OPTIMALISASI KEUNTUNGAN PT MUARA ANUGERAH JAYA PADA *FROZEN STORAGE* DENGAN METODE *BRANCH AND BOUND* DAN *CUTTING PLANE*

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Matematika
dalam Ilmu Matematika

Oleh : **BERLIANA ASHIFA ZAHRAH**
NIM : 2108046053

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
SEMARANG
2025

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	:	Berliana Ashifa Zahrah
NIM	:	2108046053
Jurusan/Program Studi	:	Matematika/ Matematika

menyatakan bahwa skripsi yang berjudul :

OPTIMALISASI KEUNTUNGAN PT MUARA ANUGERAH JAYA PADA *FROZEN STORAGE* DENGAN METODE *BRANCH AND BOUND* DAN *CUTTING PLANE*

secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri, kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 27 mei 2025
Pembuat pernyataan,



Berliana Ashifa Zahrah
NIM : 2108046053

KEMENTERIAN AGAMA R.I.
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Prof. Dr. Hamka (Kampus II) Ngaliyan Semarang
Telp. 024-7601295 Fax. 7615387

PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini :

Judul : **Optimalisasi Keuntungan PT Muara Anugerah Jaya pada *Frozen Storage* dengan Metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane***
Penulis : Berliana Ashifa Zahrah
NIM : 2108046053
Jurusan : Matematika

Telah diujikan dalam sidang *tugas akhir* oleh Dewan Penguji Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu Matematika.

Semarang, 16 Juni 2025

DEWAN PENGUJI

Penguji I,

Zulaikha, M. Si.
NIP : 199204092019032027

Penguji II,

Siti Maslihah, M. Si.
NIP : 197706112011012004

Penguji III,

Agus Wayan Yulianto, M. Sc.
NIP : 198907162019031007

Penguji IV,

Ayus Riana Ishawati, M. Sc.
NIP : 198510192019032014

Pembimbing,

Siti Maslihah, M. Si.
NIP : 197706112011012004

NOTA DINAS

Semarang, 27 Mei 2025

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul	:	OPTIMALISASI KEUNTUNGAN PT MUARA ANUGERAH JAYA PADA *FROZEN STORAGE* DENGAN METODE *BRANCH AND BOUND* DAN *CUTTING PLANE*
Nama	:	Berliana Ashifa Zahrah
NIM	:	2108046053
Jurusan	:	Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing

Siti Maslihah, M.Si
NIP : 197706112011012004

ABSTRAK

Industri makanan dan minuman Indonesia terus berkembang, mendorong peningkatan ekspor makanan olahan dan menegaskan pentingnya *frozen storage* dalam menjaga kualitas produk. PT Muara Anugerah Jaya, sebagai penyedia jasa *frozen storage*, menghadapi tantangan dalam pengelolaan ruang secara efisien. Penelitian ini bertujuan mengoptimalkan keuntungan perusahaan melalui metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*. Hasilnya, kedua metode menghasilkan keuntungan optimal yang sama sebesar Rp 35.242.550, dengan karakteristik penyelesaian yang berbeda. Komposisi produk optimal yang disimpan meliputi Tempe Arumi sebanyak 5 *batch* per hari, Sosis lembur 1 *batch* per hari, dan Sosis skala besar 1 *batch* per hari.

Kata Kunci: Optimasi Keuntungan, *Frozen Storage, Branch and Bound, Cutting Plane,* Program Linier Bilangan Bulat

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah Swt. atas segala limpahan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Optimalisasi Keuntungan PT Muara Anugerah Jaya pada Frozen Storage dengan Metode B*ranch and Bound* dan *Cutting Plane*" sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang.

Skripsi ini tentunya tidak dapat terselesaikan tanpa bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis dengan tulus mengucapkan terima kasih kepada:

1. Allah SWT yang telah memberikan rahmat, karunia, hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
2. Prof. Dr. H. Nizar, M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
3. Prof. Dr. H. Musahadi, M.Ag, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
4. Ibu Any Muanalifah, M.Si., Ph.D, selaku Ketua Program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
5. Bapak Agus Wayan Yulianto, M.Sc, selaku wali dosen penulis sampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya atas perhatiannya, arahannya serta motivasi yang telah diberikan dari awal masa perkuliahan.

6. Ibu Siti Maslihah, M.Si., selaku pembimbing penulis sampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya atas kesabaran, bimbingan, arahan, serta motivasi yang telah diberikan selama proses penulisan skripsi ini.

7. Segenap dosen, pegawai, dan seluruh civitas akademik lingkungan UIN Walisongo Semarang khususnya para dosen jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.

8. Keluarga besar PT Muara Anugrah Jaya, penulis ucapkan terima kasih atas kesempatan, dukungan, serta bimbingan yang telah diberikan selama proses penelitian ini berlangsung.

9. Kedua orang tua penulis, Bapak Ichwan dan Ibu Novi, Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya atas semangat, kasih sayang, serta dukungan tanpa henti baik dalam bentuk materi maupun kekuatan batin yang menguatkan setiap langkah, dan yang terpenting, doa serta restu yang selalu mengiringi penulis dalam proses penyelesaian skripsi ini dan dalam upaya meraih kesuksesan.

10. Ibu Rohani, Babeh Suparjo, Mpok Endang, Nadin dan Tirta, serta seluruh keluarga besar, penulis sampaikan terima kasih atas cinta kasih, motivasi, dukungan, semangat, dan doa yang senantiasa diberikan, yang menjadi sumber kekuatan dalam menyelesaikan skripsi ini.

11. Sahabat-sahabat saya, Amalia, Yanti, Uli, Icha, A'yun, Fanny, Frisca, Easty, Sabina, Salsa, Maidea dan Puspita yang selalu

saling memberikan dukungan dan semangat, sehingga kami dapat bersama-sama meraih kesuksesan.

12. Rekan-rekan seangkatan 2021, khususnya kelas Matematika-B, yang selalu menunjukkan kekompakan dan solidaritas, serta kepada semua pihak yang tidak dapat saya sebutkan satu per satu, saya ucapkan terima kasih atas segala dukungan dan kebersamaannya.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih banyak kekurangan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan untuk perbaikan di masa yang akan datang. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca. Amiin Yaa Rabbal'Alamiin

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL ..... **i**
PERNYATAAN KEASLIAN ..... **ii**
PENGESAHAN ..... **iv**
NOTA PEMBIMBING I ..... **v**
KATA PENGANTAR ..... **iii**
DAFTAR ISI ..... **iv**
DAFTAR TABEL ..... **vi**
DAFTAR GAMBAR ..... **viii**
DAFTAR LAMPIRAN ..... **xi**
BAB I PENDAHULUAN **1**
A. Latar Belakang 1
B. Rumusan Masalah 7
C. Batasan Masalah 7
D. Tujuan Penelitian 8
E. Manfaat Penelitian 9
BAB II LANDASAN PUSTAKA **10**
A. PT. Muara Anugerah Jaya 10
B. *Frozen Storage* 12
C. Optimasi 15
D. Pemrograman Linier 16
E. Metode Simpleks 20
F. Pemrograman Bilangan Bulat 26
G. Metode Dual Simpleks 28
H. Metode *Cutting Plane* 29
I. Metode *Branch And Bound* 35
J. Program POM *Software Windows* 45
K. Program LINGO *Software Windows* 46
BAB III Metodologi Penelitian **48**
A. Langkah-langkah Penelitian 48
B. Diagram Alir Penelitian 52
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN **53**

A. Metode *Branch And Bound* 71
1. Iterasi 1 72
2. Iterasi 2 75
3. Iterasi 3 77
4. Iterasi 4 80
5. Iterasi 5 82
6. Iterasi 6 85
7. Iterasi 7 87
B. Pohon Penyelesaian Metode *Branch And Bound* 91
C. Metode *Cutting Plane* 92
D. Perbandingan Hasil Penyelesaian Antara Metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane* 99
BAB V SIMPULAN DAN SARAN 101
A. Kesimpulan 101
B. Saran 104
DAFTAR PUSTAKA 105
Lampiran-lampiran.....108

DAFTAR TABEL

Tabel	Judul	Halaman
Tabel 2.1	Tabel Hasil Simpleks	32
Tabel 2.2	Tabel *Cutting Plane* Setelah Ditambahkan *Gomory*	33
Tabel 2.3	Tabel Hasil Simpleks	40
Tabel 4.1	Data Harga Jasa Dan Sewa *Frozen Storage* (Pendapatan)	54
Tabel 4.2	Tabel Biaya Oprasional (Pengeluaran)	54
Tabel 4.3	Keuntungan Setiap Produk	54
Tabel 4.4	Tabel Waktu Kerja Pembongkaran Setiap Produk	58
Tabel 4.5	Tabel Waktu Kerja *Packing*	59
Tabel 4.6	Tabel Simpleks Iterasi Pertama	61
Tabel 4.7	Tabel Simpleks Iterasi Pertama (Dengan Angka Pivot Dan Rasio)	62
Tabel 4.8	Tabel Simpleks Iterasi Kedua (Dengan Angka Pivot Dan Rasio)	65
Tabel 4.9	Tabel Akhir Simpleks	70
Tabel 4.10	Tabel Awal simpleks Setelah Ditambahkan *Gomory*	95
Tabel 4.11	Tabel Dual Simpleks Setelah Ditentukan Angka Pivot	96
Tabel 5.1	Tabel Perbandingan Metode *Branch And Bound* Dan *Cutting Plane*	104

Tabel 0.2 Tabel Data Harga Jasa Dan Sewa *Frozen Storage* (Pendapatan) 108
Tabel 0.3 Tabel Data Biaya Operasional *Frozen Storage* (Pengeluaran) 108

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Judul	Halaman
Gambar 2.1	Tabel Simpleks	21
Gambar 2.2	Input Fungsi Tujuan dan Fungsi Kendala pada *software* LINGO	34
Gambar 2.3	Output Hasil Contoh Soal Metode *Cutting Plane*	35
Gambar 2.4	Pohon Percabangan *Branch And Bound* (Syafitri, 2021)	39
Gambar 2.5	Hasil Submasalah 1 Metode *Branch and Bound*	42
Gambar 2.6	Hasil Submasalah 2 Metode *Branch and Bound*	43
Gambar 2.7	Tampilan Layar Utama Program POM *For Windows*	45
Gambar 2.8	Tampilan Setelah Pilih *Integer* Programing Di POM *For Windows*	46
Gambar 2.9	Tampilan Layar Utama Pada LINGO *For Windows*	47
Gambar 3.1	Diagram Alir Tahapan Penelitian Dalam Optimalisasi Keuntungan *Frozen Storage* Di PT. Muara Anugerah Jaya Menggunakan Metode *Branch And Bound* Dan *Cutting Plane*	52
Gambar 4.1	Hasil submasalah 1	73

Gambar 4.2	Hasil submasalah 2	74
Gambar 4.3	Hasil submasalah 3	76
Gambar 4.4	Hasil submasalah 4	77
Gambar 4.5	Hasil submasalah 5	78
Gambar 4.6	Hasil submasalah 6	79
Gambar 4.7	Hasil submasalah 7	81
Gambar 4.8	Hasil submasalah 8	82
Gambar 4.9	Hasil Submasalah 9	83
Gambar 4.10	Hasil Submasalah 10	84
Gambar 4.11	Hasil Submasalah 11	86
Gambar 4.12	Hasil Submasalah 12	87
Gambar 4.13	Hasil Submasalah 13	88
Gambar 4.14	Hasil Submasalah 14	89
Gambar 4.15	Pohon Percabangan Pada Penyelesaian Masalah Menggunakan Metode *Branch and Bound*	91
Gambar 4.16	Input Fungsi Tujuan Dan Fungsi Kendala	97
Gambar 4.17	Hasil Menggunakan LINGO *For Windows*	98
Gambar 0.1	Proses Pembongkaran Produk Dari Mobil *Pickup*	112
Gambar 0.2	Proses Penataan Produk Pada Rak Penyimpanan	113
Gambar 0.3	Proses Pemindahan Rak Berisi Produk Menggunakan *Forklift* Menuju Ruang *Frozen Storage*	113
Gambar 0.4	Produk Tempe Dalam Kondisi Beku Setelah Disimpan Di Dalam *Frozen Storage*	114
Gambar 0.5	Produk Sosis Dalam Kondisi Beku Setelah Disimpan Di Dalam *Frozen Storage*	114

Gambar 0.6	Ruang *Frozen Storage* PT. Muara Anugrah Jaya	115
Gambar 0.7	Proses *Packing* Produk Sosis Oleh Pekerja Sebelum Didistribusikan Ke Konsumen	115
Gambar 0.8	Proses *Packing* Produk Tempe Oleh Pekerja Sebelum Didistribusikan Ke Konsumen	116
Gambar 0.9	Penempatan Produk Ke Dalam Mobil *Pickup* Untuk Didistribusikan Kepada Konsumen	116
Gambar 0.10	Kegiatan Ekspor Tempe Azaki Ke Korea Selatan Yang Dilakukan Oleh PT. Muara Anugrah Jaya	117
Gambar 0.11	Dokumentasi Foto Bersama Narasumber Dari PT. Muara Anugrah Jaya	118

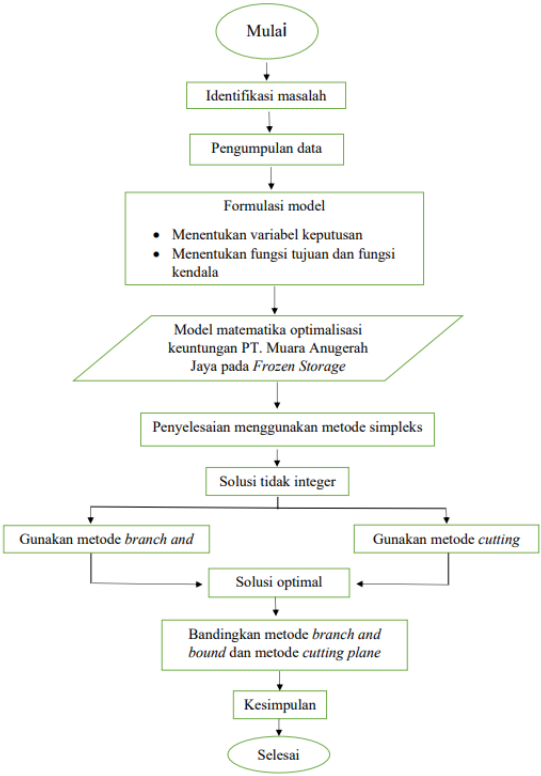
DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

Lampiran 1	Tabel Data Harga Jasa dan Sewa *Frozen Storage* dan Tabel Biaya Oprasional	108
Lampiran 2	Dokumentasi Pada Saat Penelitian	112

B. Diagram Alir Penelitian

Dari langkah- langkah di atas dapat di bentuk diagram alir. alur penelitian ini digambarkan dalam bentuk diagram alir, juga dikenal sebagai *flowchart*, sebagai berikut:



Gambar 3.1. Diagram Alir Tahapan Penelitian Dalam Optimalisasi Keuntungan *Frozen Storage* Di PT. Muara Anugerah Jaya Menggunakan Metode *Branch And Bound* Dan *Cutting Plane*

produknya. 12 jam kerja dengan 7 unit yang tersedia sehingga dapat di buat persamaan seperti berikut

$$12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84 \qquad (4.5)$$

4. Memodelkan Masalah Optimasi dalam Bentuk Pemrograman Linier
   Bentuk umum pemrograman linier dalam masalah optimasi keuntunggan pengelolaan *Frozen Storage* sebagai berikut:
   Maksimalkan $z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 - 7750600x_5$
   Dengan Kendala:
   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
   $0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,33x_4 + 4,18x_5 \leq 20$
   $0,635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$
   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$

B. Menggunakan Metode Simpleks untuk Menyelesaikan Model Matematika

   Hal pertama yang harus dilakukan adalah mengubah rumus pemrograman linier ke bentuk strandar metode simpleks. Langkah-langkah metode simpleks pada masalah optimalisasi Keuntungan pengelolaan *Frozen Storage* PT. Muara Anugrah Jaya adalah sebagai berikut:

   1. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala ke dalam bentuk standar Maksimumkan:
      Fungsi Tujuan:$z - 2222935x_1 - 4501506x_2 - 4984417x_3 - 4698820x_4 - 7750600x_5 = 0$

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Perkembangan industri makanan dan minuman yang pesat yang turut mendorong peningkatan ekspor di indonesia, terutama pada bagian makanan olahan. Data dari Badan Pusat Statistik menunjukkan peningkatan signifikan setiap tahunnya, di mana pada tahun 2021 tercatat nilai ekspor untuk kategori "Berbagai makanan olahan" sebanyak 278.245.849 ribu USD, pada tahun 2022 meningkat menjadi 332.881.165 ribu USD, dan semakin meningkat pada tahun 2023 yaitu 363.475.446 ribu USD (Badan Pusat Statistik, 2024). Kondisi ini menjadikan *frozen storage* sangat penting untuk menjaga ketahanan dan kualitas bahan makanan yang akan di ekspor. Permintaan terhadap *frozen storage* atau ruang penyimpanan beku terus meningkat, karena peran krusialnya dalam menjaga kualitas produk pangan yang memerlukan suhu rendah agar tetap segar.

Pengelolaan *frozen storage* mencakup manajemen persediaan yang efisien dan efektif, seperti menjaga produk dalam kondisi yang layak guna agar tidak rusak atau kedaluwarsa, serta memastikan produk dengan masa simpan lebih lama digunakan terlebih dahulu guna menghindari pemborosan dan kerugian akibat pembusukan. Di tengah perubahan lingkungan dan fluktuasi permintaan, optimalisasi pengelolaan *frozen storage* semakin penting. Tantangan dalam efisiensi operasional, seperti tingginya biaya operasional dan pengelolaan simpanan yang tidak optimal, menjadi masalah utama. Oleh karena itu, diperlukan

strategi yang tepat guna untuk mengelola *frozen storage* secara lebih efisien.

PT. Muara Anugerah Jaya adalah perusahaan yang bergerak di bidang penyimpanan beku (*frozen storage*), yang menyediakan jasa penyimpanan produk-produk beku seperti ikan, daging, dan produk-produk olahan lainnya. Sebagai perusahaan yang berfokus pada jasa penyimpanan, PT. Muara Anugerah Jaya yang beralamat di Jalan Muara Baru, ujung gang S, Kel./Kec. Penjaringan Jakarta Utara, 14460 menghadapi tantangan utama dalam hal optimalisasi penggunaan ruang penyimpanan yang terbatas dan pengelolaan ruang atau lahan yang efektif untuk memaksimalkan keuntungan.

Dalam industri penyimpanan beku, kapasitas penyimpanan merupakan sumber daya yang sangat berharga dan terbatas. Setiap meter kubik ruang penyimpanan yang tidak digunakan secara optimal dapat berdampak langsung pada profitabilitas perusahaan. Selain itu, biaya operasional untuk menyimpan produk dalam kondisi beku juga tidak sedikit, sehingga perusahaan perlu memastikan bahwa pendapatan yang diperoleh dari penyewaan ruang penyimpanan melebihi biaya yang dikeluarkan.

Tingginya tingkat persaingan di antara para pelaku usaha menuntut setiap perusahaan untuk merumuskan strategi yang tepat agar bisnis dapat berjalan secara berkelanjutan. Muara Anugerah Jaya menghadapi beberapa tantangan dalam operasionalnya, antara lain lonjakan permintaan pelanggan yang tidak terduga, keterbatasan kapasitas ruang penyimpanan, serta tingginya biaya operasional. Dikarenakan lonjakan permintaan pelanggan yang tiba-tiba dan kapasitas penyimpanan beku yang terbatas mengakibatkan perusahaan terpaksa menolak permintaan pelanggan. Biaya operasional yang tinggi juga dapat

mengakibatkan perusahaan harus mengorbankan kenuntungan atau tidak dapat mempertahankan keberlanjutan bisnis dalam jangka panjang. Maka dari itu peneliti tertarik untuk meneliti perusahaan ini karena walaupun hanya memiliki kapasitas ruang yang terbatas tetapi dapat memenuhi kebutuhan konsumen dan dapat bersaing dengan perusahaan sejenisnya. Permintaan pelanggan yang tak tentu membuat perusahaan harus menyediakan kapasitas yang lebih untuk dapat memenuhi permintaan dan pengelolaan yang tepat. Maka dari itu, PT. Muara Anugrah Jaya membutuhkan perencanaan pengelolaan lahan yang optimal untuk menentukan waktu yang dibutuhkan untuk produk sampai tahap beku dalam seharinya, sehingga dapat memenuhi jumlah permintaan dengan mempertimbangkan biaya pengelolaan yang dikeluarkan. Di dalam matematika, permasalahan ini dikenal dengan istilah optimasi.

Dalam dunia industri, proses optimasi memiliki peran penting untuk memastikan bahwa kegiatan produksi berjalan secara efisien dan mampu memberikan keuntungan sebesar mungkin. Optimalisasi dalam konteks ini mengacu pada bagaimana suatu proses dapat dimaksimalkan manfaatnya, baik dari segi hasil maupun efisiensi sumber daya yang digunakan. Salah satu elemen kunci dalam optimasi produksi adalah kemampuan untuk memprediksi dan memahami tingkat permintaan konsumen. Dengan mengetahui permintaan pasar secara akurat, pelaku usaha dapat merancang jumlah produksi yang tepat sehingga dapat meminimalkan risiko kelebihan atau kekurangan stok (Siswanto, 2007).

Untuk menyelesaikan permasalahan optimasi tersebut, pendekatan matematis yang umum digunakan adalah

pemrograman linier. Pemrograman linier merupakan suatu teknik analisis yang berbasis pada model matematika linier, yang bertujuan menemukan solusi terbaik dengan memaksimalkan atau meminimalkan suatu fungsi tujuan, tentunya dengan tetap mempertimbangkan berbagai batasan atau kendala yang ada (Siswanto, 2007). Dalam aplikasinya, terdapat beberapa metode penyelesaian pemrograman linier, seperti metode grafik, metode simpleks, metode Big M, dan metode dua fase. Di antara metode tersebut, metode simpleks sering dipilih untuk permasalahan yang melibatkan lebih dari dua variabel dan memiliki kendala berbentuk ” $\leq$ ” atau "=".

Namun, dalam praktiknya, hasil solusi dari metode simpleks tidak selalu berupa bilangan bulat, padahal pada beberapa jenis produksi, keputusan akhir harus dalam bentuk bilangan bulat atau *integer*. Untuk mengatasi hal ini, digunakan pendekatan dalam ranah *integer programming*. Beberapa teknik dalam menyelesaikan masalah *integer* ini antara lain pendekatan pembulatan, metode *Branch and Bound* , dan metode *Cutting Plane*. Dalam penelitian ini, metode branch and bound serta *Cutting Plane* digunakan karena keduanya mampu memberikan solusi optimal berupa bilangan bulat, sesuai dengan kebutuhan dalam pengambilan keputusan yang tidak dapat menerima nilai pecahan (Siswanto, 2007).

Metode *Branch and Bound* merupakan salah satu *Branch and Bound* pendekatan dalam penyelesaian program linier bilangan bulat, di mana sebagian atau seluruh variabel keputusan harus berupa bilangan bulat (Siringoringo, 2005). Teknik ini bekerja melalui proses iteratif dengan membangun pohon pencarian *(search tree)* dan menerapkan strategi pembatasan

(bounding) melalui penetapan batas atas *(upper bound)* dan batas bawah *(lower bound).* Proses tersebut terus dilakukan hingga ditemukan solusi optimal yang memenuhi semua kendala dan syarat keintegeran. Karena metode *Branch and Bound* dinilai lebih akurat serta mampu menghasilkan lebih banyak solusi optimal dibandingkan metode lainnya, maka peneliti dapat mengevaluasi beberapa alternatif solusi dan memilih hasil yang paling optimal di antara solusi-solusi tersebut (Alfian, 2019). Dalam penyelesaian kasus pemrograman linier yang menghasilkan nilai variabel keputusan bukan bilangan bulat, metode *Cutting Plane* digunakan dengan menambahkan kendala baru yang disebut *gomory*. Kendala ini ditambahkan setiap kali ditemukan variabel keputusan yang bernilai pecahan, agar solusi dapat mendekati nilai bilangan bulat (Nico et al., 2014).

Dalam dunia ilmu pengetahuan, penelitian terkait pemrograman integer telah dilakukan oleh beberapa peneliti. Salah satunya adalah penelitian oleh Raudhatul Jannah A.M, Arnellis, dan Riry Sriningsih berjudul "Optimasi Hasil Produksi Tahu dan Tempe dengan Metode *Branch and Bound* dan Metode *Cutting Plane*." Penelitian ini menggunakan empat variabel dan menghasilkan nilai optimal yang berbeda antara metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*, hasil untuk metode *Branch and Bound* yaitu tahu besar sebanyak 69 papan, tahu kecil 19 papan, tempe besar 393 bungkus dan tempe kecil 33 bungkus dengan keuntungan sebesar Rp 7.398.900. Metode *Cutting Plane* menghasilkan tahu besar sebanyak 60 papan, tahu kecil 26 papan, tempe besar 393 bungkus dan tempe kecil 130 bungkus dengan keuntungan sebesar Rp 7.300.000.

Penelitian lain dilakukan oleh Sri Basriati, dengan judul

"*Integer Linear Programming* dengan Pendekatan Metode *Cutting Plane* dan Metode *Branch and Bound* untuk Optimasi Produksi Tahu." Dalam penelitian ini, objek yang diteliti berbeda, tetapi juga menggunakan empat variabel. Namun, hasil akhirnya menunjukkan bahwa kedua metode menghasilkan nilai optimal yang sama yaitu tahu besar sebanyak 339239 unit dan tahu kecil 4 unit dengan keuntungan sebesar Rp 77.971.299. Metode *Cutting Plane* menyelesaikan masalah dengan menambahkan batasan baru hingga diperoleh solusi bilangan bulat, namun bisa memakan waktu jika banyak variabel bernilai pecahan. Sementara itu, metode *Branch and Bound* menyelesaikan masalah dengan membagi menjadi beberapa submasalah, tetapi membutuhkan proses yang lebih panjang. Keduanya sama-sama efektif karena menghasilkan solusi optimal yang sama.

Berdasarkan dua penelitian tersebut, tampak bahwa meskipun sama-sama menggunakan pendekatan *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*, hasil yang diperoleh bisa berbeda, tergantung pada karakteristik masalah yang dihadapi. Hal inilah yang mendorong penulis untuk melakukan studi komparatif guna mengetahui apakah kedua metode tersebut akan memberikan hasil yang identik atau justru berbeda dalam penyelesaian masalah program linier bilangan bulat. Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya, penulis tertarik untuk mengangkat topik mengenai pengoptimalan keuntungan pada PT. Muara Anugerah Jaya. Fokus penelitian ini tertuju pada penerapan dua metode dalam integer programming, yaitu *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*, untuk menentukan solusi optimal dalam permasalahan Operasional. Oleh karena itu, judul yang diusulkan dalam penelitian ini adalah: "Optimalisasi Keuntungan PT Muara

Anugerah Jaya pada *Frozen Storage* Menggunakan Metode *Branch and Bound* dan Metode *Cutting Plane*."

B. Rumusan Masalah

1. Bagaimana hasil keuntungan optimal yang dapat diperoleh PT Muara Anugrah Jaya berdasarkan biaya operasional yang digunakan, melalui metode *Branch and Bound* dalam pengelolaan frozen storage untuk produk tempe dan sosis?
2. Bagaimana hasil keuntungan optimal yang dapat diperoleh PT Muara Anugrah Jaya berdasarkan biaya operasional yang digunakan, melalui metode *Cutting Plane* dalam pengelolaan frozen storage untuk produk tempe dan sosis?
3. Bagaimana perbandingan antara metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane*?

C. Batasan Masalah

1. Dalam penelitian ini, perhitungan keuntungan penjualan dilakukan dengan menerapkan dua metode optimasi, yaitu metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane*.
2. Objek yang akan diteliti yaitu produk olahan daging dan kedelai (Tempe dan Sosis).
3. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data harian biaya listrik, biaya gaji pekerja, biaya perawatan mesin *frozen storage*, biaya *packing*, kapasitas area *frozen storage*, waktu kerja mesin *frozen storage*, jam kerja pegawai pada bagian

frozen storage, dan harga sewa *frozen storage* untuk setiap produk.

4. Perusahaan diasumsikan beroperasi setiap hari.
5. Biaya tak terduga serta keperluan lainnya diasumsikan telah tercakup dalam total biaya operasional yang digunakan.
6. Waktu pembekuan sama untuk semua produk.
7. Seluruh proses dikerjakan oleh tim pekerja yang sama.
8. Setiap jenis produk di proses dan disimpan secara terpisah, sesuai waktu kedatangan.
9. Jumlah jenis dan produk yang keluar sama dengan Jumlah jenis dan produk yang masuk.
10. Setelah proses pembekuan dan *packing* selesai, produk langsung didistribusikan kepada konsumen tanpa memalui proses penyimpanan tambahan di *chiller* atau gudang.
11. Perolehan keuntungan optimal dalam satuan *batch* per hari untuk produk tempe dan sosis.

D. Tujuan Penelitian

1. Untuk mngetahui hasil keuntungan optimal yang dapat diperoleh PT Muara Anugrah Jaya berdasarkan biaya operasional yang digunakan, melalui penerapan metode *Branch and Bound* dalam pengelolaan *frozen storage* pada produk tempe dan sosis.

2. Untuk mengetahui hasil keuntungan optimal yang dapat diperoleh PT Muara Anugrah Jaya berdasarkan biaya operasional yang digunakan, melalui penerapan metode *Cutting Plane* dalam pengelolaan *frozen storage* pada produk tempe dan sosis.

3. Mengidentifikasi perbedaan antara metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane* dalam penyelesaian masalah program linier bilangan bulat.

E. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan beberapa manfaat. Bagi penulis, penelitian ini bermanfaat untuk meningkatkan pemahaman dalam penerapan metode *Branch and Bound* serta *Cutting Plane* dalam memperoleh dan mengidentifikasi solusi optimal yang menghasilkan keuntungan maksimum. Bagi perusahaan, hasil dari penelitian ini dapat dijadikan sebagai acuan dalam menentukan strategi perolehan keuntungan optimal di masa mendatang, khususnya bagi PT. Muara Anugerah Jaya *Frozen Storage*. Adapun bagi pembaca, penelitian ini dapat memberikan kontribusi sebagai referensi maupun dasar dalam pengembangan penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan topik serupa.

BAB II

LANDASAN PUSTAKA

A. PT. Muara Anugerah Jaya

Terletak di pelabuhan perikanan Muara Baru, Jakarta, Indonesia, MAJ (Muara Anugerah Jaya) menyediakan layanan Cold Storage berkualitas tinggi. bertujuan untuk melayani kebutuhan *cold storage* di Jakarta dan sekitarnya. Kami mendukung berbagai macam daging dan unggas, yang disimpan dengan aman di ruang pendingin dengan suhu terkendali dengan kapasitas lebih dari 3.000 ton.

Air Blast Freeze (ABF) karena pentingnya *distribution forecasting* dan ketepatan waktu pengiriman, kemampuan pembekuan cepat MAJ menawarkan fleksibilitas yang luar biasa dalam merencanakan dan memodifikasi kebutuhan Konsumen.

Layanan pergudangan perusahaan MAJ meliputi:

- Penyimpanan dingin dan ruang Pembekuan *(Chiller and frozen storage)*
- *Air Blast Freezing* (ABF)
- Penyewaan ruangan Pemuatan
- Pembongkaran kontainer

Muara Anugera Jaya memiliki fleksibilitas untuk menyesuaikan solusi dengan kebutuhan spesifik konsumen. Fasilitas yang dimiliki dan dioperasikan oleh MAJ meliputi:

- Fasilitas yang dioperasikan dengan forklift

- Keamanan 24 jam dan CCTV
- Ruang penyimpanan massal
- Anti-ruang yang dikontrol suhu untuk cross docking

MAJ menggunakan teknologi modern dalam pembekuan cepat (ABF) yang memungkinkan produk Anda dibekukan dan dikirim dengan cepat. Karena semakin pentingnya *distribution forecasting* dan pengiriman tepat waktu, kemampuan pembekuan cepat MAJ menawarkan fleksibilitas yang luar biasa dalam merencanakan dan memodifikasi kebutuhan konsumen (Muara Anugerah Jaya, 2013).

Makanan olahan yang diterima oleh MAJ yaitu tempe dan sosis, untuk kemudian disimpan dalam *frozen storage* mereka. Tempe yang diterima terbagi menjadi dua jenis, yaitu Tempe Azaki Korea dan Tempe Arumi Jepang. Tempe Azaki Korea adalah produk yang diekspor ke Korea dengan harga sewa *frozen storage* sebesar 2.150 rupiah per kilogram. Sementara itu, Tempe Arumi Jepang adalah produk yang akan diekspor ke Jepang dengan harga sewa *frozen storage* sebesar 1.800 rupiah per kilogram. Selain tempe, PT. MAJ juga menerima produk sosis yang dibagi dalam tiga kategori: sosis yang datang di luar jam kerja, sosis yang memiliki berat kurang dari 8 ton, dan sosis yang beratnya lebih dari 8 ton. Untuk sosis yang datang di luar jam kerja, harga sewanya adalah 1.150 rupiah per kilogram, sedangkan untuk sosis yang kurang dari 8 ton harganya 1.100 rupiah per kilogram, dan untuk sosis yang lebih dari 8 ton dikenakan harga 1.050 rupiah per kilogram. Dalam proses operasional, pekerja di PT. MAJ memerlukan waktu 20 menit per 1000 kg atau 1 ton untuk bongkar setiap produknya, produk di bongkar dari mobil pick up dan di susun di lemari yang akan di simpan di *frozen storage* dan dibutuhkan waktu 28 menit per 1000

kg untuk packing setiap produknya, barang yang sudah beku siap di packing dan dikirim ke pada konsumen. Proses pembekuan untuk tempe dan sosis di *frozen storage* memakan waktu yang sama, yaitu 12 jam. Pekerja yang ada di PT.MAJ terdapat 5 orang dan 5 orang yang sama melakukan semua kegiatan membongkar dan packing. PT. MAJ memiliki 7 unit *frozen storage* dengan ukuran dan kapasitas yang berbeda. Terdapat 7 unit ruang penyimpanan beku dengan kapasitas bervariasi antara 2,5 hingga 10 ton per unit, yang secara keseluruhan mampu menampung produk hingga 32 ton. Dari sisi biaya operasional, listrik untuk frozen storage membutuhkan 7.500.000 rupiah harinya. Biaya pemeliharaan peralatan freezer dan yang lainnya adalah 1.000.000 rupiah per bulan, sementara gaji pekerja sebesar 100.000 rupiah per hari dengan jumlah pekerja sebanyak lima orang.

B. *Frozen Storage*

Ruang penyimpanan beku *(frozen storage)* adalah ruang yang dirancang khusus dengan kondisi suhu tertentu untuk menyimpan berbagai produk agar tetap segar. *Frozen Storage* biasanya dibangun seperempat dari luas bangunan. Sebagaimana disebutkan sebelumnya, dan sesuai dengan namanya, digunakan untuk menyimpan berbagai jenis barang. Fungsi utama *frozen storage* adalah untuk mencegah penyebaran bakteri dan mikroorganisme lainnya yang dapat mempercepat pembusukan produk, sehingga memungkinkan produk tetap segar dan berkualitas tinggi dalam jangka waktu yang lebih lama. Secara umum, fungsi *frozen storage* meliputi:

- Pencegahan pembusukan

  Pencegahan pembusukan adalah proses atau tindakan yang dilakukan untuk mencegah atau menghentikan pembusukan produk makanan atau bahan lainnya. Pembusukan disebabkan oleh perkembangan mikroorganisme seperti bakteri, jamur, dan kapang. Pembusukan dapat merusak kualitas produk dan membuatnya tidak layak konsumsi. Proses pencegahan pembusukan dapat dibantu dengan menjaga suhu rendah dan stabil.

- Pemeliharaan kualitas

  Pemeliharaan kualitas adalah bagian penting dari berbagai industri, *Frozen storage* memastikan produk tetap segar dan berkualitas baik dalam jangka waktu yang lebih lama dengan menjaga produk dalam suhu yang tepat.

- Penyimpanan besar-besaran

  Menampung jumlah besar produk, memungkinkan perusahaan untuk menyimpan persediaan dalam skala besar dan memenuhi permintaan pasar dengan lebih efisien.

- Pengiriman dan distribusi internasional

  Memainkan peran penting dalam rantai pasokan global, memungkinkan produk segar dijual ke pasar internasional dengan tetap mempertahankan kualitasnya.

- Penyimpanan *seafood* dan daging

  Untuk menjaga kesegaran dan keamanan *seafood* dan daging, mereka membutuhkan perhatian khusus dan penanganan

yang tepat. Jika tidak disimpan dengan benar, kedua produk ini rentan terhadap pertumbuhan bakteri dan pembusukan. Akibatnya, penggunaan *frozen storage* menjadi penting bagi industri makanan untuk mempertahankan kualitas.

Frozen storage dirancang untuk menjaga kesegaran rasa dan umur produk, terutama makanan seperti daging, seafood, dan lain-lain bisa bertahan lama. Pebisnis yang menggunakan dan memanfaatkan ruangan dengan mesin pendingin ini akan mendapatkan beragam manfaat berikut ini:

- Pertahankan kesegaran produk

  Memungkinkan makanan segar, susu, dan produk olahan tetap segar dan tahan lebih lama dengan menghentikan perkembangan bakteri dan mikroorganisme lainnya.

- Perpanjang umur simpan produk

  Frozen storage dapat memperpanjang umur produk sehingga dapat disimpan dan dijual dalam jangka waktu yang lebih lama dengan menjaga suhu yang tepat.

- Menjaga kualitas produk

  Membantu menjaga kualitas produk dengan mencegah perubahan kimia dan biologis yang dapat terjadi karena suhu yang tidak sesuai.

- Mengawetkan produk

  Ruangan pendingin tidak hanya membuat makanan tetap segar, tetapi juga melindungi makanan dari kerusakan dan pembusukan (Rahma, 2020).

C. Optimasi

Optimasi adalah cara untuk mencari solusi terbaik dari suatu masalah, dengan tujuan agar hasilnya bisa sebesar-besarnya (maksimum) atau sekecil-kecilnya (minimum), tergantung pada tujuan yang ingin dicapai. Dalam kegiatan produksi dan operasi, perusahaan perlu melakukan optimasi agar kualitas dan jumlah produk tetap terjaga sesuai kebutuhan. Dengan mengamati dan menerapkan optimasi, perusahaan diharapkan bisa mencapai tujuannya dengan lebih cepat dan efisien (Taha, 2007).

Setelah mengetahui permasalahan dan tujuan yang ingin dicapai, langkah selanjutnya adalah menyusun model matematika untuk mewakili permasalahan tersebut. Salah satu jenis model matematika yang dapat digunakan adalah pemrograman linier. Dalam pemrograman linier, ada tiga langkah utama dalam menyusun model, yaitu merumuskan fungsi tujuan, membuat batasan atau kendala, dan menentukan solusi yang mungkin untuk menyelesaikan masalah tersebut.

Optimasi adalah pendekatan normatif untuk menentukan penyelesaian terbaik untuk suatu masalah yang berfokus pada fungsi tujuan maksimum atau minimum. Untuk mempertahankan kualitas dan kuantitas yang diharapkan, perusahaan harus memperhatikan pengoptimalan produksi. Dengan memperhatikan proses optimasi, tujuan yang ingin dicapai diharapkan bisa diraih dengan cara yang lebih mudah dan efisien. Setelah mengetahui permasalahan dan tujuan, langkah selanjutnya adalah menyusun model matematika yang menggambarkan masalah tersebut. Menyatakan bahwa pemrograman linier adalah model matematika yang dapat digunakan, dan terdiri dari tiga tahap pembentukan

model:

- Langkah awal dalam menyusun model matematika adalah menetapkan variabel keputusan, yang kemudian dinyatakan dalam bentuk simbol atau notasi matematika agar memudahkan proses perhitungan dan analisis.

- Fungsi tujuan disusun sebagai hubungan linier dari variabel keputusan, artinya variabel-variabel tersebut dijumlahkan atau dikalikan dengan konstanta, bukan saling dikalikan satu sama lain.

- Persamaan atau pertidaksamaan yang berbentuk hubungan linier dari variabel keputusan ini mencakup semua batasan atau kendala yang ada dalam masalah (Siregar & Ningsih, 2019).

Masalah optimasi bisa diselesaikan dengan bantuan pemrograman linier, yaitu model matematika yang digunakan untuk mengatur penggunaan sumber daya yang terbatas supaya tujuan tertentu bisa tercapai, seperti memperoleh keuntungan sebesar mungkin atau menekan biaya sekecil mungkin. Dalam pemrograman linier, terdapat beberapa kendala yang berbentuk linier serta fungsi tujuan yang juga bersifat linier. Pemrograman linier sering digunakan untuk menangani masalah ekonomi, industri, sosial, militer, dan lainnya (Siringoringo, 2005).

D. Pemrograman Linier

Pemrograman Linier (*Linear Programming*) adalah sebuah metode perencanaan kegiatan yang bertujuan untuk mendapatkan

hasil yang paling optimal, yaitu mencapai tujuan tertentu dengan cara terbaik berdasarkan model matematika yang telah dibuat, di antara berbagai pilihan yang tersedia. Kata "linier" menunjukkan bahwa semua fungsi matematika dalam model ini harus berbentuk fungsi linier. Sedangkan "program" diartikan sebagai rencana (Wijaya, 2013). Dalam masalah program linier, ada beberapa syarat utama yang harus dipenuhi. Pertama, harus ada tujuan yang ingin dicapai, seperti memaksimalkan keuntungan atau meminimalkan biaya. Kedua, tersedia beberapa pilihan tindakan untuk mencapai tujuan tersebut. Ketiga, hubungan antar variabel yang dipertimbangkan harus dituliskan dalam bentuk persamaan atau pertidaksamaan linier (Taha, 2007).

Karakteristik berikut digunakan untuk membentuk model matematika dalam program linear:

- Dalam proses pemodelan, variabel keputusan, yang merupakan variabel persoalan yang akan mempengaruhi nilai tujuan yang ingin dicapai, harus ditentukan sebelum merumuskan fungsi tujuan dan kendalanya.
- Fungsi tujuan, yang merupakan tujuan yang ingin dicapai, diwakili dalam fungsi matematika linier dan kemudian diminimalkan atau dimaksimumkan terhadap hambatan yang ada.
- Fungsi kendala mengacu pada kesulitan yang dihadapi perusahaan dalam mencapai tujuan tertentu, seperti mendapatkan bahan baku atau tenaga kerja. ada lebih dari satu fungsi kendala untuk linear programming (Taha, 2007).

Model matematika adalah cara manusia menggambarkan kenyataan dalam bentuk rumus atau simbol matematika, sehingga

bisa diselesaikan secara sistematis (Rangkuti, 2019). Karena itu, untuk menjelaskan masalah yang ada, pemrograman linier menggunakan model matematika. Secara umum, kondisi maksimasi dan minimasi dalam model matematika *linear programming* menunjukkan bahwa fungsi kendala berbeda. Kondisi maksimasi menghasilkan pertidaksamaan " $\leq$ ", sedangkan kondisi minimasi menghasilkan pertidaksamaan " $\geq$ " (Rangkuti, 2019).

Bentuk umum dari model matematika yang mempresentasikan masalah linear programming sebagai berikut:

Maksimumkan atau minimumkan :

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \tag{2.1}$$

Dengan kendala:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n(\leq, =, \geq)b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n(\leq, =, \geq)b_2$$

.

.

.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n(\leq, =, \geq)b_m \tag{2.2}$$

Dan pembatasan *non negative*

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, ..., x_n \geq 0 \tag{2.3}$$

(Khan et al., 2019)

Keterangan:

Z: fungsi tujuan yang akan dicari nilai optimalnya

c_n: Koefisien variabel keputusan ke-n, dengan $n = 1, 2, 3..., n$

x_n: Variabel keputusan ke-n, dengan $n = 1, 2, 3..., n$

a_{mn}: Koefisien fungsi kendala ke-m dengan $m = 1, 2, 3..., n$ dari variable keputusan ke-n dengan $n = 1, 2, 3, .., n$

b_m: kapasitas kendala ke-m, dengan $m = 1, 2, 3..., m$

Syarat utama yang wajib dipenuhi dalam program linier adalah sebagai berikut :

- Tujuan

  Tujuan dari masalah yang ingin diselesaikan dan dicari solusinya, Fungsi tujuan adalah istilah yang digunakan untuk menggambarkan tujuan yang jelas dan tegas.

- Alternatif Perbandingan

  Untuk membandingkan waktu tercepat dan biaya tertinggi dengan waktu terlambat dan biaya terendah, misalnya, harus ada sejumlah opsi.

- Sumber Daya

  Sumber daya yang dianalisis dalam model pemrograman linier bersifat terbatas, seperti jumlah tenaga kerja, waktu, kapasitas penyimpanan, atau biaya operasional. Pembatasan ini menjadi dasar dalam membentuk fungsi kendala pada model optimasi.

- Perumusan Kuantitatif
  Sesuai dengan yang disebutkan dalam model matematika, fungsi tujuan dan kendala harus dapat dirumuskan secara kuantitatif.

- Keterkaitan Variabel
  harus terdapat hubungan fungsional atau hubungan keterkaitan pada variabel-variabel yang membentuk fungsi tujuan dan kendala (Taha, 2007).

E. Metode Simpleks

Metode simpleks adalah prosedur solusi aljabar yang paling umum digunakan untuk masalah pemrograman linier (Mulyono, 2007). Prosedur penyelesaian menggunakan metode grafik hanya cocok untuk program linier yang melibatkan dua variabel keputusan saja. Sedangkan metode simpleks dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier dengan lebih dari dua variabel keputusan melalui serangkaian langkah matematis secara berulang untuk menguji titik-titik sudut dan menemukan solusi yang optimal (Taha, 2007).

Keunggulan metode simpleks dibandingkan metode grafik adalah kemampuannya dalam menangani persoalan dengan banyak variabel. Metode ini menerapkan teknik tabel simpleks, di mana prosesnya melibatkan pengubahan tabel secara bertahap hingga semua nilai pada baris z menunjukkan hasil positif, menandakan solusi optimal telah ditemukan. Namun, prosedur solusi grafik dapat digunakan untuk menyelesaikan program linier yang melibatkan dua variabel keputusan.

Metode simpleks menyelesaikan masalah pemrograman linier

dengan cara mendapatkan solusi yang layak melalui proses berulang, kemudian secara bertahap memperbaiki solusi tersebut hingga mencapai hasil yang paling optimal (Indriati, 2019).
Tabel awal dalam metode simpleks disusun dan ditampilkan sebagai berikut.

Variabel basis/ dasar	x_1	x_2	…	x_n	S_1	S_2	…	S_3	Nilai Kunci
Z	$-c_1$	$-c_2$	…	$-c_n$	0	0	0	0	0
S_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	1	0	0	0	b_1
S_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	0	1	0	0	b_2
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
S_n	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}	0	0	0	1	b_m

Gambar 2.1. Tabel Simpleks

(Rafflesia & Fanani, 2014)
Keterangan:

- Kolom Variabel Basis/Dasar: Menunjukkan variabel yang berada dalam solusi basis pada iterasi tersebut. Biasanya terdiri dari variabel slack dan variabel keputusan.
- Kolom x_1,x_2,x_n : Mewakili koefisien variabel keputusan dalam setiap persamaan pembatas. Variabel keputusan adalah variabel yang nilainya akan dioptimalkan.
- Kolom s_1,s_2,s_n: Berisi koefisien untuk variabel slack, yang ditambahkan untuk mengubah ketidaksetaraan menjadi persamaan. Variabel slack menunjukkan sisa sumber daya yang tersedia.

- Kolom nilai kunci : Berisi nilai konstanta dari setiap pembatas, yang menunjukkan jumlah total sumber daya yang tersedia atau terpakai setelah mempertimbangkan variabel dalam basis.

- Baris Z (Fungsi Objektif): Menyajikan koefisien fungsi objektif. Nilai negatif di baris ini menunjukkan potensi peningkatan nilai objektif jika variabel terkait ditingkatkan. Solusi optimal dicapai ketika semua nilai pada baris Z adalah positif atau nol.

- Baris pembatas (s_1,s_2,s_n) : Menunjukkan koefisien dari setiap variabel dalam pembatas terkait, yang digunakan untuk menentukan perubahan dalam solusi basis pada iterasi berikutnya.

Ada beberapa istilah yang sering digunakan dalam metode simpleks, adalah sebagai berikut:

1. Iterasi

   Iterasi adalah tahap perhitungan yang dilakukan secara berulang, di mana hasil dari setiap langkah bergantung pada nilai yang diperoleh dari tabel pada tahap sebelumnya.

2. Variabel non basis

   Variabel non-basis adalah variabel yang nilainya diatur menjadi nol pada setiap iterasi tertentu. Jumlah variabel non-basis ini selalu sama dengan jumlah derajat kebebasan dalam sistem persamaan yang digunakan.

3. Variabel basis

   Variabel basis adalah variabel yang memiliki nilai tidak nol pada setiap iterasi. Pada solusi awal, variabel basis biasanya berupa variabel slack jika kendala berbentuk pertidaksamaan $\leq$, atau variabel buatan jika kendala menggunakan pertidaksamaan $\geq$ atau sama dengan (=). Secara umum, jumlah variabel basis selalu sama dengan jumlah fungsi kendala yang ada.

4. Solusi atau nilai kanan

   Solusi atau nilai di sisi kanan menunjukkan jumlah sumber daya yang masih tersedia. Pada tahap solusi awal, nilai ini sama dengan total sumber daya pembatas yang dimiliki, karena kegiatan produksi belum dimulai.

5. Variabel *slack*

   Variabel *slack* adalah variabel yang ditambahkan ke dalam model matematika untuk mengubah kendala pertidaksamaan $(\leq)$ menjadi persamaan (=). Pada solusi awal, variabel *slack* berperan sebagai variabel basis.

6. Variabel *Surplus*

   Variabel *surplus* adalah variabel yang dikurangkan pada model matematika untuk mengubah kendala pertidaksamaan $(\geq)$ menjadi persamaan (=). Pada solusi awal, variabel *surplus* tidak bisa berperan sebagai variabel basis.

7. Variabel buatan/ *Artificial*

   Variabel buatan adalah variabel yang ditambahkan ke dalam model matematika ketika kendala berbentuk $\geq$ atau digunakan sebagai variabel basis pada solusi awal. Variabel ini harus memiliki nilai nol pada solusi optimal, karena sebenarnya variabel tersebut tidak ada dalam kondisi nyata.

8. Kolom pivot

   Kolom pivot adalah kolom yang berisi variabel yang akan masuk ke dalam basis. Koefisien pada kolom ini digunakan untuk membagi nilai di sisi kanan guna menentukan baris pivot atau baris kunci.

9. Baris pivot

   Baris pivot adalah baris yang dipilih dari variabel basis dan berisi variabel yang akan keluar dari basis.

10. Elemen pivot (angka kunci)

    Elemen pivot adalah nilai yang berada pada titik pertemuan antara kolom pivot dan baris pivot. Elemen ini menjadi acuan utama dalam perhitungan untuk membuat tabel simpleks berikutnya.

11. Variabel masuk

    Variabel masuk adalah variabel yang dipilih untuk menjadi bagian dari variabel basis pada iterasi berikutnya. Pada setiap iterasi, variabel masuk dipilih dari antara variabel non-basis, dan pada iterasi selanjutnya variabel ini akan memiliki nilai positif.

12. Variabel keluar

    Variabel keluar adalah variabel yang akan dihapus dari variabel basis pada iterasi selanjutnya dan digantikan oleh variabel masuk. Pada iterasi berikutnya, variabel keluar ini akan memiliki nilai nol. (Maslihah, 2020).

Langkah – langkah yang dapat dilakukan dalam metode simpleks, yaitu:

1. Tentukan variabel keputusan dan nyatakan dalam bentuk simbol matematika.
2. Identifikasi fungsi tujuan dan fungsi kendala yang relevan dengan masalah.
3. Susun fungsi tujuan dan kendala ke dalam model matematika.
4. Ubah semua pertidaksamaan " $\leq$ " pada kendala menjadi "=" dengan menambahkan variabel slack (S) pada setiap kendala.
5. Masukkan data fungsi tujuan dan kendala ke dalam tabel simpleks awal.
6. Tentukan kolom kunci dengan memilih nilai negatif terbesar pada baris Z (fungsi tujuan).
7. Tentukan baris kunci dengan memilih nilai positif terkecil dari hasil pembagian nilai kanan dengan koefisien pada kolom kunci.
8. Identifikasi angka kunci sebagai elemen yang terletak pada perpotongan kolom kunci dan baris kunci.

9. Ubah nilai pada baris kunci dengan cara membagi semua angka di baris itu dengan angka kunci. Setelah itu, ganti variabel pada baris kunci dengan variabel dari kolom kunci.

10. Mengubah nilai-nilai pada baris lain (diluar baris kunci) dengan cara niali baris yang baru = nilai baris yang lama - (nilai pada baris kunci baru x koefisien kolom kunci pada baris awal)

11. Pastikan semua angka di baris Z tidak ada yang negatif. Jika masih ada angka negatif, ulangi langkah ke-5 sampai langkah selanjutnya sampai semua angka di baris Z positif atau nol.

12. Jika semua elemen di baris Z sudah tidak ada yang bernilai negatif, maka proses penyelesaian dianggap selesai (Syaifuddin, 2011).

F. Pemrograman Bilangan Bulat

Untuk menyelesaikan masalah di mana beberapa atau seluruh variabel keputusan harus bernilai *integer*, *integer* programming adalah model *linear programming* yang khusus. Jenis ini muncul karena suatu masalah tidak selalu dapat diwakili oleh bilangan pecahan. Ada beberapa situasi di mana variabel keputusannya harus bernilai bilangan bulat, seperti jumlah rumah, roti, pakaian, dan porsi makanan atau minuman. Dalam hal ini, program *integer* atau bilangan bulat akan digunakan. tidak semua variabel keputusan dapat diwakili oleh bilangan pecahan (Nari, 2013).

Program *integer* pada awalnya diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks. Namun, solusi optimal yang diperoleh dari metode simpleks seringkali bukan berupa bilangan

bulat. Kendala ini mendorong para peneliti mencari metode alternatif yang mampu menghasilkan solusi numerik yang sesuai dengan kebutuhan. Kedua metode ini membantu menambahkan batasan khusus agar bisa mendapatkan solusi bilangan bulat yang tepat dari masalah yang awalnya diselesaikan dengan metode simpleks (Taha, 2007).

Dalam program *integer*, model matematika tidak jauh berbeda dengan model *linear programming*. Dalam kasus program *integer*, nilai tujuan tidak boleh lebih besar dari nilai tujuan dalam program linear; oleh karena itu, jika hasilnya melebihi nilai tujuan, maka penyelesaian itu tidak layak (Marulizar, 2018).

Model umum untuk *integer programming* adalah sebagai berikut: memaksimumkan atau meminimumkan:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{2.4}$$

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j (\leq, \geq, =) b_i \tag{2.5}$$

$$x_j \geq 0,$$

dengan *integer*

$$i = 1, 2, 3, 4, ..., n$$

$$j = 1, 2, 3, 4, ..., n$$

dimana $x_j \geq 0$, merupakan bilangan cacah, $j = 1, 2, 3, 4, ..., n$ dimana a_{ij},b_i,c_j adalah konstanta (Marulizar, 2018).

G. Metode Dual Simpleks

Jika masalah terjadi pada suatu iterasi yang sudah optimal tetapi belum fisibel (ada kendala nonnegatif yang tidak terpenuhi), maka dapat digunakan metode dual simpleks untuk menyelesaikannya.Syarat penggunaan metode dual simpleks adalah semua fungsi kendala harus berbentuk pertidaksamaan dengan tanda kurang dari sama dengan $(\leq)$, dan fungsi tujuan bisa berupa maksimasi ataupun minimasi (Dimyati & Dimyati, 2006).

Metode dual simpleks memiliki prinsip dasar yang mirip dengan metode simpleks, namun terdapat perbedaan dalam penentuan variabel keluar (*leaving variable* atau baris pivot) dan variabel masuk (*entering variable* atau kolom pivot). Pada metode ini, langkah-langkah pemilihan baris dan kolom kunci dilakukan berdasarkan aturan yang berbeda dari metode simpleks biasa.

1. *Leaving Variable*

   Leaving Variable (Variabel keluar) dalam metode dual simpleks adalah variabel basis yang nilai solusinya paling negatif atau memiliki nilai negatif terbesar.

2. *Entering Variable*

   Hitung rasio antara koefisien pada fungsi tujuan (persamaan z) dengan koefisien pada persamaan *Leaving Variable* (Variabel keluar). Jika masalah yang diselesaikan adalah maksimasi, maka *Entering Variable* (Variabel keluar) dipilih

sebagai variabel yang memiliki nilai rasio terkecil secara mutlak (Dimyati & Dimyati, 2006).

Langkah –langkah dalam menggunakan metode dual simpleks adalah sebagai berikut:

1. Ubah semua pertidaksamaan " $\leq$ " pada kendala menjadi "=" dengan menambahkan variabel slack (S) pada setiap kendala.
2. Tentukan entering variable dan leaving variable.
3. Selesaikan dengan menggunakan metode Gauss Jordan (operasi baris) (Mulyono, 2007).

H. Metode *Cutting Plane*

Sebelum metode *Branch and Bound*, metode *Cutting Plane* terlebih dahulu digunakan untuk suatu metode penyelesaian. Membuat batasan tambahan untuk menghilangkan solusi yang tidak *integer* adalah cara yang digunakan dalam metode *Cutting Plane*. proses akan berakhir ketika solusi untuk variabel yang diinginkan bernilai *integer* (Dimyati & Dimyati, 2006).

Metode *Cutting Plane* merupakan teknik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah *integer linear programming*, baik yang seluruh variabelnya harus berupa bilangan bulat (bilangan bulat murni) maupun yang hanya sebagian (bilangan bulat campuran). Teknik ini bekerja dengan cara menambahkan kendala baru yang disebut batasan *gomory*, jika hasil dari variabel keputusannya masih berupa pecahan (belum bulat) (Taha, 2007). Metode ini dianggap sebagai salah satu cara yang efektif dalam menyelesaikan persoalan pemrograman bilangan bulat (Thie & Keough, 2008).

Langkah-langkah dalam metode *Cutting Plane* adalah sebagai berikut:

1. Selesaikan menggunakan metode simpleks.
2. Pilih sebuah kendala dari tabel optimal simpleks yang ruas kanannya masih berupa pecahan. kendala akan digunakan untuk membuat sebuah *gomory*.
    a. Untuk kendala yang terpilih dari langkah 2, ambil nilai kanan (NK) dan salah satu koefisien variabelnya. Tulis dalam bentuk:
    $$[x] + f_1$$
    Di mana:
    * $[x]$ adalah bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x,
    * f adalah selisih antara x dan $[x]$, yaitu bagian desimalnya, sehingga $0 \leq f < 1$.

    Contoh:
    Misalkan $x_1 = 4{,}75$, maka:
    $$[x_1] = \lfloor 4{,}75 \rfloor = 4$$
    $$f = 4{,}75 - 4 = 0{,}75$$
    Sehingga, x_1 dapat ditulis dalam bentuk $[x]+f_1$ sebagai:
    $$x_1 = 4 + 0{,}75$$
    b. Dalam proses pembentukan potongan *gomory*, kendala yang digunakan ditulis ulang dengan memisahkan

suku-suku berdasarkan jenis koefisiennya. Suku-suku dengan koefisien bilangan bulat diletakkan di ruas kiri, sedangkan suku-suku dengan koefisien pecahan dipindahkan ke ruas kanan. Potongan *gomory* kemudian dibentuk dari ruas kanan, Tanda pertidaksamaan " $\leq$ " diubah menjadi tanda "=" selanjutnya dapat digunakan metode dual simpleks.

3. Metode dual simpleks digunakan untuk memperoleh solusi dari model pemrograman linier tanpa batasan bilangan bulat. Setelah solusi awal diperoleh, ditambahkan kendala baru berupa potongan *gomory* sebagai pembatas tambahan dalam model (Wayne, 2004).

Contoh soal

Maksimalkan:

$$z = 5x_1 + 3x_2$$

dengan kendala:

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \quad x_1, x_2 \text{ integer}$$

Penyelesaian:

Langkah 1: Selesaikan menggunakan metode simpleks.

Tabel optimal untuk metode Simpleks:

Tabel 2.1. Tabel Hasil Simpleks

Basis	**Z**	x_1	x_2	s_1	s_2	**NK**
z	1	0	0	2,3333	0,3333	21.3333
x_1	0	1	0	0,6667	-0,1667	3,3333
x_2	0	0	1	-0,3333	0,6667	2,6667

Solusi pada metode simpleks masih berupa pecahan yaitu $x_1 = 3,3333$, $x_2 = 2,6667$ dan $z = 21,333$, sehingga solusi tersebut belum layak.

Langkah 2: Pilih sebuah kendala dari tabel optimal simpleks yang ruas sisi kanannya masih berupa pecahan. kendala akan digunakan untuk membuat *gomory*. Pilih kendala pada x_2 karena nilai desimalnya paling besar yaitu 2,6667. Dilihat pada tabel 2.1:

$$x_2 - 0.3333s_1 + 0,6667s_2 = 2.6667$$

Ambil nilai ruas kanan dan salah satu koefisien variabelnya. Tulis dalam bentuk:

$$[x] + f_1$$

$$-0,3333 = -1 + 0,6667$$

$$0,6667 = 0 + 0,6667$$

$$2,6667 = 2 + 0,6667$$

$$x_2 - s_1 + 0,6667s_1 + 0s_2 + 0,6667s_2 = 2 + 0,6667$$

Letakan suku-suku dengan koefisien bilangan bulat pada ruas kiri dan untuk suku-suku dengan koefisien pecahan pindahkan ke

ruas kanan, Dapat dibentuk *gomory* dari ruas kanan.

$$x_2 - s_1 + 0s_2 - 3 = 0,6667 - 0,6667s_1 - 0,6667s_2$$

$$\text{Gomory:} \quad 0,6667 - 0,6667s_1 - 0,6667s_2 \leq 0$$

Ubah ke bentuk kanonik:

$$-0,6667s_1 - 0,6667s_2 \leq -0,6667$$

Agar ($\leq$) menjadi ($=$) maka ditambahkan variabel slack

$$-0,6667s_1 - 0,6667s_2 + s_3 = -0,6667$$

Dapat dibentuk tabel sebagai berikut setelah ditambahkan *gomory*:

Tabel 2.2. Tabel *Cutting Plane* Setelah Ditambahkan *Gomory*

Basis	**Z**	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	**NK**
z	1	0	0	2,3333	0,3333	0	21.3333
x_1	0	1	0	0,6667	-0,1667	0	3,3333
x_2	0	0	1	-0,3333	0,6667	0	2,6667
G	0	0	0	-0,6667	-0,6667	1	-0,6667

Langkah 3:

Digunakan metode Dual Simpleks karena terdapat nilai kanan yang negatif.

Metode Dual Simpleks:

Digunakan bantuan software LINGO.

Maksimalkan:

$$z = 5x_1 + 3x_2$$

dengan kendala:

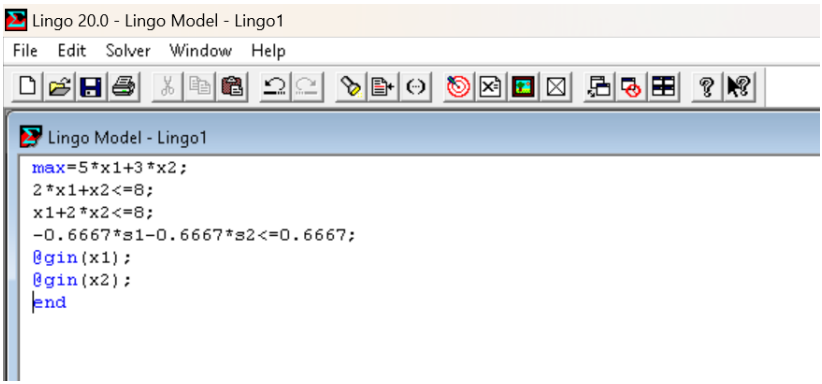
$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$-0,6667s_1 - 0,6667s_2 + s_3 \leq -0,6667$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \quad x_1, x_2 \text{ integer}$$

Input fungsi tujuan dan fungsi kendala pada *software* LINGO.



Gambar 2.2. Input Fungsi Tujuan dan Fungsi Kendala pada *software* LINGO

Fungsi @gin(x) digunakan di LINGO untuk menyatakan bahwa variabel x harus bernilai bilangan bulat. Artinya, nilai variabel tersebut tidak boleh berupa pecahan. Fungsi ini biasanya digunakan dalam masalah optimasi integer. Hasil dari permasalahan tersebut diperoleh dengan bantuan *software* LINGO. Berikut ditampilkan output hasil penyelesaiannya:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              21.00000
                    Variable                     Value
                          X1                  3.000000
                          X2                  2.000000
                          S1                  0.000000
                          S2                  0.000000
```

Gambar 2.3. Output Hasil Contoh Soal Metode *Cutting Plane*

Dapat dilihat dari gambar 2.3, solusi optimal telah ditemukan dengan nilai objektif sebesar 21. artinya nilai z yaitu 21 dengan Variabel keputusan x_1 dan x_2 masing-masing bernilai 3 dan 2, yang berarti solusi optimal dicapai ketika $x_1 = 3$ dan $x_2 = 2$.

I. Metode *Branch And Bound*

Metode *Branch and Bound* adalah salah satu pendekatan yang dapat digunakan dalam menyelesaikan pemrograman bilangan bulat, yaitu jenis pemrograman linier dengan variabel keputusan berupa bilangan bulat. Metode ini memecah masalah menjadi submasalah yang mengarah pada solusi dengan membangun pohon keputusan dan melakukan pemangkasan (*bounding*) untuk mencapai simpleks lalu menetapkan batasan *upper bound* dan *lower bound* dimana *upper bound* adalah nilai tertinggi yang bisa dicapai oleh solusi dalam suatu masalah. Dalam pencarian solusi, batas atas digunakan untuk menilai seberapa baik solusi yang ditemukan, *lower bound* adalah nilai terendah yang bisa dicapai dalam solusi suatu masalah. Batas bawah digunakan untuk menilai apakah suatu solusi atau submasalah bisa menghasilkan solusi yang lebih baik daripada yang dimiliki (Marulizar, 2018).

Metode *Branch and Bound* memiliki keunggulan dalam menyelesaikan masalah optimasi di mana nilai variabel optimal

harus berupa bilangan bulat, sementara metode simpleks dapat menghasilkan nilai variabel optimal yang bukan bilangan bulat. Dengan menggunakan metode *Branch and Bound*, solusi dengan nilai bilangan bulat dapat dijelajahi secara sistematis untuk mencari solusi optimal yang memenuhi kriteria tersebut solusi optimal. Dalam perbandingan dengan metode simpleks, metode *Branch and Bound* memiliki keunggulan dalam menyelesaikan masalah optimasi di mana nilai variabel optimal harus berupa bilangan bulat, sementara metode simpleks dapat menghasilkan nilai variabel optimal yang bukan bilangan bulat. Dengan menggunakan metode *Branch and Bound*, solusi dengan nilai bilangan bulat dapat dijelajahi secara sistematis untuk mencari solusi optimal yang memenuhi kriteria tersebut (Suryawan et al., 2016).

Langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah *Integer Linier Programming* dengan menggunakan metode *Branch and Bound* adalah sebagai berikut :

1. Selesaikan terlebih dahulu model pemrograman linier dengan menggunakan metode simpleks.

2. Tinjau hasil solusi optimal yang diperoleh. Apabila semua variabel basis yang dibutuhkan sudah bernilai bilangan bulat, maka solusi tersebut merupakan solusi optimal. Namun, jika masih terdapat variabel yang bernilai pecahan, maka lanjutkan ke langkah berikutnya.

3. Pilih salah satu variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar (selisih terjauh dari bilangan bulat terdekat) untuk dijadikan dasar dalam proses percabangan ke dalam submasalah.

4. Jika masih terdapat variabel yang bernilai pecahan, maka tentukan batas atas dan batas bawah terlebih dahulu.
   • Batas atas adalah nilai fungsi tujuan dari penyelesaian awal menggunakan metode simpleks.
   • Batas bawah diperoleh dari nilai fungsi tujuan yang dibulatkan ke bawah dari solusi awal simpleks.
   Pembulatan ini dilakukan karena solusi bilangan bulat yang valid tidak dapat melebihi nilai dari solusi pecahan tersebut.

5. Pilih satu variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar (yaitu selisih paling jauh dari bilangan bulat terdekat) untuk dijadikan dasar percabangan. Misalnya, jika terdapat variabel $x_1 = 1,4$ dan $x_2 = 3,7$, maka variabel x_2 dipilih karena nilai pecahannya 0,7 lebih besar daripada 0,4 milik x_1.

6. Lakukan proses percabangan dengan membuat dua submasalah baru berdasarkan nilai variabel tersebut:
   • Submasalah 1: tambahkan batasan bahwa variabel $\geq$ bagian bulatnya + 1 (misal ≥ 4)
   • Submasalah 2: tambahkan batasan bahwa variabel $\leq$ bagian bulatnya (misal ≤ 3)
   Tujuannya adalah untuk memaksa variabel tersebut mengambil nilai bulat karena nilai pecahan tidak diterima dalam solusi akhir.

7. Selesaikan masing-masing submasalah menggunakan metode simpleks dengan menambahkan batasan baru tersebut. Jika hasilnya masih mengandung nilai pecahan, ulangi proses percabangan dari langkah sebelumnya.

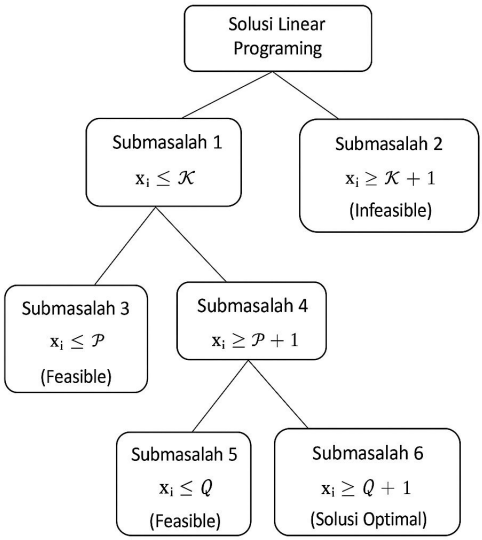
8. Jika salah satu submasalah menghasilkan solusi bilangan bulat dan submasalah lainnya tidak memiliki solusi atau tidak memenuhi syarat, maka percabangan dari simpul tersebut tidak perlu dilanjutkan.

9. Jika terdapat lebih dari satu submasalah yang menghasilkan solusi dalam bentuk bilangan bulat, pilih solusi yang memberikan nilai fungsi tujuan terbaik.
   • Jika fungsi tujuan bersifat maksimum, maka dipilih nilai Z yang paling besar.
   • Jika fungsi tujuan bersifat minimum, maka dipilih nilai Z yang paling kecil.

10. Ulangi proses hingga seluruh cabang yang memungkinkan telah diperiksa atau dieliminasi, dan solusi bilangan bulat terbaik yang ditemukan menjadi solusi optimal dari masalah *integer* linier (Siswanto, 2007).

Metode *Branch and Bound* bekerja dengan cara membagi permasalahan utama menjadi beberapa submasalah melalui proses *branching* (pencabangan), lalu membentuk struktur seperti pohon pencarian untuk mengeksplorasi solusi. Selanjutnya, dilakukan proses *bounding* (pembatasan) untuk mengeliminasi cabang-cabang yang tidak mungkin menghasilkan solusi optimal. Meskipun metode ini efektif dalam menemukan solusi terbaik, kelemahannya terletak pada proses yang memakan waktu cukup lama karena banyaknya kemungkinan yang harus diperiksa untuk mencapai hasil optimal.

Berikut adalah bentuk pohon Percabangan *Branch and Bound*:



Gambar 2.4. Pohon Percabangan *Branch And Bound* (Syafitri, 2021)

Keterangan:

Infeasible : Solusi tersebut dinyatakan tidak layak karena nilai variabel keputusan (x_i) melebihi kapasitas sumber daya (b_i) baik karena melampaui batas atas yang ditentukan maupun berada di bawah batas bawah yang diperbolehkan.

Feasible : Solusi ini layak karena seluruh variabel keputusan (x_i) sudah bernilai bilangan bulat, tetapi belum optimal, sebab masih terdapat kemungkinan solusi lain dengan nilai fungsi tujuan yang lebih maksimum atau minimum.

Solusi Optimal : Merupakan solusi layak (*feasible*) yang memberikan nilai maksimum pada fungsi tujuan (Z) di antara seluruh solusi layak yang diperoleh.

Dalam metode *Branch and Bound* untuk pemrograman bilangan bulat, kita membagi masalah pada variabel yang masih bernilai pecahan, dan proses pembagian ini diulang terus-menerus hingga setiap variabel keputusan berubah menjadi bilangan bulat. Percabangan tersebut bertujuan untuk menelusuri semua kemungkinan solusi bilangan bulat yang memenuhi kendala *(feasible)*. Sementara itu, konsep pembatasan digunakan untuk mengeliminasi bagian-bagian solusi yang tidak mungkin memberikan hasil optimal, sehingga area pencarian menjadi lebih sempit dan efisien.

Contoh soal

Maksimalkan:

$$z = 5x_1 + 3x_2$$

dengan kendala:

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \quad x_1, x_2 \text{ integer}$$

Penyelesaian: Pertama selesaikan terlebih dahulu menggunakan metode simpleks.

Tabel optimal untuk metode Simpleks:

Tabel 2.3. Tabel Hasil Simpleks

Basis	**Z**	x_1	x_2	s_1	s_2	**NK**
z	1	0	0	2,3333	0,3333	21,3333
x_1	0	1	0	0,6667	-0,1667	3,3333
x_2	0	0	1	-0,3333	0,6667	2,6667

Solusi pada metode simpleks masih berupa pecahan yaitu $x_1 = 3,333$, $x_2 = 2,6667$ dan $z = 21,3333$, sehingga solusi tersebut belum layak.

Selanjutnya, tetapkan batas atas dan batas bawah. batas atas diambil dari nilai solusi optimal simpleks dapat dilihat pada tabel 2.3, yaitu z = 21,333 dengan nilai $x_1 = 3.333$ dan $x_2 = 2,6667$. Batas bawah dibentuk dari nilai optimal simpleks pada tabel 2.3 dan dibulatkan kebawah sehingga menjadi, z = 21 dengan nilai $x_1 = 3$ dan $x_2 = 2$ setelah ditentukan batas atas dan batas bawah maka selanjutnya memilih variabel keputusan untuk melakukan pencabangan *(branching)*.

Dipilih variabel x_2 karena pecahan desimalnya paling jauh dari integer sebesar $2,6667$, Maka, variabel x_2 dicabangkan menjadi dua submasalah, yaitu submasalah 1 dan submasalah 2, dengan tetap menggunakan fungsi kendala sebelumnya. Pada submasalah 1 ditambahkan kendala $x_2 \geq 3$, sedangkan pada submasalah 2 ditambahkan kendala $x_2 \leq 2$.

Submasalah 1:
Tambahkan $x_2 \geq 3$ pada kendala. sehingga menjadi:
Maksimalkan:

$$z = 5x_1 + 3x_2$$

dengan kendala:

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

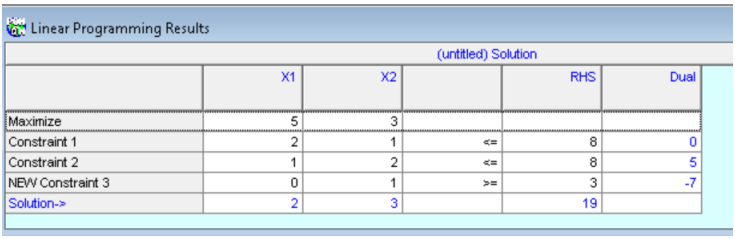
$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_2 \geq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \quad x_1, x_2 \text{ integer}$$

hasil diperoleh dengan berbantuan *software* POM-QM sebagai

berikut: Gambar 2.5 menunjukkan hasil akhir penyelesaian dengan



Linear Programming Results

(untitled) Solution

	X1	X2		RHS	Dual
Maximize	5	3			
Constraint 1	2	1	<=	8	0
Constraint 2	1	2	<=	8	5
NEW Constraint 3	0	1	>=	3	-7
Solution->	2	3		19	

Gambar 2.5. Hasil Submasalah 1 Metode *Branch and Bound*

metode *Branch and Bound* setelah penambahan kendala baru $x_2 \geq 3$. Solusi optimal diperoleh pada $x_1 = 2$ dan $x_2 = 3$ dengan nilai fungsi tujuan maksimum $Z = 19$.

Submasalah 2:

Tambahkan $x_2 \leq 2$ pada kendala. sehingga menjadi:

Maksimalkan:

$$z = 5x_1 + 3x_2$$

dengan kendala:

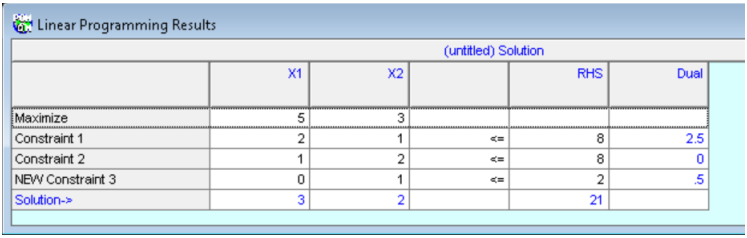
$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \quad x_1, x_2 \text{ integer}$$

hasil diperoleh dengan berbantuan *software* POM-QM sebagai berikut:



Linear Programming Results

(untitled) Solution

	X1	X2		RHS	Dual
Maximize	5	3			
Constraint 1	2	1	<=	8	2.5
Constraint 2	1	2	<=	8	0
NEW Constraint 3	0	1	<=	2	.5
Solution->	3	2		21	

Gambar 2.6. Hasil Submasalah 2 Metode *Branch and Bound*

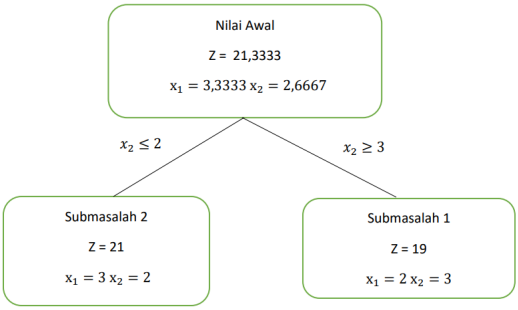
Gambar 2.6 menunjukkan hasil akhir penyelesaian dengan metode *Branch and Bound* setelah penambahan kendala baru $x_2 \leq 2$. Solusi optimal diperoleh pada $x_1 = 3$ dan $x_2 = 2$ dengan nilai fungsi tujuan maksimum $Z = 21$. Seluruh nilai variabel sudah berupa bilangan bulat sehingga proses dihentikan.

Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai solusi dalam Z dari setiap submasalah, apakah lebih kecil atau lebih besar dari nilai batas atas. Jika nilai solusi yang diperoleh lebih besar dari batas atas, maka solusi tersebut tidak layak karena jika disubstitusikan ke dalam salah satu kendala maka akan diperoleh kesulitan yang ada. Sedangkan nilai solusi yang diperoleh lebih rendah dari batas bawah, maka tidak layak atau tidak optimal.

Nilai solusi dari submasalah 1 lebih kecil dari batas bawah maka solusi tidak layak yaitu submasalah 1, BA= 21,33 $\geq$ 19 dan BB= 21 $\geq$ 19 dan submasalah 2 tidak lebih besar dari batas atas dan tidak lebih kecil dari nilai batas bawah yaitu BA= 21,333 $\geq$ 21 dan BB= 21 $\leq$ 21, Karena semua nilai variabel pada submasalah telah bernilai *integer*, maka proses dihentikan dan dipilih solusi yang layak atau solusi yang paling optimal. Pada permasalahan ini, solusi optimal yang diperoleh adalah $z = 21$ dengan nilai variabel keputusan $x_1 = 3$ dan $x_2 = 2$.

Pohon Percabangan

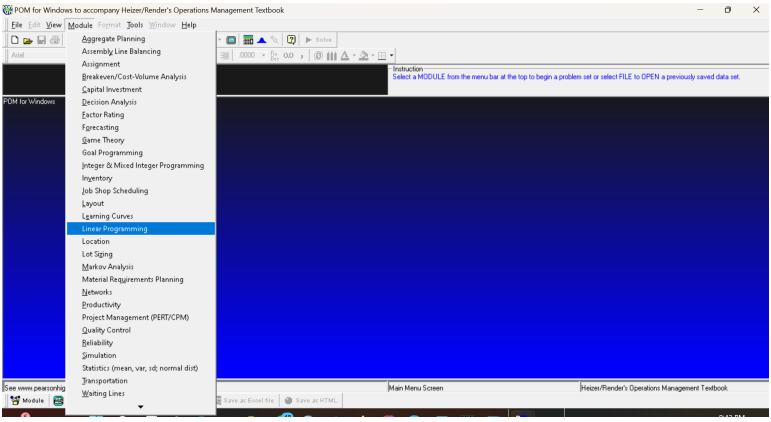
Proses penyelesaian dengan metode *Branch and Bound* divisualisasikan dalam bentuk pohon percabangan. Pohon ini menunjukkan langkah-langkah pemisahan submasalah hingga diperoleh solusi optimal yang memenuhi syarat bilangan bulat.



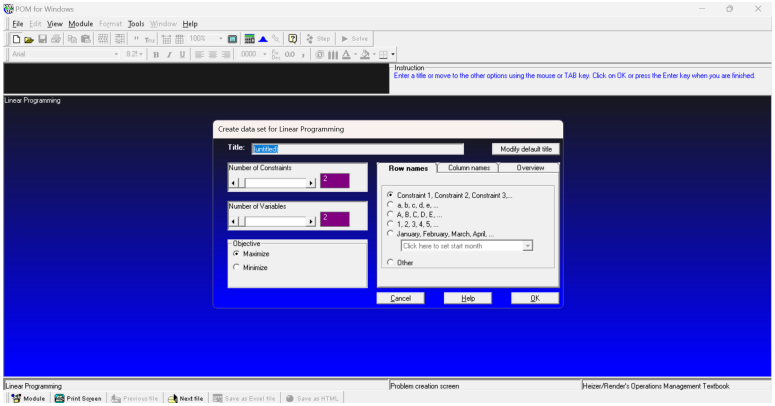
Submasalah 2 menjadi solusi layak optimal yang memiliki niali z terbesar dari beberapa solusi layak yang ada yaitu $z = 21$.

J. Program POM *Software Windows*

Program *Production and Operation Management* (POM) merupakan perangkat lunak komputer yang dirancang untuk menyelesaikan permasalahan matematis dalam bidang manufaktur dan operasional. Salah satu aplikasi pengambilan keputusannya adalah menentukan kombinasi produksi yang optimal guna memaksimalkan keuntungan. POM for Windows hadir dengan tampilan grafis yang menarik serta mudah digunakan. Dalam upaya meminimalkan biaya pemeliharaan, pemesanan barang harus dirancang sedemikian rupa agar penempatan tenaga kerja tepat sasaran dan hasil yang dicapai menjadi maksimal (Firdaus, 2016).



Gambar 2.7. Tampilan Layar Utama Program POM *For Windows*



Gambar 2.8. Tampilan Setelah Pilih *Integer* Programing Di POM *For Windows*

Menu yang ada pada layar utama POM for Windows terdiri dari:

1. *Title Bar: Program Name, The Control Main Box* dan ada beberapa tombol pilihan untuk layar POM seperti *Maximize, Minimize* dan *Close*

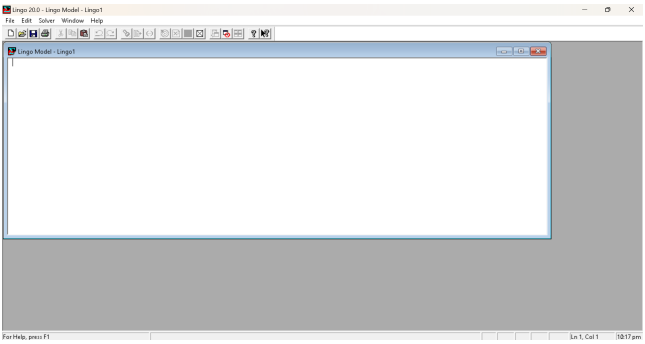
2. *Menu Bar: File, View, Help ,Module, Tables, Tools, Window* dan *Edit*

3. *Button Bar* atau *Tool Bar*: *Command Bar* (isinya tergantung program dan modul), *Status Panel, Instrustion Panel, Data Table,Extra Data Area, Annotation Area*

K. Program LINGO *Software Windows*

Software Lingo adalah alat bantu yang didesain sangat luas untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan riset operasi seperti program linier dan non linier, kuadratik, quadratically

constrained, stokastik dan optimasi model *integer* dengan lebih cepat, mudah dan efisien. *Software* Lingomenyediakan paket integrasi lengkap yang termasuk di dalamnya yaitu bahasa untuk optimasi model yang mudah dipahami. *Software* LINGO memiliki beberapa keunggulan yang membuatnya sangat membantu dalam pemodelan matematika. Pertama, LINGO memungkinkan penulisan model linier, non-linier, dan *integer* dengan cara yang mudah dipahami, karena bentuk formulanya menyerupai model matematika yang biasa ditulis secara manual. Kedua, LINGO mendukung penggunaan data dari database maupun spreadsheet, serta dapat mengeluarkan output dalam format yang sama, sehingga memudahkan pengguna dalam menyusun laporan. Ketiga, pengguna tidak perlu menentukan *solver* secara manual, karena LINGO secara otomatis memilih *solver* yang sesuai dengan formulasi yang diberikan (Safari et al., 2020).



Gambar 2.9. Tampilan Layar Utama Pada LINGO *For Windows*

BAB III

Metodologi Penelitian

A. Langkah-langkah Penelitian

Tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan perumusan masalah

    a. Menentukan variabel keputusan
    Adapun variabel keputusan yang digunakan dalam permasalahan ini adalah sebagai berikut:
    x_1 : Jumlah *batch* Tempe Azaki yang disimpan per hari
    x_2 : Jumlah *batch* Tempe Arumi yang disimpan per hari
    x_3 : Jumlah *batch* Sosis lembur yang disimpan per hari
    x_4 : Jumlah *batch* Sosis skala kecil yang disimpan per hari
    x_5 : Jumlah *batch* Sosis skala besar yang disimpan per hari

    b. Menentukan batasan masalah
    Untuk menjaga ruang lingkup penelitian agar tetap terfokus dan mendalam, maka batasan-batasan masalah berikut ditetapkan dalam penelitian ini:

        1. Dalam penelitian ini, perhitungan keuntungan penjualan dilakukan dengan menerapkan dua metode optimasi, yaitu metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane*.

2. Objek yang akan diteliti yaitu produk olahan daging dan kedelai (Tempe dan Sosis).
3. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data harian biaya listrik, biaya gaji pekerja, biaya perawatan mesin *frozen storage*, biaya *packing*, kapasitas area *frozen storage*, waktu kerja mesin *frozen storage*, jam kerja pegawai pada bagian *frozen storage*, dan harga sewa *frozen storage* untuk setiap produk.
4. Perusahaan diasumsikan beroperasi setiap hari.
5. Biaya tak terduga serta keperluan lainnya diasumsikan telah tercakup dalam total biaya operasional yang digunakan.
6. Waktu pembekuan sama untuk semua produk.
7. Seluruh proses dikerjakan oleh tim pekerja yang sama.
8. Setiap jenis produk di proses dan disimpan secara terpisah, sesuai waktu kedatangan.
9. Jumlah jenis dan produk yang keluar sama dengan Jumlah jenis dan produk yang masuk.
10. Setelah proses pembekuan dan *packing* selesai, produk langsung didistribusikan kepada konsumen tanpa memalui proses penyimpanan tambahan di *chiller* atau gudang.
11. Perolehan keuntungan optimal dalam satuan *batch* per hari untuk produk tempe dan sosis.

2. Mengumpulkan Data

   Adapun data yang dikumpulkan dalam penelitian ini adalah

sebagai berikut:

a. Data biaya bulanan listrik *frozen storage*
b. Data biaya pekerja di bagian *frozen storage*
c. Data biaya perawatan ruangan *frozen storage*
d. Kapasitas penyimpanan *frozen storage* untuk produk tempe dan sosis yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebesar 32.000 kg, terdiri atas 7 unit penyimpanan.
e. Data waktu jam kerja mesin
f. Data jam kerja pekerja
g. Data jumlah pekerja di bagian *frozen storage*
h. Data harga sewa *frozen storage* untuk setiap produk

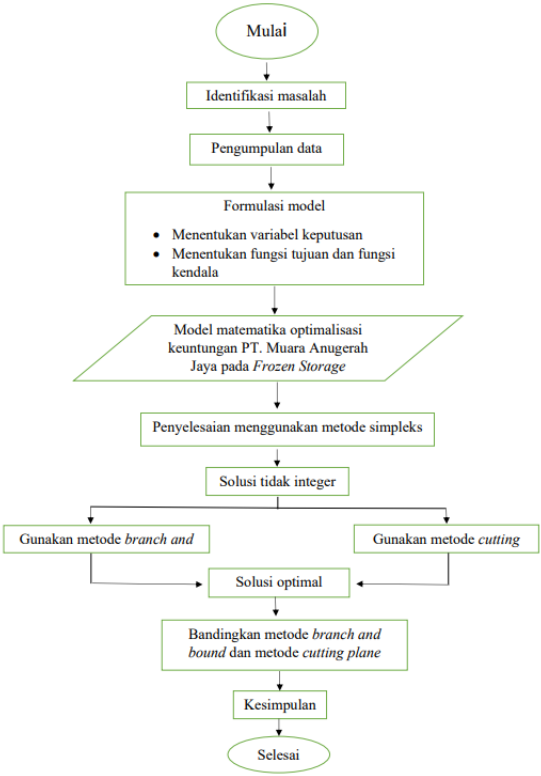
3. Membentuk model matematika dari data yang didapat
    a. Menentukan fungsi tujuan
    b. Menentukan fungsi kendala
4. Mengoptimalkan keuntungan yang optimal dengan menggunakan metode simpleks
5. Jika nilai variabel keputusan yang dihasilkan menggunakan metode simpleks tidak integer, maka dapat digunakan metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane*.
6. Kemudian diambil solusi integer yang paling optimal dari percabangan yang telah dilakukan pada metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane*.

7. Bandingkan antara dua metode tersebut yaitu metode *branch and bound* dan *cutting plane.*

8. Selanjutnya dapat ditarik kesimpulan.

B. Diagram Alir Penelitian

Dari langkah- langkah di atas dapat di bentuk diagram alir. alur penelitian ini digambarkan dalam bentuk diagram alir, juga dikenal sebagai *flowchart*, sebagai berikut:



Gambar 3.1. Diagram Alir Tahapan Penelitian Dalam Optimalisasi Keuntungan *Frozen Storage* Di PT. Muara Anugerah Jaya Menggunakan Metode *Branch And Bound* Dan *Cutting Plane*

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini, akan di bahas mengenai pengoptimalan keuntungan PT. Muara Anugrah *Jaya Frozen* Storage menggunakan metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane*. Data yang digunakan dari PT. Muara Anugrah Jaya meliputi:

1. Data jenis produk makanan olahan yang sebagian besar akan di ekspor ke beberapa negara dan akan menggunakan *frozen storage* yaitu Tempe Azaki, Tempe Arumi, Sosis lembur (diluar jam kerja), Sosis skala kecil (dibawah 8 ton), Sosis skala besar (diatas 8 ton), sebagai mana ditampilkan pada tabel 4.1.

2. Data kapasitas *frozen storage*, data jumlah pekerja di bagian oprasional, data jam kerja yang dibutuhkan untuk membongkar dan packing produk, dan data jam kerja mesin *frozen storage*. Hal tersebut dapat dilihat pada bagian fungsi kendala.

3. Data harga jasa dan sewa *frozen storage* dan biaya oprasional seperti biaya listrik, upah pekerja, packing dan perawatan mesin. Sebagai mana ditampilkan pada tabel 4.1 dan 4.2.

4. Output yang diperoleh dinyatakan dalam bentuk batch, sesuai dengan satuan produksi yang digunakan oleh perusahaan.

Oleh karena itu, data pendapatan PT Muara Anugrah Jaya dapat disajikan dalam bentuk tabel berikut.

Tabel 4.1. Data Harga Jasa Dan Sewa *Frozen Storage* (Pendapatan)

Nama Produk	Jumlah Produk (Kg)	Harga Sewa (Rp)	Total harga sewa (Rp)
Tempe Azaki	1360	2150	2924000
Tempe Arumi	1584	1800	5360256
Sosis lembur	7060	1150	8119000
Sosis skala kecil	7000	1110	7700000
Sosis skala besar	12530	1050	13156000

Adapun rincian biaya operasional PT Muara Anugrah Jaya disajikan pada Tabel berikut.

Tabel 4.2. Tabel Biaya Oprasional (Pengeluaran)

Nama Produk	Listrik (Rp)	upah pekerja (Rp)	biaya *Packing* (Rp)	Perawatan Mesin (Rp)	Total Biaya Oprasional (Rp)
Tempe Azaki	363000	100000	230000	8065	701065
Tempe Arumi	483000	100000	265000	10750	858750
Sosis lembur	1814250	100000	1180000	40333	3134583
Sosis skala kecil	1693500	100000	1170000	37680	3001180
Sosis skala besar	3145500	100000	2098000	69900	5405400

Sehingga, keuntungan PT Muara Anugrah Jaya dapat dihitung berdasarkan selisih antara pendapatan dan biaya operasional, seperti yang ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 4.3. Keuntungan Setiap Produk

Nama Produk	Total Pendapatan (Rp)	Total Biaya Operasional (Rp)	Keuntungan (Rp)
Tempe Azaki	2924000	701065	2222935
Tempe Arumi	5360256	858750	4501506
Sosis lembur	8119000	3134583	4984417
Sosis skala kecil	7700000	3001180	4698820
Sosis skala besar	13156500	5405400	7750600

Untuk mengetahui permasalahan optimalisasi keuntungan pada PT. muara anugrah jaya ke dalam bentuk program linier, maka dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

A. Memodelkan Masalah Optimalisasi Kuntungan sewa *Frozen*

storage ke dalam Bentuk Program Linier

Perancangan model program linier adalah langkah paling penting dalam program linier. Permintaan untuk keterangan mengenai tujuan dan batasan yang membatasinya tercakup dalam langkah ini. Beberapa elemen yang digunakan untuk pengembangan model pemrograman linier, seperti perumusan variabel keputusan, fungsi pembatas kendala, fungsi tujuan dan variabel pembatas, akan diterapkan untuk mengembangkan model dari perumusan masalah saat ini (Rafflesia & Fanani, 2014).

1. Variabel Keputusan

   Identifikasi variabel-variabel yang mempengaruhi merupakan langkah awal dalam memodelkan suatu masalah optimasi. Dalam konteks penelitian ini, variabel keputusan merepresentasikan banyaknya produk yang dibekukan per hari oleh PT. Muara Anugrah Jaya. Berdasarkan Tabel 4.1, terdapat lima variabel keputusan yang digunakan, yaitu jumlah *batch* dari masing-masing jenis produk olahan (tempe dan sosis) yang masuk ke dalam penyimpanan beku setiap harinya. Variabel-variabel ini akan menjadi dasar dalam membentuk fungsi tujuan dan fungsi kendala pada model optimasi yang dikembangkan.
   Adapun notasi dan definisi dari variabel keputusan yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagaiberikut:

   x_1 : Jumlah *batch* Tempe Azaki yang disimpan per hari
   x_2 : Jumlah *batch* Tempe Arumi yang disimpan per hari
   x_3 : Jumlah *batch* Sosis lembur yang disimpan per hari
   x_4 : Jumlah *batch* Sosis skala kecil yang disimpan per hari

x_5 : Jumlah *batch* Sosis skala besar yang disimpan per hari

Setiap variabel keputusan x_i diukur dalam satuan *batch*, di mana satu *batch* mengacu pada jumlah minimal produk yang dapat diproses dalam satu kali pembekuan. Nilai dari masing-masing variabel akan menentukan keputusan operasional harian perusahaan dalam memanfaatkan kapasitas *Frozen storage* yang tersedia secara optimal, dengan tujuan memaksimalkan keuntungan. Setiap jenis produk memiliki batas minimal dan maksimal berat masuk per *batch* yang ditetapkan berdasarkan kapasitas pengemasan dan proses pembekuan aktual di lapangan. Rincian batas minimal dan maksimal berat masuk per *batch* adalah sebagai berikut:

- Tempe Azaki: minimal 1000 kg, maksimal 1500 kg
- Tempe Arumi: minimal 1000 kg, maksimal 2000 kg
- Sosis Lembur: minimal 5000 kg, maksimal 7500 kg
- Sosis Skala Kecil: minimal 5000 kg, maksimal 8000 kg
- Sosis Skala Besar: minimal 8001 kg, maksimal 13000 kg

Penentuan skala penyimpanan sosis juga mempertimbangkan waktu kedatangan dan berat produk. Jika sosis datang pada malam hari dengan berat antara 5000 hingga 7500 kg, maka dikategorikan sebagai Sosis Lembur. Namun, apabila sosis yang datang malam hari memiliki berat antara 7501 hingga 8000 kg, maka tetap dikategorikan sebagai Sosis Skala Kecil. Kategori Sosis Skala Besar berlaku untuk berat di atas 8.000 kg hingga maksimal 13.000 kg, tanpa memandang waktu kedatangan. Ketentuan

ini mengikuti pola distribusi dan sistem pencatatan aktual perusahaan dalam mengelompokkan produk untuk *Frozen Storage*.

2. Fungsi Tujuan
   Memaksimalkan keuntungan dari penyewaan *Frozen Storag*e adalah tujuan dari kegiatan ini. Keuntungan dari setiap jenis produk yang di bekukan dihitung dengan menggunakan koefisien untuk setiap variabel keputusan. Fungsi tujuan untuk produk yang dibekukan pada PT. Muara A nugrah jaya dapat dilihat pada tabel 4.3 yaitu:
   Maksimalkan:

$$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5 \tag{4.1}$$

3. Pembentukan Fungsi Kendala
   Fungsi kendala adalah batasan-batasan yang harus diperhatikan dalam suatu masalah, yang juga merupakan hubungan linier dengan variabel keputusan. Dalam konteks penyewaan lahan *Frozen storage*, kendala ini sering disebut sebagai hambatan atau batasan penyewaan lahan *Frozen storage*. Secara sederhana, fungsi kendala adalah fungsi yang memuat batasan-batasan tertentu yang harus dipatuhi dalam mencapai solusi optimal. Dalam hal ini fungsi yang merupakan bentuk dan keterbatasan dalam penyewaan lahan *Frozen Storage* di PT. muara Anugrah jaya adalah sebagai berikut:
   Kapasitas

Kapasitas *frozen storage* yang dibutuhkan untuk menyimpan satu *batch* dari setiap produk adalah sebagai berikut: Tempe Azaki membutuhkan 1500 kg, Tempe Arumi 2000 kg, Sosis Lembur 7500 kg, Sosis Skala Kecil 7000 kg, dan Sosis Skala Besar 13000 kg. Total kapasitas penyimpanan beku yang tersedia per hari adalah 32000 kg.
Dengan demikian, kendala kapasitas penyimpanan dalam model dapat dituliskan sebagai berikut:

$$1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000 \tag{4.2}$$

Waktu kerja pembongkaran
Waktu kerja yang di butuhkan pada pembongkaran produk dari mobil pick up ke ruangan *frozen storage* 5 orang tenaga kerja diperkirakan membutuhkan waktu kurang lebih 20 menit per 1000kg untuk semua produk dengan jam kerja aktif pembongkaran diasumsikan sehari 4 jam

Tabel 4.4. Tabel Waktu Kerja Pembongkaran Setiap Produk

Nama Produk	**Jumlah Produk (Kg)**	**menit**	**jam**
Tempe Azaki	1360	27,2	0,453
Tempe Arumi	1584	31,68	0,528
Sosis lembur	7060	141,2	2,353
Sosis skala kecil	7000	140	2,33
Sosis skala besar	12530	250,6	4,18

$$0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,33x_4 + 4,18x_5 \leq 20 \tag{4.3}$$

Kendala "$\leq$ 20" menunjukkan bahwa total waktu kerja

aktif pembongkaran dari seluruh produk yang dipilih tidak boleh melebihi 20 jam, yang merupakan total waktu kerja pembongkaran yang tersedia dalam 1 hari (4 jam × 5 orang = 20 jam)

Waktu kerja *packing*

Waktu kerja yang di butuhkan untuk packing produk dari *Frozen Storage* ke mobil *pickup* untuk dikirim, dibutuhkan 5 orang tenaga kerja diperkirakan membutuhkan waktu kurang lebih 28 menit per 1000kg untuk semua produk dengan jam kerja aktif packing diasumsikan sehari 4 jam

Tabel 4.5. Tabel Waktu Kerja *Packing*

Nama Produk	Jumlah Produk (Kg)	menit	jam
Tempe Azaki	1360	38,08	0,635
Tempe Arumi	1584	44,352	0,739
Sosis lembur	7060	197,68	3,295
Sosis skala kecil	7000	169	3,267
Sosis skala besar	12530	350,84	5,847

$$0,635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20 \tag{4.4}$$

Kendala "$\leq$ 20" menunjukkan bahwa total waktu *packing* dari seluruh produk yang dipilih tidak boleh melebihi 20 jam, yang merupakan total waktu kerja *packing* yang tersedia dalam 1 hari (4 jam × 5 orang = 20 jam)

Waktu kerja mesin *frozen storage*

Mesin *frozen storage* bekerja selama 12 jam untuk setiap

produknya. 12 jam kerja dengan 7 unit yang tersedia sehingga dapat di buat persamaan seperti berikut

$$12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84 \qquad (4.5)$$

4. Memodelkan Masalah Optimasi dalam Bentuk Pemrograman Linier
   Bentuk umum pemrograman linier dalam masalah optimasi keuntunggan pengelolaan *Frozen Storage* sebagai berikut:
   Maksimalkan $z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 - 7750600x_5$
   Dengan Kendala:
   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
   $0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,33x_4 + 4,18x_5 \leq 20$
   $0,635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$
   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$

B. Menggunakan Metode Simpleks untuk Menyelesaikan Model Matematika

   Hal pertama yang harus dilakukan adalah mengubah rumus pemrograman linier ke bentuk strandar metode simpleks. Langkah-langkah metode simpleks pada masalah optimalisasi Keuntungan pengelolaan *Frozen Storage* PT. Muara Anugrah Jaya adalah sebagai berikut:

   1. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala ke dalam bentuk standar Maksimumkan:
      Fungsi Tujuan:$z - 2222935x_1 - 4501506x_2 - 4984417x_3 - 4698820x_4 - 7750600x_5 = 0$

Fungsi Kendala:

$1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 + s_1 = 32000$

$0,453x_1 + 0,28x_2 + 2,353x_3 + 2,33x_4 + 4,18x_5 + s_2 = 20$

$0,635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 + s_3 = 20$

$12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 + s_4 = 84$

dimana s_1 sampai s_4 merupakan variabel slack. Variabel slack adalah variabel tambahan yang mewakili hal-hal sepeti kapasitas, jam kerja pegawai, jam kerja mesin, dan tenaga kerja yang tidak digunakan.

2. Tempatkan persamaan-persamaan ke dalam tabel berikut:

Tabel 4.6. Tabel Simpleks Iterasi Pertama

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	s_1	s_2	s_3	s_4	NK
z	1	-2222935	-4501506	-4984417	-4698820	-7750600	0	0	0	0
s_1	0	1500	2000	7500	7000	13000	1	0	0	32000
s_2	0	0,453	0,528	2,353	2,33	4,18	0	1	0	20
s_3	0	0,635	0,739	3,295	3,267	5,847	0	0	1	20
s_4	0	12	12	12	12	12	0	0	0	84

3. Tentukan Kolom Kunci

   Kolom kunci adalah kolom yang dipilih sebagai basis untuk melakukan penggantian dalam tabel simpleks. Untuk menentukan kolom kunci, perlu mencari kolom dengan nilai koefisien angka terbesar yang bernilai negatif dalam fungsi tujuan. Dalam kasus ini, terpilih kolom x_5 dengan nilai koefisien -7750600 sebagai kolom kunci.

4. Pilih Baris Kunci

Baris yang menjadi dasar untuk melakukan perubahan pada tabel simpleks disebut baris kunci. Untuk menentukan baris kunci, dapat dilakukan dengan mencari indeks (R) dari setiap baris dengan membagi nilai pada kolom NK (nilai kunci) dengan nilai pada kolom kunci.

5. Tetapkan nilai untuk baris kunci yang akan diubah

   Seluruh nilai baris kunci diubah dengan cara membagi seluruh nilai-nilai baris kunci dengan angka kunci. Angka kunci diperoleh dari angka yang diapit oleh kolom kunci dan baris kunci.

6. Mengganti semua nilai-nilai selain pada baris kunci menjadi baris baru

Tabel 4.7. Tabel Simpleks Iterasi Pertama (Dengan Angka Pivot Dan Rasio)

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	s_1	s_2	s_3	s_4	**NK**	**Rasio**
z	-2222935	-4501506	-4984417	-4698820	-7750600	0	0	0	0	0	
s_5	1500	2000	7500	7000	13000	1	0	0	0	32000	2,46
s_2	0,453	0,528	2,353	2,33	4,18	0	1	0	0	20	4,78
s_3	0,635	0,739	3,295	3,267	5,847	0	0	1	0	20	3,42
s_4	12	12	12	12	12	0	0	0	1	84	7

Notasi $b_i^{'}$ menunjukkan nilai iterasi pertama pada baris ke-i, dengan i=1,2,3...

baris 2:

$$b_2^{'} = \frac{b_2}{13000}$$
$$b_2^{'} = \left[\frac{0}{13000}, \frac{1500}{13000}, \frac{2000}{13000}, \frac{7500}{13000}, \frac{7000}{13000}, \frac{13000}{13000}, \frac{0}{13000}, \frac{0}{13000}, \frac{0}{13000}, \frac{0}{13000}, \frac{32000}{13000}\right]$$
$$b_2^{'} = [0,\ 0,115384615,\ 0,153846154,\ 0,576923077,\ 0,538461538,\ 1,\ 0,0769230769,\ 0,\ 0,\ 0,\ 2,46153846]$$

baris 1:

$$b_1^{'} = b_1 + \left(7750600 \cdot b_2^{'}\right)$$
$$b_1^{'} = [1 + (7750600 \cdot 0), -2222935 + (7750600 \cdot 0.115384615), -4501506 + (7750600 \cdot 0,153846154), -4984417 + (7750600 \cdot 0,576923077), -4698820 + (7750600 \cdot 0,538461538), -7750600 + (7750600 \cdot 1), 0 + (7750600 \cdot 0,0769230769), 0 + (7750600 \cdot 0), 0 + (7750600 \cdot 0), 0 + (7750600 \cdot 0), 0 + (7750600 \cdot 2,46153846)]$$
$$b_1^{'} = [1,\ -1328635,\ -3309106,\ -512916,999,\ -525420,004,\ 0,\ 596200,\ 0,\ 0,\ 0,\ 26641641,8]$$

baris 3:

$$b_3^{'} = b_3 - \left(4,18 \cdot b_2^{'}\right)$$

$$\begin{aligned} b_3^{'} = [&0 - (4,18 \cdot 0)\,, 0,453 - (4,18 \cdot 0,115384615)\,, \\ &0,528 - (4,18 \cdot 0,153846154)\,, 2,353 - (4,18 \cdot 0,576923077)\,, \\ &2,33 - (4,18 \cdot 0,538461538)\,, 4,18 - (4,18 \cdot 1)\,, \\ &0 - (4,18 \cdot 0,0769230769)\,, 1 - (4,18 \cdot 0)\,,\ 0 - (4,18 \cdot 0)\,, \\ &0 - (4,18 \cdot 0)\,, 20 - (4,18 \cdot 2,46153846)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_3^{'} = [&0,\ -0,0293076907,\ -0,115076924,\ -0,0585384619,\ 0,0792307712, \\ &0,\ 0,73953846,\ 1,\ 0,\ 0,\ 49,3538462] \end{aligned}$$

baris 4:

$$b_4^{'} = b_4 - \left(5,847 \cdot b_2^{'}\right)$$

$$\begin{aligned} b_4^{'} = [&0 - (5,847 \cdot 0)\,, 0,635 - (5,847 \cdot 0,115384615)\,, \\ &0,739 - (5,847 \cdot 0,153846154)\,, 3,295 - (5,847 \cdot 0,576923077)\,, \\ &3,267 - (5,847 \cdot 0,538461538)\,, 5,847 - (5,847 \cdot 1)\,, \\ &0 - (5,847 \cdot 0,0769230769)\,, 0 - (5,847 \cdot 0)\,,\ 1 - (5,847 \cdot 0)\,, \\ &0 - (5,847 \cdot 0)\,, 20 - (5,847 \cdot 2,46153846)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_4^{'} = [&0,\ -0,0396538439,\ -0,160538462,\ -0,0782692312,\ 0,118615387, \\ &0,\ -0,449769231,\ 0,\ 1,\ 0,\ 5,60738462] \end{aligned}$$

baris 5:

$$b_5^{'} = b_5 - \left(12 \cdot b_2^{'}\right)$$

$$\begin{aligned} b_5^{'} = [&0 - (12 \cdot 0)\,, 12 - (12 \cdot 0,115384615)\,, \\ &12 - (12 \cdot 0,153846154)\,, 12 - (12 \cdot 0,576923077)\,, \\ &12 - (12 \cdot 0,538461538)\,, 12 - (12 \cdot 1)\,, \\ &0 - (12 \cdot 0,0769230769)\,, 0 - (12 \cdot 0)\,,\ 0 - (12 \cdot 0)\,, \\ &1 - (12 \cdot 0)\,, 84 - (12 \cdot 2,46153846)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_5^{'} = [&0,\ 10,6153846,\ 10,1538462,\ 5,07692308,\ 5,53846154, \\ &0,\ -0,923076923,\ 0,\ 0,\ 1,\ 54,4615385] \end{aligned}$$

Baris z masih ada yang bernilai negatif maka iterasi dilanjutkan. hasil dari iterasi pertama dapat dimasukan kedalam tabel seperti berikut:

Tabel 4.8. Tabel Simpleks Iterasi Kedua (Dengan Angka Pivot Dan Rasio)

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	s_1	s_2	s_3	s_4	**NK**	**Rasio**
z	-1328635	-3309106	-512916.99	-525420.004	0	596200	0	0	0	19078400	
x_5	1500	2000	7500	7000	1	0,0769230769	0	0	0	2,46153846	16
s_2	0,453	0,528	2,353	2,33	0	0,739538461	1	0	0	9,71076924	-84,385
s_3	0,635	0,739	3,295	3,267	0	-0,449769231	0	1	0	5,60738462	-34,928
s_4	12	12	12	12	0	-0,923076923	0	0	1	54,4615385	5,3636

Ulangi caranya seperti sebelumnya dimulai dari menentukan baris pivot kolom pivot serta angka pivot ulangi cara-cara selanjutnya seperti iterasi pertama.

Notasi $b_i^{''}$ menunjukkan nilai iterasi kedua pada baris ke-i, dengan i=1,2,3...

baris 5:

$$b_5^{''} = \frac{b_6^{'}}{10,1538463}$$

$$b_5^{''} = \left[\frac{0}{10,1538463}, \frac{10,6153846}{10,1538463}, \frac{10,1538463}{10,1538463}, \frac{5,07692308}{10,1538463}, \frac{5,53846154}{10,1538463}, \frac{0}{10,1538463}, \frac{-0,923076923}{10,1538463}, \frac{0}{10,1538463}, \frac{0}{10,1538463}, \frac{1}{10,1538463}, \frac{54,4615385}{10,1538463}\right]$$

$$b_5^{''} = [0,\ 1,04545454,\ 1,\ 0,49999998,\ 0,545454538,\ 0,\ -0,090909090896,\ 0,\ 0,\ 0,098484848471,\ 5,3636363429]$$

baris 1:

$$b_1^{''} = b_1^{'} + \left(3309106 \cdot b_5^{''}\right)$$

$$\begin{aligned} b_1^{''} = [&1 + (3309106 \cdot 0),\\ &-1328635 + (3309106 \cdot 1,0454545453),\\ &-3309106 + (3309106 \cdot 1),\\ &-512916,99 + (3309106 \cdot 0,499999993),\\ &-525920,004 + (3309106 \cdot 0,0545454538),\\ &0 + (3309106 \cdot 0),\\ &596200 + (3309106 \cdot -0,090909090896),\\ &0 + (3309106 \cdot 0), 0 + (3309106 \cdot 0),\\ &0 + (3309106 \cdot 0,098484848471),\\ &19078400 + (3309106 \cdot 5,36363629)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1^{''} = [&1,\ 2130884,86,\ 0,\ 11416354,99,\ 12779546,88,\ 0,\ 897027,814,\\ &0,\ 0,\ 325896,798,\ 36827240] \end{aligned}$$

baris 2:

$$b_2^{''} = b_2^{'} - \left(0,153846154 \cdot b_5^{''}\right)$$

$$\begin{aligned} b_2^{''} = [&0 - (3309106 \cdot 0),\\ &0,115384615 - (0,153846154 \cdot 1,0454545453),\\ &0,153846154 - (0,153846154 \cdot 1),\\ &0,576923077 - (0,153846154 \cdot 0,499999993),\\ &0,538461538 - (0,153846154 \cdot 0,0545454538),\\ &1 - (0,153846154 \cdot 0),\\ &0,0769230769 - (0,153846154 \cdot -0,090909090896),\\ &0 - (0,153846154 \cdot 0), 0 - (3309106 \cdot 0),\\ &0 - (0,153846154 \cdot 0,098484848471),\\ &2,46153846 - (0,153846154 \cdot 5,36363629)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2^{''} = [&0,\ -0,0454545436,\ 0,\ 0,500000001,\ 0,454545456,\ 1,\ 0,0629370631,\\ &0,\ 0,\ -0,015151515,\ 1,63636365] \end{aligned}$$

baris 3:

$$b_3^{''} = b_3^{'} + \left(0, 115076924 \cdot b_5^{''}\right)$$

$$\begin{aligned} b_3^{''} = [&0 + (0, 115076924 \cdot 0),\\ &-0, 0293076907 + (0, 115076924 \cdot 1, 04545453),\\ &-0, 115076924 + (0, 115076924 \cdot 1),\\ &-0, 0585384619 + (0, 115076924 \cdot 0, 499999993),\\ &0, 0792307712 + (0, 115076924 \cdot 0, 0545454538),\\ &0 + (0, 115076924 \cdot 0),\\ &0, 739538461 + (0, 115076924 \cdot -0, 0909090896),\\ &1 + (0, 115076924 \cdot 0), 0 + (0, 115076924 \cdot 0),\\ &0 + (0, 115076924 \cdot 0, 0984848471),\\ &48, 6153846 + (0, 115076924 \cdot 5, 36363629)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_3^{''} = [&0,\ 0, 0910000008,\ 0,\ -0, 00100000071,\ 0, 142000002,\ 0,\ 0, 749999999,\\ &1,\ 0,\ 0, 0113333333,\ 10, 328] \end{aligned}$$

baris 4:

$$b_4^{''} = b_4^{'} + \left(0,160538462 \cdot b_5^{''}\right)$$

$$\begin{aligned} b_4^{''} = [&0 + (0,160538462 \cdot 0),\\ &-0,0396538439 + (0,160538462 \cdot 1,04545453),\\ &-0,160538462 + (0,160538462 \cdot 1),\\ &-0,0782692312 + (0,160538462 \cdot 0,499999993),\\ &0,118615387 + (0,160538462 \cdot 0,0545454538),\\ &0 + (0,160538462 \cdot 0),\\ &-0,449769231 + (0,160538462 \cdot -0,0909090896),\\ &0 + (0,160538462 \cdot 0), 1 + (0,115076924 \cdot 0),\\ &0 + (0,160538462 \cdot 0,0984848471),\\ &5,60738462 + (0,160538462 \cdot 5,36363629)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_4^{''} = [&0,\ 0,128181818,\ 0,\ 0,00199999868,\ 0,20618182,\ 0,\ -0,435174826,\\ &0,\ 1,\ 0,0158106059,\ 6,46845454] \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil perhitungan operasi baris tersebut, maka dapat disusun tabel akhir simpleks sebagai berikut.

Tabel 4.9. Tabel Akhir Simpleks

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	s_1	s_2	s_3	s_4	**NK**
z	2130884,86	0	1141635,99	1279546,88	0	897027,814	0	0	325896,798	36827240
x_5	-0,0454545436	0	0,500000001	0,454545456	1	0,0629370631	0	0	-0,015151515	1,63636365
s_2	0,09100000008	0	-0,0010000007	0,142000002	0	0,74999999	1	0	0,0113333333	10,328
s_3	0,1281818181	0	0.00199999868	0.20618182	0	-0.435174826	0	1	0,0158106059	6,46845454
x_2	1,04545453	1	0,499999993	0,54545453	0	0,09090909896	0	0	0,0984848471	5.3636363429

Pada baris 1 atau nilai z sudah tidak ada yang bernilai negatif yaitu $z = 36827240$ maka tabel sudah optimal dengan nilai,

$z = 36827240$, $x_2 = 5,36363629$, dan $x_5 = 1,63636365$ bisa di lanjut menggunakan metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane* karena hasil variabel keputusan belum integer. Berikut adalah optimalisasi keuntungan PT muara anugrah jaya menggunakan metode *branch and bound*.

A. Metode *Branch And Bound*

Metode simpleks digunakan terlebih dahulu untuk memperoleh solusi optimal dari model. Namun, karena solusi tersebut belum berbentuk bilangan bulat, maka dilanjutkan dengan metode *Branch and Bound* untuk mendapatkan solusi *integer*. Langkah selanjutnya yang dilakukan dalam pencarian solusi integer adalah dengan menentukan batas atas (BA) dan batas bawah (BB) dari nilai solusi yang telah diperoleh menggunakan metode simpleks. Batas atas (BA) merupakan solusi awal yang didapatkan sebelumnya pada tabel 4.9 yaitu $x_1 = 0$, $x_2 = 5,36363629$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1,63636365$ dengan keuntungan maksimalnya (Z) adalah 36827240. Sedangkan batas bawah (BB) merupakan hasil pembulatan ke bawah dari solusi awal yang didapatkan mengunakan metode simpleks pada tabel 4.9 sebelumnya yaitu $x_1 = 0$, $x_2 = 5$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan keuntungan maksimalnya (Z) adalah 30258130. Nilai keuntungan dengan pembulatan ke bawah dijadikan sebagai batas bawah (BB).

Setelah batas atas dan batas bawah ditentukan, maka selanjutnya memilih variabel keputusan untuk melakukan pencabangan *(branching)*. Dipilih variabel x_5 karena pecahan desimalnya paling jauh dari integer sebesar 1.63636365,

Maka, variabel x_5 dicabangkan menjadi dua submasalah, yaitu submasalah 1 dan submasalah 2, dengan tetap menggunakan fungsi kendala sebelumnya, yaitu Persamaan (4.2) (4.3) (4.4) dan (4.5). Pada submasalah 1 ditambahkan kendala $x_5 \geq 2$, sedangkan pada submasalah 2 ditambahkan kendala $x_5 \leq 1$. Sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

1. Iterasi 1

1. Submasalah 1
   Masukan $x_5 \geq 2$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5) dan $x_5 \geq 2$.
   Maksimumkan :

   $$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

   Kendala:
   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
   $0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$
   $0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$
   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$
   $x_5 \geq 2$
   Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.2900572E+08

                    Variable           Value
                          X1        0.000000
                          X2        3.000000
                          X3        0.000000
                          X4        0.000000
                          X5        2.000000
```

Gambar 4.1. Hasil submasalah 1

Solusi submasalah 1: $x_1 = 0$, $x_2 = 3$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 2$ dengan $z = 29005720$

2. Submasalah 2
   Masukan $x_5 \leq 1$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5) dan $x_5 \leq 1$.
   Maksimumkan :

   $$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

   Kendala:
   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
   $0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$
   $0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$
   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$
   $x_5 \leq 1$
   Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.3537425E+08

                    Variable           Value
                          X1        0.000000
                          X2        4.727273
                          X3        1.272727
                          X4        0.000000
                          X5        1.000000
```

Gambar 4.2. Hasil submasalah 2

Solusi submasalah 2: $x_1 = 0$, $x_2 = 4,7273$, $x_3 = 1,2727$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan $z = 35374250$

Iterasi berhenti karena nilai solusi dari semua submasalah sudah berupa bilangan bulat. selanjutnya dipilih solusi optimal terbaik.

Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai solusi dalam Z dari setiap submasalah, apakah lebih kecil atau lebih besar dari nilai batas atas. Jika nilai solusi yang diperoleh lebih besar dari batas atas, maka solusi tersebut tidak layak karena jika disubstitusikan ke dalam salah satu kendala maka akan diperoleh kesulitan yang ada. Sedangkan nilai solusi yang diperoleh lebih rendah dari batas bawah, maka tidak layak atau tidak optimal. Karena nilai solusi dari submasalah 1 lebih kecil dari batas bawah maka solusi tidak layak yaitu submasalah 1, BA= 36827240 $\geq$ 29005720 dan BB= 30258130 $\geq$ 29005720 dan submasalah 2 tidak lebih besar dari batas atas dan tidak lebih kecil dari nilai batas bawah yaitu BA= 36827240 $\geq$ 35374250 dan BB= 30258130 $\leq$ 33450750. Submasalah 2 masih ada yang belum *integer* maka bisa dilanjutkan untuk dicabangkan menjadi sub masalah 3 dan 4.

2. Iterasi 2

Submasalah 2 memiliki batas atas (BA) dan batas bawah (BB) sebagai berikut:
Batas atas : $x_1 = 0$, $x_2 = 4,7273$, $x_3 = 1,2727$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan $z = 35374250$
Batas bawah : $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 1$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan $z = 30741041$
Submasalah 2 belum berupa bilangan bulat yaitu x_2 dan x_3 dipilih x_2 yang akan dicabangkan karena pecahan desimal nya paling jauh dari integer yaitu $x_2 = 4,7273$ maka dicabangkan menjadi $x_2 \geq 5$ untuk submasalah 3 dan $x_2 \leq 4$ untuk submasalah 4.

3. Submasalah 3
   Masukan $x_2 \geq 5$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$ dan $x_2 \geq 5$.
   Maksimumkan :

   $$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

   Kendala:
   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
   $0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$
   $0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$
   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$
   $x_5 \leq 1$
   $x_2 \geq 5$
   Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.3524255E+08

                    Variable           Value
                          X1        0.000000
                          X2        5.000000
                          X3        1.000000
                          X4        0.000000
                          X5        1.000000
```

Gambar 4.3. Hasil submasalah 3

$x_1 = 0$, $x_2 = 5$, $x_3 = 1$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan $z = 35242550$

4. Submasalah 4

   Masukan $x_2 \leq 4$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$ dan $x_2 \leq 4$.

   Maksimumkan :

   $$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

   Kendala:

   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$

   $0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$

   $0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$

   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$

   $x_5 \leq 1$

   $x_2 \leq 4$

   Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.3388447E+08

                    Variable           Value
                          X1        0.6666667
                          X2         4.000000
                          X3         1.333333
                          X4         0.000000
                          X5         1.000000
```

Gambar 4.4. Hasil submasalah 4

$x_1 = 0,6667$, $x_2 = 4$, $x_3 = 1,333$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan $z = 33884470$

Nilai solusi dari submasalah 3 dan 4 tidak lebih besar dari nilai batas atas dan tidak lebih kecil dari nilai batas bawah yaitu submasalah 3 BA= 35374250 $\geq$ 35242550 dan BB= 30741041 $\leq$ 35242550, submasalah 4 BA= 35374250 $\geq$ 33884470 dan BB= 30741041 $\leq$ 33884470. submasalah 3 semua nilai sudah integer maka percabangkan berhenti dan untuk submasalah 4 karena nilai variabel keputusan masih ada yang belum integer maka percabangan dapat dilanjutkan, maka submasalah 4 dapat dicabangkan menjadi submasalah 5 dan 6.

3. Iterasi 3

Submasalah 4 memiliki batas atas (BA) dan batas bawah (BB) sebagai berikut:

Batas atas : $x_1 = 0,6667$, $x_2 = 4$, $x_3 = 1,333$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan $z = 33884470$

Batas bawah : $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 1$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan $z = 30741041$

5. Submasalah 5

   Masukan $x_1 \geq 1$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$, $x_2 \leq 4$ dan $x_1 \geq 1$.

   Maksimumkan :

   $$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

   Kendala:

   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$

   $0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$

   $0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$

   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$

   $x_5 \leq 1$

   $x_2 \leq 4$

   $x_1 \geq 1$

   Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.3313958E+08

                    Variable           Value
                          X1        1.000000
                          X2        3.636364
                          X3        1.363636
                          X4        0.000000
                          X5        1.000000
```

Gambar 4.5. Hasil submasalah 5

   $x_1 = 1, x_2 = 3,6364, x_3 = 1,3636, x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan $z = 33139580$

6. Submasalah 6

   Masukan $x_1 \leq 0$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3),

(4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$, $x_2 \leq 4$ dan $x_1 \leq 0$.
Maksimumkan :

$$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

Kendala:

$$1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$$
$$0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$$
$$0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$$
$$12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$$
$$x_5 \leq 1$$
$$x_2 \leq 4$$
$$x_1 \leq 0$$

Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.3371369E+08

                    Variable           Value
                          X1        0.000000
                          X2        4.000000
                          X3        2.727273
                          X4        0.000000
                          X5       0.2727273
```

Gambar 4.6. Hasil submasalah 6

$x_1 = 0, x_2 = 4, x_3 = 2,7273, x_4 = 0$ dan $x_5 = 0,2727$ dengan $z = 33713690$

Submasalah 5 dan 6 tidaklebih besar dari nilai batas atas dan tidak lebih kecil dari nilai batas bawah yaitu submasalah 5 BA= 33884470 $\geq$ 33139580 dan BB= 30741041 $\leq$ 33139580, submasalah 6 BA= 33884470 $\geq$ 33713690 dan

BB= 30741041 $\leq$ 33713690. Submasalah 5 dan 6 masih ada nilai yang belu integer maka masing-masing submasalah dapat di cabangkan submasalah 5 dapat dijabangkan menjadi submasalah 7 dan 8, submasalah 6 dicabngkan menjadi submasalah 9 dan 10.

4. Iterasi 4

Submasalah 5 memiliki batas atas (BA) dan batas bawah (BB) sebagai berikut:
Batas atas : $x_1 = 1$, $x_2 = 3,6364$, $x_3 = 1,3636$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan $z = 33139580$
Batas bawah : $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 1$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan $z = 20711870$

7. Submasalah 7
   Masukan $x_2 \geq 4$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$, $x_2 \leq 4$, $x_1 \leq 0$ dan $x_2 \geq 4$.
   Maksimumkan :

   $$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

   Kendala:
   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
   $0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$
   $0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$
   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$
   $x_5 \leq 1$
   $x_2 \leq 4$
   $x_1 \leq 0$

$x_2 \geq 4$

Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.3295928E+08
                             Variable           Value
                                   X1        0.000000
                                   X2        4.000000
                                   X3        3.000000
                                   X4        0.000000
                                   X5        0.000000
```

Gambar 4.7. Hasil submasalah 7

$x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 3$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 0$ dengan $z = 32959280$

8. Submasalah 8

   Masukan $x_2 \leq 3$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$, $x_2 \leq 4$, $x_1 \leq 0$ dan $x_2 \leq 3$.

   Maksimumkan :

   $$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

   Kendala:

   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$

   $0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$

   $0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$

   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$

   $x_5 \leq 1$

   $x_2 \leq 4$

   $x_1 \leq 0$

   $x_2 \leq 3$

Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.2845777E+08
                    Variable           Value
                          X1        0.000000
                          X2        3.000000
                          X3        3.000000
                          X4        0.000000
                          X5        0.000000
```

Gambar 4.8. Hasil submasalah 8

$x_1 = 0$, $x_2 = 3$, $x_3 = 3$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 0$ dengan $z = 28457770$

Submasalah 7 dan 8 tidaklebih besar dari nilai batas atas dan tidak lebih kecil dari nilai batas bawah yaitu submasalah 7 BA= 33884470 $\geq$ 32959280 dan BB= 20711870 $\leq$ 32959280, submasalah 8 BA= 33884470 $\geq$ 28457770 dan BB= 20711870 $\leq$ 28457770. Semua nilai variabel keputusan submasalah 7 dan 8 sudah integer maka percabangan berhenti.

5. Iterasi 5

Submasalah 6 memiliki batas atas (BA) dan batas bawah (BB) sebagai berikut:
Batas atas : $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 2,7273$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 0,2727$ dengan $z = 33713690$
Batas bawah : $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 2$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 0$ dengan $z = 27974858$

9. Submasalah 9

   Masukan $x_3 \geq 3$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$, $x_2 \leq 4$, $x_1 \leq 0$ dan $x_3 \geq 3$.

   Maksimumkan :

   $$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

   Kendala:

   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$

   $0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$

   $0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$

   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$

   $x_5 \leq 1$

   $x_2 \leq 4$

   $x_1 \leq 0$

   $x_3 \geq 3$

   Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.3340233E+08
                    Variable                         Value
                          X1                      0.000000
                          X2                      3.863636
                          X3                      3.000000
                          X4                      0.000000
                          X5                     0.1363636
```

Gambar 4.9. Hasil Submasalah 9

$x_1 = 0, x_2 = 3,8636, x_3 = 3, x_4 = 0$ dan $x_5 = 0,1364$ dengan $z = 33402330$

10. Submasalah 10

Masukan $x_3 \leq 2$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$, $x_2 \leq 4$, $x_1 \leq 0$ dan $x_3 \leq 2$.
Maksimumkan :

$$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

Kendala:
$1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
$0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$
$0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$
$12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$
$x_5 \leq 1$
$x_2 \leq 4$
$x_1 \leq 0$
$x_3 \leq 2$
Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.3369094E+08
                    Variable                         Value
                        X1                        0.000000
                        X2                        4.000000
                        X3                        2.000000
                        X4                       0.6666667
                        X5                       0.3333333
```

Gambar 4.10. Hasil Submasalah 10

$x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 2$, $x_4 = 0,6667$ dan $x_5 = 0,333$ dengan $z = 33690940$
Submasalah 9 dan 10 tidaklebih besar dari nilai batas atas dan tidak lebih kecil dari nilai batas bawah yaitu submasalah 9 BA= 33713690 $\geq$ 33402330 dan BB= 27974858 $\leq$

33402330, submasalah 10 BA= 33713690 $\geq$ 33690940 dan BB= 27974858 $\leq$ 33690940. Submasalah 9 dan 10 masih ada nilai yang belu integer maka masing-masing submasalah dapat di cabangkan submasalah 9 dapat dijabangkan menjadi submasalah 11 dan 12, submasalah 10 dicabngkan menjadi submasalah 13 dan 14.

6. Iterasi 6

Submasalah 9 memiliki batas atas (BA) dan batas bawah (BB) sebagai berikut:
Batas atas : $x_1 = 0$, $x_2 = 3,8636$, $x_3 = 3$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 0,1364$ dengan $z = 33402330$
Batas bawah : $x_1 = 0$, $x_2 = 3$, $x_3 = 3$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 0$ dengan $z = 28457770$

11. Submasalah 11
Masukan $x_2 \geq 4$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$, $x_2 \leq 4$, $x_1 \leq 0$, $x_3 \geq 3$ dan $x_2 \geq 4$.
Maksimumkan :

$$z = 2222935x_1+4501506x_2+4984417x_3+4698820x_4+7750600x_5$$

Kendala:
$1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
$0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$
$0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$
$12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$
$x_5 \leq 1$
$x_2 \leq 4$

$x_1 \leq 0$
$x_3 \geq 3$
$x_2 \geq 4$

Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.3295928E+08
                    Variable           Value
                          X1        0.000000
                          X2        4.000000
                          X3        3.000000
                          X4        0.000000
                          X5        0.000000
```

Gambar 4.11. Hasil Submasalah 11

$x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 3$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 0$ dengan $z = 32959280$

12. Submasalah 12

    Masukan $x_2 \leq 3$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$, $x_2 \leq 4$, $x_1 \leq 0$, $x_3 \geq 3$ dan $x_2 \leq 3$.
    Maksimumkan :

    $$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

    Kendala:
    $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
    $0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$
    $0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$
    $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$
    $x_5 \leq 1$
    $x_2 \leq 4$

$x_1 \leq 0$

$x_3 \geq 3$

$x_2 \leq 3$

Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.2845777E+08
                    Variable           Value
                          X1        0.000000
                          X2        3.000000
                          X3        3.000000
                          X4        0.000000
                          X5        0.000000
```

Gambar 4.12. Hasil Submasalah 12

$x_1 = 0$, $x_2 = 3$, $x_3 = 3$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 0$ dengan $z = 28457770$

Submasalah 11 dan 12 tidak lebih besar dari nilai batas atas dan tidak lebih kecil dari nilai batas bawah yaitu submasalah 11 BA= 33402330 $\geq$ 32959280 dan BB= 28457770 $\leq$ 32959280, submasalah 12 BA= 33402330 $\geq$ 28457770 dan BB= 20711870 $\leq$ 28457770. Semua nilai variabel keputusan submasalah 7 dan 8 sudah integer maka percabangan berhenti.

7. Iterasi 7

Submasalah 10 memiliki batas atas (BA) dan batas bawah (BB) sebagai berikut:

Batas atas : $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 2$, $x_4 = 0,6667$ dan $x_5 = 0,333$ dengan $z = 33690940$

Batas bawah : $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 2$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 0$ dengan $z = 27974858$

13. Submasalah 13

Masukan $x_4 \geq 1$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$, $x_2 \leq 4$, $x_1 \leq 0$, $x_3 \leq 2$ dan $x_4 \geq 1$.
Maksimumkan :

$$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

Kendala:

$1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
$0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$
$0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$
$12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$
$x_5 \leq 1$
$x_2 \leq 4$
$x_1 \leq 0$
$x_3 \leq 2$
$x_4 \geq 1$

Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.3267368E+08
                    Variable           Value
                          X1        0.000000
                          X2        4.000000
                          X3        2.000000
                          X4        1.000000
                          X5        0.000000
```

Gambar 4.13. Hasil Submasalah 13

$x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 2$, $x_4 = 1$ dan $x_5 = 0$ dengan $z = 32673680$

14. Submasalah 14

Masukan $x_4 \leq 0$ ke kendala, sehingga menjadi: (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), $x_5 \leq 1$, $x_2 \leq 4$, $x_1 \leq 0$, $x_3 \leq 2$ dan $x_4 \leq 0$.
Maksimumkan :

$$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

Kendala:

$1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
$0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$
$0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$
$12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$
$x_5 \leq 1$
$x_2 \leq 4$
$x_1 \leq 0$
$x_3 \leq 2$
$x_4 \leq 0$

Permasalahan diselesaikan menggunakan metode simpleks berbantuan *software* LINGO dengan hasil sebagai berikut:

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              0.3074104E+08
                    Variable           Value
                          X1        0.000000
                          X2        4.000000
                          X3        1.000000
                          X4        0.000000
                          X5        1.000000
```

Gambar 4.14. Hasil Submasalah 14

$x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 1$, $x_4 = 0$ dan $x_5 = 1$ dengan $z = 30741040$

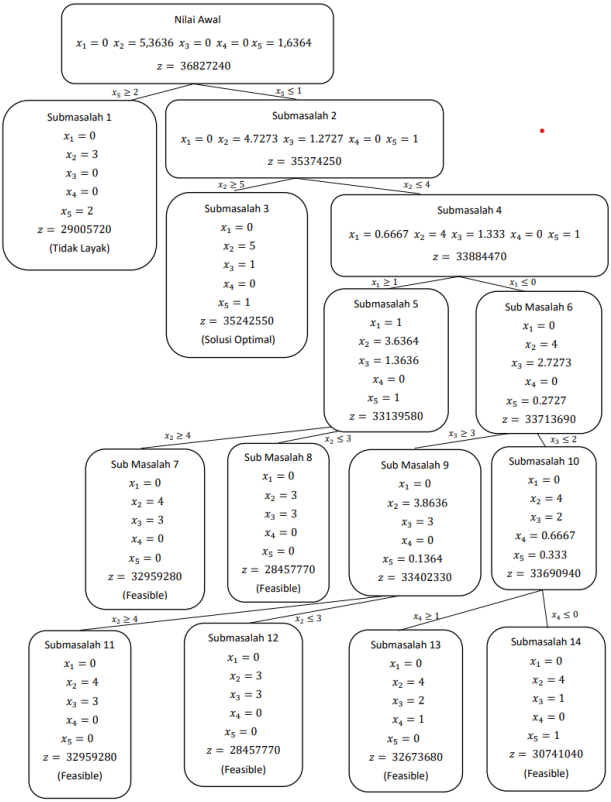
Submasalah 13 dan 14 tidaklebih besar dari nilai batas atas dan tidak lebih kecil dari nilai batas bawah yaitu submasalah 13 BA= 33690940 $\geq$ 32673680 dan BB= 27974858 $\leq$ 32673680, submasalah 14 BA= 33690940 $\geq$ 30741040 dan BB= 27974858 $\leq$ 30741040. Semua nilai variabel keputusan submasalah 7 dan 8 sudah integer maka percabangan berhenti.

Karena seluruh sub masalah sudah integer maka iterasi berhenti selanjutnya di lihat nilai solusi yang paling Optimal, Dari hasil perhitungan tersebut maka diambil submasalah dengan nilai optimal terbesar yaitu pada submasalah ke 3 dengan nilai keuntungan optimal Rp 35.242.550 dan setiap jenis produk masing-masing yaitu Tempe Azaki 0 *batch* per hari , Tempe Arumi 5 *batch* per hari, Sosis Lembur 1 *batch* per hari, Sosis Skala Kecil sebanyak 0 *batch* per hari, dan Sosis Skala Besar 1 *batch* per hari.

B. Pohon Penyelesaian Metode *Branch And Bound*

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan sebelumnya, yaitu dari iterasi 1 hingga 7 dan submasalah 1 hingga 14, maka dapat dibentuk pohon percabangan metode *Branch and Bound*.

Berikut adalah gambar diagram penyelesaian dengan menggunakan *Metode Branch and Bound*:



Gambar 4.15. Pohon Percabangan Pada Penyelesaian Masalah Menggunakan Metode *Branch and Bound*

Gambar ini menunjukkan proses percabangan pada metode *Branch and Bound*. Submasalah dengan solusi bilangan bulat dan layak disebut solusi *feasible*. Di antara solusi *feasible* tersebut, nilai fungsi tujuan terbaik ditetapkan sebagai solusi optimal.

C. Metode *Cutting Plane*

Langkah pertama yang dilakukan dalam pencarian solusi integer mengunakan metode *Cutting Plane* yaitu menambahkan pembatas baru atau *gomory*. dalam table simpleks akhir tabel 4.9 terdapat dua hasil yang desimal yaitu $x_2 = 5,36363629$ dan $x_5 = 1,63636365$ dipilih x_5 karena nilai desimal paling kecil yaitu 1,63636365 agar memenuhi disemua kendala yang ada. Langkah -langkah yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahn tersebut menggunakan metode *Cutting Plane*:

1. Selesaikan menggunakan permasalahan menggunakan metode simpleks, hasil dari metode simpleks dapat dilihat pada tabel 4.9.

2. Pilih sebuah kendala dari tabel optimal simpleks yang ruas sisi kanannya masih berupa pecahan. kendala akan digunakan untuk membuat *gomory*.
   pilih kendala pada $x_5 = 1,63636365$:
   $-0,045454536x_1 + 0,50000001x_3 + 0,45454546x_4 + x_5 + 0,0629370631s_1 - 0,015151515s_4 = 1,63636365$

   2a. Tulis ruas sisi kanannya dan juga semua koefisien dari variabelnya dalam bentuk $\lfloor x \rfloor + f$, di mana $0 \leq f < 1$ dan $\lfloor x \rfloor$ adalah bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x.

$$1,63636364 = 1 + 0,63636365$$
$$-0,015151515 = -1 + 0,984848485$$
$$0,0629370631 = 0 + 0,0629370631$$
$$0,45454546 = 0 + 0,454545456$$
$$0,500000001 = 0 + 0,500000001$$
$$-0,045454539 = -1 + 0,9545454564$$

Maka bentuknya:

$$-1x_1 + 0,0454545436x_1 + 0x_3 + 0,500000001x_3 + 0x_4$$
$$+ 0,45454546x_4 + x_5 + 0s_1 + 0,0629370631s_1$$
$$- 1s_4 + 0,015151515s_4 = 1 + 0,63636364$$

2b. Pindahkan semua bagian bilangan bulat ke ruas kiri dan bagian desimal ke ruas kanan:

$$-1x_1 + 0x_3 + 0x_4 + x_5 + 0s_1 - 1s_4 - 1 = 0,63636365$$
$$- 0,015151515s_4 - 0,0629370631s_1 - 0,45454546x_4$$
$$- 0,500000001x_3 - 0,0454545436x_1$$

Selanjutnya, dari ruas kanan bisa dibentuk pemotongan *gomory* atau pembatas baru:

$$
\begin{aligned}
&- 0,015151515s_4 - 0,0629370631s_1 \\
&\quad - 0,45454546x_4 - 0,500000001x_3 \\
&\quad - 0,0454545436x_1 \leq 0,63636365
\end{aligned}
\tag{4.6}
$$

Tanda pertidaksamaan $\leq$ diubah menjadi tanda sama dengan dengan menambahkan variabel slack, sehingga bentuk kendalanya menjadi persamaan

$$
\begin{aligned}
&s_5 - 0,015151515s_4 - 0,0629370631s_1 \\
&\quad - 0,45454546x_4 - 0,500000001x_3 \\
&\quad - 0,0454545436x_1 = -0,63636365
\end{aligned}
\tag{4.7}
$$

3. *Gomory* dapat dimasukkan ke dalam tabel iterasi simpeks pada tabel 4.7 setelah itu dilakukan penyelesaian masalah menggunakan metode dual simpleks. Setelah penambahan *gomory* atau pembatas baru, metode simpleks dual digunakan karena solusi optimal sebelumnya menjadi tidak *feasible* terhadap kendala baru. Metode simpleks biasa hanya bisa digunakan jika solusi awal masih *feasible*. Oleh karena itu, simpleks dual lebih tepat digunakan karena dapat memperbaiki solusi yang tidak *feasible* tanpa harus memulai dari awal.

Tabel 4.10. Tabel Awal simpleks Setelah Ditambahkan *Gomory*

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	**NK**
z	1	2130884,86	0	1141635,99	1279546,88	0	897027,814	0	0	325896,798	0	36827240
x_5	0	-0,0454545436	0	0,500000001	0,454545456	1	0,0629370631	0	0	-0,015151515	0	1,63636365
s_2	0	0,0910000008	0	-0,0010000001	0,142000002	0	0,74999999	1	0	0,0113333333	0	10,328
s_3	0	0,128181818	0	0,00199999868	0,20618182	0	-0,435174826	0	1	0,0158106059	0	6,46845454
x_2	0	1,04545453	1	0,499999993	0,54545453	0	0,0909090896	0	0	0,0984848471	0	5,36363629
s_5	0	-0,0454545436	0	-0,500000001	-0,45454546	0	-0,0629370631	0	0	-0,015151515	1	-0,63636365

Langkah - langkah meneyelesaikan masalah mengguakan metode dual simpleks:

(a) Menentukan baris pivot Pilih baris yang memiliki nilai paling negatif pada kolom ruas kanan atau NK dalam khasus ini yaitu - 0,63636365

(b) Menentukan kolom pivot Dari baris yang terpilih, identifikasi elemen-elemen yang bernilai negatif. Untuk setiap elemen negatif tersebut, hitung rasio dengan cara membagi nilai pada baris paling atas (baris fungsi tujuan) dengan nilai negatif di baris pivot yang bersesuaian. Perhitungan rasio ini hanya dilakukan pada kolom yang memiliki nilai negatif di baris pivot. Setelah semua rasio dihitung, pilih kolom yang menghasilkan nilai rasio paling kecil. Kolom itulah yang menjadi kolom pivot. pada khasus ini nilai rasio paling kecil yaitu 1,2727 pada kolom x_3 maka kolom x_3 yang menjadi kolom pivot.

(c) Menentukan angka pivot Angka pivot yaitu perpotongan antara baris pivot dan kolom pivot. pada masalah ini angka pivotnya yaitu -5,00000001

Tabel 4.11. Tabel Dual Simpleks Setelah Ditentukan Angka Pivot

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	NK
z	1	2130884,86	0	1141635,99	1279546,88	0	897027,814	0	0	325896,798	0	36827240
x_5	0	-0,0454545436	0	0,500000001	0,454545456	1	0,0629370631	0	0	-0,015151515	0	1,63636365
s_2	0	0,0910000008	0	-0,0010000001	0,142000002	0	0,74999999	1	0	0,0113333333	0	10,328
s_3	0	0,128181818	0	0,00199999868	0,20618182	0	-0,435174826	0	1	0,0158106059	0	6,46845454
x_2	0	1,04545453	1	0,499999993	0,54545453	0	0,0909090896	0	0	0,0984848471	0	5,36363629
s_5	0	0	-0,0454545436	-0,500000001	-0,45454546	0	-0,0629370631	0	0	-0,015151515	1	-0,63636365
R	0	14,0009	0	1,2727	1,4001	0	10,1111	0	0	42,0013	0	

Angka pivot berada pada kolom x_3, maka pada iterasi ini nilai dari variabel x_3 yang akan dicari atau ditentukan. Selanjutnya digunakan bantuan aplikasi LINGO *for Windows* berdasarkan hasil iterasi terakhir, penyelesaian selanjutnya dilakukan dengan menggunakan program LINGO *for Windows* untuk memperoleh nilai optimal fungsi tujuan beserta nilai dari setiap variabel keputusan.

Input fungsi tujuan dan fungsi kendala pada LINGO *for Windows*.

maksimumkan :

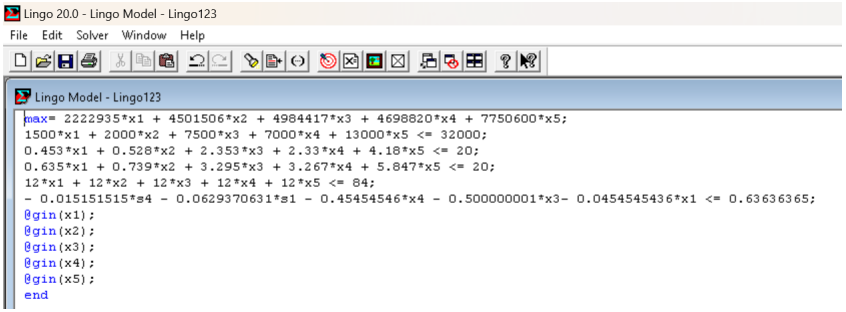
$$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

Kendala:

$$1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$$
$$0,453x_1 + 0,528x_2 + 2,353x_3 + 2,330x_4 + 4,180x_5 \leq 20$$
$$0.635x_1 + 0,739x_2 + 3,295x_3 + 3,267x_4 + 5,847x_5 \leq 20$$
$$12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$$

Gomory:

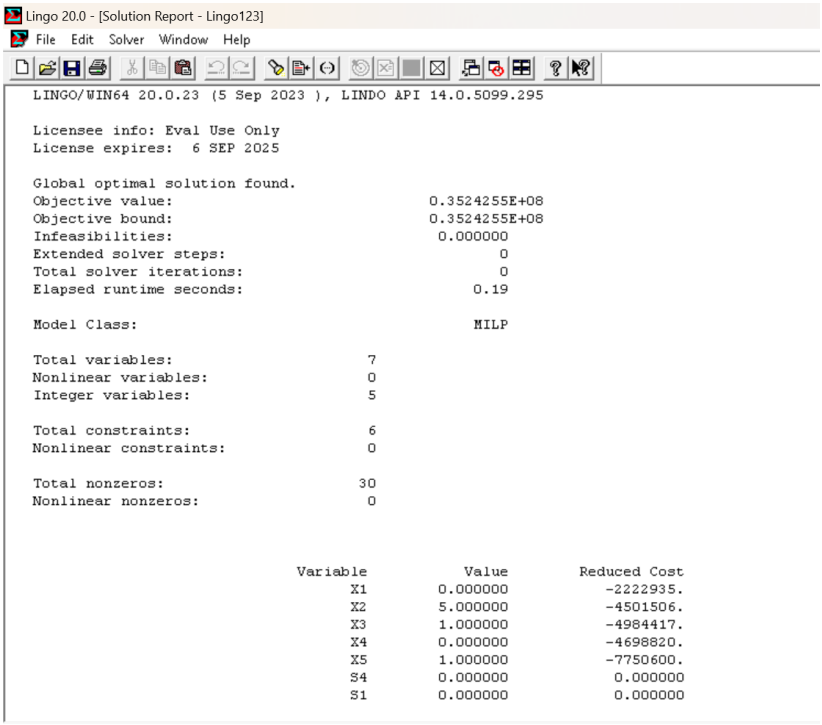
$$-0,01515152s_4 - 0,06293706s_1 - 0,45454546x_4$$
$$-0,50000000x_3 - 0,04545454x_1 \leq 0,63636365$$



Gambar 4.16. Input Fungsi Tujuan Dan Fungsi Kendala

Seluruh variabel keputusan tersebut didefinisikan sebagai bilangan bulat non-negatif. Oleh karena itu, pada LINGO digunakan fungsi @gin *(general integer)* unruk masing-masing variabel x_1 sampai x_5 Hal ini bertujuan agar solusi yang dihasilkan mencerminkan kondisi nyata di mana penggunaan fasilitas operasional tidak dapat dilakukan dalam bilangan pecahan. Hal ini penting karena dalam praktiknya, penggunaan fasilitas operasional seperti tenaga kerja, mesin, atau lahan penyimpanan hanya dapat dilakukan dalam satuan utuh. Oleh sebab itu, nilai pecahan tidak mencerminkan kondisi nyata dan tidak dapat diterapkan secara langsung dalam implementasi operasional.

Hasil LINGO *for Windows* untuk model yang telah dirumuskan menunjukan hasil sebagai berikut:



Gambar 4.17. Hasil Menggunakan LINGO *For Windows*

Berdasarkan hasil penyelesaian model *Integer Linear Programming* menggunakan perangkat lunak LINGO, diperoleh solusi optimal dengan nilai fungsi tujuan *objective value* sebesar $0{,}3524255 \times 10^8$ atau senilai Rp35.242.550. Model ini dikategorikan sebagai *Mixed Integer Linear Programming (MILP)* dengan total 7 variabel, 5 variabel integer, serta 6 kendala linear. Proses komputasi

berlangsung sangat efisien tanpa adanya iterasi tambahan dari solver, dengan waktu eksekusi hanya 0,19 detik, serta tidak ditemukan nilai *Infeasible* atau tidak layak, yang menunjukkan bahwa seluruh solusi telah memenuhi kendala yang ditetapkan. Hasil nilai variabel keputusan menunjukkan bahwa produk x_2, x_3, dan x_5 masing-masing diproduksi sebanyak 5 *batch*, 1 *batch*, dan 1 *batch*. Sementara itu, produk x_1 dan x_4 tidak dilakukan operasi karena tidak memberikan kontribusi terhadap nilai optimal dalam batasan yang ada. Adapun variabel slack s_1 dan s_4 bernilai nol, yang berarti bahwa kendala terkait berada dalam kondisi aktif atau tepat terpenuhi. Dengan demikian, kombinasi produksi tersebut menghasilkan keuntungan maksimum bagi PT Muara Anugrah Jaya.

D. Perbandingan Hasil Penyelesaian Antara Metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*

Dalam proses penyelesaian masalah optimasi *integer* ini, digunakan dua metode yaitu metode *Branch and Bound* dan metode *Cutting Plane*. Keduanya memiliki tujuan yang sama, yaitu memperoleh solusi optimal dengan nilai variabel keputusan berbentuk bilangan bulat *(integer)*. Meskipun hasil akhirnya sama, yaitu nilai keuntungan optimal sebesar Rp35.242.550, terdapat beberapa perbedaan mendasar dalam proses penyelesaiannya.

Metode *Branch and Bound* menyelesaikan masalah dengan melakukan percabangan terhadap variabel yang bernilai pecahan, hingga diperoleh solusi yang seluruh variabelnya bernilai bulat. Pada kasus ini, metode tersebut memerlukan 7

kali iterasi dan melalui total 14 submasalah untuk mencapai solusi optimal. Karena menggunakan struktur percabangan seperti pohon, prosesnya cukup panjang, namun alurnya jelas dan sistematis, sehingga lebih mudah dipahami dan ditelusuri langkah-langkahnya.

Sementara itu, metode *Cutting Plane* menyelesaikan masalah dengan cara menambahkan kendala baru, atau yang disebut sebagai *gomory*, pada model yang sebelumnya diselesaikan menggunakan metode simpleks. Potongan ini ditambahkan untuk menghilangkan solusi pecahan dan mengarahkan model menuju solusi yang seluruh variabelnya berbentuk bilangan bulat. Pada kasus ini, *Cutting Plane* hanya memerlukan 1 kali penambahan potongan untuk mendapatkan solusi optimal, sehingga proses komputasinya lebih cepat dibandingkan *Branch and Bound*.

Namun demikian, dari sisi pemahaman dan penerapan, metode *Cutting Plane* cenderung lebih rumit karena membutuhkan pemahaman lebih dalam mengenai bentuk dan cara menyusun potongan yang efektif. Oleh karena itu, metode *Branch and Bound* dinilai lebih mudah dipahami oleh pengguna umum karena cukup mengikuti alur percabangan yang telah ditentukan secara sistematis.

Secara umum, jika dihadapkan pada kasus yang kompleks dengan banyak variabel *integer* dan membutuhkan penelusuran yang jelas, maka metode *Branch and Bound* lebih direkomendasikan. Sebaliknya, jika kasus yang dihadapi relatif sederhana dan lebih membutuhkan proses yang ringkas dan cepat, maka metode *Cutting Plane* bisa menjadi pilihan yang lebih efisien.

BAB V

SIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang dilakukan pada bab 4, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Model matematika untuk metode *Branch and Bound* sebagai berikut:
   Maksimalkan:

   $$z = 2222935x_1 + 4501506x_2 + 4984417x_3 + 4698820x_4 + 7750600x_5$$

   Dengan kendala:
   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
   $0.453x_1 + 0.528x_2 + 2.353x_3 + 2.330x_4 + 4.180x_5 \leq 20$
   $0.635x_1 + 0.739x_2 + 3.295x_3 + 3.267x_4 + 5.847x_5 \leq 20$
   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$
   $x_5 \leq 1$
   $x_2 \geq 5$
   $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$
   x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 integer
   Dari hasil menggunakan Metode *Branch and Bound* didapatkan keuntungan sebesar terbesar 35242550 dengan setiap jenis produk masing-masing yaitu tempe Arumi (x_2) yaitu sebanyak 5 *batch* per hari, Sosis Lembur (x_3) 1 *batch* per hari dan Sosis Skala Besar (x_5) sebanyak 1 *batch* per hari.

2. Model matematika untuk metode *Cutting Plane* sebagai berikut
   Maksimalkan:

$$z = 2222935x_1+4501506x_2+4984417x_3+4698820x_4+7750600x_5$$

   Kendala:
   $1500x_1 + 2000x_2 + 7500x_3 + 7000x_4 + 13000x_5 \leq 32000$
   $0.453x_1 + 0.528x_2 + 2.353x_3 + 2.330x_4 + 4.180x_5 \leq 20$
   $0.635x_1 + 0.739x_2 + 3.295x_3 + 3.267x_4 + 5.847x_5 \leq 20$
   $12x_1 + 12x_2 + 12x_3 + 12x_4 + 12x_5 \leq 84$
   Gomory:

$$-0.01515152s_4 - 0.06293706s_1 - 0.45454546x_4$$
$$-0.50000000x_3 - 0.04545454x_1 \leq 0.63636365$$

   dimana:
   $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$
   x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 integer

   Dari hasil menggunakan Metode *Cutting Plane* didapatkan keuntungan sebesar terbesar 35242550 dengan setiap jenis produk masing-masing yaitu tempe Arumi (x_2) yaitu sebanyak 5 *batch* per hari, Sosis Lembur (x_3) 1 *batch* per hari dan Sosis Skala Besar (x_5) sebanyak 1 *batch* per hari.

3. Perbandingan Hasil

   Perbandingan Nilai Optimal dan Cara Kerja Metode:

   (a) Keuntungan maksimum harian PT Muara Anugerah Jaya tanpa metode optimasi adalah sebesar Rp30.000.000, Setelah diterapkan metode *Branch and Bound* dan *Cutting Plane*, keuntungan meningkat menjadi Rp35.242.550, menunjukkan peningkatan sebesar Rp5.242.550.

   (b) Kedua metode menghasilkan nilai optimal yang sama, namun memiliki perbedaan dalam cara kerja:

      i. Metode *Branch and Bound* bekerja secara sistematis dengan mengevaluasi semua kemungkinan solusi. Metode ini lebih jelas prosesnya, tetapi membutuhkan lebih banyak iterasi dan waktu.

      ii. Metode *Cutting Plane* lebih cepat karena langsung menambahkan kendala untuk mendekati solusi integer. Namun, metode ini memerlukan perhitungan tambahan yang membuat prosesnya terasa lebih rumit.

   (c) Metode *Branch and Bound* cocok digunakan jika ingin melihat proses pencarian solusi secara menyeluruh, sedangkan metode *Cutting Plane* lebih tepat jika mengutamakan efisiensi waktu.

Tabel 5.1. Tabel Perbandingan Metode *Branch And Bound* Dan *Cutting Plane*

Aspek	**Metode *Branch and Bound***	**Metode *Cutting Plane***
Hasil Optimal	Rp 35.242.550	Rp 35.242.550
Cara Kerja	Percabangan sistematis	Menambahkan pemotongan (*gomory*)
Jumlah Iterasi	7 iterasi (pada proses percabangan)	1 kali penambahan (*gomory*)
Waktu Komputasi	Lebih lama	Lebih cepat
Tingkat Kerumitan	Lebih mudah dipahami	Lebih rumit karena penambahan (*gomory*)
Cocok Digunakan Saat	Ingin proses lengkap dan jelas	Ingin proses cepat dan efisien

B. Saran

Dari hasil penelitian ini, penulis menyarankan agar pemilihan metode optimasi disesuaikan dengan jenis masalah yang dihadapi. Metode *Branch and Bound* cocok untuk masalah dengan jumlah variabel terbatas, sedangkan metode *Cutting Plane* lebih efisien untuk masalah yang memiliki bentuk linier yang jelas. Untuk penelitian selanjutnya, sebaiknya dilakukan analisis lebih lanjut mengenai kecepatan, kestabilan hasil, dan kemudahan penggunaan kedua metode ini, terutama pada masalah yang lebih besar dan kompleks.

DAFTAR PUSTAKA

Alfian. (2019). Model Integer Programming Untuk Mengoptimalkan Perencanaan Produksi Di UKM "X". *Jurnal Ilmiah Teknik Industri*, *7*(2), 99–107.

Badan Pusat Statistik. (2024). *Nilai Ekspor Menurut Golongan (Ribu USD), 2024*. Diakses 25 Oktober 2024 dari `https://jabar.bps.go.id/id/statistics-table/2/NzM0IzI=/nilai-ekspor-menurut-golongan.html`

Dimyati, T., & Dimyati, A. (2006). *Operation Research: Model-Model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar Baru Algesindo.

Firdaus. (2016). Analisis Model Antrian Pada Pelayanan Pelanggan (Studi Kasus Pengisian Bahan Bakar Pada SPBU Kota Jambi). *Jurnal Manajemen Dan Sains*, *1*(1), 83–97.

Indriati, K. (2019). *Matriks, Vektor Dan Program Linier*. Jakarta: Universitas Katolik Indonesia Atma Jaya.

Khan, S., et al. (2019). *Linear And Integer Programming*. Newcastle: Cambridge Scholars.

Maslihah, S. (2015). Metode Pemecahan Masalah Integer Programming. *Jurnal At-Taqaddum*, *7*(2), 216.

Maslihah, S. (2020). *Program Linier Dan Aplikasinya*. Kendal: Eksystika Press.

Maswarni, et al. (2019). *Riset Operasi*. Banten: Unpam Press.

Marulizar, T. (2018). Optimasi Program Linier Integer Murni Dengan Metode Branch And Bound. *Conference Series: Science & Technology*, *1*(2), 175–181.

Muara Anugerah Jaya. (2013). Diakses 25 Oktober 2024 dari `https://maj.co.id/`

Mulyono, S. (2007). *Riset Operasi Edisi 2*. Jakarta: Mitra Wacana Media.

Nari, N. (2013). Integer Programming Dengan Pendekatan Metode Branch And Bound. *Jurnal Optimasi Saintek*, *5*(1), 55–61.

Nico, et al. (2014). Aplikasi Metode Cutting Plane Dalam Optimasi Jumlah Produksi Tahunan Pada PT. XYZ. *Jurnal Saintia Matematika*, *2*(2), 127–136.

Rangkuti, A. (2019). *7 Model Riset Operasi & Aplikasinya*. Sumatera Utara: Firstbox Media.

Rafflesia, U., & Fanani, H. W. (2014). *Pemrograman Linier*. Bengkulu: Badan Penerbitan Fakultas Pertanian UNIB.

Rahma. (2020). *Handbook Of Food Preservation*. CRC Press.

Safari, L. M., Ceffi, M. S., & Suprapto, M. (2020). Optimasi Biaya Pengiriman Beras Menggunakan Model Transportasi Metode North West Corner (NWC) Dan Software Lingo. *Jurnal Ilmiah Teknologi Informasi Terapan*, *6*(3), 184–189.

Siswanto. (2007). *Operations Research*. Jakarta: Erlangga.

Siregar, M., & Ningsih, A. (2019). *Metode-Metode Praktis Riset Operasi*. Surabaya: CV Penerbit Qiara Media.

Siringoringo, R. (2005). *Seri Teknik Riset Operasional Pemograman Linear*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Suryawan, G., et al. (2016). Penerapan Branch And Bound Algorita Dalam Optimalisasi Produksi Roti. *E-Jurnal Matematika*, *5*(4), 148–155.

Syaifuddin, D. T. (2011). *Riset Operasi (Aplikasi Quantitative Analysis For Management)*. Malang: CV Citra Malang.

Syafitri, D. N. (2021). Pengoptimalan Produksi Roti Tungkal Menggunakan Metode Branch And Bound (Studi Kasus Pada Toko Roti Tungkal Ani Hanim, Jl. Patimura, Kenali Besar, Kec. Alam Barajo, Kota Jambi). *Jurnal Matematika Dan Pendidikan*.

Taha, H. A. (2007). *Operations Research: An Introduction* (8th ed.). United States: Pearson Education, Inc.

Thie, P., & Keough, G. (2008). *An Introduction To Linear Programming And Game Theory* (3rd ed.). Canada: Wiley.

Wayne, L. (2004). *Operations Research: Applications And Algorithms*. Thomson Learning, Inc.

Wijaya, A. (2013). *Pengantar Riset Operasi*. Jakarta: Mitra Wacana Media.

Lampiran 1. Tabel Data Harga Jasa dan Sewa *Frozen Storage* dan Tabel Biaya Oprasional

A. Data Harga Jasa dan Sewa *Frozen Storage*

Tabel 0.2. Tabel Data Harga Jasa Dan Sewa *Frozen Storage* (Pendapatan)

Nama Produk	Jumlah Produk (Kg)	Harga Sewa (Rp)	Total harga sewa (Rp)
Tempe Azaki	1360	2150	2924000
Tempe Arumi	1584	1800	5360256
Sosis lembur	7060	1150	8119000
Sosis skala kecil	7000	1110	7700000
Sosis skala besar	12530	1050	13156000

B. Data Biaya Operasional

Tabel 0.3. Tabel Data Biaya Operasional *Frozen Storage* (Pengeluaran)

Nama Produk	Listrik (Rp)	Upah Pekerja (Rp)	Biaya *Packing* (Rp)	Perawatan Mesin (Rp)	Total Biaya Operasional (Rp)
Tempe Azaki	363000	100000	230000	8065	701065
Tempe Arumi	483000	100000	265000	10750	858750
Sosis lembur	1814250	100000	1180000	40333	3134583
Sosis skala kecil	1693500	100000	1170000	37680	3001180
Sosis skala besar	3145500	100000	2098000	69900	5405400

C. Wawancara Narasumber PT. Muara Anugrah Jaya

Nama Narasumber : Bapak Isman – Kepala Operasional PT. MAJ

Tanggal Wawancara : 20 Desember 2024

Tempat Wawancara : Area Operasional PT. MAJ
Jenis Wawancara : Tatap muka, semi terstruktur

Peneliti : Produk apa saja yang biasanya disimpan di frozen storage PT. MAJ?
Bapak Isman : Kalau untuk produk yang kami terima, itu utamanya tempe dan sosis. Tempe-nya sendiri ada dua jenis ya, yaitu Tempe Azaki dan Tempe Arumi. Tempe Azaki itu dikirim ke Korea, sewa penyimpanannya di kita Rp2.150 per kilogram. Kalau yang Arumi itu untuk ekspor ke Jepang, dan tarif sewanya Rp1.800 per kilogram. Kalau sosis, itu ada dari beberapa vendor. Memang ada juga yang nanti dikirim ke Malaysia atau Jepang, tapi kebanyakan sosis ini untuk pasar lokal, Jadi volumenya besar. Tarifnya beda-beda, tergantung datangnya kapan dan berapa ton jumlahnya.
Peneliti : Kalau produk sosis, bagaimana kategorinya dan berapa tarif sewanya?
Bapak Isman : Untuk sosis, kami bedakan jadi tiga kategori. Kalau datang di luar jam kerja, harganya Rp1.150 per kilogram. Kalau datang dalam jam kerja tapi beratnya kurang dari 8 ton, harganya Rp1.100. Sedangkan kalau beratnya lebih dari 8 ton, kami kenakan tarif Rp1.050 per kilogram.
Peneliti :Pak, untuk produk sosis yang datang di luar jam kerja, apakah ada tambahan gaji atau sistem lembur untuk para pekerja?

Bapak Isman : Nggak ada tambahan gaji atau lembur. Pekerja yang nanganin tetap tim yang sama, lima orang itu juga. Kita memang atur sistem kerjanya fleksibel. Jadi meskipun ada barang datang malam, total jam kerja per orang tetap dibatasi maksimal 8 jam per hari. Misalnya ada yang dikerjakan malam, sebagian bisa diselesaikan malam itu, sisanya dilanjut di jam kerja besoknya. Yang penting pekerja nggak kerja lebih dari 8 jam. Sistemnya belum shift, jadi kami atur seperti itu biar efisien tapi tetap sesuai aturan.

Peneliti : Berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk proses bongkar dan packing?

Bapak Isman : Proses bongkar memakan waktu 20 menit per 1.000 kilogram. Produk kami bongkar dari mobil pick-up, lalu disusun ke lemari penyimpanan di frozen storage. Untuk proses packing, waktunya sekitar 28 menit per 1.000 kilogram, dilakukan setelah produk membeku dan siap dikirim.

Peneliti : Waktu pembekuannya sendiri berapa lama ya, Pak?

Bapak Isman : Baik tempe maupun sosis, proses pembekuannya sama, yaitu 12 jam.

Peneliti : Lalu berapa jumlah pekerja di sini dan apa saja tugas mereka?

Bapak Isman : Kami ada 5 orang pekerja. Kelima orang ini menangani semua proses dari awal sampai akhir, mulai dari membongkar sampai packing. Jadi semuanya dikerjakan oleh tim

yang sama.

Peneliti : Bagaimana dengan kapasitas ruang penyimpanannya?

Bapak Isman : Kami punya 7 unit frozen storage. Kapasitasnya bervariasi, mulai dari 2,5 sampai 10 ton. Total kapasitas yang bisa ditampung semua ruang ini adalah 32 ton.

Peneliti : Untuk operasional harian, berapa biaya yang dikeluarkan perusahaan?

Bapak Isman : Untuk operasional harian, biaya listrik frozen storage sekitar Rp7.500.000 per hari. Pemeliharaan alat dan mesin seperti freezer sekitar Rp1.000.000 per bulan. Gaji pekerja Rp100.000 per orang per hari, jadi totalnya Rp500.000 untuk lima orang. Lalu ada juga biaya packing, yaitu sekitar Rp5.000 untuk 1 kardus biasanya muat kira-kira 30 kilogram.

Peneliti : Kalau untuk pendapatan dari penyewaan frozen storage sendiri, bisa mencapai berapa per harinya, Pak? **Bapak Isman** : Kalau cuma dari produk tempe dan sosis, dan kapasitasnya terisi penuh oleh dua jenis produk itu, biasanya pendapatan maksimalnya bisa sampai sekitar Rp30 juta per hari.

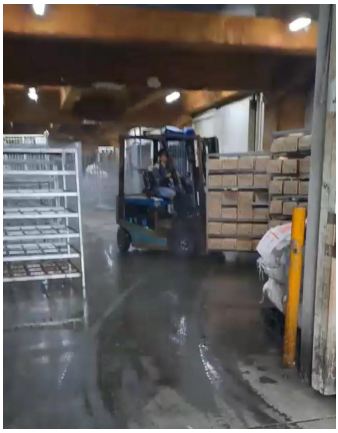
Lampiran 2. Dokumentasi Pada Saat Penelitian



Gambar 0.1. Proses Pembongkaran Produk Dari Mobil *Pickup*



Gambar 0.2. Proses Penataan Produk Pada Rak Penyimpanan



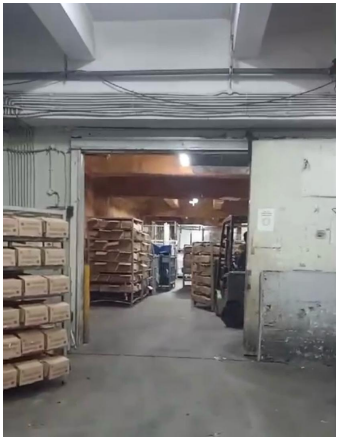
Gambar 0.3. Proses Pemindahan Rak Berisi Produk Menggunakan *Forklift* Menuju Ruang *Frozen Storage*



Gambar 0.4. Produk Tempe Dalam Kondisi Beku Setelah Disimpan Di Dalam *Frozen Storage*



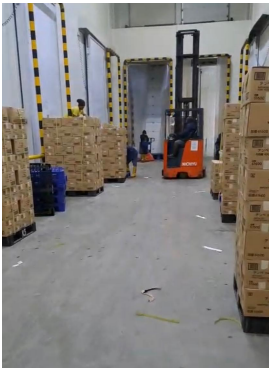
Gambar 0.5. Produk Sosis Dalam Kondisi Beku Setelah Disimpan Di Dalam *Frozen Storage*



Gambar 0.6. Ruang *Frozen Storage* PT. Muara Anugrah Jaya



Gambar 0.7. Proses *Packing* Produk Sosis Oleh Pekerja Sebelum Didistribusikan Ke Konsumen



Gambar 0.8. Proses *Packing* Produk Tempe Oleh Pekerja Sebelum Didistribusikan Ke Konsumen



Gambar 0.9. Penempatan Produk Ke Dalam Mobil *Pickup* Untuk Didistribusikan Kepada Konsumen



Gambar 0.10. Kegiatan Ekspor Tempe Azaki Ke Korea Selatan Yang Dilakukan Oleh PT. Muara Anugrah Jaya



Gambar 0.11. Dokumentasi Foto Bersama Narasumber Dari PT. Muara Anugrah Jaya