

**MODEL PENYEBARAN POPULASI PEROKOK DI
INDONESIA DENGAN STRATEGI PENGENDALIAN
KONTROL OPTIMAL PEMBERIAN EDUKASI DAN TERAPI
PERMEN KARET NIKOTIN**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Matematika
dalam Ilmu Sains dan Teknologi



Oleh : **FANNY WIDALAPRITA**
NIM : 2108046066

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
SEMARANG
2025

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Fanny Widalaprita
NIM : 2108046066
Jurusan/Program Studi : Matematika/ Sains dan Teknologi

menyatakan bahwa skripsi yang berjudul :

**MODEL PENYEBARAN POPULASI PEROKOK DI INDONESIA
DENGAN STRATEGI PENGENDALIAN KONTROL OPTIMAL
PEMBERIAN EDUKASI DAN TERAPI PERMEN KARET NIKOTIN**

secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri,
kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 11 Februari 2025

Pembuat pernyataan,



Fanny Widalaprita
NIM : 2108046066



KEMENTERIAN AGAMA R.I.
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Prof. Dr. Hamka (Kampus II) Ngaliyan Semarang
Telp. 024-7601295 Fax. 7615387

PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini :

Judul : **MODEL PENYEBARAN POPULASI PEROKOK DI
INDONESIA DENGAN STRATEGI PENGENDALIAN
KONTROL OPTIMAL PEMBERIAN EDUKASI DAN
TERAPI PERMEN KARET NIKOTIN**

Penulis : Fanny Widalaprita

NIM : 2108046066

Jurusan : Matematika

Telah diujikan dalam sidang *tugas akhir* oleh Dewan Penguji
Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima
sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu
Sains dan Teknologi.

Semarang, 30 April 2025

DEWAN PENGUJI

Penguji I,

Aini Fitriyah, M.Sc.

NIP : 198909292019032021

Penguji II,

Yolanda Norasia, M.Si.

NIP : 199409232019032011

Penguji III,

Dinni Rahma Oktaviani, M.Si.

NIP : 199410092019032017

Penguji IV,

Eva Khoirun Nisa, M.Si.

NIP : 198701022019032010

Pembimbing I,

Yolanda Norasia, M.Si.

NIP : 19940923 201903 2 011

NOTA DINAS

Semarang, 11 Februari 2025

Yth. Ketua Program Studi Sains dan Teknologi
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : MODEL PENYEBARAN POPULASI PEROKOK DI
INDONESIA DENGAN STRATEGI PENGENDALIAN
KONTROL OPTIMAL PEMBERIAN EDUKASI DAN
TERAPI PERMEN KARET NIKOTIN

Nama : Fanny Widalaprita

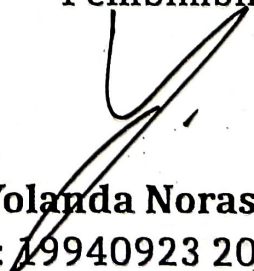
NIM : 2108046066

Jurusan : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing I,


Yolanda Norasia, M.Si.
NIP : 19940923 201903 2 011

ABSTRAK

Rokok merupakan salah satu produk tembakau yang penggunaannya dengan cara dibakar dan dihisap. Mengonsumsi rokok dapat menyebabkan ketergantungan dan membahayakan kesehatan jika tidak dihentikan. Dengan demikian, penelitian skripsi ini membahas mengenai kontrol optimal model penyebaran populasi perokok SEIR (*Susceptible - Exposed - Infected - Recovery*). Pada model SEIR diberikan dua kontrol optimal, yaitu berupa edukasi untuk meminimumkan subpopulasi *Exposed* (E) dan terapi permen karet nikotin untuk meminimumkan subpopulasi *Infected* (I). Pada simulasi numerik kontrol optimal diperoleh dari prinsip minimum pontryagin dan metode *sweep* maju-mundur. Berdasarkan, hasil simulasi menunjukkan bahwa edukasi dan terapi permen karet nikotin efektif dalam meminimumkan subpopulasi *Exposed* (E) dan subpopulasi *Infected* (I).

Kata kunci : Kontrol Optimal, Model Penyebaran Populasi Perokok, Metode *sweep* Maju-Mundur.

KATA PENGANTAR

Bismillaahirrahmanirrahiim

Alhamdulillahirobbil'alamin, segala puji syukur atas kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, hidayah, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan tugas akhir skripsi yang berjudul **"Model Penyebaran Populasi Perokok di Indonesia dengan Strategi Pengendalian Kontrol Optimal Pemberian Edukasi dan Terapi Permen Karet Nikotin"**. Sholawat serta salam senantiasa tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW, berserta keluarga dan seluruh pengikutnya.

Pada penyusunan skripsi ini digunakan untuk memenuhi dan melengkapi persyaratan dalam memperoleh gelar Sarjana Matematika (S-1) Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang. Penulis menyadari bahwa tulisan dalam penyusunan skripsi ini masih sederhana, serta tidak terlepas dari hambatan dan tantangan yang dihadapi oleh penulis. Namun, berkat bimbingan, saran, serta dukungan dari berbagai pihak secara langsung dan tidak langsung, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Dalam kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang memberi dukungan, bimbingan, dan motivasi dalam proses penyusunan menyelesaikan skripsi, serta ucapan terima kasih kepada diri sendiri yang sudah bertahan sampai sekarang dalam segala situasi. Hal tersebut memberikan semangat untuk penulis berusaha dan tidak pantang menyerah dalam menghadapi kesulitan selama proses penyusunan skripsi ini. Sehingga, pada kesempatan ini penulis dengan rasa hormat

mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Prof. Dr. Nizam, M.Ag., selaku Rektor UIN Walisongo Semarang.
2. Bapak Prof. Dr. H. Musahadi, M. Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang.
3. Ibu Any Muanalifah, M.Si., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Prodi Matematika UIN Walisongo Semarang.
4. Ibu Yolanda Norasia M.Si., selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan waktu, arahan dan bimbingan selama proses penyusunan skripsi ini hingga selesai dengan baik.
5. Ibu Nur Khasanah M.Si., selaku Dosen Wali yang telah memberikan motivasi, arahan, dan bimbingan selama belajar di Kampus UIN Walisongo Semarang.
6. Segenap dosen, staf tata usaha, dan pegawai UIN Walisongo Semarang yang telah membantu penulis selama perkuliahan dan penulisan skripsi.
7. Kepada orang tua terhebat, Bapak Agus Widodo dan Ibu Atik Sumarni, yang senantiasa tanpa henti telah memberikan dukungan selama perjalanan pendidikan. Dengan pengorbana, kasih sayang dan do'a yang selalu dipanjatkan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi. Semoga Allah SWT memberikan kesehatan, serta selalu dalam lindungan Allah SWT.
8. Adik tersayang penulis, Raffa Septian Ramadhan, yang selalu memberikan do'a, semangat, serta menemani saat mengerjakan skripsi dengan segala tingkah laku yang menghibur.

9. Teman dan sahabat tercinta, Annisa Fadhilatus Nabila, Ida Nurlatifah, Icha Auliya Rizqiya, Hurrotul A'yun, Berliana Ashifa Zahra, dan Vero Victori Santoso yang telah membantu, memberi dukungan, serta mendoakan yang terbaik untuk penulis.
10. Teman - teman Matematika angkatan 2021, terkhusus kelas MM-B, atas kebersamaan selama belajar diperkuliahan UIN Walisongo Semarang.
11. Seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah memberikan kontribusi dalam penulisan skripsi ini hingga selesainya. Semoga Allah SWT selalu memberikan kesehatan dan dilancarkan dalam segala hal.

Ucapan terima kasih yang dapat penulis sampaikan. Semoga segala kebaikan yang telah diberikan menjadi sebuah amal ibadah yang diterima dan mendapatkan pahala yang berlimpah dari Allah SWT. Amin.

Akhir kata dari penulis atas segala kekurangan dan kelemahan dalam skripsi ini penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun. Semoga karya tulis skripsi sederhana ini dapat bermanfaat bagi pembaca dan dapat dikembangkan bagi peneliti selanjutnya.

Semarang, 7 Februari 2025

Penulis,

Fanny Widalaprita

NIM. 2108046066

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN KEASLIAN	ii
PENGESAHAN	iii
NOTA PEMBIMBING I	iv
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Rumusan Masalah	6
C. Tujuan Penelitian	6
D. Manfaat Penelitian	7
E. Batasan Masalah	8
BAB II LANDASAN PUSTAKA	9
A. Persamaan Diferensial	9
B. Penyebaran Populasi Perokok	11
C. Pemodelan Matematika	13
D. Edukasi dan Terapi Permen Karet Nikotin	21
E. Sistem Kontrol Optimal	25
F. Metode <i>Sweep</i> Maju-Mundur	29
G. Kajian Terdahulu	31
BAB III METODE PENELITIAN	35
A. Studi Literatur	35
B. Kontruksi Model Sebelum dan Sesudah Modifikasi	35
C. Analisis Kontrol Optimal	36
D. Simulasi Numerik	38
E. Interpretasi Hasil Simulasi Numerik	38
F. Pembahasan dan Kesimpulan	38
G. Diagram Alir Penelitian	39

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	41
A. Pemodelan Matematika Penyebaran Populasi Perokok...	41
B. Analisis Kontrol Optimal	46
C. Simulasi Numerik	55
D. Interprestasi Hasil Simulasi Numerik	57
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	76
A. Kesimpulan	76
B. Saran	79
DAFTAR PUSTAKA	80
DAFTAR LAMPIRAN	84

DAFTAR TABEL

Tabel	Judul	Halaman
Tabel 2.1	Definisi Variabel dan Parameter Model SIR	18
Tabel 2.2	Kajian Penelitian Tedahulu	32
Tabel 4.1	Definisi Variabel Model SEIR	41
Tabel 4.2	Definisi Parameter Model SEIR	42
Tabel 4.3	Definisi Kontrol pada Penyebaran Populasi Perokok	43
Tabel 4.4	Nilai Awal Subpopulasi SEIR pada Model Penyebaran Populasi Perokok (<i>Siti M. B,</i> <i>2020</i>)	55
Tabel 4.5	Nilai Parameter pada Model Persamaan Penyebaran Populasi Perokok (<i>Siti M. B,</i> <i>2020</i>)	56

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Judul	Halaman
Gambar 2.1	Diagram Kompartemen SIR	17
Gambar 2.2	Diagram Kompartemen SEIR	19
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian	39
Gambar 4.1	Diagram Kompartemen SEIR Penyebaran Populasi Perokok Setelah Terdapat Kontrol	44
Gambar 4.2	Grafik Simulasi Subpopulasi model SEIR Penyebaran Populasi Perokok Tanpa Kontrol	57
Gambar 4.3	Simulasi Subpopulasi Susceptible Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol	58
Gambar 4.4	Simulasi Subpopulasi Exposed Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol	60
Gambar 4.5	Simulasi Subpopulasi Infected Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol	61
Gambar 4.6	Simulasi Subpopulasi Recovery Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol	63
Gambar 4.7	Simulasi Kontrol Edukasi u_1	64
Gambar 4.8	Simulasi Kontrol Terapi Permen Karet Nikotin u_2	65
Gambar 4.9	Simulasi Subpopulasi Susceptible Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol	67
Gambar 4.10	Simulasi Subpopulasi Exposed Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol	68

Gambar 4.11	Simulasi Subpopulasi Infected Sebelum dan Sesudah Terdapat Kontrol	63
Gambar 4.12	Simulasi Subpopulasi Recovery Sebelum dan Sesudah Terdapat Kontrol	64
Gambar 4.13	Simulasi Kontrol Edukasi u_1	65
Gambar 4.14	Simulasi Kontrol Terapi Permen Karet Nikotin u_2	66

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1 Program MATLAB R2013a Model SEIR Penyebaran Populasi Perokok dengan Tanpa Kontrol	85
Lampiran 2 Daftar Simbol	95
Lampiran 3 Riwayat Hidup	96

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Perilaku merokok adalah proses menghirup asap dari tembakau yang terdiri dari partikel dan gas, atau dengan kata lain, merupakan pengalaman menghirup asap ke dalam mulut dan kemudian mengeluarkannya melalui pipa atau cerutu. Merokok dianggap sebagai perilaku yang membahayakan kesehatan tubuh. Berdasarkan *World Health Organization* (WHO), rokok mengandung zat adiktif dengan lebih dari 4000 elemen, di mana sekitar 200 elemen tersebut dianggap menyebabkan masalah kesehatan yang serius dan mengakibatkan kematian sekitar 6 juta orang setiap tahunnya (Rifqi dkk, 2022). Di era zaman modern saat ini, perilaku merokok perlu diantisipasi karena merupakan penyebab utama kematian yang diperkirakan angka kematian tersebut akan meningkat. Selain itu, merokok bukan hanya merugikan bagi perokok aktif tetapi juga menimbulkan resiko bagi orang lain yang bukan perokok. Hal tersebut disebabkan karena secara tidak langsung menghirup asap rokok dari perokok aktif, bahkan asap tersebut dapat mempengaruhi kesehatan pada anak.

Indonesia menjadi negara yang menduduki peringkat keempat dengan jumlah perokok tertinggi dan konsumsi rokok terbanyak di seluruh dunia. Angka penyebaran perokok dalam waktu 10 tahun terakhir mengalami peningkatan terus menerus pada jumlah perokok dewasa sebanyak 8,8 juta orang dari 60,3 juta pada tahun 2010 naik menjadi 69,1 juta perokok pada tahun 2021. Berdasarkan *World Health Organization* (WHO), rasio data perokok

di Indonesia yang menggunakan tembakau sebesar 65,5% perokok laki - laki dan 3,3% perokok perempuan (Tasya dkk, 2024). Hal tersebut menguatirkan pemerintah, masyarakat dan lingkungan adanya kenaikan populasi perokok di Indonesia. Dengan demikian, berbagai strategi perawatan kesehatan telah diperkenalkan pada beberapa negara untuk meningkatkan kesadaran tentang merokok dan dampak negatif yang signifikan bagi yang mengkonsumsinya. Sebagian umat muslim dalam mengkonsumsi sesuatu harus memperhatikan beberapa prinsip yaitu bebas dari kotoran dan penyakit, demikian menyehatkan dan bergizi. Sebagaimana pandangan fiqih tentang rokok pada buku Umi Hani, dkk (2024) yaitu firman Allah SWT pada Q.S An-Nisa ayat 29:

وَلَا تَقْتُلُوا أَنْفُسَكُمْ إِنَّ اللَّهَ كَانَ بِكُمْ رَحِيمًا

Artinya : "dan janganlah kamu membunuh dirimu, sesungguhnya Allah Maha Penyayang"(Q.S An-Nisa:29).

Ayat tersebut memperingatkan manusia agar tidak melakukan tindakan yang membahayakan dirinya sendiri. Bahwasanya, menurut para ahli kesehatan telah menetapkan rokok mengandung zat berbahaya dan dapat menyebabkan dampak bagi kesehatan yang fatal.

Banyak ilmuwan yang telah melakukan penelitian dan pengujian untuk mendapatkan obat. Pada tahun 2020, seorang peneliti Rajkumari, dan timnya menemukan solusi yang efektif untuk mengurangi populasi perokok yaitu melalui terapi pengganti

nikotin (NRT). Produk pengganti nikotin ini mengandung nikotin murni dengan tujuan untuk mengurangi konsumsi tembakau pada rokok. Produk nikotin yang mudah diakses yaitu terapi permen karet nikotin (Nicotine Polacrilex) sebagai pengganti untuk menghisap rokok dengan mengunyah permen karet nikotin. Namun, terapi ini dapat membantu perokok aktif mengurangi merokok, jika digunakan secara teratur memberi efek yang optimal. Meskipun terapi ini hanya diterapkan di beberapa populasi perokok, dengan begitu dapat menjadi suatu solusi yang efektif bagi perokok yang ingin sembuh.

Selain itu, untuk mencegah pertambahan populasi perokok di Indonesia diperlukan pemberian edukasi kepada masyarakat. Kegiatan edukasi diberikan sebagai bagian dari promosi kesehatan yang didalamnya memerlukan komunikasi dan informasi (Risna dkk, 2024). Pada kasus ini, kegiatan edukasi yang digunakan berupa penyuluhan secara langsung atau melalui media online. Dengan adanya informasi dan pengetahuan yang disebarluaskan kepada masyarakat mengenai bahaya merokok. Dapat menyadarkan serta meningkatkan pengetahuan masyarakat tentang dampak bahaya merokok dan asapnya bagi perokok aktif dan populasi yang bukan perokok. Dengan diberikannya edukasi perokok aktif dapat memahami serta menerapkan hidup sehat, menjauhi populasi perokok aktif, memulai kegiatan yang bermanfaat, dan berolahraga secara teratur.

Dalam buku, Zadrak (2018) menyatakan bahwa pemodelan matematika merupakan bagian dari matematika terapan yang bertujuan untuk menggambarkan permasalahan kompleks di dunia nyata ke dalam bentuk yang lebih sederhana dan mudah dipahami dengan istilah bahasa matematika. Tujuan

pemodelan matematika adalah memprediksi, menggambarkan, dan menjelaskan suatu fenomena tertentu menggunakan bahasa matematika. Dengan pemodelan matematika, informasi yang diperoleh lebih dekat dengan fenomena yang sebenarnya. Ketertarikan terhadap hubungan penyebaran populasi perokok melalui model matematika mendorong pada penelitian yang dilakukan oleh para peneliti di bidang matematika. Pada salah satu jurnal yang ditulis oleh Jihan Fadilah, dkk (2022) melakukan penelitian tentang model matematika SIR (*Susceptible - Infected - Recovered*) dengan menggunakan persamaan diferensial biasa (PDB) mengenai “Dinamika Kecanduan Rokok pada Pria dan Wanita”. Adapun jurnal berjudul “Stability of Smoker Population Model” dari Kholijah Lubis, dkk (2019) dengan model matematika PSR (*Potential Smoker - Active Smoker - Permanent Non-smoker*). Dengan adanya fenomena tersebut dapat diminimalisir melalui pemberian kontrol yang bertujuan untuk mencegah peningkatan populasi perokok.

Kontrol optimal adalah suatu bidang ilmu yang menggabungkan antara teknik dan matematika. Secara umum, kontrol optimal berfungsi dalam sebuah proses untuk mendapatkan sesuatu hasil yang paling optimal (Saraswati dkk, 2017). Analisis kontrol sudah banyak diteliti oleh peneliti untuk menanggulangi permasalahan. Pada peneliti milik Aliza, dkk (2023) dengan suatu model SEIQR (*Susceptible - Exposed - Infected - Quit - Recovery*) menyampaikan mengenai COVID-19 yang diminimalisir pemberian kontrol optimal berupa testing dan perawatan. Pada jurnal Resmawan, dkk (2020) yang berjudul “Analisis Kontrol Optimal Pada Model Matematika Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Faktor Edukasi” dengan menggunakan

model matematika SURS (*Susceptible - Unaware - Recovered - Susceptible*). Merujuk dari jurnal Amira Wahid, dkk (2021) yang memaparkan kontrol optimal dinamika korupsi dengan pemberian edukasi, kampanye, perbaikan sistem, dan repesif dengan suatu model matematika SECJH (*Susceptible - Exposed - Corrupt - Jailed - Honest*). Terdapat penelitian dari Yolanda Norasia, dkk (2022) yang berjudul “Optimal Control of HIV-1 Spread in Combination with Nutritional Status and ARV-Treatment” menjelaskan analisis kontrol optimal pada penyakit HIV-1 menggunakan model SIPA (*Susceptible - Infection - Pre-AIDS - AIDS*). Adapun jurnal dari Rindi, dkk (2023) melakukan penelitian tentang “Model Penyebaran Penyakit Tuberkukosis dengan Kontrol Vaksinasi” dengan model SITR (*Susceptible - Infective - Treatment- Recovered*).

Adapun jurnal yang dipaparkan oleh Siti Maryam Barham (2020) yang melakukan penelitian tentang pemodelan matematika penyebaran populasi perokok menggunakan tipe SEIR (*Susceptible - Exposed - Infected - Recovery*) yang berjudul “Pemodelan Matematika Pada Penyebaran Populasi Perokok Menggunakan Tipe SEIR”. Terdapat jurnal peneliti Sutaryono, dkk (2020) dengan judul “Nicotine Replacement Therapy (NRT) Untuk Berhenti Merokok”. Berdasarkan penelitian Siti Maryam Barham (2020) dan Sutaryono, dkk (2020). Pada skripsi ini dilakukan pengembangan model matematika SEIR dengan menambahkan kontrol optimal pemberian edukasi untuk subpopulasi *Exposed* dan terapi permen karet nikotin untuk subpopulasi *Infected* terhadap penyebaran populasi perokok. Dengan demikian, peneliti melakukan penelitian dengan judul skripsi **“Model Penyebaran Populasi Perokok di Indonesia dengan Strategi Pengendalian Kontrol Optimal Pemberian Edukasi dan Terapi**

Permen Karet Nikotin”.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang dipaparkan sebelumnya, maka didapatkan rumusan masalah sebagai berikut :

1. Bagaimana modifikasi model matematika penyebaran populasi perokok dengan dua stategi kontrol yaitu edukasi dan terapi permen karet nikotin?
2. Bagaimana analisis kontrol optimal pada model matematika penyebaran populasi perokok dengan strategi pemberian kontrol yaitu edukasi dan terapi permen karet nikotin?
3. Bagaimana hasil simulasi numerik model matematika penyebaran populasi perokok dengan diberi dua strategi pemberian kontrol yaitu edukasi dan terapi permen karet nikotin?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dipaparkan sebelumnya, tujuan penelitian ini adalah :

1. Untuk mengetahui modifikasi model matematika SEIR pada penyebaran populasi perokok dengan dua strategi pemberian kontrol, yaitu edukasi dan terapi permen karet nikotin.
2. Untuk mengetahui hasil penelitian dari model matematika SEIR terkait penyebaran populasi perokok dengan dua

strategi pemberian kontrol yaitu edukasi dan terapi permen karet nikotin.

3. Untuk mendapatkan simulasi numerik yang dihasilkan dari model matematika SEIR terkait penyebaran populasi perokok dengan dua strategi pemberian kontrol yaitu edukasi dan terapi permen karet nikotin, menggunakan aplikasi MATLAB R2013a

D. Manfaat Penelitian

1. Manfaat Praktis

Untuk memberikan gambaran suatu fenomena penyebaran populasi perokok dalam dunia nyata menjadi bentuk lebih sederhana dengan menggunakan bahasa matematika serta memprediksi bagaimana meminimalisir penyebaran populasi perokok dengan penggunaan kontrol berupa edukasi dan terapi permen karet nikotin dalam perhitungan matematika.

2. Manfaat Keilmuan

Secara keilmuan, peneliti dapat memberikan wawasan tentang model matematika SEIR pada penyebaran populasi perokok dengan memberikan kontrol berupa edukasi dan terapi permen karet nikotin.

3. Manfaat Bagi Penulis

Proses penelitian ini untuk memperdalam tentang pengetahuan *SEIR* dengan menggunakan kontrol edukasi dan terapi permen karet nikotin.

4. Manfaat bagi Mahasiswa

Sebagai media untuk meningkatkan pengetahuan mengenai pemodelan matematika dan kontrol Optimal, terutama bagi mahasiswa matematika terkait model *SEIR* dengan penerapan kontrol berupa edukasi dan terapi permen karet nikotin.

E. Batasan Masalah

Berdasarkan pada rumusan masalah yang telah diuraikan sebelumnya, untuk mengantisipasi perluasan masalah, ruang lingkup permasalahan dan penyelesaian dibatasi sebagai berikut:

1. Model matematika yang digunakan dalam penelitian ini adalah model *SEIR* pada penyebaran populasi perokok.
2. Penelitian ini bertujuan untuk meminimumkan atau mengurangi penyebaran populasi perokok dengan memberikan sistem kontrol yaitu berupa edukasi dan terapi permen karet nikotin.
3. Analisis simulasi numerik dari model *SEIR* dalam penelitian ini menerapkan metode *forwards-backward methode* atau metode *sweep* maju-mundur dengan menggunakan aplikasi MATLAB R2013a

BAB II

LANDASAN PUSTAKA

Bab ini akan membahas mengenai definisi dan teori-teori penting yang menjadi dasar dalam pengembangan model matematika SEIR penyebaran populasi perokok diantaranya yaitu persamaan diferensial, penyebaran populasi perokok, pemodelan matematika edukasi dan terapi permen karet nikotin, sistem kontrol optimal, penyelesaian kontrol optimal dengan metode *sweep* maju-mundur, dan kajian penelitian terdahulu.

A. Persamaan Diferensial

Persamaan Diferensial (PD) merupakan persamaan yang menyatakan hubungan antara suatu fungsi yang tidak diketahui, dengan satu atau lebih turunan dari fungsi tersebut. Persamaan diferensial jika dilihat dari jumlah variabelnya dapat dibedakan menjadi dua yaitu PDB (Persamaan Diferensial Biasa) dan PDP (Persamaan Diferensial Parsial). Persamaan diferensial biasa adalah suatu persamaan dari turunan satu atau lebih variabel terikat dan hanya memuat satu variabel bebas. Sedangkan persamaan diferensial parsial adalah suatu persamaan yang melibatkan dua atau lebih variabel bebas dan memuat turunan parsial dari fungsi yang tak diketahui (Murtafiah, dkk 2018).

Berikut adalah bentuk umum dari persamaan diferensial orde n yaitu:

$$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}) \quad (2.1)$$

Contoh persamaan diferensial orde ke-2 adalah :

$$y'' = -4y' + 5y + \cos(x)$$

dimana, $n = 2$

Hal ini menunjukkan adanya keterkaitan antara variabel bebas dan variabel tak bebas serta turunannya, yang direpresentasikan dalam bentuk suatu persamaan sama dengan nol. Berbagai referensi menuliskan persamaan tersebut dalam bentuk $F(x, y, y', y'', \dots, y^{n-1}) = 0$

Berdasarkan sifat kelinearannya, persamaan diferensial dibagi menjadi dua yaitu persamaan diferensial linear dan persamaan diferensial non-linear. Berikut persamaan diferensial linear:

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x) y = R(x) \quad (2.2)$$

Contoh persamaan diferensial linear :

$$\frac{dy}{dt} = -ay + b \quad (2.3)$$

Dimana untuk variabel a dan b disini berfungsi sebagai koefisien yang konstan.

Persamaan diferensial non-linear merupakan persamaan diferensial yang tidak termasuk dalam kategori sebagai persamaan diferensial linear (Ross, 1984). Berikut adalah bentuk umum dari persamaan diferensial non-linear:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ \frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ \vdots \\ \frac{dx_n}{dt} = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Untuk t adalah variabel bebas dan x_1, x_2, x_3 adalah variabel terikat, serta $f_1, f_2, \dots, f_n$ merupakan laju perubahan variabel terikat terhadap variabel bebas.

B. Penyebaran Populasi Perokok

Perokok adalah seseorang yang mengkonsumsi rokok atau menghisap rokok (Depdikbud, 2002). Seseorang dikatakan perokok jika merokok sedikitnya 1 batang per hari selama sekurang-kurangnya 1 tahun. Jenis perokok dibagi tiga kategori yaitu perokok ringan jika menghisap 1 sampai 4 batang per hari, perokok sedang jika menghisap 5 sampai 14 batang per hari, dan perokok berat jika menghisap lebih dari 15 batang per hari (Nasution, 2007).

Dari survei secara nasional ditemukan bahwa laki-laki remaja banyak yang menjadi perokok, dan hampir 2/3 dari kelompok usia produktif adalah perokok. Di kalangan laki-laki prevalensi perokok tertinggi terjadi pada usia 25-29 tahun. Hal ini disebabkan oleh jumlah perokok pemula jauh lebih banyak dibandingkan dengan perokok yang berhasil berhenti merokok dalam satu populasi

rentan. Sebagian perokok mulai merokok pada usia < 20 tahun. Terdapat hubungan yang signifikan antara perilaku merokok dan ketahanan kardiorespirasi, dimana perokok memiliki ketahanan kardiorespirasi yang lebih rendah dibandingkan dengan yang tidak merokok (Rizaldy, 2016).

Merokok memiliki efek negatif yang menyebabkan rusaknya lapisan dalam pembuluh darah, sehingga meningkatkan risiko penggumpalan dan mengganggu irama pernapasan. Kandungan nikotin, gas karbon monoksida (CO), radikal bebas, dan zat-zat lainnya dapat merusak lapisan endotel dalam pembuluh darah. Apabila terbentuk suatu plak dalam pembuluh darah, hal ini dapat memicu proses awal terjadinya arteroklerosis, yang berpotensi menyebabkan berbagai penyakit kardiovaskular. Demikian, para perokok tidak hanya berisiko mengalami gangguan paru-paru, tetapi juga berisiko mengalami gangguan jantung dan pembuluh darah. Hal ini akan berdampak pada penurunan kinerja jantung dan paru, serta penurunan kebugaran fisik (Harahap, 2015).

Selain itu, teori Social Networks memberikan pemahaman tentang peran jaringan sosial dalam penyebaran kebiasaan merokok. Interaksi yang intensif antara individu dengan kelompok sosial yang merokok dapat meningkatkan kemungkinan seseorang untuk mengadopsi atau mempertahankan kebiasaan merokok. Keluarga, teman sebaya, dan lingkungan sekitar yang mendorong atau tidak menghambat perilaku merokok juga memiliki dampak signifikan dalam mempengaruhi prevalensi merokok di Indonesia.

Perilaku juga penting untuk memahami faktor-faktor yang memengaruhi penyebaran kebiasaan merokok di Indonesia. Faktor risiko seperti aksesibilitas harga rokok yang terjangkau, kurangnya regulasi yang ketat terhadap iklan rokok, dan persepsi

masyarakat terhadap bahaya merokok dapat mempengaruhi keputusan individu untuk memulai atau mempertahankan kebiasaan merokok. Dengan mempertimbangkan faktor protektif seperti pengetahuan tentang dampak kesehatan merokok dan dukungan sosial untuk berhenti merokok, intervensi kesehatan masyarakat dapat dirancang untuk mengurangi prevalensi merokok di Indonesia.

Dalam konteks transisi kesehatan global, teori Transisi Kesehatan juga relevan untuk mengidentifikasi perubahan pola penyakit dari infeksi menuju penyakit tidak menular, termasuk penyakit terkait merokok. Sebagai negara yang sedang berkembang, Indonesia menghadapi tantangan untuk mengontrol dan mengurangi dampak merokok sebagai bagian dari upaya pencegahan penyakit tidak menular yang lebih luas. Dengan memanfaatkan kerangka kerja teori ini, pengambil kebijakan dapat merancang strategi yang lebih efektif dalam mengatasi prevalensi merokok dan meningkatkan kesehatan masyarakat secara keseluruhan.

C. Pemodelan Matematika

Kata dari 'model' dapat diartikan sebagai 'tiruan' yang menyerupai kenyataan. Pemodelan matematika merupakan teknik untuk mempresentasikan suatu fenomena yang diamati ke dalam bentuk model matematika (Ndii, 2022). Terdapat beberapa fenomena di luar bidang matematika, seperti bidang ekonomi, teknik, biologi, fisika, demografi, dan lain sebagainya dapat diselesaikan menggunakan ilmu matematika dalam bentuk model matematika (Yulinar, 2009).

Pada beberapa tahun terakhir, pemodelan matematika menjadi sangat populer dan banyak digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dunia nyata. Pemodelan ini berguna dalam mengembangkan strategi pengendalian yang efektif untuk mencegah penyebaran penyakit. Dengan adanya simulasi dalam pemodelan mampu memprediksi sebuah kasus penyebaran penyakit (Ndii, 2018).

Pemodelan matematika adalah sebagai suatu cabang matematika yang berfungsi untuk menggambarkan dan menjelaskan permasalahan di dunia nyata ke dalam bentuk pernyataan matematika, sehingga dapat memungkinkan penyelesaian yang lebih tepat. Secara singkat, pemodelan matematika merupakan representasi permasalahan nyata yang dibentuk dalam rumus matematika, sehingga mempermudah proses mempelajarinya dan perhitungan sebagai bagian dari analisis terhadap permasalahan tersebut. Pemodelan matematika menggunakan berupa persamaan diferensial (Iswanto, 2012).

Pada buku Ndii (2022) menjelaskan mengenai tahapan dalam analisis model matematika sebagai berikut :

1. Identifikasi Masalah

Menganalisis permasalahan nyata dari sebuah fenomena yang dipresentasikan dalam bentuk model matematika. Hal ini, membantu untuk pemahaman dalam identifikasi faktor utama yang perlu direpresentasikan kedalam model. Misalkan mempelajari perubahan ukuran subpopulasi suatu spesies terhadap waktu. dalam kasus ini, ukuran subpopulasi sebagai variabel tak bebas dan waktu sebagai variabel bebas. Dengan ukuran subpopulasi dinotasikan dengan $N(t)$, dan waktu dinotasikan dengan t .

2. Interpretasi Solusi

Solusi pada model dapat diperoleh dalam bentuk analitik ataupun numerik. Solusi analitik dapat diperoleh dari persamaan matematika sederhana. Tetapi, solusi analitik tidak mudah diperoleh karena sering menggunakan pendekatan numerik untuk menyelesaikan persamaan atau model tersebut. Sebagai contoh penyebaran penyakit tidak mudah memperoleh solusi analitiknya, oleh karena itu digunakan pendekatan numerik.

3. Eksplorasi dari Relasi Struktur

Pada penelitian model matematika tidak hanya berhenti pada pencarian solusi dari model. Tetapi, menganalisis relasi antar struktur dalam model antara variabel satu dan lainnya. Dari analisis tersebut, diperoleh beberapa hal diantaranya mengetahui karakteristik dari sifat suatu sistem dan pengetahuan dasar untuk memperbaiki model jika terjadi kekeliruan pada formulasi model.

4. Memodifikasi Model

Memodifikasi dilakukan berorientasi pada permasalahan yang sedang dianalisis. Apabila ruang analisis diperluas, maka perlu dilakukan modifikasi pada model yang merujuk pada sistem dengan dampak perubahan pada persamaan.

Berikut ini merupakan beberapa penjelasan mengenai model matematika dari awal ditemukannya dan beberapa perkembangannya mengenai fenomena permasalahan yang ada sebagai berikut :

1. Model Matematika SI (*Susceptible - Infected*)

Pada model matematika (SI) rentan - terinfeksi membagi menjadi dua populasi yang berbeda yaitu populasi rentan atau *Susceptible*(S) dan populasi terinfeksi atau *Infected*(I). Misalnya, model matematika penyebaran penyakit dengan populasi rentan (S) yaitu populasi yang belum melakukan vaksin. Ketika populasi rentan tertular dan bergabung dengan populasi(I) yang merupakan populasi yang sudah terinfeksi. Setelah itu populasi rentan terinfeksi, maka populasi tersebut akan menjadi populasi terinfeksi. Oleh karena itu, proses penyebaran penyakit antara individu yang terinfeksi dalam suatu populasi dapat menyebabkan penularan dan memiliki tingkat kematian yang signifikan. Berdasarkan dari pernyataan tersebut diperoleh sistem persamaan :

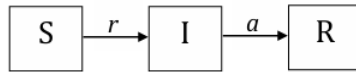
$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta S + \gamma I \\ \frac{dI}{dt} &= \beta S - \gamma I\end{aligned}\tag{2.4}$$

Dimana β merupakan parameter yang menunjukkan laju perpindahan dari subpopulasi yang rentan (S) menjadi subpopulasi terinfeksi (I). Adanya interaksi tersebut mengakibatkan subpopulasi rentan (S) berkurang sebesar $-\beta S$ menjadi subpopulasi terinfeksi (I). Sedangkan γ didefinisikan sebagai subpopulasi terinfeksi (I) yang kembali ke subpopulasi rentan (S), sehingga subpopulasi rentan (S) mengalami pertambahan sebesar γI . Pada subpopulasi

terinfeksi (I) bertambah sebesar βS adanya perpindahan dari subpopulasi rentan (S) menjadi subpopulasi (I), serta mengalami pengurangan sebesar $-\gamma I$ adanya perpindahan subpopulasi terinfeksi (I) ke subpopulasi rentan (S).

2. Model SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*)

Model SIR merupakan salah satu model yang dikenalkan oleh W.O.Kermack dan MC. Kendrick pada tahun 1927. Pada modelnya, populasi dibagi menjadi 3 yaitu populasi rentan atau *Susception*(S), populasi terinfeksi atau *Infected*(I), dan populasi sembuh atau *Recovery*(R) (Iswanto, 2012). Menggambarkan perpindahan populasi rentan, menjadi populasi terinfeksi, dan mengalami kesembuhan pada waktu (t). Berikut model SIR yang diinterpretasikan (Tjolleng, Komalig, Prang, 2013) :



Gambar 2.1. Diagram Kompartemen SIR

Berdasarkan model diatas dapat ditulis kedalam sistem persamaan diferensial sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = -rSI$$

$$\frac{dI}{dt} = rSI - aI$$

$$\frac{dR}{dt} = aI$$

Tabel 2.1. Definisi Variabel dan Parameter Model SIR

Variabel	Keterangan
$S(t)$	Subpopulasi rentan pada waktu (t)
$I(t)$	Subpopulasi terinfeksi pada waktu (t)
$R(t)$	Subpopulasi sembuh pada waktu (t)
r	Laju penularan dari populasi rentan menjadi populasi terinfeksi
α	Laju kesembuhan dari populasi terinfeksi menjadi populasi sembuh

Pada pengembangan model SIR, diperluas dengan menambahkan asumsi dan parameter, serta menambahkan kompartemen yang sesuai. Salah satu contoh pengembangan model SIR dengan menambah asumsi adanya kelahiran dan kematian alami, serta menambahkan kompartemen suatu populasi yang terinfeksi namun belum menunjukkan gejala dan dapat menularkan penyakit, yang dikenal sebagai kompartemen Exposed (E). Sehingga, model SIR terbentuk menjadi model SEIR (Manaqib, 2021).

3. Model Matematika SEIR (*Susceptible - Exposed - Infected - Recovery*)

Pada model matematika SEIR dari jurnal Siti Maryam Barham (2020) terdiri atas empat subpopulasi yaitu *Susceptible* (S) yang menyatakan subpopulasi rentan menjadi perokok, *Exposed* (E) untuk menyatakan populasi perokok pemula, *Infected* (I) untuk menyatakan populasi perokok aktif, dan *Recovered* (R) menyatakan populasi perokok yang sembuh. Pada subpopulasi terjadi perubahan jumlah setiap waktu (t) yang dinyatakan sebagai berikut :

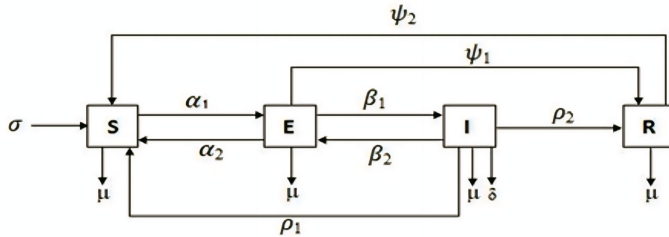
$$N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t)$$

dengan,

N = total populasi

t = waktu

Model *SEIR* pada penyebaran populasi perokok digambarkan dalam model diagram sebagai berikut :



Gambar 2.2. Diagram Kompartemen SEIR

Berdasarkan diagram kompartemen diatas, merupakan model SEIR penyebaran populasi perokok sebelum terdapat kontrol (Siti M.B, 2020). Berikut adalah persamaan yang diperoleh dalam bentuk sistem persamaan diferensial :

1. Laju perpindahan subpopulasi *Susceptible* (S) menuju populasi *Exposed* (E) dalam satuan waktu, maka didapatkan persamaan :

$$\frac{dS}{dt} = \sigma + \alpha_2 E + \psi_2 R + \rho I - aES - bIS - \mu S$$

Dimana σ adalah laju kelahiran menuju S , α_2 laju perpindahan E ke S , α_1 laju interaksi antara subpopulasi S ke E yang dipengaruhi interaksi antara S, E, I dapat di tulis menjadi $aES + bIS$, ρ_1 laju I ke S , sedangkan ψ merupakan

laju perpindahan R menuju S . Dengan laju S dipengaruhi oleh interaksi antara E, I, R

2. Laju perubahan *Exposed* (E) pada satuan waktu didapatkan persamaan :

$$\frac{dE}{dt} = aES + bIS + \beta_2 I - (\alpha_2 + \beta_1 + \psi_1 + \mu)E$$

Dimana pada laju pertumbuhan (E) dipengaruhi oleh perpindahan (I) dan (S)

3. Laju perubahan *Infected* (I) dalam satuan waktu, didapatkan persamaan :

$$\frac{dI}{dt} = \beta_1 E - (\rho_1 + \rho_2 + \beta_2 + \delta + \mu)I$$

Dimana laju pertumbuhan (I) dipengaruhi adanya perpindahan subpopulasi (E).

4. Laju perubahan *Recovery* (R) dalam satuan waktu, didapatkan persamaan :

$$\frac{dR}{dt} = \rho_2 I + \psi_1 E - (\psi_2 + \mu)R$$

Dimana laju pertumbuhan R dipengaruhi oleh subpopulasi I dan E .

Pada persamaan model *SEIR* diatas mampu menggambarkan keadaan nyata dari penyebaran populasi perokok. Dengan asumsi *Susceptible* (S) menyatakan subpopulasi rentan merokok namun tidak mencoba untuk merokok atau dapat dikatakan subpopulasi

sehat, serta subpopulasi *Exposed* (*E*) memberikan gambaran bahwa sebelum menjadi subpopulasi *Infected* (*I*) terjadi interaksi antara subpopulasi *E* perokok pemula dengan subpopulasi *I* yang sudah menjadi populasi perokok aktif. Sedangkan *R*(*Recovery*) menjelaskan bahwa subpopulasi perokok aktif mengalami kesembuhan menjadi subpopulasi *Susceptible* (*S*).

D. Edukasi dan Terapi Permen Karet Nikotin

1. Edukasi

Menurut Heri Gunawan (2021) edukasi merupakan kegiatan yang memiliki tujuan untuk memberikan informasi kepada masyarakat dengan upaya melalui sistem penyuluhan atau pelatihan. Pada permasalahan ini kegiatan edukasi yang digunakan berupa penyuluhan kesehatan yaitu suatu kegiatan pembelajaran yang dasarnya dilakukan secara langsung atau melalui media online dengan menyebarkan informasi-informasi pesan mengenai dampak dan bahaya dari merokok.

Penyuluhan kesehatan secara langsung melibatkan interaksi tatap muka antara tenaga kesehatan dengan masyarakat, seperti dalam bentuk seminar, diskusi kelompok, maupun kunjungan rumah. Penyuluhan ini memungkinkan terjadinya dialog dua arah, sehingga masyarakat dapat langsung bertanya dan memperoleh penjelasan yang lebih rinci. Dengan cara ini, pesan yang disampaikan cenderung lebih mudah dipahami dan diterima oleh masyarakat.

Selain itu, penyuluhan juga dapat dilakukan secara tidak langsung dengan memanfaatkan berbagai media

komunikasi. Penyuluhan tidak langsung meliputi penyebaran informasi melalui pamflet, poster, video edukasi, siaran radio, televisi, dan media sosial. Metode ini sangat efektif untuk menjangkau masyarakat yang lebih luas, terutama mereka yang sulit dijangkau melalui penyuluhan tatap muka. Penyampaian pesan melalui media juga memungkinkan informasi terus tersedia dan dapat diakses kapan saja oleh masyarakat.

Kombinasi antara penyuluhan langsung dan tidak langsung menjadi strategi yang optimal dalam upaya edukasi kesehatan. Dengan pendekatan ini, diharapkan masyarakat tidak hanya memperoleh informasi yang memadai tetapi juga mampu membangun kesadaran yang kuat terhadap bahaya merokok. Edukasi yang dilakukan secara berkesinambungan akan membantu menanamkan nilai-nilai kesehatan yang berdampak positif, sehingga tercipta masyarakat yang lebih sadar dan berkomitmen untuk menjalani hidup sehat (Dwi Nurfmawaty, 2024).

2. Terapi Permen Karet Nikotin

Terapi permen karet nikotin merupakan pendekatan farmakologis yang umum digunakan dalam upaya untuk membantu individu menghentikan kebiasaan merokok. Landasan teori utama yang mendukung penggunaan NRT terutama terkait dengan prinsip-prinsip farmakologi dan perilaku kesehatan. NRT (*Nicotine Replacement Therapy*) didasarkan pada prinsip penggantian nikotin yang terdapat dalam rokok dengan dosis nikotin yang lebih terkendali melalui produk alternatif seperti permen karet. Bertujuan

untuk mengurangi keinginan untuk merokok dan gejala penarikan nikotin yang mungkin dialami oleh perokok yang berusaha berhenti (Sutaryono, 2020). Berdasarkan penelitian dan rekomendasi kedokteran, berikut adalah beberapa macam terapi permen karet nikotin yang umum digunakan dalam populasi perokok di Indonesia:

(a) Permen Karet Nikotin dengan Dosis Variabel

Terapi permen karet nikotin tersedia dalam variasi dosis yang disesuaikan oleh ketergantungan merokok. Dosis untuk perokok yang merokok <20 batang perhari dapat menggunakan dosis permen karet nikotin 2 mg pada jangka waktu 8 - 12 minggu. Sedangkan perokok berat yang merokok >20 batang perhari menggunakan permen karet nikotin dosis 4 mg dengan jangka waktu 6 - 12 bulan (BPOM, 2023). Akan tetapi, dosis tersebut harus diturunkan secara progresif agar tidak menyebabkan ketergantungan. Penyesuaian dosis ini penting untuk membantu mengurangi gejala penarikan dan meningkatkan efektivitas berhenti merokok.

(b) Permen Karet Nikotin dengan Waktu Pelepasan yang Dikontrol

Beberapa produk NRT menawarkan permen karet dengan kontrol pelepasan nikotin, yang bisa berupa pelepasan cepat atau bertahap. Pelepasan cepat memberikan efek nikotin yang segera, cocok untuk mengatasi keinginan mendadak untuk merokok, memberikan dukungan yang lebih berkelanjutan dalam proses berhenti merokok (Fitri, dkk 2017)

(c) Permen Karet Nikotin dengan Rasa dan Kombinasi Variabel

Produk NRT sering kali tersedia dalam berbagai rasa, seperti mint atau buah-buahan, untuk meningkatkan daya tarik dan kenyamanan penggunaan (Andrian Liem, 2010). Selain itu, ada juga permen karet nikotin yang mengombinasikan nikotin dengan zat lain yang dapat membantu dalam menangani keinginan untuk merokok dan meningkatkan ketaatan terhadap terapi.

(d) Permen Karet Nikotin dengan Pendukung Edukasi

Pentingnya pendukung edukasi tidak bisa diabaikan dalam terapi NRT. Program yang menyertakan edukasi mendalam tentang bahaya merokok, manfaat berhenti merokok, dan teknik untuk mengatasi keinginan untuk merokok, dapat meningkatkan efektivitas terapi permen karet nikotin (Sutaryono, 2020). Pendukung ini membantu individu dalam menghadapi tantangan psikologis dan fisik yang mungkin timbul selama proses berhenti merokok.

(e) Permen Karet Nikotin sebagai Bagian dari Program Pengendalian Tembakau

Di Indonesia, terapi permen karet nikotin sering kali diimplementasikan sebagai bagian dari program pengendalian tembakau yang lebih luas. Program ini mungkin melibatkan dukungan dari pemerintah, organisasi kesehatan masyarakat, dan lembaga kesehatan lainnya untuk mempromosikan penggunaan NRT sebagai salah satu strategi dalam mengurangi prevalensi merokok di masyarakat.

Nikotin dikenal sebagai zat adiktif yang menyebabkan ketergantungan fisik dan psikologis. Dengan memberikan dosis nikotin yang terkontrol melalui NRT, terapi ini dapat membantu mengurangi atau menghilangkan keinginan yang kuat untuk merokok, sehingga memfasilitasi proses berhenti merokok secara bertahap atau sekaligus. Strategi kesehatan masyarakat yang mempromosikan penggunaan NRT sebagai bagian dari program pengendalian tembakau bertujuan untuk menurunkan prevalensi merokok secara keseluruhan di masyarakat. Dengan menanggulangi ketergantungan nikotin, terapi permen karet nikotin dapat berkontribusi pada pengurangan beban penyakit terkait merokok dan meningkatkan kesehatan masyarakat secara luas.

E. Sistem Kontrol Optimal

Kontrol optimal adalah salah satu bidang ilmu yang menggabungkan bidang teknik dan matematika. Penerapan kontrol optimal berfungsi sebagai sistem optimasi yang digunakan dalam sebuah proses sehingga mendapatkan suatu hasil yang optimal (Syukron, 2022). Richard Bellmann merupakan penemu pertama kali kontrol optimal dengan metode dynamic programming pada tahun 1957 dengan seiring perkembangan zaman sistem kontrol optimal bertambah maju.

Penggunaan Kontrol optimal berfungsi sebagai pencarian sebuah solusi dari persamaan differensial yang dinotasikan dengan $u(t)$ sebagai variabel kontrol dan $x(t)$ sebagai variabel *state* pada sistem yang bersifat kontinu terhadap waktu (t).

Berikut adalah masalah kontrol optimal yang dalam fungsi

bertujuan untuk meminimumkan atau memaksimumkan sebuah persamaan :

$$J(x, u, t) = \int_0^T f(x(t), u(t), t) dt \quad (2.5)$$

Dengan kendala,

$$x_1 = g(x(t), u(t), t)$$

$$x(t_0) = x_0 \text{ dan } x(T) = x_T$$

Persamaan diatas merupakan kontrol optimal maksimal $x(T)$ dengan nilai tidak dibatasi dan fungsi $u(t)$ bergantung waktu t . Untuk t_0 merupakan waktu awal dan T adalah waktu akhir setelah diberi kontrol.

Salah satu strategi yang dapat dilakukan untuk mencegah penyebaran populasi perokok adalah melalui pemberian edukasi serta terapi. Terapi yang digunakan pada model SIER kali ini adalah terapi permen karet nikotin. Untuk mencegah banyaknya populasi perokok agar tidak semakin banyak subpopulasi perokok aktif yang mengkonsumsi rokok.

1. Syarat Perlu Kontrol Optimal

Salah satu metode untuk menyelesaikan masalah kontrol optimal dengan menentukan kondisi kontrol sesuai keadaan yang optimal. Dengan syarat perlu kontrol optimal, dimana u^* sebagai variabel kontrol dan x^* sebagai variabel *state* maka $J(u) \leq J(u^*)$ pada semua kontrol u dengan $h(t)$ sebagai fungsi variasi kontinu dan $\varepsilon \in R$ konstan sehingga :

$$u^\varepsilon(t) = u^*(t) + \varepsilon h(t) \quad (2.6)$$

Maka ε adalah jarak untuk $[t_0, t_f]$. Dengan x^ε merupakan

state yang sesuai dengan u^ε yang memenuhi:

$$\frac{d}{dt}x^\varepsilon(t) = g(t, x^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t)) \quad (2.7)$$

Dengan state berada diposisi yang sama $x^\varepsilon(t_0) = x_0$. Sehingga, berlaku $u^\varepsilon(t) = u^*(t)$ untuk semua t ketika $\varepsilon = 0$, dan $x^\varepsilon(t_0) = x_0$, didapatkan:

$$\frac{\partial u^\varepsilon(t)}{\partial \varepsilon} \Big|_\varepsilon = h(t)$$

untuk setiap t .

Persamaan fungsi tujuan dari u^ε diperoleh:

$$J(u^\varepsilon) = \int_{t_0}^{t_f} f(t, x^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t)) dt \quad (2.8)$$

$$J(u^*(t) + \varepsilon h(t)) = \int_{t_0}^{t_f} f(t, x^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t), \varepsilon h(t)) dt \quad (2.9)$$

Dengan variabel *costate* dengan notasi $\lambda(t)$, diperoleh :

$$\int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} [\lambda(t)x^\varepsilon(t)] = \lambda(t_f)x^\varepsilon(t_f) - \lambda(t_0)x^\varepsilon(t_0) \quad (2.10)$$

atau dapat ditulis dengan :

$$\int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} [\lambda(t)x^\varepsilon(t)] dt + \lambda(t_f)x^\varepsilon(t_f) - \lambda(t_0)x^\varepsilon(t_0) = 0 \quad (2.11)$$

Adapun fungsi *adjoint* yang dinotasikan $\sigma(t)$ pada $[t_0, t_f]$ dengan persamaan fungsi tujuan di atas dapat di peroleh

fungsi pada kondisi optimal sebagai berikut:

$$f_u(t, x^*(t), u^*(t) + \sigma(t)g_u(t, x^*(t), u^*(t))) = 0 \quad (2.12)$$

2. Syarat Perlu Prinsip Minimum Pontryagin

Metode ini merupakan prinsip dari sistem pontryagin minimum. Bertujuan untuk mendapatkan sistem kontrol yang optimal pada sistem dinamik dari awal hingga akhir. Memaksimalkan fungsi objektif kontrol $u(t)$ terbatas pada $(u(t) \in U)$. Dalam prinsip pontryagin maksimum, menjelaskan bahwa persamaan hamiltonian akan mencapai nilai maksimal sepanjang U yang merupakan himpunan kontrol.

Tahap - tahap untuk menyelesaikan masalah dalam menemukan maksimum atau minimum dari kontrol optimal menggunakan syarat perlu prinsip minimum pontryagin yang diberikan, sebagai berikut:

(a) Membentuk persamaan Hamiltonian

$$H(t, x, u, \lambda) = f(t, x, u) + \sum_{i=1}^n \sigma_i(t)g_i(t, x, u) \quad (2.13)$$

(b) Menentukan persamaan *State* dan *Costate*

i. Persamaan State

$$x'_i(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda_i} = g_i(t, x, u) \quad (2.14)$$

$$x_i(t_0) = x_{i0}, \quad \forall i = 1, \dots, n$$

ii. Persamaan Costate

$$\lambda'_i(t) = -\frac{\partial H}{\partial x_j} \quad (2.15)$$

$$\lambda_j(t_1) = 0, \quad \forall j = 1, \dots, n$$

(c) Menentukan u_k^* pada kondisi stasioner

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u_k},$$

$$\forall u_k, k = 1, 2, \dots, m \quad (2.16)$$

dengan,

$$u_k^* = \min\{\max(0, u_k), 1\}$$

$$u_k = 1, 2, \dots, m \quad (2.17)$$

3. Menentukan kondisi sistem kontrol optimal persamaan *state* dan *costate* dengan mensubsitusikan u_k^*

F. Metode Sweep Maju-Mundur

Metode *sweep* maju-mundur dengan runge kutta orde-4 pada model penyebaran populasi perokok SEIR digunakan untuk

mendapatkan solusi numerik pada interval waktu $[0, T]$. Berikutnya untuk u , x , dan λ didefinisikan sebagai u_i , x_i , dan λ_i dengan analisis algoritma metode *sweat* maju-mundur agar optimal sesuai dengan yang dipaparkan oleh Lenhart dan Workman (2007), sebagai berikut :

1. Menentukan nilai awal u dan menyimpan nilai awal u .
2. Menentukan persamaan *state* menggunakan kondisi awal nilai $x(0) = x_0$ pada langkah maju metode runge kutta orde-4.

$$\begin{aligned}
 i &= 1 : N \\
 k_1 &= f(x_i, u_i), \\
 k_2 &= f\left(x_i + \frac{h}{2}k_1, \frac{1}{2}(u_i + u_{i+1})\right), \\
 k_3 &= f\left(x_i + \frac{h}{2}k_2, \frac{1}{2}(u_i + u_{i+1})\right), \\
 k_4 &= f(x_i + hk_3, u_{i+1}), \\
 x_{i+1} &= x_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4).
 \end{aligned}$$

3. Menentukan persamaan *costate* menggunakan nilai u , x dan kondisi transversal $\lambda(T) = 0$ pada langkah mundur metode runge kutta orde-4.

$$\begin{aligned}
i &= 1 : N \\
j &= N + 2 - i \\
k_1 &= f(\lambda_j, x_j, u_j), \\
k_2 &= f\left(\lambda_j - \frac{h}{2}k_1, \frac{1}{2}(x_j + x_{j-1}), \frac{1}{2}(u_j + u_{j-1})\right), \\
k_3 &= f\left(\lambda_j - \frac{h}{2}k_2, \frac{1}{2}(x_j + x_{j-1}), \frac{1}{2}(u_j + u_{j-1})\right), \\
k_4 &= f(\lambda_j - hk_3, x_{j-1}, u_{j-1}), \\
\lambda_{j-1} &= \lambda_j - \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4).
\end{aligned}$$

4. Memperbarui nilai kontrol u dengan memasukkan nilai x dan y yang baru ke dalam karakteristik dari u .
5. Memeriksa nilai konvergensi solusi, jika terdapat nilai error sudah sangat kecil, maka cetak nilai sebagai solusi. Akan tetapi, jika nilai errornya tidak sangat kecil maka dapat kembali ke langkah kedua. Dalam metode runge kutta orde-4, nilai eror tidak berhenti otomatis, sehingga batas toleransi eror ditetapkan secara manual berdasarkan kebutuhan analisis.

G. Kajian Terdahulu

Terdapat beberapa penelitian yang sudah memamparkan tentang kontrol optimal. Berikut adalah penelitian - penelitian terdahulu yang dijadikan referensi oleh peneliti dalam melakukan penelitian :

Tabel 2.2. Kajian Penelitian Tedahulu

No	Penelitian Tedahulu	Persamaan	Perbedaan
1.	Penelitian yang berjudul "Pemodelan Matematika Pada Penyebaran Populasi Perokok Menggunakan Tipe SEIR" oleh Siti Maryam Abraham (2020).	Penelitian ini sama membahas tentang penyebaran populasi perokok dengan model matematika SEIR.	Pada penelitian ini membahas kontrol optimal, sedangkan pada penelitian terdahulu hanya membahas analisis kestabilan.
2.	Penelitian yang berjudul "Analisis Kestabilan Model Penyebaran Pengguna Narkoba dengan Faktor Edukasi" oleh peneliti Moh. Rizal Husain, dkk (2020).	Penelitian ini sama-sama membahas kontrol optimal berupa edukasi pada pemodelan matematika.	Pada penelitian ini menggunakan model SEIR penyebaran populasi perokok, sedangkan pada jurnal menggunakan model $S_n S_e IR$ penyebaran pengguna narkoba.

3.	Penelitian yang berjudul "Optimal Control for Smoking Epidemic Model" oleh peneliti Nur IImayasinta, dkk (2021).	Penelitian ini sama - sama membahas tentang kontrol optimal penyebaran populasi perokok	Pada penelitian ini membahas kontrol optimal pemberian edukasi dan terapi permen karet nikotin pada model SEIR, sedangkan pada jurnal referensi membahas kontrol optimal dengan tiga strategi berupa penambahan kontrol optimal berupa kampanye edukasi tentang rokok, vaksinasi, pengobatan nikotin dan rehabilitasi pada model PTQ .
4.	Penelitian yang berjudul "Optimal Control of HIV-1 Spread in Combination with Nutritional Status and ARV-Treatment" oleh peneliti Yolanda Norasia, dkk (2022)	penelitian ini sama - sama membahas tentang kontrol optimal.	Pada penelitian ini menggunakan model matematika SEIR, sedangkan jurnal referensi menggunakan model matematika SIPA.

5.	Penelitian yang berjudul "Kontrol Optimal pada Model Penyebaran SARS-Cov-2 dengan Pelaksanaan <i>Testing</i> dan Perawatan" oleh peneliti Aliza Dame, dkk (2023).	Penelitian ini sama - sama membahas kontrol optimal dengan model matematika SEIR	Pada penelitian ini membahas model penyebaran populasi perokok dengan edukasi dan terapi permen karet nikotin, sedangkan jurnal referensi membahas model penyebaran SARS-Cov-2 dengan pelaksanaan <i>testing</i> dan perawatan
----	--	---	---

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Studi Literatur

Studi literatur merupakan tahap awal sebelum proses penelitian. Peneliti melakukan studi literatur terkait dengan pemodelan matematika untuk mengendalikan penyebaran populasi perokok melalui pemberian edukasi dan terapi permen karet nikotin. Beberapa sumber referensi yang mendukung dalam proses pengerjaan penelitian, seperti jurnal, situs *website*, dan buku yang relevan dengan model matematika. Dengan demikian, dapat mengembangkan model matematika dengan menerapkan strategi kontrol berupa edukasi terhadap subpopulasi *Exposed* dan kontrol berupa terapi permen karet nikotin terhadap subpopulasi *Infected*.

B. Kontruksi Model Sebelum dan Sesudah Modifikasi

Setelah memperoleh landasan teori yang kuat dari studi literatur, tahap selanjutnya adalah membentuk model matematika penyebaran populasi perokok dengan pendekatan SEIR. Model dasar yang digunakan mengacu pada penelitian Siti Maryam Barham (2020) yang kemudian dimodifikasi dengan menambahkan dua kontrol, yaitu edukasi (u_1) untuk mempengaruhi subpopulasi *Exposed* dan terapi permen karet nikotin (u_2) untuk subpopulasi *Infected*. Langkah ini dilakukan dengan membentuk sistem persamaan diferensial untuk setiap masing-masing subpopulasi.

C. Analisis Kontrol Optimal

Model dasar setelah terbentuk, dilakukan analisis kontrol optimal dengan menentukan fungsi objektif yang akan diminimalkan dengan menggunakan dua kontrol berupa kontrol edukasi dan terapi permen karet nikotin. Dalam analisis kontrol optimal ini, akan dilakukan beberapa tahapan berikut ini :

1. Menentukan fungsi objektif/tujuan

$$J(u^\varepsilon) = \int_{t_0}^{t_f} f(t, x^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t)) dt \quad (3.1)$$

2. Menentukan fungsi Hamiltonian

$$H(t, x, u, \lambda) = f(t, x, u) + \sum_{i=1}^n \sigma_i(t) g_i(t, x, u) \quad (3.2)$$

3. Menentukan u_k^* pada kondisi stasioner

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u_k},$$

$$\forall u_k, k = 1, \dots, m \quad (3.3)$$

dengan,

$$u_k^* = \min\{\max(0, u_k), 1\}$$

$$u_k = 1, 2, \dots, m \quad (3.4)$$

Menentukan persamaan *state*

$$x'_i(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda_i} = g_i(t, x, u) \quad (3.5)$$

$$x_i(t_0) = x_{i0}, \quad \forall i = 1, \dots, n$$

Menentukan persamaan *costate*

$$\lambda'_i(t) = -\frac{\partial H}{\partial x_j} \quad (3.6)$$

$$\lambda_j(t_1) = 0, \quad \forall j = 1, \dots, n$$

Menentukan kondisi sistem kontrol optimal dengan mensubsitusikan u_k^* dari persamaan *state* dan *costate*

1. Solusi optimal *state*

$$x_i^*(t) = \frac{\partial H^*}{\partial \lambda_i} = g_i(t, x, u) \quad (3.7)$$

$$x_i(t_0) = x_{i0}, \quad \forall i = 1, \dots, n$$

2. Solusi optimal *costate*

$$\lambda_i^*(t) = -\frac{\partial H^*}{\partial x_j} \quad (3.8)$$

$$\lambda_j(t_1) = 0, \quad \forall j = 1, \dots, n$$

D. Simulasi Numerik

Simulasi numerik dilakukan untuk menyelesaikan sistem persamaan state dan costate yang saling berkaitan. Metode yang digunakan adalah metode forward-backward sweep (maju-mundur) dengan pendekatan Runge Kutta orde-4. Tujuan simulasi ini adalah untuk memperoleh solusi dari kontrol optimal serta menggambarkan dampak pemberian kontrol edukasi dan terapi nikotin terhadap penurunan jumlah populasi exposed dan infected dalam rentang waktu tertentu. Proses simulasi dilakukan menggunakan perangkat lunak MATLAB R2013a.

E. Interpretasi Hasil Simulasi Numerik

Menginterpretasikan hasil simulasi numerik digunakan untuk menilai efektivitas strategi kontrol yang diberikan. Hasil simulasi menunjukkan bagaimana edukasi dan terapi permen karet nikotin dapat meminimalkan jumlah perokok pemula (E) dan perokok aktif (I). Berdasarkan hasil tersebut, dapat menyusun kesimpulan penelitian dan saran untuk pengembangan lebih lanjut. Interpretasi ini juga memberikan kontribusi dalam pengembangan model matematika yang digunakan untuk mengendalikan penyebaran populasi perokok secara kuantitatif.

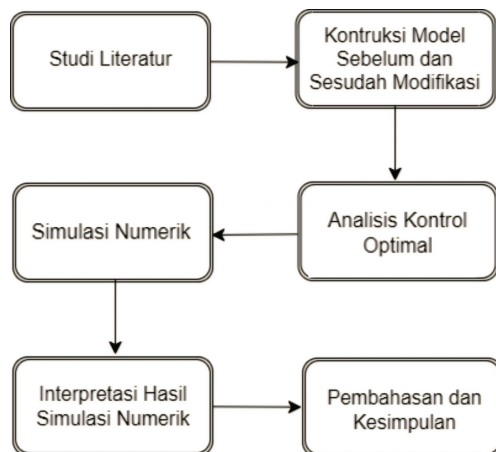
F. Pembahasan dan Kesimpulan

Pada tahap akhir penelitian, dilakukan pembahasan terhadap hasil simulasi model SEIR yang telah dimodifikasi dengan

menambahkan kontrol edukasi dan terapi permen karet nikotin. Hasil menunjukkan bahwa kedua kontrol tersebut efektif dalam mengurangi jumlah populasi perokok pemula (E) dan peopulasi perokok aktif (I), serta meningkatkan jumlah populasi rentan (S) dan populasi perokok yang berhenti merokok (R). Model ini tidak hanya membantu menggambarkan penyebaran perokok secara matematis, tetapi juga menunjukkan bagaimana pengaruh dari pemberian edukasi dan terapi permen karet nikotin yang digunakan sebagai strategi untuk mengendalikan penyebaran populasi perokok. Kesimpulannya, pendekatan ini dapat menjadi salah satu cara yang bermanfaat untuk mendukung kebijakan pengendalian rokok di masyarakat.

G. Diagram Alir Penelitian

Tahap - tahap dalam penelitian ini dapat dilihat secara sistematis melalui diagram alir yang disajikan sebagai berikut :



Gambar 3.1. Diagram Alir Penelitian

Gambar 3.1 menggambarkan alur penelitian yang terdiri dari enam tahapan utama yang disusun secara sistematis. Proses penelitian diawali dengan studi literatur untuk mengumpulkan teori dan referensi yang relevan, kemudian dilanjutkan dengan pembentukan model matematika SEIR yang dimodifikasi dengan penambahan kontrol edukasi dan terapi nikotin. Setelah itu, dilakukan analisis kontrol optimal melalui perumusan fungsi objektif dan fungsi Hamiltonian. Tahap berikutnya adalah penurunan sistem persamaan state dan costate berdasarkan prinsip minimum Pontryagin. Sistem persamaan ini kemudian diselesaikan menggunakan simulasi numerik dengan metode forward-backward sweep untuk memperoleh solusi kontrol optimal. Tahapan terakhir adalah interpretasi hasil simulasi, yang digunakan sebagai dasar untuk menyusun kesimpulan dan saran dalam pengendalian penyebaran populasi perokok.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian bab ini akan membahas tentang pemodelan matematika *SEIR* pada penyebaran populasi perokok yang akan diberikan kontrol optimal yaitu berupa edukasi (u_1) dan terapi permen karet nikotin (u_2). Hal tersebut bertujuan untuk meminimumkan subpopulasi *Exposed* dan subpopulasi *Infected*. Kontrol Optimal pada model matematika ini disesuaikan dengan asumsi - asumsi yang diperoleh dari permasalahan mengenai penyebaran populasi perokok, dengan analisis numerik menggunakan program MATLAB R2013a.

A. Pemodelan Matematika Penyebaran Populasi Perokok

1. Pada model ini terdiri dari empat subpopulasi manusia yaitu Susceptible (S), Infected (I), Exposed (E), dan Recovery (R) sebagai berikut :

Tabel 4.1. Definisi Variabel Model SEIR

Variabel	Keterangan	Satuan
$S(t)$	Subpopulasi rentan yang dikatagorikan sebagai subpopulasi sehat pada waktu (t)	Individu
$E(t)$	Subpopulasi perokok pemula yang mengkonsumsi rokok kurang lebih 1 batang perhari pada waktu (t)	Individu
$I(t)$	Subpopulasi perokok aktif yang menghisap rokok lebih dari 15 batang perhari pada waktu (t)	Individu
$R(t)$	Subpopulasi sembuh dari merokok pada waktu (t)	Individu

2. Parameter yang digunakan pada penyebaran populasi perokok sebagai berikut :

Tabel 4.2. Definisi Parameter Model SEIR

Parameter	Keterangan	Satuan
σ	Laju kelahiran untuk menjadi individu rentan	/satuan waktu
α_1	Laju perpindahan individu rentan menjadi perokok pemula	/satuan waktu
α_2	Laju perpindahan perokok pemula kembali ke individu rentan	/satuan waktu
ψ_1	Laju perpindahan individu sembuh dari merokok kembali ke individu rentan	/satuan waktu
ψ_2	Laju perpindahan perokok pemula menjadi individu sembuh dari merokok	/satuan waktu
ρ_1	Laju perpindahan perokok aktif kembali ke individu rentan	/satuan waktu
ρ_2	Laju perpindahan perokok aktif menjadi individu sembuh dari merokok	/satuan waktu
β_1	Laju perpindahan perokok pemula menjadi perokok aktif	/satuan waktu
β_2	Laju perpindahan perokok aktif menjadi perokok pemula	/satuan waktu
μ	Laju kematian alami pada setiap populasi	/satuan waktu
δ	Laju kematian pada perokok aktif	/satuan waktu
a, b	Laju interaksi yang dipegaruhi oleh S, E, I dengan bobot bilangan positif $a < b$	/satuan waktu

3. Kontrol Optimal Penyebaran Populasi Perokok

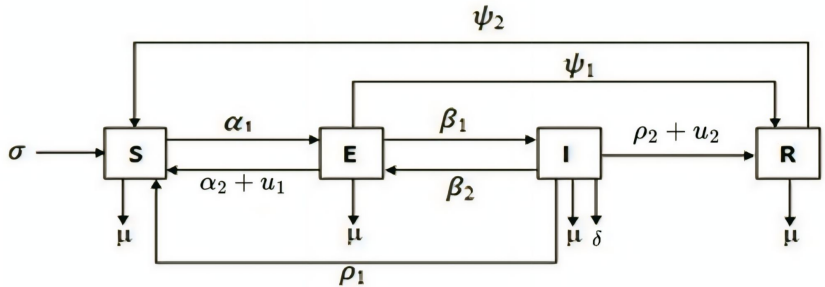
Terdapat interaksi langsung antara subpopulasi individu perokok pemula dan subpopulasi perokok aktif akan mengurangi subpopulasi individu perokok pemula dan bertambahnya subpopulasi perokok aktif. Dengan demikian, permasalahan tersebut perlu adanya kontrol optimal untuk meminimalisir penyebaran populasi perokok yaitu digunakan dua kontrol sebagai berikut :

Tabel 4.3. Definisi Kontrol pada Penyebaran Populasi Perokok

Parameter	Keterangan
u_1	Edukasi dengan penyuluhan kesehatan kepada subpopulasi <i>Exposed</i> (E)
u_2	Terapi permen karet nikotin pada subpopulasi <i>Infected</i> (I)

4. Diagram Kompartemen Pemodelan Matematika

Berikut ini merupakan diagram kompartemen SEIR penyebaran populasi perokok yang diberikan dua kontrol, yaitu u_1 edukasi dan u_2 terapi permen karet nikotin.



Gambar 4.1. Diagram Kompartemen SEIR Penyebaran Populasi Perokok Setelah Terdapat Kontrol

5. Model Matematika Penyebaran Populasi Perokok.

Berdasarkan diagram diatas, didapatkan suatu persamaan model matematika penyebaran populasi perokok sebagai berikut penjelasannya :

- (a) Laju perubahan subpopulasi *Susceptible* meningkat dalam satuan waktu karena adanya tingkat kelahiran subpopulasi sejumlah (σ) . Namun, jumlah subpopulasi *Susceptible* mengalami penurunan yang dipengaruhi oleh jumlah besar interaksi antara subpopulasi *Susceptible* dan subpopulasi *Exposed* ditambah jumlah besar interaksi subpopulasi *Susceptible* dan subpopulasi *Infected* sebesar (α_1) dapat ditulis menjadi $aES + bIS$. Kemudian, subpopulasi *Susceptible* bertambah karena adanya tingkat kesadaran dari subpopulasi *Exposed* sebesar (α_2) dan subpopulasi *Infected* sebesar (ψ_2) , serta subpopulasi *Recovery* sebesar (ρ_1) untuk kembali ke subpopulasi *Susceptible*. Adanya kematian alami dari subpopulasi *Susceptible*

sebesar (μ) , serta mengalami pertambahan akibat dari tingkat kesembuhan subpopulasi *Exposed* berupa edukasi sebesar (u_1) , sehingga menghasilkan persamaan berikut :

$$\frac{dS}{dt} = \sigma + (\alpha_2 + u_1)E + \lambda_2 R + \rho_1 I - aES - bIS - \mu S \quad (4.1)$$

- (b) Laju perubahan subpopulasi *Exposed* pada satuan waktu. Subpopulasi *Exposed* meningkat adanya interaksi antara subpopulasi *Susceptible* sebesar (α_2) . Kemudian adanya interaksi dengan subpopulasi *Infected* yang mengalami kesadaran dalam mengurangi merokok, maka menjadi subpopulasi *Exposed* sebesar (β_2) . Subpopulasi *Exposed* akan berkurang karena terdapat interaksi antara subpopulasi *Infected* sebesar (β_1) . Kemudian subpopulasi *Exposed* mengalami kesembuhan sebesar (ψ_1) dan terjadinya kematian alami sebesar (μ) . Dalam upaya Untuk mengurangi tingkat penularan subpopulasi *Susceptible* diberi kontrol berupa edukasi (u_1) , sehingga diperoleh persamaan berikut :

$$\frac{dE}{dt} = aES + bIS + \beta_2 I - (\alpha_2 + \beta_1 + \psi_1 + \mu + u_1)E \quad (4.2)$$

- (c) Laju perubahan subpopulasi *Infected* pada satuan waktu. Subpopulasi *Infected* mengalami peningkatan adanya interaksi dengan subpopulasi *Exposed* sebesar (β_1) . Kemudian subpopulasi *Infected*

berkurang adanya tingkat kesadaran mengurangi merokok ke subpopulasi *Exposed* sebesar (β_2) dan menjadi subpopulasi *Susceptible* sebesar (ρ_1) . Pada subpopulasi *Infected* berkurang karena mengalami kesembuhan sebesar (ρ_2) dan kematian yang disebabkan rokok sebesar (δ) , serta mengalami kematian alami sebesar (μ) . Untuk mengurangi laju penularan subpopulasi *Infected* diberikan kontrol yaitu berupa terapi permen karet nikotin (u_2) , sehingga menghasilkan persamaan berikut :

$$\frac{dI}{dt} = \beta_1 E - (\rho_1 + \rho_2 + u_2 + \beta_2 + \delta + \mu)I \quad (4.3)$$

- (d) Laju perubahan subpopulasi *Recovery* pada satuan waktu. Pada subpopulasi *Recovery* bertambah adanya tingkat kesembuhan dari subpopulasi *Infected* dan pengaruh dari pemberian kontrol sebesar $(\rho_2 + u_2)$, serta adanya tingkat kesembuhan dari subpopulasi *Exposed* sebesar (ψ_1) . Kemudian subpopulasi *Recovery* berkurang adanya interaksi antara subpopulasi *Susceptible* sebesar (ψ_2) dan mengalami kematian alami sebesar (μ) , sehingga didapatkan persamaan berikut :

$$\frac{dR}{dt} = (\rho_2 + u_2)I + \psi_1 E - (\psi_2 + \mu)R \quad (4.4)$$

B. Analisis Kontrol Optimal

Pada analisis kontrol optimal menunjukkan bahwa suatu model matematika yang sesuai telah dibentuk berdasarkan pada syarat

prinsip minimum pontryagin dengan metode *sweep* maju-mundur, sebagai berikut :

1. Menentukan Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan ini digunakan untuk meminimumkan subpopulasi *Exposed* dan subpopulasi *Infected*. Dengan adanya dua kontrol yaitu edukasi (u_1) untuk subpopulasi *Exposed* yang berfungsi mengurangi laju perpindahan antara subpopulasi *Exposed* dengan subpopulasi *Infected* dan terapi permen karet nikotin (u_2) diberikan untuk subpopulasi *Infected* yang berfungsi untuk mengurangi subpopulasi *Infected* menjadi subpopulasi *Recovery*. Demikian fungsi tujuan yang diperoleh dari model matematika penyebaran populasi perokok, sebagai berikut :

$$J(u_1, u_2) = \int_0^T (E + I + Au_1^2 + Bu_2^2)dt \quad (4.5)$$

Pada persamaan (4.5), parameter A dan B merupakan bobot yang berpengaruh dalam penggunaan kontrol u_1 dan u_2 . Dengan tujuan untuk mengurangi subpopulasi *Exposed* (E) dan subpopulasi *Infected* (I).

Menentukan kontrol $u_1^*(t)$ dan $u_2^*(t)$ diperoleh sebagai berikut :

$$J(u_1^*, u_2^*) = \min(J(u_1, u_2) | (u_1, u_2) \in U) \quad (4.6)$$

dengan,

$$U = \{(u_1, u_2) | 0 \leq u_1 \leq 1, 0 \leq u_2 \leq 1\}$$

Berdasarkan buku yang dipaparkan oleh Lenhart dan Workman (2007) menjelaskan bahwa kontrol u_i (untuk $i = 1, 2, \dots, n$) umumnya mempresentasikan suatu proposi dari suatu tindakan, seperti program edukasi dan tingkat penggunaan terapi permen karet nikotin. Oleh karena itu, nilai kontrol dibatasi dalam interval $[0,1]$, dimana nilai 0 berarti tidak terdapat tindakan yang berjalan, sedangkan nilai 1 menandakan bahwa terdapat tindakan yang diterapkan berjalan sepenuhnya (100%). Dengan adanya batasan tersebut mencerminkan kenyataan bahwa penerapan kontrol memiliki kapasitas maksimum yang tidak dapat dilampaui, sehingga nilai diluar interval tersebut dianggap tidak valid.

2. Persamaan Hamiltonian

Menentukan persamaan hamiltonian dengan menjumlahkan fungsi tujuan dan mengalikan dengan fungsi kendala. Berikut adalah persamaan yang dihasilkan :

$$H = E(t) + I(t) + Au_1^2 + Bu_2^2 + \sum_{i=1}^4 \lambda_i f_i \quad (4.7)$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned} H = & E(t) + I(t) + Au_1^2 + Bu_2^2 \\ & + \lambda_1 \left[\sigma + (\alpha_2 + u_1)E + \psi_2 R + \rho_1 I - aES - bIS - \mu S \right] \\ & + \lambda_2 \left[aES + bIS + \beta_2 I - (\alpha_2 + \beta_1 + \psi_1 + \mu + u_1)E \right] \\ & + \lambda_3 \left[\beta_1 E - (\rho_1 + \rho_2 + u_2 + \beta_2 + \delta + \mu)I \right] \\ & + \lambda_4 \left[(\rho_2 + u_2)I + \psi_1 E - (\psi_2 + \mu)R \right] \end{aligned}$$

Dengan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ merupakan variabel costate. Berdasarkan prinsip pontryagin maka hasil solusi optimal dari persamaan hamiltonian diperoleh jika memenuhi tiga syarat yaitu, kondisi stasioner, persamaan state, dan persamaan costate.

3. Kondisi Stasioner

Kondisi stasioner didapatkan ketika kontrol optimal u_1 dan u_2 dapat meminimumkan fungsi hamiltonian pada setiap waktu. Dengan demikian, fungsi hamiltonian diturunkan pada setiap masing - masing variabel kontrol u_1 dan u_2 sebagai berikut :

(a) Pada variabel kontrol u_1

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial u_1} &= 0 \\ 2Au_1 + \lambda_1 E - \lambda_2 E &= 0 \\ 2Au_1 &= -\lambda_1 E + \lambda_2 E \\ u_1 &= \frac{(-\lambda_1 + \lambda_2)E}{2A}\end{aligned}$$

Demikian diperoleh solusi untuk u_1 yaitu

$$u_1^* = \min \left\{ \max \left(0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)E}{2A} \right), 1 \right\} \quad (4.8)$$

(b) Pada variabel kontrol u_2

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial u_2} &= 0 \\ 2Bu_2 - \lambda_3 I + \lambda_4 I &= 0 \\ 2Bu_2 &= \lambda_3 I - \lambda_4 I \\ u_2 &= \frac{(\lambda_3 I - \lambda_4 I)}{2B}\end{aligned}$$

Demikian diperoleh solusi untuk u_2 yaitu

$$u_2^* = \min \left\{ \max \left(0, \frac{(\lambda_3 - \lambda_4)I}{2B} \right), 1 \right\} \quad (4.9)$$

Sehingga nilai kondisi optimal dari u_1 dan u_2 dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned}u_1^* &= \min \left\{ \max \left(0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)E}{2A} \right), 1 \right\} \\ u_2^* &= \min \left\{ \max \left(0, \frac{(\lambda_3 - \lambda_4)I}{2B} \right), 1 \right\}\end{aligned}$$

4. Persamaan State

Persamaan state berfungsi sebagai kendala dalam menyelesaikan kontrol optimal. Demikian, persamaan state yang diperoleh sebagai berikut :

$$\frac{dH}{d\lambda_1} = \frac{dS}{dt} = \sigma + (\alpha_2 + u_1)E + \rho_1 I + \psi_2 R - (aE + bI + \mu)S$$

$$\frac{dH}{d\lambda_2} = \frac{dE}{dt} = (aE + bI)S + \beta_2 I - (\alpha_2 + \beta_1 + \psi_1 + \mu + u_1)E$$

$$\frac{dH}{d\lambda_3} = \frac{dI}{dt} = \beta_1 E - (\rho_1 + \rho_2 + \psi_2 + u_2 + \beta_2 + \delta + \mu)I$$

$$\frac{dH}{d\lambda_4} = \frac{dR}{dt} = \psi_1 E + (\rho_2 + u_2)I - (\psi_2 + \mu)R \quad (4.10)$$

5. Persamaan costate

Persamaan costate merupakan persamaan negatif dari turunan fungsi hamiltonian terhadap persamaan state. Berikut adalah persamaan costate yang diperoleh :

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_1}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial S} \\ &= \lambda_1(aE + bI + \mu) \\ &\quad - \lambda_2(aE + bI) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_2}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial E} \\
&= -1 - \lambda_1(\alpha_2 + u_1 - aS) \\
&\quad + \lambda_2(\alpha_2 + \beta_1 + \psi_1 + \mu + u_1 - aS) \\
&\quad - \lambda_3(\beta_1) \\
&\quad - \lambda_4(\psi_1) \\
\\
\frac{d\lambda_3}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial I} \\
&= -1 - \lambda_1(\rho_1 - bS) \\
&\quad - \lambda_2(bS + \beta_2) \\
&\quad + \lambda_3(\rho_1 + \rho_2 + \beta_2 + \delta + \mu + u_2) \\
&\quad - \lambda_4(\rho_2 + u_2) \\
\\
\frac{d\lambda_4}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial R} \\
&= -\lambda_1(\psi_2) \\
&\quad + \lambda_4(\psi_2 + \mu)
\end{aligned} \tag{4.11}$$

6. Menentukan Kondisi Sistem Kontrol Optimal

Solusi kontrol optimal diperoleh dengan mensubsitusikan nilai kontrol u^* ke dalam sistem persamaan state (4.10) diperoleh sistem kontrol optimal *state* sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\frac{dH}{d\lambda_1^*} &= \frac{dS^*}{dt} = \sigma + (\alpha_2 + u_1)E^* + \psi_2 R^* + \rho_1 I^* \\
&\quad - aE^* S^* - bI^* S^* - \mu S^* \\
\frac{dH}{d\lambda_2^*} &= \frac{dE^*}{dt} = aE^* S^* + bI^* S^* + \beta_2 I^* - (\alpha_2 + \beta_1 + \psi_1 + \mu + u_1)E^* \\
\frac{dH}{d\lambda_3^*} &= \frac{dI^*}{dt} = \beta_1 E^* - (\rho_1 + \rho_2 + u_2 + \psi_2 + \beta_2 + \delta + \mu)I^* \\
\frac{dH}{d\lambda_4^*} &= \frac{dR^*}{dt} = (\rho_2 + u_2)I^* + \psi_1 E^* - (\psi_2 + \mu)R^*
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Dengan mensubsitusikan nilai kontrol u^* ke dalam persamaan costate (4.11) diperoleh sistem kontrol optimal *costate* sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_1^*}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial S^*} \\
&= \lambda_1^*(aE^* + bI^* + \mu) \\
&\quad - \lambda_2^*(aE^* + bI^*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_2^*}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial E^*} \\
&= -1 - \lambda_1^*(\alpha_2 + u_1 - aS^*) \\
&\quad + \lambda_2^*(\alpha_2 + \beta_1 + \psi_1 + \mu + u_1 - aS^*) \\
&\quad - \lambda_3^*(\beta_1) \\
&\quad - \lambda_4^*(\psi_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_3^*}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial I^*} \\
&= -1 - \lambda_1^*(\rho_1 - bS^*) \\
&\quad - \lambda_2^*(bS^* + \beta_2) \\
&\quad + \lambda_3^*(\rho_1 + \rho_2 + u_2 + \beta_2 + \delta + \mu) \\
&\quad - \lambda_4^*(\rho_2 + u_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_4^*}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial R^*} \\
&= -\lambda_1^*(\psi_2) \\
&\quad + \lambda_4^*(\psi_2 + \mu)
\end{aligned}$$

(4.13)

Dengan kondisi batas,

$$S(0) = S_0, E(0) = E_0, I(0) = I_0, R(0) = R_0$$

$$\lambda_1(T) = \lambda_2(T) = \lambda_3(T) = \lambda_4(T)$$

C. Simulasi Numerik

Pada simulasi numerik menggunakan metode *sweep* maju-mundur untuk menyelesaikan masalah pada kontrol optimal pada model penyebaran populasi perokok. Dengan pemberian 2 kontrol optimal berupa edukasi (u_1) pada subpopulasi Exposed (E) dan terapi permen karet nikotin (u_2) pada subpopulasi Infected (I). Terdapat variabel - variabel yang digunakan pada model tersebut yaitu S, E, I, R, u_1 , dan u_2 . Langkah pertama yang digunakan pada simulasi numerik dengan diberikan nilai awal pada subpopulasi sebagai berikut :

Tabel 4.4. Nilai Awal Subpopulasi SEIR pada Model Penyebaran Populasi Perokok (*Siti M. B, 2020*)

Populasi Awal	Nilai Awal
S(0)	70
E(0)	30
I(0)	60
R(0)	65

Adapun nilai parameter yang terdapat pada setiap model persamaan yang digunakan untuk simulasi numerik yaitu sebagai berikut :

Tabel 4.5. Nilai Parameter pada Model Persamaan Penyebaran Populasi Perokok (*Siti M. B, 2020*)

Parameter	Nilai Awal
σ	0.210
a	0.001
b	0.002
α_2	0.300
β_1	0.030
β_2	0.010
ρ_1	0.020
ρ_2	0.003
ψ_1	0.200
ψ_2	0.100
μ	0.006
δ	0.010

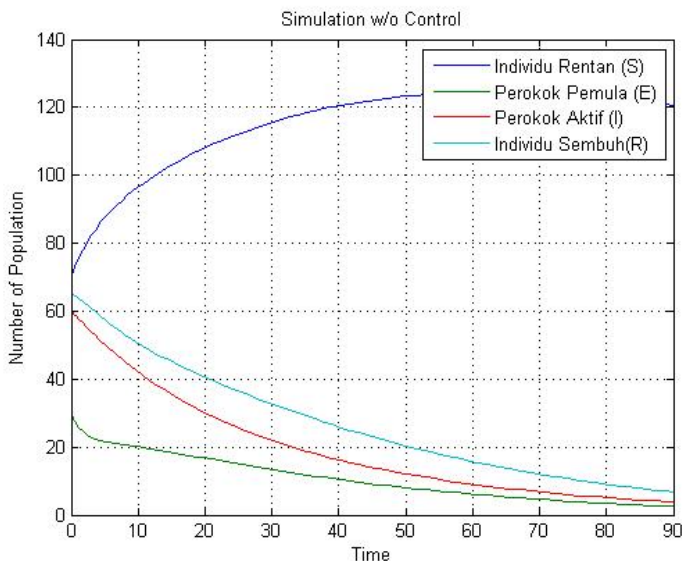
Berdasarkan nilai awal subpopulasi pada Tabel 4.4 dan nilai parameter pada Tabel 4.5 yang sesuai dari jurnal Siti Maryam Barham (2020), akan diperlihatkan pengaruh kontrol pada model penyebaran populasi perokok. Pada pengendalian kontrol pada model ini digunakan simulasi numerik metode *sweep* maju-mundur dengan menggunakan aplikasi MATLAB R2013a. Dengan nilai yang sudah diasumsikan sesuai pada jurnal digunakan untuk mendapatkan hasil solusi yang optimal. Berikut hasil dan penjelasan pada simulasi numerik model penyebaran populasi perokok.

D. Interpretasi Hasil Simulasi Numerik

Pada simulasi ini, terdapat beberapa perubahan jumlah subpopulasi pada setiap model penyebaran populasi perokok sebelum dan setelah pemberian kontrol berupa edukasi dan terapi permen karet nikotin, sebagai berikut :

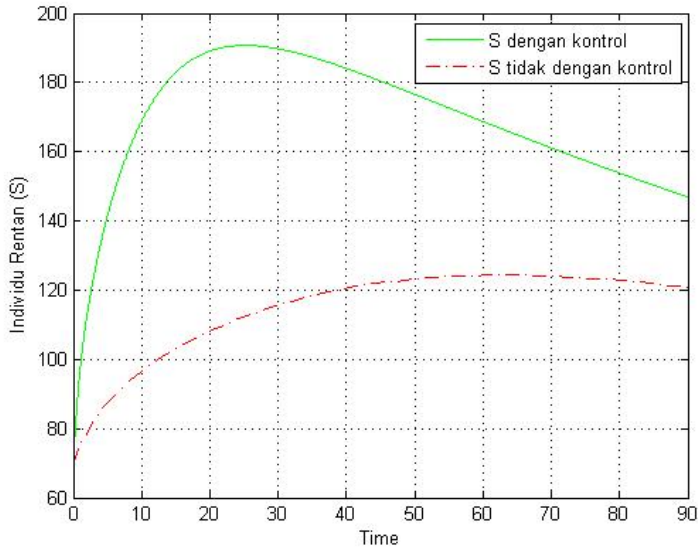
1. Simulasi I

Pada simulasi pertama, menggunakan nilai awal subpopulasi SEIR dan nilai parameter, serta dengan penggunaan bobot $u_1=0.75$ (edukasi) dan $u_2=0.8$ (terapi permen karet nikotin) untuk memperoleh hasil simulasi numerik. Berikut akan ditampilkan dalam bentuk tabel grafik.



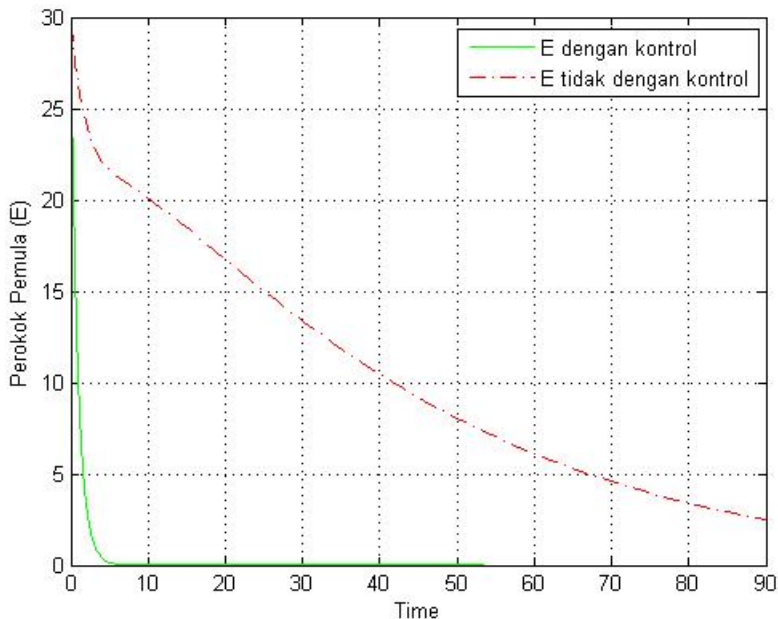
Gambar 4.2. Grafik Simulasi Subpopulasi model SEIR Penyebaran Populasi Perokok Tanpa Kontrol

- (a) Pada gambar 4.2 merupakan grafik subpopulasi pada model penyebaran populasi perokok sebelum diberikan kontrol. Pada garis warna biru menunjukkan subpopulasi *Susceptible* (S) dengan nilai awal $S(t) = 75$ mengalami kenaikan secara kontinu sebelum diberikan kontrol. Subpopulasi *Exposed* (E) ditunjukkan oleh garis warna hijau dengan nilai awal $E(t) = 30$ menurun pada hari ke-10 hingga pada hari ke-90. Nilai awal subpopulasi $I(t) = 60$ pada garis warna merah mengalami penurunan seiring waktu. Pada garis biru merupakan subpopulasi *Recovery* dengan nilai awal $R(t) = 65$ yang terus menurun akan tetapi belum mencapai titik optimal.



Gambar 4.3. Simulasi Subpopulasi Susceptible Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol

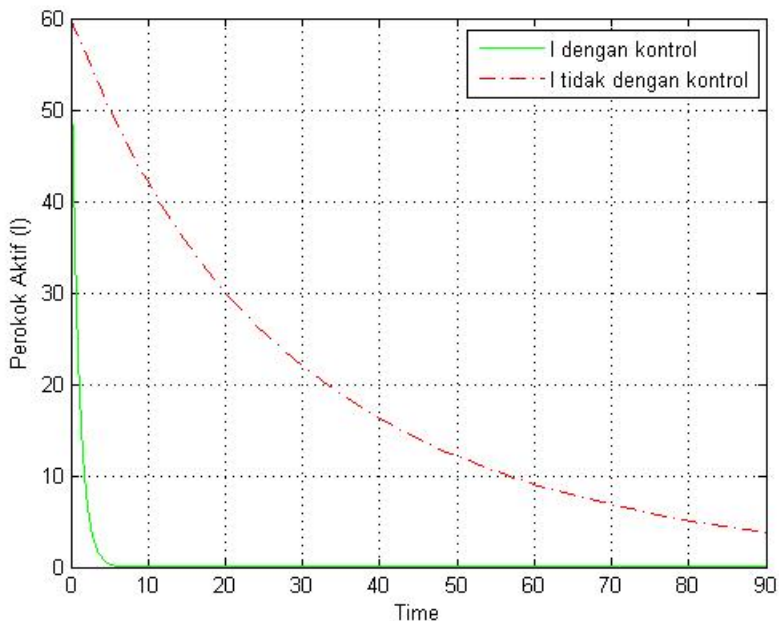
- (b) Pada gambar 4.3 menggunakan nilai parameter $\sigma=0.210$, $a = 0.001$, $b = 0.002$, $\rho_1=0.020$, $\psi_2= 0.100$, dan $\mu=0.006$, serta bobot $u_1=0.8$. Tabel grafik diatas merupakan hasil simulasi untuk subpopulasi *Susceptible* (S) sebelum dan sesudah diberi kontrol. Pada subpopulasi *Susceptible* (S) sebelum diberikan kontrol mengalami peningkatan dari nilai awal yaitu $S(0) = 75$. Setelah, diberikan kontrol subpopulasi *Susceptible* (S) mengalami peningkatan lebih cepat dari nilai awal pada hari pertama hingga hari ke-30 akibat dari perpindahan subpopulasi *Exposed* (E) yang telah kembali ke subpopulasi *Susceptible* (S). Kemudian mengalami penurunan dari hari ke-30 sampai menuju titik hari ke-90. Kontrol edukasi yang diberikan kepada subpopulasi *Eksposed* (E) berupa kegiatan penyuluhan kesehatan dengan memberikan pembelajaran dan pengetahuan secara langsung dan melalui media online dengan menyebarkan informasi-informasi berisi pesan tentang bahaya merokok bagi kesehatan tubuh, serta menanamkan kesadaran kepada masyarakat akan bahaya merokok. Hal ini, menunjukkan bahwa pengaruh kontrol edukasi dapat meningkatkan subpopulasi *Susceptible* (S) dibandingkan dengan sebelum adanya pemberian kontrol.



Gambar 4.4. Simulasi Subpopulasi Exposed Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol

- (c) Pada gambar 4.4 menggunakan nilai parameter $\beta_2=0.010$, $a = 0.001$, $b = 0.002$, $\psi_1=0.200$, $\beta_1 = 0.030$, $\alpha_2= 0.300$, dan $\mu=0.006$, serta dengan bobot $u_1=0.8$. Tabel grafik diatas merupakan hasil simulasi numerik pada subpopulasi *Exposed* (E) sebelum dan sesudah pemberian kontrol. Pada grafik warna merah diatas menunjukkan bahwa subpopulasi *Exposed* (E) sebelum diberikan kontrol mengalami kenaikan pada hari pertama sampai hari ke-2, lalu menurun dari hari ke-2 sampai hari ke-90. Sedangkan subpopulasi *Exposed* (E) setelah diberikan kontrol menurun lebih cepat

hari pertama sampai hari ke-5 terdapat pengaruh dari faktor kontrol edukasi yang diberikan berupa kegiatan penyuluhan kesehatan kepada masyarakat secara langsung dan melalui media online. Kemudian, hari ke-5 mengalami penurunan hingga menuju titik yang optimal yang ditunjukkan dengan garis hijau. Hal ini menunjukkan bahwa kontrol edukasi yang diberikan dapat mengurangi subpopulasi *Exposed* (E) dan kembali menjadi subpopulasi *Susceptible* (S).

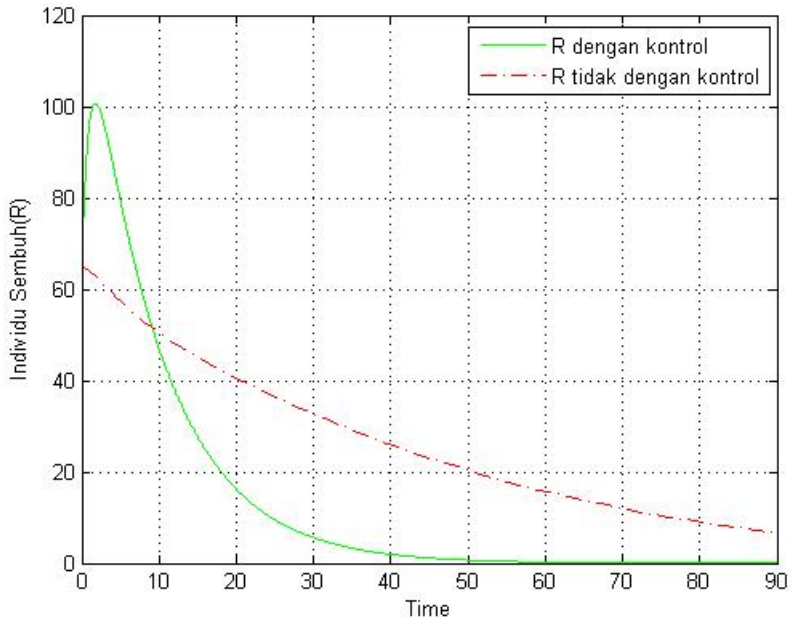


Gambar 4.5. Simulasi Subpopulasi Infected Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol

(d) Pada gambar 4.5 menggunakan nilai parameter

$\beta_1=0.030$, $\beta_2=0.010$, $\rho_1=0.020$, $\rho_2=0.003$, $\delta=0.010$, dan $\mu=0.006$, serta dengan bobot $u_2=0.75$. Tabel grafik di atas merupakan subpopulasi *Infected* (I) sebelum dan sesudah diberikan kontrol. Pada grafik menunjukkan bahwa subpopulasi *Infected* (I) berjumlah $I(0)=60$ sebelum diberikan kontrol mengalami penurunan hingga hari ke-90 Sedangkan, subpopulasi *Infected* (I) sesudah diberikan kontrol menurun lebih cepat dari hari ke-4 sampai ke titik yang optimal karena terdapat pengaruh dari terapi permen karet nikotin. BPOM telah menyediakan dua dosis permen karet nikotin untuk terapi berhenti merokok yaitu dosis 2 mg pada perokok yang mengkonsumsi <20 batang perhari dan dosis 4 mg bagi perokok yang menghisap >20 batang perhari. Upaya pengendalian dengan terapi tersebut sudah diterapkan di beberapa pelayanan kesehatan seperti Rumah Sakit Universitas Indonesia dan RSGM Universitas Muhammadiyah Semarang. Demikian, bahwa kontrol terapi permen karet nikotin yang diberikan pada subpopulasi *Infected* (I) dapat menurunkan jumlah subpopulasi *Infected* (I) lebih cepat dan optimal.

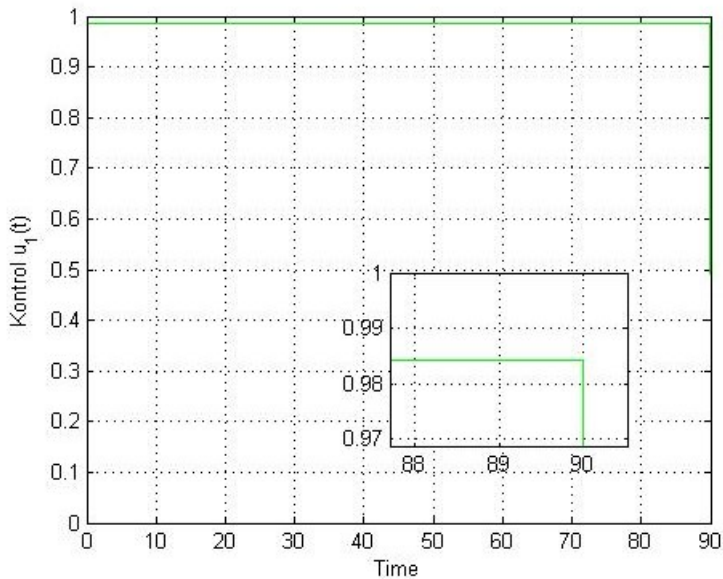
- (e) Pada gambar 4.6 menggunakan nilai parameter $\rho_2=0.003$, $\psi_1=0.200$, $\psi_2=0.100$, dan $\mu=0.006$, serta bobot $u_2=0.75$. Tabel grafik diatas merupakan subpopulasi *Recovery* (R) sebelum dan sesudah diberikan kontrol.



Gambar 4.6. Simulasi Subpopulasi Recovery Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol

Pada grafik menunjukkan bahwa subpopulasi *Recovery* (R) berjumlah $R(0)=65$ sebelum diberikan kontrol mengalami penurunan yang terus menerus hingga titik optimal. Sedangkan sesudah diberikan kontrol subpopulasi *Recovery* (R) mengalami kenaikan pada hari pertama sampai hari ke-1 yang diduga adanya penambahan dari subpopulasi *Infected* (I) yang berpindah ke subpopulasi *Recovery* (R). Kemudian hari ke-1 sampai ke hari ke-47 menurun lebih cepat disebabkan oleh efek pengendalian dari terapi permen karet nikotin, hingga pada hari ke-47 sampai

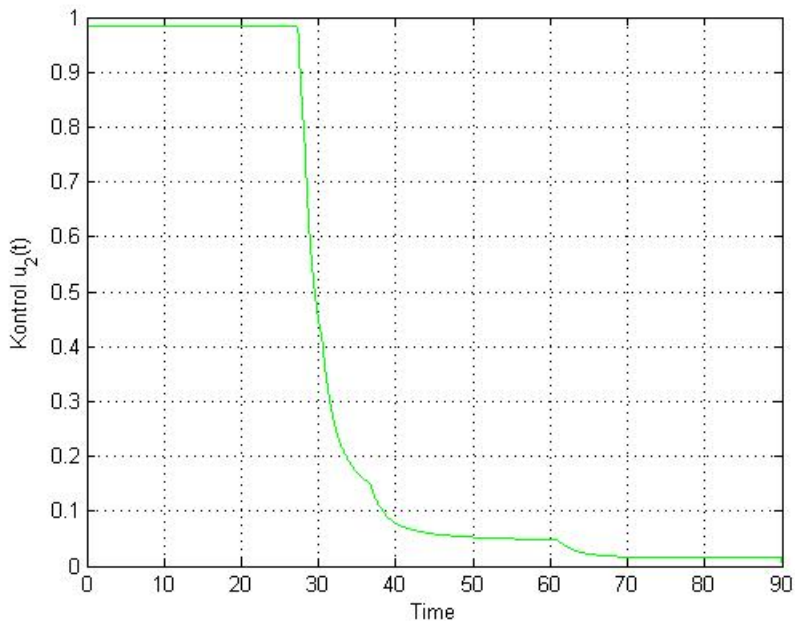
hari ke-90 subpopulasi *Recovery* (R) mengalami penurunan hingga menuju suatu titik yang optimal. Hal tersebut, menunjukkan bahwa pengaruh dari kontrol berupa terapi permen karet nikotin yang diberikan ke subpopulasi *Infected* (I) dapat meningkatkan subpopulasi *Recovery* (R) dalam waktu singkat, serta menurunkan subpopulasi *Recovery* (R) secara cepat.



Gambar 4.7. Simulasi Kontrol Edukasi u_1

- (f) Pada gambar 4.7 menunjukkan hasil simulasi numerik kontrol edukasi (u_1) selama 90 hari. Tabel grafik diatas menunjukkan periode awal kontrol u_1 yang diberikan sebesar 0.985 mendekati angka 1. Pada gambar dapat dinyatakan bahwa pemberian bobot edukasi pada

hari pertama hingga hari ke-90 berada pada kondisi keseimbangan yang stabil. Dengan faktor dari kontrol edukasi berupa kegiatan penyuluhan kesehatan dengan menyebarkan informasi pesan bahaya merokok secara langsung dan melalui media online kepada masyarakat dapat memberikan hasil yang menunjukkan keefektifan dari kontrol edukasi yang diberikan ditandai dengan menurunnya subpopulasi *Exposed* (E) dan meningkatkan jumlah subpopulasi *Susceptible* (S).



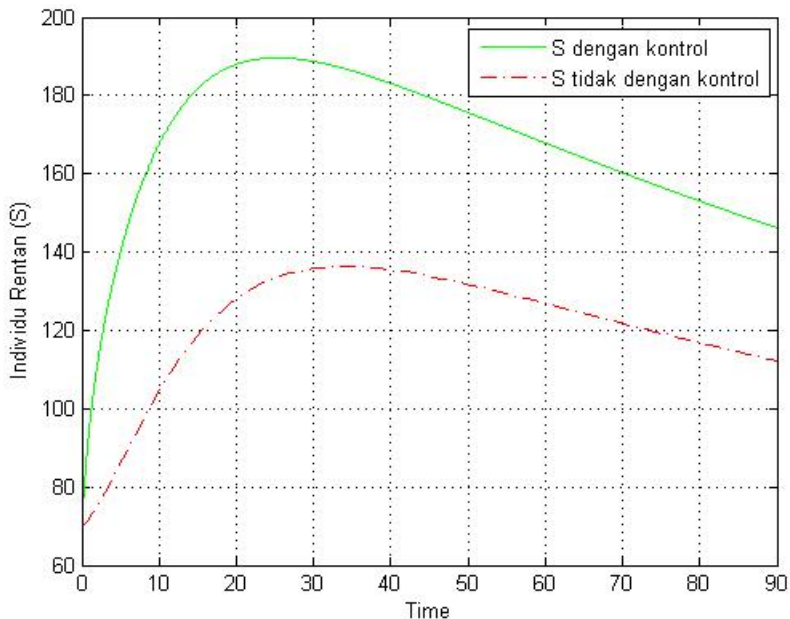
Gambar 4.8. Simulasi Kontrol Terapi Permen Karet Nikotin u_2

(g) Pada gambar 4.8 hasil simulasi numerik kontrol terapi

permen karet nikotin (u_2) selama 90 hari. Tabel garfik diatas menunjukkan periode awal sebesar 0.99 pada hari pertama hingga hari ke-27 mengalami kestabilan. Selanjutnya, bergerak menurun menuju 0.156 pada hari-27 hingga hari ke-36. Namun seiring waktu mengalami penurunan menuju 0.045 pada hari ke-36 sampai hari ke-61. Setelah itu, turun kembali pada hari ke-61 hingga mencapai angka 0.001 menuju titik yang tertentu. Kondisi gambar diatas menunjukkan bahwa kontrol terapi permen karet nikotin (u_2) yang diberikan kepada subpopulasi *Infected* (I) dengan dosis yang telah ditentukan oleh BPOM yaitu dosis 2 mg pada perokok yang mengkonsumsi rokok <20 batang perhari dan bagi perokok yang merokok >20 batang perhari diberikan dosis 4 mg. Dengan demikian, kontrol terapi permen karet nikotin secara bertahap memberikan efektivitas dalam menurunkan subpopulasi *Infected* (I).

2. Simulasi II

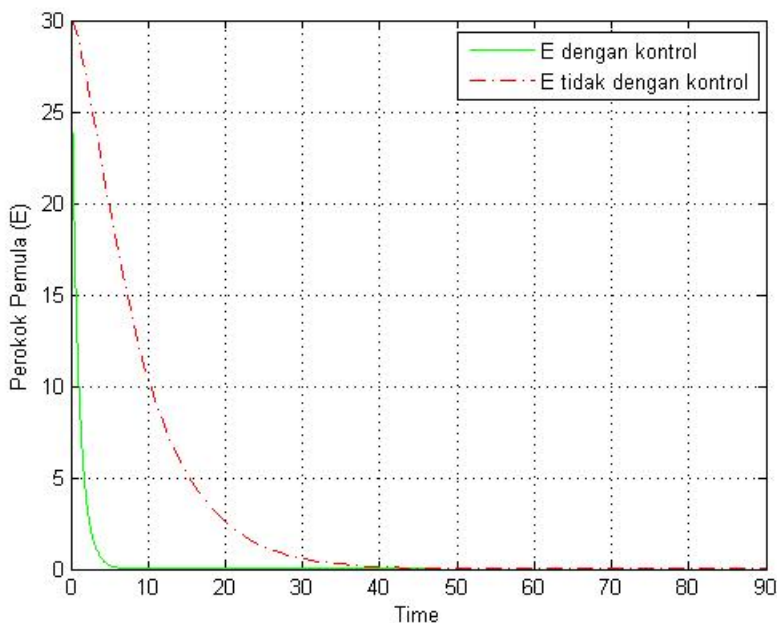
Simulasi kedua, menggunakan nilai awal subpopulasi 'SEIR pada Tabel 4.4 dan nilai parameter pada Tabel 4.5, dengan penggunaan bobot $u_1 = 15$ (edukasi) dan $u_2 = 35$ (terapi permen karet nikotin), serta mengubah bobot $\alpha_2 = 0.150$ dan $\rho_1 = 0.025$. Demikian, diperoleh hasil simulasi numerik yang akan disajikan dalam bentuk tabel grafik sebagai berikut :



Gambar 4.9. Simulasi Subpopulasi Susceptible Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol

- (a) Pada gambar 4.9 menggunakan nilai parameter $\sigma=0.210$, $a = 0.001$, $b = 0.002$, $\rho_1=0.025$, $\psi_2=0.100$, dan $\mu=0.006$, serta bobot $u_1=15$. Tabel grafik diatas merupakan hasil simulasi untuk subpopulasi *Susceptible* (S) sebelum dan sesudah diberi kontrol. Pada subpopulasi *Susceptible* (S) sebelum diberikan kontrol mengalami peningkatan dari nilai awal yaitu $S(0) = 75$, lalu berangsur - angsur menurun pada hari ke-40. Setelah diberikan kontrol subpopulasi *Susceptible* (S) juga mengalami peningkatan lebih cepat dari nilai awal pada hari pertama hingga hari

ke-30 terdapat pengaruh dari subpopulasi *Exposed* (E) yang kembali ke subpopulasi *Susceptible* (S). Kemudian menurun secara bertahap dari hari ke-30 sampai menuju titik tertentu hari ke-90. Hal ini, menunjukkan bahwa adanya pengaruh kontrol edukasi berupa kegiatan penyuluhan kesehatan dengan memberikan informasi pesan pada masyarakat bahaya merokok secara langsung dan melalui online dapat meningkatkan subpopulasi *Susceptible* (S).

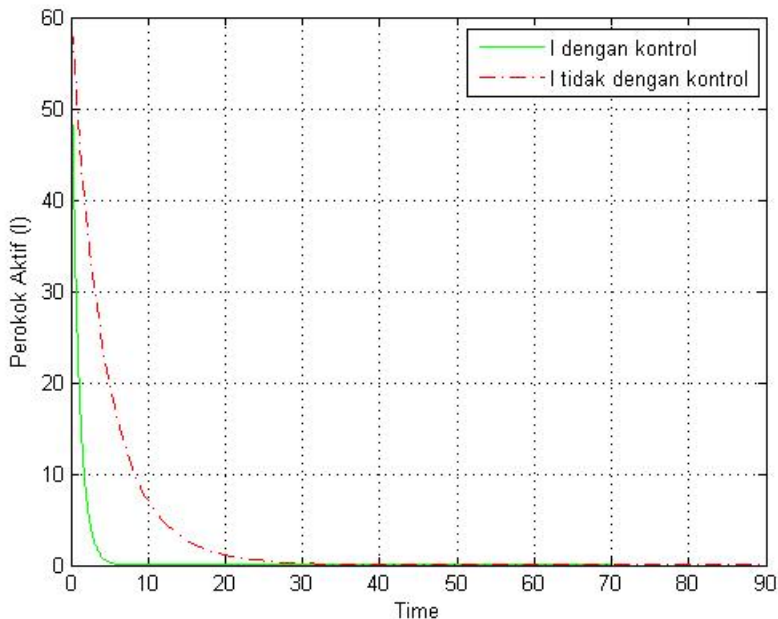


Gambar 4.10. Simulasi Subpopulasi Exposed Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol

(b) Pada gambar 4.10 menggunakan nilai parameter

$\beta_2=0.010$, $a = 0.001$, $b = 0.002$, $\psi_1=0.200$, $\beta_1 =0.030$,
 $\alpha_2= 0.150$, dan $\mu=0.006$, serta dengan bobot $u_1=15$.
 Pada grafik diatas menunjukkan bahwa subpopulasi *Exposed* (E) sebelum diberikan kontrol mengalami kenaikan pada hari pertama hingga hari ke-2, lalu menurun pada hari ke-2 hingga hari ke-90. Sedangkan subpopulasi *Exposed* (E) setelah diberikan kontrol mengalami penurunan yang lebih cepat hari pertama sampai hari ke-5, kemudian dari hari ke-5 menurun secara konsisten hingga menuju titik yang optimal. Penambahan kontrol edukasi pada subpopulasi *Exposed* (E) berupa kegiatan penyuluhan kesehatan tentang bahaya merokok yang di informasikan kepada masyarakat secara langsung maupun melalui media sosial. Upaya tersebut sudah diterapkan hampir semua pelayanan kesehatan wilayah di Indonesia menyebarkan informasi-informasi pesan penting bahaya merokok. Hal ini, menunjukkan bahwa kontrol yang diberikan berguna mengurangi supopulasi *Eksposed* (E) dan kembali menjadi subpopulasi *Susceptible* (S).

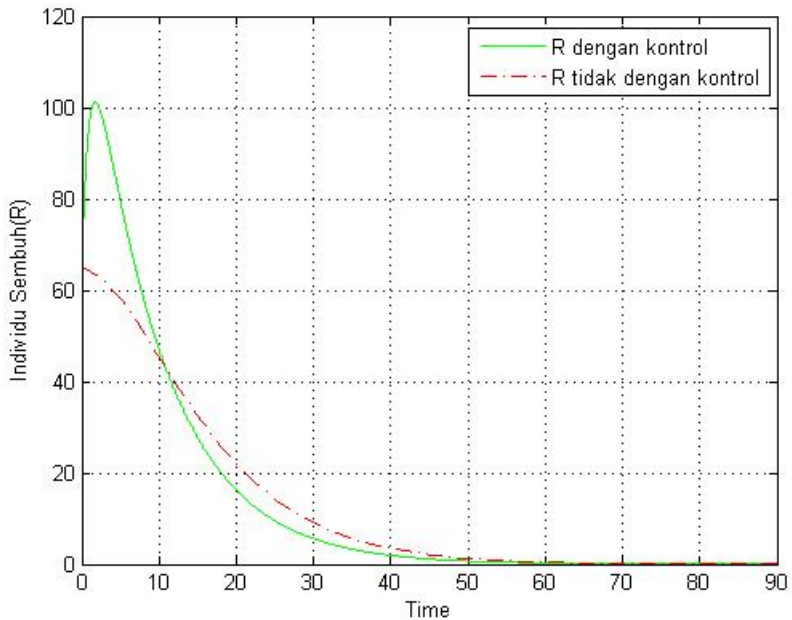
- (c) Pada gambar 4.11 menggunakan nilai parameter $\beta_1=0.030$, $\beta_2=0.010$, $\rho_1=0.025$, $\rho_2=0.003$, $\delta=0.010$, dan $\mu=0.006$, serta dengan bobot $u_2=35$.



Gambar 4.11. Simulasi Subpopulasi Infected Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol

Tabel grafik di atas merupakan subpopulasi *Infected* (I) sebelum dan sesudah diberikan kontrol. Pada grafik menunjukkan bahwa subpopulasi *Infected* (I) berjumlah $I(0)=60$ sebelum diberi kontrol mengalami penurunan hingga hari ke-90. Sedangkan, subpopulasi *Infected* (I) yang sesudah diberikan penambahan kontrol menurun lebih cepat dari hari ke-4 hingga menuju ke titik yang optimal pada hari ke-90. Dengan adanya kontrol terapi permen karet nikotin dengan dua dosis yang telah ditentukan oleh BPOM yaitu 2 mg dan 4 mg mampu mengurangi subpopulasi *Infected* (I)

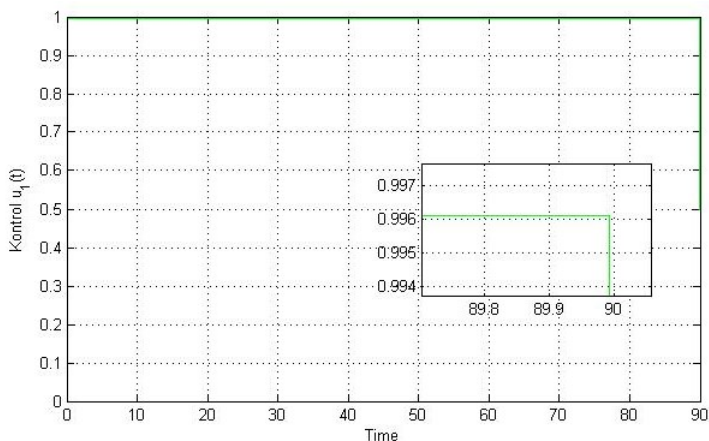
dan menambah subpopulasi *Recovery* (R). Demikian, dapat ditunjukkan bahwa kontrol terapi permen karet nikotin dapat menurunkan subpopulasi *Infected* (I) lebih cepat.



Gambar 4.12. Simulasi Subpopulasi Recovery Sebelum dan Setelah Terdapat Kontrol

- (d) Pada gambar 4.12 menggunakan nilai parameter $\rho_2=0.003$, $\psi_1=0.200$, $\psi_2=0.100$, dan $\mu=0.006$, serta bobot $u_2=35$. Tabel grafik diatas merupakan subpopulasi *Recovery* (R) sebelum dan sesudah diberikan kontrol. Pada grafik menunjukkan bahwa subpopulasi *Recovery* (R) berjumlah $R(0)=65$ sebelum

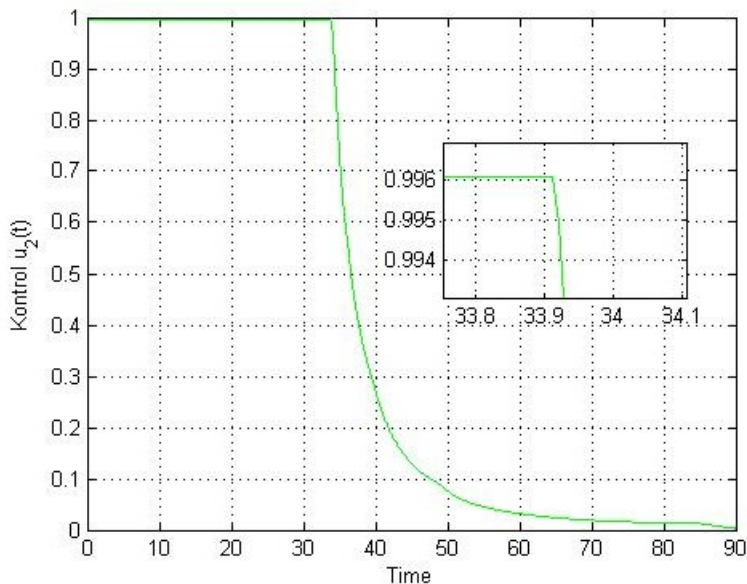
diberikan kontrol mengalami penurunan secara kontinu sampai hari ke-90. Namun, setelah diberikan kontrol jumlah subpopulasi *Recovery* (R) mengalami kenaikan pada hari pertama sampai hari ke-1 menjadi $R(1.2) = 101$ yang diduga adanya penambahan dari subpopulasi *Infected* (I). Kemudian, hari ke-1 sampai ke hari ke-47 mengalami penurunan lebih cepat akibat adanya efek pada terapi permen karet nikotin dengan dosis yang sesuai, hingga menuju titik yang optimal. Hal ini, menunjukkan bahwa pengaruh dari kontrol berupa terapi permen karet nikotin yang diberikan kepada subpopulasi *Infected* (I) dapat meningkat dalam waktu singkat, serta menurunkan subpopulasi *Recovery* (R) secara efektif.



Gambar 4.13. Simulasi Kontrol Edukasi u_1

(e) Pada gambar 4.13 menunjukkan hasil simulasi

numerik kontrol edukasi (u_1) selama 90 hari. Berdasarkan, tabel grafik diatas menunjukkan periode awal kontrol u_1 yang diberikan sebesar 0.996 mendekati angka 1 dapat dinyatakan bahwa pemberian bobot edukasi pada hari pertama hingga hari ke-90 mengalami keseimbangan yang stabil. Pada kontrol edukasi yang diberikan berupa kegiatan penyuluhan kesehatan dengan pembelajaran dan pengetahuan, serta informasi-informasi tentang bahaya merokok bagi kesehatan melalui secara langsung dan media online agar dapat menanamkan kesadaran kepada masyarakat bahaya dari rokok. Hal tersebut, dapat disimpulkan adanya keefektifan kontrol edukasi yang diberikan dengan ditandai menurunnya subpopulasi *Exposed* (E) dan meningkatkan jumlah subpopulasi *Susceptible* (S).



Gambar 4.14. Simulasi Kontrol Terapi Permen Karet Nikotin u_2

- (f) Pada gambar 4.14 hasil simulasi numerik kontrol terapi permen karet nikotin (u_2) selama 90 hari. Tabel garfik diatas menunjukkan periode awal sebesar 0.996 pada hari pertama hingga hari ke-33 bergerak dengan seimbang. Namun, seiringnya waktu pada hari-27 mengalami penurunan lebih cepat hingga mencapai angka 0.001 menuju titik yang tertentu dihari ke-90. Pada terapi untuk berhenti merokok menggunakan permen karet nikotin dengan dosis yang ditentukan sebesar 2 mg pada perokok yang menghisap >20 batang perhari dan 4 mg bagi perokok yang mengkonsumsi <20 batang perhari, dengan dosis

yang diperlukan pada setiap kondisi masing-masing individu akan berkerja secara optimal. Dengan demikian, dinyatakan bahwa kontrol terapi permen karet nikotin (u_2) secara bertahap memberikan efektivitas dalam menurunkan subpopulasi *Infected* (I).

Pada hasil kedua simulasi numerik dengan program MATLAB R2013a diatas dapat disimpulkan bahwa terdapat keefektifan dari pemberian kontrol edukasi berupa kegiatan penyuluhan kesehatan secara langsung dan melalui media online untuk meminimalisir subpopulasi *Exposed* (E), serta kontrol terapi permen karet nikotin dengan pemberian dua macam dosis yang ditentukan BPOM sesuai kondisi masing- masing individu untuk meminimalisir subpopulasi *Infected* (I) pada penyebaran populasi perokok. Dengan adanya simulasi dengan perbandingan bobot yang berbeda seminimal mungkin akan mendapatkan hasil yang optimal.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan uraian hasil pembahasan pada skripsi ini mengenai kontrol optimal penyebaran populasi perokok yang dilakukan, diperoleh dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Model matematika penyebaran populasi perokok yang dikembangkan oleh peneliti Siti Maryam Barham (2020) telah dimodifikasi dalam penelitian ini dengan menambahkan dua kontrol optimal, yaitu berupa edukasi (u_1) pada subpopulasi *Exposed* (E) dan terapi permen karet nikotin (u_2) pada subpopulasi *Infected* (I). Adapun persamaan yang diperoleh sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \sigma + (\alpha_2 + u_1)E + \rho_1 I + \psi_2 R - (aE + bI + \mu)S \\ \frac{dE}{dt} &= (aE + bI)S + \beta_2 I - (\alpha_2 + \beta_1 + \psi_1 + \mu + u_1)E \\ \frac{dI}{dt} &= \beta_1 E - (\rho_1 + \rho_2 + \psi_2 + u_2 + \beta_2 + \delta + \mu)I \\ \frac{dR}{dt} &= \psi_1 E + (\rho_2 + u_2)I - (\psi_2 + \mu)R\end{aligned}$$

2. Hasil perhitungan kontrol optimal yang diperoleh dari fungsi hamiltonian untuk mendapatkan sistem yang optimal memenuhi, sebagai berikut :

(a) Kondisi stasioner dari u_1^* dan u_2^* yang optimal yaitu :

$$u_1^* = \min \left\{ \max \left(0, \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)E}{2A} \right), 1 \right\}$$

$$u_2^* = \min \left\{ \max \left(0, \frac{(\lambda_3 - \lambda_4)I}{2B} \right), 1 \right\}$$

(b) Persamaan state yang optimal antara lain :

$$\begin{aligned} \frac{dH}{d\lambda_1^*} &= \frac{dS^*}{dt} = \sigma + (\alpha_2 + u_1)E^* + \psi_2 R^* + \rho_1 I^* \\ &\quad - aE^* S^* - bI^* S^* - \mu S^* \\ \frac{dH}{d\lambda_2^*} &= \frac{dE^*}{dt} = aE^* S^* + bI^* S^* + \beta_2 I^* \\ &\quad - (\alpha_2 + \beta_1 + \psi_1 + \mu + u_1)E^* \\ \frac{dH}{d\lambda_3^*} &= \frac{dI^*}{dt} = \beta_1 E^* - (\rho_1 + \rho_2 + u_2 + \psi_2 + \beta_2 + \delta + \mu)I^* \\ \frac{dH}{d\lambda_4^*} &= \frac{dR^*}{dt} = (\rho_2 + u_2)I^* + \psi_1 E^* - (\psi_2 + \mu)R^* \end{aligned}$$

(c) Persamaan costate yang optimal antara lain :

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_1^*}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial S^*} \\ &= \lambda_1^* (aE^* + bI^* + \mu) \\ &\quad - \lambda_2^* (aE^* + bI^*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_2^*}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial E^*} \\
&= -1 - \lambda_1^*(\alpha_2 + u_1 - aS^*) \\
&\quad + \lambda_2^*(\alpha_2 + \beta_1 + \psi_1 + \mu + u_1 - aS^*) \\
&\quad - \lambda_3^*(\beta_1) \\
&\quad - \lambda_4^*(\psi_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_3^*}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial I^*} \\
&= -1 - \lambda_1^*(\rho_1 - bS^*) \\
&\quad - \lambda_2^*(bS^* + \beta_2) \\
&\quad + \lambda_3^*(\rho_1 + \rho_2 + u_2 + \beta_2 + \delta + \mu) \\
&\quad - \lambda_4^*(\rho_2 + u_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_4^*}{dt} &= \frac{-\partial H}{\partial R^*} \\
&= -\lambda_1^*(\psi_2) \\
&\quad + \lambda_4^*(\psi_2 + \mu)
\end{aligned}$$

3. Simulasi numerik menggunakan perhitungan dari program MATLAB R2013a. Hasil simulasi terdapat perbedaan yang relevan pada tiap nilai bobot u_1 kontrol edukasi dan u_2 kontrol terapi permen karet nikotin dapat disimpulkan adanya keefektifan dari kontrol yang diberikan. Hal ini menunjukkan bahwa pengaruh dari kontrol edukasi (u_1) berupa kegiatan penyuluhan kesehatan kepada masyarakat secara langsung dan melalui media online dapat mengurangi

subpopulasi *Exposed* (E) dan kontrol terapi permen karet nikotin (u_2) dengan dosis yang telah ditentukan sesuai kebutuhan masing - masing individu dapat mengurangi subpopulasi *Infected* (I) pada penyebaran populasi perokok.

B. Saran

Pada penelitian ini membahas mengenai kontrol optimal dengan model *SEIR* penyebaran populasi perokok. Penulis hanya merujuk pada analisis kontrol optimal dengan memberikan dua kontrol yaitu edukasi dan terapi permen karet nikotin. Oleh karena itu, untuk peneliti selanjutnya diharapkan dapat melakukan pengembangan dengan memodifikasi kembali agar mendapatkan hasil yang lebih efektif.

DAFTAR PUSTAKA

- Barham, S. M. (2020). *Pemodelan Matematika Pada Penyebaran Populasi Perokok Menggunakan Tipe SEIRS*.
- Cahyani, T. E., Dolifah, D., Sejati, A. P. (2024). *Upaya peningkatan pengetahuan keluarga terhadap bahaya rokok bagi kesehatan dengan pendidikan kesehatan. Jurnal Kesehatan Tambusai*, 5(2), 3883-3897.
- Nurmawaty, D., Idris, I. (2024). *Edukasi Tentang Dampak Perilaku Merokok Pada Kesehatan Remaja di MTs Negeri 38 Rorotan Jakarta Utara. Jurnal Abdimas Kedokteran dan Kesehatan*, 2(1), 33-41.
- SUTARYONO, S., Nurhaini, R. (2020). *Nicotine Replacement Therapy (NRT) untuk berhenti merokok*.
- Qubatun, A., Widodo, A., Habibah, U. (2022). *Optimal Control on Smoking Behavior Spreading Model with Education, Treatment, and Psychological Support. International Journal of Mathematics Trends and Technology-IJMTT*, 68.
- Ghani, M., Norasia, Y., Mukama, D. S. *Dynamical analysis of CoVid-19 disease in Semarang, Indonesia, (2021)*.
- Syifa Nabila, F., Sukohar, A., Setiawan, G. (2017). *Terapi pengganti nikotin sebagai upaya menghentikan kebiasaan merokok. Jurnal Agrotek Tropika*, 6(3), 158-162.)
- Ilmayasinta, N., Anjarsari, E., Ahdi, M. W. (2021). *Optimal control for smoking epidemic model. (ICRIEMS 2020) (pp. 323-328)*.

- Verma, V. (2020). *Optimal control analysis of a mathematical model on smoking. Modeling Earth Systems and Environment*, 6(4), 2535-2542.
- Murtafiah, W., Apriandi, D. (2018). *Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya*.
- Norasia, Y., Zulaikha, Z., Tafrikan, M., Ghani, M., Mukama, D. S. (2022). *Optimal Control of HIV-1 Spread in Combination with Nutritional Status and ARV-Treatment. (IJCSAM) International Journal of Computing Science and Applied Mathematics*, 8(2), 66-70.
- Ndii, M. Z. (2022). *Pemodelan matematika*. Penerbit NEM
- Iswanto, R. J. (2012). *Pemodelan matematika aplikasi dan terapannya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Tjolleng, A., Komalig, H. A., Prang, J. D. (2013). *Dinamika perkembangan HIV/AIDS di Sulawesi Utara menggunakan model persamaan diferensial nonlinear SIR (susceptible, infectious and recovered)*. *Jurnal Ilmiah Sains*, 9-14.
- Syukron, A. N. D. (2022). *implementasi model matematika pada penyebaran HIV-AIDS dengan kontrol optimal*. *Sifonoforos*, 2019
- Liem, A. (2010),. *Pengaruh nikotin terhadap aktivitas dan fungsi otak serta hubungannya dengan gangguan psikologis pada pecandu rokok*. *Buletin psikologi*, 18(2).
- Syifa Nabila, F., Sukohar, A., Setiawan, G. (2017). *Terapi pengganti nikotin sebagai upaya menghentikan kebiasaan merokok*. *Jurnal Agrotek Tropika*, 6(3), 158-162.

- Nasution, I. K., *Perilaku Merokok Pada Remaja. "Program Studi Psikologi Fakultas Kedokteran Universitas Sumatra Utara." (2007).*
- Zulaikha, Z., Trisilowati, T., Fadhilah, I. (2017, July). *Kontrol optimal pada model epidemi seiqr dengan tingkat kejadian standar. (Vol. 1, No. 1, pp. 41-51).*
- Fadhilah, J., Maulana, D. A. (2022). *Model Dinamika Kecanduan Rokok pada Pria dan Wanita. MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika, 10(1), 180-189.*
- Ilmayasinta, N., Purnawan, H. (2021). *Optimal Control in a Mathematical Model of Smoking. Journal of Mathematical and Fundamental Sciences, 53(3).*
- Purnamasari, M. K. D., Fitriyah, A., Zulaikha, Z. (2024). *Mathematical Modelling Of The Spread Of Covid-19 With First, Second And Third Doses Of Vaccination In Semarang City. Journal of Fundamental Mathematics and Applications (JFMA), 7(1).*
- Zulaikha, Z., Norasia, Y. (2024, February). *Optimal control of Covid-19 in Jakarta and its relationship with unity of sciences. In AIP Conference Proceedings (Vol. 3046, No. 1). AIP Publishing.*
- Lenhart, S. and Workman, J., *Optimal Control Applied to Biological Models, Chapman and Hall/ CRC, London, 2007.*
- Lubis, I., Hasibuan, S., Noer, A., Sinabutar, H. S. (2024). *Oral Health Problems Perceived: Electronic Cigarettes versus Conventional Smokers. Dentika: Dental Journal, 27(2), 104-111.*

- Hikmah, A. N., Salawati, T., Prasetyo, D. B. (2024, December). *Persepsi Pengambil Keputusan Tentang Kesiapan Penyediaan Layanan Berhenti Merokok Di Rumah Sakit Gigi Dan Mulut (RSGM) Unimus. In Prosiding Seminar Nasional Unimus (Vol. 7).*
- Tafrikan, M., Norasia, Y., Syafrudin, A., Rois, M. A. (2024, February). *On the local stability of a seih model to Covid-19 spread in Indonesia with time delay. In AIP Conference Proceedings (Vol. 3046, No. 1).*

LAMPIRAN

Lampiran 1. Program MATLAB R2013a Model Penyebaran Populasi Perokok Dengan dan Tanpa Kontrol

```
clear all;
close all;
test = -1;

N = 10000;
tf = 90; %t akhir
t0 = 0; %t awal
h = (tf-t0)/N;
%tf = 0:h:25;
h2 = h/2;
ite=1;

D1=10000000000;
D2=10000000000;

sigma=0.210; %laju kelahiran
a=0.001; %bobot interaksi subpopulasi
S,E,I
b=0.002; %bobot interaksi subpopulasi
S,E,I
alpha_2=0.150; %laju perokok pemula
menjadi rentan
beta_1=0.030; %laju perokok pemula ke
perokok aktif
beta_2=0.010; %laju perokok aktif ke
perokok pemula
psi_1=0.200; %laju perokok pemula ke
sembuh
psi_2=0.100; %laju sembuh ke rentan
rho_1=0.025; %laju perokok aktif menjadi
rentan
rho_2=0.003; %laju perokok aktif ke
sembuh
delta=0.010; %kematian alami perokok
aktif
miu=0.006; %kematian alami setiap
populasi
```

```

C=0.75; %bobot u_1 edukasi
D=0.8; %bobot u_2 terapi permen karet
nikotin

tau=0.02;%untuk hitunf bacward RK
%=====KONTROL OPTIMAL
SEIR=====
u = zeros(1,N+1); %Edukasi u1
m = zeros(1,N+1); %Terapi Permen Karet
Nikotin u2
%n = zeros(1,N+1);

S = zeros(1,N+1);
E = zeros(1,N+1);
I = zeros(1,N+1);
R = zeros(1,N+1);

% initial conditions
S(1) = 70;
E(1) = 30;
I(1) = 60;
R(1) = 65;
N0 = 1;
%costate
Si1 = zeros(1,N+1);
Si2 = zeros(1,N+1);
Si3 = zeros(1,N+1);
Si4 = zeros(1,N+1);

for i = 0:N
    tt(i+1) = t0 + i*h;
end

%MODEL POPULASI PEROKOK SEIR S=X(1)
E=X(2) I=X(3) R=X(4) SETELAH KONTROL
%
S1=((sigma+(alpha_2*E(i)))+(psi_2*R(i)))+(r
ho_1*I(i))-(a*E(i)*S(i))-(b*E(i)*S(i))-
(miou*S(i))+(u(i)*S(i)));

```

```

%
E1=((a*E(i)*S(i)))+(b*E(i)*S(i))+(beta_2*I
(i))-(alpha_2+beta_1+psi_1+miu)*E(i))-
(u(i)*E(i));
%
I1=((beta_1*E(i))-
(rho_1+rho_2+m(i)+beta_2+delta+miu)*I(i)
));
%
R1=((rho_2+m(i))*I(i))+(psi_1*E(i))-
(psi_2+miu)*R(i));
%MODEL TANPA KONTROL OPTIMAL U1 DAN U2
f=inline('[( (0.210)+(0.150*x(2))+(0.100*
x(4))+(0.025*x(3)))-(0.001*x(2)*x(1))-
(0.002*x(3)*x(1))-
(0.006*x(1)))+(0.001*x(2)*x(1))+(0.002*x
(3)*x(1))+(0.010*x(3))-
((0.150+0.030+0.200+0.006)*x(2)))+(0.030
*x(2))-
((0.010+0.025+0.003+0.006+0.010)*x(3)))+(
0.200*x(2))+(0.003*x(3))-
(0.100+0.006)*x(4)'],'t','x');
[t x]=ode45(f,[0 tf],[70 30 60 65]);

figure(1)
plot(t,x(:,1),t,x(:,2),t,x(:,3),t,x(:,4))
legend('Individu Rentan','Perokok
Pemula','Perokok Aktif','Individu
Sembuh')
xlabel('Time'); ylabel('Number of
Population')
title('Simulation w/o Control')
grid on

while(test < 0)
    oldu = u; %Edukasi
    oldm =m; %Terapi Permen Karet Nikotin
    %oldn = n;
    oldS = S;
    oldE = E;
    oldI = I;
    oldR = R;
    oldSi1 = Si1;

```

```

oldSi2 = Si2;
oldSi3 = Si3;
oldSi4 = Si4;
Ne=1;

%forward rk4
%MODEL DENGAN KONTROL OPTIMAL u1 dan
u2
for i=1:N

s1=((sigma+(u(i)*E(i))+alpha_2*E(i))+(psi_2*R(i))+(rho_1*I(i))-(a*E(i)*S(i))-(b*E(i)*S(i))-(miu*S(i)));

e1=((a*E(i)*S(i))+(b*E(i)*S(i))+(beta_2*I(i)))-((beta_1+psi_1+miu+u(i))*E(i));
i1=((beta_1*E(i))-((rho_1+rho_2+m(i)+beta_2+delta+miu)*I(i)));

r1=((rho_2+m(i)*I(i))+(psi_1*E(i)))-((psi_2+miu)*R(i));

%(S(i)+h2*s1)
%u(i)+u(i+1)

s2=((sigma+((0.5*(u(i)+u(i+1))))*(E(i)+h2*e1)))+(alpha_2*(E(i)+h2*e1))+(psi_2*(R(i)+h2*r1))+(rho_1*(I(i)+h2*i1))-(a*(E(i)+h2*e1)*(S(i)+h2*s1))-(b*(E(i)+h2*e1)*(S(i)+h2*s1))-(miu*(S(i)+h2*s1));
e2=((a*(E(i)+h2*e1)*(S(i)+h2*s1)))+(b*(E(i)+h2*e1)*(S(i)+h2*s1))+(beta_2*(I(i)+h2*i1))-((alpha_2+beta_1+psi_1+miu+(0.5*(u(i)+u(i+1))))*(E(i)+h2*e1));
i2=((beta_1*(E(i)+h2*e1))-((rho_1+rho_2+(0.5*(m(i)+m(i+1))))+beta_2+delta+miu)*(I(i)+h2*i1));
r2=((rho_2+(0.5*(m(i)+m(i+1))))*(I(i)+h2*i1))+(psi_1*(E(i)+h2*e1))-((psi_2+miu)*(R(i)+h2*r1));

```

```

s3=((sigma+((0.5*(u(i)+u(i+1))))*(E(i)+h2*
e2)))+(alpha_2*(E(i)+h2*e2))+(psi_2*(R(i)
+h2*r2))+(rho_1*(I(i)+h2*i2))-
(a*(E(i)+h2*e2)*(S(i)+h2*s2))-
(b*(E(i)+h2*e2)*(S(i)+h2*s2))-
(miu*(S(i)+h2*s2)));

e3=((a*(E(i)+h2*e2)*(S(i)+h2*s2)))+(b*(E
(i)+h2*e2)*(S(i)+h2*s2))+(beta_2*(I(i)+h2
*i2))-
((alpha_2+beta_1+psi_1+miu+(0.5*(u(i)+u(i
+1))))*(E(i)+h2*e2)));
i3=((beta_1*(E(i)+h2*e2))-
((rho_1+rho_2+(0.5*(m(i)+m(i+1))))+beta_2+
delta+miu)*(I(i)+h2*i2)));

r3=((rho_2+(0.5*(m(i)+m(i+1))))*(I(i)+h2*
i2)))+(psi_1*(E(i)+h2*e2))-
((psi_2+miu)*(R(i)+h2*r2)));

s4=((sigma+((u(i+1)))*(E(i)+h2*e3)))+(alph
a_2*(E(i)+h2*e3))+(psi_2*(R(i)+h2*r3))+(r
ho_1*(I(i)+h2*i3))-
(a*(E(i)+h2*e3)*(S(i)+h2*s3))-
(b*(E(i)+h2*e3)*(S(i)+h2*s3))-
(miu*(S(i)+h2*s3)));

e4=((a*(E(i)+h2*e3)*(S(i)+h2*s3)))+(b*(E
(i)+h2*e3)*(S(i)+h2*s3))+(beta_2*(I(i)+h2
*i3))-
((beta_1+psi_1+miu+(u(i+1))))*(E(i)+h2*e3)
));
i4=((beta_1*(E(i)+h2*e3))-
((rho_1+rho_2+(m(i+1))+beta_2+delta+miu)*
(I(i)+h2*i3)));

r4=((rho_2+(m(i+1))))*(I(i)+h2*i3)))+(psi_
1*(E(i)+h2*e3))-
((psi_2+miu)*(R(i)+h2*r3)));

```

```

S(i+1) = S(i) + (h/6)*(s1 + 2*s2 + 2*s3 +
s4);
    E(i+1) = E(i) + (h/6)*(e1 + 2*e2
+ 2*e3 + e4);
    I(i+1) = I(i) + (h/6)*(i1 + 2*i2
+ 2*i3 + i4);
    R(i+1) = R(i) + (h/6)*(r1 + 2*r2
+ 2*r3 + r4);

    end
    %backward rk4 For lambda
    %turunan Halmiltonian
    for i=1:N
        j = N + 2 - i;

        si11 = Si1(j) *
((a*E(j))+(b*I(j))+miu)- Si2(j) *
((a*E(j))+(b*I(j))));
        si21 = -1 - Si1(j) *
(alpha_2+(a*S(j)))- Si2(j) * ((a*S(j))-
alpha_2-beta_1-psi_1-miu) - Si3(j) *
(beta_1) - Si4(j) * (psi_1);
        si31 = -1 - Si1(j) * (rho_1-
(b*S(j))) - Si2(j) * ((b*S(j))+beta_2) +
Si3(j) *
(beta_2+rho_1+rho_2+m(j)+delta+miu) -
Si4(j) * (rho_2+m(j));
        si41 = -Si1(j) * (psi_2) + Si4(j)
* (psi_2+miu);
        si12 = (Si1(j)-h2*si11) *
(((a*(0.5*(E(j)+E(j-
1)))))+(b*(0.5*(I(j)+I(j-1))))+miu) -
(Si2(j)-h2*si21) * ((a*(0.5*(E(j)+E(j-
1))))+(b*(0.5*(I(j)+I(j-1)))));
        si22 = -1 - (Si1(j)-h2*si11) *
(alpha_2+(0.5*(u(j)+u(j-1)))-
(a*(0.5*(S(i)+S(j-1))))) + (Si2(j)-
h2*si21) *
(alpha_2+beta_1+psi_1+miu+(0.5*(u(j)+u(j-
1)))-(a*(0.5*(S(j)+S(j-1))))) - (Si3(j)-
h2*si31) * (beta_1) - (Si4(j)-h2*si41) *
(psi_1);

```

```

si32 = -1 - (Si1(j)-h2*si11) * (rho_1-
(b*(0.5*(S(j)+S(j-1)))) - (Si2(j)-
h2*si21) * ((b*(0.5*(I(j)+I(j-
1))))+beta_2) + (Si3(j)-h2*si31) *
(beta_2+rho_1+rho_2+(0.5*(m(j)+m(j-
1)))+delta+miu) - (Si4(j)-h2*si41) *
(rho_2+(0.5*(m(j)+m(j-1)))));
si42 = (-Si1(j)-h2*si11) *(psi_2)
+ (Si4(j)-h2*si41) * (psi_2+miu);

si13 = (Si1(j)-h2*si12) *
(((a*(0.5*(E(j)+E(j-
1))))+(b*(0.5*(I(j)+I(j-1))))+miu) -
(Si2(j)-h2*si22) * ((a*(0.5*(E(j)+E(j-
1))))+(b*(0.5*(I(j)+I(j-1)))));
si23 = -1 - (Si1(j)-h2*si12) *
(alpha_2+(0.5*(u(j)+u(j-1)))-
(a*(0.5*(S(i)+S(j-1)))) + (Si2(j)-
h2*si22) *
(alpha_2+beta_1+psi_1+miu+(0.5*(u(j)+u(j-
1)))-(a*(0.5*(S(j)+S(j-1)))) - (Si3(j)-
h2*si32) * (beta_1) - (Si4(j)-h2*si42) *
(psi_1);
si33 = -1 - (Si1(j)-h2*si12) *
(rho_1-(b*(0.5*(S(j)+S(j-1)))) -
(Si2(j)-h2*si22) * ((b*(0.5*(S(j)+S(j-
1))))+beta_2) + (Si3(j)-h2*si32) *
(beta_2+rho_1+rho_2+(0.5*(m(j)+m(j-
1)))+delta+miu) - (Si4(j)-h2*si42) *
(rho_2+(0.5*(m(j)+m(j-1)))));
si43 = (-Si1(j)-h2*si12) *(psi_2)
+ (Si4(j)-h2*si42) * (psi_2+miu);
si14 = (Si1(j)-h2*si13) * (((a*(E(j-
1))))+(b*(I(j-1))))+miu) - (Si2(j)-
h2*si23) * ((a*(E(j-1)))+(b*(I(j-1)))));
si24 = -1 - (Si1(j)-h2*si13) *
((alpha_2+u(j-1))-(a*(S(j-1)))) +
(Si2(j)-h2*si23) *
(alpha_2+beta_1+psi_1+miu+(u(j-1))-
(a*(S(j-1)))) - (Si3(j)-h2*si33) *
(beta_1) - (Si4(j)-h2*si43) * (psi_1);

```



```

si34 = -1 - (Si1(j)-h2*si13) * (rho_1-
(b*(S(j-1)))) - (Si2(j)-h2*si23) *
((b*(S(j-1)))+beta_2) + (Si3(j)-h2*si33)
* (beta_2+rho_1+rho_2+(m(j-1))+delta+miu)
- (Si4(j)-h2*si43) * (rho_2+(m(j-1)));
    si44 = (-Si1(j)-h2*si13) * (psi_2)
+ (Si4(j)-h2*si43) * (psi_2+miu);

    Si1(j - 1) = Si1(j) - (h / 6) *
(si11 + 2 * si12 + 2 * si13 + si14);
    Si2(j - 1) = Si2(j) - (h / 6) *
(si21 + 2 * si22 + 2 * si23 + si24);
    Si3(j - 1) = Si3(j) - (h / 6) *
(si31 + 2 * si32 + 2 * si33 + si34);
    Si4(j - 1) = Si4(j) - (h / 6) *
(si41 + 2 * si42 + 2 * si43 + si44);

    end
    %Update u
    u1 = E.*(Si2-Si1)/2*C*D1;
    u11=min(1,max(0,u1));
    u = 0.5*(u11 + oldu);

    m1 = I.*(Si3-Si4)/2*D*D2;
    m11=min(1,max(0,m1));
    m = 0.5*(m11 + oldm);

    %Convergence Test
    temp1 = alpha_2*sum(abs(u)) -
sum(abs(oldu - u));
    temp2 = alpha_2*sum(abs(m)) -
sum(abs(oldm - m));

    temp3 = alpha_2*sum(abs(S)) -
sum(abs(oldS - S));
    temp4 = alpha_2*sum(abs(E)) -
sum(abs(oldE - E));
    temp5 = alpha_2*sum(abs(I)) -
sum(abs(oldI - I));
    temp6 = alpha_2*sum(abs(R)) -
sum(abs(oldR - R));

```

```

temp7 = alpha_2*sum(abs(Si1)) -
sum(abs(oldSi1 - Si1));
    temp8 = alpha_2*sum(abs(Si2)) -
sum(abs(oldSi2 - Si2));
    temp9 = alpha_2*sum(abs(Si3)) -
sum(abs(oldSi3 - Si3));
    temp10 = alpha_2*sum(abs(Si4)) -
sum(abs(oldSi4 - Si4));

    test = min(temp1, min(temp2,
min(temp3, min(temp4, min(temp5,
min(temp6, min(temp7, min(temp8,
min(temp9, temp10))))))));

%         ite=ite+1
end
y(1,:)=tt;
y(2,:)=S;
y(3,:)=E;
y(4,:)=I;
y(5,:)=R;
y(7,:)=Si1;
y(8,:)=Si2;
y(9,:)=Si3;
y(10,:)=Si4;
y(12,:)=u;
y(13,:)=m;

figure(2)
plot(y(1,:),y(2,:), '-g','linewidth',1)
xlim([0 tf])
hold on
grid on
plot(t,x(:,1), '-.r','linewidth',1)
xlim([0 tf])
legend('dengan kontrol','tidak dengan
kontrol')
xlabel('Time')
ylabel('Individu Rentan')

```

```

figure(3)
plot(y(1,:),y(3,:), '-g','linewidth',1)
xlim([0 tf])
hold on
grid on
plot(t,x(:,2), '-.r','linewidth',1)
xlim([0 tf])
legend('dengan kontrol','tidak dengan kontrol')
xlabel('Time')
ylabel('Perokok Pemula')
%
figure(4)
plot(y(1,:),y(4,:), '-g','linewidth',1)
xlim([0 tf])
hold on
grid on
plot(t,x(:,3), '-.r','linewidth',1)
xlim([0 tf])
legend('dengan kontrol','tidak dengan kontrol')
xlabel('Time')
ylabel('Perokok Aktif')
%
figure(5)
plot(y(1,:),y(5,:), '-g','linewidth',1)
xlim([0 tf])
hold on
grid on
plot(t,x(:,4), '-.r','linewidth',1)
xlim([0 tf])
legend('dengan kontrol','tidak dengan kontrol')
xlabel('Time')
ylabel('Individu Sembuh')

figure(7)
plot(y(1,:),y(12,:), '-g','linewidth',1)
xlim([0 tf])
ylim([0 1])
xlabel('Time')
ylabel('Kontrol ul(t)')
grid on

```

```
figure(8)
plot(y(1,:),y(13,:), '-g','linewidth',1)
xlim([0 tf])
ylim([0 1])
xlabel('Time')
ylabel('Kontrol u2(t)')
grid on
```

Lampiran 2. Daftar Simbol

Simbol	Arti Simbol
A	Bobot penggunaan kontrol u_1 (edukasi)
B	Bobot penggunaan kontrol u_2 (terapi permen karet nikotin)
H	Fungsi Hamiltonian
S, E, I, R	Subpopulasi pada model SEIR
$u_1(t)$	Fungsi kontrol edukasi terhadap waktu t
$u_2(t)$	Fungsi kontrol terapi nikotin terhadap waktu t
$x^*(t)$	Variabel dari state
$u^*(t)$	Variabel dari kontrol
E	Bilangan kecil sebagai parameter variasi
$h(t)$	Fungsi variasi kontrol
$J(u)$	Fungsi tujuan
g	Fungsi dinamika sistem kontrol optimal
λ	Variabel costate
t_0	Waktu awal
T	Waktu akhir
u_1^*	Solusi kontrol edukasi
u_2^*	Solusi kontrol terapi permen karet nikotin
U	Himpunan kontrol
S^*, E^*, I^*, R^*	Nilai optimal dari variabel S, E, I, R
f_i	Turunan dari fungsi Hamiltonian terhadap variabel state

Lampiran 2. Daftar Riwayat Hidup**DAFTAR RIWAYAT HIDUP****A. Identitas Diri**

1. Nama Lengkap : Fanny Widalaprita
2. Tempat, Tanggal Lahir : Semarang, 30 April 2002
3. Alamat : Jl. Wonolopo No. 47 RT 07
RW 08, Mijen, Semarang
4. Nomer HP : 08964411035
5. E-mail : fanny.widalaprita@gmail.com

B. Riwayat Pendidikan

1. Pendidikan Formal :
 - a. TK Kartika lulus tahun 2008
 - b. SD Negeri Kalibanteng Kulon 02 lulus tahun 2014
 - c. SMP Negeri 19 Semarang lulus tahun 2017
 - d. SMA Negeri 13 Semarang lulus tahun 2020
2. Pendidikan Non-Formal : -

: