

BAB IV
ANALISIS PERHITUNGAN TERJADINYA GERHANA
DENGAN *RUBU' AL-MUAJAYYAB*

A. Analisis Perhitungan terjadinya Gerhana dengan *Rubu' al-Mujayyab*

Sebagaimana yang telah dikemukakan sebelumnya, *rubu' al-mujayyab* adalah sebuah alat bantu perhitungan seperti halnya kalkulator. Namun, dalam penggunaannya, *rubu' al-mujayyab* mempunyai teknik-teknik yang sangat membantu astronom zaman dahulu untuk mengetahui dan menghitung nilai-nilai trigonometri seperti sinus, cosinus, dan tangen. Diantara keunikan teknik-teknik tersebut terletak pada bagaimana pengguna mampu menciptakan gerakan-gerakan *khaith* dan *muri* untuk menghitung nilai-nilai trigonometri tanpa memerlukan perhitungan yang rumit, seperti penggunaan tabel logaritma dan trigonometri.

Perhitungan *rubu' al-mujayyab* dalam penentuan gerhana ini sebenarnya merupakan variasi teknik trigonometri penggunaan *rubu' al-mujayyab*. Dengan memahami konsep matematik trigonometrik *rubu' al-mujayyab*, berbagai gerakan unik *rubu' al-mujayyab* pun bisa diciptakan. Gerakan-gerakan atau teknik-teknik inilah yang kemudian digunakan penulis untuk menafsirkan rumus-rumus matematik trigonometrik dalam metode kontemporer penentuan gerhana, dalam hal ini penulis menggunakan rumus penentuan gerhana dalam buku *Ilmu Falak- dalam Teori dan Praktik* karya Muhyiddin Khazin, sehingga seolah-olah menciptakan rumus-rumus baru.

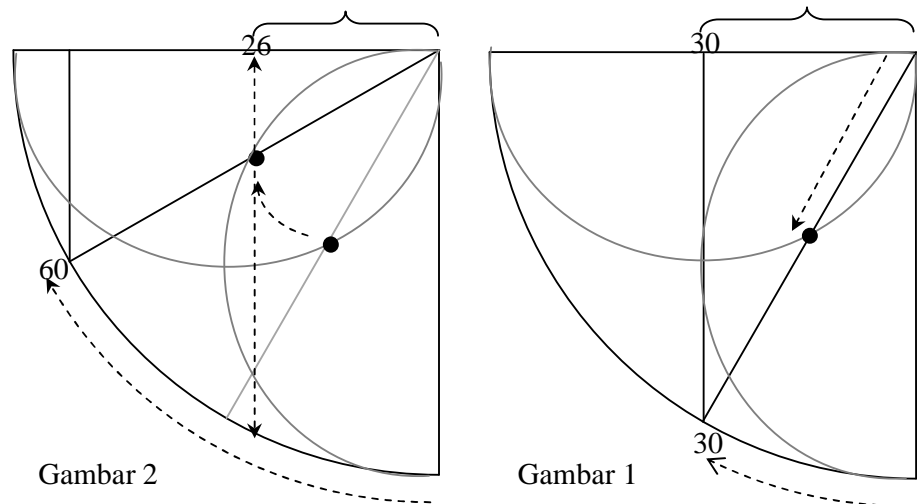
Berdasarkan hal tersebut, analisis perhitungan pada bab ini akan terfokus pada konsep paling fundamental trigonometri yang terdapat dalam *rubu'* yang memang menjadi inti penggunaan *rubu' al-mujayyab*. Jika hal ini telah difahami secara benar, maka penulis anggap sudah cukup menjawab pertanyaan pada rumusan masalah A dan tidak perlu menuliskan secara detail tahapan-tahapan rumus penggunaan *rubu' al-mujayyab* dalam perhitungan gerhana.¹ Seperti halnya kalkulator, jika seseorang sudah mengetahui bahwa suatu jenis kalkulator sebagai alat bantu hitung trigonometri, maka secara otomatis mereka yang faham perhitungan gerhana akan mengatakan kalkulator tersebut bisa digunakan untuk menghitung gerhana tanpa harus dibuktikan terlebih dahulu dengan melakukan perhitungan dari awal sampai akhir. Meskipun demikian, penulis akan memberikan contoh aplikatif dalam rumus penentuan gerhana sebagai upaya memberikan gambaran lebih dalam aplikasi *rubu' al-mujayyab*.

Teori perhitungan ini sebenarnya sama dengan apa yang tertulis dalam kitab *al-durus al-falakiyah*, yang kemudian diteliti oleh Maryani Abdul Muiz dan Encep Abdul Razaq. Rumus-rumus dalam kitab tersebut sebenarnya rumus-rumus kontemporer yang diterjemahkan dalam langkah-langkah praktis penggunaan *rubu' al-mujayyab* sehingga mengesankan adanya perbedaan rumus. Apalagi dengan adanya sedikit perubahan konsep, beberapa penyederhanaan dan hasil yang berbeda.

¹ Dalam hal ini penulis beranggapan bahwa menganalisis konsep fundamental perhitungan *rubu' al-mujayyab* sudah cukup mewakili keseluruhan teori perhitungan terjadinya gerhana dengan *rubu' al-mujayyab* karena dengan memahami konsep fundamental maka berbagai jenis perhitungan trigonometri tentu bisa dilakukan dan difahami. Untuk lebih detailnya, bisa dilihat pada Bab III bagian C.

Perhatikan misalnya perkalian antara sin 30 dengan sin 60, yang dalam kitab *al-Durus al-Falakiyyah* merupakan cara mengetahui *bu'du al-quthur*.²

- Letakan khoith pada nilai 30 pada *qaus al-irtifa'*. Lihat nilainya pada *al-sittini* (30). (Gambar 1)
- Tarik khoith hingga *al-sittini*, dan letakkan *muri* pada nilai 30 tadi. Untuk mempermudah, penempatan *muri* bisa dilakukan dengan cara menarik *muri* hingga mencapai *al-tajib al-awal* (Gambar 1)
- Tarik khoith hingga sudut 60 dan lihat titik perpotongan antara *muri* dengan *jaib al-mabsuthah* (26) (Gambar 2). Bagi angka tersebut dengan angka 60. Hasilnya 0,433333. Perhatikan gambar berikut:



Jika dalam segitiga siku-siku sisi depan = x, sisi samping = y, dan sisi miring = r, maka dapat dikatakan ;

$$\sin \theta = \frac{x}{r} \text{ dan } \sin \theta_1 \times \sin \theta_2 = \frac{x_1 \cdot x_2}{r \cdot r} .$$

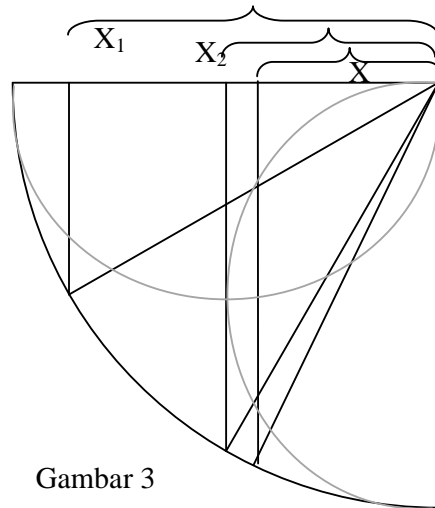
²*Bu'du al-Quthr* adalah jarak atau busur sepanjang lingkaran vertikal suatu benda langit yang dihitung dari garis tengah lintasan benda langit itu sampai ufuk. Muhyiddin Khazin, *Kamus Ilmu Falak*, Jogjakarta: Buana Pustaka, hal. 14.

Kemudian ;

$$\frac{x}{r} = \frac{x_1 x_2}{r \cdot r} \text{ atau } x = \frac{x_1 x_2}{r}$$

Sehingga :

$$x = \frac{30 \times 52}{60} = 26 \text{ (Gambar 3)}.$$



Gambar 3

Perlu diingat bahwa nilai dari sin dan cos tidak akan lebih dari 1, $\sin 90 = 1$ dan $\cos 0 = 1$. Hal inilah yang menyebabkan perkalian $\sin \theta_2$ dengan $\sin \theta_1$ tadi tidak akan lebih dari nilai $\sin \theta_1$ maupun $\sin \theta_2$ sehingga salah satu dari keduanya bisa menjadi skala, dengan memperpendek panjang jari-jari *rubu'al-mujayyab* dari 60 menjadi nilai dari salah satu sudut pada *al-sittini*, untuk mencari nilai perkalian antara keduanya. Hal inilah yang mendasari langkah pada poin a. Skala tersebut selanjutnya, pada poin b, ditandai oleh *muri* dengan cara menggeser *muri* pada skala tersebut.

Pada poin b juga dijelaskan cara yang lebih mudah dalam menempatkan *muri*, yaitu dengan menariknya hingga mencapai *al-tajib al-awal*. Teori yang

digunakan adalah perbandingan dua sudut sinus. Sudut pertama merupakan sinus standar dengan jari-jari 60, sesuai ukuran *rubu' al-mujayyab*.

$$\sin \theta_1 = \sin \theta_2 \quad \text{persamaan (1)}$$

atau

$$\frac{x_1}{r_1} = \frac{x_2}{r_2}$$

Sedangkan jari-jari sinus yang kedua adalah nilai x (*al-sittini*) dari sinus pertama.

$$r_2 = x_1 \quad \text{persamaan (2)}$$

Dari dua persamaan tersebut didapat;

$$\frac{x_1}{r_1} = \frac{x_2}{x_1}$$

atau

$$x_2 = \frac{x_1^2}{r}$$

Jika titik-titik perpotongan x_2 dengan r dihubungkan dengan menggunakan kurva, maka akan terbentuklah *al-tajib al-awal* yang berfungsi dalam perhitungan sinus. Selanjutnya apabila x (*al-sittini*) pada persamaan di atas diganti dengan y (*jaib al-tamam*), maka terbentuklah *al-tajib al-tsani* yang berfungsi dalam perhitungan cos. Inilah sebabnya *al-tajib al-awal* bisa digunakan dalam perhitungan sinus dan *al-tajib al-tsani* bisa digunakan dalam perhitungan cosinus.

Teori yang digunakan adalah tan karena sisi yang diketahui adalah x (*al-sittini*) dan yang perlu dicari, untuk mempermudah, adalah y (*jaib al-tamam*).

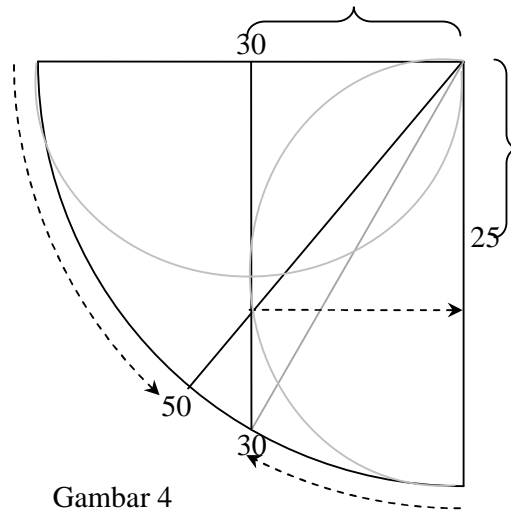
Jika x dan sudut, θ misalnya, sudah diketahui, maka y bisa diketahui dengan menggunakan rumus:

$$\tan \theta = \frac{x}{y} \text{ atau } y = \frac{x}{\tan \theta}$$

Setelah skala dibuat, berupa perpendekan panjang jari-jari tadi, maka langkah pada poin c tentu menjadi langkah terakhir dalam mencari hasil perkalian antara $\sin \theta_1$ dengan $\sin \theta_2$ dengan *rubu' al-mujayyab*. Adapun pembagian dengan angka 60 adalah konversi hasil perhitungan dengan *rubu' al-mujayyab* menjadi nilai perkalian yang sebenarnya. Angka 60 ini berasal dari ukuran *rubu' al-mujayyab* berupa garis-garis yang berjumlah 60.

Perhatikan contoh yang lain, misalnya dalam perkalian antara $\sin 30$ dengan $\tan 40$:

- a. Tarik *khoith* ke sudut 40 dihitung dari akhir *qaus*.
- b. Lihat perpotongan antara *khaith* dengan *jaib al-mabsuthah* pada *jaib al-tamam*, hasilnya 25,1.
- c. Bagi angka tersebut dengan angka 60. Hasilnya 0,418333 (Gambar 4).



Gambar 4

Jika dalam segitiga siku-siku sisi depan = x , sisi samping = y , dan sisi miring = r , maka $\tan \theta = \frac{x_1}{y}$ dan $\sin \beta = \frac{x_2}{r}$. Dengan kata lain;

$$\tan \theta \times \sin \beta = \frac{x_1}{y} \times \frac{x_2}{r} \quad \text{persamaan (1)}$$

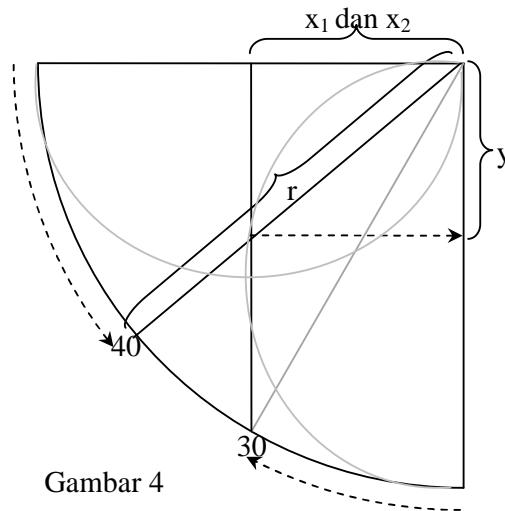
Langkah pada point a merupakan tahapan untuk merubah tan menjadi cotan. Perubahan ini diperlukan untuk merubah dari $\frac{x_1}{y}$ menjadi $\frac{y}{x_1}$, sehingga persamaanya menjadi;

$$\frac{y}{x_1} \times \frac{x_2}{r} \quad \text{persamaan (2)}$$

Selanjutnya langkah poin b adalah tahap menyamakan nilai x , yaitu dengan melihat perpotongan antara *khaith* dengan *jaib al-mabsuthah* dari $\sin \beta$, sehingga persamaannya menjadi;

$$\frac{y}{r}$$

Perhatikan gambar berikut:



Gambar 4

Jika dihubungkan dengan contoh diatas, dan sebagaimana yang telah dijelaskan sebelumnya bahwa nilai sudut tan didapat dari perpotongan antara nilai pada *al-sittini* atau x dan *jaib al-tamam* atau y, maka jika x diketahui 30, maka y akan diketahui dengan menggeser *khaith* hingga sudut 40 dihitung dari awal *qaus*, yaitu 25,1. Dari sini dapat ditulis :

$$\tan 40 = \frac{25,1}{30} \text{ atau } \cotan 40 = \frac{30}{25,1} .$$

Sedangkan sin 30 dapat dicari dengan menggeser *khaith* hingga sudut 30 dihitung dari awal *qaus* kemudian melihat hasilnya pada *al-sittini*, yaitu 30. Sehingga dapat ditulis:

$$\sin 30 = \frac{30}{60} .$$

Selanjutnyadengan menggunakan persamaan (2), dapat ditulis:

$$\frac{25.1}{60}$$

Sebagaimana disebutkan sebelumnya, jumlah garis dalam *rubu'al-mujayyab* adalah 60 ($r = 60$). Sehingga pada persamaan (2) atau poin c terdapat langkah pembagian dengan angka 60.

Selanjutnya adalah pembagian antara sin 30 dengan sin 60

- 1) Letakkan *khaith* pada sudut 60, lihat nilainya pada *al-sittini* (52).
- 2) Tarik *khaith* hingga *al-sittini* dan tempatkan *muri* pada angka 52.
- 3) Cari nilai sudut 30 pada *al-sittini* (30).
- 4) Tari *khaith* hingga *muri* berpotongan dengan *jaib al-mabsuthah* ke-30, hasil dari sin 30, dan lihat berapa sudutnya (35).
- 5) Lihat nilai *jaib* dari sudut 35, 34,4
- 6) Bagi angka tersebut (34,4) dengan 60. Hasilnya 0,573333.

Logika matematis yang dibangun dalam teknik perhitungan ini adalah:

Sin x_1 : sin x_2 = sin x_3 atau

$$\frac{x_1}{r} : \frac{x_2}{r} = \frac{x_3}{r}$$

$$\frac{x_1}{r} \times \frac{r}{x_2} = \frac{x_3}{r}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_3}{r}$$

Dengan bentuk paling mudah dapat ditulis:

$$x_2 = x_1 \cdot r : x_3$$

Ketiga bentuk rumus inilah yang menjadi inti perhitungan trigonometri *rubu'al-mujayyab* dan merupakan dasar terciptanya berbagai macam teknik pada bab III, termasuk berbagai teknik dalam kitab *Tibyan al-miqat*, *al-Durus al-Falakiyah*, dan *Islamic Mathematical Astronomy*.

Sebagai salah satu contoh aplikasi perhitungan gerhana, bisa dilihat pada proses pencarian *Mail Asyir Pertama* / الميل العاشر الاول (MA_1), salah satu dari uraian rumus dalam perhitungan gerhana yang rumus matematisnya $\sin MA_1 = \sin A_1 \times \sin Obl$, dapat dilakukan dengan cara:

- a. Letakkan muri pada *Mail al-A'dham*.
- b. Geser *khaith* hingga mencapai nilai A_1 pada *qaus al-irtifa'*.
- c. MA_1 adalah nilai pada *qaus al-irtifa'* dari perpotongan antara *muri* dengan *jaib al-mabsuthah*

Inti penggunaan *rubu' al-mujayyab* di atas juga bisa digunakan untuk perhitungan trigonometri lain dalam perhitungan gerhana, sebagaimana telah diuraikan dengan jelas pada bab III, dan tentunya tidak perlu diuraikan kembali pada bab ini. Hal ini menunjukkan bahwa dengan memahami teknik penggunaan *rubu' al-mujayyab* secara komprehensif, maka berbagai macam perhitungan trigonometri bisa diselesaikan.

Semua penjelasan di atas menunjukkan bahwa keistimewaan *rubu' al-mujayyab* terletak pada kemampuan penggunanya dalam mengolah metode penggunaan *rubu' al-mujayyab* sehingga terlihat unik dan menarik. Keistimewaan lain yang dimiliki *rubu' al-mujayyab* adalah adanya konstruksi garis-garis seperti *qamah al-aqdam*, *qamah al-ashabi'*, *tajib al-awal* dan *al-tsani*, *mail al-a'dham*, dan pengelompokan derajat dengan rasi bintang yang sangat membantu dalam perhitungan astronomis. Namun konstruksi-konstruksi tersebut tidak akan diuraikan di sini karena memang keluar dari

bahasan utama tentang perhitungan terjadinya gerhana dengan *rubu' al-mujayyab*.

B. Analisis Akurasi Perhitungan Terjadinya Gerhana dengan *Rubu' al-Mujayyab*

Pertama kali yang perlu diperhatikan sebelum masuk dalam analisis hasil perhitungan terjadinya gerhana dengan *rubu' al-mujayyab* adalah perbandingan hasil perhitungan *rubu' al-mujayyab* dengan alat perhitungan modern (Microsoft Excel) dalam perhitungan trigonometri. Penyebabnya tidak lain karena penggunaan *rubu' al-mujayyab* dalam perhitungan terjadinya gerhana hanya berkuat pada rumus-rumus trigonometri.

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan penulis (lampiran II), dengan metode random dalam pemilihan angka-angka yang digunakan, terdapat perbedaan yang sangat tipis antara hasil perhitungan dengan *rubu' al-mujayyab* dan perhitungan modern, yaitu sekitar 0.0006.

Perhatikan misalnya perkalian $\cos 30$ dengan $\cos 60$. Dengan menggunakan teknik sebagai berikut:

- 1) Letakan *khaith* pada nilai 30 pada *Qausal-irtifa'*. Lihat hasilnya pada *jaib al-tamam* (52).
- 2) Tarik *khaith* hingga *jaib al-tamam*, dan letakkan *muri* pada nilai 52 tadi.³

³Cara yang lebih mudah adalah dengan menarik *muri* pada التجيب الثانى.

- 3) Tarik *khaith* hingga sudut 60 dan lihat titik perpotongan antara *muri* dengan *jaib al-mankusat* pada *jaib al-tamam* (26). Bagi angka tersebut dengan angka 60. Hasilnya 0,433333.

Jika hasil tersebut dibandingkan dengan hasil darimicrosoft excel yang berjumlah 0. 433013, maka selisih yang didapat hanya 0.000317 sehingga bisa dikatakan cukup akurat.⁴ Berbagai contoh hasil perhitungan dengan *rubu' al-mujayyab* sebenarnya sudah cukup diurai pada bab III sehingga yang tercantum dalam bab ini hanya 1 sampel penjelas saja dan tentunya penulis anggap sudah cukup untuk memberikan gambaran tentang akurasi perhitungan *rubu' al-mujayyab*.

Analisis selanjutnya adalah aplikasi perhitungan dengan *rubu' al-mujayyab* dalam penentuan gerhana. Rumus yang digunakan dalam penentuan gerhana ini adalah rumus yang tercantum dalam buku *Ilmu Falak Praktiskarya* Muhyiddin Khazin dengan beberapa penyesuaian.

Metode yang digunakan dalam perhitungan gerhana dengan *Rubu' al-mujayyab* adalah metode-metode penggunaan *Rubu' al-mujayyab* dalam perhitungan trigonometri yang telah dibahas sebelumnya, yaitu *Konsep Matematis Rubu' al-mujayyab*. Walaupun dalam sub-bab *Perhitungan Rubu' al-mujayyab Dalam Penentuan Gerhana*, hanya tertulis metode penggunaan *Rubu' al-mujayyab* yang relatif sama. Penggunaan seluruh metode ini

⁴Penulis katakana cukup akurat karena hal ini masih dalam cakupan perhitungan matematis di mana perbedaan angka, meskipun dalam decimal, bisa sangat berpengaruh.

dimaksudkan untuk mempermudah perhitungan dan meningkatkan akurasi perhitungan.⁵

Selisih perhitungan antara perhitungan dengan *rubu'al-mujayyab* dan peralatan modern cukup akurat, yaitu dibawah 10 menit. Tolak ukur cukup akurat ini disimpulkan dari konteks kajian penelitian yang berkuat dalam hukum pelaksanaan shalat gerhana di mana terdapat berbagai macam pendapat di dalamnya.⁶

Diantara beberapa faktor penyebab kecilnya selisih ini adalah :

1. Dari segi individual perhitungan (belum dirangkai dalam perhitungan gerhana), hasil perhitungan *rubu'al-mujayyab* memang sudah cukup akurat.
2. Dalam perhitungan gerhana, dari sekian banyak rangkaian perhitungan, *rubu'al-mujayyab* hanya memainkan 5 perhitungan (dari 41 perhitungan) dalam gerhana matahari dan 9 perhitungan (dari 32 perhitungan) dalam gerhana bulan. Sehingga secara otomatis selain perhitunga tersebut, hasil yang didapat diperoleh dengan cara yang sama.
3. Perhitungan menggunakan *rubu'al-mujayyab* sendiri lebih banyak terletak pada penghalusan perhitungan yang nilainya di bawah 1. Sehingga sedikit kekeliruan tidak akan merubah hasil terlalu besar.

⁵Maksud digunakan seluruhnya adalah menggunakan metode yang paling efektif dalam perhitungan yang sedang dilakukan.

⁶Kategori akurat sendiri sebenarnya belum ada batasan yang jelas. Dalam bahasa asalnya, Inggris, akurat bisa artikan benar atau sesuai dalam berbagai hal. Namun sesuai di sini juga masih sangat tergantung konteks. Dalam perhitungan ilmu eksak, selisih 0.5 milimeter bisa dikatakantidak akurat, tapi dalam uji coba rudal, selisih 1 meter masih bisa dikatakan akurat.

Perhatikan misalnya cuplikan perhitungan gerhana untuk tahun 1433 H di mana selisih perhitungannya sangat kecil (perhitungan dengan *rubu' al-mujayyab* ditandai dengan tabel tebal) dan hanya terletak pada 5 titik perhitungan., sehingga sangat wajar apabila selisih akhirnya pun tidak terlalu jauh:⁷

11	$\text{SIN MA}_1 = \text{SIN A}_1 \times \text{SIN OBL}$	-13° 5' 11.58	-13° 06' 00
12	$\text{IA}_1 = 90 [\text{MA}_1 - \phi]$	83° 54' 48.42	83° 54' 00
13	$\text{SIN SP} = (\text{SIN SB} \times \text{COS MA}) : (\text{SIN HP} \times \text{SIN A}_1)$	34° 27' 31.11	34° 27' 36
14	$\text{SBW} = \text{SIN J1} \times \text{SIN SP}$	-1° 45' 51.61	-1° 44' 24
15	$\text{Tgh} = \text{IJT}_2 - \text{SBW}$	31° 16' 48.37	31° 15' 21
16	$\text{TGH} = \text{Tgh} - (\lambda^x - \lambda^d) : 15$	30° 55' 12.37	30° 53' 45
17	$\text{JG} = [\text{MP} - \text{tgh}] \times 15$	293° 6' 20.49	292° 44' 26
18	$\text{A}_2 = \text{ELM} - \text{JG}$	-61° 10' 5.49	-60° 48' 11
19	$\text{SIN MA}_2 = \text{SIN A}_2 \times \text{SIN OBL}$	-20° 23' 23.07	-20° 24' 00
20	$\text{IA}_2 = 90 [\text{MA}_2 - \phi]$	76° 36' 36.93	76° 36' 00
21	$\text{AIR} = 90 - \text{IA}_2$	13° 23' 23.07	13° 24' 00
22	$\text{SIN IKA} = \text{COS IA}_2 \times \text{SIN } 51' 22''$	-0° 11' 53.69	-0° 12' 00

Tabel 1

Untuk menghasilkan hasil tersebut, yang cukup akurat, memang memerlukan ketelitian dan ketelatenan yang cukup tinggi. Pertama dalam melihat angka-angka yang tercantum dalam *rubu' al-mujayyab*. Meskipun dalam *rubu' al-mujayyab* tidak mencantumkan bilangan desimal, bukan berarti bilangan desimal tidak bisa digunakan. Disinilah pengguna *rubu' al-mujayyab* dituntut untuk bisa melakukan estimasi peletakan nilai desimal dalam *rubu' al-mujayyab* sehingga hasil perhitungan bisa lebih akurat.⁸

⁷Table ini merupakan bagian dari rangkaian perhitungan pada lampiran III. Selengkapnya bisa dilihat dilampiran III.

⁸ Teknik penggunaan *rubu' al-mujayyab* dalam perhitungan desimal bisa dibaca kembali pada bab III.

Kedua adalah tidak melakukan terlalu banyak pembulatan. Penggunaan dua angka dibelakang koma penulis rasa sudah cukup untuk mempermudah perhitungan. Disinilah ketelitian, kesabaran, dan ketelatenan sangat diperlukan. Solusi paling kongkret dari dua hal ini adalah menggunakan *rubu'al-mujayyab* sesering mungkin sebagai latihan.

Hal lain yang perlu diperhatikan adalah berkenaan dengan ketepatan aksesoris *rubu'al-mujayyab* itu sendiri. Lubang pada markaz harus dibuat setepat mungkin agar ketika *khaith* digerakkan, tidak akan ada pergeseran yang menyebabkan perhitungan kurang akurat. Selanjutnya ukuran *muri* dan *khaith* sebaiknya dibuat setipis mungkin namun tetap kuat dan kasat. Hal ini akan sangat berguna dalam menentukan nilai-nilai trigonometri yang akan dicari.

Ukuran *rubu'al-mujayyab* juga sangat mempengaruhi akurasi perhitungan. Semakin besar ukuran *rubu' al-mujayyab*, dengan interval nilai pada konstruksi *rubu'al-mujayyab* yang diperhalus, semakin akurat perhitungan *rubu'al-mujayyab* yang dihasilkan.