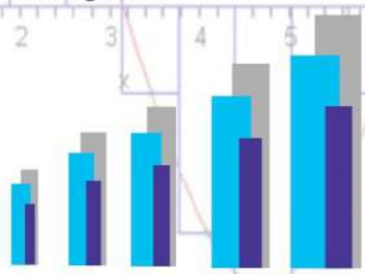
Dibiayai dengan Anggaran BOPTN
UIN Walisongo Semarang
Tahun 2020

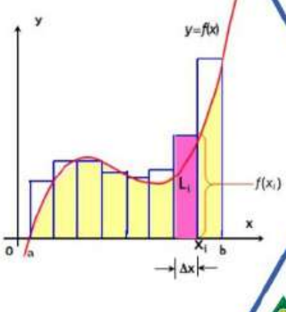
PENELITIAN DASAR
PENGEMBANGAN PROGRAM STUDI

LAPORAN PENELITIAN

Efek Perbedaan Skala Sumbu Koordinat Cartesius

Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa pada Materi Aplikasi Integral Tentu





DISUSUN OLEH :

Yulia Romadiastri, S.Si., M.Sc.
ID Peneliti : 201507810110838

Minhayati Saleh, S.Si., M.Sc.
ID Peneliti : 201010161605

Dibiayai dengan Anggaran BOPTN
UIN Walisongo Semarang
Tahun 2020

LAPORAN PENELITIAN INDIVIDU

Efek Perbedaan Skala Sumbu Koordinat *Cartesius* Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa pada Materi Aplikasi Integral Tentu

Disusun oleh:

Yulia Romadiastri, S.Si., M.Sc.
Minhayati Saleh, S.Si., M.Sc.

Dibiayai dengan Anggaran BOPTN Diktis-UIN Walisongo Semarang Tahun 2020

ABSTRAK

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengkaji efek yang ditimbulkan terhadap kemampuan berpikir kritis mahasiswa pada materi Aplikasi Integral Tentu ketika dosen menyajikan permasalahan dengan menggunakan skala yang berbeda pada sumbu X dan sumbu Y. Jenis penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian adalah 76 mahasiswa pendidikan matematika yang mengikuti perkuliahan Kalkulus II. Dalam penelitian ini, 76 orang mahasiswa tersebut diberikan empat buah soal untuk diselesaikan dan selanjutnya dicari skor kemampuan berpikir kritisnya. Dari skor tersebut dipilih 6 orang untuk diwawancara dengan tujuan menggali lebih dalam bagaimana kemampuan berpikir kritis mahasiswa pada berbagai kategori.

Data dikumpulkan melalui dokumentasi hasil pekerjaan mahasiswa, observasi, dan wawancara. Hasil penelitian menunjukkan efek pada mahasiswa, yakni mereka memenuhi hampir semua indikator kemampuan berpikir kritis. Selain itu mahasiswa menjadi lebih cermat dan teliti dalam menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Hal ini muncul karena masalah yang disajikan pada mahasiswa dikaitkan dengan beberapa konsep pada materi-materi sebelumnya.

Kata kunci: berpikir kritis, skala, integral

HALAMAN PENGESAHAN

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO SEMARANG
LEMBAGA PENELITIAN DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT
Jalan Walisongo Nomor 3-5 Semarang 50185
Email: lp2m@walisongo.ac.id, Website: lppm.walisongo.ac.id

SURAT KETERANGAN
B-1083/Un.10.0/L.1/TL.03/09/2020

Ketua Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LP2M) UIN Walisongo, dengan ini menerangkan bahwa Penelitian yang dibiayai oleh Anggaran DIPA-BOPTN LP2M Tahun 2020 dengan judul:

Efek Perbedaan Skala Sumbu Koordinat Cartesius Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa pada Materi Aplikasi Integral Tentu

adalah benar-benar merupakan hasil Penelitian Dasar Pengembangan Program Studi yang dilaksanakan oleh:

1. Nama : Yulia Romadiastri, S.Si., M.Sc.
   ID Peneliti : 201507810110838
   Jabatan : Lektor
   Fakultas : Sains dan Teknologi
2. Nama : Minhayati Saleh, S.Si., M.Sc.
   ID Peneliti : 201010161605
   Jabatan : Lektor
   Fakultas : Sains dan Teknologi

Demikian surat keterangan ini kami buat untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.

Semarang, 17 September 2020
a.n. Ketua
Kepala Puslitbit,

HAMDAN HADI KUSUMA

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahi Rabbil Áalamiin penulis panjatkan syukur kehadirat Allah SWT, yang telah memberikan rahmat dan hidayahNya sehingga penulis dapat menyusun laporan penelitian yang berjudul "Efek Perbedaan Skala Sumbu Koordinat *Cartesius* Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa pada Materi Aplikasi Integral Tentu."

Dalam kesempatan ini, penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Kepala Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LP2M) UIN Walisongo Semarang,
2. *Reviewer* UIN Walisongo Semarang yang telah memberikan masukan dan saran
3. Semua pihak yang telah membantu sehingga penelitian ini bisa terlaksana

Penulis berharap apa yang telah disusun ini dapat bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan. Penulis menyadari laporan penelitian ini masih banyak kelemahan dan kekurangan, maka saran dan kritik yang membangun guna perbaikan selanjutnya sangat diharapkan.

Semarang, September 2020

Penulis

Daftar Isi

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aplikasi integral tentu adalah salah satu materi dalam mata kuliah Kalkulus 2 yang membahas tentang penerapan integral baik dalam bidang Matematika maupun di luar Matematika. Salah satu subbab didalamnya adalah mencari luas daerah di bawah kurva. Materi ini menerapkan konsep jumlah Riemann dalam menghitung luas suatu daerah yang dibatasi oleh kurva suatu fungsi dan batas-batas tertentu. Untuk dapat menghitung luas daerah tersebut, terlebih dahulu kurva mesti digambar pada bidang koordinat Cartesius.

Menggambar kurva pada bidang Cartesius memerlukan keterampilan diantaranya adalah menentukan skala yang sama baik pada sumbu X maupun Y. Hal ini dilakukan supaya kurva yang didapatkan adalah kurva yang akurat, sehingga dalam menghitung luas daerah yang terbentuk juga diperoleh hasil yang akurat pula. Konsep jumlah Riemann sendiri adalah menghitung luas daerah yang dibatasi oleh kurva tersebut dengan menggunakan partisi yang berbentuk persegipanjang.

Dalam buku teks Kalkulus yang ditulis oleh Purcell and Varberg (1987) serta Larson and Falvo (2009), ada kurva yang digambarkan pada bidang koordinat kartesius dengan skala sumbu-X dan Y sama dan ada yang berbeda. Isu perubahan skala pada grafik juga telah diulas oleh Leinhardt, et al. (1990). Dinyatakan bahwa perubahan skala mungkin menjadi hambatan dalam proses abstraksi dari grafik sebagai representasi konkret visual ke grafik sebagai representasi simbol. Isu tersebut kemudian diujicobakan dalam pembelajaran. Penelitian yang melihat pengaruh perbedaan skala pada kemiringan suatu fungsi linier telah dilakukan oleh Zaslavsky, et al. (2002). Penelitian tersebut mendapatkan hasil bahwa banyak asumsi dan konvensi yang muncul akibat dari respon siswa. Perubahan skala dalam menampilkan hasil data statistika di bidang lain juga mempengaruhi sikap responden. Contohnya dalam bidang ekonomi, Sun, et al. (2016) memanipulasi skala pada grafik pilihan resiko. Diperoleh hasil penelitian berupa perubahan skala dapat mempengaruhi pengambilan keputusan responden mengenai pilihan resiko. Ini artinya visualisasi grafik dengan perbedaan skala pada sumbu-X dan Y pada koordinat Cartesius akan memberikan persepsi yang berbeda-beda.

Afgani dan Paradesa (2019) melakukan penelitian tentang dampak dari perbedaan skala pada materi integral tentu dan diperoleh hasil adanya dampak pada mahasiswa, yakni mereka terlihat berusaha mengkonstruk pengetahuan matematikanya sendiri terlebih dahulu, menyampaikan gagasan-gagasan yang tidak diduga sebelumnya, dan dapat berpikir kritis atas permasalahan yang diberikan. Berdasarkan paparan di atas, maka peneliti tertarik untuk meneliti tentang efek dari perbedaan skala pada sumbu koordinat Cartesius terhadap kemampuan berpikir kritis mahasiswa pada materi aplikasi integral tentu.

1.2 Rumusan Masalah

Bagaimana efek perbedaan skala sumbu koordinat Cartesius terhadap kemampuan berpikir kritis mahasiswa pada materi aplikasi integral tentu?

1.3 Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah di atas maka tujuan penelitian dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui efek perbedaan skala sumbu koordinat Cartesius terhadap kemampuan berpikir kritis mahasiswa pada materi aplikasi integral tentu.

1.4 Manfaat Penelitian

Bagi Peneliti

a. Mengetahui kemampuan berpikir kritis mahasiswa pada materi Aplikasi Integral Tentu
b. Memberikan stimulus terhadap mahasiswa untuk meningkatkan kemampuan berpikir kritis

Bagi Mahasiswa

a. Memberikan fasilitas kepada mahasiswa agar dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis
b. Membantu mahasiswa dalam memahami materi Aplikasi Integral Tentu

1.5 Kajian *Research* sebelumnya

Adapun kajian penelitian yang relevan dengan penelitian ini adalah Penelitian yang dilakukan oleh Orit Zaslavsky, Hagit Sela dan Uri Leron yang berjudul ‘’*Being Sloppy About Slope: The Effect Of Changing The Scale’’* yang melihat pengaruh perbedaan skala pada kemiringan suatu fungsi linier. Penelitian tersebut mendapatkan hasil bahwa banyak asumsi dan konvensi yang muncul akibat dari respon para responden. Perubahan skala dalam menampilkan hasil data statistika di bidang lain juga mempengaruhi sikap responden. Contohnya dalam bidang ekonomi, Sun, et al. dalam penelitiannya yang berjudul ‘’*Effect of graph scale on* *risky choice: evidence from preference and process in decision-making''* memanipulasi skala pada grafik pilihan resiko. Diperoleh hasil penelitian berupa perubahan skala dapat mempengaruhi pengambilan keputusan responden mengenai pilihan resiko. Afgani dan Paradesa melakukan penelitian yang berjudul ''Perbedaan Skala Pada Sumbu Koordinat Kartesius: Apa Dampaknya Dalam Pembelajaran Integral Tentu?'' dan diperoleh hasil adanya dampak pada mahasiswa, yakni mereka terlihat berusaha mengkonstruk pengetahuan matematikanya sendiri terlebih dahulu, menyampaikan gagasan-gagasan yang tidak diduga sebelumnya, dan dapat berpikir kritis atas permasalahan yang diberikan.

BAB II
KAJIAN TEORI

2.1 Pembelajaran Matematika

2.1.1 Pembelajaran Matematika

Pengertian Belajar

Pada dasarnya belajar merupakan suatu proses yang berakhir pada perubahan. Menurut Sudirman dkk (seperti dikutip dalam Fathurrohman dan Sulistyorini, 2012), “belajar adalah suatu proses yan kompleks yang terjadi pada semua orang dan berlangsung seumur hidup, sejak dia masih bayi hingga keliang lahat. Salah satu pertanda seseorang telah belajar sesuatu adalah adanya perubahan tingkah laku dalam dirinya. Perubahan tingkah laku tersebut menyangkut baik perubahan yang bersikap pengetahuan (kognitif), ketrampilan (psikomotorik) maupun yang menyangkut nilai dan sikap (afektif)”. Menurut Wingkel (seperti dikutip dalam Fathurrohman dan Sulistyorini, 2012), “belajar didefinisikan sebagai suatu aktivitas mental atau psikis yang berlangsung dalam interaksi aktif dengan lingkungan, ketrampilan, dan nilai-nilai sikap yang bersifat relatif konstan dan berbekas”.

Pengertian Pembelajaran

Pembelajaran secara sederhana dapat diartikan “sebagai sebuah usaha mempengaruhi emosi, intelektual, spiritual seseorang agar mau belajar dengan kehendaknya sendiri. Melalui pembelajaran akan terjadi proses pengembangan moral keagamaan, aktivitas, dan kreativiitas peserta didik melalui berbagai interaksi dan pengalaman belajar. Menurut Nasution, pembelajaran adalah suatu aktivitas mengorganisasi atau mengatur lingkungan sebaik-baiknya dan menghubungkannya dengan peserta didik sehingga terjadi proses belajar”. Uno mengemukakan bahwa hakikat pembelajaran adalah perencanaan atau perancangan (desain) sebagai upaya untuk membelajarkan siswa (Fathurrohman dan Sulistyorini, 2012). Pada intinya pembelajaran adalah usaha yang dilakukan oleh pendidik untuk membelajarkan peserta didik yang pada akhirnya terjadi perubahan perilaku.

Pengertian Matematika

Hudojo menyatakan bahwa “matematika merupakan ide-ide abstrak yang diberi simbol-simbol, tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduksi, sehingga belajar matematika itu merupakan kegiatan mental yang tinggi. Lampiran 3 Permendiknas nomor 22 tahun 2006 menyebutkan hakikat matematika berkenaan dengan ide-ide, struktur- struktur dan hubungan-hubungannya yang diatur menurut urutan yang logis. Dienes berpandangan bahwa belajar matematika mencakup 5 tahapan, yaitu bermain bebas, generalisasi, representasi, simbolisasi dan formalisasi” (Angko dan Mustaji, 2013).

2.2 Berpikir Kritis

Berpikir kritis memiliki definisi yang beragam. Menurut Mason (2008) “terdapat lima ahli filsafat pendidikan yang memberikan kontribusi yang besar terhadap konsep berpikir kritis yaitu Robert Ennis, Richard Paul, John McPeck, Harvey Siegel, dan Jane Roland Martin". Ennis (1996) menyatakan definisi berpikir kritis adalah "*critical thinking is reasonable, reflective thinking that is focused on deciding what to believe or do*". Berdasarkan kutipan ini, Ennis menyatakan "konsep tentang berpikir kritis terutama berdasarkan keterampilan khusus seperti mengamati, menduga, menggeneralisasi, penalaran, dan mengevaluasi penalaran. Menurutnya keterampilan yang berasosiasi dengan berpikir kritis dapat dipelajari dan dapat ditransfer dari satu disiplin ilmu ke disiplin ilmu yang lain. Ennis menekankan pada prinsip dan keterampilan bernalar kritis yang subjek-netral, yaitu prinsip logis yang tidak hanya berlaku untuk suatu disiplin tertentu tetapi dapat diterapkan secara universal. Pengakuan terhadap kompetensi minimum tertentu pada suatu disiplin ilmu merupakan hal yang penting untuk dapat menerapkan keterampilan berpikir kritis pada disiplin tersebut. Proses berpikir kritis adalah deduktif, yang meliputi penerapan prinsip dan keterampilan berpikir kritis pada disiplin ilmu tertentu".

Paul (2008) mendefinisikan berpikir kritis sebagai berikut "*Critical thinking is that mode of thinking* - *about any subject, content, or problem* - *in which the thinker improves the quality of his or* *her* thinking *by skillfully taking charge of the structures inherent in thinking and imposing intellectual standards upon them".* Berdasarkan kutipan di atas, "berpikir kritis adalah tindakan yang langsung dilakukan sendiri, disiplin diri, monitor sendiri, dan berpikir yang dikoreksi sendiri. Berpikir kritis mensyaratkan persetujuan terhadap standar mutu yang tepat dan perintah sadar penggunaannya. Berpikir kritis memerlukan komunikasi yang efektif dan kemampuan *problem solving* sebaik komitmen untuk mengatasi egosentrik dan sosiosentrik".

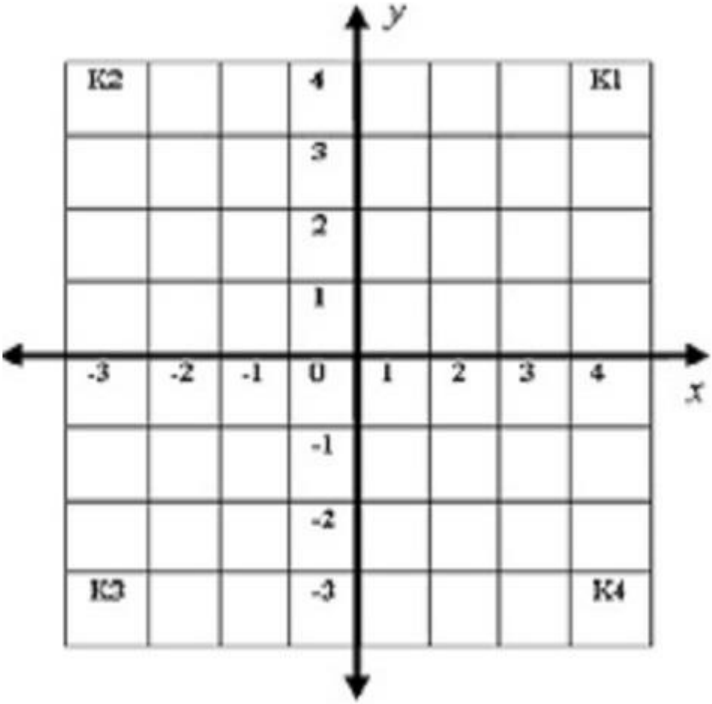
McPeck (1981) menyatakan berpikir kritis bersifat spesifik. Definisi berpikir kritis McPeck adalah "*critical thinking is specific to a particular discipline, and that it depends on a thorough knowledge and understanding of the content and epistemology of the discipline*". Menurutnya, "berpikir kritis tidak dapat diajarkan dengan bebas pada subjek bidang tertentu. Untuk menjadi pemikir yang kritis dalam bidang nuklir akan sangat sukar apabila seseorang hanya memiliki pengetahuan yang sedikit tentang bidang tersebut. Pengetahuan yang luas dan mendalam terhadap suatu disiplin ilmu merupakan faktor penting dan bukan pada apakah seseorang memiliki keterampilan dan karakteristik berpikir kritis. Hal ini berarti berpikir kritis menyatakan secara tidak langsung tentang pengetahuan disiplin ilmu dimana seseorang bekerja, isi dan epistemologi disiplin tersebut, apa yang merupakan dasar kebenaran dan validitas argumen pada disiplin ilmu tersebut, serta bagaimana seseorang menerapkannya".

Siegel (1990) menekankan konsep hubungan yang kuat antara berpikir kritis dengan rasionalitas. Siegel mendefinisikan berpikir kritis yaitu "*critical thinking means to be 'appropriately moved by reasons', and to be rational is to believe and act on the basis of reasons*". Pada pandangan ini, "berpikir kritis didasari oleh berpikir, sedikitnya dalam prinsip netral, konsistensi, ketidaksewenang-wenangan dan kejujuran. Konsep Siegel tentang berpikir kritis mempertahankan komponen penilaian penalaran (reason *assessment component*) dan komponen sikap kritis (*critical attitude component*). Pemikir kritis yang memiliki komponen penilaian penalaran harus dapat menilai penalaran dan kemampuan mereka dalam membenarkan kepercayaan, klaim dan tindakan dengan tepat. Pemikir kritis harus memiliki pemahaman yang baik, kemampuan memanfaatkan prinsip subjekspesifik dan subjek-netral (logis) yang berpengaruh dalam menilai penalaran".

Berdasarkan beberapa pengertian berpikir kritis di atas, maka dapat disimpulkan bahwa seseorang berpikir kritis dengan ciri-ciri: 1. Dapat mengidentifikasi masalah 2. Dapat merumuskan suatu masalah dengan tepat dan jelas sehingga dapat menentukan kredibilitas suatu sumber dan membedakan antara yang relevan atau valid dan tidak relevan atau tidak valid; 3. menganalisis, menggeneralisasikan, mengorganisasikan ide untuk menyelesaiakan suatu masalah dengan tujuan tertentu; 4. Menarik kesimpulan dalam menyelesaikan masalah tersebut secara sistematis dengan argument yang benar. 5. Mengevaluasi untuk mendeteksi kekeliruan dan memperbaikinya sehingga dapat mencari solusi yang baru dari permasalahan yang dihadapi.

2.3 Materi Koordinat Cartesius

Pengertian Koordinat Kartesius



Gambar 2.1 Koordinat Cartesius

Koordinat kartesius merupakan alat bantu untuk menentukan posisi titik pada suatu objek bangun datar. Titik ini digambarkan dalam bentuk 2 bilangan yakni koordinat absis (x) dan koordinat ordinat (y). Untuk dapat menentukan titik koordinat ini, maka yang dibutuhkan adalah 2 sumbu melintang vertikal yakni sumbu (y) dan horizontal yakni sumbu (x).

Fungsi Koordinat Kartesius

Fungsi dari adanya koordinat kartesius adalah untuk menentukan suatu objek tersebut berada pada posisi titik mana saja dimana menggunakan bilangan koordinat (x) dan (y).

Manfaat Koordinat Kartesius

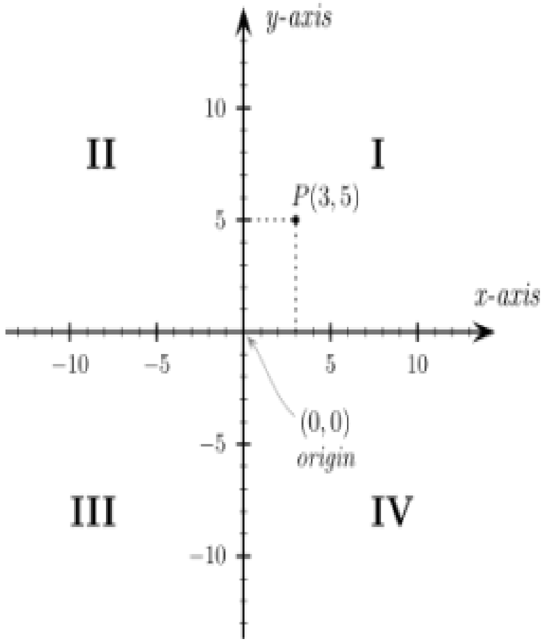
Manfaat adanya koordinat kartesius antara lain:

- Digunakan dalam bidang penerbangan untuk menentukan objek pesawat agar tidak menabrak objek lainnya.
- Digunakan dalam peta untuk menentukan titik lokasi suatu tempat.
- Memudahkan pengiriman paket melalui peta yang sudah terlihat jelas koordinatnya.
- Digunakan dalam bidang pelayaran untuk menentukan posisi kapal di atas permukaan laut.
- Untuk mencari suatu objek yang hilang di bawah permukaan laut.

Sistem Koordinat

Sistem pada koordinat kartesius ada 2 yaitu:

- Sistem Koordinat 2 Dimensi



Gambar 2.2 Sistem Koordinat 2 Dimensi

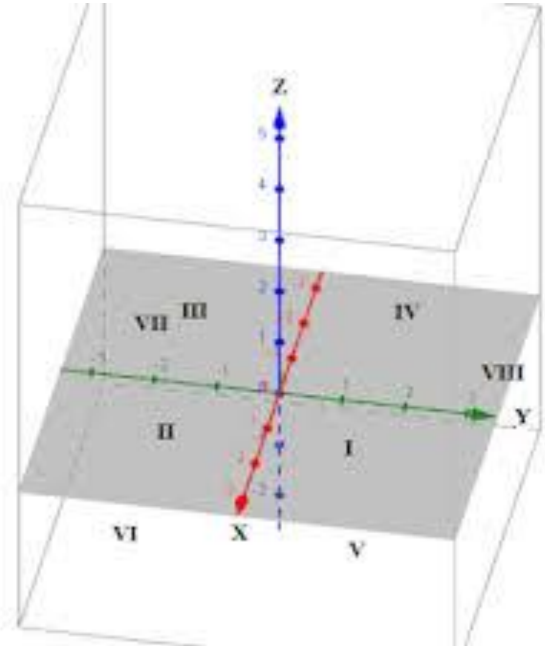
Sistem koordinat ini terdiri dari 2 sumbu yang tegak lurus melintang dengan arah horizontal (x) dan vertikal (y). Titik pertemuannya adalah angka 0 atau pusat koordinat (0, 0).

Karena 2 sumbu ini saling melintang ke kanan kiri dan atas bawah, sehingga membuatnya terbagi menjadi 4 bagian yang disebut kuadra

Tabel 2.1 Kuadran

Kuadran	Nilai (x)	Nilai (y)	Keterangan
Kuadran I	> 0	> 0	Kedua koordinat (x, y) memiliki nilai positif
Kuadran II	< 0	> 0	Koordinat (x) memiliki nilai negatif, (y) positif
Kuadran III	> 0	< 0	Koordinat (x) memiliki nilai positif, (y) negatif
Kuadran IV	< 0	< 0	Kedua koordinat (x, y) memiliki nilai negatif

- Sistem Koordinat 3 Dimensi



Gambar 2.3 Sistem Koordinat 3 Dimensi

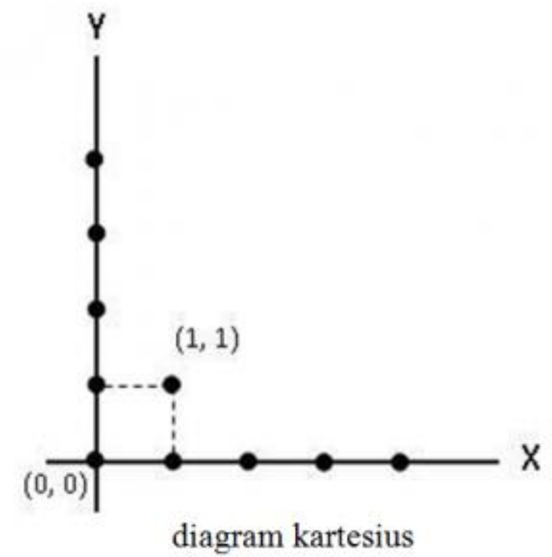
Sistem koordinat ini terdiri dari 3 sumbu yang saling melintang diantaranya sumbu (x), sumbu (y) dan sumbu (z). Karena melintangnya 3 sumbu ini, menjadikannya terpisah 8 bagian yang disebut oktan.

Tabel 2.2 Oktan

Oktan	Nilai (x)	Nilai (y)	Nilai (z)	Keterangan
Oktan I	> 0	> 0	> 0	Koordinat (x, y, z) memiliki nilai positif
Oktan II	> 0	< 0	> 0	Koordinat (x) positif (y) negatif (z) positif
Oktan III	< 0	< 0	> 0	Koordinat (x) negatif (y) negatif (z) positif
Oktan IV	< 0	> 0	> 0	Koordinat (x) negatif (y) positif (z) positif
Oktan V	> 0	> 0	< 0	Koordinat (x) positif (y) positif (z) negatif
Oktan VI	> 0	< 0	< 0	Koordinat (x) positif (y) negatif (z) negatif
Oktan VII	< 0	< 0	< 0	Koordinat (x, y, z) memiliki nilai negatif
Oktan VIII	< 0	> 0	< 0	Koordinat (x) negatif (y) positif (z) negatif

Diagram Kartesius

Diagram kartesius merupakan penentuan titik pada gambaran objek dalam sistem koordinat yang terdiri dari sumbu x dan y. Sehingga dalam hal ini, tiap-tiap titik pada objek ditentukan oleh koordinat (x) dan (y).



Gambar 2.3 Diagram Kartesius

Keterangan:

- Titik koordinat bertuliskan angka (1, 1).
- Cara membaca titik koordinat dimulai dari koordinat (x) lalu (y).

- Garis potongan sumbu (x) dan (y) diberi angka 0.
- Bagian atas sumbu (x) dan bagian kanan sumbu (y) memiliki nilai positif.
- Bagian bawah sumbu (x) dan bagian kiri sumbu (y) memiliki nilai negatif.

Cara menentukan Koordinat Kartesius

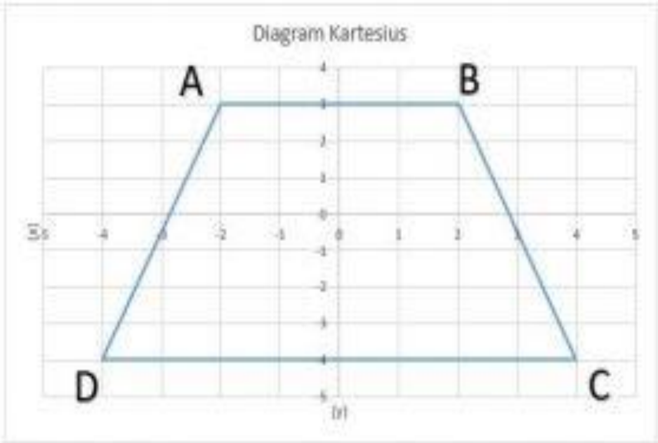
Koordinat berisi bilangan berupa titik (x) dan titik (y) dan cara penulisannya adalah (x, y).

Cara menentukannya adalah sebagai berikut:

- Angka pertama yang ditulis adalah titik yang terletak pada koodinat(x)
- Tarik garis lurus dari atas titik ke sumbu (x), maka itulah angka (x).
- Angka kedua yang ditulis adalah titik yang terletak pada koordinat (y)
- Tarik garis lurus dari titik menuju ke sumbu (y), maka itulah angka (y).

Contoh Soal dan Pembahasan Koordinat Kartesius

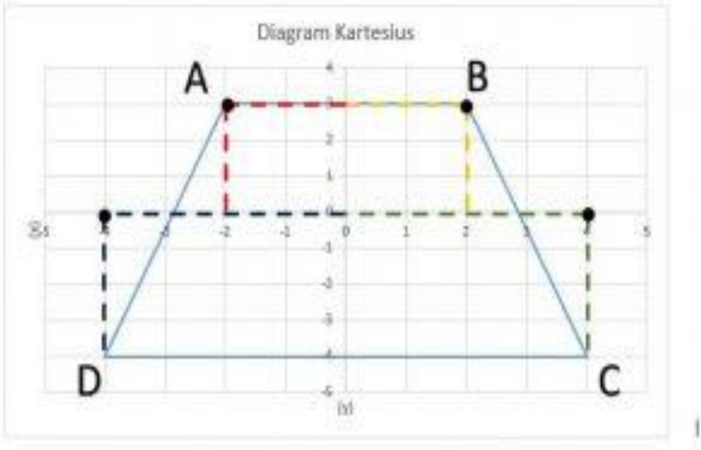
1. Berapa tiap-tiap koordinat yang membentuk bangun trapesium pada diagram kartesius di bawah ini? Sebutkan!



Gambar 2.4 Trapesium

Jawab:

Bila ditarik garis lurus pada masing-masing sudut trapesium, maka sebagai berikut:



Gambar 2.5 Trapesium

Dibaca pertama kali (x) lalu (y) = (x, y), sehingga jawabannya adalah:

- Koordinat A = (-2, 3)
- Koordinat B = (2, 3)
- Koordinat C = (4, -4)
- Koordinat D = (-4, -4)

2. Desi, Dito, Ana dan Pedro merupakan teman dari kecil. Apabila melihat sebuah peta, rumah mereka berbentuk persegi panjang.

Jika rumah Desi berada di koordinat (5, 2), rumah Ana di koordinat (11, 2) dan rumah Pedro ada di koordinat (5,8). Maka di koordinat mana rumah Dito?

Diketahui:

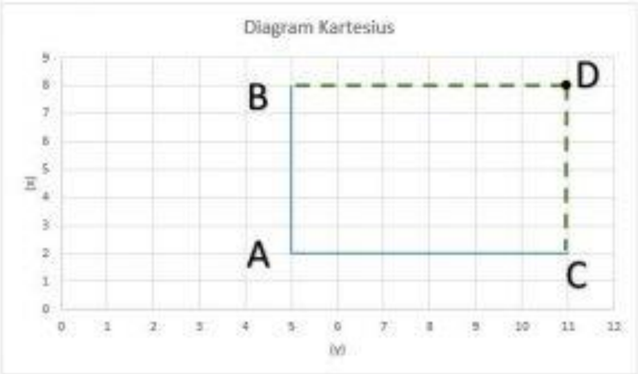
Fakta persegi panjang adalah sisi atas sama dengan sisi bawah dan sisi kanan sama dengan sisi kiri.

- Rumah Desi (A) = (5, 2)
- Rumah Pedro (B) = (5, 8)
- Rumah Ana (C) = (11, 2)

Ditanyakan Rumah Dito (D)…?

Jawab:

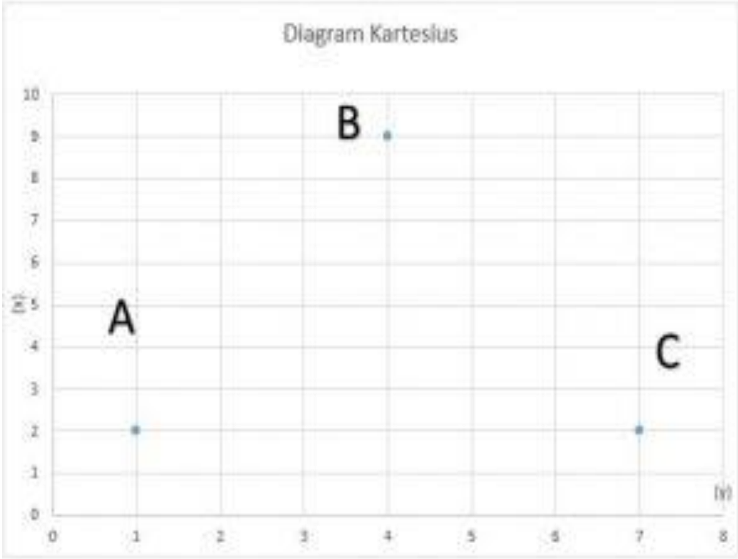
Sehingga apabila digambar menjadi diagram kartesius, maka:



Gambar 2.6 Persegi panjang

Jadi jawabannya adalah rumah Dito ada pada koordinat (11, 8)

3. Perhatikan gambar diagram kartesius di bawah ini!

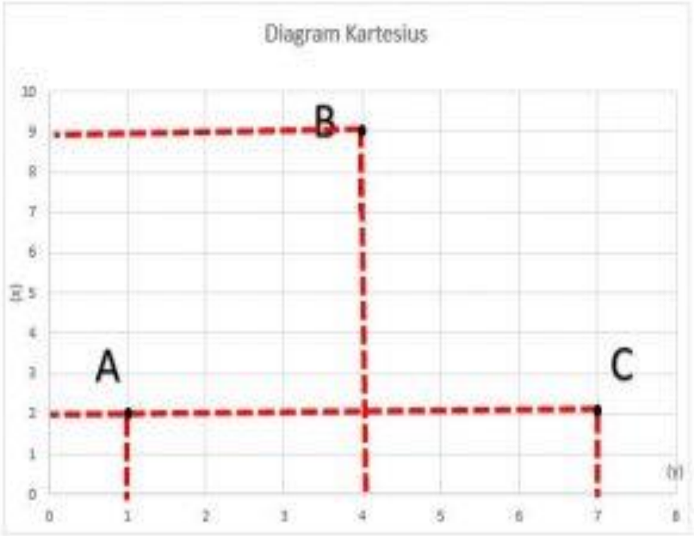


Gambar 2.7 Diagram Kartesius

a. Tentukan masing-masing koordinat A, B, dan C!
b. Objek bangun datar apakah yang terbentuk?
c. Hitung keliling objek bangun datar tersebut!

Jawab:

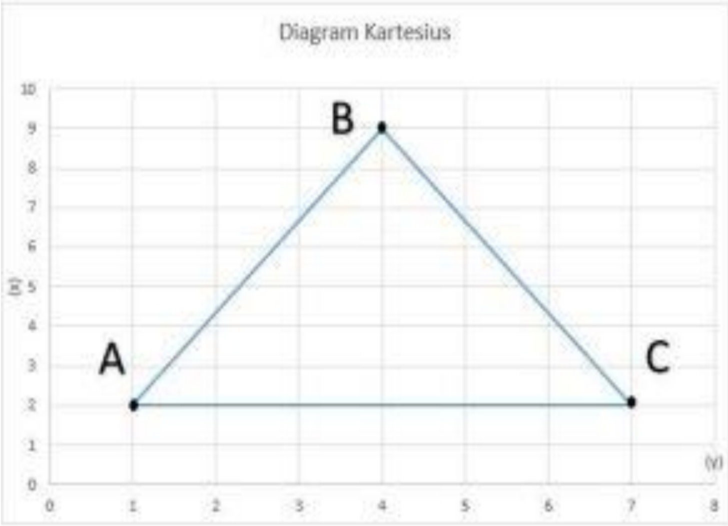
a. Bila ditarik lurus menuju sumbu x dan y, maka gambar diagram tersebut menjadi:



Gambar 2.8 Diagram Kartesius

- Koordinat A = (1, 2)
- Koordinat B = (4 9)
- Koordinat C = (7, 2)

b. Bila ditarik membentuk objek maka hasilnya adalah bangun datar segitiga seperti pada gambar berikut:



Gambar 2.9 Segitiga

c. Diketahui:

- Rumus Keliling segitiga = 3s = a + b + c
- a = koordinat (y) B – koordinat (y) A = 9 – 2 = 7
- b = koordinat (y) B – koordrinat (y) C = 9 – 2 = 7
- c = koordinat (x) C – koordinat (x) A = 7 – 1 = 6

Ditanyakan keliling segitiga…?

Jawab:

Keliling segitiga = a + b + c

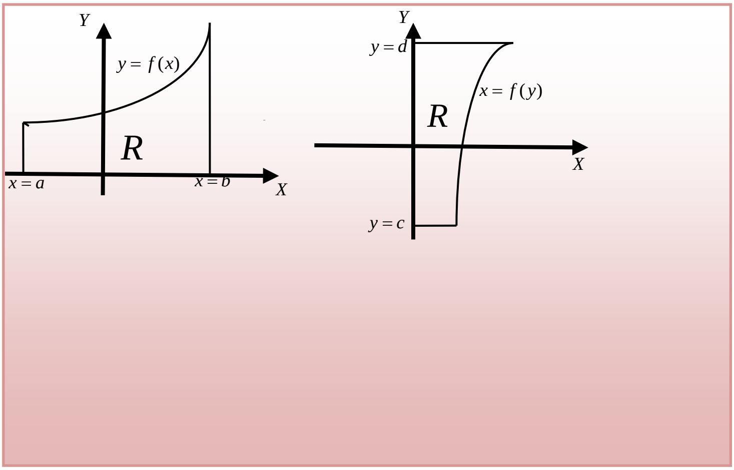
= 7 + 7 = 6

= 20

Jadi keliling segitiga pada diagram kartesius di atas adalah 20.

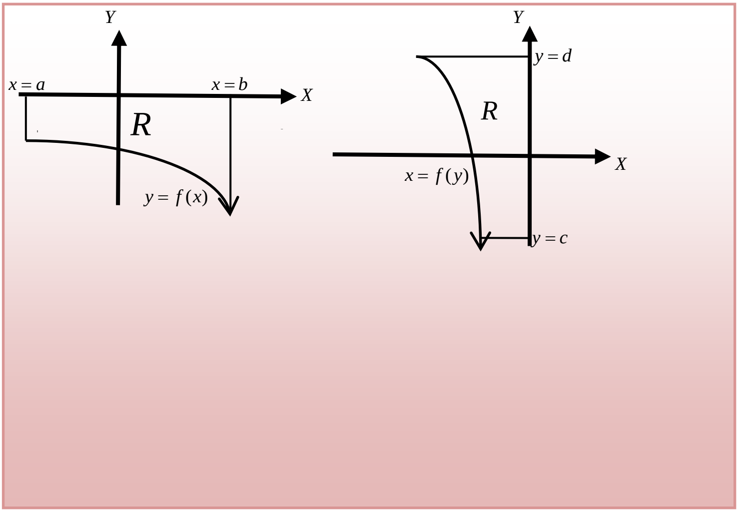
2.4 Materi Aplikasi Integral Tentu

Luasan didefinisikan sebagai suatu daerah dalam bidang XOY dengan persamaan “ $y = f(x)$ atau $x = g(y)$ atau $y = f(x), x = g(y)$ yang berbatasan dengan sumbu-sumbu koordinat atau garis yang sejajar sumbu koordinat. Luasan dalam bidang dapat dikelompokkan menjadi luasan positip dan luasan negatip. Luasan positip adalah luasan dengan persamaan $y = f(x)$ dan sumbu-sumbu koordinat yang terletak di atas sumbu X atau luasan dengan persamaan $x = g(y)$ dan sumbu-sumbu koordinat yang terletak disebelah kanan sumbu Y." Berikut ini gambar luasan positif yang dimaksud.



Gambar 2.1 Luasan Positif

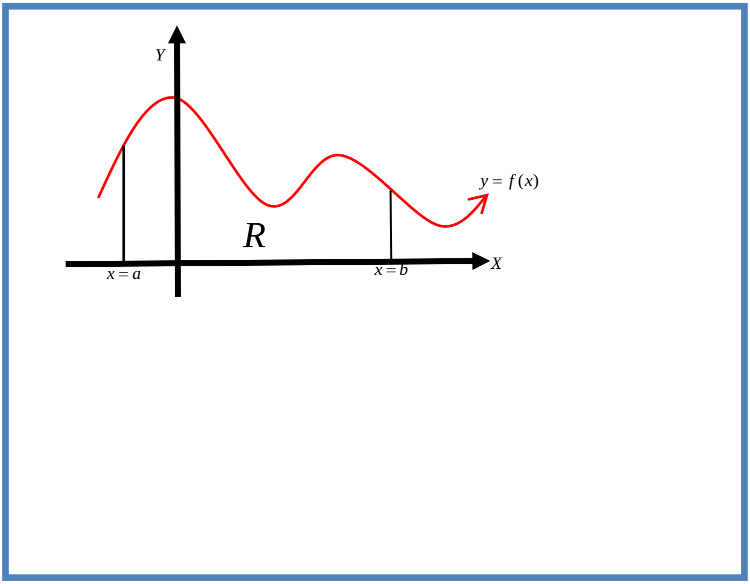
Luasan negatif adalah luasan dengan persamaan " $y = f(x)$ dan sumbu-sumbu koordinat yang terletak di bawah sumbu X atau luasan dengan persamaan $x = g(y)$ dan sumbu-sumbu koordinat yang terletak disebelah kiri sumbu Y." Berikut ini gambar luasan negatif tersebut



Gambar 2.2 Luasan Negatif

Luasan positif dan negatif sebagaimana telah dijelaskan di atas, “pembatasn juga dapat terjadi bukan hanya satu kurva tetapi dapat juga berupa dua kurva sekaligus, misalnya $y_2 = f(x)$ dan $y_2 = g(x)$. Pembahasan dalam bagian ini diawali dengan menentukan luas luasan menggunakan integral untuk daerah yang dibatasi oleh satu kurva”**.**

a. Daerah antara Kurva dan Sumbu Koordinat



Gambar 2.3 Daerah antara Kurva dan Sumbu Koordinat

"R sebagaimana terlihat pada gambar 2.3 adalah luasan yang dibatasi oleh kurva-kurva

$y = f(x), x = a, x = b.$ Dengan menggunakan integral tertentu luas luasan R dinyatakan dengan

$$A(R) = \int_a^b f(x)dx$$

Jika luasan terletak di bawah sumbu X maka integral tertentu di atas bernilai negatif, karena luas daerah tidak mungkin bilangan negatif maka nilai integral tersebut dimutlakkan". Sehingga luas luasan daerah negatif dinyatakan dalam bentuk

$$A(R) = \int_a^b -f(x)\,dx = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$$

"Untuk menghitung luas luasan dengan integral tertentu dapat diikuti langkah-langkah sebagai berikut:

a) Gambar luasan yang akan ditentukan luasnya sehingga tampak jelas batas-batasnya dan mudah dilihat.
b) Buatlah garis-garis yang sejajar sumbu X atau sumbu Y, selanjutnya bagilah luasan dalah bidang yang disebut partisi dan berikan nomor pada masing-masing partisi yang terbentuk.

c) Hampiri luas masing-masing partisi tertentu tersebut dengan menggunakan luas persegi panjang
d) Jumlahkan luas masing-masing partisi pada luasan yang telah dibentuk.
e) Dengan menggunakan limit dari jumlah luas partisi diatas dengan lebar masing-masing partisi menuju 0, maka diperoleh integral tertentu yang menrupakan luas luasan.”

Dengan ”integral tertentu luas luasan R yang berada disebelah kanan sumbu x dinyatakan dalam bentuk

$$A(R) = \int_c^d g(y)dy$$

Jika gambar terletak disebelah kiri sumbu x maka integral tertentu di atas bernilai negatif, karena luas daerah tidak mungkin bilangan negatif maka nilai integral tersebut dimutlakkan”, sehingga diperoleh:

$$A(R) = \int_c^d -g(y)dx = \left| \int_c^d g(y)dy \right|$$

b. Daerah antara dua kurva

Daerah antara dua kurva adalah luasan yang pembatsanya adalah $y = f(x)$ dan $y = g(x)$ dengan $f(x) \geq g(x)$ pada selang $[a,b]$. "Sepertihalnya luasan yang dibatasi oleh satu kurva, luasan yang dibatasi dua kurva dapat berupa luasan positip dan luasan negatip. Dengan demikian aturan menentukan luas luasan dengan integral pada luasan yang dibatasi satu kurva juga berlaku untuk luasan yang dibatasi oleh dua kurva.

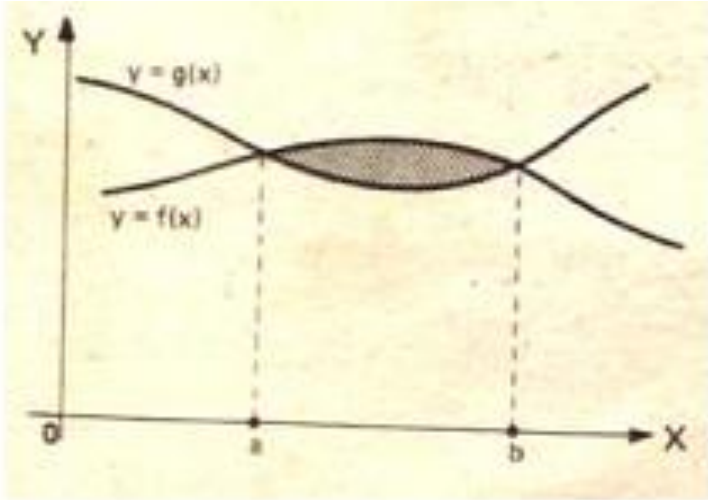
$$\Delta A \approx \left(f(x) - g(x)\right)\Delta x$$

Sehingga luas luasan dinyatakan dengan:

$$A(R) = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$$

Rumus di atas berlaku untuk luasan di atas sumbu x, jika luasannya disebelah kanan sumbu y," maka luas luasan yang dibatasi oleh dua kurva dinyatakan dengan

$$A(R) = \int_c^d (f(y) - g(y))dy$$



Gambar 2.4 Daerah antara dua kurva

Soal-soal

”Gunakah integral tertentu untuk menentukan luas luasan berikut.

1. Luasan R dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2$ dan $y = 2x^2 + x - 4$
2. Luasan R dibatasi oleh kurva-kurva $y = x$, $y = 2x$ dan $y = 5 - x$

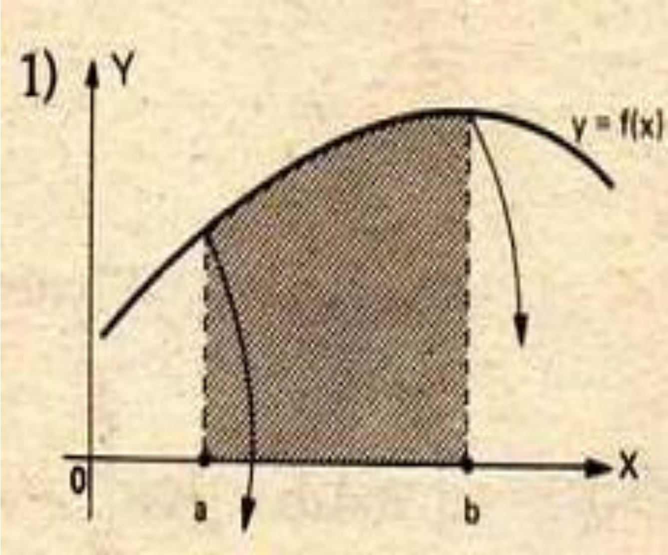
3. Luasan R dibatasi oleh kurva $y = \sqrt{x}$ dan $y = -x + 6$
4. Luasan R dibatasi oleh kurva-kurva $y = x + 6$, $y = x^3$ dan $2y + x = 0$. Kemudian hitunglah luasnya.
5. Luasan R dibatasi oleh kurva $y^2 = 4 - x$ dan $y^2 = 4 - 4x$"

Volume Benda Putar

a. Perputaran mengelilingi sumbu X

Misal "R adalah luasan yang dibatasi oleh $y = f(x), x = a, x = b$ Selanjutnya R diputar mengelilingi sumbu x. Lintasan kurva karena mengelilingi sumbu x membentuk bangun berupa benda padat (pejal). Dengan menggunakan integral tertentu volume benda padat tersebut dapat didekati dengan menggunakan rumus:

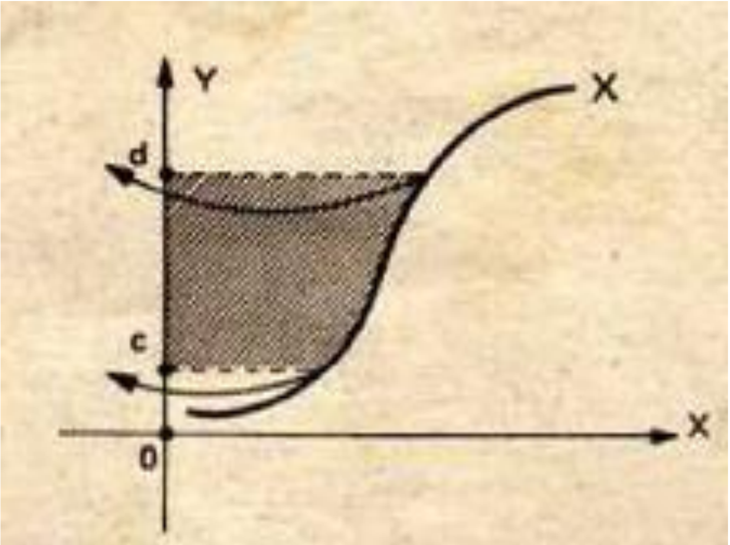
$$V = \pi \int_a^b y^2 dx$$."



Gambar 2.5 Perputaran mengelilingi sumbu X

b. Perputaran mengelilingi sumbu Y

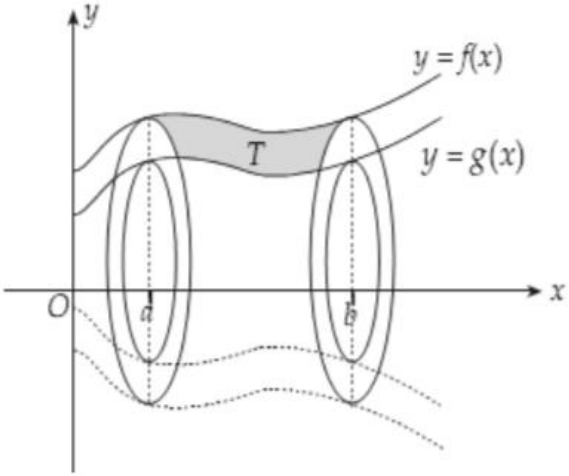
Misal "R adalah luasan yang dibatasi oleh $x = g(x), y = c, y = d$ Selanjutnya R diputar mengelilingi sumbu x. Lintasan kurva akan membentuk bangun berupa benda pejal. Benda tersebut volumenya dapat didekati dengan menggunakan integral tertentu yaitu: $V = \pi \int_{c}^{d} x^2 dy$.



Gambar 2.6 Perputaran mengelilingi sumbu Y

Jika R dibatasi oleh dua kurva yaitu $x_1 = f(x), x_2 = g(x), y = c, y = d$. Dengan $x_1 \geq x_2$ Selanjutnya R diputar mengelilingi sumbu y, maka terbentuk benda pejal yang volumenya dapat didekati dengan menggunakan integral tertentu", yaitu:

$$V = \pi \int_c^d \left(x_1^2 - x_2^2 \right) dy$$



Gambar 2.7 Benda putar diantara dua kurva

Benda putar yang sederhana dapat kita ambil contoh adalah “tabung dengan besar volume adalah hasilkali luas alas (luas lingkaran) dan tinggi tabung. Volume dari benda putar secara umum dapat dihitung dari hasilkali antara luas alas dan tinggi. Bila luas alas dinyatakan dengan A(x) dan tinggi benda putar adalah panjang selang [a,b] maka volume benda putar dapat dihitung menggunakan integral tentu sebagai berikut” :

$$V = \int_a^b A(x)dx$$

Untuk mendapatkan volume benda putar yang terjadi karena suatu daerah diputar terhadap suatu sumbu, dilakukan dengan menggunakan dua buah metode yaitu metode cakram dan kulit tabung.

Metode Cakram

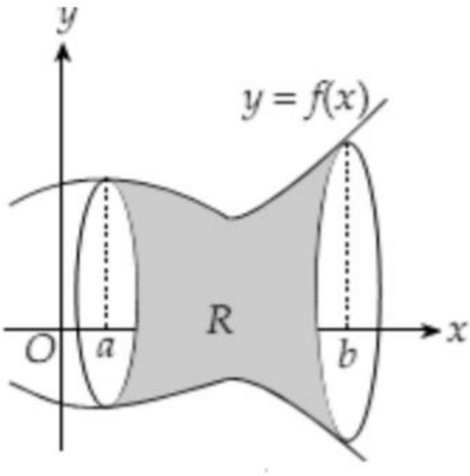
"Misal daerah dibatasi oleh $y = f(x), y = 0, x = 1, dan\ x = b$ diputar dengan sumbu putar sumbu x. Volume benda pejal/padat yang terjadi dapat dihitung dengan memandang bahwa volume benda padat tersebut merupakan jumlah tak berhingga cakram yang berpusat di titik-titik pada selang $[a,b]$.

Misal pusat cakram $(x_0, 0)$ dan jari-jari $r = f(x_0)$. Maka luas cakram dinyatakan :

$$A(x_0) = \pi f^2(x_0)$$

Oleh karena itu, volume benda putar:

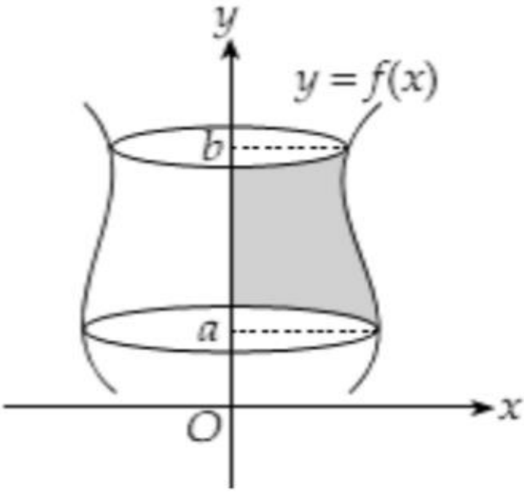
$$V = \int_a^b \pi \left(f(x) \right)^2 \, dx \text{,,}$$



Gambar 2.7 Bangun ruang hasil perputaran pada sumbu X

"Sedang bila grafik fungsi dinyatakan dengan $x = g(y), x = 0, y = c \; dan \; y = d$ diputar mengelilingi sumbu y maka volume benda putar:

$$V = \int_{c}^{d} \pi\left(g(y)\right)^2 \, dy$$



Gambar 2.8 Bangun ruang hasil perputaran pada sumbu Y

Bila daerah yang dibatasi oleh $y = f(x) \geq 0$, $y = g(x) \geq 0, f(x) \geq g(x)$ untuk setiap $x \in [a,b], x = a \; dan \; x = b$ diputar dengan sumbu putar sumbu X maka volume”:

$$V = \int_{a}^{b} \pi\left(f^2(x) - g^2(x)\right) dx$$

Bila daerah yang dibatasi oleh " $x = f(y) \geq 0, x = g(y) \geq 0, f(y) \geq g(y)$ untuk setiap $y \in [c,d], y = c\ dan\ y = d$ diputar dengan sumbu putar sumbu y maka volume :

$$V = \int_c^d \pi\left(f^2(y) - g^2(y)\right) dy$$

Contoh :

1. Hitung volume benda putar bila luasan yang dibatasi oleh : $y = x^2$ dan $y^2 = 8x$ diputar mengelilingi

   a. sumbu x.

   b. sumbu y

   Jawab :

   Kedua kurva berpotongan di titik (0,2) dan (2,4).

   a. Pada selang $[0,2], \sqrt{8x} \geq x^2$.

      Volume benda diputar mengelilingi sumbu x dinyatakan oleh

      $$V = \pi \int_0^2 \left(\left(\sqrt{8x}\right)^2 - \left(x^2\right)^2 \right) dx = \frac{48}{5}\pi$$

   b. Pada selang $[0,4], \sqrt{y} \geq \frac{y^2}{8}$

Volume benda diputar mengelilingi sumbu y dinyatakan oleh

$$V = \pi \int_0^2 \left(\left(\sqrt{y}\right)^2 - \left(\frac{y^2}{8}\right)^2 \right) dy = \frac{48}{5}\pi$$

2. Hitung volume benda putar bila luasan yang dibatasi oleh kurva-kurva : $y = 2 - x^2$, $y = -x$ dan sumbu y bila diputar mengelilingi garis $y = -2$

   Jawab :

   Kedua kurva berpotongan di $(-1,1)$ dan $(2,-2)$. Pada selang $[-1,0]$ berlaku $2 - x^2 \geq -x$.

   Jarak kurva $y = 2 - x^2$, $y = -x$ terhadap sumbu putar (garis y = -2) dapat dipandang sebagai jari-jari dari cakram, berturut-turut adalah $(4 - x)$ dan $(2 - x)$.

   Sehingga volume benda putarnya adalah:

$$V = \pi \int_{-1}^{0} \left(\left(4 - x^2\right)^2 - (2 - x)^2 \right) dx = \frac{36}{5}\pi \text{ ,,}$$

Metode Kulit Tabung

Metode kulit tabung sebagai alternatif lain dalam perhitungan volume benda putar yang mungkin lebih mudah diterapkan bila kita bandingkan dengan metode cakram. “Benda putar yang terjadi dapat dipandang sebagai tabung dengan jari-jari kulit luar dan dalamnya berbeda, maka volume yang akan dihitung adalah volume dari kulit tabung. Untuk lebih memperjelas kita lihat uraian berikut.

Pandang tabung dengan jari-jari kulit dalam dan kulit luar berturut-turut r_1 dan r_2 , tinggi tabung h. Maka volume kulit tabung adalah :

$$\Delta V = \left(\pi r_2 - \pi r_1\right)h = 2\pi r h \Delta r$$

$$dengan : \frac{r_2 - r_1}{2} = r\left(rata - rata,\ jari - jari\right), r_2 - r_1 = \Delta r$$

Bila daerah yang dibatasi oleh $y = f(x),\ y = 0,\ x = a,\ x = b$ diputar mengelilingi sumbu Y maka kita dapat memandang bahwa jari-jari $r = x\ dan\ \Delta r = \Delta x$ dan tinggi tabung $h = f(x)$ Oleh karena itu volume benda putar yang terjadi adalah

$$V = \int_a^b 2\pi x f(x) dx$$

Misal daerah dibatasi oleh kurva $y = f(x), y = g(x), f(x) \geq g(x), x \in [a,b], x = a \; dan \; x = b$ diputar mengelilingi sumbu y . Maka volume benda putar

$$V = \int_a^b 2\pi x \left(f(x) - g(x) \right) dx$$

Bila daerah dibatasi oleh grafik yang dinyatakan dengan $x = f(y), x = 0, y = c, y = d$ diputar mengelilingi sumbu y , maka volume =

$$V = \int_c^d 2\pi y \left(f(y) \right) dy$$

Sedang untuk daerah yang dibatasi oleh $x = f(y), x = g(y), f(y) \geq g(y), y \in [c,d], dan \; y = c \; dan \; y = d$ diputar mengelilingi sumbu x .” Maka volume benda putar yang didapat dinyatakan dengan

$$V = \int_c^d 2\pi y\big(f(y) - g(y)\big)\, dx$$

Contoh :

1. Hitung volume benda putar bila daerah yang terletak di kuadran pertama dibawah parabola
   Jawab
   “ $y = 2 - x^2$ dan di atas parabola $y = x^2$ diputar mengelilingi sumbu y .

   $$V = 2\pi \int_0^1 x\left[\left(2 - x^2\right) - x^2\right] dx = \pi$$

   Bila kita gunakan metode cakram, maka daerah kita bagi menjadi dua bagian yaitu : pada selang $0 \leq y \leq 1$ dibatasi $x = \sqrt{2 - y}$ dan sumbu y sedang pada selang dibatasi $1 \leq y \leq 2$ dan sumbu y .
   Oleh karena itu volume =

   $$V = \pi \int_0^1 \left(\sqrt{y}\right)^2 dx + \pi \int_1^2 \left(\sqrt{2 - y}\right)^2 dy = \pi$$

2. Hitung volume benda putar bila daerah D yang dibatasi oleh $y = 1 - x^2$, sumbu x dan sumbu y bila diputar mengelilingi garis x = 1

Jawab

Misal diambil sembarang nilai x pada daerah D maka didapatkan tinggi benda pejal, $\left(1 - x^2\right)$dan jari-jari (jarak x terhadap sumbu putar / garis x = 1), (1 + x). Oleh karena itu, volume benda putar :

$$V = 2\pi \int_{-1}^{0} (1 + x)\left(1 - x^2\right) dx = \frac{5}{6}\pi$$ ”

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian adalah mahasiswa semester dua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang yang mengikuti perkuliahan Kalkulus 2 tahun akademik 2019/2020, yaitu sejumlah 76 mahasiswa yang terbagi menjadi dua kelas. Adapun teknik pengumpulan data pada penelitian ini adalah berupa tes, observasi, dan wawancara. Ketiga data tersebut nantinya akan dianalisis secara deskriptif.

Tes uraian yang diberikan berjumlah empat soal, dan disusun dengan tujuan untuk mendapatkan data kemampuan berpikir kritis mahasiswa. Tes dibuat berdasarkan indikator kemampuan berpikir kritis, yakni:

(1) Dapat mengidentifikasi masalah (2) Dapat merumuskan suatu masalah dengan tepat dan jelas sehingga dapat menentukan kredibilitas suatu sumber dan membedakan antara yang relevan atau valid dan tidak relevan atau tidak valid; (3) Dapat menganalisis, menggeneralisasikan, mengorganisasikan ide untuk menyelesaiakan suatu masalah dengan tujuan tertentu; (4) Menarik kesimpulan dalam menyelesaikan masalah tersebut secara sistematis dengan argumen yang benar; dan (5) Mengevaluasi untuk mendeteksi kekeliruan dan memperbaikinya sehingga dapat mencari solusi yang baru dari permasalahan yang dihadapi.

Data hasil penelitian selanjutnya akan dianalisis secara deskriptif kualitatif untuk mengetahui kemampuan berpikir kritis mahasiswa pada materi Aplikasi Integral Tentu. Skor tes mahasiswa akan diklasifikasi berdasarkan kategori penilaian yang ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 3.1 Kategori Kemampuan Berpikir Kritis

Nilai	Kategori
86 - 100	Sangat baik
71 - 85	Baik
56 - 70	Cukup

41 - 55	Kurang
0 - 40	Sangat Kurang

(modifikasi Arikunto, 2009:245)

Rencana Pembahasan

Tahapan dalam penelitian ini terbagi menjadi tiga, yaitu:

1. Tahap persiapan

   Pada tahap ini, peneliti mempersiapkan instrumen yang akan digunakan untuk pengambilan data. Instrumen yang diperlukan adalah soal tes, kunci jawaban, pedoman penskoran, dan pedoman wawancara. Soal tes yang akan digunakan adalah soal yang telah memuat indikator dari kemampuan berpikir kritis dan dirancang berbeda pada skala.

2. Tahap pelaksanaan

   Tahap ini adalah pelaksanaan pengambilan data yang direncanakan akan dilaksanakan pada perkuliahan Kalkulus 2 materi Aplikasi Integral Tentu yang muncul pada semester genap 2019/2020. Dalam pembelajaran, mahasiswa akan diberikan soal yang didiskusikan secara berkelompok. Soal yang diberikan selain memuat indikator kemampuan berpikir kritis juga didesain berbeda dalam skala koordinat Cartesius untuk mengetahui efek dari perbedaan tersebut pada kemampuan berpikir kritis mahasiswa. Selanjutnya, dari hasil jawaban tersebut, peneliti akan melakukan wawancara untuk mengetahui bagaimana respon mahasiswa terhadap perbedaan skala.

3. Tahap Analisis

   Data yang diperoleh pada tahap pelaksanaan, selanjutnya akan diolah dan dianalisis dengan menggunakan triangulasi untuk mendapatkan hasil akhir yang kemudian menjadi simpulan dari penelitian ini.

3.2 Teknik Pengumpulan Data

Penelitian ini menggunakan metode triangulasi melalui tes uraian, dokumentasi, dan wawancara, untuk mengetahui kemampuan berpikir kritis mahasiswa.

1. Tes kemampuan berpikir kritis mahasiswa

   Tes kemampuan berpikir kritis mahasiswa dalam penelitian ini berupa soal tes bentuk uraian. Sebelum diberikan ke kelas penelitian, soal tersebut divalidasi oleh validator ahli. Setelah itu soal tes diberikan kepada mahasiswa untuk mengetahui kemampuan berpikir kritis mahasiswa pada materi Aplikasi Integral Tentu.

2. Dokumentasi

Dokumentasi dalam penelitian ini digunakan untuk mengumpulkan data-data dan arsip dokumentasi yang berkaitan dengan mahasiswa. Seperti daftar nama mahasiswa kelas penelitian. Selain itu, penelitian ini juga menggunakan dokumentasi foto, dan lembar jawab hasil tes kemampuan berpikir kritis mahasiswa.

3. Wawancara

Wawancara digunakan untuk mengetahui kemampuan berpikir kritis mahasiswa. Wawancara dilakukan berdasar pada hasil tes kemampuan berpikir kritis mahasiswa.

3.3 Teknik Analisis Data

Data yang telah diperoleh dalam penelitian ini dianalisis untuk mengetahui sejauh mana kemampuan berpikir kritis mahasiswa jika diberi stimulus berupa soal yang memuat perbedaan skala pada sumbu koordinat Cartesius. Analisis data yang digunakan yaitu:

Analisis Validasi soal tes

Soal dianalisis berdasarkan hasil validasi dari validator ahli, hal ini berarti bahwa kevalidan soal berdasarkan validitas isi. Soal divalidasi oleh dua orang validator ahli di bidang materi yang diujikan. Setelah melalui beberapa revisi dan perbaikan, soal dinyatakan layak dan valid untuk digunakan.

Analisis data penelitian

1. Reduksi data

   Reduksi data dalam hal ini peneliti mencatat hasil wawancara serta mengumpulkan data hasil tes kemampuan berpikir kritis mahasiswa pada materi Aplikasi Integral tentu dan dokumentasi dari informasi yang berkaitan.

2. Penyajian data

   Setelah data direduksi, maka langkah selanjutnnya adalah penyajian data. Penyajian data dilakukan dalam bentuk uraian singkat, bagan, hubungan antar kategori, *flowchart* dan sejenisnya. Oleh karena itu, data kualitatif berupa hasil wawancara kemampuan berpikir kritis mahasiswa nantinya akan disajikan secara naratif.

3. Penarikan kesimpulan

   Pada penelitian ini, penarikan kesimpulan dilakukan dengan cara membandingkan hasil tes kemampuan berpikir kritis mahasiswa dengan hasil wawancara mahasiswa. Dengan demikian dapat diambil kesimpulan terkait hubungannya dengan kemampuan berpikir kritis mahasiswa pada materi Aplikasi Integral Tentu.

BAB IV
HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

4.1 Deskripsi Data

Deskripsi data pada penelitian ini, peneliti akan mendeskripsikan kemampuan berpikir kritis mahasiswa setelah diberikan soal untuk didiskusikan secara berkelompok. Akan tetapi, karena terjadi perubahan pembelajaran yang semula luring menjadi pembelajaran daring (*online*) yang mengakibatkan mahasiswa mengalami kesulitan jika harus mendiskusikan soal secara berkelompok, sehingga peneliti memutuskan soal dikerjakan secara individu oleh masing-masing mahasiswa. Setelah semua mahasiswa mengerjakan soal kemudian hasil jawaban dikoreksi berdasarkan masing-masing indikator kemampuan berpikir kritis. Dari jawaban mahasiswa diperoleh hasil sebagai berikut.

Tabel 4.1 Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa

No	Indikator	Rerata	Kategori
1	Dapat mengidentifikasi masalah	86	Sangat Baik
2	Dapat merumuskan suatu masalah dengan tepat dan jelas	73	Baik
3	Dapat menganalisis, menggeneralisasikan, mengorganisasikan ide untuk menyelesaikan suatu masalah	65	Cukup
4	Menarik kesimpulan dalam menyelesaikan masalah tersebut secara sistematis	72	Baik
5	Mengevaluasi untuk mendeteksi kekeliruan dan memperbaikinya sehingga dapat mencari solusi yang baru	54	Kurang
	Rata-rata	70	Cukup

Berdasarkan tabel 4.1 diperoleh bahwa indikator kelima merupakan indikator dengan perolehan rata-rata skor paling rendah diantara indikator yang lain yaitu sebesar 54,91 sehingga masuk pada kategori kurang. Sementara indikator tertinggi adalah indikator pertama dengan rata-rata skor adalah 86,19 yang mana masuk pada kategori sangat baik. Secara keseluruhan rata-rata skor kemampuan berpikir kritis mahasiswa diperoleh 70,53 yang masuk pada kategori cukup.

Selanjutnya, berdasarkan hasil tes tersebut, peneliti mengambil sampel sebanyak 6 mahasiswa untuk diwawancarai. Adapun mahasiswa yang dipilih untuk diwawancarai adalah sebagai berikut:

Tabel 4.2 Daftar Subjek Wawancara

Kelas	Subjek Wawancara
2A	A-03
	A-09
	A-15
2C	C-05
	C-13
	C-27

Instrumen dalam penelitian ini adalah empat soal yang dikerjakan secara individu. Teknik pengumpulan data melalui dokumentasi jawaban setiap mahasiswa, observasi dari presentasi mereka mengenai jawaban yang didapat dengan indikator mampu memberikan argumentasi matematis yang logis, dan wawancara langsung saat ataupun setelah presentasi. Ketiga data tersebut kemudian dianalisis secara deskriptif.

Sebelum soal diberikan kepada mahasiswa, terlebih dahulu divalidasi oleh dua orang validator ahli. Keempat soal dinyatakan layak dan valid setelah mengalami revisi sesuai dengan masukan validator. Berikut beberapa revisi soal yang dilakukan oleh peneliti berdasarkan saran dan masukan dari validator:

Tabel 4.3 Masukan Validator Ahli

Validator	No soal	Saran	Revisi
I	1	Sebaiknya ditambahkan pertanyaan yang memberikan deskripsi dan pemikiran untuk menggali kemampuan berpikir kritis mahasiswa	Sudah ditambahkan pertanyaan untuk menjelaskan alasan jawaban secara deskriptif dan dasar pemikiran dari jawaban yang diambil
	4	Karena ingin	Penulisan

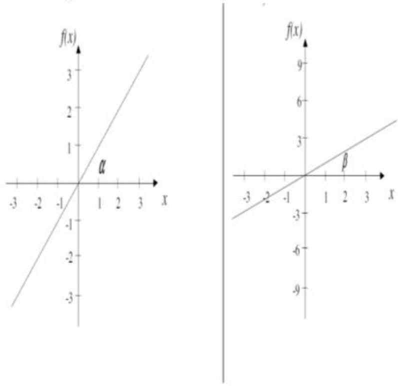
		mendorong mahasiswa menemukan konsep secara umum, maka pada sumbu X dan Y tidak perlu diberi angka	angka pada sumbu X dan Y dihapus sesuai saran
II	1	Gambar grafik diperjelas dengan menambahkan angka-angka pada sumbu X dan Y, supaya masih bisa terlihat perbedaan skalanya	Pada garis sumbu X dan Y telah ditambahkan angka-angka
	2	Daerah yang akan dicari luasnya sebaiknya diberi warna supaya lebih memudahkan dan tidak bermakna ganda	Daerah yang dicari luasnya diberi warna kuning
	3	Pada sumbu X	Sudah

		dan Y diberi angka tetapi bisa dibuat berbeda dengan tujuan menjadi pengecoh	disesuaikan sesuai saran

4.2 Analisis Data

Berikut paparan hasil jawaban tes mahasiswa setiap nomor dan wawancara yang dilakukan terhadap keenam subjek penelitian.

1. Perhatikan gambar berikut



Gambar 1 Gambar 2

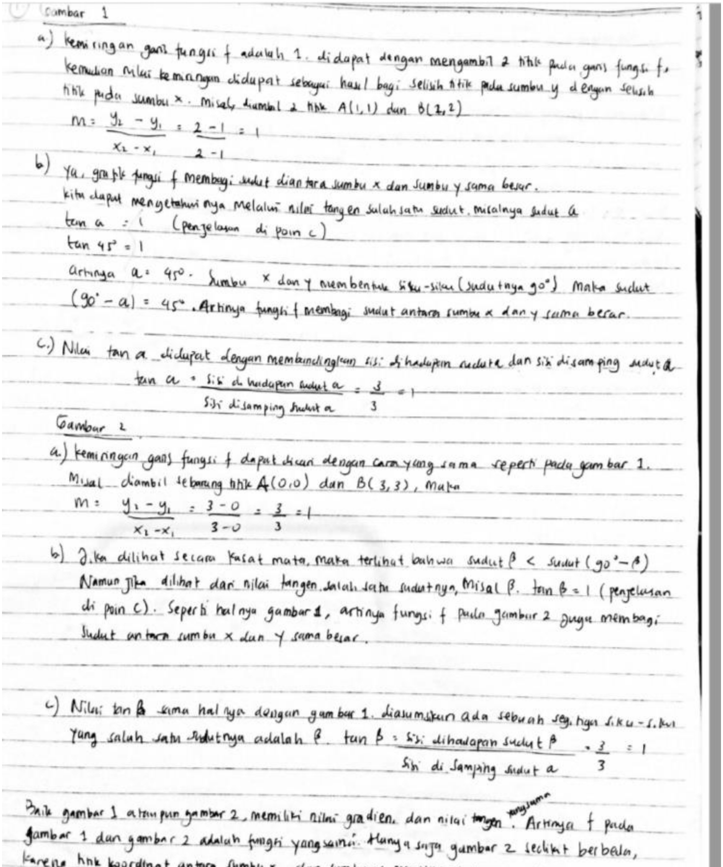
Grafik pada gambar di atas adalah representasi dari fungsi $f : x \to x$.
Untuk setiap gambar di atas, jawab pertanyaan berikut (tulis jawaban secara terpisah antara gambar 1 dan gambar 2):

a. Berapa kemiringan garis fungsi f ? Bagaimana cara menentukannya?
b. Apakah grafik fungsi f membagi sudut diantara sumbu X dan Y menjadi dua bagian yang sama? Bagaimana cara saudara mengetahuinya?
c. Dapatkah saudara menentukan nilai tangen dari sudut diantara grafik fungsi f dan sumbu X? Jika dapat, berapa nilainya dan bagaimana cara menghitungnya? Jika tidak dapat, mengapa?

Dalam menjawab pertanyaan di atas, deskripsikan dengan jelas apa yang menjadi pertimbangan, reaksi, dilema, dan pemikiran saudara yang muncul terkait pertanyaan-pertanyaan tersebut.

Gambar 4.1 Soal nomor 1

Soal nomor 1 yang peneliti sampaikan adalah tentang dua gambar grafik fungsi yang dibuat sedemikian rupa sehingga tampak berbeda walau sejatinya sama. Mahasiswa diminta mendeskripsikan apa yang menjadi pemikiran mereka dalam menjawab soal yang diberikan yaitu mencari kemiringan garis, sudut, dan juga tangen sudut. Temuan di lapangan memperlihatkan jawaban soal nomor 1 hampir semua menjawab sama, mereka dapat memberikan argumentasi atas jawaban yang dituliskan. Setelah dianalisis, berikut argumentasi jawaban yang diperoleh, yaitu:



Gambar 1

a) kemiringan garis fungsi f adalah 1. didapat dengan mengambil 2 titik pada garis fungsi f. kemudian nilai kemiringan didapat sebagai hasil bagi selisih titik pada sumbu y dengan selisih titik pada sumbu x. misal, diambil 2 titik A(1,1) dan B(2,2)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-1}{2-1} = 1$

b) Ya, grafik fungsi f membagi sudut diantara sumbu x dan sumbu y sama besar. kita dapat mengetahuinya melalui nilai tangen salah satu sudut. misalnya sudut a

tan a = 1 (penjelasan di poin c)

tan 45° = 1

artinya a = 45°. Sumbu x dan y membentuk siku-siku (sudutnya 90°) maka sudut (90° − a) = 45°. Artinya fungsi f membagi sudut antara sumbu x dan y sama besar.

c.) Nilai tan a didapat dengan membandingkan sisi dihadapan sudut a dan sisi disamping sudut a

$\tan a = \frac{\text{sisi di hadapan sudut } a}{\text{sisi disamping sudut } a} = \frac{3}{3} = 1$

Gambar 2

a.) kemiringan garis fungsi f dapat dicari dengan cara yang sama seperti pada gambar 1. Misal diambil sebarang titik A(0,0) dan B(3,3), maka

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-0}{3-0} = \frac{3}{3} = 1$

b) Jika dilihat secara kasat mata, maka terlihat bahwa sudut β < sudut (90° − β). Namun jika dilihat dari nilai tangen salah satu sudutnya, misal β. tan β = 1 (penjelasan di poin c). Seperti halnya gambar 1, artinya fungsi f pada gambar 2 juga membagi sudut antara sumbu x dan y sama besar.

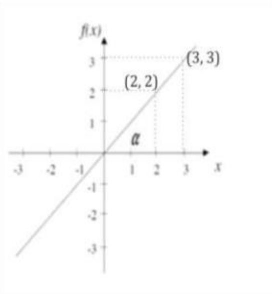
c) Nilai tan β sama halnya dengan gambar 1. diasumsikan ada sebuah segitiga siku-siku yang salah satu sudutnya adalah β. $\tan \beta = \frac{\text{sisi dihadapan sudut } \beta}{\text{sisi di samping sudut } a} = \frac{3}{3} = 1$

Baik gambar 1 ataupun gambar 2, memiliki nilai gradien dan nilai tangen yang sama. Artinya f pada gambar 1 dan gambar 2 adalah fungsi yang sama. Hanya saja gambar 2 sedikit berbeda, karena titik koordinat antara sumbu x dan sumbu y memiliki skala yang berbeda

Gambar 4.2 Jawaban soal nomor 1 subjek A-03

Subjek A-03 dapat menjawab tiap item soal baik pada gambar 1 maupun gambar 2. Mahasiswa menghitung kemiringan garis dan mencari nilai tangen dari sudut diantara grafik fungsi f dan sumbu X. Selain itu juga menyatakan grafik fungsi f membagi sudut menjadi dua bagian yang sama, bahkan juga menyimpulkan bahwa kedua gambar tersebut adalah sama, yang membedakan adalah skala.

Gambar 1



a. kemiringan garis fungsi f adalah 1,
kita tarik garis lurus dari sb. x dan sb. y hingga berpotongan dengan kurva fungsi f, misal berpotongan di titik (2, 2) dan (3,3). dengan rumus gradien $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$
didapat :

$$m = \frac{2-3}{2-3} = \frac{-1}{-1} = \mathbf{1}$$

b. Iya, karena fungsi dari grafik f merupakan sumbu simetri (sumbu yang membagi grafik fungsi menjadi dua sama besar).

c. nilai tan dari fungsi f adalah $arc\ tan\ (m) \ = \alpha \leftrightarrow arc\ tan\ (1) \ = 45°$, karena $\tan \alpha = m\ (gradien)$

d. saya kesulitan untuk menentukan sebab kenapa kemiringan / gradien fungsi f diatas bernilai 1, sehingga saya menggunakan cara memasukkan titik2 di sb. x yang memotong kurva fungsi f dan sejajar dengan sb. y.

a. kemiringan garis fungsi f adalah 1,
kita tarik garis lurus dari sb. x dan sb. y hingga berpotongan dengan kurva fungsi f, misal berpotongan di titik (3, 3) dan (-3,-3). dengan rumus gradien $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$
didapat :

$$m = \frac{3-(-3)}{3-(-3)} = \frac{1}{1} = \mathbf{1}$$

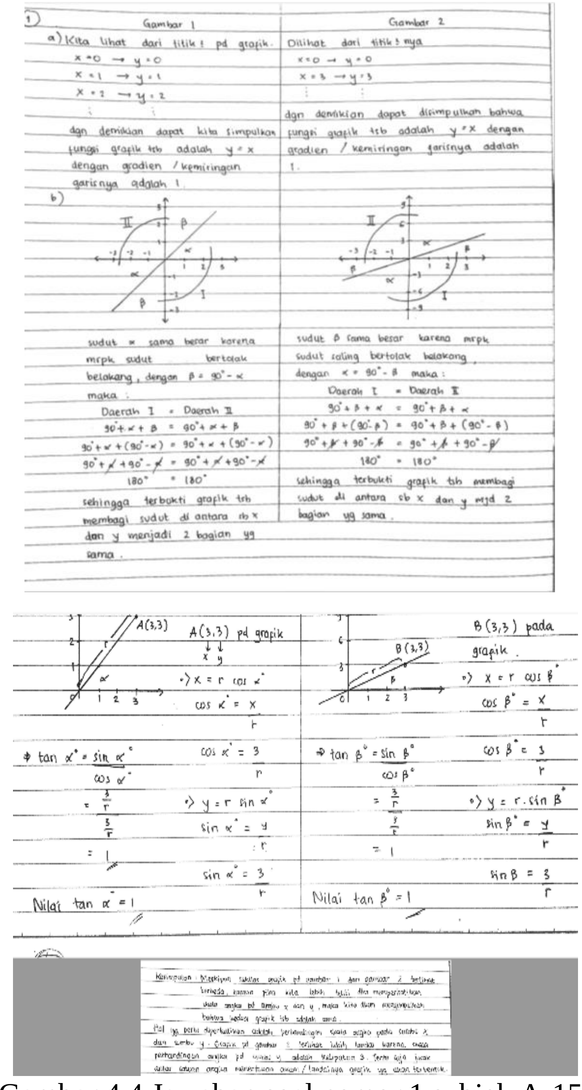
b. Iya, karena fungsi dari grafik f merupakan sumbu simetri (sumbu yang membagi grafik fungsi menjadi dua sama besar).

c. nilai tan dari fungsi f adalah $arc\ tan\ (m) = \beta \leftrightarrow arc\ tan\ (1) = 45°$, karena $\tan \beta = m\ (gradien)$

d. saya kesulitan untuk menentukan sebab kenapa kemiringan / gradien fungsi f diatas bernilai 1, sehingga saya menggunakan cara memasukkan titik2 di sb. x yang memotong kurva fungsi f dan sejajar dengan sb. y. Grafik gambar 2 ternyata sb. y nya kelipatan 3 ^_^

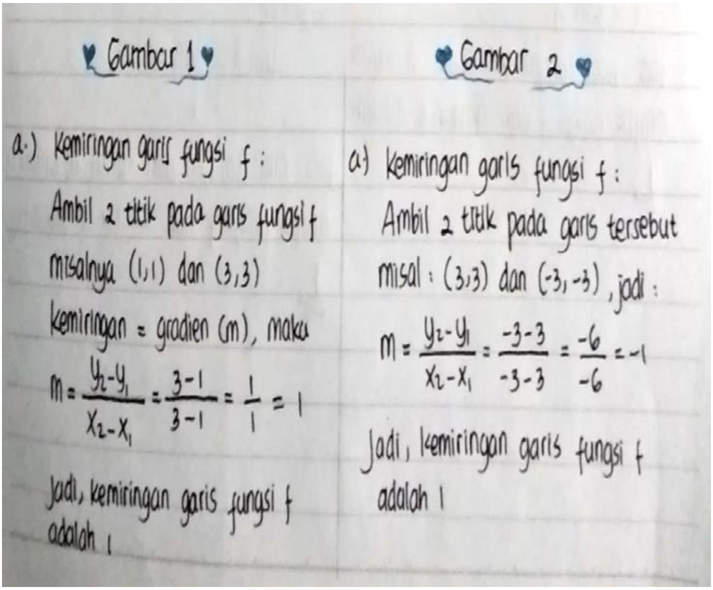
Gambar 4.3 Jawaban soal nomor 1 subjek A-09

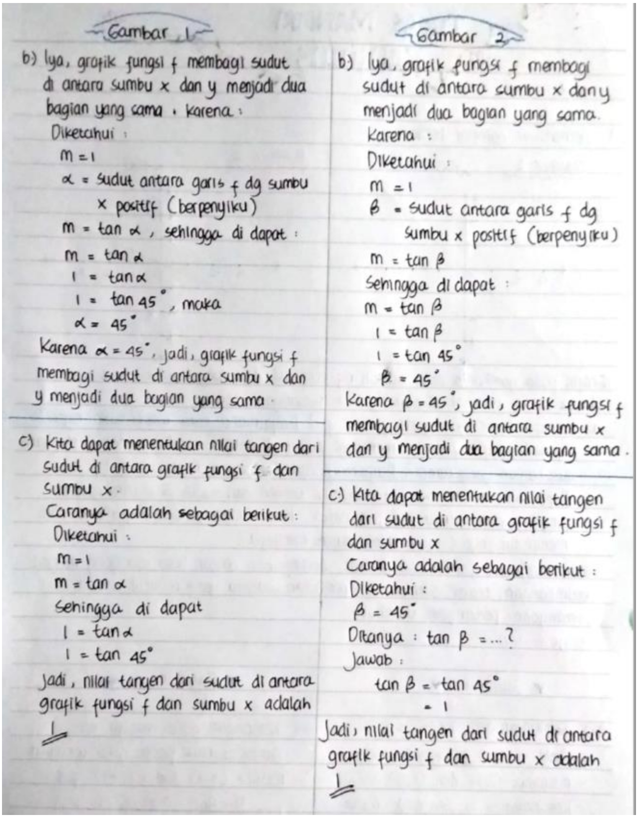
Subjek A-09 juga dapat menjawab setiap item soal pada gambar 1 dan gambar 2. Akan tetapi awalnya merasa bingung kenapa kemiringan garis fungsi f pada gambar 2 bernilai 1, setelah mencermati lebih lanjut diperoleh bahwa pada Sumbu Y skalanya adalah kelipatan 3. Dengan kata lain ada perbedaan skala.



Gambar 4.4 Jawaban soal nomor 1 subjek A-15

Subjek A-15 menjawab hampir sama pada setiap item soal, hanya saja memberikan argumentasi bahwa kedua gambar tersebut adalah sama, hanya berbeda pada skala. Tampak pada item soal nomor 1b, dipaparkan bagaimana cara ia mengetahui bahwa sudut pada gambar itu sama meski terlihat berbeda. Terlihat untuk mengetahui jawaban, subjek tidak menggunakan jawaban dari nomor sebelumnya, ia mengerjakan masing-masing item soal secara terpisah tanpa adanya saling keterkaitan satu sama lain.





Gambar 1

b) Iya, grafik fungsi f membagi sudut di antara sumbu x dan y menjadi dua bagian yang sama. Karena :

Diketahui :

$m = 1$

α = sudut antara garis f dg sumbu x positif (berpenyiku)

$m = \tan \alpha$, sehingga di dapat :

$m = \tan \alpha$

$1 = \tan \alpha$

$1 = \tan 45^\circ$, maka

$\alpha = 45^\circ$

Karena $\alpha = 45^\circ$, jadi, grafik fungsi f membagi sudut di antara sumbu x dan y menjadi dua bagian yang sama.

c) Kita dapat menentukan nilai tangen dari sudut di antara grafik fungsi f dan sumbu x.

Caranya adalah sebagai berikut :

Diketahui :

$m = 1$

$m = \tan \alpha$

Sehingga di dapat

$1 = \tan \alpha$

$1 = \tan 45^\circ$

Jadi, nilai tangen dari sudut di antara grafik fungsi f dan sumbu x adalah $\underline{\underline{1}}$

Gambar 2

b) Iya, grafik fungsi f membagi sudut di antara sumbu x dan y menjadi dua bagian yang sama.

Karena :

Diketahui :

$m = 1$

β = sudut antara garis f dg sumbu x positif (berpenyiku)

$m = \tan \beta$

Sehingga di dapat :

$m = \tan \beta$

$1 = \tan \beta$

$1 = \tan 45^\circ$

$\beta = 45^\circ$

Karena $\beta = 45^\circ$, jadi, grafik fungsi f membagi sudut di antara sumbu x dan y menjadi dua bagian yang sama.

c) Kita dapat menentukan nilai tangen dari sudut di antara grafik fungsi f dan sumbu x

Caranya adalah sebagai berikut :

Diketahui :

$\beta = 45^\circ$

Ditanya : $\tan \beta = \ldots ?$

Jawab :

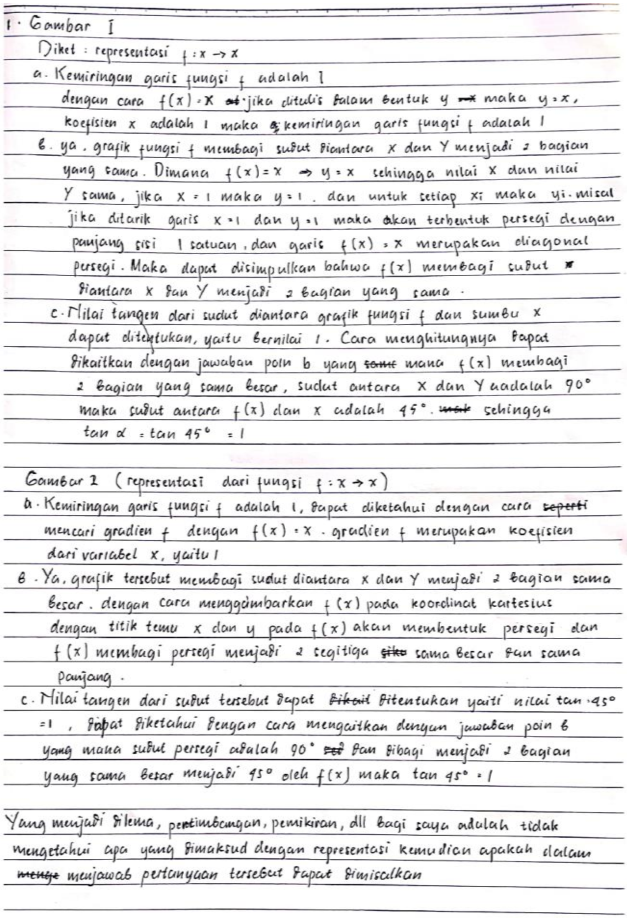
$\tan \beta = \tan 45^\circ$

$= 1$

Jadi, nilai tangen dari sudut di antara grafik fungsi f dan sumbu x adalah $\underline{\underline{1}}$

Gambar 4.5 Jawaban soal nomor 1 subjek C-05

Subjek C-05 dapat menjawab tiap item soal baik pada gambar 1 maupun gambar 2. Mahasiswa menghitung kemiringan garis dan mencari nilai tangen dari sudut diantara grafik fungsi f dan sumbu X. Selain itu ia juga dapat menyatakan grafik fungsi f membagi sudut menjadi dua bagian yang sama, dengan menggunakan jawaban dari nomor sebelumnya yaitu jawaban nomor 1a.



1. Gambar I

Diket : representasi $f : x \to x$

a. Kemiringan garis fungsi f adalah 1 dengan cara $f(x) = x$ ~~at~~ jika ditulis dalam bentuk y ~~= x~~ maka $y = x$, koefisien x adalah 1 maka ~~a~~ kemiringan garis fungsi f adalah 1

b. ya. grafik fungsi f membagi sudut diantara X dan Y menjadi 2 bagian yang sama. Dimana $f(x) = x \to y = x$ sehingga nilai X dan nilai Y sama, jika $x = 1$ maka $y = 1$. dan untuk setiap x_i maka y_i. misal jika ditarik garis $x = 1$ dan $y = 1$ maka akan terbentuk persegi dengan panjang sisi 1 satuan, dan garis $f(x) = x$ merupakan diagonal persegi. Maka dapat disimpulkan bahwa $f(x)$ membagi sudut diantara X dan Y menjadi 2 bagian yang sama.

c. Nilai tangen dari sudut diantara grafik fungsi f dan sumbu X dapat ditentukan, yaitu bernilai 1. Cara menghitungnya dapat dikaitkan dengan jawaban poin b yang ~~same~~ mana $f(x)$ membagi 2 bagian yang sama besar, sudut antara X dan Y adalah $90°$ maka sudut antara $f(x)$ dan x adalah $45°$. ~~mak~~ sehingga $\tan \alpha = \tan 45° = 1$

Gambar 2 (representasi dari fungsi $f : x \to x$)

a. Kemiringan garis fungsi f adalah 1, dapat diketahui dengan cara ~~seperti~~ mencari gradien f dengan $f(x) = x$. gradien f merupakan koefisien dari variabel x, yaitu 1

b. Ya, grafik tersebut membagi sudut diantara X dan Y menjadi 2 bagian sama besar. dengan cara menggambarkan $f(x)$ pada koordinat kartesius dengan titik temu x dan y pada $f(x)$ akan membentuk persegi dan $f(x)$ membagi persegi menjadi 2 segitiga ~~siku~~ sama besar dan sama panjang.

c. Nilai tangen dari sudut tersebut dapat ~~dikait~~ ditentukan yaitu nilai $\tan 45° = 1$, dapat diketahui dengan cara mengaitkan dengan jawaban poin b yang mana sudut persegi adalah $90°$ ~~sel~~ dan dibagi menjadi 2 bagian yang sama besar menjadi $45°$ oleh $f(x)$ maka $\tan 45° = 1$

Yang menjadi dilema, pertimbangan, pemikiran, dll bagi saya adalah tidak mengetahui apa yang dimaksud dengan representasi kemudian apakah dalam ~~menge~~ menjawab pertanyaan tersebut dapat dimisalkan

Gambar 4.6 Jawaban soal nomor 1 subjek C-13

Sementara subjek C-13, meski dapat menjawab tiap poin soal dengan benar, dia menyatakan ketidaktahuan tentang soal yang dimaksud serta kebingungan menentukan cara penyelesaian soal tersebut. Karena ada istilah yang asing baginya sehingga tidak diketahui maknanya.

(1.) $\boxed{A.}$ Gambar 1

1. Berapa kemiringan garis fungsi f? Bagaimana cara menentukannya?

Jawab:

Cara menentukan kemiringan / gradien sebuah fungsi yang tidak diketahui adalah dengan mengambil dua titik pada fungsi tsb.

contoh : $(x_1, y_1) = (1,1)$

$(x_2, y_2) = (-2,-2)$

$$m \text{ (gradien)} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-1}{-2-1} = \frac{-3}{-3} = 1$$

Jadi, kemiringan garis fungsi tsb adalah 1.

Bisa ~~juga dengan cara mencari persamaan garisnya.~~ terlebih dahulu, lalu men~~tukannya~~ dengan metode turunan pertama.

~~$y - y_1 = m(x - x_1)$~~

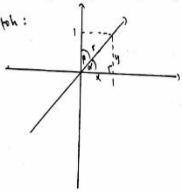
2. Apakah grafik fungsi f membagi sudut diantara sumbu X dan Y menjadi 2 bagian yang sama? Bagaimana cara saudara mengetahuinya?

Jawab:

Iya, tapi tentu saja tidak pada semua kuadran. Hanya pada kuadran 1 dan 3 saja karena kurva / garisnya tidak merambat sampai ke kuadran 2 dan 4.

Cara saya mengetahuinya dg menggunakan prinsip koordinat kutub.

contoh :



① Mencari nilai r.

$r = \sqrt{y^2 + x^2}$

$= \sqrt{1^2 + 1^2}$

$= \sqrt{2}$

② $x = r \cos \alpha$

$\cos \alpha = \frac{x}{r}$

$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

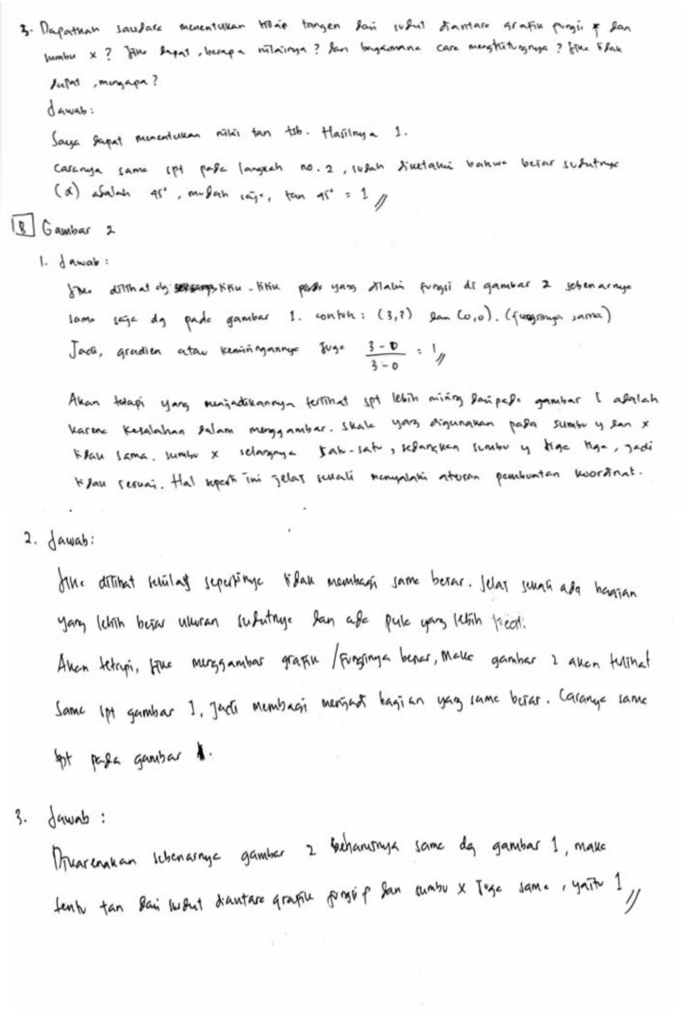
$= \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\alpha = 45^\circ$

③ Dg menggunakan teo. sudut penyiku (α, β saling berpenyiku) maka $\beta = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

④ $\alpha = \beta = 45^\circ$ (sama)

Jika dicoba yang dikuadran 3 juga hasilnya akan sama.


3. Dapatkah saudara menentukan nilai tangen dari sudut diantara grafik fungsi f dan sumbu x ? Jika dapat, berapa nilainya ? dan bagaimana cara menghitungnya ? Jika tidak dapat, mengapa ?

Jawab:

Saya dapat menentukan nilai tan tsb. Hasilnya 1.

Caranya sama spt pada langkah no. 2, sudah diketahui bahwa besar sudutnya (α) adalah 45°, mudah saja, tan 45° = 1 //

$\boxed{B}$ Gambar 2

1. Jawab:

Jika dilihat dg ~~[illegible]~~ titik - titik pada yang dilalui fungsi di gambar 2 sebenarnya sama saja dg pada gambar 1. contoh: (3,3) dan (0,0). (fungsinya sama)

Jadi, gradien atau kemiringannya juga $\frac{3-0}{3-0} = 1$ //

Akan tetapi yang menjadikannya terlihat spt lebih miring daripada gambar 1 adalah karena kesalahan dalam menggambar. Skala yang digunakan pada sumbu y dan x tidak sama. sumbu x selangnya satu-satu, sedangkan sumbu y tiga tiga, jadi tidak sesuai. Hal seperti ini jelas sekali menyalahi aturan pembuatan koordinat.

2. Jawab:

Jika dilihat sekilas sepertinya tidak membagi sama besar. Jelas sekali ada bagian yang lebih besar ukuran sudutnya dan ada pula yang lebih kecil.

Akan tetapi, jika menggambar grafik /fungsinya benar, maka gambar 2 akan terlihat sama spt gambar 1, jadi membagi menjadi bagian yang sama besar. Caranya sama spt pada gambar 1.

3. Jawab :

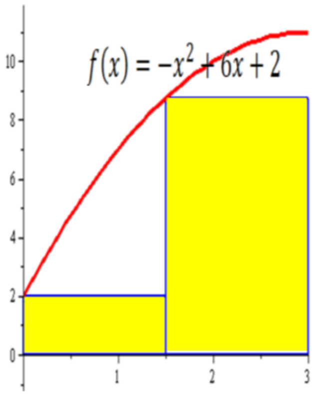
Dikarenakan sebenarnya gambar 2 seharusnya sama dg gambar 1, maka tentu tan dari sudut diantara grafik fungsi f dan sumbu x juga sama, yaitu 1 //

Gambar 4.7 Jawaban soal nomor 1 subjek C-27

Jawaban subjek C-27 menyatakan bahwa ada kesalahan dalam menggambar, jika skala yang digunakan sama, maka gambar 1 dan gambar 2 adalah merupakan gambar yang sama. Subjek C-27 beranggapan bahwa untuk menggambar grafik fungsi yang benar adalah skala harus sama antara sumbu X dan sumbu Y.

Sebagian besar subjek penelitian menyatakan hal yang sama, bahwa meski kedua gambar grafik fungsi tampak berbeda, tetapi sebenarnya sama, hal ini dikarenakan ada perbedaan skala dalam menggambar grafik fungsi.

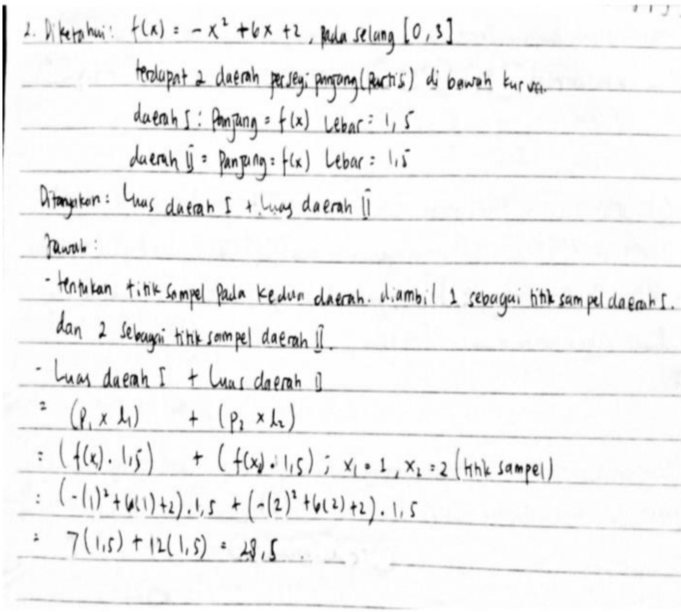
2. Perhatikan gambar berikut



Tentukan luas daerah yang berwarna kuning dan jelaskan secara detail bagaimana cara saudara menentukan luas daerah tersebut.

Gambar 4.8 Soal nomor 2

Selanjutnya pada soal nomor 2, diberikan gambar suatu daerah dibawah kurva dengan diketahui fungsinya. Daerah dibawah kurva tersebut kemudian dipartisi dengan meggunakan partisi polygon dalam kemudian mahasiswa diminta mencari luas dari partisi daerah dibawah kurva tersebut. Jawaban masing-masing mahasiswa untuk soal nomor 2 adalah sebagai berikut.



2. Diketahui: $f(x) = -x^2 + 6x + 2$, pada selang $[0, 3]$

terdapat 2 daerah persegi panjang (partisi) di bawah kurva.

daerah I : Panjang = $f(x)$ Lebar = 1, 5

daerah II = Panjang = $f(x)$ Lebar = 1,5

Ditanyakan: Luas daerah I + Luas daerah II

Jawab:

- tentukan titik sampel pada kedua daerah. diambil 1 sebagai titik sampel daerah I. dan 2 sebagai titik sampel daerah II.
- Luas daerah I + Luas daerah II

$= (p_1 \times l_1) + (p_2 \times l_2)$

$= (f(x) . 1,5) + (f(x) . 1,5)$; $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ (titik sampel)

$= (-(1)^2 + 6(1) + 2) . 1,5 + (-(2)^2 + 6(2) + 2) . 1,5$

$= 7(1,5) + 12(1,5) = 28,5$

Gambar 4.9 Jawaban soal nomor 2 subjek A-03

Subjek A-03 menjawab dengan menentukan panjang dan lebar dari masing-masing persegi panjang dan mencari luas dengan menggunakan rumus luas persegi panjang yaitu panjang dikali lebar. Mahasiswa menentukan fungsi f sebagai panjang dan menentukan lebar dengan menghitung panjang partisi yang terletak pada sumbu X. Kemudian mencari luas masing-masing partisi dan dijumlahkan sehingga diperoleh luas daerah secara keseluruhan. Disini subjek tidak melihat adanya permasalahan atau kendala yang muncul karena perbedaan skala.

Diketahui : $f(x) = -x^2 + 6x + 2$

$x_0 = 0$

$x_1 = 1,5$

- x_2 tidak digunakan karena persegi panjang berada di bawah kurva
- karena persegi panjang berada di bawah kurva, maka menggunakan rumus Jumlah Riemenn Kiri

Jawab :

$f(x_0) = (-0)^2 + 6(0) + 2 = 2$

$f(x_1) = (-1,5)^2 + 6(1,5) + 2 = 13,25$

$$\Delta\bar{x} = \frac{x_1 - x_0}{i} = h = \frac{1,5 - 0}{2} = 0,75$$

$$L(\Delta R_i) = \sum_{n=0}^{i-1} f(x_{i-1})\Delta\bar{x}$$

$$L(\Delta R_2) = \sum_{n=0}^{2-1} f(x_{2-1})\Delta\bar{x}$$

$$L(\Delta R_2) = \sum_{0}^{1} f(x_1)\Delta\bar{x}$$

$L(\Delta R_2) = [x_0 + x_1]\Delta\bar{x}$

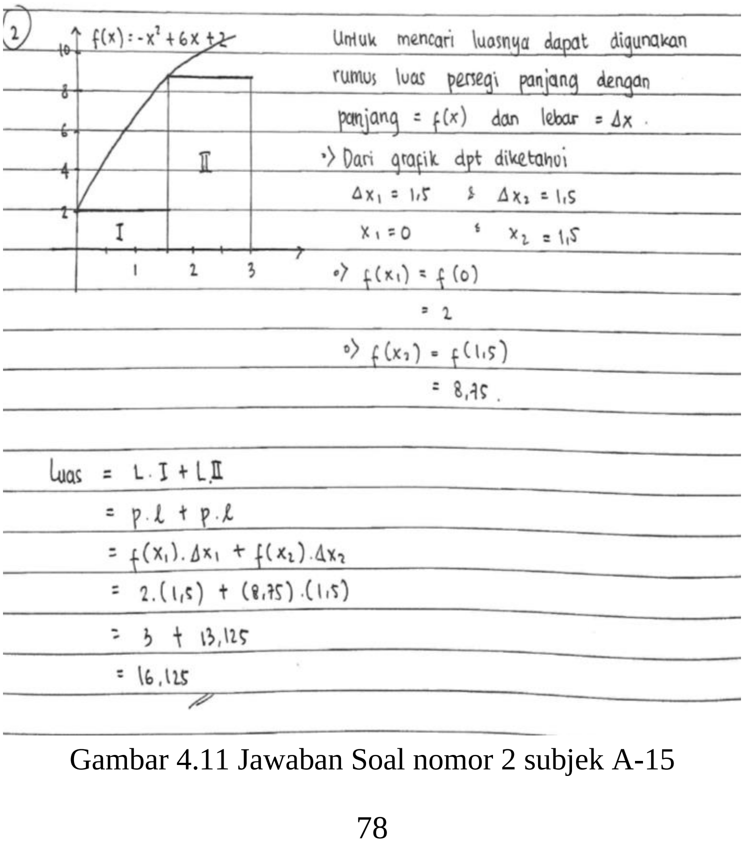
$L(\Delta R_2) = [2 + 13,25]0,75$

$L(\Delta R_2) = 11,4375$

Jadi, luas persegi panjang di bawah kurva adalah 11,4375

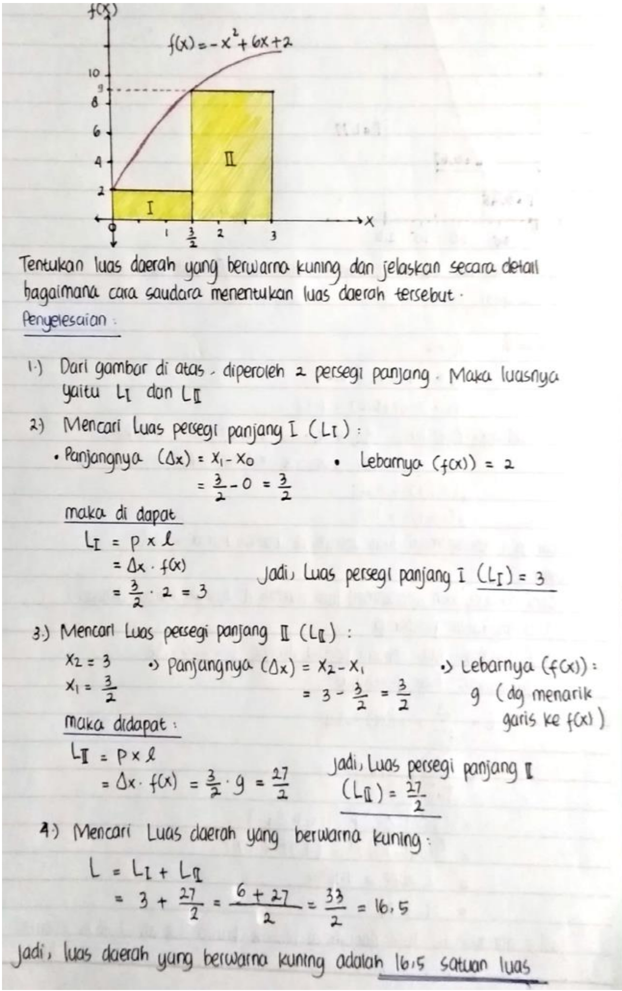
Gambar 4.10 Jawaban Soal nomor 2 subjek A-09

Subjek A-09 tidak jauh berbeda dalam menghitung luas persegi panjang dibawah kurva. Mahasiswa menggunakan rumus jumlah Riemann karena merupakan materi yang dipelajari sebelum aplikasi integral tentu. Tidak disebutkan mana yang merupakan panjang dan mana yang lebar, hanya menggunakan notasi jumlah Riemann yang merupakan jumlahan dari perkalian fungsi f dan panjang subselang. Tidak muncul adanya kesulitan menentukan luas terkait perbedaan skala pada jawaban mahasiswa. Namun, dari hasil jawaban yang diperoleh relatif berbeda dengan mahasiswa yang lain.



Gambar 4.11 Jawaban Soal nomor 2 subjek A-15

Jawaban subjek A-15 tidak jauh berbeda dengan jawaban mahasiswa lain yang menentukan panjang dengan fungsi dan lebar adalah panjang subselang. Kemudian menentukan luas daerah dengan menghitung masing-masing luas partisi dan menjumlahkannya. Perbedaan skala tidak menjadi permasalahan disini.



Tentukan luas daerah yang berwarna kuning dan jelaskan secara detail bagaimana cara saudara menentukan luas daerah tersebut.

Penyelesaian :

1.) Dari gambar di atas, diperoleh 2 persegi panjang. Maka luasnya yaitu L_I dan L_{II}

2.) Mencari Luas persegi panjang I (L_I) :

• Panjangnya $(\Delta x) = x_1 - x_0 = \frac{3}{2} - 0 = \frac{3}{2}$ • Lebarnya $(f(x)) = 2$

maka di dapat

$L_I = p \times l = \Delta x \cdot f(x) = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3$

Jadi, Luas persegi panjang I $(L_I) = 3$

3.) Mencari Luas persegi panjang II (L_{II}) :

$x_2 = 3$, $x_1 = \frac{3}{2}$

•) Panjangnya $(\Delta x) = x_2 - x_1 = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

•) Lebarnya $(f(x))$: 9 (dg menarik garis ke f(x))

maka didapat :

$L_{II} = p \times l = \Delta x \cdot f(x) = \frac{3}{2} \cdot 9 = \frac{27}{2}$

Jadi, Luas persegi panjang II $(L_{II}) = \frac{27}{2}$

4.) Mencari Luas daerah yang berwarna kuning :

$L = L_I + L_{II} = 3 + \frac{27}{2} = \frac{6 + 27}{2} = \frac{33}{2} = 16,5$

Jadi, luas daerah yang berwarna kuning adalah 16,5 satuan luas

Gambar 4.12 Jawaban soal nomor 2 subjek C-05

Berikutnya pada subjek C-05, ia juga melakukan hal yang sama, yaitu mencari luas masing-masing partisi yang berbentuk persegipanjang dengan sebelumnya menentukan panjang dan lebarnya. Yang menarik adalah ia menentukan panjang dari subselang sebagai panjang persegipanjang dan menyatakan fungsi f sebagai lebar. Meski diperoleh hasil yang sama, tapi subjek C-05 memiliki interpretasi lain terkait menentukan panjang dan lebar yang mana hal ini dipengaruhi oleh perbedaan skala.

2. Untuk menentukan luas daerah yang berwarna kuning maka dibutuhkan lebar (Δx_i) dan tinggi ($f(x_i)$)

~ Menentukan lebar (Δx_i)

pada grafik tersebut memiliki 2 partisi yang sama lebar, dengan batas x_0, x_1 dan x_2 dengan $x_2 = 3$ maka diperoleh $\Delta x_1 = x_1 - x_0 = \Delta x_2 = 3/2$ dan $x_1 = 3/2$

~ Menentukan tinggi partisi ($f(x_i)$)

Untuk mencari tinggi partisi dengan mensubtitusi x_0 dan x_1 pada $f(x)$

• Partisi 1, $x_0 = 0 \Rightarrow f(x) = -x^2 + 6x + 2$

$f(0) = -0^2 + 6 \cdot 0 + 2$

$= 2$.

jadi panjang partisi 1 adalah 2 satuan.

• Partisi 2, $x_1 = 3/2 \Rightarrow f(x) = -(3/2)^2 + 6 \cdot 3/2 + 2$

$= -9/4 + 9 + 2$

$= 35/4$

jadi panjang partisi 2 adalah $35/4$ satuan

~ Menentukan luas masing-masing partisi

• Luas partisi I $= p \times l$

$= 2 \times 3/2$

$= 3$ satuan luas

• Luas partisi II $= p \times l$

$= 35/4 \times 3/2$

$= 105/8$ satuan luas

~ Luas daerah kuning: L. partisi I + L partisi II

$= 3 + 105/8$

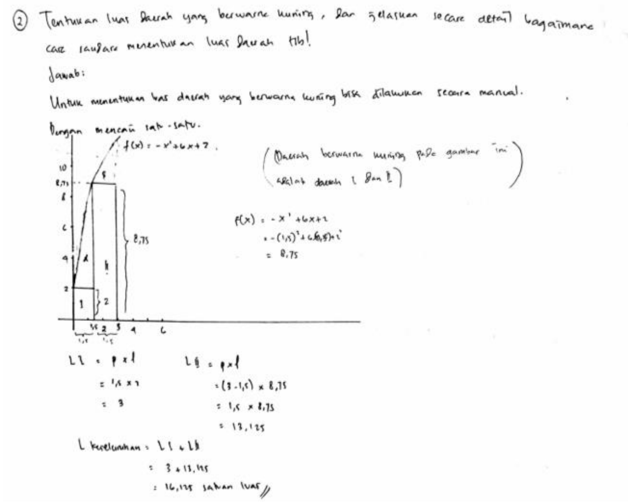
$= 129/8$ satuan luas

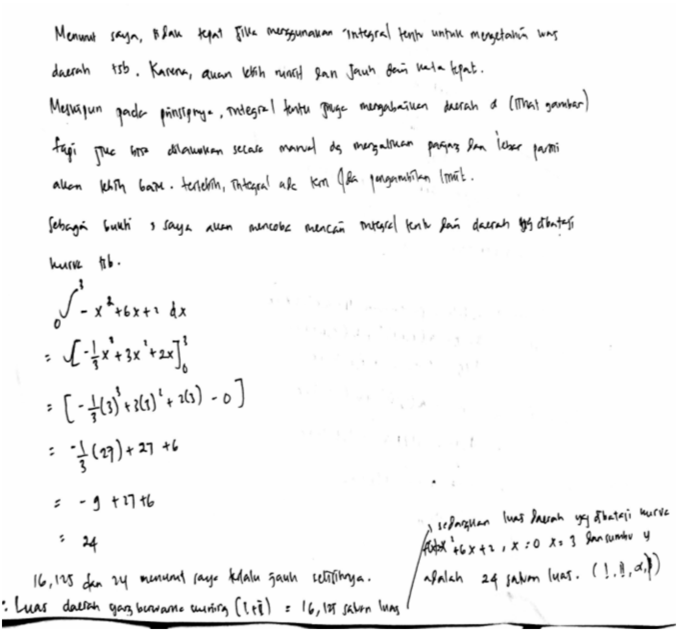
$= 16{,}125$ satuan luas

∴ Jadi, luas daerah kuning adalah $129/8$ atau $16{,}125$ satuan luas.

Gambar 4.13 Jawaban soal nomor 2 subjek C-13

Subjek C-13 mencari luas daerah yang diarsir dengan mencari luas masing-masing partisi yang berbentuk persegipanjang. Ia menentukan nilai fungi f pada titik sampel sebagai panjang dan panjang subselang sebagai lebar. Kemudian setelah luas masing-masing partisi didapat baru selanjutnya dijumlahkan untuk memperoleh luas daerah secara keseluruhan. Tampak bahwa perbedaan skala tidak menjadi masalah yang berarti.




Menurut saya, tidak tepat jika menggunakan integral tentu untuk mengetahui luas daerah tsb. Karena, akan lebih rumit dan jauh dari kata tepat.

Meskipun pada prinsipnya, integral tentu juga mengabaikan daerah d (lihat gambar) tapi jika bisa dilakukan secara manual dg mengalikan panjang dan lebar partisi akan lebih baik. terlebih, integral ada kaitannya dg pengambilan limit.

Sebagai bukti, saya akan mencoba mencari integral tentu dari daerah yg dibatasi kurva tsb.

$$\int_0^3 -x^2+6x+2 \, dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3+3x^2+2x\right]_0^3$$

$$= \left[-\frac{1}{3}(3)^3+3(3)^2+2(3)-0\right]$$

$$= -\frac{1}{3}(27)+27+6$$

$$= -9+27+6$$

$$= 24$$

16,125 dan 24 menurut saya terlalu jauh selisihnya.

∴ Luas daerah yang berwarna miring (I+II) = 16,125 satuan luas

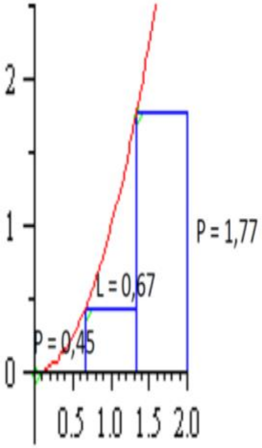
∴ sedangkan luas daerah yg dibatasi kurva $-x^2+6x+2$, $x=0$ $x=3$ dan sumbu y adalah 24 satuan luas. (I, II, d)

Gambar 4.14 Jawaban soal nomor 2 subjek C-27

Sementara itu, untuk subjek C-27 dalam mencari luas daerah yang diarsir dengan menentukan luas dari masing-masing daerah partisi. Nilai fungsi f pada titik sampel dianggap sebagai lebar dan panjang subselang masing-masing partisi sebagai panjangnya. Kemudian setelah didapat luas masing-masing daerah partisi dijumlahkan untuk mendapat luas daerah utama. Skala tidak menjadi permasalahan yang berarti bagi subjek C-27.

Berdasarkan paparan diatas, tampak dari jawaban keenam mahasiswa, ada beberapa yang menentukan fungsi f sebagai panjang dan panjang subselang sebagai lebar. Akan tetapi, ada juga yang menggunakan panjang subselang sebagai panjang dan fungsi f sebagai lebarnya. Perbedaan interpretasi panjang dan lebar ini disebabkan karena perbedaan skala pada sumbu X dan Y. Sebagian mahasiswa menganggap panjang adalah yang berukuran lebih besar dibanding lebar. Namun ada juga yang mengabaikan itu, karena pada materi sebelumnya, selalu yang digunakan sebagai panjang adalah nilai fungsi f pada titik sampel dan panjang subselang sebagai lebar. Sehingga mahasiswa menggunakan konsep tersebut. Selain itu, dilihat dari jawaban tes, ada satu mahasiswa yang memperoleh hasil perhitungan yang berbeda secara signifikan dari jawaban mahasiswa lain. Karena konsep jumlah Riemann adalah jumlahan yang mana lebih lanjut hal ini sama artinya dengan konsep deret, sementara deret sendiri erat kaitannya dengan nilai hampiran, maka wajar saja jika diperoleh hasil perhitungan yang berbeda-beda. Akan tetapi meski berbeda-beda, tidak terlalu berbeda secara signifikan. Namun, ada satu mahasiswa yang memperoleh jawaban yang berbeda, karena ia menggunakan cara yang kurang tepat.

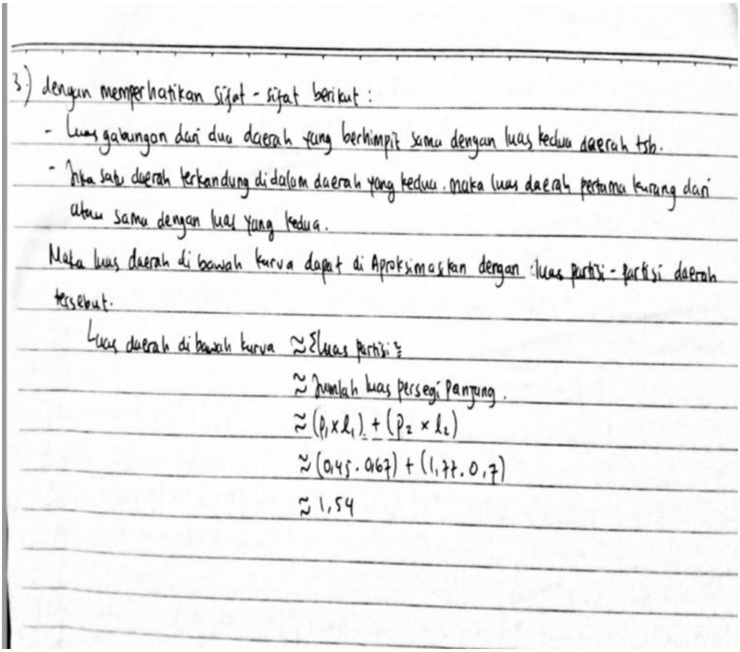
3. Perhatikan gambar berikut



Aproksimasi luas daerah di bawah kurva dan jelaskan caranya.

Gambar 4.15 Soal nomor 3

Soal nomor 3 memiliki kemiripan dengan soal nomor 2, hanya saja yang membedakan adalah pada soal nomor 2 tidak diketahui fungsinya. Namun, sudah ditentukan panjang dan lebarnya pada daerah partisi pertama, sementara pada daerah partisi kedua yang diketahui hanya panjangnya saja. Adapun jawaban dari masing-masing mahasiswa adalah sebagai berikut.



3.) dengan memperhatikan sifat - sifat berikut :

- Luas gabungan dari dua daerah yang berhimpit sama dengan luas kedua daerah tsb.
- Jika satu daerah terkandung di dalam daerah yang kedua. maka luas daerah pertama kurang dari atau sama dengan luas yang kedua.

Maka luas daerah di bawah kurva dapat di Aproksimaskan dengan luas partisi - partisi daerah tersebut.

Luas daerah di bawah kurva $\approx \Sigma$ luas partisi

$\approx$ Jumlah luas persegi panjang.

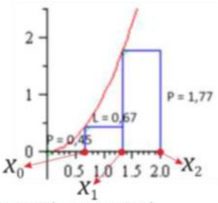
$\approx (p_1 \times l_1) + (p_2 \times l_2)$

$\approx (0{,}45 \cdot 0{,}67) + (1{,}77 \cdot 0{,}7)$

$\approx 1{,}54$

Gambar 4.16 Jawaban soal nomor 3 subjek A-03

Subjek A-03 menjawab sesuai dengan definisi jumlah Riemann, yaitu melakukan aproksimasi melalui luas dari masing-masing daerah partisi yang merupakan jumlah luas persegi panjang dibawah kurva. Mahasiswa mencari lebar dari partisi kedua kemudian menghitung luas masing-masing daerah partisi dan menjumlahkannya. Perbedaan skala disini tidak diungkapkan karena dalam soal sendiri sudah tertulis panjang dan lebar, sehingga mahasiswa cenderung mengikuti apa yang sudah tertulis.



Diketahui : $i = 2$ (jumlah partisi/persegi panjang)

$x_0 = 0{,}67$

$x_1 = 1{,}34$

- x_2 tidak digunakan karena persegi panjang berada di bawah kurva
- karena persegi panjang berada di bawah kurva, maka menggunakan rumus Jumlah Riemenn Kiri

$f(x_0) = 0{,}45$ (merupakan titik sb. y /panjang dari persegi panjang I)

$f(x_1) = 1{,}77$ (merupakan titik sb. y / panjang dari persegi panjang II)

$$\Delta\bar{x} = \frac{x_1 - x_0}{i} = h = \frac{1{,}34 - 0{,}67}{2} = 0{,}335$$

Jawab :

$$L(\Delta R_i) = \sum_{n=0}^{i-1} f(x_{i-1})\Delta\bar{x}$$

$$L(\Delta R_2) = \sum_{n=0}^{2-1} f(x_{2-1})\Delta\bar{x}$$

$$L(\Delta R_2) = \sum_{0}^{1} f(x_1)\Delta\bar{x}$$

$$L(\Delta R_2) = [x_0 + x_1]\Delta\bar{x}$$

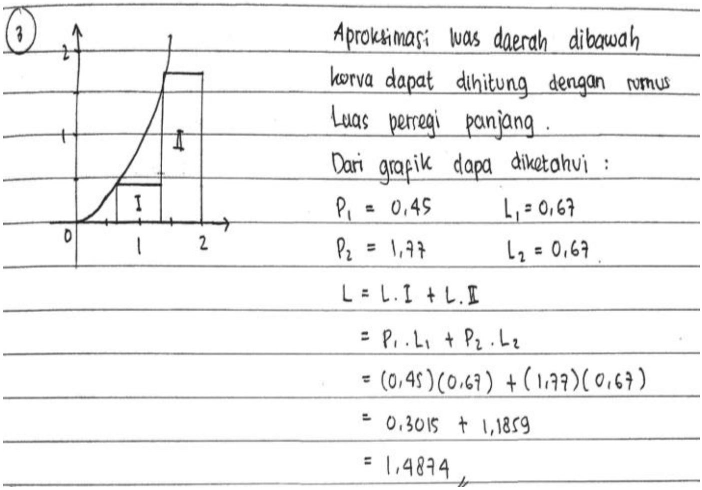
$$L(\Delta R_2) = [0{,}45 + 1{,}77]0{,}355$$

$$L(\Delta R_2) = 0{,}7881$$

Jadi, Aproksimasi luas daerah di bawah kurva dengan 2 partisi adalah 0,7881

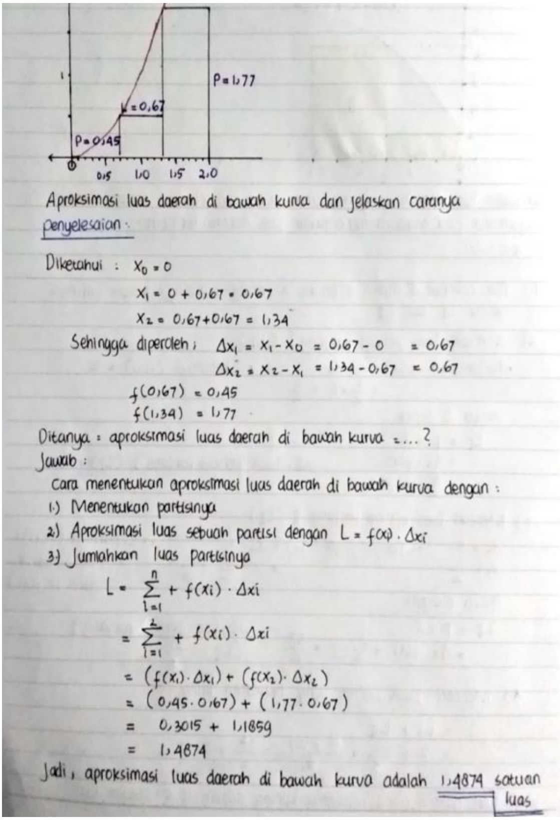
Gambar 4.17 Jawaban soal nomor 3 subjek A-09

Jawaban subjek A-09 hampir sama dengan jawaban subjek sebelumnya, yaitu mencari lebar dari partisi kedua. Setelah itu, barulah menentukan luas daerah dibawah kurva. Akan tetapi diperoleh hasil yang cukup berbeda karena ia menentukan lebar partisi yang kedua sebesar 1,34.



Gambar 4.18 Jawaban soal nomor 3 subjek A-15

Subjek A-15 menuliskan lebar pada kedua partisi dengan besaran yang sama yaitu 0,67. Setelah itu dicari luas masing-masing daerah partisi dan hasilnya kemudian dijumlahkan. Lebar dianggap sama panjangnya, sehingga diperoleh jawaban yang sedikit berbeda walau tidak terlalu signifikan.



Aproksimasi luas daerah di bawah kurva dan jelaskan caranya

Penyelesaian :

Diketahui : $X_0 = 0$

$X_1 = 0 + 0,67 = 0,67$

$X_2 = 0,67 + 0,67 = 1,34$

Sehingga diperoleh ; $\Delta x_1 = x_1 - x_0 = 0,67 - 0 = 0,67$

$\Delta x_2 = x_2 - x_1 = 1,34 - 0,67 = 0,67$

$f(0,67) = 0,45$

$f(1,34) = 1,77$

Ditanya : aproksimasi luas daerah di bawah kurva = ... ?

Jawab :

Cara menentukan aproksimasi luas daerah di bawah kurva dengan :

1.) Menentukan partisinya

2.) Aproksimasi luas sebuah partisi dengan $L = f(x) \cdot \Delta xi$

3.) Jumlahkan luas partisinya

$$L = \sum_{i=1}^{n} + f(xi) \cdot \Delta xi$$

$$= \sum_{i=1}^{2} + f(xi) \cdot \Delta xi$$

$$= (f(x_1) \cdot \Delta x_1) + (f(x_2) \cdot \Delta x_2)$$

$$= (0,45 \cdot 0,67) + (1,77 \cdot 0,67)$$

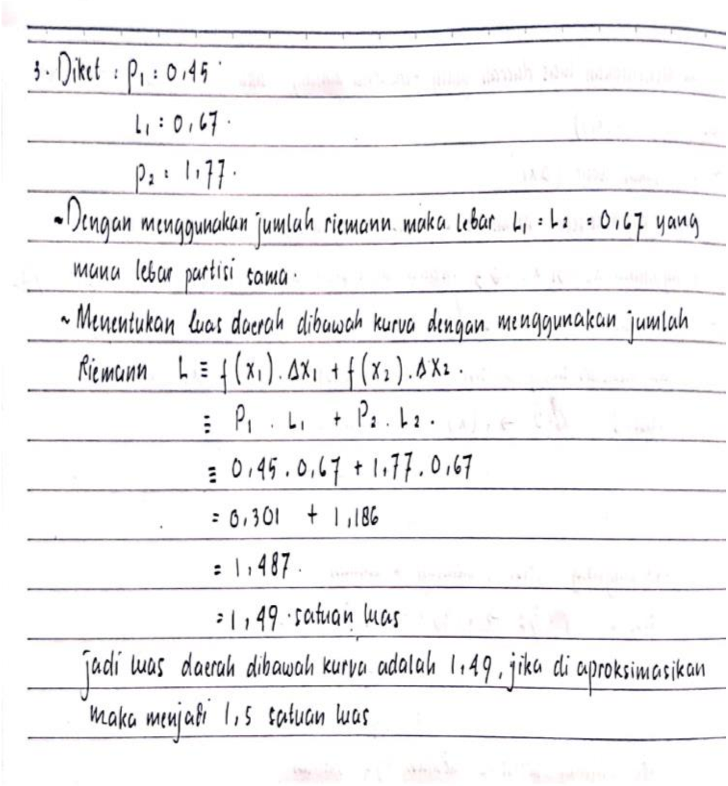
$$= 0,3015 + 1,1859$$

$$= 1,4874$$

Jadi, aproksimasi luas daerah di bawah kurva adalah 1,4874 satuan luas

Gambar 4.19 Jawaban soal nomor 3 subjek C-05

Jawaban subjek C-05 seperti jawaban mahasiswa sebelumnya yaitu menentukan lebar partisi kedua sama dengan lebar partisi pertama yaitu 0,67. Ia mencari luasan daerah dengan menggunakan prosedur pada jumlah Riemann, yaitu menentukan partisi, mengaproksimasi luas daerah masing-masing partisi, dan menjumlahkan luas daerah masing-masing partisi untuk mendapatkan luas daerah secara keseluruhan.



3. Diket : $P_1 : 0,45$

$L_1 : 0,67$

$P_2 : 1,77$

- Dengan menggunakan jumlah riemann maka lebar $L_1 = L_2 = 0,67$ yang mana lebar partisi sama.
- Menentukan luas daerah dibawah kurva dengan menggunakan jumlah Riemann $L = f(x_1).\Delta x_1 + f(x_2).\Delta x_2$.

$= P_1 . L_1 + P_2 . L_2$

$= 0,45 . 0,67 + 1,77 . 0,67$

$= 0,301 + 1,186$

$= 1,487$

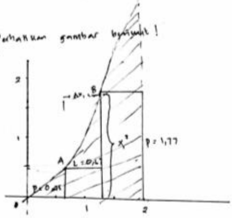
$= 1,49$ satuan luas

Jadi luas daerah dibawah kurva adalah 1,49, jika di aproksimasikan maka menjadi 1,5 satuan luas

Gambar 4.20 Jawaban soal nomor 3 subjek C-13

Beralih pada jawaban subjek C-13, yang menggunakan langkah-langkah yang sama dengan mahasiswa sebelumnya. Hanya saja di akhir jawaban diperoleh nilai yang berbeda karena dibulatkan menjadi 1,5 satuan luas. Hal ini tidak berbeda jauh dengan hasil mahasiswa sebelumnya.

(3) perhatikan gambar berikut!



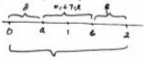
Aproksimasi luas daerah dibawah kurva dan jelaskan caranya!

Jawab:

Langkah²:

(1) Mencari koordinat titik A dan B

Pada sumbu x :



$c = 2$

$c = d + e + f$ $d = f$

$2 = d + 0{,}67 + f$ $d + f = 1{,}33$

$d + f = 2 - 0{,}67$ $d + d = 1{,}33$

$d + f = 1{,}33$ $d = \frac{1{,}33}{2} = 0{,}67$

Jadi, pada sumbu x, koord. A = 0,67 dan B = 1,33

* pada sumbu y : (sudah diketahui)

$A = 0{,}45$ dan $B = 1{,}77$

Jadi, $A = (0{,}67, 0{,}45)$ dan $B = (1{,}33, 177)$

(2) Menentukan bentuk persamaan

Caranya:

substitusikan koordinat ke dalam persamaan $y = ax^2 + bx + c$

(a) $A(0{,}67, 1{,}77) \rightarrow 0{,}45 = a(0{,}67)^2 + b(0{,}67) + c$

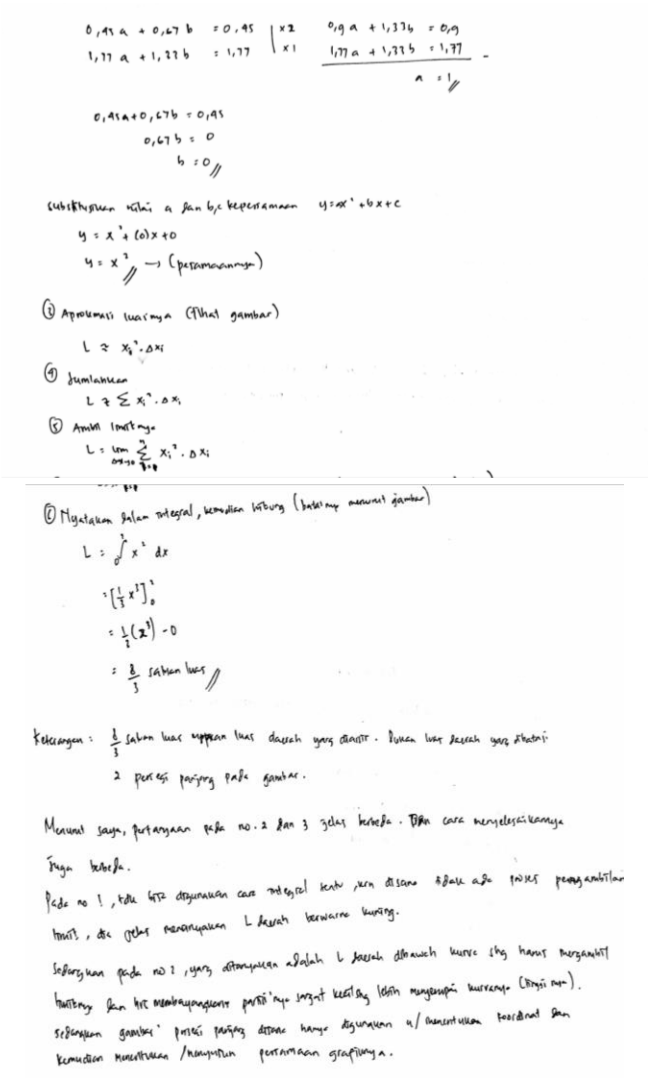
$0{,}45 = 0{,}45a + 0{,}67b + c$

(b) $B(1{,}33, 177) \rightarrow 1{,}77 = a(1{,}33)^2 + b(1{,}33) + c$

$1{,}77 = 1{,}77a + 1{,}33b + c$

(c) $O(0,0) \rightarrow 0 = a(0)^2 + b(0) + c$

$0 = c$ //



$0,45a + 0,67b = 0,45 \quad |\times 2 \quad 0,9a + 1,33b = 0,9$

$1,77a + 1,33b = 1,77 \quad |\times 1 \quad 1,77a + 1,33b = 1,77 \quad -$

$a = 1$

$0,45a + 0,67b = 0,45$

$0,67b = 0$

$b = 0$

substitusikan nilai a dan b,c kepersamaan $y = ax^2 + bx + c$

$y = x^2 + (0)x + 0$

$y = x^2 \rightarrow$ (persamaannya)

③ Aproksimasi luasnya (lihat gambar)

$L \approx x_i^2 \cdot \Delta x_i$

④ Jumlahkan

$L \approx \sum x_i^2 \cdot \Delta x_i$

⑤ Ambil limitnya

$L = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \Delta x_i$

⑥ Nyatakan dalam integral, kemudian hitung (batasnya menurut gambar)

$L = \int_0^2 x^2 \, dx$

$= \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^2$

$= \frac{1}{3}(2^3) - 0$

$= \frac{8}{3}$ satuan luas

Keterangan: $\frac{8}{3}$ satuan luas merupakan luas daerah yang diarsir. Bukan luas daerah yang dibatasi 2 persegi panjang pada gambar.

Menurut saya, pertanyaan pada no. 2 dan 3 jelas berbeda. Dan cara menyelesaikannya juga berbeda.

Pada no 1, tdk bisa digunakan cara integral tentu, krn disana tidak ada proses pengambilan limit, dia jelas menanyakan L daerah berwarna kuning.

Sedangkan pada no 2, yang ditanyakan adalah L daerah dibawah kurva shg harus mengambil limitnya dan kita membayangkan partisinya sangat kecil shg lebih menyerupai kurvanya (fungsinya).

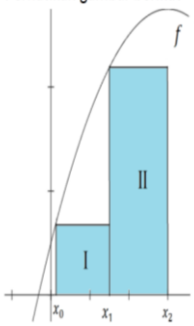
Sedangkan gambar persegi panjang disana hanya digunakan u/ menentukan koordinat dan kemudian menentukan /menyusun persamaan grafiknya.

Gambar 4.21 Jawaban soal nomor 3 subjek C-27

Jawaban subjek C-27 cukup berbeda dengan jawaban mahasiswa yang lain, karena ia mencari persamaan fungsi terlebih dahulu meski sebenarnya apa yang dibutuhkan sudah diketahui semua. Namun karena ia mencari luas dengan menggunakan integral tentu sehingga ia memutuskan mencari persamaan fungsinya terlebih dahulu.

Dari masing-masing jawaban soal nomor 3, tampak bahwa ada mahasiswa yang belum bisa menentukan apa yang diketahui dari soal dengan tepat, juga belum dapat memanfaatkan apa yang sudah diketahui untuk diproses menjadi solusi dari masalah. Selain itu, masih ada juga mahasiswa yang belum bisa mendeteksi kesalahan sehingga jawaban dari masing-masing mahasiswa berbeda-beda.

4. Perhatikan gambar berikut



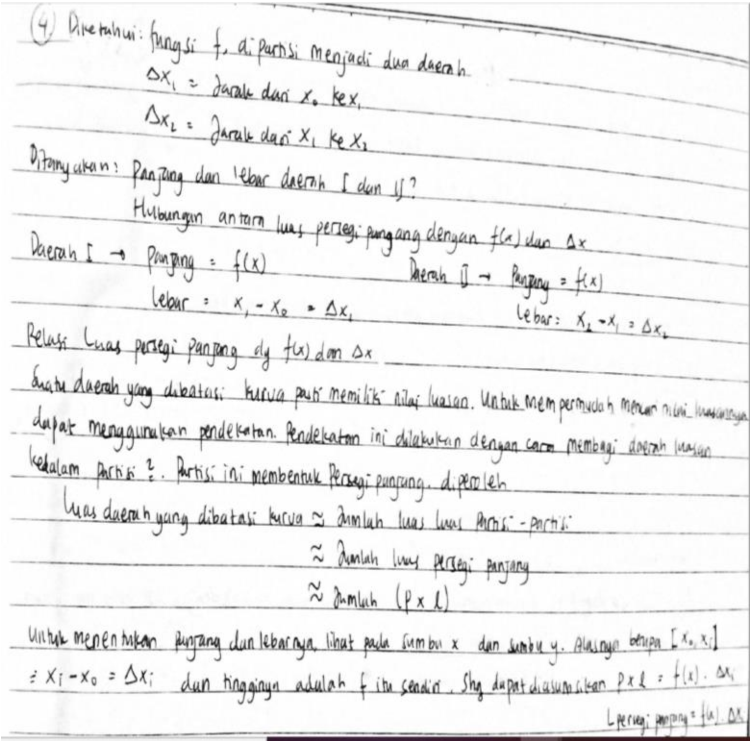
Diketahui bahwa Δx_1= jarak dari x_0 ke x_1

Δx_2= jarak dari x_1 ke x_2

Tentukan panjang dan lebar dari daerah I dan II serta paparkan pendapat saudara tentang bagaimana hubungan antara luas persegi panjang dengan $f(x)$ dan Δx.

Gambar 4.22 Soal nomor 4

Soal nomor empat adalah menentukan panjang dan lebar dari daerah dibawah kurva dan mencari hubungan antara luas persegi panjang dengan fungsi f dan panjang subselang. Jawaban dari masing-masing subjek adalah sebagai berikut.


(4) Diketahui: fungsi f, dipartisi menjadi dua daerah
Δx_1 = Jarak dari x_0 ke x_1
Δx_2 = Jarak dari x_1 ke x_2
Ditanyakan: Panjang dan lebar daerah I dan II?
Hubungan antara luas persegi panjang dengan f(x) dan Δx
Daerah I → Panjang = f(x)
lebar = $x_1 - x_0 = \Delta x_1$
Daerah II → Panjang = f(x)
lebar: $x_2 - x_1 = \Delta x_2$
Relasi Luas persegi panjang dg f(x) dan Δx
Suatu daerah yang dibatasi kurva pasti memiliki nilai luasan. Untuk mempermudah mencari nilai luasannya dapat menggunakan pendekatan. Pendekatan ini dilakukan dengan cara membagi daerah luasan kedalam partisi². Partisi ini membentuk persegi panjang. diperoleh
Luas daerah yang dibatasi kurva ≈ Jumlah luas luas partisi - partisi
≈ Jumlah luas persegi panjang
≈ Jumlah (p × l)
Untuk menentukan panjang dan lebarnya lihat pada sumbu x dan sumbu y. Alasnya berupa $[x_0, x_i]$ $= x_i - x_0 = \Delta x_i$ dan tingginya adalah f itu sendiri. Shg dapat diasumsikan $p \times l = f(x) \cdot \Delta x_i$
L persegi panjang = $f(x) \cdot \Delta x_i$

Gambar 4.23 Jawaban soal nomor 4 subjek A-03

Subjek A-03 menjawab panjang dari daerah dibawah kurva adalah fungsi f dan lebarnya adalah panjang subselang. Selain itu, mahasiswa juga mendeskripsikan hubungan antara luas persegi panjang dengan fungsi f dan delta x (panjang subselang).

Diketahui bahwa $\Delta x_1 =$ *jarak dari* x_0 *ke* x_1

$\Delta x_2 =$ *jarak dari* x_1 *ke* x_2

Tentukan panjang dan lebar dari daerah I dan II serta paparkan pendapat saudara tentang bagaimana hubungan antara luas persegi panjang dengan $f(x)$ dan Δx.

Jawab :

Panjang dari daerah I = $f(x_0)$, dengan lebarnya = $\Delta x_1 = x_1 - x_0$

Panjang dari daerah II = $f(x_1)$, dengan lebarnya = $\Delta x_2 = x_2 - x_1$

$$\Delta \bar{x} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{n\,(jumlah\ \Delta x)}$$

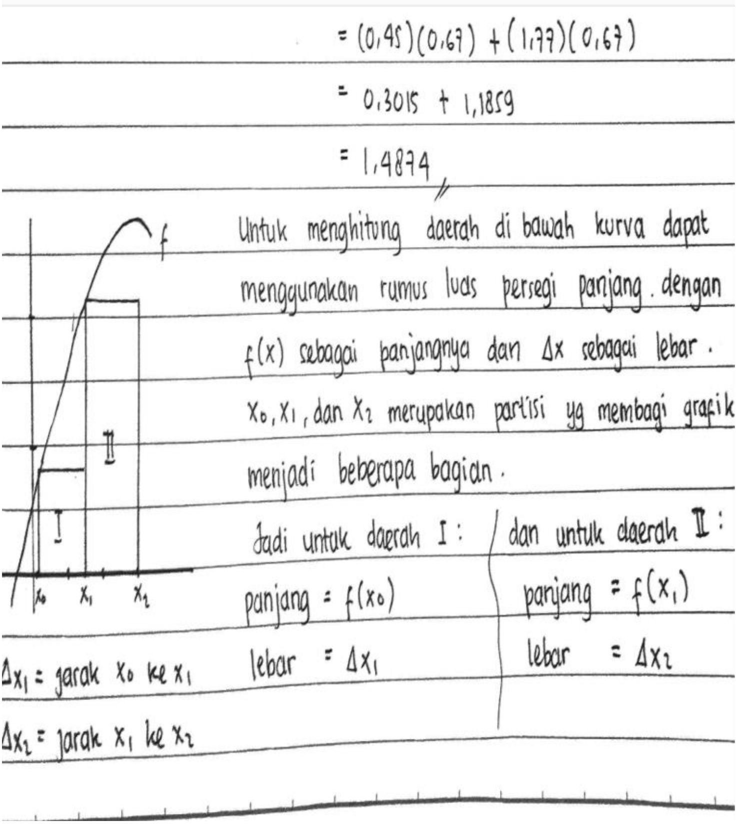
Hubungan luas persegi panjang (polygon dalam) dengan $f(x)$ dan Δx ditunjukkan dalam rumus Jumlah Riemen (Luas persegi panjang) sebagai berikut:

$$i = jumlah\ partisi\ (persegi\ panjang)$$

$$L(\Delta R_i) = \sum_{n=0}^{i-1} f(x_{i-1})\Delta \bar{x}$$

Gambar 4.24 Jawaban Soal nomor 4 subjek A-09

Jawaban yang serupa juga disampaikan oleh subjek A-04, yang menyatakan bahwa panjang daerah dibawah kurva adalah fungsi f sementara lebarnya adalah panjang subselang. Sedangkan hubungan luas persegi panjang dengan fungsi f dan delta x (panjang subselang) disebutkan luas persegi panjang adalah jumlah partisi (persegi panjang).


$= (0{,}45)(0{,}67) + (1{,}77)(0{,}67)$

$= 0{,}3015 + 1{,}1859$

$= 1{,}4874$ //

Untuk menghitung daerah di bawah kurva dapat menggunakan rumus luas persegi panjang. dengan f(x) sebagai panjangnya dan Δx sebagai lebar. x_0, x_1, dan x_2 merupakan partisi yg membagi grafik menjadi beberapa bagian.

Jadi untuk daerah I :

panjang $= f(x_0)$

lebar $= \Delta x_1$

dan untuk daerah II :

panjang $= f(x_1)$

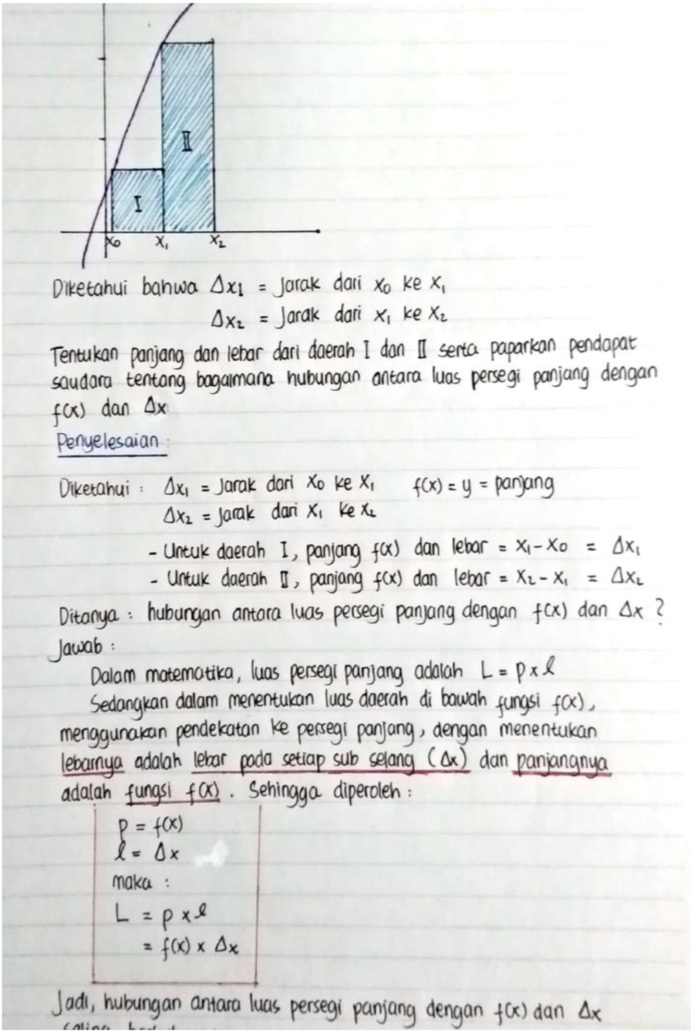
lebar $= \Delta x_2$

Δx_1 = jarak x_0 ke x_1

Δx_2 = jarak x_1 ke x_2

Gambar 4.25 Jawaban Soal nomor 4 subjek A-15

Jawaban dari subjek A-15 cukup singkat, yaitu dengan menyatakan panjang daerah I dan II adalah fungsi f dan lebarnya adalah panjang subselang. Subjek A-15 menyatakan bahwa untuk menghitung daerah di bawah kurva dapat menggunakan rumus luas persegi panjang, dengan fungsi f sebagai panjangnya dan delta x (panjang subselang) sebagai lebar.



Diketahui bahwa Δx_1 = Jarak dari x_0 ke x_1
Δx_2 = Jarak dari x_1 ke x_2

Tentukan panjang dan lebar dari daerah I dan II serta paparkan pendapat saudara tentang bagaimana hubungan antara luas persegi panjang dengan $f(x)$ dan Δx

Penyelesaian :

Diketahui : Δx_1 = Jarak dari x_0 ke x_1 $f(x) = y$ = panjang
Δx_2 = Jarak dari x_1 ke x_2

- Untuk daerah I, panjang $f(x)$ dan lebar $= x_1 - x_0 = \Delta x_1$
- Untuk daerah II, panjang $f(x)$ dan lebar $= x_2 - x_1 = \Delta x_2$

Ditanya : hubungan antara luas persegi panjang dengan $f(x)$ dan Δx ?

Jawab :

Dalam matematika, luas persegi panjang adalah $L = p \times l$

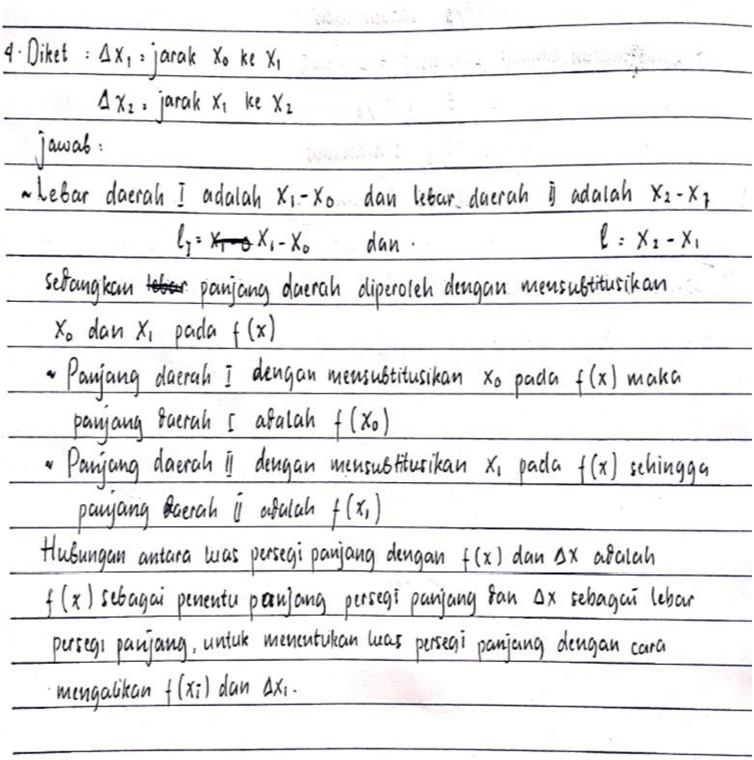
Sedangkan dalam menentukan luas daerah di bawah fungsi $f(x)$, menggunakan pendekatan ke persegi panjang, dengan menentukan lebarnya adalah lebar pada setiap sub selang (Δx) dan panjangnya adalah fungsi $f(x)$. Sehingga diperoleh :

$p = f(x)$
$l = \Delta x$
maka :
$L = p \times l$
$= f(x) \times \Delta x$

Jadi, hubungan antara luas persegi panjang dengan $f(x)$ dan Δx

Gambar 4.26 Jawaban soal nomor 4 subjek C-05

Senada dengan jawaban subjek A-15, jawaban subjek C-05 juga menyatakan daerah I dan II panjangnya adalah fungsi f dan lebarnya adalah panjang subselang (delta x). selain itu, ia juga menyatakan bahwa untuk mencari luas daerah di bawah kurva dapat menggunakan pendekatan persegi panjang, dengan menganggap lebarnya panjang subselang dan panjangnya adalah fungsi f.



4. Diket : Δx_1 : jarak x_0 ke x_1

Δx_2 : jarak x_1 ke x_2

jawab :

- Lebar daerah I adalah $x_1 - x_0$ dan lebar daerah II adalah $x_2 - x_1$

l_I = $\cancel{x_1 - 0}$ $x_1 - x_0$ dan . l : $x_2 - x_1$

Sedangkan ~~lebar~~ panjang daerah diperoleh dengan mensubtitusikan x_0 dan x_1 pada $f(x)$

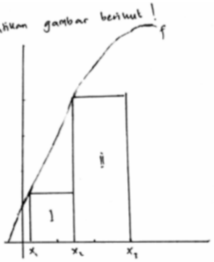
- Panjang daerah I dengan mensubtitusikan x_0 pada $f(x)$ maka panjang daerah I adalah $f(x_0)$
- Panjang daerah II dengan mensubtitusikan x_1 pada $f(x)$ sehingga panjang daerah II adalah $f(x_1)$

Hubungan antara luas persegi panjang dengan $f(x)$ dan Δx adalah $f(x)$ sebagai penentu panjang persegi panjang dan Δx sebagai lebar persegi panjang, untuk menentukan luas persegi panjang dengan cara mengalikan $f(x_i)$ dan Δx_i.

Gambar 4.27 Jawaban soal nomor 4 subjek C-13

Tidak jauh berbeda dengan jawaban-jawaban sebelumnya, subjek C-13 juga menyatakan hal yang sama. Ia menyatakan panjang dan lebar dari daerah I dan II adalah berturut-turut fungsi f dan delta x (panjang subselang). Ia juga menyatakan hubungan luas persegi panjang dengan fungsi f dan delta x adalah merupakan komponen yang menentukan luas.

(4) Perhatikan gambar berikut!



Dik: Δx_1 = jarak dari x_0 ke x_1
Δx_2 = jarak dari x_1 ke x_2

Dit: Tentukan panjang dan lebar dari daerah I dan II serta paparkan pendapat Saudara ttg bagaimana hubungan antara luas persegi panjang dg $f(x)$ dan Δx.

Jawab:

(a) Daerah I
Panjang daerah I adalah $\Delta x_1 = (x_1 - x_0)$
Lebar daerah I = $f(x_1)$
Panjang daerah I adalah
Lebar daerah I = $f(x_1)$

(b) Daerah II
p II = $\Delta x_2 = (x_2 - x_1)$
l II = $f(x_2)$

(c) Hubungan L persegi panjang dg $f(x)$ dan Δx

Sebagaimana yang kita ketahui, bahwa rumus luas persegi panjang adalah
$L = p \cdot l$ ... (panjang x lebar)

Pada bag. (a) dan (b) telah ditemukan bahwa
$p = \Delta x_t$ dan $l = f(x_t)$ dg $t = 1, 2, \ldots$
Jadi, hubungan L dg $f(x)$ dan Δx adalah $f(x)$ dan Δx digunakan untuk mencari L.

$\boxed{L = \Delta x \cdot f(x)}$ //

Gambar 4.28 Jawaban soal nomor 4 subjek C-27

Jawaban subjek C-27 sedikit berbeda dengan jawaban mahasiswa sebelum-sebelumnya. Ia menyatakan delta x atau panjang subselang sebagai panjang dan fungsi f dinyatakan sebagai lebarnya. Subjek C-27 menyatakan fungsi f dan delta x sebagai komponen dari luas karena digunakan untuk mencari luas daerah.

Keenam mahasiswa hampir seluruhnya memiliki kesamaan dalam menjawab pertanyaan nomor 4 yaitu menentukan fungsi f sebagai panjang dan delta x (subselang) sebagai lebar. Sedangkan untuk hubungan luas semua subjek memiliki kesamaan, yaitu mereka berpendapat bahwa panjang suatu daerah ditentukan berdasarkan ukuran panjang yang lebih besar. Sedangkan untuk menentukan lebar daerah adalah dengan mencari ukuran panjang yang lebih kecil/pendek.

4.3 Pembahasan

Berikut akan dipaparkan pembahasan berupa triangulasi data yang diperoleh dari hasil tes kemampuan berpikir kritis, hasil wawancara, dan observasi subjek penelitian.

Tabel 4.4 Skor Kemampuan Berpikir Kritis Subjek

Indikator Kemampuan Berpikir Kritis	Subjek					
	A-03	A-09	A-15	C-05	C-13	C-27
Dapat mengidentifikasi masalah	8	7	8	9	8	8
Dapat merumuskan suatu masalah dengan tepat dan jelas	9	7	8	8	8	8
Dapat menganalisis, menggeneralisasikan, mengorganisasikan ide untuk menyelesaikan suatu masalah	26	11	20	23	14	19
Menarik kesimpulan dalam menyelesaikan masalah tersebut secara sistematis	18	7	15	16	10	16
Mengevaluasi untuk mendeteksi kekeliruan dan memperbaikinya sehingga dapat	25	8	18	20	11	19

mencari solusi yang baru						
Rata-rata	86	40	69	76	51	70
Kategori	Sang at baik	Sang at kura ng	Cuku p	Baik	Kura ng	Cuku p

Tabel diatas menyajikan skor kemampuan berpikir kritis tiap subjek penelitian berdasarkan masing-masing indikator. Dapat dilihat bahwa diantara indicator kemampuan berpikir kritis perolehan skor terendah adalah pada indikator kelima. Mahasiswa belum mahir mengevaluasi hasil jawaban untuk mendeteksi kekeliruan dan memperbaikinya untuk mencari solusi baru dari permasalahan yang dihadapi. Berikut paparan dari masing-masing subjek penelitian berdasarkan hasil wawancara dan hasil tes

a. Subjek A-03

Berdasar hasil wawancara dan hasil tes subjek A-03 diperoleh bahwa mahasiswa memiliki kemampuan berpikir kritis dengan kategori sangat baik karena mencapai skor 86. Ketika diklarifikasi melalui wawancara terkait jawaban soal, pada nomor satu ia mengatakan bahwa kedua gambar adalah sama, yang membedakan hanyalah skala. Subjek A-03 memahami bahwa dalam membuat grafik suatu fungsi, skala sangat penting dan dapat mempengaruhi persepsi bagi yang melihat gambar tersebut. Akan tetapi, menurutnya akan lebih baik jika membaca suatu grafik selalu memperhatikan sumbu X dan Y serta skala yang digunakan, dengan begitu kesalahan membaca gambar dapat diminimalkan.

Berikutnya pada soal nomor 2, subjek tidak mengalami kendala pada pembacaan gambar terkait perbedaan skala, karena ia memperhatikan dengan seksama gambar grafik tersebut. Ia mendapati bahwa meski skala berbeda tapi dapat ditentukan luasnya dengan mencari panjang dan lebar dari masing-masing daerah partisi. Sehingga jawaban bisa dicari dengan mudah karena semua yang dibutuhkan sudah diketahui.

Untuk soal nomor 3, subjek juga tidak mengalami kendala terkait skala, karena di dalam soal sudah tertulis berapa nilai panjang dan lebar yang mana itu sudah mencukupi untuk menjawab pertanyaan. Subjek juga menyelesaikan sesuai dengan prosedur yang semestinya yaitu konsep Jumlah Riemann.

Sedangkan untuk jawaban soal nomor 4, subjek dapat menentukan panjang dan lebar masing-masing partisi dan mendeskripsikan hubungan antara luas persegi panjang dengan fungsi dan delta x.

Berikut petikan hasil wawancara peneliti dengan subjek A-03:

Peneliti (P) : Assalamualaikum..bagaimana kabarnya?

Subjek A-03 (S-A03): Alhamdulillah kabar baik bu…

P : Saya ingin bertanya terkait hasil jawaban soal tes yang beberapa waktu lalu saya berikan, bisa ya?

S-A03: Iya bisa bu, silakan…

P : Baik, secara keseluruhan menurut saudara, soal yang kemarin saya berikan bagaimana?

S-A03: Soalnya beda dengan soal-soal yang biasa dikerjakan bu, sebenarnya soalnya sederhana tapi perlu ketelitian dan pemikiran yang lebih mendalam..

P : Pemikiran yang mendalam yang seperti apa?

S-A03: Ya, harus hati-hati mencermati soal biar tidak terjebak, karena gambar grafik setiap soal dibuat berbeda skalanya..

P : Jadi, saudara sudah bisa melihat perbedaan itu pada setiap soal? Kemudian apa yang saudara lakukan untuk menyelesaikan soal-soal tersebut?

S-A03: Iya saya sudah tahu bu, dengan melihat gambarnya saya tahu kalau skalanya beda. Yang saya lakukan ya mengerjakan soalnya dengan menentukan apa yang diketahui dan ditanyakan, kemudian memikirkan cara penyelesaiannya seperti apa sesuai dengan yang diminta.

P : Ada kesulitan tidak dalam menyelesaikan soal-soal tersebut?

S-A03: Awalnya ya ada bu, tapi setelah saya cermati lagi, untuk soal-soal berikutnya Alhamdulillah tidak ada kesulitan yang berarti bu.

P : Berarti pernah melakukan kesalahan waktu mengerjakan soalnya? Soal yang mana?

S-A03: Iya bu, soal nomor 1, tapi setelah saya lihat lagi saya bisa memperbaikinya.

P : Baik, terima kasih atas kesediaannya ya..

S-A03: Ya bu, sama-sama

Peneliti mewawancari subjek dengan memberikan pertanyaan yang mengacu pada indikator kemampuan berpikir kritis dengan tujuan ingin menggali lebih dalam sejauh mana subjek menguasai indikator-indikator tersebut. Hal ini yang nantinya menjadi dasar acuan untuk menentukan berada dikategori manakah kemampuan berpikir kritis subjek secara keseluruhan. Berdasarkan jawaban dari subjek A-03 diperoleh bahwa subjek sudah menguasai semua indikator kemampuan berpikir kritis, sehingga secara umum kemampuan berpikir kritisnya masuk pada kategori sangat baik.

b. Subjek A-09

Berdasar hasil wawancara dan hasil tes subjek A-09 diperoleh bahwa mahasiswa memiliki kemampuan berpikir kritis dengan kategori sangat kurang karena memperoleh skor 40. Ketika diklarifikasi melalui wawancara terkait jawaban soal, pada nomor satu ia mengatakan bahwa kedua gambar adalah sama, yang membedakan hanyalah skala. Akan tetapi Subjek A-09 tidak cukup memahami bahwa dalam membuat grafik suatu fungsi, skala sangat penting dan dapat mempengaruhi persepsi bagi yang melihat gambar tersebut. Tanpa memperhatikan detail dari masing-masing sumbu X dan Y, ia cenderung menuliskan apa yang terlihat oleh mata secara langsung. Subjek juga mengakui kecenderungannya yang terburu-buru dalam menjawab tanpa memperhatikan secara rinci apa saja yang diketahui dalam soal.

Berikutnya pada soal nomor 2, subjek tidak mengalami kendala pada pembacaan gambar terkait perbedaan skala. Ia langsung menggunakan rumus jumlah Riemann untuk menjawab soal tersebut. Ternyata pemahaman konsep jumlah Riemann subjek A-09 masih ada kekeliruan, sehingga dalam menyelesaikan soal nomor dua belum bisa mendapatkan jawaban yang tepat.

Untuk soal nomor 3, subjek juga tidak mengalami kendala terkait skala, karena di dalam soal sudah tertulis berapa nilai panjang dan lebar yang mana itu sudah mencukupi untuk menjawab pertanyaan. Subjek juga menyelesaikan sesuai dengan prosedur yang semestinya yaitu konsep Jumlah Riemann. Akan tetapi, subjek mengatakan kurang teliti dalam melihat gambar grafik, sehingga terjadi kesalahan dalam menentukan lebar dari partisi yang kedua. Hal ini mengakibatkan hasil jawaban nomor dua juga kurang tepat.

Sedangkan untuk jawaban soal nomor 4, subjek dapat menentukan panjang dan lebar masing-masing partisi dan mendeskripsikan hubungan antara luas persegi panjang dengan fungsi dan delta x.

Berikut petikan hasil wawancara peneliti dengan subjek A-09:

P : Assalamualaikum, bagaimana kabarnya?

S-A09: Alhamdulillah kabar baik bu…

P : Saya ingin bertanya terkait hasil jawaban soal tes yang beberapa waktu lalu saya berikan, apa saudara keberatan?

S-A09: Tidak bu…

P : Baik terima kasih, pertama saya ingin tahu pendapat saudara tentang tipe soal yang kemarin saya berikan bagaimana?

S-A09: Wah, soalnya susah bu, saya belum pernah mengerjakan soal seperti itu. Biasanya soal kan langsung saja apa yang ditanyakan, tapi kemarin soalnya disuruh memberikan pendapat juga, saya jadi bingung bu.

P : Bingungnya kenapa? Apa yang membuat saudara bingung?

S-A09: Ya bingung cara menjawabnya bu, kan ada yang disuruh menuliskan dasar pemikiran, saya susah mengungkapkannya.

P : Jadi menurut saudara yang paling sulit soal yang mana?

S-A09: Menurut saya sih yang nomor satu bu.
P : Sulitnya dimana?
S-A09: Karena harus menuliskan alasan kenapa saya menjawab seperti itu, saya nggak tahu.
P : Apa saudara tahu kalau ada jawaban yang salah?
S-A09: Nggak tahu bu, menurut saya jawaban saya benar semua
P : Secara umum kesulitan saudara apa?
S-A09: Saya kesulitan menentukan satu soal itu diselesaikan pakai cara apa dan juga kadang saya tidak yakin sama jawaban saya, bingung bu kalau soalnya terlalu rumit.
P : Baik, saya rasa cukup, terima kasih atas kerjasamanya
S-A09: Sama-sama bu

Berdasarkan jawaban dan hasil wawancara dengan subjek A-09 diperoleh bahwa semua indikator kemampuan berpikir kritis belum sepenuhnya dikuasai, terutama pada indikator mengevaluasi untuk mendeteksi kekeliruan dan memperbaikinya sehingga dapat mencari solusi yang baru. Sehingga secara umum kemampuan berpikir kritis subjek A-09 masuk pada kategori sangat kurang.

c. Subjek A-15

Berdasar hasil wawancara dan hasil tes subjek A-15 diperoleh bahwa mahasiswa memiliki kemampuan berpikir kritis dengan kategori cukup karena memperoleh skor 69. Ketika diklarifikasi melalui wawancara terkait jawaban soal, pada nomor satu ia mengatakan bahwa kedua gambar adalah sama, yang membedakan hanyalah skala. Subjek A-15 memahami bahwa dalam menggambar grafik suatu fungsi, skala sangat penting dan dapat mempengaruhi bentuk dari grafik itu sendiri. Akan tetapi, meski begitu ia mengatakan bahwa dirinya merasa sering terburu-buru dalam mengerjakan sehingga tidak teliti dan tidak jarang salah dalam menjawab.

Berikutnya pada soal nomor 2, subjek mendapati bahwa meski skala berbeda tapi dapat ditentukan luasnya dengan mencari panjang dan lebar dari masing-masing daerah partisi. Sehingga jawaban bisa dicari dengan mudah karena semua yang dibutuhkan sudah diketahui.

Untuk soal nomor 3, subjek juga tidak mengalami kendala terkait skala, karena di dalam soal sudah tertulis berapa nilai panjang dan lebar yang mana itu sudah mencukupi untuk menjawab pertanyaan. Subjek menyelesaikan persoalan dengan menjumlahkan kedua luas daerah dengan terlebih dahulu mencari luas dari masing-masing daerah.

Sedangkan untuk jawaban soal nomor 4, subjek dapat menentukan panjang dan lebar masing-masing partisi dan mendeskripsikan hubungan antara luas persegi panjang dengan fungsi f dan delta x.

Berikut petikan hasil wawancara peneliti dengan subjek A-15:

P : Assalamualaikum, bagaimana kabarnya?

S-A15: Alhamdulillah baik bu..

P : Saya ingin bertanya terkait hasil jawaban soal tes yang beberapa waktu lalu saya berikan, apakah keberatan?

S-A15: Tidak bu, silakan…

P : Baik, secara keseluruhan menurut saudara, soal yang kemarin saya berikan bagaimana?

S-A15: Soalnya beda bu, saya merasa agak sulit memahami dan kayak bingung mau mengerjakannya bagaimana, tapi setelah saya baca ulang-ulang akhirnya saya paham maksudnya dan bisa mengerjakan bu.

P : Yang membuat saudara merasa kesulitan apa?

S-A15: Karena tiap soal kan ada gambar grafiknya bu, awalnya saya pikir gambarnya itu beda, tapi setelah saya lihat lagi ternyata sama, cuma skalanya aja yang beda.

P : Jadi, saudara sudah bisa melihat perbedaan itu pada setiap soal? Kemudian apa yang saudara lakukan untuk menyelesaikan soal-soal tersebut?

S-A15: Saya tahunya ya setelah melihat lagi bu, biasanya kalau mengerjakan soal kan yang diketahui sudah tahu, lha kalau soal kemarin harus melihat gambar dulu dengan teliti karena skalanya beda, biar nggak salah menjawab.

P : Apa Saudara merasa kesulitan dalam menyelesaikan soal-soal tersebut?

S-A15: Iya bu, tapi saya jadi tahu kuncinya ya mesti teliti, biasanya saya suka terburu-buru kalau mengerjakan soal, yang penting cepet selesai.

P : Apakah sewaktu mengerjakan soal-soal tersebut pernah merasa melakukan kesalahan?

S-A15: Iya bu, pernah, yang soal nomor berapa ya…nomor satu kayaknya, karena saya kira gambarnya sama, tapi setelah saya lihat lagi saya langsung perbaiki bu.

P : Baik, saya rasa sampai disini dulu ya, terima kasih atas kerjasamanya..

S-A15: Ya bu

Berdasarkan jawaban dari subjek A-15 diperoleh bahwa subjek sudah menguasai sebagian besar indikator kemampuan berpikir kritis, namun masih ada indikator yang kurang dikuasai sehingga secara umum kemampuan berpikir kritisnya masuk pada kategori cukup.

d. Subjek C-05

Berdasar hasil wawancara dan hasil tes subjek C-05 diperoleh bahwa mahasiswa memiliki kemampuan berpikir kritis dengan kategori baik karena mencapai skor 76. Ketika diklarifikasi melalui wawancara terkait jawaban soal, pada nomor satu ia mengatakan bahwa kedua gambar adalah sama, yang membedakan hanyalah skala. Subjek C-05 memahami bahwa dalam membuat grafik suatu fungsi, skala sangat penting dan dapat mempengaruhi persepsi bagi yang melihat gambar tersebut. Akan tetapi, menurutnya akan lebih baik jika membaca suatu grafik selalu memperhatikan sumbu X dan Y serta skala yang digunakan, dengan begitu kesalahan membaca gambar dapat diminimalkan.

Berikutnya pada soal nomor 2, subjek tidak mengalami kendala pada pembacaan gambar terkait perbedaan skala, karena ia memperhatikan dengan seksama gambar grafik tersebut. Ia mendapati bahwa meski skala berbeda tapi dapat ditentukan luasnya dengan mencari panjang dan lebar dari masing-masing daerah partisi. Sehingga jawaban bisa dicari dengan mudah karena semua yang dibutuhkan sudah diketahui.

Untuk soal nomor 3, subjek juga tidak mengalami kendala terkait skala, karena di dalam soal sudah tertulis berapa nilai panjang dan lebar yang mana itu sudah mencukupi untuk menjawab pertanyaan. Subjek juga menyelesaikan sesuai dengan prosedur yang semestinya yaitu konsep Jumlah Riemann.

Sedangkan untuk jawaban soal nomor 4, subjek dapat menentukan panjang dan lebar masing-masing partisi dan mendeskripsikan hubungan antara luas persegi panjang dengan fungsi dan delta x.

Berikut petikan hasil wawancara peneliti dengan subjek C-05:

P : Assalamualaikum, bagaimana kabarnya?

S-C05: Alhamdulillah kabar baik bu.

P : Saya ingin bertanya sedikit terkait hasil jawaban soal tes yang beberapa waktu lalu saya berikan, apakah bisa?

S-C05: Iya bisa bu.

P : Baik, pertama menurut pendapat saudara, soal yang kemarin saya berikan bagaimana?

S-C05: Menurut saya soalnya berbeda dengan yang biasa diberikan kalau belajar matematika.

P : Bisa dijelaskan berbeda yang seperti apa?

S-C05: Ya, bedanya karena disitu disuruh menjelaskan juga alasan dari jawaban yang kita tulis, terus gambar grafiknya juga dibuat skalanya beda, jadi sekilas kelihatannya beda padahal kalau dilihat lagi sebenarnya sama.

P : Jadi, saudara sudah bisa melihat perbedaan itu pada setiap soal? Kemudian apa yang saudara lakukan untuk menyelesaikan soal-soal tersebut?

S-C05: Iya saya sudah tahu bu, dengan melihat gambarnya saya tahu kalau skalanya beda. Yang saya lakukan ya mengerjakan soalnya dengan menentukan apa yang diketahui dan ditanyakan, kemudian memikirkan cara penyelesaiannya seperti apa sesuai dengan yang diminta.

P : Ada kesulitan tidak dalam menyelesaikan soal-soal tersebut?

S-C05: Ya ada bu, saya bingung kalau disuruh menjelaskan alasan dan pertimbangan waktu menjawab soal, saya lebih suka langsung mengerjakan perhitungannya saja. Kayak saya sudah tahu jawabannya tapi susah ngomongnya gitu bu.

P : Ketika mengerjakan soal kemarin, pernah tidak mengerjakannya keliru kemudian setelah dicek ulang saudara menyadari kalau itu salah?

S-C05: Iya bu pernah, itu yang soal nomor 1, karena nggak begitu teliti baca perintah soalnya, tapi waktu dicek lagi akhirnya saya perbaiki bu

P : Baik, saya rasa cukup, terima kasih atas kesediaan saudara menjawab pertanyaan

S-C05: Ya bu, sama-sama

Berdasarkan jawaban dari subjek C-05 diperoleh bahwa subjek sudah menguasai dengan baik hampir semua indikator kemampuan berpikir kritis, namun masih ada indikator yang penguasaannya belum maksimal, sehingga secara umum kemampuan berpikir kritisnya masuk pada kategori baik.

e. Subjek C-13

Berdasar hasil wawancara dan hasil tes subjek C-13 diperoleh bahwa mahasiswa memiliki kemampuan berpikir kritis dengan kategori kurang karena mendapatkan skor 51. Ketika diklarifikasi melalui wawancara terkait jawaban soal, pada nomor satu ia mengatakan bahwa kedua gambar adalah sama, yang membedakan hanyalah skala. Akan tetapi Subjek C-13 tidak cukup memahami bahwa dalam membuat grafik suatu fungsi, skala sangat penting dan dapat mempengaruhi persepsi bagi yang melihat gambar tersebut. Tanpa memperhatikan detail dari masing-masing sumbu X dan Y, ia cenderung menuliskan apa yang terlihat oleh mata secara langsung. Subjek juga mengakui kecenderungannya yang terburu-buru dalam menjawab tanpa memperhatikan secara rinci apa saja yang diketahui dalam soal.

Berikutnya pada soal nomor 2, subjek tidak mengalami kendala pada pembacaan gambar terkait perbedaan skala. Ia langsung menggunakan rumus jumlah Riemann untuk menjawab soal tersebut. Jawaban subjek pada nomor 2 sudah benar hanya saja pada awalny ia merasa kesulitan menginterpretasikan soal.

Untuk soal nomor 3, subjek juga tidak mengalami kendala terkait skala, karena di dalam soal sudah tertulis berapa nilai panjang dan lebar yang mana itu sudah mencukupi untuk menjawab pertanyaan. Subjek juga menyelesaikan sesuai dengan prosedur yang semestinya yaitu konsep Jumlah Riemann. Akan tetapi, subjek mengatakan kurang teliti dalam melihat gambar grafik, sehingga terjadi kesalahan dalam menentukan lebar dari partisi yang kedua. Akan tetapi, setelah subjek melakukan pengecekan ulang ia dapat memperbaiki kesalahannya.

Sedangkan untuk jawaban soal nomor 4, subjek dapat menentukan panjang dan lebar masing-masing partisi dan mendeskripsikan hubungan antara luas persegi panjang dengan fungsi dan delta x.

Berikut petikan hasil wawancara peneliti dengan subjek C-13:

P : Assalamualaikum, bagaimana kabarnya?

S-C13: Alhamdulillah kabar baik bu…

P : Saya ingin bertanya terkait hasil jawaban soal tes yang beberapa waktu lalu saya berikan, apa saudara keberatan?

S-C13: Tidak bu…

P : Baik terima kasih, pertama saya ingin tahu pendapat saudara tentang tipe soal yang kemarin saya berikan bagaimana?

S-C13: Wah, soalnya susah bu, saya belum pernah mengerjakan soal seperti itu. Biasanya soal kan langsung saja apa yang ditanyakan, tapi kemarin soalnya disuruh memberikan pendapat juga, saya jadi bingung bu.

P : Bingungnya kenapa? Apa yang membuat saudara bingung?

S-C13: Ya bingung cara menjawabnya bu, kan ada yang disuruh menuliskan dasar pemikiran, saya susah mengungkapkannya.

P : Jadi menurut saudara yang paling sulit soal yang mana?

S-C13: Menurut saya sih yang nomor satu bu.

P : Sulitnya dimana?

S-C13: Karena harus menuliskan alasan kenapa saya menjawab seperti itu, saya bingung harus jawab bagaimana, tapi saya coba jawab sebisa saya bu.

P : Apa saudara tahu kalau ada jawaban yang salah?

S-C13: Tahu bu, awalnya saya mengerjakannya salah, tapi bisa saya perbaiki, untung saya sempat mengecek ulang kalau tidak pasti jawaban saya salah.

P : Secara umum kesulitan saudara apa?

S-C13: Saya kesulitan menentukan satu soal itu diselesaikan pakai cara apa dan juga kadang saya tidak yakin sama jawaban saya, bingung bu kalau soalnya terlalu rumit.

P : Baik, saya rasa cukup, terima kasih atas kerjasamanya

S-C13: Sama-sama bu

Berdasarkan jawaban dan hasil wawancara dengan subjek C-13 diperoleh bahwa masih ada beberapa indikator kemampuan berpikir kritis yang belum sepenuhnya dikuasai, terutama pada indikator mengevaluasi untuk mendeteksi kekeliruan dan memperbaikinya sehingga dapat mencari solusi yang baru. Sehingga secara umum kemampuan berpikir kritis subjek C-13 masuk pada kategori kurang.

f. Subjek C-27

Berdasar hasil wawancara dan hasil tes subjek C-27 diperoleh bahwa mahasiswa memiliki kemampuan berpikir kritis dengan kategori cukup karena memperoleh skor 70. Ketika diklarifikasi melalui wawancara terkait jawaban soal, pada nomor satu ia mengatakan bahwa kedua gambar adalah sama, yang membedakan hanyalah skala. Subjek C-27 memahami bahwa dalam menggambar grafik suatu fungsi, skala sangat penting dan dapat mempengaruhi bentuk dari grafik itu sendiri. Akan tetapi, meski begitu ia mengatakan bahwa dirinya merasa sering terburu-buru dalam mengerjakan sehingga tidak teliti dan tidak jarang salah dalam menjawab.

Berikutnya pada soal nomor 2, . Ia mendapati bahwa meski skala berbeda tapi dapat ditentukan luasnya dengan mencari panjang dan lebar dari masing-masing daerah partisi. Sehingga jawaban bisa dicari dengan mudah karena semua yang dibutuhkan sudah diketahui.

Untuk soal nomor 3, subjek juga tidak mengalami kendala terkait skala, karena di dalam soal sudah tertulis berapa nilai panjang dan lebar yang mana itu sudah mencukupi untuk menjawab pertanyaan. Subjek menyelesaikan persoalan dengan menjumlahkan kedua luas daerah dengan terlebih dahulu mencari luas dari masing-masing daerah.

Sedangkan untuk jawaban soal nomor 4, subjek dapat menentukan panjang dan lebar masing-masing partisi dan mendeskripsikan hubungan antara luas persegi panjang dengan fungsi f dan delta x.

Berikut petikan hasil wawancara peneliti dengan subjek C-27:

P : Assalamualaikum, bagaimana kabarnya?

S-C27: Alhamdulillah baik bu..

P : Saya ingin bertanya terkait hasil jawaban soal tes yang beberapa waktu lalu saya berikan, apakah keberatan?

S-C27: Tidak bu, silakan…

P : Baik, secara keseluruhan menurut saudara, soal yang kemarin saya berikan bagaimana?

S-C27: Soalnya beda bu, saya merasa agak sulit memahami dan kayak bingung mau mengerjakannya bagaimana, tapi setelah saya baca ulang-ulang akhirnya saya paham maksudnya dan bisa mengerjakan bu.

P : Yang membuat saudara merasa kesulitan apa?

S-C27: Karena tiap soal kan ada gambar grafiknya bu, awalnya saya pikir gambarnya itu beda, tapi setelah saya lihat lagi ternyata sama, cuma skalanya aja yang beda.

P : Jadi, saudara sudah bisa melihat perbedaan itu pada setiap soal? Kemudian apa yang saudara lakukan untuk menyelesaikan soal-soal tersebut?

S-C27: Saya tahunya ya setelah melihat lagi bu, biasanya kalau mengerjakan soal kan yang diketahui sudah tahu, lha kalau soal kemarin harus melihat gambar dulu dengan teliti karena skalanya beda, biar nggak salah menjawab.

P : Apa Saudara merasa kesulitan dalam menyelesaikan soal-soal tersebut?

S-C27: Iya bu, tapi saya jadi tahu kuncinya ya mesti teliti, biasanya saya suka terburu-buru kalau mengerjakan soal, yang penting cepet selesai.

P : Apakah sewaktu mengerjakan soal-soal tersebut pernah merasa melakukan kesalahan?

S-C27: Iya bu, pernah, yang soal nomor berapa ya…nomor satu kayaknya, karena saya kira gambarnya sama, tapi setelah saya lihat lagi saya langsung perbaiki bu.

P : Baik, saya rasa sampai disini dulu ya, terima kasih atas kerjasamanya..

S-C27: Ya bu

Berdasarkan jawaban dari subjek C-27 diperoleh bahwa subjek sudah menguasai sebagian besar indikator kemampuan berpikir kritis, namun masih ada indikator yang kurang dikuasai sehingga secara umum kemampuan berpikir kritisnya masuk pada kategori cukup.

Berdasarkan paparan diatas, secara umum dapat disimpulkan bahwa dari kelima indikator kemampuan berpikir kritis, sebagian besar mahasiswa memiliki permasalahan pada indikator kelima yaitu mengevaluasi untuk mendeteksi kekeliruan dan memperbaikinya sehingga dapat mencari solusi yang baru. Mayoritas mahasiswa ketika mengerjakan soal tidak melakukan pengecekan ulang sehingga tidak bisa mendeteksi kekeliruan yang dilakukan. Padahal kemampuan ini sangat penting dimiliki ketika ingin menyelesaikan permasalahan secara umum, khususnya masalah matematis. Perlu perlakuan lebih lanjut untuk membuat mahasiswa memiliki kemampuan ini.

BAB V
PENUTUP

5.1 Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat diambil simpulan sebagai berikut: bahwa dari kelima indikator kemampuan berpikir kritis, sebagian besar mahasiswa memiliki permasalahan pada indikator kelima yaitu mengevaluasi untuk mendeteksi kekeliruan dan memperbaikinya sehingga dapat mencari solusi yang baru. Mayoritas mahasiswa ketika mengerjakan soal tidak melakukan pengecekan ulang sehingga tidak bisa mendeteksi kekeliruan yang dilakukan. Padahal kemampuan ini sangat penting dimiliki ketika ingin menyelesaikan permasalahan secara umum, khususnya masalah matematis. Perlu perlakuan lebih lanjut untuk membuat mahasiswa memiliki kemampuan ini.

Pemberian stimulus berupa sesuatu yang berbeda dari kelaziman, dalam hal ini adalah adanya pemberian soal dengan memberikan skala yang berbeda pada gambar grafik suatu fungsi dapat memberi dampak pada kemampuan berpikir kritis mahasiswa. Dari enam subjek penelitian yang diwawancarai menyatakan bahwa tidak pernah terpikirkan sebelumnya dampak dari perbedaan skala pada suatu grafik fungsi. Sehingga setelah mengetahui hal ini, membuka wawasan mereka untuk bisa berpikir kritis pada saat menyelesaikan suatu permasalahan.

Berangkat dari inilah, perlunya stimulan-stimulan bagi mahasiswa untuk meningkatkan kemampuan berpikir kritis terutama pada penyelesaian masalah matematis.

5.2 Saran

Dengan adanya penelitian ini, beberapa saran yang peneliti sampaikan adalah sebagai berikut.

1. Diharapkan bagi mahasiswa untuk bisa senantiasa teliti dan cermat dalam membaca persoalan yang ada, kemudian berpikir sistematis dan analitis untuk mencari solusi serta melakukan evaluasi terhadap pekerjaan yang dilakukan sehingga dapat mengidentifikasi kekeliruan yang mungkin terjadi, secara umum kemampuan tersebut merupakan indicator dari kemampuan berpikir kritis. Sehingga jika semua indikator tersebut dapat dikuasai dengan baik, maka kemampuan berpikir kritis mahasiswa juga akan baik pula.

2. Bagi pendidik, diharapkan juga dapat selalu memberikan stimulus misal berupa soal-soal HOTS sehingga mampu meningkatkan kemampuan berpikir kritis mahasiswa. Melatih dan memberikan pendampingan ketika mahasiswa menyelesaikan permasalahan pada level tingkat tinggi mampu memberikan mahasiswa kemampuan berpikir kritis yang lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

Afgani, M. W., & Paradesa, R. (2019). Perbedaan skala pada sumbu koordinat kartesius: Apa dampaknya dalam pembelajaran integral tentu?. *Jurnal Pendidikan Matematika, 13* (2), 121-130.

Ennis, R. 1996. *Critical Thinking.* Upper Saddle River, NJ: Prentice- Hall.

Larson, R. & Falvo, D. C. (2009). *Calculus: An Applied Approach*. USA: Brooks/Cole, Cengage Learning.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research, 60* (1), 1-64.

Mason, M. 2008. *Critical Thinking and Learning*. Australia:Blackwell Publishing, (Online pada http://as.wiley.com/WileyCDA/WileyTitle/productCd-1405181079.html. *diakses 10 Agustus 2019)*

McPeck, J.1981. *Critical Thinking and Education.* Oxford: Martin Robertson.

Paul, R. 2008. *Defining Critical Thinking*. (Online pada http://www.criticalthinking.org)

Purcel, E. J. and Varberg, D. (1987). *Calculus with analytic geometry, 5th Ed* (Terjemahan: Susila, N., Kartasasmita, B. dan Rawuh). USA: Prentice-Hall. Inc.

Siegel, H.*1990*. *Educating Reason: Rationality, Critical Thinking and Education*. London:Routledge.

Sun, Y., Li, S., Bonini, N., & Liu, Y. (2016). *Effect of graph scale on risky choice: evidence from preference and process in decision-making*. *PLoS ONE, 11* (1), e0146914.

Zaslavsky, O., Sela, H., & Leron, U. (2002). *Being sloppy about slope: the effect of changing the scale*. *Educational Studies in Mathematics, 49*, 119-140.

https://haloedukasi.com/koordinat-kartesius, diakses pada 18 Agustus 2020