i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 : j = 1, 2, \dots, n$$
(3.1)

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika pekerja } i \text{ melakukan tugas } j \\ 0, & \text{jika pekerja } i \text{ tidak melakukan tugas } j \end{cases}$$

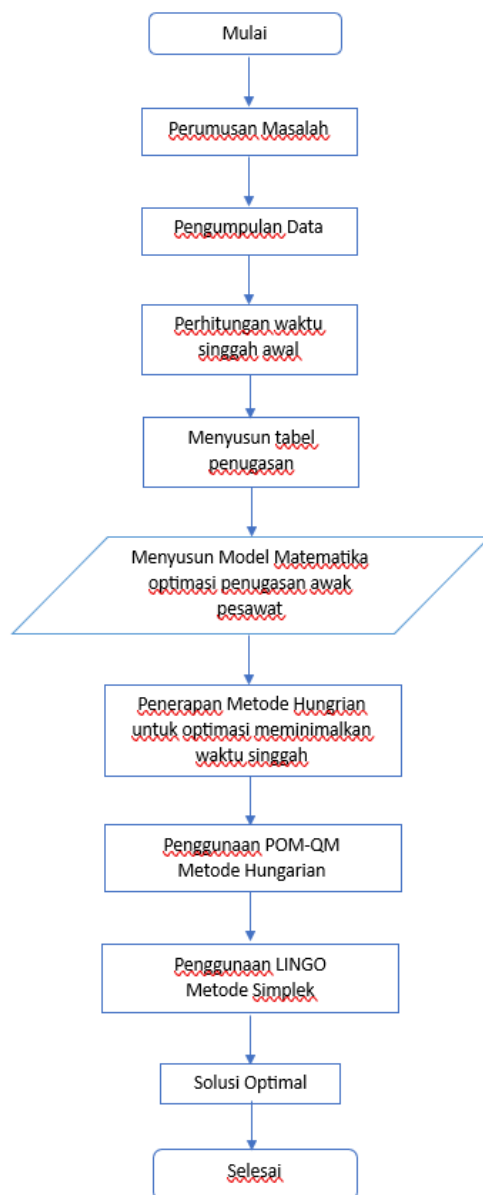
Keterangan :

- Z adalah fungsi tujuan atau jumlah optimum.
 - x_{ij} adalah batasan kendala.
 - m adalah jumlah awak pesawat.
 - n adalah jumlah jadwal penerbangan.
6. Pengolahan Metode Hungarian untuk optimasi meminimalkan waktu singgah awak pesawat maskapai PT Citilink Indonesia.
 7. Menggunakan POM-QM untuk Metode Hungarian guna memantapkan hasil perhitungan manual.
 8. Menggunakan LINGO untuk Metode Simpleks guna memantapkan hasil yang diperoleh.
 9. Memaparkan hasil optimum pada pembahasan dan kesimpulan dari kasus meminimumkan waktu singgah awak pesawat pada kota singgah Jakarta dan Bali.

B. Diagram Alir

Diagram alir penelitian merupakan gambaran penyederhanaan rangkaian tahapan yang dilakukan peneliti, yangmana diharapkan mampu mempermudah peneliti dalam proses penelitiannya. peneliti membuat diagram alir disesuaikan dari cara memperoleh

data dan analisis yang dilakukan sehingga dapat menggambarkan bagaimana *output* tujuan yang ingin dicapai. Secara sistematis diagram alir dalam penerapan Metode Hungarian pada optimasi penugasan awak pesawat dengan rute perjalanan Jakarta-Bali, maskapai PT Citilink Indonesia untuk meminimalkan waktu singgah awak pesawat dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 3.1. Gambar Diagram Alir Langkah-Langkah Penelitian

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Data Jadwal Penerbangan Maskapai PT Citilink Indonesia

Maskapai PT Citilink Indonesia dengan kode (QG) melayani rute penerbangan antara Bandara Internasional Soekarno-Hatta (CGK) Jakarta dan Bandara Internasional I Gusti Ngurah Rai (DPS) Bali. Frekuensi Jadwal penerbangan harian Bandara CGK dan Bandara DPS masing-masing terdapat enam sampai dengan delapan Jadwal Penerbangan, dengan durasi tempuh sekitar dua jam. Jenis layanan yang di tawarkan PT Citilink Indonesia rute perjalanan Jakarta-Bali adalah kabin Kelas Ekonomi dan Kelas Ekonomi Premium, dengan awak pesawat berjumlah tiga sampai dengan enam awak pesawat. Armada pesawat yang digunakan dalam rute perjalanan Jakarta-Bali adalah pesawat komersial berjenis pesawat Airbus A320 yang efisien dan nyaman untuk perjalanan jarak pendek hingga menengah, dengan pilot berjumlah dua orang.

Alokasi penugasan awak pesawat yang diterapkan maskapai PT Citilink Indonesia memiliki ketentuan yaitu awak pesawat diharuskan singgah minimal lima jam setelah sampai daerah tujuan dan tidak boleh singgah lebih dari dua puluh sembilan jam setelah sampai daerah tujuan. Awak pesawat yang telah singgah di daerah tujuan lebih dari lima jam maka harus secepatnya ditugaskan pada jadwal keberangkatan ke daerah asal yang tersedia dari bandara daerah singgah. Kasus dalam penelitian ini memaparkan penugasan awak pesawat maskapai PT Citilink Indonesia untuk rute perjalanan dari Jakarta yaitu

CGK ke Bali yaitu DPS dan harus kembali lagi ke Jakarta yaitu CGK dengan cepat sesuai ketentuan singgah yang berlaku, sehingga menemukan waktu singgah minimum di Bali yang akan di tunjukkan pada pengolahan "Waktu Singgah di DPS" . Begitu pula memaparkan penugasan awak pesawat maskapai PT Citilink Indonesia untuk rute perjalanan dari Bali yaitu DPS ke Jakarta yaitu CGK dan harus kembali lagi ke Bali yaitu DPS dengan cepat sesuai ketentuan singgah yang berlaku, sehingga menemukan waktu singgah minimum di Jakarta yang akan di tunjukkan pada pengolahan "Waktu Singgah di CGK" Berikut data sampel dari Jadwal penerbangan harian di Bandara Internasional Soekarno-Hatta (CGK), Jakarta dan Bandara Internasional I Gusti Ngurah Rai (DPS), Bali oleh Maskapai PT Citilink Indonesia yang sudah di konversi ke WIB: (Data Mentah terlampir pada lampiran)

Tabel 4.1. Tabel Jadwal Penerbangan Maskapai PT Citilink Indonesia (WIB)

CGK - DPS			DPS - CGK		
Kode	Keberangkatan	Kedatangan	Kode	Keberangkatan	Kedatangan
QG680	05.00	07.00	QG663	06.20	08.15
QG682	08.00	09.55	QG667	11.15	13.05
QG684	11.30	13.25	QG685	13.50	15.50
QG688	15.20	17.15	QG689	14.35	16.30
QG660	18.35	20.30	QG687	18.00	20.00
QG666	19.45	21.40	QG691	22.20	00.15

B. Penentuan Variabel dari Data Jadwal Penerbangan

Pemecahan kasus dalam penelitian untuk menemukan model optimasi penugasan **meminimumkan** waktu singgah di DPS dan

waktu singgah di CGK, awak pesawat pada maskapai PT Citilink Indonesia, membutuhkan keterangan variabel-variabel yang akan digunakan sebagai berikut:

- c_{11} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 1 dengan jadwal keberangkatan 1.
- c_{12} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 1 dengan jadwal keberangkatan 2.
- c_{13} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 1 dengan jadwal keberangkatan 3.
- c_{14} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 1 dengan jadwal keberangkatan 4.
- c_{15} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 1 dengan jadwal keberangkatan 5.
- c_{16} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 1 dengan jadwal keberangkatan 6.
- c_{21} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 2 dengan jadwal keberangkatan 1.
- c_{22} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 2 dengan jadwal keberangkatan 2.
- c_{23} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 2 dengan jadwal keberangkatan 3.
- c_{24} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 2 dengan jadwal keberangkatan 4.

- c_{25} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 2 dengan jadwal keberangkatan 5.
- c_{26} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 2 dengan jadwal keberangkatan 6.
- c_{31} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 3 dengan jadwal keberangkatan 1.
- c_{32} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 3 dengan jadwal keberangkatan 2.
- c_{33} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 3 dengan jadwal keberangkatan 3.
- c_{34} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 3 dengan jadwal keberangkatan 4.
- c_{35} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 3 dengan jadwal keberangkatan 5.
- c_{36} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 3 dengan jadwal keberangkatan 6.
- c_{41} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 4 dengan jadwal keberangkatan 1.
- c_{42} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 4 dengan jadwal keberangkatan 2.
- c_{43} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 4 dengan jadwal keberangkatan 3.
- c_{44} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 4 dengan jadwal keberangkatan 4.

- c_{45} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 4 dengan jadwal keberangkatan 5.
- c_{46} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 4 dengan jadwal keberangkatan 6.
- c_{51} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 5 dengan jadwal keberangkatan 1.
- c_{52} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 5 dengan jadwal keberangkatan 2.
- c_{53} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 5 dengan jadwal keberangkatan 3.
- c_{54} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 5 dengan jadwal keberangkatan 4.
- c_{55} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 5 dengan jadwal keberangkatan 5.
- c_{56} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 5 dengan jadwal keberangkatan 6.
- c_{61} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 6 dengan jadwal keberangkatan 1.
- c_{62} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 6 dengan jadwal keberangkatan 2.
- c_{63} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 6 dengan jadwal keberangkatan 3.
- c_{64} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 6 dengan jadwal keberangkatan 4.

- c_{65} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 6 dengan jadwal keberangkatan 5.
- c_{66} = Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan 6 dengan jadwal keberangkatan 6.
- x_{11} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 1 untuk jadwal keberangkatan pesawat 1.
- x_{12} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 1 untuk jadwal keberangkatan pesawat 2.
- x_{13} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 1 untuk jadwal keberangkatan pesawat 3.
- x_{14} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 1 untuk jadwal keberangkatan pesawat 4.
- x_{15} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 1 untuk jadwal keberangkatan pesawat 5.
- x_{16} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 1 untuk jadwal keberangkatan pesawat 6.
- x_{21} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 2 untuk jadwal keberangkatan pesawat 1.
- x_{22} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 2 untuk jadwal keberangkatan pesawat 2.
- x_{23} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 2 untuk jadwal keberangkatan pesawat 3.
- x_{24} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 2 untuk jadwal keberangkatan pesawat 4.

- x_{25} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 2 untuk jadwal keberangkatan pesawat 5.
- x_{26} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 2 untuk jadwal keberangkatan pesawat 6.
- x_{31} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 3 untuk jadwal keberangkatan pesawat 1.
- x_{32} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 3 untuk jadwal keberangkatan pesawat 2.
- x_{33} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 3 untuk jadwal keberangkatan pesawat 3.
- x_{34} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 3 untuk jadwal keberangkatan pesawat 4.
- x_{35} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 3 untuk jadwal keberangkatan pesawat 5.
- x_{36} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 3 untuk jadwal keberangkatan pesawat 6.
- x_{41} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 4 untuk jadwal keberangkatan pesawat 1.
- x_{42} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 4 untuk jadwal keberangkatan pesawat 2.
- x_{43} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 4 untuk jadwal keberangkatan pesawat 3.
- x_{44} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 4 untuk jadwal keberangkatan pesawat 4.

- x_{45} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 4 untuk jadwal keberangkatan pesawat 5.
- x_{46} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 4 untuk jadwal keberangkatan pesawat 6.
- x_{51} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 5 untuk jadwal keberangkatan pesawat 1.
- x_{52} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 5 untuk jadwal keberangkatan pesawat 2.
- x_{53} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 5 untuk jadwal keberangkatan pesawat 3.
- x_{54} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 5 untuk jadwal keberangkatan pesawat 4.
- x_{55} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 5 untuk jadwal keberangkatan pesawat 5.
- x_{56} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 5 untuk jadwal keberangkatan pesawat 6.
- x_{61} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 6 untuk jadwal keberangkatan pesawat 1.
- x_{62} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 6 untuk jadwal keberangkatan pesawat 2.
- x_{63} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 6 untuk jadwal keberangkatan pesawat 3.
- x_{64} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 6 untuk jadwal keberangkatan pesawat 4.

- x_{65} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 6 untuk jadwal keberangkatan pesawat 5.
- x_{66} = Penugasan awak pesawat jadwal kedatangan 6 untuk jadwal keberangkatan pesawat 6.

C. Pengolahan Nilai Waktu Singgah Awak Pesawat

1. Waktu singgah di DPS (Jam)

Tahap ini, data akan dihitung nilai waktu singgah dari Tabel 4.1 yaitu jam kedatangan (CGK - DPS) sampai jam keberangkatan (DPS - CGK). Ketentuan waktu singgah minimal 5 jam dan maksimal 29 jam, sehingga ketika menemukan waktu singgah kurang dari 5 jam maka harus ditambahkan 24 jam.

- Baris Pertama

Awak Pesawat di DPS pukul 07.00 WIB

$$07.00-06.20 \text{ WIB} = 23,33 = c_{11}$$

$$07.00-11.15 \text{ WIB} = 4,25+24 \iff 28,25 = c_{12}$$

$$07.00-13.50 \text{ WIB} = 6,83 = c_{13}$$

$$07.00-14.35 \text{ WIB} = 7,58 = c_{14}$$

$$07.00-18.00 \text{ WIB} = 11,00 = c_{15}$$

$$07.00-22.20 \text{ WIB} = 15,33 = c_{16}$$

- Baris Ke-dua

Awak Pesawat di DPS pukul 09.55 WIB

$$09.55-06.20 \text{ WIB} = 20,42 = c_{21}$$

$$09.55-11.15 \text{ WIB} = 1,33+24 \iff 25,33 = c_{22}$$

$$09.55-13.50 \text{ WIB} = 3,92+24 \iff 27,92 = c_{23}$$

$$09.55-14.35 \text{ WIB} = 4,67+24 \iff 28,67 = c_{24}$$

$$09.55-18.00 \text{ WIB} = 8,08 = c_{25}$$

$$09.55-22.20 \text{ WIB} = 12,42 = c_{26}$$

- Baris Ke-tiga

Awak Pesawat di DPS pukul 13.25 WIB

$$13.25-06.20 \text{ WIB} = 16,92 = c_{31}$$

$$13.25-11.15 \text{ WIB} = 21,83 = c_{32}$$

$$13.25-13.50 \text{ WIB} = 0,42+24 \iff 24,42 = c_{33}$$

$$13.25-14.35 \text{ WIB} = 1,17+24 \iff 25,17 = c_{34}$$

$$13.25-18.00 \text{ WIB} = 4,58+24 \iff 28,58 = c_{35}$$

$$13.25-22.20 \text{ WIB} = 8,92 = c_{36}$$

- Baris Ke-empat

Awak Pesawat di DPS pukul 17.15 WIB

$$17.15-06.20 \text{ WIB} = 13,08 = c_{41}$$

$$17.15-11.15 \text{ WIB} = 18,00 = c_{42}$$

$$17.15-13.50 \text{ WIB} = 20,58 = c_{43}$$

$$17.15-14.35 \text{ WIB} = 21,33 = c_{44}$$

$$17.15-18.00 \text{ WIB} = 0,75+24 \iff 24,75 = c_{45}$$

$$17.15-22.20 \text{ WIB} = 5,08 = c_{46}$$

- Baris Ke-lima

Awak Pesawat di DPS pukul 20.30 WIB

$$20.30-06.20 \text{ WIB} = 9,83 = c_{51}$$

$$20.30-11.15 \text{ WIB} = 14,75 = c_{52}$$

$$20.30-13.50 \text{ WIB} = 17,33 = c_{53}$$

$$20.30-14.35 \text{ WIB} = 18,08 = c_{54}$$

$$20.30-18.00 \text{ WIB} = 21,50 = c_{55}$$

$$20.30-22.20 \text{ WIB} = 1,83+24 \iff 25,83 = c_{56}$$

- Baris Ke-enam

Awak Pesawat di DPS pukul 21.40 WIB

$$21.40-06.20 \text{ WIB} = 8,67 = c_{61}$$

$$21.40-11.15 \text{ WIB} = 13,58 = c_{62}$$

$$21.40-13.50 \text{ WIB} = 16,17 = c_{63}$$

$$21.40-14.35 \text{ WIB} = 16,92 = c_{64}$$

$$21.40-18.00 \text{ WIB} = 20,33 = c_{65}$$

$$21.40-22.20 \text{ WIB} = 0,67+24 \iff 24,67 = c_{66}$$

2. Waktu singgah di CGK (jam)

Tahap ini, data akan dihitung nilai waktu singgah dari Tabel 4.1 yaitu jam kedatangan (DPS - CGK) sampai jam keberangkatan (CGK - DPS). Ketentuan waktu singgah minimal 5 jam dan maksimal 29 jam, sehingga ketika menemukan waktu singgah kurang dari 5 jam maka harus ditambahkan 24 jam.

- Baris Pertama

Awak Pesawat di CGK pukul 08.15 WIB

$$08.15-05.00 \text{ WIB} = 20,75 = c_{11}$$

$$08.15-08.00 \text{ WIB} = 23,75 = c_{12}$$

$$08.15-11.30 \text{ WIB} = 3,25+24 \iff 27,25 = c_{13}$$

$$08.15-15.20 \text{ WIB} = 7,08 = c_{14}$$

$$08.15-18.35 \text{ WIB} = 10,33 = c_{15}$$

$$08.15-19.45 \text{ WIB} = 11,50 = c_{16}$$

- Baris Ke-dua

Awak Pesawat di CGK pukul 13.05 WIB

$$13.05-05.00 \text{ WIB} = 15,92 = c_{21}$$

$$13.05-08.00 \text{ WIB} = 18,92 = c_{22}$$

$$13.05-11.30 \text{ WIB} = 22,42 = c_{23}$$

$$13.05-15.20 \text{ WIB} = 2,25+24 \iff 26,25 = c_{24}$$

$$13.05-18.35 \text{ WIB} = 5,50 = c_{25}$$

$$13.05-19.45 \text{ WIB} = 6,67 = c_{26}$$

- Baris Ke-tiga

Awak Pesawat di CGK pukul 15.50 WIB

$$15.50-05.00 \text{ WIB} = 13,17 = c_{31}$$

$$15.50-08.00 \text{ WIB} = 16,17 = c_{32}$$

$$15.50-11.30 \text{ WIB} = 19,67 = c_{33}$$

$$15.50-15.20 \text{ WIB} = 23,50 = c_{34}$$

$$15.50-18.35 \text{ WIB} = 2,75+24 \iff 26,75 = c_{35}$$

$$15.50-19.45 \text{ WIB} = 3,92+24 \iff 27,92 = c_{36}$$

- Baris Ke-empat

Awak Pesawat di CGK pukul 16.30 WIB

$$16.30-05.00 \text{ WIB} = 12,50 = c_{41}$$

$$16.30-08.00 \text{ WIB} = 15,50 = c_{42}$$

$$16.30-11.30 \text{ WIB} = 19,00 = c_{43}$$

$$16.30-15.20 \text{ WIB} = 22,83 = c_{44}$$

$$16.30-18.35 \text{ WIB} = 2,08+24 \iff 26,08 = c_{45}$$

$$16.30-19.45 \text{ WIB} = 3,25+24 \iff 27,25 = c_{46}$$

- Baris Ke-lima

Awak Pesawat di CGK pukul 20.00 WIB

$$20.00-05.00 \text{ WIB} = 9,00 = c_{51}$$

$$20.00-08.00 \text{ WIB} = 12,00 = c_{52}$$

$$20.00-11.30 \text{ WIB} = 15,50 = c_{53}$$

$$20.00-15.20 \text{ WIB} = 19,33 = c_{54}$$

$$20.00-18.35 \text{ WIB} = 22,58 = c_{55}$$

$$20.00-19.45 \text{ WIB} = 23,75 = c_{56}$$

- Baris Ke-enam

Awak Pesawat di CGK pukul 00.15 WIB

$$00.15-05.00 \text{ WIB} = 4,75+24 \iff 28,75 = c_{61}$$

$$00.15-08.00 \text{ WIB} = 7,75 = c_{62}$$

$$00.15-11.30 \text{ WIB} = 11,25 = c_{63}$$

$$00.15-15.20 \text{ WIB} = 15,08 = c_{64}$$

$$00.15-18.35 \text{ WIB} = 18,33 = c_{65}$$

$$00.15-19.45 \text{ WIB} = 19,50 = c_{66}$$

D. Penyusunan Hasil Pengolahan dalam Bentuk Tabel Penugasan Sederhana

Setelah diperoleh nilai waktu singgah dari langkah sebelumnya, maka selanjutnya akan disusun *entry-entry* pada tabel penugasan sederhana dengan format seperti tabel berikut:

Tabel 4.2. Tabel penugasan sederhana

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}	c_{16}
b	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	c_{25}	c_{26}
c	c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{34}	c_{35}	c_{36}
d	c_{41}	c_{42}	c_{43}	c_{44}	c_{45}	c_{46}
e	c_{51}	c_{52}	c_{53}	c_{54}	c_{55}	c_{56}
f	c_{61}	c_{62}	c_{63}	c_{64}	c_{65}	c_{66}

Kemudian dibentuk Tabel dengan *entry-entry* perhitungan sebelumnya, akan ditunjukkan pada Tabel Waktu Singgah di CGK dan Tabel Waktu Singgah di DPS berikut ini:

1. Tabel Waktu Singgah di DPS (Jam)

Tabel 4.3. Tabel Waktu Singgah Awak Pesawat di DPS

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	23,33	28,25	6,83	7,58	11,00	15,33
b	20,42	25,33	27,92	28,67	8,08	12,42
c	16,92	21,83	24,42	25,17	28,58	8,92
d	13,08	18,00	20,58	21,33	24,75	5,08
e	9,83	14,75	17,33	18,08	21,50	25,83
f	8,67	13,58	16,17	16,92	20,33	24,67

Keterangan :

a : Awak Pesawat Kedatangan di DPS Pukul 07.00

b : Awak Pesawat Kedatangan di DPS Pukul 09.55

c : Awak Pesawat Kedatangan di DPS Pukul 13.25

d : Awak Pesawat Kedatangan di DPS Pukul 17.15

e : Awak Pesawat Kedatangan di DPS Pukul 20.30

f : Awak Pesawat Kedatangan di DPS Pukul 21.40

1 : Jadwal Keberangkatan dari DPS Pukul 06.20

2 : Jadwal Keberangkatan dari DPS Pukul 11.15

3 : Jadwal Keberangkatan dari DPS Pukul 13.50

4 : Jadwal Keberangkatan dari DPS Pukul 14.35

5 : Jadwal Keberangkatan dari DPS Pukul 18.00

6 : Jadwal Keberangkatan dari DPS Pukul 22.20

2. Tabel Waktu Singgah di CGK (Jam)

Tabel 4.4. Tabel Waktu Singgah Awak Pesawat di CGK

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	20,75	23,75	27,25	7,08	10,33	11,50
b	15,92	18,92	22,42	26,25	5,50	6,67
c	13,17	16,17	19,67	23,50	26,75	27,92
d	12,50	15,50	19,00	22,83	26,08	27,25
e	9,00	12,00	15,50	19,33	22,58	23,75
f	28,75	7,75	11,25	15,08	18,33	19,50

Keterangan :

a : Awak Pesawat Kedatangan di CGK Pukul 08.15

b : Awak Pesawat Kedatangan di CGK Pukul 13.05

c : Awak Pesawat Kedatangan di CGK Pukul 15.50

d : Awak Pesawat Kedatangan di CGK Pukul 16.30

e : Awak Pesawat Kedatangan di CGK Pukul 20.00

f : Awak Pesawat Kedatangan di CGK Pukul 00.15

1 : Jadwal Keberangkatan dari CGK Pukul 05.00

2 : Jadwal Keberangkatan dari CGK Pukul 08.00

3 : Jadwal Keberangkatan dari CGK Pukul 11.30

4 : Jadwal Keberangkatan dari CGK Pukul 15.20

5 : Jadwal Keberangkatan dari CGK Pukul 18.35

6 : Jadwal Keberangkatan dari CGK Pukul 23.75

E. Jumlah Waktu Singgah Awal Awak Pesawat

Setelah disusun pada tabel penugasan sederhana maka dapat dilihat jumlah waktu singgah yang dibutuhkan awak pesawat pada daerah singgah masing-masing sebagai berikut:

1. Jumlah Waktu Singgah Awak Pesawat di DPS (jam)

$$c_{11} + c_{12} + c_{13} + c_{14} + c_{15} + c_{16} + c_{21} + c_{22} + c_{23} + c_{24} + c_{25} + c_{26} + c_{31} + c_{32} + c_{33} + c_{34} + c_{35} + c_{36} + c_{41} + c_{42} + c_{43} + c_{44} + c_{45} + c_{46} + c_{51} + c_{52} + c_{53} + c_{54} + c_{55} + c_{56} + c_{61} + c_{62} + c_{63} + c_{64} + c_{65} + c_{66} = S_1$$

Sehingga,

$$23,33 + 28,25 + 6,83 + 7,58 + 11,00 + 15,33 + 20,42 + 25,33 + 27,92 + 28,67 + 8,08 + 12,42 + 16,92 + 21,83 + 24,42 + 25,17 + 28,58 + 8,92 + 13,08 + 18,00 + 20,58 + 21,33 + 24,75 + 5,08 + 9,83 + 14,75 + 17,33 + 18,08 + 21,50 + 25,83 + 8,67 + 13,58 + 16,17 + 16,92 + 20,33 + 24,67 = 651,48 \text{ jam}$$

Jadi, rata-rata total waktu singgah yang dibutuhkan untuk awak pesawat adalah 102,58 jam

2. Jumlah Waktu Singgah Awak Pesawat di CGK (jam)

$$c_{11} + c_{12} + c_{13} + c_{14} + c_{15} + c_{16} + c_{21} + c_{22} + c_{23} + c_{24} + c_{25} + c_{26} + c_{31} + c_{32} + c_{33} + c_{34} + c_{35} + c_{36} + c_{41} + c_{42} + c_{43} + c_{44} + c_{45} + c_{46} + c_{51} + c_{52} + c_{53} + c_{54} + c_{55} + c_{56} + c_{61} + c_{62} + c_{63} + c_{64} + c_{65} + c_{66} = S_2$$

Sehingga,

$$20,75 + 23,75 + 27,25 + 7,08 + 10,33 + 11,50 + 15,92 + 18,92 + 22,42 + 26,25 + 5,50 + 6,67 + 13,17 + 16,17 + 19,67 + 23,50 + 26,75 + 27,92 + 12,50 + 15,50 + 19,00 + 22,83 + 26,08 + 27,25 + 9,00 + 12,00 + 15,50 + 19,33 + 22,58 + 23,75 + 28,75 + 7,75 + 11,25 + 15,08 + 18,33 + 19,50 = 649,50 \text{ jam}$$

Jadi, rata-rata total waktu singgah yang dibutuhkan untuk awak pesawat adalah 100,75 jam

$S_1 \geq S_2$, yaitu jumlah waktu singgah di CGK 100,75 lebih kecil dari waktu singgah awal di DPS 102,58. Selanjutnya akan di cari

waktu singgah minimum awak pesawat di CGK dan waktu singgah minimum awak pesawat di DPS menggunakan Metode Hungarian.

F. Membentuk Model Matematika

Berdasarkan data yang terdapat pada Tabel 4.3 dan Tabel 4.4, karena jumlah awak pesawat yaitu 6 = jumlah jadwal keberangkatan yaitu 6, sehingga data dapat diselesaikan menggunakan Metode Hungarian. Langkah penelitian optimasi masalah penugasan Awak Pesawat, selanjutnya data akan dibentuk kedalam Model Matematika. Data mempertimbangkan waktu yaitu meminimumkan waktu singgah awak pesawat untuk selanjutnya akan ditugaskan pada jadwal keberangkatan, diperoleh persamaan sebagai berikut:

- Bentuk Model Matematika :

$$\text{Meminimumkan } Z = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 c_{ij}x_{ij}$$

Keterangan:

Z menyatakan total waktu singgah awak pesawat.

c_{ij} adalah Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan di daerah singgah sampai dengan jadwal keberangkatan di daerah singgah

x_{ij} adalah Penugasan awak pesawat untuk jadwal keberangkatan pesawat selanjutnya di kota singgah.

Berdasarkan persamaan diatas, selanjutnya diformulasikan kedalam pemrograman linear sebagai berikut:

- Bentuk Program Linier :

Meminimumkan $Z = c_{11} x_{11} + c_{12} x_{12} + c_{13} x_{13} + c_{14} x_{14} + c_{15} x_{15} + c_{16} x_{16} + c_{21} x_{21} + c_{22} x_{22} + c_{23} x_{23} + c_{24} x_{24} + c_{25} x_{25} + c_{26} x_{26} + c_{31} x_{31} + c_{32} x_{32} + c_{33} x_{33} + c_{34} x_{34} + c_{35} x_{35} + c_{36} x_{36} + c_{41} x_{41} + c_{42} x_{42} + c_{43} x_{43} + c_{44} x_{44} + c_{45} x_{45} + c_{46} x_{46} + c_{51} x_{51} + c_{52} x_{52} + c_{53} x_{53} + c_{54} x_{54} + c_{55} x_{55} + c_{56} x_{56} + c_{61} x_{61} + c_{62} x_{62} + c_{63} x_{63} + c_{64} x_{64} + c_{65} x_{65} + c_{66} x_{66}$

Sehingga diperoleh,

1. Waktu Singgah di DPS

Meminimumkan $Z = 23,33 x_{11} + 28,25 x_{12} + 6,83 x_{13} + 7,58 x_{14} + 11,00 x_{15} + 15,33 x_{16} + 20,42 x_{21} + 25,33 x_{22} + 27,92 x_{23} + 28,67 x_{24} + 8,08 x_{25} + 12,42 x_{26} + 16,92 x_{31} + 21,83 x_{32} + 24,42 x_{33} + 25,17 x_{34} + 28,58 x_{35} + 8,92 x_{36} + 13,08 x_{41} + 18,00 x_{42} + 20,58 x_{43} + 21,33 x_{44} + 24,75 x_{45} + 5,08 x_{46} + 9,83 x_{51} + 14,75 x_{52} + 17,33 x_{53} + 18,08 x_{54} + 21,50 x_{55} + 25,83 x_{56} + 8,67 x_{61} + 13,58 x_{62} + 16,17 x_{63} + 16,92 x_{64} + 20,33 x_{65} + 24,67 x_{66}$

2. Waktu Singgah di CGK

Meminimumkan $Z = 20,75 x_{11} + 23,75 x_{12} + 27,25 x_{13} + 7,08 x_{14} + 10,33 x_{15} + 11,50 x_{16} + 15,92 x_{21} + 18,92 x_{22} + 22,42 x_{23} + 26,25 x_{24} + 5,50 x_{25} + 6,67 x_{26} + 13,17 x_{31} + 16,17 x_{32} + 19,67 x_{33} + 23,50 x_{34} + 26,75 x_{35} + 27,92 x_{36} + 12,50 x_{41} + 15,50 x_{42} + 19,00 x_{43} + 22,83 x_{44} + 26,08 x_{45} + 27,25 x_{46} + 9,00 x_{51} + 12,00 x_{52} + 15,50 x_{53} + 19,33 x_{54} + 22,58 x_{55} + 23,75 x_{56} + 28,75 x_{61} + 7,75 x_{62} + 11,25 x_{63} + 15,08 x_{64} + 18,33 x_{65} + 19,50 x_{66}$

- Dengan batasan kendala :

Awak Pesawat,

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} = 1$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} = 1$$

$$x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} = 1$$

Jadwal Keberangkatan,

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} = 1$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} = 1$$

$$x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} = 1$$

G. Pengolahan Data Waktu Singgah di DPS dengan Metode Hungarian

Permasalahan optimasi penugasan awak pesawat PT Citilink Indonesia menggunakan Metode Hungarian. Pengolahan data memperhatikan waktu singgah di DPS yangmana waktu singgah yang diperlukan awak pesawat dalam melakukan penerbangan dari CGK ke DPS dan akan kembali dari DPS ke CGK, didapatkan penyelesaiannya menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

- 1) *Entry-entry* data yang akan di optimalkan.

Tabel 4.5. *Entry-entry* data yang akan di optimalkan

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	23,33	28,25	6,83	7,58	11,00	15,33
b	20,42	25,33	27,92	28,67	8,08	12,42
c	16,92	21,83	24,42	25,17	28,58	8,92
d	13,08	18,00	20,58	21,33	24,75	5,08
e	9,83	14,75	17,33	18,08	21,50	25,83
f	8,67	13,58	16,17	16,92	20,33	24,67

- 2) Menentukan nilai *entry-entry* terkecil pada baris sehingga mendapat nilai nol.

Tabel 4.6. Nilai *entry-entry* terkecil pada baris sehingga mendapat nilai nol

Jadwal	Jadwal Keberangkatan						Terkecil
	1	2	3	4	5	6	
a	23,33	28,25	6,83	7,58	11,00	15,33	6,83
b	20,42	25,33	27,92	28,67	8,08	12,42	8,08
c	16,92	21,83	24,42	25,17	28,58	8,92	8,92
d	13,08	18,00	20,58	21,33	24,75	5,08	5,08
e	9,83	14,75	17,33	18,08	21,50	25,83	9,83
f	8,67	13,58	16,17	16,92	20,33	24,67	8,67

- 3) Mengurangi nilai masing-masing baris dengan *entry-entry* terkecil masing-masing pada setiap baris yang sudah ditentukan sebelumnya, maka diperoleh tabel penugasan :

Tabel 4.7. Pengurangan nilai baris dengan *entry-entry* terkecil baris

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	16,50	21,42	0,00	0,75	4,17	8,50
b	12,34	17,25	19,84	20,59	0,00	4,34
c	8,00	12,91	15,50	16,25	19,66	0,00
d	8,00	12,92	15,50	16,25	19,67	0,00
e	0,00	4,92	7,50	8,25	11,67	16,00
f	0,00	4,91	7,50	8,25	11,66	16,00

- 4) Memeriksa setiap kolom apakah sudah memiliki angka nol. Berdasarkan Tabel 4.7 didapat bahwa masih ada kolom yang belum memiliki angka nol yaitu kolom 2 dan kolom 4, maka untuk kolom yang belum memiliki angka nol tentukan lagi *entry* terkecil pada kolom tersebut. Selanjutnya khusus kolom yang belum memiliki angka nol lakukan pengurangan nilai terhadap masing-masing nilai kolom terkecilnya:

Tabel 4.8. Pengurangan nilai kolom dengan *entry-entry* terkecil kolom

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	16,50	16,51	0,00	0,00	4,17	8,50
b	12,34	12,34	19,84	19,84	0,00	4,34
c	8,00	8,00	15,50	15,50	19,66	0,00
d	8,00	8,01	15,50	15,50	19,67	0,00
e	0,00	0,01	7,50	7,50	11,67	16,00
f	0,00	0,00	7,50	7,50	11,66	16,00

- 5) Pemeriksaan setiap *entry* dengan membuat garis pada baris dan kolom yang melewati nilai nol. untuk jumlah garis harus sama dengan jumlah baris atau kolom

Tabel 4.9. Penggambaran garis pada baris dan kolom yang memiliki *entry-entry* nol

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	16,50	16,51	0,00	0,00	4,17	8,50
b	12,34	12,34	19,84	19,84	0,00	4,34
c	8,00	8,00	15,50	15,50	19,66	0,00
d	8,00	8,01	15,50	15,50	19,67	0,00
e	0,00	0,01	7,50	7,50	11,67	16,00
f	0,00	0,00	7,50	7,50	11,66	16,00

Karena jumlah garis tidak sama dengan jumlah baris atau kolom maka, selanjutnya

- 6) Tentukan *entry* terkecil yang tidak tertutup garis pada Tabel 4.9, setelah itu semua *entry* yang tidak tertutup dengan garis maka akan dikurangkan dengan entri terkecil, sedangkan untuk *entry* yang tertutup dua garis akan di tambahkan dengan *entry* terkecil tersebut

Tabel 4.10. Pengurangan nilai *entry-entry* dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	16,51	16,51	0,00	0,00	4,17	8,51
b	12,35	12,34	19,84	19,84	0,00	4,35
c	8,00	7,99	15,49	15,49	19,65	0,00
d	8,00	8,00	15,49	15,49	19,66	0,00
e	0,00	0,00	7,49	7,49	11,66	16,00
f	0,01	0,00	7,50	7,50	11,66	16,01

Karena jumlah garis masih tidak sama dengan jumlah baris atau kolom maka ulangi langkah ke-6 pengolahan dengan metode hungarian dari tabel terakhir yaitu Tabel 4.10 .

Tabel 4.11. Mengulangi Pengurangan nilai *entry-entry* dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	16,51	16,52	0,00	0,00	4,18	8,52
b	12,34	12,34	19,83	19,83	0,00	4,35
c	7,99	7,99	15,48	15,48	19,65	0,00
d	7,99	8,00	15,48	15,48	19,66	0,00
e	0,00	0,01	7,49	7,49	11,67	16,01
f	0,00	0,00	7,49	7,49	11,66	16,01

Karena jumlah garis masih tidak sama dengan jumlah baris atau kolom maka ulangi langkah ke-6 pengolahan dengan metode hungarian dari tabel terakhir yaitu Tabel 4.11.

Tabel 4.12. Mengurangi Pengurangan nilai *entry-entry* dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	24,00	24,01	0,00	0,00	12,17	24,00
b	11,84	11,84	11,84	11,84	0,00	11,84
c	0,00	0,00	0,00	0,00	12,16	0,00
d	0,00	0,01	0,00	0,00	12,17	0,00
e	0,00	0,01	0,00	0,00	12,17	24,00
f	0,00	0,00	0,00	0,00	12,16	24,00

Karena sudah diperoleh jumlah garis sama dengan jumlah baris atau kolom maka dapat dikatakan pengolahan metode hungarian sudah optimal.

Sedemikian sehingga tentukan waktu optimal dari tabel 4.12 dengan cara mencari pasangan baris dan kolom yang memiliki nilai nol dimulai dari yang memiliki angka nol paling sedikit jika nilai nol pada pasangan baris dan kolom sama banyak maka tentukan pasangan baris dan kolom mulai dari yang paling terdekat dari pojok kiri tabel, pastikan tidak ada pasangan yang sama (tidak ada jadwal penerbangan sama yang ditugaskan pada awak pesawat yang berbeda, berlaku sebaliknya) didapat tabel solusi sebagai berikut:

Sehingga diperoleh keterangan solusi :

$$a3 = b5 = c6 = d1 = e4 = f2 = 1$$

atau dapat dituliskan ,

$$x_{13} = x_{25} = x_{36} = x_{41} = x_{54} = x_{62} = 1$$

Hasil variable keputusan (x_{ij}) dalam membentuk waktu singgah minimum awak pesawat dengan rute CGK menuju DPS

CGK - DPS - CGK	
awak pesawat	jadwal keberangkatan
a	3
b	5
c	6
d	1
e	4
f	2

yang kemudian akan kembali dari DPS ke CGK mendapatkan hasil:

$$Z = 6,83 + 8,08 + 8,92 + 13,08 + 18,08 + 13,58 = 68,57 \text{ Jam}$$

Alokasi penugasan :

x_{13} untuk penugasan awak pesawat a yaitu kedatangan di DPS pukul 07.00 WIB untuk jadwal keberangkatan 3 yaitu keberangkatan dari DPS pukul 13.50 WIB, memerlukan waktu singgah 6,83 jam.

x_{25} untuk penugasan awak pesawat b yaitu kedatangan di DPS pukul 09.55 WIB untuk jadwal keberangkatan 5 yaitu keberangkatan dari DPS pukul 18.00 WIB, memerlukan waktu singgah 8,08 jam.

x_{36} untuk penugasan awak pesawat c yaitu kedatangan di DPS pukul 13.25 WIB untuk jadwal keberangkatan 6 yaitu keberangkatan dari DPS pukul 22.20 WIB, memerlukan waktu singgah 8,92 jam.

x_{41} untuk penugasan awak pesawat d yaitu kedatangan di DPS pukul 17.15 WIB untuk jadwal keberangkatan 1 yaitu keberangkatan dari DPS pukul 06.20 WIB, memerlukan waktu singgah 13,08 jam.

x_{54} untuk penugasan awak pesawat e yaitu kedatangan di DPS pukul untuk 20.30 WIB jadwal keberangkatan 4 yaitu keberangkatan dari DPS pukul 14.35 WIB, memerlukan waktu singgah 18,08 jam.

x_{62} untuk penugasan awak pesawat f yaitu kedatangan di DPS pukul untuk 21.40 WIB jadwal keberangkatan 2 yaitu keberangkatan dari DPS pukul 11.15 WIB, memerlukan waktu singgah 13,58 jam.

Z untuk total waktu singgah awak pesawat minimum di DPS adalah 68, 57 Jam

H. Pengolahan Data Waktu Singgah di CGK dengan Metode Hungarian

Permasalahan optimasi penugasan awak pesawat PT Citilink Indonesia menggunakan Metode Hungarian. Pengolahan data memperhatikan waktu singgah di CGK yangmana merupakan waktu singgah yang diperlukan awak pesawat dalam melakukan penerbangan dari DPS ke CGK dan akan kembali dari CGK ke DPS didapatkan penyelesaiannya menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

- 1) *Entry-entry* data yang akan di optimalkan.

Tabel 4.13. *Entry-entry* data yang akan di optimalkan

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	20,75	23,75	27,25	7,08	10,33	11,50
b	15,92	18,92	22,42	26,25	5,50	6,67
c	13,17	16,17	19,67	23,50	26,75	27,92
d	12,50	15,50	19,00	22,83	26,08	27,25
e	9,00	12,00	15,50	19,33	22,58	23,75
f	28,75	7,75	11,25	15,08	18,33	19,50

- 2) Menentukan nilai *entry-entry* terkecil pada baris sehingga mendapat nilai nol.

Tabel 4.14. Nilai *entry-entry* terkecil pada baris sehingga mendapat nilai nol

Jadwal	Jadwal Keberangkatan						Terkecil
	1	2	3	4	5	6	
a	20,75	23,75	27,25	7,08	10,33	11,50	7,08
b	15,92	18,92	22,42	26,25	5,50	6,67	5,50
c	13,17	16,17	19,67	23,50	26,75	27,92	13,17
d	12,50	15,50	19,00	22,83	26,08	27,25	12,50
e	9,00	12,00	15,50	19,33	22,58	23,75	9,00
f	28,75	7,75	11,25	15,08	18,33	19,50	7,75

- 3) Mengurangi nilai masing-masing baris dengan *entry-entry* terkecil masing-masing pada setiap baris yang sudah di tentukan sebelumnya, maka diperoleh tabel penugasan :

Tabel 4.15. Pengurangan nilai baris dengan *entry-entry* terkecil baris

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	13,67	16,67	20,17	0,00	3,25	4,42
b	10,42	13,42	16,92	20,75	0,00	1,17
c	0,00	3,00	6,50	10,33	13,58	14,75
d	0,00	3,00	6,50	10,33	13,58	14,75
e	0,00	3,00	6,50	10,33	13,58	14,75
f	21,00	0,00	3,50	7,33	10,58	11,75

- 4) Memeriksa setiap kolom sudah memiliki angka nol. Berdasarkan Tabel 4.15 didapat bahwa masih ada kolom yang belum memiliki angka nol yaitu kolom 3 dan kolom 6, maka untuk kolom yang belum memiliki angka nol tentukan lagi *entry* terkecil pada kolom tersebut. Selanjutnya khusus kolom yang belum memiliki angka nol lakukan pengurangan nilai terhadap masing-masing nilai kolom terkecilnya:

Tabel 4.16. Pengurangan nilai kolom dengan *entry-entry* terkecil kolom

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	13,67	16,67	16,67	0,00	3,25	3,25
b	10,42	13,42	13,42	20,75	0,00	0,00
c	0,00	3,00	3,00	10,33	13,58	13,58
d	0,00	3,00	3,00	10,33	13,58	13,58
e	0,00	3,00	3,00	10,33	13,58	13,58
f	21,00	0,00	0,00	7,33	10,58	10,58

- 5) Pemeriksaan setiap *entry* dengan membuat garis pada baris dan kolom yang melewati nilai nol. untuk jumlah garis harus sama dengan jumlah baris atau kolom

Tabel 4.17. Penggambaran garis pada baris dan kolom yang memiliki *entry-entry* nol

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	13,67	16,67	16,67	0,00	3,25	3,25
b	10,42	13,42	13,42	20,75	0,00	0,00
c	0,00	3,00	3,00	10,33	13,58	13,58
d	0,00	3,00	3,00	10,33	13,58	13,58
e	0,00	3,00	3,00	10,33	13,58	13,58
f	21,00	0,00	0,00	7,33	10,58	10,58

Karena jumlah garis tidak sama dengan jumlah baris atau kolom maka, selanjutnya.

- 6) Tentukan *entry* terkecil yang tidak tertutup garis pada Tabel 4.17, setelah itu semua *entry* yang tidak tertutup dengan garis maka akan dikurangkan dengan entri terkecil, sedangkan untuk *entry* yang tertutup dua garis akan di tambahkan dengan *entry* terkecil tersebut

Tabel 4.18. Mengurangi Pengurangan nilai *entry-entry* dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	13,67	13,67	13,67	0,00	0,25	0,25
b	13,42	13,42	13,42	23,75	0,00	0,00
c	0,00	0,00	0,00	10,33	10,58	10,58
d	0,00	0,00	0,00	10,33	10,58	10,58
e	0,00	0,00	0,00	10,33	10,58	10,58
f	24,00	0,00	0,00	10,33	10,58	10,58

Karena jumlah garis masih tidak sama dengan jumlah baris atau kolom maka ulangi langkah ke-6 pengolahan dengan metode hungarian dari tabel terakhir yaitu Tabel 4.18.

Tabel 4.19. Mengulangi Pengurangan nilai *entry-entry* dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	13,67	13,67	13,67	0,00	0,00	0,00
b	13,67	13,67	13,67	24,00	0,00	0,00
c	0,00	0,00	0,00	10,33	10,33	10,33
d	0,00	0,00	0,00	10,33	10,33	10,33
e	0,00	0,00	0,00	10,33	10,33	10,33
f	24,00	0,00	0,00	10,33	10,33	10,33

Karena jumlah garis masih tidak sama dengan jumlah baris atau kolom maka ulangi langkah ke-6 pengolahan dengan metode hungarian dari Tabel 4.19.

Tabel 4.20. Mengurangi Pengurangan nilai *entry-entry* dengan nilai terkecil yang tidak dilewati garis

Awak Pesawat	Jadwal Keberangkatan					
	1	2	3	4	5	6
a	24,00	24,00	24,00	0,00	0,00	0,00
b	24,00	24,00	24,00	24,00	0,00	0,00
c	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
d	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
e	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
f	24,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Karena sudah diperoleh jumlah garis sama dengan jumlah baris atau kolom maka dapat dikatakan pengolahan metode hungarian sudah optimal.

Sedemikian sehingga tentukan waktu optimal dari tabel 4.20 dengan cara mencari pasangan baris dan kolom yang memiliki nilai nol dimulai dari yang memiliki angka nol paling sedikit jika nilai nol pada pasangan baris dan kolom sama banyak maka tentukan pasangan baris dan kolom mulai dari yang paling terdekat dari pojok kiri tabel, pastikan tidak ada pasangan yang sama (tidak ada jadwal penerbangan sama yang ditugaskan pada awak pesawat yang berbeda, berlaku sebaliknya) didapat tabel solusi sebagai berikut:

Sehingga diperoleh keterangan solusi:

$$a4 = b5 = c1 = d3 = e6 = f2 = 1$$

atau dapat dituliskan,

$$x_{14} = x_{25} = x_{31} = x_{43} = x_{56} = x_{62} = 1$$

Hasil variable keputusan (x_{ij}) dalam membentuk waktu singgah

DPS - CGK - DPS	
awak pesawat	jadwal keberangkatan
a	4
b	5
c	1
d	3
e	6
f	2

minimum awak pesawat dengan rute DPS menuju ke CGK dan kemudian akan kembali dari CGK ke DPS mendapatkan hasil:

$$Z = 7,08 + 5,50 + 13,17 + 19,00 + 23,75 + 7,75 = 76,25 \text{ Jam}$$

Alokasi penugasan:

x_{14} untuk penugasan awak pesawat a yaitu kedatangan di CGK pukul 08.15 WIB untuk jadwal keberangkatan 4 yaitu keberangkatan dari CGK pukul 15.20 WIB, memerlukan waktu singgah 7,08 jam.

x_{25} untuk penugasan awak pesawat b yaitu kedatangan di CGK pukul 13.05 WIB untuk jadwal keberangkatan 5 yaitu keberangkatan dari CGK 18.35 WIB, memerlukan waktu singgah 5,50 jam.

x_{31} untuk penugasan awak pesawat c yaitu kedatangan di CGK pukul 15.50 WIB untuk jadwal keberangkatan 1 yaitu keberangkatan dari CGK 05.00 WIB, memerlukan waktu singgah 13,17 jam.

x_{43} untuk penugasan awak pesawat d yaitu kedatangan di CGK pukul 16.30 WIB untuk jadwal keberangkatan 3 yaitu keberangkatan dari CGK 11.30 WIB, memerlukan waktu singgah 19 jam.

x_{56} untuk penugasan awak pesawat e yaitu kedatangan di CGK pukul untuk 20.00 WIB jadwal keberangkatan 6 yaitu keberangkatan dari CGK 23.75 WIB, memerlukan waktu singgah 23,75 jam.

x_{62} untuk penugasan awak pesawat f yaitu kedatangan di CGK pukul 00.15 WIB untuk jadwal keberangkatan 2 yaitu keberangkatan dari CGK 08.00 WIB, memerlukan waktu singgah 7,75 jam.

Z untuk untuk total waktu singgah awak pesawat minimum di CGK adalah 76,25 jam adalah

I. Penggunaan POM-QM untuk Metode Hungarian

1. POM-QM Metode Hungarian Waktu Singgah di DPS

- Perhatikan *entry-entry* data waktu singgah di DPS pada Tabel 4.3 yang akan di optimalkan menggunakan POM-QM.
- Buka Software POM-QM.
- Klik Menu *Module* → *Assignment*.
- *File* → *New*.

Selanjutnya, ikuti langkah di bawah ini:

- Pada *title* : ketikkan judul “POM-QM Metode Hungarian Waktu Singgah di DPS”
- Pada *number of job* : *select 6*
- Pada *number of machine* : *select 6*

- Pada *row name*: ketik a,b,c,...
- Pada *coloum names*: *select* 1,2,3,...

Maka akan muncul daerah dialog sebagai berikut:

- Klik OK

Maka akan muncul lembar kerja sebagai berikut:

POM-QM Metode Hungarian Waktu Singgah di DPS						
		2	3	4	5	6
a	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	0	0	0
d	0	0	0	0	0	0
e	0	0	0	0	0	0
f	0	0	0	0	0	0

lalu isi *Entry-entry* sesuai dengan data Tabel 4.2 sehingga akan muncul lembar kerja sebagai berikut:

	1	2	3	4	5	6
a	23,33	28,25	6,83	7,58	11	15,33
b	20,42	25,33	27,92	28,67	8,08	12,42
c	16,92	21,83	24,42	25,17	28,58	8,92
d	13,08	18	20,58	21,33	24,75	5,08
e	9,83	14,75	17,33	18,08	21,5	25,83
f	8,67	13,58	16,17	16,92	20,33	24,67

Gambar 4.1. POM-QM Metode Hungarian Memasukan Data Waktu Singgah di DPS

- Klik menu *solve*

Maka akan muncul *output* sebagai berikut:

Optimal cost = \$68,57	1	2	3	4	5	6
a	23,33	28,25	Assign 6,83	7,58	11	15,33
b	20,42	25,33	27,92	28,67	Assign 8,08	12,42
c	16,92	21,83	24,42	25,17	28,58	Assign 8,92
d	Assign 13,08	18	20,58	21,33	24,75	5,08
e	9,83	14,75	17,33	Assign 18,08	21,5	25,83
f	8,67	Assign 13,58	16,17	16,92	20,33	24,67

Gambar 4.2. POM-QM Metode Hungarian *Output* Waktu Singgah di DPS

- Klik menu *window* → *assignment list*

Maka akan muncul hasil sebagai berikut:

JOB	Assigned to	Cost
a	3	6,83
b	5	8,08
c	6	8,92
d	1	13,08
e	4	18,08
f	2	13,58
Total		68,57

Gambar 4.3. POM-QM Metode Hungarian *Assignment List* Waktu Singgah di DPS

Sedemikian sehingga diperoleh pasangan baris dan kolom optimum meminimumkan waktu singgah awak pesawat di DPS, yaitu:

Baris a dengan kolom 3 (x_{13}) = 6,83 jam

Baris b dengan kolom 5 (x_{25}) = 8,08 jam

Baris c dengan kolom 6 (x_{36}) = 8,92 jam

Baris d dengan kolom 1 (x_{41}) = 13,08 jam

Baris e dengan kolom 4 (x_{54}) = 18,08 jam

Baris f dengan kolom 2 (x_{62}) = 13,58 jam

Total waktu singgah dari pasangan baris dan kolom optimum meminimumkan waktu singgah awak pesawat adalah 68,57 jam.

Hasil POM-QM bersesuaian dengan hasil pengolahan manual, sehingga dapat dikatakan pengolahan benar.

2. POM-QM Metode Hungarian Waktu Singgah di CGK

- Perhatikan *entry-entry* data waktu singgah di CGK pada Tabel 4.4 yang akan di optimalkan menggunakan POM-QM.
- Buka Software POM-QM.
- Klik Menu *Module* → *Assignment*.
- *File* → *New*.

Selanjutnya, ikuti langkah di bawah ini:

- Pada *title* : ketikkan judul “POM-QM Metode Hungarian Waktu Singgah di CGK”
- Pada *number of job* : *select* 6
- Pada *number of machine* : *select* 6
- Pada *row name*: ketik a,b,c,..
- Pada *coloum names*: *select* 1,2,3,..

Maka akan muncul daerah dialog sebagai berikut:

- Klik OK

Maka akan muncul lembar kerja sebagai berikut:

POM-QM Metode Hungarian Waktu Singgah di CGK						
	1	2	3	4	5	6
a	0	0	0	0	0	0
b	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	0	0	0
d	0	0	0	0	0	0
e	0	0	0	0	0	0
f	0	0	0	0	0	0

lalu isi *Entry-entry* sesuai dengan data Tabel 4.3 sehingga akan muncul lembar kerja sebagai berikut:

	1	2	3	4	5	6
a	20,75	23,75	27,25	7,08	10,33	11,5
b	15,92	18,92	22,42	26,25	5,5	6,67
c	13,17	16,17	19,67	23,5	26,75	27,92
d	12,5	15,5	19	22,83	26,08	27,25
e	9	12	15,5	19,33	22,58	23,75
f	28,75	7,75	11,25	15,08	18,33	19,50

Gambar 4.4. POM-QM Metode Hungarian Memasukan Data Waktu Singgah di CGK

- Klik menu *solve*

Maka akan muncul *output* sebagai berikut:

Optimal cost = \$76,25	1	2	3	4	5	6
a	20,75	23,75	27,25	Assign 7,08	10,33	11,5
b	15,92	18,92	22,42	26,25	Assign 5,5	6,67
c	Assign 13,17	16,17	19,67	23,5	26,75	27,92
d	12,5	15,5	Assign 19	22,83	26,08	27,25
e	9	12	15,5	19,33	22,58	Assign 23,75
f	28,75	Assign 7,75	11,25	15,08	18,33	19,5

Gambar 4.5. POM-QM Metode Hungarian *Output* Waktu Singgah di CGK

- Klik menu *window* → *assignment list*

Maka akan muncul hasil sebagai berikut:

JOB	Assigned to	Cost
a	4	7,08
b	5	5,5
c	1	13,17
d	3	19
e	6	23,75
f	2	7,75
Total		76,25

Gambar 4.6. POM-QM Metode Hungarian *Assignment List* Waktu Singgah di CGK

Sedemikian sehingga diperoleh pasangan baris dan kolom optimum meminimumkan waktu singgah awak pesawat di CGK, yaitu:

Baris a dengan kolom 4 (x_{14}) = 7,08 jam

Baris b dengan kolom 5 (x_{25}) = 5,50 jam

Baris c dengan kolom 1 (x_{31}) = 13,17 jam

Baris d dengan kolom 3 (x_{43}) = 19,00 jam

Baris e dengan kolom 6 (x_{56}) = 23,75 jam

Baris f dengan kolom 2 (x_{62}) = 7,75 jam

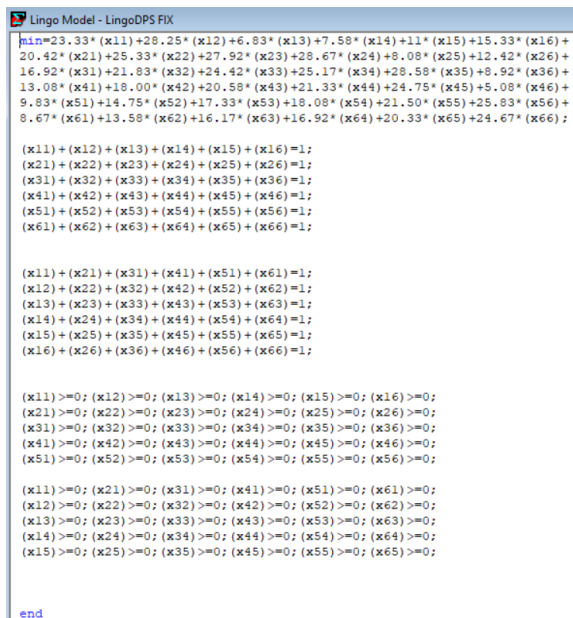
Total waktu singgah dari pasangan baris dan kolom optimum meminimumkan waktu singgah awak pesawat di CGK adalah 76,25 jam

Hasil POM-QM bersesuaian dengan hasil pengolahan manual, sehingga dapat dikatakan pengolahan benar.

J. Penggunaan LINGO untuk Metode Simpleks

1. LINGO Metode Simpleks Waktu Singgah di DPS

- Perhatikan Bentuk model program linear waktu singgah di DPS dan batasan kendala, Halaman 56 dan 57.
- Buka Software LINGO.
- Masukkan model waktu singgah di DPS, batasan kendala dan batas positif. Sebagai berikut :



```

Lingo Model - LingoDPS FIX
min=23.33*(x11)+28.25*(x12)+6.83*(x13)+7.58*(x14)+11*(x15)+15.33*(x16)+
20.42*(x21)+25.33*(x22)+27.92*(x23)+28.67*(x24)+8.08*(x25)+12.42*(x26)+
16.92*(x31)+21.83*(x32)+24.42*(x33)+25.17*(x34)+28.58*(x35)+8.92*(x36)+
13.08*(x41)+18.00*(x42)+20.58*(x43)+21.33*(x44)+24.75*(x45)+5.08*(x46)+
9.83*(x51)+14.75*(x52)+17.33*(x53)+18.08*(x54)+21.50*(x55)+25.83*(x56)+
8.67*(x61)+13.58*(x62)+16.17*(x63)+16.92*(x64)+20.33*(x65)+24.67*(x66);

(x11)+(x12)+(x13)+(x14)+(x15)+(x16)=1;
(x21)+(x22)+(x23)+(x24)+(x25)+(x26)=1;
(x31)+(x32)+(x33)+(x34)+(x35)+(x36)=1;
(x41)+(x42)+(x43)+(x44)+(x45)+(x46)=1;
(x51)+(x52)+(x53)+(x54)+(x55)+(x56)=1;
(x61)+(x62)+(x63)+(x64)+(x65)+(x66)=1;

(x11)+(x21)+(x31)+(x41)+(x51)+(x61)=1;
(x12)+(x22)+(x32)+(x42)+(x52)+(x62)=1;
(x13)+(x23)+(x33)+(x43)+(x53)+(x63)=1;
(x14)+(x24)+(x34)+(x44)+(x54)+(x64)=1;
(x15)+(x25)+(x35)+(x45)+(x55)+(x65)=1;
(x16)+(x26)+(x36)+(x46)+(x56)+(x66)=1;

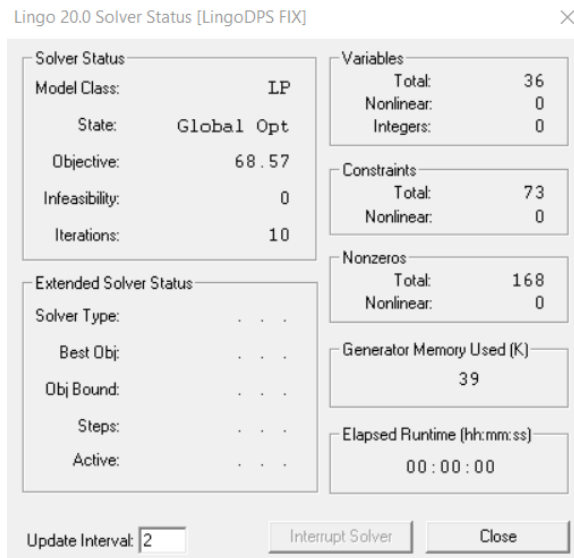
(x11)>=0;(x12)>=0;(x13)>=0;(x14)>=0;(x15)>=0;(x16)>=0;
(x21)>=0;(x22)>=0;(x23)>=0;(x24)>=0;(x25)>=0;(x26)>=0;
(x31)>=0;(x32)>=0;(x33)>=0;(x34)>=0;(x35)>=0;(x36)>=0;
(x41)>=0;(x42)>=0;(x43)>=0;(x44)>=0;(x45)>=0;(x46)>=0;
(x51)>=0;(x52)>=0;(x53)>=0;(x54)>=0;(x55)>=0;(x56)>=0;

(x11)>=0;(x21)>=0;(x31)>=0;(x41)>=0;(x51)>=0;(x61)>=0;
(x12)>=0;(x22)>=0;(x32)>=0;(x42)>=0;(x52)>=0;(x62)>=0;
(x13)>=0;(x23)>=0;(x33)>=0;(x43)>=0;(x53)>=0;(x63)>=0;
(x14)>=0;(x24)>=0;(x34)>=0;(x44)>=0;(x54)>=0;(x64)>=0;
(x15)>=0;(x25)>=0;(x35)>=0;(x45)>=0;(x55)>=0;(x65)>=0;

end
  
```

Gambar 4.7. LINGO Metode Simpleks Memasukan Data Waktu Singgah di DPS

- Klik menu *solver* pilih *solve*,
Lalu akan muncul status penyelesaian:



Gambar 4.8. LINGO Metode Simpleks Status Penyelesaian Data Waktu Singgah di DPS

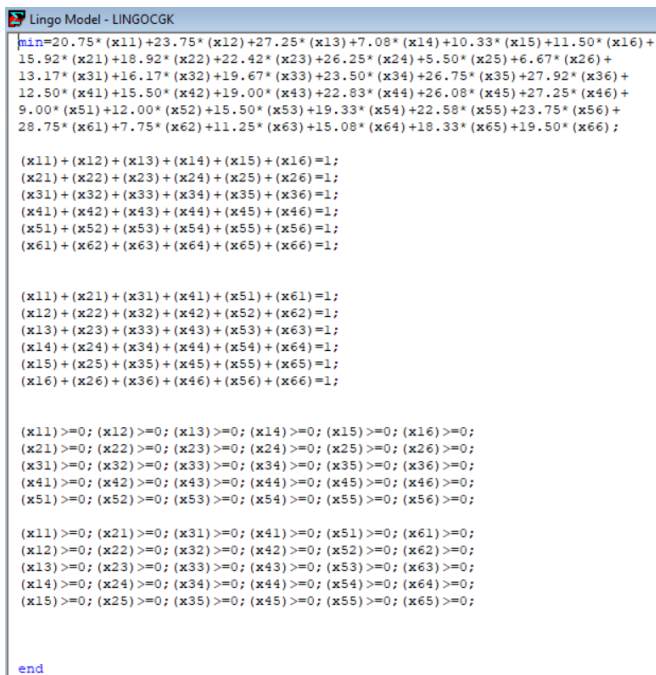
Sedemikian sehingga diperoleh objective value atau Total waktu singgah awak pesawat di DPS minimum dengan kendala batasan yang di paparkan dalam model program linier di aplikasi LINGO adalah 68,57 jam

Hasil total waktu singgah di CGK pengolahan Metode Simpleks menggunakan LINGO bersesuaian dengan hasil pengolahan Metode Hungarian manual dan pengolahan Metode hungarian menggunakan POM-QM, sehingga dapat dikatakan pengolahan benar.

2. LINGO Metode Simpleks Waktu Singgah di CGK

- Perhatikan Bentuk model program linear waktu singgah di CGK dan batasan kendala, Halaman 58.

- Buka Software LINGO.
- Masukkan model waktu singgah di CGK, batasan kendala dan batas positif. Sebagai berikut :



```

min=20.75*(x11)+23.75*(x12)+27.25*(x13)+7.08*(x14)+10.33*(x15)+11.50*(x16)+
15.92*(x21)+18.92*(x22)+22.42*(x23)+26.25*(x24)+5.50*(x25)+6.67*(x26)+
13.17*(x31)+16.17*(x32)+19.67*(x33)+23.50*(x34)+26.75*(x35)+27.92*(x36)+
12.50*(x41)+15.50*(x42)+19.00*(x43)+22.83*(x44)+26.08*(x45)+27.25*(x46)+
9.00*(x51)+12.00*(x52)+15.50*(x53)+19.33*(x54)+22.58*(x55)+23.75*(x56)+
28.75*(x61)+7.75*(x62)+11.25*(x63)+15.08*(x64)+18.33*(x65)+19.50*(x66);

(x11)+(x12)+(x13)+(x14)+(x15)+(x16)=1;
(x21)+(x22)+(x23)+(x24)+(x25)+(x26)=1;
(x31)+(x32)+(x33)+(x34)+(x35)+(x36)=1;
(x41)+(x42)+(x43)+(x44)+(x45)+(x46)=1;
(x51)+(x52)+(x53)+(x54)+(x55)+(x56)=1;
(x61)+(x62)+(x63)+(x64)+(x65)+(x66)=1;

(x11)+(x21)+(x31)+(x41)+(x51)+(x61)=1;
(x12)+(x22)+(x32)+(x42)+(x52)+(x62)=1;
(x13)+(x23)+(x33)+(x43)+(x53)+(x63)=1;
(x14)+(x24)+(x34)+(x44)+(x54)+(x64)=1;
(x15)+(x25)+(x35)+(x45)+(x55)+(x65)=1;
(x16)+(x26)+(x36)+(x46)+(x56)+(x66)=1;

(x11)>=0;(x12)>=0;(x13)>=0;(x14)>=0;(x15)>=0;(x16)>=0;
(x21)>=0;(x22)>=0;(x23)>=0;(x24)>=0;(x25)>=0;(x26)>=0;
(x31)>=0;(x32)>=0;(x33)>=0;(x34)>=0;(x35)>=0;(x36)>=0;
(x41)>=0;(x42)>=0;(x43)>=0;(x44)>=0;(x45)>=0;(x46)>=0;
(x51)>=0;(x52)>=0;(x53)>=0;(x54)>=0;(x55)>=0;(x56)>=0;

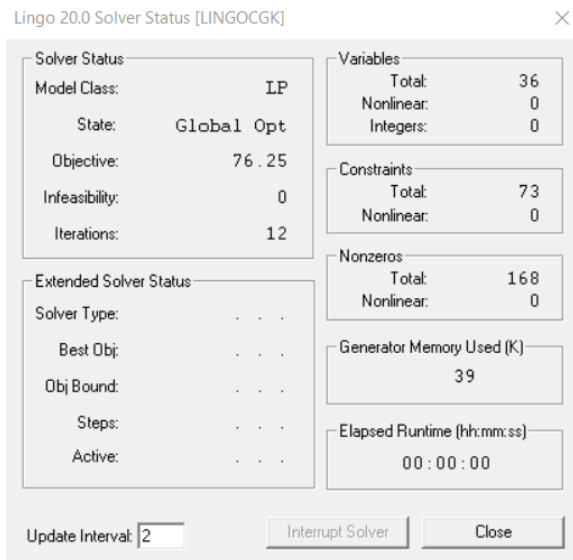
(x11)>=0;(x21)>=0;(x31)>=0;(x41)>=0;(x51)>=0;(x61)>=0;
(x12)>=0;(x22)>=0;(x32)>=0;(x42)>=0;(x52)>=0;(x62)>=0;
(x13)>=0;(x23)>=0;(x33)>=0;(x43)>=0;(x53)>=0;(x63)>=0;
(x14)>=0;(x24)>=0;(x34)>=0;(x44)>=0;(x54)>=0;(x64)>=0;
(x15)>=0;(x25)>=0;(x35)>=0;(x45)>=0;(x55)>=0;(x65)>=0;

end

```

Gambar 4.9. LINGO Metode Simpleks Memasukan Data Waktu Singgah di CGK

- Klik menu *solver* pilih *solve*,
- Lalu akan muncul status penyelesaian:



Gambar 4.10. LINGO Metode Simpleks Status Penyelesaian Data Waktu Singgah di CGK

Sedemikian sehingga objective value atau Total waktu singgah awak pesawat di CGK minimum dengan kendala batasan yang di paparkan dalam model program linier di aplikasi LINGO adalah 76,25 jam

Hasil total waktu singgah di CGK pengolahan Metode Simpleks menggunakan LINGO bersesuaian dengan hasil pengolahan Metode Hungarian manual dan pengolahan Metode hungarian menggunakan POM-QM, sehingga dapat dikatakan pengolahan benar.

K. Pembahasan

Berdasarkan apa yang telah dilakukan penulis, dalam penelitian optimasi penugasan awak pesawat dengan rute

jakarta-bali, maskapai PT Citilink Indonesia (QG). Penentuan optimasi penugasan awak pesawat dengan cara meminimalkan waktu singgah awak pesawat pada dua lokasi yaitu, waktu singgah di Bandara International I Gusti Ngurahrai (DPS) Bali dan waktu singgah di Bandara International Soekarno-Hatta (CGK) Jakarta, memperhatikan ketentuan yang berlaku. Mendapatkan model matematika penugasan awak pesawat sebagai berikut:

- Meminimumkan $Z = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 c_{ij}x_{ij}$

Keterangan

Z menyatakan total waktu singgah awak pesawat,

c_{ij} adalah Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan di daerah singgah sampai dengan jadwal keberangkatan di daerah singgah,

x_{ij} adalah Penugasan awak pesawat untuk jadwal keberangkatan pesawat selanjutnya di kota singgah.

- Dengan batasan kendala :

Awak Pesawat,

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} = 1$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} = 1$$

$$x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} = 1$$

Jadwal Keberangkatan,

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} = 1$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} = 1$$

$$x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} = 1$$

Waktu singgah awak pesawat di di Bandara International I Gusti Ngurahrai (DPS) Bali, menunjukkan waktu singgal optimum $Z = 6,83 + 8,08 + 8,92 + 13,08 + 18,08 + 13,58 = 68,57$. Rincian alokasi penugasan awak pesawat sebagai berikut:

CGK - DPS - CGK	
awak pesawat	jadwal keberangkatan
a	3
b	5
c	6
d	1
e	4
f	2

Keterangan :

- Penugasan awak pesawat a untuk jadwal keberangkatan 3 diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari CGK lalu tiba di DPS pukul 07.00 WIB akan melakukan jadwal keberangkatan kembali dari DPS pukul 13.50 WIB menuju CGK dihari yang sama, membutuhkan waktu singgah 6,83 jam di Bali
- Penugasan awak pesawat b untuk jadwal keberangkatan 5 diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari CGK

lalu tiba di DPS pukul 09.55 WIB akan melakukan jadwal keberangkatan kembali dari DPS pukul 18.00 WIB menuju CGK dihari yang sama, membutuhkan waktu singgah 8,08 jam di Bali

- Penugasan awak pesawat c untuk jadwal keberangkatan 6 diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari CGK lalu tiba di DPS pukul 13.25 WIB akan melakukan jadwal keberangkatan kembali dari DPS pukul 22.20 WIB menuju CGK dihari yang sama, membutuhkan waktu singgah 8,92 jam di Bali
- Penugasan awak pesawat d untuk jadwal keberangkatan 1 diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari CGK lalu tiba di DPS pukul 17.15 WIB akan melakukan jadwal keberangkatan kembali dari DPS pukul 06.20 WIB menuju CGK dihari berikutnya, membutuhkan waktu singgah 13,08 jam di Bali
- Penugasan awak pesawat e untuk jadwal keberangkatan 4 diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari CGK lalu tiba di DPS pukul 20.30 WIB akan melakukan jadwal keberangkatan kembali dari DPS pukul 14.35 WIB menuju CGK dihari berikutnya, membutuhkan waktu singgah 18,08 jam di Bali
- Penugasan awak pesawat f untuk jadwal keberangkatan 2 diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari CGK lalu tiba di DPS pukul 21.40 WIB akan melakukan jadwal keberangkatan kembali dari DPS 11.15 WIB menuju CGK pukul dihari berikutnya, membutuhkan waktu singgah 13,58

jam di Bali

Sedemikian sehingga tabel solusi operasional awak pesawat di DPS yang optimal adalah

DPS	
jadwal kedatangan	jadwal keberangkatan
07.00	13.50
09.55	18.00
13.25	22.20
17.15	11.15
20.30	14.35
21.40	11.15

Selanjutnya waktu singgah awak pesawat di di Bandara International Soekarno hatta (CGK) Jakarta, menunjukkan waktu singgal optimum $Z = 7,08 + 5,50 + 13,17 + 19,00 + 23,75 + 7,75 = 76,25$ Jam. Rincian alokasi penugasan awak pesawat sebagai berikut:

DPS - CGK - DPS	
awak pesawat	jadwal keberangkatan
a	4
b	5
c	1
d	3
e	6
f	2

Keterangan :

- Penugasan awak pesawat a untuk jadwal keberangkatan 4 diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari DPS lalu tiba di CGK pukul 08.15 WIB akan melakukan jadwal

kebernagkatan kembali dari CGK pukul 15.20 WIB menuju DPS dihari yang sama, membutuhkan waktu singgah 7,08 jam di Jakarta

- Penugasan awak pesawat b untuk jadwal keberangkatan 5 diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari DPS lalu tiba di CGK pukul 13.05 WIB akan melakukan jadwal kebernagkatan kembali dari CGK pukul 18.35 WIB menuju DPS dihari yang sama, membutuhkan waktu singgah 5,5 jam di Jakarta
- Penugasan awak pesawat c untuk jadwal keberangkatan diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari DPS lalu tiba di CGK pukul 15.50 WIB akan melakukan jadwal kebernagkatan kembali dari CGK pukul 05.00 WIB menuju DPS dihari berikutnya, membutuhkan waktu singgah 13,17 jam di Jakarta
- Penugasan awak pesawat d untuk jadwal keberangkatan 3 diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari DPS lalu tiba di CGK pukul 16.30 WIB akan melakukan jadwal kebernagkatan kembali dari CGK pukul 11.30 WIB menuju DPS dihari berikutnya, membutuhkan waktu singgah 19 jam di Jakarta
- Penugasan awak pesawat e untuk jadwal keberangkatan 6 diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari DPS lalu tiba di CGK pukul 20.00 WIB akan melakukan jadwal kebernagkatan kembali dari CGK pukul 23.75 WIB menuju DPS dihari berikutnya, membutuhkan waktu singgah 23,75 jam di Jakarta

- Penugasan awak pesawat f untuk jadwal keberangkatan 2 diartikan bahwa Awak pesawat yang ditugaskan dari DPS lalu tiba di CGK pukul 00.15 WIB akan melakukan jadwal kebernagkatan kembali dari CGK pukul 08.00 WIB menuju DPS dihari selanjtnya, membutuhkan waktu singgah 7,75 jam di Jakarta

sedemikian sehingga tabel solusi operasional awak pesawat di DPS yang optimal adalah

CGK	
jadwal kedatangan	jadwal keberangkatan
08.15	15.20
13.05	18.35
15.50	05.00
16.30	11.30
20.00	23.75
00.15	08.00

Terdapat adanya kesesuaian alokasi penugasan awak pesawat ke jadwal keberangkatan antara dua daerah singgah tersebut. Menemukan kesesuaian alokasi penugasan awak pesawat rute perjalanan Jakarta-Bali yang ditunjukkkkan oleh awak pesawat yang ditugaskan melakukan jadwal keberangkatan dari CGK pukul 05.00 WIB lalu tiba di DPS pukul 07.00 WIB akan kembali ditugaskan melakukan jadwal kebernagkatan dari DPS pukul 13.50 WIB lalu tiba di CGK pukul 15.50 WIB. Berlaku sebaliknya, ketika awak pesawat yang ditugaskan melakukan keberangkatan dari DPS pukul 13.50 WIB lalu tiba di CGK pukul 15.50 WIB akan kembali ditugaskan melakukan jadwal keberangkatan dari CGK pukul 05.00 WIB lalu tiba di DPS pukul 07.00 WIB.

kesesuaian alokasi	
keberangkatan dari CGK	kedatangan di DPS
05.00	07.00
kesesuaian alokasi	
keberangkatan dari DPS	kedatangan di CGK
13.50	15.50

kesesuaian alokasi juga terlihat pada alokasi penugasan awak pesawat rute perjalanan Jakarta-Bali yang ditunjukkan oleh awak pesawat yang ditugaskan melakukan jadwal keberangkatan dari CGK pukul 15.20 WIB lalu tiba di DPS pukul 17.15 WIB akan kembali ditugaskan melakukan jadwal keberangkatan dari DPS pukul 06.20 WIB lalu tiba di CGK pukul 08.15 WIB. Berlaku sebaliknya, ketika awak pesawat yang ditugaskan melakukan keberangkatan dari DPS pukul 06.20 WIB lalu tiba di CGK pukul 08.15 WIB akan kembali ditugaskan melakukan jadwal keberangkatan dari CGK pukul 15.20 WIB lalu tiba di DPS pukul 17.15 WIB.

kesesuaian alokasi	
keberangkatan dari CGK	kedatangan di DPS
15.20	17.15
kesesuaian alokasi	
keberangkatan dari DPS	kedatangan di CGK
06.20	08.15

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Kesimpulan dari hasil penelitian penugasan awak pesawat yang telah dioptimalkan dengan mempertimbangkan waktu singgah di di Bandara International I Gusti Ngurah Rai (DPS) Bali dan waktu singgah di Bandara International Soekarno-Hatta (CGK) Jakarta. Penugasan awak pesawat dan jadwal keberangkatan pesawat di rute Jakarta-Bali memenuhi ketentuan operasional awak pesawat yang berlaku di maskapai PT Citilink Indonesia (QG). Optimasi penugasan ini memberikan solusi antara kebutuhan operasional jadwal keberangkatan dan efisiensi penggunaan Waktu singgah awak pesawat. Hasil utama yaitu:

1. Model Matematika Penugasan Awak Pesawat

Berdasarkan data waktu singgah awak pesawat PT Citilink Indonesia yang telah diperoleh sehingga membentuk model matematika penugasan awak pesawat sebagai berikut:

$$\text{Meminimumkan } Z = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 c_{ij} x_{ij}$$

Z menyatakan total waktu singgah awak pesawat, c_{ij} adalah Waktu singgah yang diperlukan awak pesawat antara jadwal kedatangan di daerah singgah sampai dengan jadwal keberangkatan di daerah singgah, dan x_{ij} adalah Penugasan awak pesawat untuk jadwal keberangkatan pesawat selanjutnya di kota singgah. Dengan batasan kendala :

Awak Pesawat,

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} = 1$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} = 1$$

$$x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} = 1$$

Jadwal Keberangkatan,

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} = 1$$

$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} = 1$$

$$x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} + x_{66} = 1$$

2. Solusi Optimal Penugasan Awak Pesawat di DPS (Bali) dan di CGK (Jakarta)

Tabel 5.1. Solusi Optimal Penugasan Awak Pesawat di DPS (Bali)

DPS	
Jadwal kedatangan	Jadwal keberangkatan
07.00	13.50
09.55	18.00
13.25	22.20
17.15	11.15
20.30	14.35
21.40	11.15

Tabel 5.2. Solusi Optimal Penugasan Awak Pesawat di CGK (Jakarta)

CGK	
Jadwal kedatangan	Jadwal keberangkatan
08.15	15.20
13.05	18.35
15.50	05.00
16.30	11.30
20.00	23.75
00.15	08.00

B. Saran

Penelitian mengenai penerapan Metode Hungarian untuk mengoptimalkan penugasan awak pesawat pada rute Jakarta-Bali, terdapat beberapa saran yang dapat dilanjutkan untuk meningkatkan studi dalam penerapan Metode Hungarian serta memberikan manfaat yang lebih luas bagi maskapai PT Citilink Indonesia. Adapun saran yang penulis berikan adalah sebagai berikut:

1. Pengembangan kasus pada fungsi tujuan dan batasan kendala

Untuk penelitian selanjutnya, disarankan untuk mempertimbangkan faktor variabel tambahan seperti keterlambatan penerbangan (*delay*) atau perubahan jadwal mendadak (*reschedule*). Hal ini dapat memberikan gambaran yang lebih nyata mengenai kondisi di lapangan.

2. Pembanding cara validasi penggunaan POM-QM dan LINGO

Penelitian serupa dapat diterapkan efektifitas antaran cara POM-QM dan cara LINGO

3. Ekspansi ke Rute Lain

Penelitian serupa dapat diterapkan pada rute penerbangan lain, baik domestik maupun internasional, untuk mengidentifikasi potensi efisiensi yang lebih besar dalam penjadwalan awak pesawat di seluruh jaringan operasional maskapai.

4. Kesejahteraan Awak Pesawat

Dengan adanya efisiensi waktu singgah, maskapai dapat mempertimbangkan langkah-langkah untuk meningkatkan kesejahteraan awak pesawat, seperti menyediakan fasilitas istirahat yang lebih baik di bandara kota singgah, penghargaan terhadap loyalitas kerja, atau penyesuaian waktu kerja yang lebih fleksibel.

5. Evaluasi Berkala dan Peningkatan Strategi Operasional

Disarankan agar maskapai melakukan evaluasi berkala memastikan metode tetap relevan dan dapat bersaing kompetitif dengan maskapai lain di kelasnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Lestari, M., Rahmawaty, A., Etrawati, F., Cahyani, N. A., Kasih, S.D., Rabiah, M. G., & Ardiansyah, R. 2018. Persepsi Risiko Penumpang Pesawat Terbang. *Jurnal Kesehatan*, 11(2):55-60.
- Mismiwati, M. 2016. Pengaruh Kepuasan Pelanggan, Kualitas Produk, Dan Experiential Marketing Terhadap Word Of Mouth Pada Percetakan Sabilul Haq. *A Research Journal on Islamic Economics*. 2(1):19-30.
- Parhusip, N. E., Arida, I. S. 2018. Wisatawan Milenial di Bali (Karakteristik, Motivasi, dan Makna Berwisata). *Jurnal Destinasi Pariwisata*. 6(2):299-303.
- Badan Pusat Statistik Indonesia. 2023. *Statistik Transportasi Udara Tahun 2022*. Jakarta: BPS Indonesia.
- Nihayah, N. 2023. *Strategi Layanan Pada Toko Sumber Makmur Pasar Pahing Kota Kediri Dalam Mempertahankan Loyalitas Pelanggan*. Desertasi. Kediri: Program Doktor IAIN Kediri.
- Munapo, E. 2020. Development of an accelerating Hungarian method for assignment problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6–13.
- Anton, H., dan Rorres, C. 2005. *Elementary linear Algebra*. New Delhi: Wiley India Pvt.
- Harini, D. 2017. Optimasi Penugasan Menggunakan Metode Hungarian Pada CV. L&J Express Malang. *Jurnal Ilmiah Penelitian dan Penerapan Teknologi Sistem Informasi*. 1(2):68.

- Riyanto, W., dan Atmayani, A. 2023. Pemecahan Masalah Penugasan (*Assignment Problem*) melalui Optimalisasi Penugasan Pejabat Pengadaan pada Pelaksanaan Pengadaan Langsung Secara Transaksional Berdasarkan Jenis Pengadaan Menggunakan Metode Hungarian. *Jurnal Pengadaan Barang/Jasa (JPBJ)*. 2(1):38-46.
- Wulan, E., Mujtaba, A., Mutia, R. 2023. Minimasi Biaya Masalah Penjadwalan Awak Pesawat Menggunakan Teknik Penugasan. *Jurnal EurekaMatika*, 11(2):133-144.
- asriati, S., Lestari, A. 2017. Penyelesaian masalah penugasan menggunakan metode hungarian dan pinalti (Studi Kasus: CV. Surya Pelangi). *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, 3(1):75-81.
- Aminudin, H. 2005. *Prinsip-prinsip riset operasi* . Jakarta: Erlangga.
- Siswanto. 2006. *Operations Research Jilid 2* . Jakarta: Erlangga.
- Soemartojo, N. 1988. *Program Linear*. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Handoko, T.H. 2008. *Manajemen Personalia dan Sumberdaya Manusia*. Yogyakarta: BPFE.
- Subagyo, P., Asri, M., dan Handoko, T. 2000. *Dasar-Dasar Operation Reserch*. Yogyakarta: BPFE.
- Hillier dan Lieberman. 1990. *Introduction to Operations Research*. Amerika Serikat: McGraw-Hill.

- Prawisentono, S. 2005. *Riset Operasi dan Ekonofisika*. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- Taha, H.A. 1996. *Operations Research: An Introduction*. India: Pearson Education.
- Rahardjo, D. 2010. *Pengantar riset operasi*. Yogyakarta: Penerbit Andi.
- Suparno. 2009. *Penyelesaian Program Linear dengan Menggunakan Metode Titik Interior dan Metode Simpleks*. Skripsi. Surakarta: Universitas Sebelas Maret.
- Yamit, Z. 2003. *Manajemen kuantitatif untuk bisnis (Operations Research)*. Yogyakarta: BPFE.
- Sihombing, P. R., dan Arsani, A. M. 2022. *Aplikasi Riset Operasional dengan POM-QM*. Surabaya: Global Aksara Pers.
- Kurnia, dan Niken, S. 2020. Analisis Masalah Transshipment Menggunakan Software Lingo Di Pt. Sbt. *Jurnal Ilmiah Teknologi Infomasi Terapan*. 6(2):94-99.
- Dar, Q. F., Padi, T. R., dan Tali, A. M. 2016. Mixed input and output orientations of data envelopment analysis with linear fractional programming and least distance measures. *Statistics, Optimization Information Computing*. 4(4), 326-341.

Lampiran 1. Data Pengamatan

(<https://www.citilink.co.id/en/>)

A. Data keberangkatan pesawat di CGK (WIB) dan kedatangan di DPS (WITA) maskapai PT Citilink Indonesia tanggal 7 Oktober 2024

Maskapai	Destinasi	Waktu Keberangkatan (CGK)	Waktu Kedatangan (DPS)	Status
Citilink	DPS	15:30	18:15	On Time
Citilink	DPS	18:35	21:30	On Time
Citilink	DPS	19:45	22:40	On Time
Citilink	DPS	05:00	08:00	On Time
Citilink	DPS	08:00	10:55	On Time
Citilink	DPS	11:30	14:25	On Time

Gambar 0.1. Data keberangkatan pesawat di CGK (WIB) dan kedatangan di DPS (WITA)

B. Data keberangkatan pesawat di DPS (WITA) dan kedatangan di CGK (WIB) maskapai PT Citilink Indonesia tanggal 7 Oktober 2024

Flight Number	Origin	Destination	Departure/Arrival Time	Duration
Citilink QJ391	DPS	CGK	15:35	1h 55m
Citilink QJ397	DPS	CGK	19:00	2h
Citilink QJ395	DPS	CGK	23:20	1h 55m
Citilink QJ391	DPS	CGK	07:20	1h 55m
Citilink QJ397	DPS	CGK	12:15	1h 55m
Citilink QJ395	DPS	CGK	14:50	2h

Gambar 0.2. Data keberangkatan pesawat di DPS (WITA) dan kedatangan di CGK (WIB)