

**MODEL REGRESI GAMMA PADA INDIKATOR
PENCEMARAN SUNGAI DI KOTA SEMARANG**

SKRIPSI

Diajukan Sebagai Syarat

Guna Memperoleh Gelar Sarjana Matematika

dalam Ilmu Matematika



Oleh: **ULFA LUTHFIANA**

NIM: 1608046009

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO SEMARANG

2021

LEMBAR PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini:

Judul : **Model Regresi Gamma pada Indikator Pencemaran Sungai di Kota Semarang**

Penulis : Ulfa Luthfiana

NIM : 1608046009

Jurusan : Matematika

Telah diujikan dalam sidang tugas akhir oleh Dewan Penguji Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Walisongo dan dapat diterima sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu Matematika.

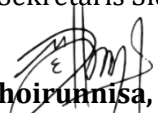
Semarang, 30 Desember 2021

DEWAN PENGUJI

Ketua Sidang,

Sekretaris Sidang,


Emy Siswanah, M.Sc
NIP.198702022011012014


Eva Khoirunnisa, M.Si
NIP.198701022019032010

Penguji Utama I,

Penguji Utama II,



Minhayati Saleh, S.Si., M.Sc
NIP. 197604262006042001


Seftina Diyah Miasary, S.Si., M.Sc
NIP. 198709212019032010

Pembimbing I,

Pembimbing II,


Emy Siswanah, M.Sc
NIP.198702022011012014


Eva Khoirunnisa, M.Si
NIP.198701022019032010

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertandatangan dibawah ini:

Nama : ULFA LUTHFIANA

NIM : 1608046009

Jurusan : Matematika

Menyatakan bahwa skripsi yang berjudul:

MODEL REGRESI GAMMA PADA INDIKATOR PENCEMARAN SUNGAI DI KOTA SEMARANG

Secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri, kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 30 Desember 2021

Pembuat Pernyataan



Ulfa Luthfiana

NIM. 1608046009

NOTA DINAS

Semarang, 27 Desember 2021

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum. wr. wb.

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : Model Regresi Gamma pada Indikator
Pencemaran Sungai di Kota Semarang

Nama : **Ulfa Luthfiana**

NIM : 1608046009

Jurusan : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqosyah.

Wassalamu'alaikum. wr. wb.

Pembimbing I,



Emy Siswanah, M.Sc
NIP. 198702022011012014

NOTA DINAS

Semarang, 23 Desember 2021

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum. wr. wb.

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : Model Regresi Gamma pada Indikator
Pencemaran Sungai di Kota Semarang

Nama : **Ulfa Luthfiana**

NIM : 1608046009

Jurusan : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqosyah.

Wassalamu'alaikum. wr. wb.

Pembimbing II,



Eva Khoirunnisa, M.Si
NIP. 198701022019032010

MODEL REGRESI GAMMA PADA INDIKATOR PENCEMARAN SUNGAI DI KOTA SEMARANG

Oleh : Ulfa Luthfiana

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Walisongo

ABSTRAK

Distribusi gamma digunakan untuk permasalahan mengenai teori keandalan (*reliability*) dan kegagalan (*failure*). Suatu proses dikatakan handal apabila tidak terjadi kegagalan dalam proses kerjanya. Kota Semarang banyak industri yang berdiri. Industri tersebut membuang air limbah ke sungai yang mengakibatkan sungai tercemar. Tingginya *Chemical Oxygen Demand* (COD) pada data sungai di Kota Semarang tahun 2019-2020 diperoleh dari Dinas Lingkungan Hidup Kota Semarang memiliki data yang berdistribusi gamma. Penelitian ini menggunakan parameter COD (*Chemical Oxygen Demand*), DO (*Disolved Oxygen*), suhu, debit dan pH. Pada penelitian ini menggunakan estimasi parameter *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan iterasi Newton-Raphson dalam menentukan model regresi gamma yang terbentuk. Sehingga diperoleh indikator yang signifikan yaitu DO (*Disolved Oxygen*). Setiap oksigen yang terlarut dalam sungai akan melipatgandakan parameter θ sebesar 1,00158 mg/L dengan model yang terbentuk yaitu

$$\theta = \exp \frac{0,0283 - 0,0035X_3}{2.2175}.$$

Kata Kunci: *Regresi Gamma, Maximum Likelihood Estimation (MLE), Chemical Oxygen Demand (COD).*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'aalamiin, puji syukur kehadiran Allah SWT, Tuhan Yang Maha Esa atas segala limpahan rahmat, taufik, serta hidayah-Nya kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul “Model Regresi Gamma pada Indikator Pencemaran Sungai di Kota Semarang”. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW sebagai teladan yang baik dalam meraih kesuksesan di dunia dan di akhirat.

Melalui tulisan ini, penulis menyampaikan ucapan terima kasih teristimewa untuk kedua orang tua tercinta Ayahanda Mu'alimin dan Ibunda Istiqomah atas segala doa, kasih sayang, pengorbanan, perjuangan, dan dukungan yang telah diberikan kepada penulis selama ini. Kepada beliau penulis senantiasa berdoa semoga Allah SWT menyayangi dan mengampuni dosa-dosanya. *Amiin*.

Penulisan skripsi ini tidak akan berjalan lancar tanpa bimbingan, pengarahan dan dukungan dari berbagai pihak, karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. H. Imam Taufiq, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
2. Bapak Ismail, M. Ag, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.

3. Ibu Emy Siswanah, M.Sc, selaku pembimbing I dan Ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
4. Ibu Eva Khoirunnisa, M.Si, selaku pembimbing II yang telah bersedia membimbing dan memberikan arahan selama menyelesaikan skripsi ini.
5. Bapak/Ibu dosen dan staf Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang yang telah memberikan dorongan dan doa kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
6. Romo KH. Abbas Masrukhin dan Ibu Hj. Siti Maemunah selaku pengasuh Pondok Pesantren Al-Ma'rufiyah Semarang.
7. Adik-adik penulis, Hikmah Lathifatul Munawaroh dan Muhammad Naufal Azzam yang memberikan doa dan dukungannya.
8. Teman-teman mahasiswa/mahasiswi Matematika Angkatan 2016 yang telah memberikan semangat dan motivasinya.
9. Tim KKN Mandiri ke-74 UIN Walisongo Semarang, Posko 66 di Desa Gemulung Kecamatan Pecangaan Kabupaten Jepara yang telah menemani penulis dalam pengabdian masyarakat.

10. Semua pihak yang tidak dapat disebut satu persatu, terima kasih atas doa dan dukungan yang telah diberikan.

Semoga amal kebaikan yang telah diberikan mendapat balasan Allah SWT. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih banyak kekurangan dan jauh dari kesempurnaan karena keterbatasan dan kemampuan penulis. Oleh karena itu, saran dan kritikan bersifat membangun untuk perbaikan skripsi ini sangat penulis harapkan. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis khususnya dan teman-teman jurusan matematika serta pembaca.

Semarang, 30 Desember 2021

A handwritten signature in Arabic script, enclosed in a circular stamp. The signature appears to be 'محمد الفاضل' (Muhammad al-Fاضl).

Penulis

DAFTAR ISI

JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
PERNYATAAN KEASLIAN	iii
NOTA DINAS	iv
NOTA DINAS	v
ABSTRAK	vi
DAFTAR ISI	x
DAFTAR RUMUS PERSAMAAN	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Tujuan Penelitian	10
C. Rumusan Masalah	10
D. Manfaat Penelitian	11
BAB II LANDASAN PUSTAKA	12
A. Kajian Teori	12
1. Pencemaran Sungai	12
2. Indikator Pencemaran Air	18
3. Distribusi Gamma	26
4. Pengujian Distribusi	31
5. Pengujian Heteroskedastisitas	34

6. Pengujian Multikolinearitas	35
7. Regresi Gamma.....	37
8. Pendugaan Parameter Model Regresi Gamma	39
9. Uji Parameter Model regresi Gamma	41
10. Newton Raphson.....	44
11. Pemilihan Model Terbaik	46
B. Kajian Penelitian yang Relevan.....	46
BAB III METODE PENELITIAN.....	52
A. Jenis Penelitian	52
B. Data dan Sumber Data	52
C. Definisi Operasional Variabel	52
D. Metode Analisis Data	54
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	56
A. Statistika Deskriptif	56
B. Aplikasi regresi gamma pada pencemaran sungai Kota Semarang.....	58
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	67
A. Kesimpulan	67
B. Saran.....	67
DAFTAR PUSTAKA	69
LAMPIRAN	78
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	93

DAFTAR RUMUS PERSAMAAN

Rumus 2. 1 Fungsi Gamma.....	26
Rumus 2. 2 Sifat Fungsi Gamma.....	26
Rumus 2. 3 Sifat Fungsi Gamma	26
Rumus 2. 4 Sifat Fungsi Gamma	26
Rumus 2. 5 Fungsi Kepadatan Peluang Distribusi Gamma	27
Rumus 2. 6 Integral Fungsi Gamma Langsung.....	27
Rumus 2. 7 Integral Fungsi Gamma Berulang	27
Rumus 2. 8 Integral Fungsi Gamma Bilangan Bulat.....	28
Rumus 2. 9 Rataan Distribusi Gamma.....	28
Rumus 2. 10 Variansi Distribusi Gamma.....	29
Rumus 2. 11 FKP Distribusi Gamma dua Parameter.....	31
Rumus 2. 12 Uji EDF Anderson Darling....	33
Rumus 2. 13 Statistik Uji Anderson Darling....	33
Rumus 2. 14 Persamaan Anderson Darling Untuk Komputasi	33
Rumus 2. 15 Variansi Error Uji Heteroskedastisitas	35
Rumus 2. 16 VIF Uji Multikolinearitas.....	36
Rumus 2. 17 Koefisien Determinasi.....	36
Rumus 2. 18 Model Regresi Gamma.....	37
Rumus 2. 19 Matriks Regresi Gamma.....	38
Rumus 2. 20 Rataan Regresi Gamma	38
Rumus 2. 21 θ Regresi Gamma	38
Rumus 2. 22 FKP Regresi Gamma.....	39
Rumus 2. 23 Likelihood pada Regresi	40
Rumus 2. 24 Logaritma Natural Likelihood.....	41
Rumus 2. 25 Uji Simultan Regresi Gamma.....	42
Rumus 2. 26 Odd Ratio.....	42
Rumus 2. 27 Uji Parsial Regresi Gamma.....	43
Rumus 2. 28 Newton Raphson dengan Pendekatan $n+1$	44
Rumus 2. 29 Newton Raphson dengan Iterasi $n+1$	45
Rumus 2. 30 Iterasi Newton Raphson.....	46
Rumus 2. 31 AIC Model Terbaik	46

DAFTAR TABEL

Tabel 4. 1 Statistika Deskriptif Variabel Respon Dan Variabel Prediktor.....	58
Tabel 4. 2 Pengujian Distribusi.....	61
Tabel 4. 3 Pengujian Heteroskedastisitas	62
Tabel 4. 4 Pengujian Multikolinearitas	62
Tabel 4. 5 Pendugaan Parameter Model Regresi Gamma	64
Tabel 4. 6 Uji Serentak Regresi Gamma.....	65
Tabel 4. 7 Uji Parsial Regresi Gamma.....	66
Tabel 4. 8 Uji Parsial Regresi Gamma.....	67

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Penelitian Indikator Sungai di Kota Semarang	79
Lampiran 2 Hasil Statistika Deskriptif Menggunakan Software Excel.....	81
Lampiran 3 Hasil Uji Distribusi Anderson Darling Menggunakan Software Minitab.....	83
Lampiran 4 Pengujian Heteroskedastisitas menggunakan software Rstudio.....	87
Lampiran 5 Hasil Analisis Multikolinearitas Menggunakan software SPSS	88
Lampiran 6 Syntax Analisis Regresi Gamma Menggunakan Software Rstudio.....	89
Lampiran 7 Hasil Analisis Regresi Gamma Menggunakan Software Rstudio.....	90
Lampiran 8 Syntax Analisis Regresi Gamma pada Parameter signifikan yang di Regresikan Kembali Menggunakan Software Rstudio	91
Lampiran 9 Hasil Analisis Regresi Gamma pada Parameter signifikan yang di Regresikan Kembali Menggunakan Software Rstudio	92
Lampiran 10 Tabel Chi Square	903
Lampiran 11 Tabel Z.....	925

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Negara Indonesia kaya akan perairan, sungai utama di negara Indonesia terdapat 5.590 sungai dan terdapat 65.017 anak sungai, 600 diantara sungai tersebut berpengaruh terhadap timbulnya bencana alam (Data Umum Series Kota Semarang 2010). Sungai dapat ditemukan di setiap tempat dengan kualitas kelas masing-masing. Sungai dapat digunakan untuk kegiatan harian seperti mandi, mencuci, transportasi dan lain-lain, di beberapa daerah sungai digunakan untuk makan dan minum. Sungai berfungsi sebagai sumber air dalam realisasi kehidupan manusia dan sebagai sarana untuk meningkatkan pembangunan nasional dan sebagai alat transportasi yang aman untuk menghubungkan satu daerah ke daerah lain (Subagyo,2005: 44).

Terjadi krisis air di bagian Jawa dan Sebagian Sumatera, terutama di kota-kota besar yang menyebabkan polusi limbah industri, limbah rumah tangga dan limbah pertanian. Akibat krisis air menjadikan kualitas air berkurang, ketersediaan air bersih berkurang dan terjadinya erosi yang diakibatkan oleh penggundulan

hutan serta pemanfaatan lahan. Pencemaran air yang ada di Indonesia dapat disebabkan karena lemahnya pengawasan pemerintah serta keengganan pemerintah untuk melakukan penegakan hukum secara benar (Putranto dan Susanto, 2019 :122).

Kerusakan yang ada di bumi terjadi karena ulah tangan manusia yang tidak peduli terhadap alam. Seiring kemajuan zaman dan meningkatnya populasi manusia untuk memenuhi kebutuhan hidup maka semakin banyak manusia yang memanfaatkan sumber daya alam (SDA) yang ada dan bertambah sumber daya alam (SDA) yang harus disediakan. Banyak sumber daya alam (SDA) yang harus dipenuhi maka sumber daya alam (SDA) yang berlebihan tersebut berakibat terjadinya kerusakan alam dan lingkungan (Dinas Lingkungan Hidup Kota Semarang 2020, diakses pada 17 Desember 2021). Pencemaran pada air memberikan dampak yang negatif pada makhluk hidup (manusia, hewan, tumbuhan) bahkan lingkungan dan ekosistem menjadi tercemar (Dinas Lingkungan Hidup Kota Semarang 2020, diakses pada 17 Desember 2021).

Semarang, ibukota Jawa Tengah merupakan kota terbesar dan salah satu kota industri yang berada di pulau Jawa Tengah. Banyak industri yang berdiri disekitar lingkungan masyarakat sehingga jika limbah industri

tersebut dibuang maka akan menjadikan lingkungan sekitar menjadi tercemar (Dinas Lingkungan Hidup Kota Semarang 2020, diakses 27 Desember 2020). Penelitian yang dilakukan oleh Kurnianti, Haeruddin dan Rahman (2020) menyatakan bahwa kondisi salah satu sungai yang ada di Kota Semarang yaitu sungai asin terdapat banyak sampah dan mempunyai warna air coklat kehitaman, dan juga terjadi pendangkalan akibat sedimentasi yang tinggi dan terdapat tumbuhan enceng gondok di beberapa titik sungai asin. Hal ini diindikasikan telah terjadi pencemaran sungai dari aktivitas masyarakat sekitar sungai yang membuang limbah ke sungai. Disekitar sungai asin terdapat industri pengasapan ikan dan industri tersebut membuang limbah ke sungai asin. Tingginya limbah domestik maupun industri yang dibuang ke sungai mengakibatkan kandungan bahan organik perairan meningkat. Meningkatnya kandungan bahan organik pada perairan akan berpengaruh pada kualitas air. Salah satunya yaitu terjadi peningkatan kebutuhan oksigen kimiawi (COD) dan kebutuhan oksigen biokimiawi (BOD) diperairan. Peningkatan kebutuhan oksigen kimiawi dan kebutuhan oksigen biokimiawi diperairan berpengaruh terhadap kehidupan biota dalam perairan.

Pencemaran sungai di Kota Semarang diakibatkan oleh kualitas air limbah yang melebihi jumlah baku mutu air limbah (Supriyadi dkk., 2016: 38). Pencemaran sungai ditentukan oleh hasil debit air limbah yang dihasilkan dengan mengetahui kadar oksigen yang masuk dalam air. Salah satu oksigen yang terlarut dalam air yaitu kebutuhan oksigen kimiawi (*Chemical Oxygen Demand*). Kebutuhan oksigen kimiawi (*Chemical Oxygen Demand*) merupakan jumlah total oksigen yang dibutuhkan untuk mengoksidasi bahan organik secara kimiawi (Lumaela, Otok, dan Sutikno, 2013: 100). Penelitian yang dilakukan oleh Mustofa Niti Suparjo (2019) menyimpulkan bahwa sungai Babon yang berada di Kota Semarang termasuk golongan air yang tercemar berat dikarenakan banyak bahan organik maupun anorganik yang dilakukan oleh aktivitas masyarakat sekitar sungai dan juga limbah industri yang tidak terolah dengan baik. Tingginya kebutuhan oksigen kimiawi (*Chemical Oxygen Demand*) pada air tanah dipengaruhi oleh konsentrasi kebutuhan oksigen biokimiawi (*Biochemical Oxygen Demand*) yang merupakan sumber dari bahan organik maupun anorganik sehingga sungai tercemar.

Bertambahnya penduduk yang tinggal disekitar sungai yang ada di Kota Semarang dengan ditunjang oleh

perkembangan teknologi dan ilmu pengetahuan memungkinkan masyarakat sekitar daerah aliran sungai memanfaatkan berbagai jenis bahan kimia untuk kelangsungan hidupnya (Supriyadi dkk., 2016: 38). Sumber utama dan penyebab utama tingginya konsentrasi COD (*Chemical Oxygen Demand*) adalah terdapat hasil buangan akhir rumah tangga, hasil buangan akhir industri dan hasil buangan akhir peternakan (Lumaela, Otok, dan Sutikno, 2013: 100). Oleh karena itu, pada penelitian ini menggunakan indikator *Chemical Oxygen Demand* (COD) sebagai variabel responnya sedangkan variabel prediktornya yaitu debit, pH, DO dan suhu. Data pada penelitian ini diperoleh dari Dinas Lingkungan Hidup Kota Semarang pada tahun 2019-2020.

Terjadinya perubahan lingkungan tergantung pada besar kecilnya jumlah atau tingkat toksik limbah yang masuk serta kapasitas media lingkungan tersebut. Beban yang masuk dan tercemar yang melebihi kapasitas daya dukung lingkungan menjadikan lingkungan tercemar dan kerusakan atau sebaliknya beban yang masuk dan tercemar yang tidak melebihi kapasitas daya dukung lingkungan tidak menjadikan lingkungan tercemar atau kerusakan lingkungan. Apabila beban lingkungan memiliki tingkat tercemar terlalu tinggi maka lingkungan

mebutuhkan waktu untuk memperbaikinya dan apabila sukar diperbaiki, maka terjadi pencemaran (Suyasa, 2015: 24-25).

Masyarakat yang tinggal disekitar daerah aliran air sungai memanfaatkan sungai untuk kegiatan sehari-harinya. Kegiatan sehari-hari masyarakat yang tinggal di sekitar sungai sering mengakibatkan sungai tersebut tercemar karena biasanya sungai dijadikan tempat pembuangan akhir dari limbah industri, rumah tangga maupun lainnya (Sinaga, Nugraha dan Rezagama, 2017: 2). Seperti dalil Al-Qur'an yang berbunyi:

ظَهَرَ الْفَسَادُ فِي الْبَرِّ وَالْبَحْرِ بِمَا كَسَبَتْ أَيْدِي النَّاسِ لِيُذِيقَهُمْ بَعْضَ الَّذِي عَمِلُوا لَعَلَّهُمْ

يَرْجِعُونَ ﴿٤١﴾

Artinya: "Telah tampak kerusakan di darat dan di laut disebabkan perbuatan tangan manusia, Allah menghendaki agar mereka merasakan sebagian dari (akibat) perbuatan mereka, agar mereka kembali (ke jalan yang benar). (QS. Ar-Rum: 41)

Dalam dalil tersebut dijelaskan bahwa kerusakan yang ada didarat maupun dilaut merupakan kegiatan ulah manusia yang tidak mengindahkan keberlangsungan kehidupan makhluk hidup. Dan dalam hadits Nabi Muhammad SAW dijelaskan tentang larangan membuang air besar di tempat sumber air, tengah jalan maupun dibawah pohon berbuah yang digunakan tempat berteduh

atau suatu tempat yang digunakan tempat teduh dikarenakan akan mengganggu kegiatan kehidupan manusia. Hadits Nabi Muhammad SAW tersebut berbunyi:

عَنْ مُعَاذِ بْنِ جَبَلٍ قَالَ قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ اتَّقُوا الْمَلَاعِينَ الثَّلَاثَةَ الْبَرَّازَ فِي الْمَوَارِدِ وَقَارِعَةَ الطَّرِيقِ وَالظَّلِيلَ. (رواه أبو داود)

Artinya: “Dari Mu’adz bin Jabal, dia berkata; Rasulullah shallallahu ‘alaihi wasallam bersabda: “Takutlah kalian terhadap tiga hal yang terlaknat; buang air besar di sumber air, tengah jalanan, dan tempat berteduh.” (HR. Abu Dawud (no.24)) (Masruri, 2014: 418-419).

Leonhard Euler (1707-1783) ahli matematika yang pertama kali memperkenalkan Fungsi Gamma yang memiliki tujuan untuk menggeneralisasikan faktorial bilangan non bulat. Teori antrian didalamnya dimulai waktu tunggu variabel acak, penggunaan waktu sampai kegagalan komponen suatu system, hal ini biasanya dimodelkan dengan proses poisson seperti penelitian ini maka lebih tepat jika menggunakan distribusi gamma sehingga fungsi gamma dianggap sangat penting bagi ahli matematika dan banyak ahli matematika yang mempelajari dan mengembangkannya. Fungsi gamma akan membentuk distribusi gamma.

Distribusi gamma sering digunakan untuk teori antrian dan masalah-masalah keterandalan misalnya

jarak antara waktu tunggu sampai tiba saat pelayanan dan lamanya waktu rusaknya sesuatu hal seperti rusaknya suku cadang mesin, rusaknya lampu dan lain-lain. Distribusi gamma mempunyai aplikasi yang luas dalam menganalisis suatu data survival dibandingkan dengan distribusi lainnya. Distribusi gamma memiliki tiga parameter yaitu parameter bentuk, parameter skala dan parameter lokasi (Bain. 1992).

Pola asumsi yang mengikuti distribusi normal pada umumnya membangun suatu model regresi, akan tetapi asumsi tersebut tidak selalu tepat dikarenakan pada distribusi data memiliki sifat asimetris dan bisa juga lebih tebal dari distribusi normal. Distribusi gamma dapat menangkap pola asimetris dan ketebalan pada ekor salah satu datanya. Distribusi gamma mempunyai rancangan untuk mengatasi pola data yang bersifat asimetri karena distribusi gamma dirancang untuk distribusi yang fleksibel dan adaptif, sehingga dapat diperoleh pendekatan yang lebih efektif dan tidak memerlukan data (Williams, 1959).

Pengukuran nilai COD yang didapatkan berupa data yang kontinu dan berdistribusi gamma. Distribusi gamma digunakan untuk masalah yang berkaitan dengan teori keandalan dan teori kegagalan. Suatu proses disebut

andal (sukses) apabila tidak ada proses kegagalan dalam sistem kinerjanya (Khan, 2010). Dalam penelitian memiliki teori kegagalan yaitu apabila kandungan COD (*Chemical Oxygen Demand*) pada sungai melebihi ambang batas baku mutu air untuk parameter COD (*Chemical Oxygen Demand*) bisa disebut juga sungai tersebut masuk dalam kategori tercemar. Peraturan pemerintah nomor 82 tahun 2001 tentang pengelolaan kualitas air dan pengendalian pencemaran air dijelaskan bahwa baku mutu air murni atau kategori kelas 1 indikator COD (*Chemical Oxygen Demand*) sebesar 10 mg/L, air memiliki jumlah baku mutu air untuk indikator COD (*Chemical Oxygen Demand*) 25 mg/L masih layak dipakai akan tetapi tidak layak untuk dikonsumsi sedangkan apabila jumlah baku mutu air untuk indikator COD (*Chemical Oxygen Demand*) lebih dari 50 mg/L maka sudah tidak layak digunakan karena memiliki tingkat pencemaran yang besar. Oleh karena itu, air harus dilakukan penanganan atau pengenceran yang tinggi pada saat pembuangan ke sungai atau laut.

Model regresi gamma memodelkan variabel kontinu dengan nilai riil positif (Bossio dan Cuervo, 2019: 81). Pencemaran sungai diukur dari kadar parameter-parameter sungai. Nilai kadar parameter sungai ini

diperoleh data yang kontinu dan riil. Data kontinu yang bernilai riil positif diperoleh dari hasil perhitungan atau pengukuran yang berbentuk data bulat maupun desimal yang bernilai riil positif (Sugiyono, 2019: 11). Dalam penelitian ini data kontinu yang bernilai riil positif seperti lebar sungai dengan nilai 12,6 m dan COD (*Chemical Oxygen Demand*) dengan nilai 14,5 mg/L. Berdasarkan latar belakang, maka peneliti melakukan penelitian dengan mengambil data di Dinas Lingkungan Hidup Kota Semarang dengan judul “Model Regresi Gamma pada Indikator Pencemaran Sungai di Kota Semarang”.

B. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk:

1. Menentukan model Regresi Gamma pada kasus pencemaran sungai di kota Semarang.
2. Mengetahui faktor apa saja yang berpengaruh pada *Chemical Oxygen Demand* (COD) pada pencemaran sungai di kota Semarang berdasarkan model Regresi Gamma.

C. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian, maka rumusan masalah penelitian ini adalah:

1. Bagaimanakah model Regresi Gamma pada kasus pencemaran sungai di kota Semarang?
2. Faktor apa saja yang mempengaruhi pencemaran sungai di kota Semarang dengan indikator *Chemical Oxygen Demand (COD)*?

D. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Bagi UIN Walisongo Semarang, hasil dari penelitian ini dapat digunakan sebagai perbendaharaan perpustakaan agar berguna bagi mahasiswa untuk menambah wawasan ilmu pengetahuan.
2. Bagi pemerintah, hasil dari penelitian ini dapat digunakan sebagai masukan bagi pemerintah dalam menerapkan kebijakan dalam mengatasi pencemaran sungai.
3. Bagi pembaca, hasil dari penelitian ini dapat digunakan sebagai tambahan wawasan ilmu pengetahuan dalam pengaplikasian metode statistika Regresi Gamma pada kehidupan dan dapat dikembangkan ke tingkat yang lebih lanjut.

BAB II

LANDASAN PUSTAKA

A. Kajian Teori

1. Pencemaran Sungai

Pencemaran dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) adalah suatu proses, cara atau perbuatan pengotoran. Peraturan pemerintah Republik Indonesia nomor 20 tahun 1990 tentang Pengendalian Pencemaran Air terkandung dalam pasal 1 ayat 2, Pencemaran air yaitu suatu makhluk hidup, zat, energi atau komponen lain yang masuk kedalam air yang diakibatkan oleh perbuatan manusia sehingga kualitas air menurun dan tidak layak sesuai fungsinya.

Penggolongan air menurut peruntukannya yang tercantum dalam Peraturan pemerintah Republik Indonesia nomor 20 tahun 1990 tentang Pengendalian Pencemaran Air pasal 7 ayat 1 adalah sebagai berikut :

- a. Golongan kelas I : air yang dapat digunakan sebagai air minum secara langsung tanpa pengolahan terlebih dahulu
- b. Golongan kelas II: air yang dapat digunakan sebagai air baku air minum
- c. Golongan kelas III : air yang dapat digunakan untuk keperluan perikanan dan peternakan

- d. Golongan kelas IV : air yang dapat digunakan untuk keperluan pertanian, dan dapat dimanfaatkan untuk usaha perkotaan, industri dan pembangkit listrik tenaga air

Berdasarkan penggolongan air tersebut maka untuk kualitas air dilihat dari beraneka macam peruntukan yang berbeda-beda sehingga perlu ditetapkan syarat baku mutu air yang digunakan sebagai acuan untuk menilai tingkat pencemaran air (Sahabuddin, 2012: 107). Baku mutu air adalah batas tingkatan zat atau polutan yang terdapat dalam air, akan tetapi air masih berfungsi sesuai dengan peruntukannya (Atima, 2015: 88).

Salah satu penyebab pencemaran berasal dari aktifitas manusia. Pencemaran yang berasal dari aktifitas manusia terdiri dari identifikasi suatu lokasi tertentu (*point source*) dan identifikasi suatu lokasi tak tentu (*non point/diffuse source*). Kedua jenis pencemaran tersebut diperhitungkan dan dianalisis untuk menentukan beban pencemaran lingkungan. Sumber tertentu diidentifikasi lebih mudah karena kejelasan hubungan antara suatu aktifitas sumber polutan, sedangkan sumber tak tentu meliputi sebaran

berbagai luas aktifitas serta menyangkut dampak yang tak langsung. Sumber pencemaran dari pencemaran tertentu misalnya pencemaran dari knalpot kendaraan, cerbong asap pabrik dan pembuangan akhir industri. Sedangkan sumber pencemaran dari pencemaran tak tertentu bersifat lokal. Efek yang ditimbulkan dapat ditentukan berdasarkan karakteristik limbah yang dihasilkan misalnya berupa campuran sumber tertentu dalam jumlah yang banyak seperti limpasan daerah pertanian yang mengandung pupuk dan pestisida, limpasan dari daerah pemukiman (domestik) dan limpasan dari daerah perkotaan (Suyasa, 2015: 27).

Polutan air diklasifikasikan menjadi organik, anorganik, radioaktif dan asam basa. Diantara banyak bahan pencemaran air ada yang beracun, berbahaya dan menyebabkan kematian. Bahan pencemar air diantara lain arsen (As), Kadmium (Cd), Berilium (Be), Boron (B), tembaga (Cu), fluor (F), timbal (Pb), air raksa (Hg), selenium (Se), seng (Zn), ada yang berupa oksida karbon seperti CO dan CO₂, oksida nitrogen seperti NO dan NO₂, oksida belerang seperti SO₂ dan SO₃, H₂S, asam sianida (HCN), senyawa klorida, partikulat padat seperti asbes, tanah atau lumpur, senyawa hidrokarbon seperti metana dan heksana. Zat

tersebut berada didalam air, ada yang berupa larutan dan ada yang berupa partikulat yang masuk melalui bahan makanan kemudian terbawa kedalam pencernaan atau melalui kulit. Unsur-unsur tersebut dalam jumlah kecil dibutuhkan untuk makanan hewan maupun tumbuh-tumbuhan, sedangkan dalam jumlah besar akan bersifat racun. Selain bahan tersebut juga terdapat bahan pencemar yang berupa bibit penyakit seperti bakteri coli, disentri, kolera, *typhus*, lever, diare dan penyakit kulit. Bahan pencemar ini terbawa arus air dari buangan air limbah rumah tangga, air buangan rumah sakit yang membawa kotoran manusia maupun hewan.

Tingkat polutan yang berat diakibatkan oleh pembuangan akhir industri yang dibuang ke sungai dan juga tumpahan minyak dilautan. Limbah industri mengandung logam, minyak dan zat lain dengan efek termal dan mengurangi kandungan oksigen dalam air. Limbah berbahaya ini selain merusak bahkan mematikan habitat sungai dan mengakibatkan munculnya masalah kesehatan bagi masyarakat yang tinggal disepanjang sungai yang memanfaatkan air sungai untuk kebutuhan setiap hari.

Buangan akhir rumah tangga juga memberikan peran besar dalam pencemaran air. Pembuangan akhir rumah tangga dibedakan dua golongan yaitu pembuangan organik dan pembuangan anorganik. Pembuangan organik adalah pembuangan yang dapat diuraikan seperti sisa sayuran, buah dan daun-daunan. Sedangkan pembuangan anorganik adalah pembuangan yang tidak dapat diuraikan seperti bekas kaca, karet, plastik, logam, kain, kayu dan kulit (Sahabbudin, 2012: 108).

Surat keputusan menteri Negara lingkungan hidup nomor 51 tahun 2004 menjelaskan tentang peraturan baku mutu air laut bahwa baku mutu air laut terdapat parameter-parameter yang digunakan dalam baku mutu air limbah, termasuk BOD (*Biochemical Oxygen Demand*) dan COD (*Chemical Oxygen Demand*) juga parameter-parameter lain. Pada kep. MENLH nomor 51/2004 dijelaskan bahwa baku mutu BOD (*Biochemical Oxygen Demand*) untuk wisata adalah 10 mg/L, bagi biota laut sebesar 20 mg/l, untuk COD (*Chemical Oxygen Demand*) tidak termasuk parameter baku mutu air laut dikarenakan penentuan COD (*Chemical Oxygen Demand*) air laut relatif agak sulit sehubungan dengan interferensi atau gangguan

keberadaan *clorida* (Cl) yang tinggi dilaut terhadap reaksi analitiknya (Atima, 2015: 88).

Chemical Oxygen Demand (COD) atau kebutuhan oksigen kimia adalah jumlah oksigen yang dibutuhkan untuk bahan buangan dalam air yang teroksidasi melalui reaksi kimia. COD berasal dari aktifitas industri kertas, penyamakan kulit, gula, pemotongan daging, pengalengan ikan, pembekuan udang, roti, susu, keju dan mentega, limbah domestik dan lain-lain. COD di lingkungan akan berdampak pada manusia dan lingkungan, misalnya biota air yang mati karena konsentrasi oksigen terlarut dalam air terlalu sedikit dan semakin sulit memperoleh air sungai yang memenuhi kriteria sebagai bahan baku air minum (Lumaela, Otok, dan Sutikno, 2013: 102).

Hasil COD digunakan untuk pengukuran beban pencemaran dari suatu limbah rumah tangga dan limbah industri. COD juga didefinisikan sebagai jumlah oksigen (mg O_2) yang diperlukan untuk mengoksidasi zat organik yang terdapat dalam 1 liter air, dimana pengoksidasian $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ digunakan sebagai sumber oksigen. Dengan mengukur nilai COD diperoleh nilai yang menunjukkan jumlah oksigen yang diperlukan untuk proses oksidasi dengan total senyawa organik

yang mudah diuraikan secara biologis maupun terhadap senyawa yang sukar diuraikan secara biologis (Duhupo, Akili dan Pinontoan).

Perairan yang memiliki kadar COD tinggi tidak layak bagi perikanan dan pertanian. Kandungan COD pada perairan dianggap tidak tercemar apabila nilai kadar COD tidak lebih dari 20 mg/liter. Apabila nilai *Biochemical Oxygen Demand* maupun *Chemical Oxygen Demand* perairan memenuhi standar baku mutu maka belum bisa dikatakan tidak tercemar karena bisa terjadi tercemar oleh parameter lain yang melebihi standar baku mutu atau terdapat toksin yang beracun. Sedangkan jika nilai BOD atau COD tinggi atau melebihi standar baku mutu maka bisa dikatakan perairan tersebut diduga terdapat indikasi pencemaran bahan organik (Atima, 2015).

2. Indikator Pencemaran Air

Pencemaran air mempunyai karakter khusus yaitu air yang bersih secara fisik, kimia atau biologi. Bertambahnya penduduk sekitar maka semakin bertambah bahan buangnya. Sehingga mengalami penurunan pada kualitas air (Suyasa, 2015: 30).

Perubahan secara fisik, kimia dan biologi pada lingkungan perairan dapat ditunjukkan dengan indikator bahwa air itu tercemar (Suyasa, 2015: 30). Adapun indikator pencemaran air secara umum antara lain:

a. Suhu

Suhu adalah salah satu faktor yang sangat penting bagi kehidupan organisme di air. Suhu kebanyakan dipengaruhi oleh aktifitas metabolisme dan penyebaran organisme air. Suhu berpengaruh terhadap kehidupan dan pertumbuhan biota air. Suhu air dipengaruhi oleh musim, lintang, waktu (hari), sirkulasi udara, penutupan awan, aliran dan kedalaman air. Suhu dalam air berperan mengendalikan kondisi ekosistem perairan. Peningkatan suhu mengakibatkan mikroba dalam air mempengaruhi peningkatan dekomposisi bahan organik. Peningkatan suhu juga dapat menyebabkan stratifikasi atau lapisan air, stratifikasi atau lapisan air dapat berpengaruh terhadap pengadukan air dan diperlukan dalam rangka penyebaran oksigen sehingga adanya pelapisan air tersebut dilapisan dasar tidak menjadi anaerob.

Suhu permukaan yang mengalami perubahan dapat berpengaruh terhadap proses fisika, kimia dan biologi perairan tersebut (Suyasa, 2015: 33).

b. Padatan Tersuspensi (*Total Suspended Solid/TTS*)

Padatan tersuspensi merupakan suatu padatan yang menjadikan air menjadi keruh, tidak terlarut dan tidak dapat mengendap langsung. Padatan tersuspensi berisi partikel-partikel yang memiliki ukuran dan berat lebih kecil daripada sedimen misal tanah liat dan bahan-bahan organik lainnya. Partikel yang dapat menurunkan intensitas cahaya tersuspensi dalam air terdiri dari fitoplankton, zooplankton, kotoran hewan, sisa tanaman, kotoran manusia dan limbah industri (Fardiaz, 1992).

c. Fosfat

Fosfat merupakan salah satu unsur esensial bagi metabolisme dan pembentukan protein. fosfat berbentuk anorganik dan organik terlarut serta partikulat fosfat. Fosfat adalah zat hara yang dibutuhkan untuk tumbuh fitoplankton maupun organisme lain dan juga untuk metabolisme fitoplankton dan organisme lain dalam menentukan kesuburan perairan. Keadaan fosfat

tidak stabil karena mengalami pengikisan, pelapukan dan pengenceran (Hamuna dkk. 2018: 41).

d. Nitrat

Nitrat adalah bentuk nitrogen utama di perairan alami. Nitrat merupakan salah satu senyawa nutrient yang penting dalam sintesis protein hewan dan tumbuhan. Konsentrasi nitrat yang tinggi mengakibatkan stimulasi pertumbuhan dan perkembangan organisme perairan yang didukung oleh ketersediaan nutrient. Nitrifikasi adalah proses oksidasi ammonia menjadi nitrit dan nitrat, nitrifikasi adalah proses penting dalam siklus nitrogen dan berlangsung pada kondisi aerob. Oksidasi ammonia menjadi nitrit dijalankan oleh bakteri nitrosomonas. Sedangkan oksidasi nitrit dilakukan oleh nitrobakter (Hamuna dkk. 2018: 41).

e. Salinitas

Salinitas adalah gambaran dari jumlah kelarutan garam dan konsentrasi ion-ion dalam air. Salinitas juga mempengaruhi tingkat kelarutan senyawa-senyawa tertentu. Organisme perairan

harus memancarkan energi besar untuk menyesuaikan diri dengan salinitas yang jauh dibawah atau diatas normal bagi kehidupan hewan. Secara langsung organisme perairan membutuhkan kondisi air dengan tingkat kemasaman tertentu. Air dengan pH yang terlalu tinggi atau terlampau rendah dapat mematikan organisme dan juga dengan perubahannya, secara umum organisme perairan dapat hidup pada kisaran pH antara 6,7 dan 8,5. Penambahan suatu senyawa ke perairan menyebabkan perubahan pH menjadi lebih kecil dari 6,7 atau lebih besar dari 8,5 (Irianto, 2015).

f. *Dissolved Oxygen (DO)*/ Oksigen terlarut

Konsentrasi DO diukur untuk mengetahui kualitas perairan. Organisme perairan tidak selalu nyaman dalam air dengan kandungan oksigen tinggi. Air dengan oksigen terlalu tinggi tingkat kejenuhannya dapat membahayakan organisme. Tingkat kejenuhan ditentukan oleh suhu air dari salinitas air, semakin tinggi suhu air maka kapasitas kejenuhan oksigen makin besar, begitu sebaliknya (Irianto, 2015).

Air yang tercemar memiliki kandungan oksigen yang sangat rendah. Rendahnya oksigen disebabkan oleh masuknya oksigen dalam air yang diserap oleh mikroorganisme untuk mendegradasi bahan buangan organik sehingga menjadi bahan yang mudah menguap dan berbau busuk (Wardhana, 2004). Air yang mempunyai kadar oksigen > 5 ppm dikategorikan sebagai air yang mempunyai tingkat pencemaran (Salmin, 2005).

g. *Biochemical Oxygen Demand (BOD)/ Kebutuhan Oksigen Biokimiawi*

BOD merupakan jumlah oksigen terlarut yang dibutuhkan mikroorganisme untuk memecah atau mengoksidasi bahan-bahan organik buangan dalam air. Didalam air terdapat senyawa buangan organik seperti asam lemak, selulosa, asam organik, lemak dan protein. Sedangkan untuk buangan organik terlarutnya yaitu logam berat, ammonia, nitrit serta mikroorganisme yang berpotensi mengkonsumsi oksigen (Irianto, 2015: 13).

Jumlah mikroorganisme dalam air dipengaruhi oleh tingkat kebersihan air. Air yang bersih

mengandung mikroorganisme lebih sedikit daripada air yang tercemar. Air yang tercemar oleh bahan buangan yang bersifat antiseptik atau beracun seperti fenol, kreolin, deterjen, asam sianida, insektisida dan sebagainya memiliki jumlah mikroorganisme lebih sedikit. Sehingga semakin besar kadar BOD air maka berindikasi bahwa perairan tersebut tercemar. Kadar BOD yang berkisar 0-10 ppm memiliki tingkat pencemaran rendah dan termasuk dalam perairan yang baik (Salmin, 2005).

h. Derajat keasaman (pH)

Air normal memiliki pH sekitar 6,5-7,5. Air akan bersifat asam atau basa tergantung besar kecilnya pH. Jika nilai pH dibawah pH normal maka air tersebut bersifat asam, sedangkan air yang memiliki nilai pH diatas pH normal bersifat basa. Air buangan akhir dapat mengubah pH air dan mengganggu kehidupan organisme dalam air (Wardhana, 2004). Nilai pH ditentukan oleh jumlah ion hidrogen dalam air, semakin besar jumlah ion hidrogen dalam air maka semakin rendah nilai pH dan perairan semakin bersifat toksik. Kondisi pH yang baik bernilai antara 7,0-

8,5. Kondisi pH sangat mempengaruhi proses kimiawi dan proses biokimiawi perairan (Suyasa, 2015: 41).

i. Nitrit

Nitrit bersifat racun, kandungan nitrit diperairan ditentukan oleh pencemaran senyawa N. Terhambatnya proses pembentukan nitrit yang dilakukan oleh mikroorganisme berkaitan dengan ketersediaan oksigen terlarut. Perairan alami mempunyai kadar nitrit sedikit dan teroksidasi menjadi nitrat sehingga menyebabkan kandungan nitrat lebih tinggi dari pada nitrit. Nitrit biasanya bersumber dari buangan akhir industri maupun buangan akhir domestik. Perairan alaminya mengandung nitrit sekitar antara 0,01 mg/liter sampai 0,06 mg/liter, jika melebihi 0,06 mg/liter maka dapat bersifat racun (Suyasa, 2015: 41).

j. Debit dan kecepatan aliran air

Debit air berkorelasi dengan bahan pencemaran (*Biochemical Oxygen Demand*, *Chemical Oxygen Demand* dan deterjen) dan juga dalam pengeceran beban pencemaran. Semakin tinggi debit air maka semakin banyak pengeceran beban pencemaran air sehingga kadar *Biochemical*

Oxygen Demandnya semakin rendah (Widhiasari, 2008).

3. Distribusi Gamma

Distribusi gamma merupakan distribusi kontinu yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan dalam bidang rekayasa dan sains, misalnya pada teori antrian dan teori kendalan dalam mengatasi kehilangan data. Fungsi gamma dengan parameter α dan β dilambangkan $\Gamma(\alpha)$ adalah sebagai berikut:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx, \quad \text{untuk } \alpha > 0 \quad (2.1)$$

Fungsi gamma mempunyai sifat diantaranya:

$$1. \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} \quad (2.2)$$

$$2. \quad \Gamma(\alpha + 1) = \alpha\Gamma(\alpha), \quad \alpha > 0 \quad (2.3)$$

$$3. \quad \Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!, \quad \alpha > 1 \quad (2.4)$$

Fungsi distribusi gamma dua parameter merupakan fungsi distribusi gamma yang sering digunakan yang mempunyai parameter $\alpha > 0$ dan $\beta > 0$ dengan peubah acak kontinu X , berdistribusi gamma dan fungsi kepadatan peluangnya adalah

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} & x > 0; \alpha > 0; \beta > 0 \\ 0 & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases} \quad (2.5)$$

(Walpole dan Myers, 1995: 190).

Integral dari fungsi gamma langsung menghasilkan fungsi $\Gamma(1) = 1$.

Bukti:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dy = \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} dx \quad (2.6)$$

Misal $y = \frac{x}{\beta}$ maka $x = \beta y$ dan $dx = \beta dy$

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} dx &= \int_0^{\infty} \frac{(\beta y)^{\alpha-1} e^{-y}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \beta dy \\ &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} y^{\alpha-1} e^{-y} dy \\ &= \frac{\Gamma(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} \\ &= 1 \end{aligned}$$

dan integral dari fungsi gamma dengan $\alpha > 1$ secara terus menerus akan memperoleh fungsi gamma berulang $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$ (2.7)

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

$$\begin{aligned}
&= [-x^{\alpha-1}e^{-x}]_0^{\infty} \int_0^{\infty} (\alpha-1)x^{\alpha-1}e^{-x} dx \\
&= (\alpha-1) \int_0^{\infty} x^{\alpha-1}e^{-x} dx \\
&= (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)
\end{aligned}$$

dan jika n merupakan bilangan bulat maka menghasilkan $\Gamma(n) = (n-1)!$. (2. 8)

(Walpole dan Myers, 1995: 189)

Jika X berdistribusi gamma dengan parameter α dan β , maka rata-rata ($mean/\mu$) dan variansi ($Var(X)$) pada distribusi gamma adalah

$$\mu = M'(0) = \alpha\beta \quad (2. 9)$$

bukti:

$$\begin{aligned}
\mu = E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \\
&= \int_{-\infty}^0 xf(x)dx + \int_0^{\infty} xf(x)dx \\
&= \int_{-\infty}^0 x \cdot 0 dx + \int_0^{\infty} x \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} dx \\
&= 0 + \int_0^{\infty} x \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} dx
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^\infty x x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} dx \\
 &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^\infty x^\alpha e^{-x/\beta} dx
 \end{aligned}$$

Dimisalkan $y = \frac{x}{\beta}$ maka $x = \beta y$ dan $dx = \beta dy$ sehingga diperoleh persamaan

$$\begin{aligned}
 \mu = E(X) &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^\infty (\beta y)^\alpha e^{-y} \beta dy \\
 &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^\infty \beta^\alpha y^\alpha e^{-y} \beta dy \\
 &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \beta^\alpha \beta \int_0^\infty y^\alpha e^{-y} dy \\
 &= \frac{\beta}{\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty y^\alpha e^{-y} dy \\
 &= \frac{\beta}{\Gamma(\alpha)} \Gamma(\alpha + 1) \\
 &= \frac{\beta}{\Gamma(\alpha)} \alpha \Gamma(\alpha) \\
 &= \beta \alpha
 \end{aligned}$$

$$\text{dan } \sigma^2 = M''(0) - \mu^2 = \alpha\beta^2 \quad (2.10)$$

(Walpole, dan Myers, 1995: 190)

bukti:

$$\text{var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

dengan

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^0 x^2 f(x) dx + \int_0^{\infty} x^2 f(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^0 x^2 0 dx + \int_0^{\infty} x^2 \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} dx \\ &= 0 + \int_0^{\infty} x^2 \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} dx \\ &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} x^2 x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} dx \\ &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} x^{\alpha+1} e^{-x/\beta} dx \end{aligned}$$

Dimisalkan $y = \frac{x}{\beta}$ maka $x = \beta y$ dan $dx =$

βdy sehingga diperoleh persamaan

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} (\beta y)^{\alpha+1} e^{-y} \beta dy \\ &= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} \beta^{\alpha+1} y^{\alpha+1} e^{-y} \beta dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \beta^{\alpha+1} \beta \int_0^\infty y^{\alpha+1} e^{-y} dy \\
&= \frac{\beta^2}{\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty y^{\alpha+1} e^{-y} dy \\
&= \frac{\beta^2}{\Gamma(\alpha)} \Gamma(\alpha + 2) \\
&= \frac{\beta^2}{\Gamma(\alpha)} (\alpha + 1)(\alpha) \Gamma(\alpha) \\
&= \alpha(\alpha + 1) \beta^2
\end{aligned}$$

Sehingga

$$\begin{aligned}
\text{var}(X) &= \alpha(\alpha + 1)\beta^2 - (\alpha\beta)^2 \\
&= \alpha^2\beta^2 + \alpha\beta^2 - \alpha^2\beta^2 \\
&= \alpha\beta^2
\end{aligned}$$

Distribusi gamma dua parameter mempunyai fungsi kepadatan peluang yaitu:

$$f(x|\alpha, \beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} ; \alpha > 0; \beta > 0; 0 < x < \infty \quad (2.11)$$

Dimana α merupakan parameter bentuk, β merupakan parameter skala (Basak dan Balakrishnan, 2012: 306).

4. Pengujian Distribusi

Uji kebaikan adalah uji yang dilakukan untuk mendapatkan model distribusi yang sesuai dengan

data observasi berdasarkan fungsi distribusi kumulatif dengan parameter-parameter yang telah ditentukan (Desvina dan Erdini, 2012: 45). Uji kebaikan distribusi data variabel kontinu dilakukan dengan beberapa pendekatan yaitu uji Kolmogorov Smirnov, uji Anderson Darling dan uji Chi-Square. Dalam penelitian ini menggunakan uji Anderson darling. Uji Anderson darling berfungsi untuk menguji kenormalan atau kesesuaian data dalam variabel kuantitatif dan untuk menguji kenormalan berbagai macam sebaran data yang berdistribusi kontinu berlaku untuk sembarang ukuran sampel (n), pengujian ini digunakan untuk mengetahui distribusi yang paling sesuai (Law, 2013). Uji Anderson Darling merupakan modifikasi dari uji Kolmogorov Smirnov. Uji Anderson Darling digunakan untuk menguji distribusi data tertentu dalam memperoleh nilai kritis, dalam uji Anderson Darling pengujiannya lebih sensitif daripada uji Kolmogorov Smirnov. Akan tetapi dalam memperoleh nilai kritis tersebut harus dihitung untuk setiap distribusi data sampelnya (Zidni, dkk., 2021: 336).

Statistik uji Anderson Darling diperoleh dari statistik uji EDF (*Empirical Distribution Function*) atau fungsi distribusi empiris. Statistik uji EDF adalah

statistik yang mengukur perbedaan antara fungsi distribusi empiris dan fungsi distribusi yang diasumsikan. Menurut Anderson dan Darling statistic uji EDF dirumuskan

$$Q_n = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F(x)]^2 \psi(x) dF(x) \quad (2.12)$$

Dimana $\psi(x)$ sebagai fungsi bobot, $F(x)$ sebagai fungsi distribusi kumulatif dan $F_n(x)$ sebagai fungsi distribusi empiris. Perhatikan bahwa $\psi(x) = 1$ menghasilkan W_n^2 , statistik uji CVM dan $\psi(x) = [F(x)\{1 - F(x)\}]^{-1}$ menghasilkan A_n^2 yang disebut statistik uji Anderson-Darling (AD).

$$A_n^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[F_n(x) - F(x)]^2}{F(x)\{1 - F(x)\}} dF(x) \quad (2.13)$$

Uji Anderson Darling menekankan disparitas ekor antara fungsi distribusi aktual dan fungsi distribusi kumulatif yang diantisipasi menghasilkan statistik uji yang lebih kuat. Sehingga bentuk persamaan Anderson-Darling menjadi berikut ini yang bertujuan untuk komputasi

$$A_n^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\log F(x_i) + \log \{1 - F(x_{n+1-i})\}] \quad (2.14)$$

dimana:

A_n^2 = statistik uji untuk uji Anderson-Darling

n = ukuran sampel

$F(x_i)$ = nilai fungsi distribusi kumulatif, $i= 1, 2, \dots, n$
(Shin, Jung, Jeong and Heo, 2011)

Pengujian dalam Uji Anderson-Darling dilakukan sebagai berikut:

H_0 : data Y berdistribusi sesuai dengan distribusi $F(y)$

H_1 : data Y tidak berdistribusi sesuai dengan distribusi $F(y)$

Kriteria Uji: tolak H_0 jika $A_{n_{hit}}^2 > A_{n_{tabel}}^2$

(Arisandi, 2014: 153)

5. Pengujian Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas adalah salah satu uji asumsi klasik dalam regresi yang digunakan untuk menguji variance dari residual satu pengamatan ke pengamatan yang lain dalam regresi bernilai sama. Model yang baik adalah model yang tidak terjadi heteroskedastisitas atau bisa disebut terjadi homoskedastisitas. Uji homoskedastisitas adalah kebalikan dari uji heteroskedastisitas yaitu nilai variance dari residual satu pengamatan ke pengamatan yang lain berbeda (Ranti, Budianti dan Trisna, 2017: 79). Untuk mendeteksi adanya heteroskedastisitas dapat dilihat dengan diagram plot residual terhadap

variabel dependen yang distandarisasi. Apabila plot residual memiliki bentuk pola tidak acak terhadap nol maka dapat dikatakan terjadi heteroskedastisitas (Sukestiyarno, 2013: 83). Uji Breusch Pagan adalah salah satu uji untuk menguji ada dan tidak adanya heteroskedastisitas. Misalkan terdapat model regresi k-variabel independent berikut:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + e_i$$

Diasumsikan σ_i^2 atau variansi errornya sebagai berikut:

$$\sigma_i^2 = f(\alpha_1 + \alpha_2 Z_{21} + \dots + \alpha_m Z_m)$$

$$\sigma_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 Z_{21} + \dots + \alpha_m Z_m \quad (2.15)$$

Dimana σ_i^2 adalah fungsi linear dari Z, jika $\alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_m = 0$, maka $\sigma_i^2 = \alpha_1$ yang merupakan konstan.

Hipotesis pada uji Bruesch Pagan:

H_0 = variansi galat bersifat homoskedastisitas

H_1 = variansi galat bersifat heteroskedastisitas

Dengan kriteria uji tolak H_0 jika $p\text{-value} < \alpha$

(Gujarati, 2004: 411).

6. Pengujian Multikolinearitas

Uji multikolinearitas yaitu uji yang digunakan untuk mengetahui ada tidak adanya hubungan antar

satu variabel predictor dengan variabel predictor yang lain. Jika terdapat multikolinearitas maka penaksir parameter yang diperoleh menjadi tidak akurat. Untuk menentukan ada atau tidaknya multikolinearitas dalam model regresi dapat dilihat dari besarnya nilai VIF (*Variance Inflation Factor*) dan Tolerance. Tidak adanya multikolinearitas dalam regresi jika nilai VIF < 10 dan nilai tolerance > 0.10. Rumus menghitung VIF:

$$VIF = \frac{1}{1-R^2} \quad (2. 16)$$

(Dwiargatra, 2019: D99).

R^2 dinamakan koefisien determinasi antar variabel prediktor. Apabila nilai VIF lebih dari 10 maka terdapat multikolinearitas antar variabel prediktor. Apabila terdapat multikolinearitas maka variabel yang tidak signifikan dihapus dan variabel yang signifikan diregresikan kembali (Gujarati, 2004).

Uji multikolinieritas juga bisa dilakukan dengan meregresi model analisis dan melakukan uji korelasi antar variabel independen dengan memperoleh pertimbangan $R^2 > R_1^2, R_2^2$ dengan

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (2. 17)$$

(Draper dan Smith, 1998).

Dimana:

R^2 = koefisien determinasi regresi variabel terikat terhadap variabel bebas

R_1^2 = koefisien determinasi regresi variabel bebas pertama terhadap variabel bebas lain

R_2^2 = koefisien determinasi regresi variabel bebas kedua terhadap variabel bebas lain

7. Regresi Gamma

Regresi gamma merupakan regresi yang menggambarkan hubungan antara variabel respon berdistribusi gamma dengan variabel prediktor. Distribusi Gamma merupakan distribusi yang fleksibelitas sehingga berguna untuk memodelkan data kontinu yang bernilai positif.

Misalkan y_1, \dots, y_n variabel independen dan $y_i \sim G(\mu, \alpha)$, adalah sampel acak berukuran n , dengan $i = 1, \dots, n$. Bentuk model regresi gammanya adalah:

$$g(\mu_i) = \eta_i = x_i' \beta \quad (2.18)$$

dimana g menunjukkan fungsi relasi dan $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_p)'$ adalah vektor parameter regresi rata-rata, x_i adalah nilai vektor kovariat pengamatan ke- i variabel penjelas yang tidak diketahui, dan η_i adalah prediktor linier. $g(\cdot): (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ adalah fungsi nilai riil terdiferensiasi dua kali yang murni monotonik. Fungsi

logaritma, $g(\mu) = \log(\mu)$; fungsi identitas, $g(\mu) = \mu$; dan fungsi invers, $g(\mu) = \frac{1}{\mu}$ adalah beberapa fungsi relasi rata-rata yang paling umum digunakan dalam regresi gamma. Fungsi invers adalah relasi rata-rata kanonik dalam model linier umum (Bossio dan Cuervo, 2015: 213).

Matriks dari variabel respon, variabel prediktor dan parameter dalam regresi gamma yaitu:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{nx1} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{nx1} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}_{nx1} \quad (2.19)$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k$$

$$\mu = E(Y) = \exp \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k \quad (2.20)$$

Berdasarkan rumus rata-rata maka diperoleh

$$\mu = \alpha \theta$$

$$\alpha \theta = \exp \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k$$

$$\alpha \theta = \exp(x^T \boldsymbol{\beta})$$

$$\theta = \frac{\exp(x^T \boldsymbol{\beta})}{\alpha} \quad (2.21)$$

Sehingga diperoleh fungsi kepadatan peluang dari model regresi gamma yaitu

$$f(y_i) = \frac{1}{\Gamma(\alpha) \left(\frac{\exp(x^T \beta)}{\alpha}\right)^\alpha} y_i^{\alpha-1} \exp\left(\frac{-y_i}{\left(\frac{\exp(x^T \beta)}{\alpha}\right)}\right) \quad (2.22)$$

(Nasution, 2017: 19).

8. Pendugaan Parameter Model Regresi Gamma

Metode Maximum-likelihood merupakan metode yang digunakan untuk menduga parameter-parameter dengan memaksimumkan fungsi kemungkinan yang dibentuk dari fungsi kepekatan peluang bersama beberapa peubah acak. Fungsi maksimum likelihood merupakan fungsi dari θ dilambangkan dengan $L(\theta)$ (Yati, Devianto dan Asdi: 117).

Metode Maksimum Likelihood digunakan untuk menentukan parameter yang memaksimalkan kemungkinan data sampel. Maksimum likelihood memiliki metodologi estimasi yang sederhana akan tetapi dalam pelaksanaan matematikanya sangat kuat sehingga diperoleh nilai pendekatan pada nilai yang sebenarnya dengan ukuran sampel yang menentukan ketelitian dari estimator. Metode Maksimum likelihood digunakan untuk distribusi yang sudah diketahui errornya. Metode maksimum likelihood dalam pengerjaannya mudah untuk dipahami dan memperoleh hasil estimasi yang implisit dengan

menggunakan pendekatan numerik untuk memperoleh estimasi dari parameternya (Adrianingsih dan Dani, 2021: 57).

Fungsi likelihood dari parameter rata-rata dan parameter bentuk dalam regresi dengan fungsi kepadatan peluang y sebagai berikut:

$$L(Y; \theta) = \prod_{i=1}^n f(X_i; \theta)$$

$$\begin{aligned} L(\beta|\alpha) &= \prod_{i=1}^n \left[\frac{1}{\Gamma(\alpha) \left(\frac{\exp(x_i^T \beta)}{\alpha} \right)^\alpha} y_i^{\alpha-1} \exp \left(\frac{-y_i}{\left(\frac{\exp(x_i^T \beta)}{\alpha} \right)} \right) \right] \\ &= \left[\left(\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \right)^n \left(\frac{\exp \sum_{i=1}^n x_i^T \beta}{\alpha^n} \right)^{-\alpha} \prod_{i=1}^n y_i^{\alpha-1} \exp \sum_{i=1}^n \left(\frac{-y_i}{\left(\frac{\exp(x_i^T \beta)}{\alpha} \right)} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.23)$$

Dari persamaan fungsi kepadatan peluang regresi gamma diatas diperoleh fungsi logaritma natural likelihood yaitu:

$$\ln L(\alpha, \theta, \beta | y_1, y_2, \dots, y_n) =$$

$$\ln \left[\left(\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \right)^n \left(\frac{\exp \sum_{i=1}^n x_i^T \beta}{\alpha^n} \right)^{-\alpha} \prod_{i=1}^n y_i^{\alpha-1} \exp \sum_{i=1}^n \left(\frac{-y_i}{\left(\frac{\exp(x_i^T \beta)}{\alpha} \right)} \right) \right]$$

(2. 24)

Parameter regresi gamma diperoleh dari memaksimalkan fungsi likelihood dengan syarat pada turunan pertama dan kedua dari fungsi ln likelihood terhadap tiap parameter disamakan dengan nol, $\frac{\partial \ln L(\beta, \alpha)}{\partial \beta} = 0$ dan $\frac{\partial \ln L(\beta, \alpha)}{\partial \alpha} = 0$. Apabila turunan parsial tersebut tidak dapat diselesaikan secara analitik maka untuk memaksimalkan fungsi ln likelihood dibantu dengan menggunakan metode algoritma iterasi Newton-Raphson (Nasution, 2017: 19).

9. Uji Parameter Model regresi Gamma

Uji parameter digunakan untuk mengetahui ada atau tidak adanya pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon dengan uji simultan dan uji parsial.

a. Uji simultan

Uji simultan digunakan untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor secara serentak (simultan) terhadap variabel respon dengan

menggunakan MLRT (*Maximum Likelihood Ratio Test*/ uji rasio maksimum likelihood). Uji Rasio Maksimum Likelihood adalah uji yang berhubungan dengan MLE (*Maximum Likelihood Estimation*). Metode uji Rasio Likelihood digunakan pada perbandingan dua fungsi densitas sebagai dasar pengujian hipotesis yang dimodifikasi dan diberikan untuk pengujian hipotesis majemuk terhadap hipotesis alternatif majemuk atau diberikan untuk hipotesis sederhana terhadap hipotesis alternatif majemuk (Sudjana, 1996).

Hipotesis:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_j = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_j \neq 0; j = 1, 2, \dots, k$$

dengan k adalah banyaknya variabel prediktor.

Statistik uji:

$$G^2 = -2 \ln \Lambda \\ = 2(L(\Omega) - L(\omega)) \text{ dengan } G^2 > \chi_{2p}^2 \quad (2. 25)$$

dimana (Λ) merupakan *odd ratio*,

$$\Lambda = \left(\frac{L(\omega)}{L(\Omega)} \right) = \ln (L(\omega) - L(\Omega)) \quad (2. 26)$$

Nilai $L(\Omega)$ dan $L(\omega)$ diperoleh dari memaksimalkan nilai likelihood menggunakan

pendugaan MLE dengan metode Newton-Raphson sehingga diperoleh untuk masing-masing parameter. G^2 mengikuti distribusi χ^2 , $G_{hitung}^2 > \chi_{k,\alpha}^2$ dengan derajat bebas k dimana k adalah banyaknya variabel prediktor.

Kriteria Uji:

Tolak H_0 jika $G_{hitung}^2 > \chi_{k,\alpha}^2$ (Nasution, 2017: 23).

b. Uji parsial

Uji parsial dilakukan untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor secara individual terhadap variabel respon. Uji ini dilakukan apabila uji serentak yang dilakukan sebelumnya memiliki hasil keputusan yaitu menolak H_0 .

Hipotesis:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0 ; j = 1, 2, \dots, k$$

Statistik Uji:

$$Z_{hit} = \frac{\hat{\beta}_j^2}{var(\hat{\beta}_j)} \sim \chi_{\alpha,1}^2 \quad (2.27)$$

$var(\hat{\beta}_j)$ merupakan elemen diagonal utama matriks $\mathbf{I}^{-1}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ dengan indeks yang sesuai.

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$ (Nasution, 2017: 24)

10. Newton Raphson

Metode newton Raphson digunakan untuk menduga parameter yang menggunakan metode maksimum likelihood dan memperoleh persamaan yang tidak *closed form*. Metode Newton Raphson merupakan metode pendekatan yang menggunakan satu titik awal dan mendekatinya dengan memperhatikan slope atau gradien pada titik tersebut. Titik pendekatan ke $n+1$ dituliskan dengan:

$$X_{n+1} = x_n + \frac{F(x_n)}{F'(x_n)} ; F'(x_n) \neq 0 \quad (2. 28)$$

(Munir, 2006: 18).

Metode Newton Raphson sering digunakan dalam menyelesaikan optimisasi statistika. Metode Newton Raphson merupakan metode yang mampu mendapatkan hasil iterasi yang paling sedikit dan mempunyai standar kesalahan paling kecil (Andiani, 2009)

Fungsi log-likelihood dengan parameter γ menggunakan metode Newton Raphson diperoleh penaksiran parameter $\hat{\gamma}$ pada iterasi ke- $(n+1)$ dengan $n = 0,1,2,\dots$ dalam proses iterasi adalah

$$\hat{\gamma}_{n+1} = \hat{\gamma}_n - H(\hat{\gamma}_n)^{-1}g(\hat{\gamma}_n) \quad (2.29)$$

dengan

$\hat{\gamma}_{n+1}$: parameter taksiran γ pada iterasi ke-($n+1$)

$\hat{\gamma}_n$: parameter taksiran γ pada iterasi ke- n

$g(\hat{\gamma}_n)$: turunan pertama fungsi likelihood

$H(\hat{\gamma}_n)$: turunan kedua fungsi likelihood

(Burhan dan Jaya, 2018: 162).

Proses iterasi metode Newton Raphson dilakukan sampai didapatkan nilai $\hat{\gamma}$ yang konvergen yaitu sampai $\left| \frac{\hat{\gamma}_{n+1} - \hat{\gamma}_n}{\hat{\gamma}_n} \right| < \delta$, dengan δ adalah suatu bilangan yang sangat kecil tetapi > 0 (Arisandi, 2014: 155).

Dalam memaksimumkan fungsi \ln likelihood dengan metode iterasi Newton-Raphson $\hat{\gamma}_{n+1} = \hat{\gamma}_n - H(\hat{\gamma}_n)^{-1}g(\hat{\gamma}_n)$, nilai awal $\hat{\gamma}_0$ merupakan matriks dari parameter $[\hat{\alpha}_{(0)} \quad \hat{\beta}_{1(0)}]$, vektor $g(\hat{\gamma}_n)$ adalah vektor turunan fungsi pertama dari fungsi \ln likelihood $g(\hat{\gamma}_n) = \left[\frac{\partial \ln L(\beta, \alpha)}{\partial \beta} \quad \frac{\partial \ln L(\beta, \alpha)}{\partial \alpha} \right]^T$. Matriks H merupakan matriks hessian yang elemennya terdapat turunan kedua dari fungsi \ln likelihood. Matriks H dapat diganti dengan matriks I (*Fisher-Information*), matriks I mempunyai elemen ekspektasi turunan pertama fungsi \ln likelihood yang dikuadratkan, $I =$

$\left[\frac{\partial \ln L(\beta, \alpha)}{\partial (\cdot)} \right]^T \left[\frac{\partial \ln L(\beta, \alpha)}{\partial (\cdot)} \right]$, dari persamaan matriks I tersebut didapatkan fungsi iterasi Newton-Raphson sebagai berikut :

$$\hat{\boldsymbol{\gamma}}_{n+1} = \hat{\boldsymbol{\gamma}}_n - \mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_n)^{-1} \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}_n) \quad (2.30)$$

(Hogg dan Craig, 2005).

11. Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik yang secara umum dalam model regresi menggunakan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC). Metode AIC didasarkan pada metode *Maximum Likelihood Estimation*. Model *Akaike Information Criterion* adalah suatu kriteria model yang digunakan untuk mengidentifikasi faktor-faktor yang berpengaruh terhadap model. Perhitungan AIC menggunakan rumus:

$$AIC = -2 \ln L(\hat{\beta}) + 2k \quad (2.31)$$

Dengan $L(\hat{\beta})$ adalah nilai maximum likelihood dan k adalah jumlah parameter. Model regresi yang terbentuk adalah model regresi yang mempunyai nilai AIC terkecil (Akaike, 1978: 9).

B. Kajian Penelitian yang Relevan

Kajian pustaka dalam penelitian ini berfungsi untuk acuan dalam memperoleh informasi dari penelitian-

penelitian sebelumnya untuk mendapatkan teori yang berkaitan dengan judul yang penulis gunakan. Adapun penelitian-penelitian sebelumnya adalah:

1. Penelitian yang dilakukan oleh Asih Kurniasih Lumaela, Bambang Widjanarko Otok dan Sutikno dalam jurnal sains dan seni pomits pada tahun 2013 dengan judul “Pemodelan Chemical Oxygen Demand (COD) sungai di Surabaya dengan metode *Mixed Geographically Weighted Regression*” menghasilkan kesimpulan bahwa pemodelan *Mixed Geographically Weighted Regression* (WGWR) pada indikator COD sungai di Surabaya dengan fungsi kernel *Fixed Bisquare* menghasilkan variabel prediktor global yang signifikan Nitrat, sedangkan variabel prediktor lokal yang signifikan adalah kecepatan aliran air dan Nitrit. Akan tetapi model WGWR pada penelitian ini tidak memberikan hasil yang berbeda dengan regresi global, sehingga model yang lebih baik untuk digunakan dalam memodelkan indikator COD sungai di Surabaya adalah metode GWR (*Geographically Weighted Regression*) dengan fungsi kernel *Adaptive Bisquare*.
2. Penelitian yang dilakukan oleh Alvi Sahri Nasution, Purhadi dan Sutikno dalam jurnal paidagogeo pada tahun 2017 dengan judul “Estimasi Parameter dan

Pengujian Hipotesis pada Model Regresi Gamma” dengan indikator variabel *Y* nya *Biochemical Oxygen Demand* (BOD) dan variabel *X* nya yaitu lebar sungai, kedalaman sungai, kecepatan aliran sungai dan debit air sungai menghasilkan kesimpulan bahwa hasil analisis faktor-faktor yang mempengaruhi tingginya nilai BOD di sungai Surabaya tahun 2013 variabel yang signifikan yaitu kecepatan air sungai dan untuk pemilihan model terbaik berdasarkan nilai AIC nya maka nilai AIC dari estimasi *Weighted Least Square* (WLS) lebih kecil dari pada nilai AIC estimasi Maksimum Likelihood sehingga dapat disimpulkan bahwa metode *Weighted Least Square* yang terpilih untuk pemodelan pencemaran sungai di Surabaya dengan indikator BOD (*Biochemical Oxygen Demand*). Pada penelitian ini menggunakan variabel respon BOD (*Biochemical Oxygen Demand*) sedangkan untuk variabel prediktor nya yaitu lebar sungai, kedalaman aliran sungai, kecepatan sungai serta debit sungai.

3. Penelitian yang dilakukan oleh Jae Hyoun Kim dan Jinnam Jo dalam *J environ health sci* yang berjudul “*Chemical Oxygen Demand (COD) Model for the Assesment of Water Quality in the Han River Korea*” menghasilkan bahwa dengan meningkatkan kualitas

air maka akan menjadikan biodegradabilitas dibadan air sungai Han dipertahankan. Metode determinasi (R^2) dari model COD yang terbaik memberikan nilai tinggi yang signifikan antara pada tahun 2012 dan 2015. Total karbon organik (TOC) adalah indikator pengganti COD dengan keadaan nilai yang tinggi. Dalam analisis cluster nya mengungkapkan bahwa mikroorganisme dan fosfor memiliki nilai yang tinggi di stasiun sepanjang daerah Hangan Seoul dan Hantangang. Akan tetapi, kualitas air secara keseluruhan selama empat tahun terakhir menunjukkan kecenderungan yang terus meningkat.

4. Penelitian yang dilakukan oleh Mustofa Niti Suparjo dalam Jurnal Saintek Perikanan dengan judul “Kondisi Pencemaran Perairan Sungai Babon Semarang” dengan indikator kedalaman sungai, kecerahan air sungai, arus dan suhu sungai, pH, Salinitas, Oksigen Terlarut (DO), Hidrogen Sulfida, *Biochemical Oxygen Demand* dan *Chemical Oxygen Demand* menggunakan metode analisis Storet menghasilkan kesimpulan bahwa dengan menggunakan metode analisis tersebut nilai dari tiga stasiun sungai masuk kedalam kategori kelas IV dengan skor >-30 artinya sungai tersebut tercemar berat dan indikator yang melebihi standar baku mutu

kelas II (kelas untuk perikanan) yaitu Hidrogen Sulfida, *Biochemical Oxygen Demand* dan *Chemical Oxygen Demand*.

5. Penelitian yang dilakukan oleh Arrafi Dwiargatra dan Purhadi dalam Jurnal Sains dan Seni ITS dengan judul “Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Angka Kematian Bayi dan Angka Kematian Anak di Provinsi Jawa Timur Tahun 2017 dengan Menggunakan *Bivariate Gamma Regression*” dengan indikator variabel respon angka kematian bayi dan angka kematian anak sedangkan variabel prediktor presentase persalinan oleh tenaga kesehatan, presentase komplikasi kebidanan yang ditangani, presentase bayi lahir berat badan rendah, presentase penduduk miskin dan presentase perempuan kawin dibawah 17 tahun. Penelitian ini menggunakan metode regresi gamma bivariate yang menghasilkan kesimpulan bahwa dalam memilih model terbaik dengan kriteria *Akaike Information Criterion (AIC)* terkecil adalah model angka kematian bayi dan angka kematian anak dengan variabel prediktor bayi lahir berat badan rendah dan variabel penduduk miskin dimana variabel yang signifikan terhadap variabel angka kematian bayi yaitu presentase bayi lahir dengan berat badan rendah.

Penelitian-penelitian sebelumnya tentang indikator COD dalam menentukan kualitas air menggunakan metode Gabungan Algoritma Genetik-Regresi Linear Berganda (GA-MLR) dan *Mixed Geographically Weighted Regression* (WGWR). Sedangkan pada penelitian ini menggunakan metode Regresi Gamma dikarenakan metode regresi gamma merupakan pendekatan probabilitas waktu tunggu yang efisien dan tidak memerlukan kenormalan data (Nasution, 2017: 18). Terdapat juga penelitian yang menggunakan metode regresi gamma bivariat akan tetapi dalam variabel respon maupun prediktor berbeda dengan yang ada pada penelitian ini yaitu tentang faktor yang menyebabkan angka kematian bayi dan angka kematian anak sedangkan pada penelitian ini tentang faktor yang menyebabkan sungai tercemar. Penelitian ini menggunakan variabel respon COD (*Chemical Oxygen Demand*) yang mempunyai faktor digunakan sebagai variabel independen yaitu debit sungai, pH, DO dan suhu.

BAB III METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode penelitian kuantitatif. Metode penelitian kuantitatif adalah metode dengan serangkaian observasi atau pengukuran yang dinyatakan dalam bentuk angka-angka. Metode penelitian kuantitatif juga diartikan sebagai metode penelitian yang berlandaskan pada filsafat positifisme, digunakan untuk meneliti pada populasi atau sampel tertentu, pengumpulan data nya menggunakan instrumen penelitian, analisis data nya bersifat kuantitatif atau statistik, dengan tujuan untuk menguji hipotesis yang telah ditetapkan (Sugiyono, 2019: 16-17).

B. Data dan Sumber Data

Data yang digunakan adalah data sekunder. Data sekunder adalah data yang didapat dari sumber yang bukan pengolahnya (Dajan, 1986). Sumber data diambil dari Dinas Lingkungan Hidup Kota Semarang pada tahun 2019 dengan menggunakan 35 titik sungai yang ada di Kota Semarang.

C. Definisi Operasional Variabel

1. Variabel independen

Variabel independen adalah variabel yang mempengaruhi atau yang menjadi sebab berubahnya atau timbulnya variabel dependen. Variabel independen juga disebut variabel bebas (Sugiyono, 2019: 69). Dalam penelitian ini variabel independennya (variabel X) adalah debit sungai, pH, DO dan suhu.

Definisi operasional variabel:

a. Debit

Debit air berkorelasi dengan beban pencemaran air salah satunya yaitu COD (*Chemical Oxygen Demand*). Tingginya debit air maka menyebabkan pengeceran beban pencemaran air meningkat sehingga kapasitas beban pencemaran air semakin rendah (Widhiasari, 2008).

b. pH

Konsentrasi pH ditentukan oleh ion Hidrogen. Meningkatnya ion Hidrogen menyebabkan pH dalam air berkurang sehingga air bersifat toksik. Kondisi pH dalam air mempengaruhi dinamika proses kimiawi dan biokimiawi dalam air (Suyasa, 2015: 41)

c. DO (*Disolved Oxygen*)

Air yang memiliki tingkat kejenuhan oksigen terlalu tinggi dapat membahayakan organisme. Tingkat kejenuhan dalam air dipengaruhi oleh suhu air, semakin tinggi suhu air maka semakin besar kapasitas kejenuhannya (Irianto, 2015).

d. Suhu

Suhu sangat berpengaruh terhadap proses fisika, kimia dan biologi perairan. Aktifitas metabolisme organisme air dipengaruhi oleh suhu. Suhu berperan sebagai pengendalian kondisi ekosistem perairan (Suyasa, 2015: 33).

2. Variabel dependen

Variabel dependen adalah variabel yang dipengaruhi atau yang menjadi akibat adanya variabel independen. Variabel dependen juga disebut variabel terikat (Sugiyono, 2019: 69). Dalam penelitian ini variabel dependennya (variabel *Y*) adalah *Chemical Oxygen Demand* (COD) atau kebutuhan oksigen kimia.

D. Metode Analisis Data

Dalam penelitian ini langkah-langkah yang dilakukan untuk menganalisis data dengan metode regresi gamma sebagai berikut:

1. Menguji distribusi variable respon yaitu COD (*Chemical Oxygen Demand*) menggunakan metode Anderson darling.
2. Menguji adanya multikolinearitas pada variabel prediktor menggunakan kriteria VIF.
3. Menentukan model regresi gamma menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)
4. Menguji signifikansi parameter secara serentak dan parsial untuk setiap model regresi.
5. Menginterpretasikan model yang terbentuk dengan melihat model yang terbaik.
6. Menentukan faktor yang berpengaruh terhadap variabel X dari model yang terbaik.

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan hasil penelitian yang dilakukan dan menjawab rumusan masalah pada penelitian ini. Pada hal ini yaitu tentang model regresi gamma pada pencemaran sungai yang ada di Kota Semarang dan menentukan faktor yang mempengaruhi indikator COD pencemaran sungai di Kota Semarang pada tahun 2019-2020.

A. Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif digunakan untuk menstandarisasi variabel sebelum variabel tersebut dinalisis dan diperoleh modelnya. Dengan variabel respon COD (*Chemical Oxygen Demand*) dan variabel prediktor X_1 (debit), X_2 (pH), X_3 (DO/*Disolved Oxygen*) dan X_4 (suhu) diperoleh hasil analisis deskriptif sebagai berikut:

Tabel 4. 1 statistika deskriptif variable respon dan variable prediktor

Variabel	Min	Max	Mean	Std.Deviasi
COD	1,391	140,000	46,58749	30,567014
Debit	3,00	50,00	15,7143	10,98012

pH	6,30	8,80	7,4286	0,55443
DO	0,02	3,66	1,6126	1,44912
Suhu	27,60	33,20	29,8800	1,21044

Pada tabel 4.1 menunjukkan bahwa jumlah COD paling banyak 140 dan paling sedikit 1,391. Dengan nilai COD yang sangat tinggi menjadi masalah pada sungai karena dapat mengakibatkan rusaknya ekosistem sungai dan kualitas air sungai yang menurun. Dalam peraturan pemerintah nomor 82 tahun 2001 tentang pengelolaan kualitas air dan pengendalian pencemaran air dijelaskan bahwa baku mutu air murni atau masuk dalam kategori kelas 1 untuk indikator COD adalah 10 mg/L, air yang memiliki jumlah baku mutu air untuk indikator COD 25 mg/L masih layak dipakai akan tetapi tidak layak untuk dikonsumsi sedangkan apabila jumlah baku mutu air untuk indikator COD lebih dari 50 mg/L maka sudah tidak layak digunakan karena tingkat pencemarannya sudah tinggi. Rata-rata dari COD disetiap sungai yang tidak tercemar memiliki nilai COD 20 mg/L sedangkan pada sungai yang ada di Kota Semarang mempunyai rata-rata nilai COD yaitu 46,59 mg/L yang merupakan angka melebihi nilai baku mutu air sehingga sungai

yang ada di Kota Semarang masuk kategori sungai tercemar.

B. Aplikasi regresi gamma pada pencemaran sungai Kota Semarang

Pada penelitian ini analisis regresi diaplikasikan pada pencemaran sungai yang ada di Kota Semarang tahun 2019-2020. Dalam penelitian ini menggunakan variabel COD sebagai variabel respon dan debit, pH, DO dan suhu sebagai variabel prediktor.

1. Pengujian distribusi gamma

Pengujian ini dilakukan pada masing-masing variabel respon COD (*Chemical Oxygen Demand*) dengan menggunakan pengujian Anderson-Darling. Pada lampiran 3 diperoleh hasil bahwa pengujian distribusi untuk distribusi gamma berada pada urutan ke-4. Adapun hipotesis yang digunakan adalah:

H_0 = variabel COD berdistribusi gamma

H_1 = variabel COD tidak berdistribusi gamma

Dengan kriteria uji tolak H_0 jika $p\text{-value} < \alpha$

Pengujian distribusi dengan menggunakan software Minitab pada lampiran 3 diperoleh hasil berikut:

Tabel 4. 2 Pengujian distribusi

Distribution	AD	P-value
Gamma	0,470	>0,250

Pada tabel 4.2 menunjukkan bahwa nilai p-value lebih besar dari taraf signifikansi yaitu $0,250 > 0,05$, sehingga dapat disimpulkan bahwa gagal tolak H_0 yang artinya bahwa indikator COD (*Chemical Oxygen Demand*) berdistribusi gamma.

2. Pengujian Heteroskedastisitas

Syarat regresi salah satunya yaitu tidak terdapat heteroskedastisitas. Untuk mendeteksi heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan menggunakan plot residual. Apabila plot residual memiliki pola tertentu maka diartikan terjadi heteroskedastisitas (Sukestiyarno, 2013: 83).

Hipotesis

H_0 = variansi galat bersifat homoskedastisitas

H_1 = variansi galat bersifat heteroskedastisitas

Dengan kriteria uji tolak H_0 jika $p\text{-value} < \alpha$

Pengujian ini diperoleh dari software Rstudio pada lampiran 4 yaitu sebagai berikut:

Tabel 4. 3 Pengujian Heteroskedastisitas

	Breucsh Pagan	p-value	df

residual	3.0277	0.5532	4
----------	--------	--------	---

Pada tabel diatas diperoleh p-value = 0.5532 yang memiliki nilai $> \alpha$, dapat disimpulkan bahwa terima H_0 , artinya terjadi homoskedastisitas.

3. Pengujian multikolinearitas

Salah satu syarat regresi yaitu tidak terdapat multikolinearits. Untuk mendeteksi multikolinearitas dapat dilakukan dengan menggunakan nilai VIF dari masing-masing variabel prediktor. Apabila terdapat variabel predictor nilai VIF < 10 maka disimpulkan bahwa variabel prediktor tidak terdapat multikolinearitas (Dwiargatra, 2019: D99). Nilai VIF masing-masing variabel prediktor pada penelitian ini dengan menggunakan software Rstudio pada lampiran 4 adalah sebagai berikut:

Tabel 4. 4 pengujian multikolinearitas

Variabel	VIF
X_1	1,6995
X_2	1,0058
X_3	1,1639

X_4	1,5274
-------	--------

Pada tabel 4.4 nilai VIF pada setiap variabel prediktor mempunyai nilai lebih kecil dari 10, maka dapat disimpulkan yaitu antar variabel prediktor tidak terjadi multikolinearitas. Oleh karena itu, dapat dilanjutkan untuk melakukan pemodelan regresi.

4. Aplikasi Regresi Gamma pada pencemaran sungai Kota Semarang

Berdasarkan data Dinas Lingkungan Hidup (DLH) Kota Semarang tahun 2019-2020 diperoleh kadar COD (*Chemical Oxygen Demand*) mengikuti persebaran distribusi Gamma. Pendugaan parameter pada setiap lokasi pengamatan menghasilkan sifat yang global atau sama. Pada penelitian ini memiliki faktor yang mempengaruhi. Faktor yang mempengaruhi dalam setiap titik pada penelitian ini disamakan. Variabel prediktor yang digunakan untuk memperoleh model regresi gamma yaitu X_1 (debit), X_2 (pH), X_3 (DO) dan X_4 (suhu).

Dengan menggunakan software Rstudio maka dapat diperoleh estimasi regresi gamma pada data penelitian. Diperoleh hasil estimasi regresi gamma pada lampiran 6 yaitu sebagai berikut:

Tabel 4. 5 pendugaan parameter model regresi gamma

Parameter	Koefisien	SE
Konstan	0,1519	0,0803
X1	0,0002	0,0002
X2	-0,0080	0,0044
X3	-0,0038	0,0018
X4	-0,0022	0,0024

Berdasarkan pendugaan pada tabel 4.5 maka perlu dilakukan pengujian uji signifikansi regresi gamma secara simultan maupun parsial terhadap model. Uji ini berfungsi untuk mengetahui ada dan tidak adanya pengaruh variabel prediktor secara serentak maupun parsial terhadap model.

Uji signifikansi secara serentak (bersama-sama) terhadap model dengan hipotesis berikut:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 \neq 0$$

Tolak H_0 jika $G^2 > \chi_{tabel}^2$

Dalam pengolahan data menggunakan software Rstudio pada lampiran 6 diperoleh hasil uji signifikan regresi gamma sebagai berikut:

Tabel 4. 6 Uji serentak regresi gamma

G^2	Df	χ^2_{tabel}	Keputusan
18.808	4	9,49	Tolak H_0

Tabel 4.6 menunjukkan bahwa nilai G^2 lebih besar dari pada nilai χ^2_{tabel} dengan tingkat signifikan 0,05 dan derajat bebas 4 sehingga dapat disimpulkan bahwa menolak H_0 atau dengan kata lain parameter secara serentak berpengaruh terhadap model.

Karena parameter secara simultan berpengaruh secara signifikan terhadap model maka dapat dilanjutkan dengan menguji secara parsial dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 \neq 0$$

Statistik Uji:

$$Z_{hit} = \frac{\hat{\beta}_j^2}{var(\hat{\beta}_j)} \sim \chi^2_{\alpha,1}$$

Kriteria uji:

Tolak H_0 jika $|Z_{hit}| > Z_{\alpha/2}$

Hasil uji parsial regresi gamma menggunakan software Rstudio pada lampiran 6 adalah:

Tabel 4. 7 Uji Parsial Regresi Gamma

Parameter	Koefisien	SE	nilai Z	Keputusan
Konstan	0,1519	0,0803	1,891	Gagal tolak H_0
X_1	0,0002	0,0002	0,693	Gagal tolak H_0
X_2	-0,0080	0,0044	-1,819	Gagal tolak H_0
X_3	-0,0038	0,0018	-2,088	Tolak H_0
X_4	-0,0022	0,0024	-0,897	Gagal tolak H_0

Pada tabel 4.7 ditunjukkan bahwa variabel yang signifikan berpengaruh terhadap COD (*Chemical Oxygen Demand*) adalah DO dengan $Z_{\alpha/2} = 1,96$.

Didapatkan model regresi gamma pada pencemaran sungai di Kota Semarang sebagai berikut:

$$\theta = \exp \frac{0,1519 - 0,0038X_3}{2,4361} \quad (i)$$

dengan nilai AIC: 335.07

Pada model tersebut menjelaskan bahwa setiap oksigen yang terlarut dalam sungai nilai parameter θ

akan dilipatgandakan sebesar $\exp(0,0038/2,4361) = 1,001561 \text{ mg/L}$.

Selanjutnya, pada model yang signifikan dari uji keempat variabel respon maka diregresikan kembali dengan mengikutsertakan satu variabel prediktor yang berpengaruh yaitu DO dan diperoleh uji parameternya menggunakan software Rstudio pada lampiran 8 sebagai berikut:

Tabel 4. 8 Uji Parsial Regresi Gamma

Parameter	Koefisien	SE	nilai Z	Keputusan
Konstan	0,0283	0,0046	6,109	Tolak H_0
X3	-0,0035	0,0018	-1,992	Tolak H_0

Berdasarkan hasil tabel 4.8 menjelaskan bahwa variabel signifikan terhadap COD sehingga diperoleh model regresi:

$$\theta = \exp \frac{0,0283 - 0,0035X_3}{2,2175} \quad (\text{ii})$$

Dengan nilai AIC: 332.83

Dalam menentukan model terbaik dilihat dari nilai AIC. Model terbaik digunakan jika nilai AIC paling kecil diantara beberapa model. Dari model (i) dan (ii)

diperoleh nilai AIC 335,07 dan 332,83 maka model terbaik yang digunakan adalah model (ii) yaitu $\theta = \exp \frac{0,0283 - 0,0035X_3}{2,2175}$ yang artinya setiap oksigen yang terlarut dalam sungai nilai parameter θ akan dilipatgandakan sebanyak $\exp (0,0035/2,2175) = 1,00158$ mg/L.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari hasil analisis yang dilakukan adalah:

1. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap tingginya nilai COD (*Chemical Oxygen Demand*) di sungai Kota Semarang pada tahun 2019-2020 dari hasil analisis regresi gamma dengan membandingkan dua model yang terbentuk maka didapatkan model regresi gamma terbaik sebagai berikut:

$$\theta = \exp \frac{0,0283 - 0,0035X_3}{2.2175}$$

2. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap tingginya nilai COD di sungai Kota Semarang tahun 2019-2020 pada hasil analisis diperoleh variabel yang signifikan yaitu variabel X_3 atau variabel DO (Oksigen terlarut). Yang mempunyai kesimpulan bahwa setiap oksigen yang terlarut dalam sungai parameter θ akan dilipatgandakan sebesar $\exp (0,0035/2,2175) = 1,00158 \text{ mg/L}$.

B. Saran

Berdasarkan penelitian dan analisis yang dilakukan, dapat dikembangkan kembali untuk penelitian-penelitian berikutnya yaitu menganalisis model regresi gamma dengan menggunakan metode estimasi lain seperti metode bayyesian, metode WLS (*Weighted Least Square*) atau membandingkan metode MLE (*Maximum Likelihood Estimation*), WLS (*Weighted Least Square*) maupun bayyesian. Dapat juga menganalisis data sungai menggunakan distribusi keluarga eksponensial yang lainnya. Untuk faktor yang mempengaruhi tingginya COD (*Chemical Oxygen Demand*), alangkah baiknya agar kapasitas kejenuhan oksigen di air semakin menurun maka lebih baik mengurangi tingkat salinitas dengan tidak membuang limbah ke sungai agar organisme perairan dapat mengeluarkan energi yang besar untuk menyesuaikan diri dengan salinitas yang jauh dibawah atau diatas normal bagi kehidupan hewan karena organisme perairan membutuhkan kondisi air dengan tingkat kemasaman tertentu. Air dengan pH yang terlalu tinggi atau terlampau rendah dapat mematikan organisme dan juga dengan perubahannya. Secara umum organisme perairan dapat hidup pada kisaran pH antara 6,7 dan 8,5.

DAFTAR PUSTAKA

- Admin Dinas. 2020. Daerah-daerah yang Harus Ditanggulangi Akibat Kerusakan Alam di Semarang. *Diunduh di <https://dlh.semarangkota.go.id/daerah-daerah-yang-harus-ditanggulangi-akibat-kerusakan-alam-di-semarang/>* pada tanggal 17 Desember 2021 pukul 13.32 WIB.
- Adrianingsih, Narita Yuri dan Andrea Tri Rian Dani. 2021. Estimasi Model Regresi Semiparametik Spline Truncated Menggunakan Metode Maximum Likelihood Estimation. *Jambura Journal Of Probability And Statistics*. Vol 2(2).
- Akaike, Hirotugu. 1978. A Bayesian Analysis Of The Minimum AIC Procedure. *Annals of the Institute of Atatistical Mathematics*. Part A: 9-14
- Andara, Diani Riezki. Haeruddin dan Agus Suryanto. 2014. Kandungan Total Padatan Tersuspensi, Biochemical Oxygen Demand dan Chemical Oxygen Demand serta Indeks Pencemaran Sungai Klampisan di Kawasan Industri Candi Semarang. *Diponegoro Journal of Maquares*. Vol III (3): 177-187

- Andiani, Naniek. 2009. Membandingkan Kecepatan dan Ketelitian dalam Mencari Akar Persamaan Non Linear pada Beberapa Metode. *Jurnal Teknik FTUP*. Vol 22(2).
- Arisandi, Rizwan dan Purhadi. 2014. Estimasi Parameter dan Pengujian Hipotesis Model Regresi Burr Tiga Parameter Tipe XII. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Universitas Jember 19 November 2014*: 145-166
- Atima, Wa. 2015. BOD dan COD sebagai Parameter Pencemaran Air dan Baku Mutu Air Limbah. *Jurnal Biology Science & Education 2015*. Vol 4 (1): 83-98
- Bain, L. J. dan Engelhard B. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistic Second Edition*. Belmont: Duxbury Press
- Basak, Indrani dan Balakrishnan. 2012. Estimation For the Three-Parameter Gamma Distribution Based On Progressively Censored Data. *Statistical Methodology* 9: 305-319
- Bossio, Marta Corrales dan Edilberto Cepeda Cuervo. 2015. Gamma regression models with the gammareg R package. *Comunicaciones en estadistica*. Vol 8(2): 211-223

- Burhan, Sutrianah dan Andi Kresna Jaya. 2018. Penaksiran parameter Regresi Linier Logistik dengan Metode Maksimum Likelihood Lokal pada Resiko Kanker Payudara di Makassar. *Jurnal Matematika Statistika dan Komputasi*. Vol 14 (2): 159-165
- Dajan, Anton. 1986. *Pengantar Metode Statistika Jilid I*. Jakarta: LP3ES
- Desvina, Ari Pani dan Marta Erdini. 2012. Distribusi Weibull dan Pareto untuk Data Tinggi Gelombang Tsunami Aceh 2004. *Jurnal Sains, Teknologi dan Industri*. Vol 9 (2): 42-49
- Draper, N.R. dan Smith, H. 1998. *Applied Regression Analysis*. New York: Includes Disk
- Dudewicz, Edward J dan Satya Mishra. 1995. *Statistika Matematika Modern*. Bandung: ITB
- Duhupo, Dewanti, Rahayu H. Akili, dan Odi R. Pinontoan. TT. Perbandingan Analisis Pencemaran Air Sungai dengan Menggunakan Parameter Kimia BOD dan COD di Kelurahan Ketang Baru Kecamatan Singkil kota Manado Tahun 2018 dan 2019. *Fakultas Keshatan Masyarakat Universitas Sam Ratulangi Manado*
- Dwiargatra, Arrafi dan Purhadi. 2019. Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Angka Kematian Bayi

- dan Angka Kematian Anak di Provinsi Jawa Timur Tahun 2017 Menggunakan Bivariat Gamma Regression. *Jurnal Sains dan Seni ITS*. Vol 8(2): 97-104
- Fardiaz, Srikandi. 1992. *Polusi Air dan Udara*. Yogyakarta: Penerbit Kanisius
- Gujarati, D. N. 2004. *Basic Econometrics (4 ed.)*. New York: The McGraw-Hill.
- Hamuna, Baigo, Rosye Tanjung, Suwito, Hendra Maury dan Alianto. 2018. Kajian Kualitas Air Laut dan Indeks Pencemaran berdasarkan Parameter Fisika-Kimia di Perairan Distrik Depapre Jayapura. *Jurnal Ilmu Lingkungan*. Vol 16: 35-43
- Hendrasarie, N dan Cahyarani. 2009. Kemampuan Self Purification Kali Surabaya ditinjau dari Parameter Organik Berdasarkan Model Matematis Kualitas Air. *Jurnal Ilmiah Teknik Lingkungan*. Vol 2(1)
- Irianto, Ketut. 2015. *Buku Bahan Ajar Pencemaran Lingkungan*. Bali: Universitas Warmadewa
- Khan, S. J. (2010). *Quantitative Chemical Exposure Assesment For Water Recycling Schemes*. Australia: National Water Commission
- Kim, Jae Hyoun Kim and Jinnam Jo. 2016. Chemical Oxygen Demand (COD) Model for the Assesment of Water

- Quality in the Han River, Korea. *J Environ Health Sci*. Vol 42(4): 280-292
- Kurnianti, Lelim Yelli, Haeruddin dan Arif Rahman. 2020. Analisis Beban dan Status Pencemaran BOD dan COD di Kali Asin Semarang. *Journal of Fisheries and Marine Research*. Vol 4 (3) 379-388
- Law, Averill M. 2013. Simulation Modeling and Analysis 5 edition. New York: MacGraw-Hill
- Lumaela, Arsih Kurniasih, Bambang Widjanarko Otok dan Sutikno. 2013. Pemodelan COD Sungai di Surabaya dengan Metode Mixed Geographically Weighted Regression. *Jurnal Sains dan Seni Pomits*. Vol 2 (1): 100-105
- Masruri, Ulin Niam. 2014. Pelestarian Lingkungan dalam Perspektif Sunnah. *Jurnal At-Taqaddim*. Vol 6 (2): 411-428
- Munir, Rinaldi. 2006. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika.
- Nasution, Alvi Sahri, Purhadi dan Sutikno. 2017. Estimasi Parameter dan Pengujian Hipotesis pada Model Regresi Gamma. *Jurnal Paidagogo*. Vol 2(2): 17-26
- Peraturan pemerintah nomor 82 tahun 2001 tentang pengelolaan kualitas air dan pengendalian pencemaran air

Peraturan pemerintah Republik Indonesia nomor 20 tahun 1990 tentang Pengendalian Pencemaran Air terkandung dalam pasal 1 ayat 2 dan pasal 7 ayat 1

Putranto, Thomas Triadi dan Novie Susanto. 2019. Kajian Daya Tampung dan Mutu Kelas Air Daerah Aliran Sungai Banjar Kanal Timur Kota Semarang. *Jurnal Wilayah dan Lingkungan*. Vol 7(2).

Ranti, Mayang Gadih, Indah Budiarti dan Benny Nawa Trisna. 2017. Pengaruh Kemandirian Belajar (Self Regulated Learning) Terhadap Hasil Belajar Mahasiswa pada Mata Kuliah Struktur Aljabar. *Jurnal Pendidikan Matematika*. Vol 3 (1)

Sahabuddin, Erma Suryani. 2012. Cemar Air dan Tercapainya Lingkungan Sumber Daya Alam yang Berkelanjutan. *Jurnal Publikasi Pendidikan*. Vol 11 (2)

Salmin. 2005. Oksigen Terlarut (DO) Dan Kebutuhan Oksigen Biologi (BOD) Sebagai Salah Satu Indikator Untuk Menentukan Kualitas Perairan. *Oseana*. Volume XXX (3): 21-26

Shin, Hongjoon, Younghun Jung, Changsam Jeong dan Jun-Haeng Heo. 2011. Assessment of Modified Anderson-Darling Test Statistics for the

- Generalized Extreme Value and Generalized Logistic Distributions. *Stoch Environ Res Risk Assess*. DOI 10.1007/s00477-011-0463-y
- Sinaga, Arinta C., Winardi D. Nugraha dan Arya Rezagama. 2017. Penentuan Daya Tampung Beban Pencemaran BOD dan Fecal Coliform dengan Metode QUAL2E (studi kasus: sungai gelis, kabupaten Kudus, Jawa Tengah). *Jurnal Teknik Lingkungan*: 1-9
- Subagyo, Joko. 2005. *Hukum Lingkungan Masalah dan Penanggulangannya*. Jakarta: PT. Rineka Cipta
- Sudjana. 1996. *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito
- Sugiyono. 2019. *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta
- Sukestiyarno. 2010. *Olah Data Penelitian Berbantuan SPSS*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Suparjo, Mustofa Niti. 2019. Kondisi Pencemaran Perairan Sungai Babon Semarang. *Jurnal Saintek Perikanan*. Vol 4 (2): 38-45
- Supriyadi. Wahyu Hardyanto, Aris Budiyo dan Djuniadi. 2016. Pelatihan Pemantauan Pencemaran bagi Masyarakat di Bantaran DAS Kaligarang Semarang dengan Metode Geolistrik. *Jurnal Rekayasa*. Vol 14 (1): 37-46

- Suyasa, Wayan Budiarsa. 2015. *Pencemaran Air dan Pengelolaan Air Limbah*. Denpasar: Udayana University Press
- Walpole, Ronald E. dan Raymond H. Myers. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan Edisi ke-4*. Bandung: ITB
- Wardana, W.A. 2004. *Dampak Pencemaran Lingkungan*. Yogyakarta: Andi
- Webmaster. 2020. Pencegahan Pencemaran Air di Kota Semarang. Diunduh di <https://dlh.semarangkota.go.id/pencegahan-pencemaran-air-di-kota-semarang/> pada tanggal 17 Desember 2021 pukul 14.58 WIB.
- Webmaster. 2020. Pencegahan Pencemaran Air di Kota Semarang. Diunduh di <https://dlh.Semarangkota.go.id/pencegahan-pencemaran-air-di-Kota-Semarang/> pada tanggal 27 Desember 2020 pukul 11.00 WIB.
- Widhiasari, R. 2008. Load Capacity Study of Ciliwung Watershed. *Jurnal Hidrology*. Vol 2 (13)
- Williams, E. J., 1959. *Regression Analysis*, John Wiley & Sons, New York.

Yati, Elvi, Dodi Devianto dan Yudiantri Asdi. TT. Transformasi BOX-COX pada analisis regresi linear sederhana. *Jurnal Matematika UNAND*. Vol 2(2)

Zidni, Rizki Maliki, Nanda Lailatul Humairoh, Puspita Putri Nabilah dan Edy Widodo. 2021. Penerapan Spatial Error Model (SEM) untuk Mengetahui Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kriminalitas. *Prosiding Seminar Nasional Official Statistics 2021*: 333-342.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Penelitian Indikator Sungai di Kota Semarang

No	Nama Sungai	cod(Y)	debit(X1)	pH(X2)	DO(X3)	suhu(X4)
1	sungai pedurungan	57,654	5	8	3,12	29,8
2	sungai tandang	140	10	8	2,7	30,5
3	sungai tenggang	54,385	28	7,5	1,4	29,6
4	sungai bringin	51,192	10	7,5	3,47	30,2
5	sungai karanganyar	113,75	20	7,3	1,31	29,9
6	sungai plumbon	80,423	50	7,6	3,6	32,1
7	sungai mangkang	28,115	30	7	3,66	31
8	sungai asin	55,259	11	7,3	2,2	29,9
9	sungai sianger	40,815	13	7,2	3,34	27,6
10	sungai silandak	50,074	20	7,9	3,19	28,6
11	sungai tambakharjo	62,667	15	7,4	2,14	27,7
12	sungai tuugurejo	75,444	5	7,3	3,51	28,7
13	sungai tapak	42,296	25	7	3,65	28,2
14	sungai kaligawe	51,692	32	7,3	2,59	31
15	sungai babon	22,077	10	7,7	2,74	29,5
16	sungai sringin	94	15	7,5	2,01	29,9
17	sungai banjir kanal barat	54,76	9	7,8	2,55	27,6
18	sungai semarang	1,391	30	6,9	2,87	30,8
19	sungai banger	95,538	20	8,2	1,93	30,6
20	sungai banjir kanal timur	30,538	35	8,2	3,17	31

21	sungai kedungmundu	29,02	23	7,8	0,04	31,1
22	sungai tandang	46,74	25	8,2	0,05	30,3
23	sungai pedurungan	20,45	20	8	0,03	30,1
24	sungai banjir kanal timur	35,31	4	7,9	0,15	29,2
25	sungai candi	47,02	5	8,8	0,11	29
26	sungai baru	54,032	12	6,3	0,05	33,2
27	sungai asin	24,032	10	6,8	0,08	30
28	sungai kaligarang	21,452	17	6,8	0,1	30
29	sungai karangayu	21,129	10	6,7	0,04	30,4
30	sungai siangker	20,806	3	7,2	0,02	29,7
31	sungai silandak	49,194	9	6,8	0,04	31,1
32	sungai tambakharjo	17,581	5	6,5	0,08	28,7
33	sungai segoro	7,545	3	6,9	0,18	30,2
34	sungai kripik	6,333	6	7,3	0,17	29,5
35	sungai kreo	27,848	5	7,4	0,15	29,1

Lampiran 2 Hasil Statistika Deskriptif Menggunakan Software Excel

Sungai	cod(Y)	debit(X1)	pH(X2)	DO(X3)	suhu(X4)
1	57,654	5	8	3,12	29,8
2	140	10	8	2,7	30,5
3	54,385	28	7,5	1,4	29,6
4	51,192	10	7,5	3,47	30,2
5	113,75	20	7,3	1,31	29,9
6	80,423	50	7,6	3,6	32,1
7	28,115	30	7	3,66	31
8	55,259	11	7,3	2,2	29,9
9	40,815	13	7,2	3,34	27,6
10	50,074	20	7,9	3,19	28,6
11	62,667	15	7,4	2,14	27,7
12	75,444	5	7,3	3,51	28,7
13	42,296	25	7	3,65	28,2
14	51,692	32	7,3	2,59	31
15	22,077	10	7,7	2,74	29,5
16	94	15	7,5	2,01	29,9
17	54,76	9	7,8	2,55	27,6
18	1,391	30	6,9	2,87	30,8
19	95,538	20	8,2	1,93	30,6
20	30,538	35	8,2	3,17	31
21	29,02	23	7,8	0,04	31,1
22	46,74	25	8,2	0,05	30,3
23	20,45	20	8	0,03	30,1
24	35,31	4	7,9	0,15	29,2
25	47,02	5	8,8	0,11	29
26	54,032	12	6,3	0,05	33,2
27	24,032	10	6,8	0,08	30

28	21,452	17	6,8	0,1	30
29	21,129	10	6,7	0,04	30,4
30	20,806	3	7,2	0,02	29,7
31	49,194	9	6,8	0,04	31,1
32	17,581	5	6,5	0,08	28,7
33	7,545	3	6,9	0,18	30,2
34	6,333	6	7,3	0,17	29,5
35	27,848	5	7,4	0,15	29,1
Min	1,391	3	6,3	0,02	27,6
Max	140	50	8,8	3,66	33,2
Mean	46,58749	15,71429	7,428571	1,612571	29,88
std. dev	30,56701	10,98012	0,554432	1,449124	1,210445

Lampiran 3 Hasil Uji Distribusi Anderson Darling Menggunakan Software Minitab

Goodness of Fit Test

Distribution	AD	P	LRT P
Johnson Transformation	0,312	0,535	
Box-Cox Transformation	0,346	0,463	
3-Parameter Weibull	0,378	0,431	0,809
Gamma	0,470	>0,250	
Weibull	0,392	>0,250	
Largest Extreme Value	0,326	>0,250	
Logistic	0,605	0,076	
Loglogistic	0,605	0,076	

Lampiran 4 Pengujian Heteroskedastisitas menggunakan software Rstudio

```
> bptest(glmGamma)
```

studentized Breusch-Pagan test

data: glmGamma

BP = 3.0277, df = 4, p-value = 0.5532

Lampiran 5 Hasil Analisis Multikolinearitas Menggunakan software Rstudio

```
> vif(glmGamma)
      x1      x2      x3      x4
1.699528 1.005764 1.163922 1.527400
```

Lampiran 6 Syntax Analisis Regresi Gamma Menggunakan Software Rstudio

```
library(readxl)
library(MASS)
library(lmtest)
library(zoo)
library(Gammapreg)

data_coba <- read_excel("data_coba.xlsx")
View(data_coba)
y = as.matrix(data_coba[,1])
x1 = as.matrix(data_coba[,2])
x2 = as.matrix(data_coba[,3])
x3 = as.matrix(data_coba[,4])
x4 = as.matrix(data_coba[,5])
glmGamma <- glm(y~x1 + x2 + x3 + x4, family = Gamma(link="inverse"))
myshape <- gamma.shape(glmGamma)
gampred <- predict(glmGamma , type = "response", se = T, dispersion =
1/myshape$alpha)
summary(glmGamma, dispersion = 1/myshape$alpha)
```

Lampiran 7 Hasil Analisis Regresi Gamma Menggunakan Software Rstudio

Call:

```
glm(formula = y ~ x1 + x2 + x3 + x4, family = Gamma(link = "inverse"))
```

Deviance Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-2.2189	-0.3770	-0.1323	0.2743	1.3458

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	0.1518586	0.0803004	1.891	0.0586 .
x1	0.0001613	0.0002328	0.693	0.4884
x2	-0.0079981	0.0043964	-1.819	0.0689 .
x3	-0.0038332	0.0018358	-2.088	0.0368 *
x4	-0.0021822	0.0024339	-0.897	0.3699

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Gamma family taken to be 0.4104905)

Null deviance: 18.808 on 34 degrees of freedom

Residual deviance: 15.335 on 30 degrees of freedom

Lampiran 8 Syntax Analisis Regresi Gamma pada Parameter signifikan yang di Regresikan Kembali Menggunakan Software Rstudio

```
library(readxl)
library(MASS)
library(lmtest)
library(zoo)
library(Gammarreg)

data_coba <- read_excel("datakedua.xlsx")
View(datakedua)
y = as.matrix(data_coba[,1])
x3 = as.matrix(data_coba[,2])
glmGamma <- glm(y~x3, family = Gamma(link="inverse"))
myshape <- gamma.shape(glmGamma)
gampred <- predict(glmGamma , type = "response", se = T, dispersion =
1/myshape$alpha)
summary(glmGamma, dispersion = 1/myshape$alpha)
(Dispersion parameter for Gamma family taken to be 0.450952)

Null deviance: 18.808 on 34 degrees of freedom
Residual deviance: 16.947 on 33 degrees of freedom
AIC: 332.83
```

Lampiran 9 Hasil Analisis Regresi Gamma pada Parameter signifikan yang di Regresikan Kembali Menggunakan Software Rstudio

Call:

```
glm(formula = y ~ x3, family = Gamma(link = "inverse"))
```

Deviance Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-2.3245	-0.4837	-0.1528	0.2625	1.1857

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	0.028290	0.004631	6.109	1e-09 ***
x3	-0.003517	0.001765	-1.992	0.0463 *

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Gamma family taken to be 0.450952)

Lampiran 10 Tabel Chi Square

dk	Taraf Signifikansi					
	50%	30%	20%	10%	5%	1%
1	0.455	1.074	1.642	2.706	3.481	6.635
2	0.139	2.408	3.219	3.605	5.591	9.210
3	2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	11.341
4	3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	13.277
5	4.351	6.064	7.289	9.236	11.070	15.086
6	5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	16.812
7	6.346	8.383	9.803	12.017	14.017	18.475
8	7.344	9.524	11.030	13.362	15.507	20.090
9	8.343	10.656	12.242	14.684	16.919	21.666
10	9.342	11.781	13.442	15.987	18.307	23.209
11	10.341	12.899	14.631	17.275	19.675	24.725
12	11.340	14.011	15.812	18.549	21.026	26.217
13	12.340	15.19	16.985	19.812	22.368	27.688
14	13.332	16.222	18.151	21.064	23.685	29.141
15	14.339	17.322	19.311	22.307	24.996	30.578
16	15.338	18.418	20.465	23.542	26.296	32.000
17	16.337	19.511	21.615	24.785	27.587	33.409
18	17.338	20.601	22.760	26.028	28.869	34.805
19	18.338	21.689	23.900	27.271	30.144	36.191
20	19.337	22.775	25.038	28.514	31.410	37.566
21	20.337	23.858	26.171	29.615	32.671	38.932
22	21.337	24.939	27.301	30.813	33.924	40.289
23	22.337	26.018	28.429	32.007	35.172	41.638

24	23.337	27.096	29.553	33.194	35.415	42.980
25	24.337	28.172	30.675	34.382	37.652	44.314
26	25.336	29.246	31.795	35.563	38.885	45.642
27	26.336	30.319	32.912	36.741	40.113	46.963
28	27.336	31.391	34.027	37.916	41.337	48.278
29	28.336	32.461	35.139	39.087	42.557	49.588
30	29.336	33.530	36.250	40.256	43.775	50.892

Lampiran 11 Tabel Z

Tabel Nilai Kritis z

α	$z_{\alpha/2}$	z_{α}
0,100	1,64	1,28
0,050	1,96	1,64
0,025	2,24	1,96
0,010	2,58	2,33
0,005	2,81	2,58
0,001	3,29	3,09

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

A. Identitas Diri

Nama : Ulfa Luthfiana
Tempat & Tgl Lahir : Kudus, 10 November 1998
Alamat Rumah : ds. Mejobo Rt 06 Rw 04 Kec.
Mejobo Kab. Kudus, Jawa
Tengah
No. Handpone : 08882738159
E-Mail : luthfieanulfa1@gmail.com

B. Riwayat Pendidikan

1. MI NU Miftahut Tholibin Mejobo Kudus
2. MTs NU Mu'allimat Kudus
3. MA Mu'allimat NU Kudus

Semarang, 30 Desember 2021



Ulfa Luthfiana

NIM. 1608046009