PEMBANGKITAN MASSA MEDAN SKALAR DAN FERMION PADA EKSTENSI MODEL STANDAR DENGAN GRUP TERA SU(3)$\otimes$SU(2)$\otimes$U(1)$\otimes Z_4 \otimes Z_2$

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat Guna Memperoleh
Gelar Sarjana Fisika
dalam Ilmu Fisika

Oleh : **SITI FATIMAH**
NIM : 1708026004

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
SEMARANG

2022

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama	:	SITI FATIMAH
NIM	:	1708026004
Jurusan/Program Studi	:	Fisika/ Fisika

menyatakan bahwa skripsi yang berjudul :

PEMBANGKITAN MASSA MEDAN SKALAR DAN FERMION PADA EKSTENSI MODEL STANDAR DENGAN GRUP TERA SU(3)$\otimes$SU(2)$\otimes$U(1)$\otimes Z_4 \otimes Z_2$

secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri, kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 1 Oktober 2022
Pembuat pernyataan,

SITI FATIMAH
NIM : 1708026004

KEMENTERIAN AGAMA R.I.
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Prof. Dr. Hamka (Kampus II) Ngaliyan Semarang
Telp. 024-7601295 Fax. 7615387

PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini :

Judul	:	**Pembangkitan Massa Medan Skalar dan Fermion Pada Ekstensi Model Standar Dengan Grup Tera** $SU(3)\otimes SU(2)\otimes U(1)\otimes Z_4\otimes Z_2$
Penulis	:	Siti Fatimah
NIM	:	1708026004
Jurusan	:	Fisika

Telah diujikan dalam sidang *tugas akhir* oleh Dewan Penguji Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu Fisika.

Semarang, 28 November 2022

DEWAN PENGUJI

Penguji I,	Penguji II,
Istikomah, M. Sc	**Hartono, M. Sc**
NIP : 199001262019032021	NIP : 199009242019031006
Penguji III,	Penguji IV,
Muhammad Ardhi K., M. Sc	**Sheilla Rully A., M. Si**
NIP : 198210092011011010	NIP : 199005052019032017
Pembimbing I,	Pembimbing II,
Istikomah, M. Sc	**Irman Said Prastyo, M. Sc**
NIP : 199001262019032021	NIP : 199112282019031009

NOTA DINAS

Semarang, 1 Oktober 2022

Yth. Ketua Program Studi Fisika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul	:	PEMBANGKITAN MASSA MEDAN SKALAR DAN FERMION PADA EKSTENSI MODEL STANDAR DENGAN GRUP TERA $\mathbf{SU(3)}\otimes\mathbf{SU(2)}\otimes\mathbf{U(1)}\otimes Z_4\otimes Z_2$
Nama	:	SITI FATIMAH
NIM	:	1708026004
Jurusan	:	Fisika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing I,

Istikomah, M. Sc
NIP : 199011262019032021

NOTA DINAS

Semarang, 1 Oktober 2022

Yth. Ketua Program Studi Fisika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang

Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul	:	PEMBANGKITAN MASSA MEDAN SKALAR DAN FERMION PADA EKSTENSI MODEL STANDAR DENGAN GRUP TERA $\mathbf{SU(3)}\otimes\mathbf{SU(2)}\otimes\mathbf{U(1)}\otimes Z_4\otimes Z_2$
Nama	:	SITI FATIMAH
NIM	:	1708026004
Jurusan	:	Fisika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing II,

Irman Said Prastyo, M. Sc
NIP : 199112282019031009

ABSTRAK

Ekstensi Model Standar grup tera *SU(3)*$\otimes$*SU(2)*$\otimes$*U(1)*$\otimes Z_4 \otimes Z_2$ merupakan perluasan dari Model Standar yang diusulkan untuk menyelesaikan masalah yang ada di Model Standar. Partikel model ini adalah partikel Model Standar dengan tambahan fermion neutrino *right-handed* ν_R, χ_L dan χ_R, serta medan skalar Φ, η, dan Φ_s. Pembangkitan massa medan skalar dengan meninjau potensial skalar, dan massa fermion dibangkitkan melalui konstruksi Lagrangian Yukawa. Hasil penelitiannya adalah massa medan skalar Φ lebih kecil dari massa medan skalar η, dan massa medan skalar η lebih kecil dari massa medan skalar Φ_s ($m_\phi \ll m_\eta \ll m_{\phi_s}$); serta dihasilkan massa elektron $m_e = \frac{G_e}{\sqrt{2}}\upsilon_\phi$, massa quark *up* $m_u = \frac{G_u}{\sqrt{2}}\upsilon_\phi$, dan massa quark *down* $m_d = \frac{G_d}{\sqrt{2}}\upsilon_\phi$. Massa medan skalar Φ sama dengan yang ada di Model Standar; dan massa elektron, quark *up*, quark *down* sama juga dengan yang ada di Model Standar.

Kata kunci : Ekstensi Model Standar, Massa Fermion, Massa Skalar

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah swt. yang telah melimpahkan rahmat, taufik, hidayah, serta inayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaiakan penyusunan skripsi ini. Adapun judul skripsi yang penulis ajukan adalah "Pembangkitan Massa Medan Skalar dan Ferrmion pada Ekstensi Model Standar dengan Grup Tera $SU(3)\otimes SU(2)\otimes U(1)\otimes Z_4\otimes Z_2$". Sholawat serta salam selalu tercurahkan kepada baginda Rasulullah SAW, yang penulis nantikan syafaatnya di yaumul qiyamah kelak.

Skripsi ini diajukan untuk memperoleh gelar Sarjana Sains di Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang. Tidak dapat disangkal bahwa dalam penyusunan skripsi ini membutuhkan usaha yang keras. Selain itu, proses penyusunan skripsi ini tidak lepas dari doa, bantuan, bimbingan, motivasi dan peran dari banyak pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terimakasih kepada :

1. Prof. Dr. Imam Taufiq, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.

2. Dr. H. Ismail, M.Ag selaku Dekan Fakultas Sains dan Tekologi Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.

3. Agus Sudarmanto, M.Si selaku ketua jurusan Fisika Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.

4. Istikomah, M.Sc selaku Dosen Pembimbing I yang telah meluangkan waktu untuk memberikan bimbingan dan pengarahandengan dalam penyusunan skripsi, serta sabar dan tekun dalam memberikan penjelasan, semangat dan

motivasi.

5. Irman Said Prastyo, M.Sc selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu untuk memberikan penjelasan dalam bimbingan.

6. M. Ardhi Khalif, M.Sc, Sheilla Rully Anggita, S.Pd., M.Sc, Fachrizal Rian Pratama, M.Sc, serta segenap dosen fisika dan pendidikan fisika yang telah mencurahkan segenap ilmunya kepada penulis.

7. Keluarga tercinta, bapak Margono dan ibu Tri Budi Astuti serta adik Siti Nur Rochmah dan Mawaddah Putri Ramadhani yang tiada memberi semangat, kasih sayang, dan do'a yang tidak dapat tergantikan oleh apapun. Semoga Allah senantiasa melimpahkan rahmat dan ridho-Nya kepada keluarga kami.

8. Para sahabat dan teman-teman yang selalu memberi semangat dalam menyelesaikan skripsi ini.

9. Teman-teman seperjuangan Fisika 2017 Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang yang luar biasa, terimakasih karena telah membantu dan menyemangati penulis selama proses penulisan skripsi ini.

10. Prof. Dr. H. Mujiyono, MA dan keluarga, terimakasih karena telah memberikan penulis tempat kos untuk mengerjakan dan menyelesaikan skripsi ini.

11. Semua Pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah memberikan kontribusi hingga selesainya skripsi ini.

Semoga kebaikan semuanya menjadi amal ibadah yang diterima dan mendapat pahala yang berlimpah dari Allah SWT. Aamiin.

Atas segala kekurangan dan kelemahan dalam skripsi ini penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun. Semoga skripsi yang sederhana ini dapat menjadi bacaan yang bermanfaat dan dapat dikembangkan bagi peneliti-peneliti selanjutnya.

Semarang, 28 Agustus 2022

Penulis

Siti Fatimah

NIM : 1708026004

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Di alam semesta terdapat empat interaksi, yaitu interaksi kuat, lemah, elektromagnetik, dan gravitasi. Para fisikawan sangat mengharapkan ada satu teori tunggal yang tetap agar dapat menjelaskan keempat interaksi tersebut. Tetapi sampai saat ini belum ada teori semacam itu. Melalui uji laboratorium, teori saat ini yang dianggap telah mampu menggabungkan interaksi kuat, lemah, dan elektromagnetik, yaitu Model Standar Fisika Partikel.

Model Standar Fisika Partikel yang berdasarkan grup tera $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ sering dikenal sebagai model GWS (Glashow-Weinberg-Salam), yang diusulkan oleh Glashow, Weinberg, dan Salam. Glashow (1961) telah menyatukan interaksi lemah dan elektromagnetik menggunakan grup tera $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Weinberg dan Salam menunjukkan bagaimana boson tera lemah mendapatkan massanya (Collins, dkk, 1989). Diantara prediksi Model Standar adalah partikel boson $W^{\pm}$ dan Z^0 memiliki massa. Massa boson $W^{\pm}$ dan Z^0 dari hasil perhitungan, yaitu $M_W = 82 \pm 2$ GeV dan $M_Z = 92 \pm 2$ GeV ($M_Z > M_W$) (Weinberg, 1967). Pada Januari 1983, ekperimen yang dilakukan oleh kelompok Carlo Rubbia berhasil menemukan partikel $W^{\pm}$ dan 5 bulan kemudian kelompok tersebut menemukan partikel Z^0. Adapun massa dari masing-masing partikel yang ditemukan adalah $M_W = 80,403 \pm 0,029$ GeV dan $M_Z = 91,188 \pm 0,002$ GeV (Griffiths, 2008). Satuan bagi massa partikel elementer adalah eV (elektron Volt). Satuan eV adalah satuan untuk energi partikel bermuatan yang melewati beda potensial 1 Volt. Satuan dari energi biasanya adalah Joule, tetapi jika partikel yang ditinjau memiliki massa dan muatan yang kecil lebih efektif memakai satuan eV. Dalam satuan alami, nilai c=$\bar{h}$=k=1 pada rumus Einstein $E = mc^2$, karena c=1 maka dimensi E sama dengan dimensi massa.

Dalam Model Standar, terdapat partikel-partikel elementer yang berinteraksi satu dengan yang lainnya. Partikel elementer tersebut terbagi menjadi tiga kelompok, yaitu quark, lepton, dan boson tera. Quark merupakan partikel elementer yang dipengaruhi gaya kuat dan gaya lemah. Kelompok partikel elementer quark memiliki enam jenis (*flavor*), yaitu *up* (u), *down* (d), *strange* (s), *charm* (c), *top* (t), dan *bottom* (b). Kelompok partikel elementer lepton terdiri dari enam jenis, yaitu elektron (e^-), neutrino elektron (ν_e), muon (μ^-), neutrino muon (ν_μ), tauon (τ^-), dan neutrino tauon (ν_τ). Kelompok partikel elementer yang terakhir adalah boson tera, dimana boson tera merupakan partikel perantara dari keempat interaksi kuat, lemah, elektromagnetik, dan gravitasi. Boson tera terdiri dari foton, gluon, graviton, $W^\pm$, Z^0, dan boson Higgs (yang dipercaya sebagai partikel yang dapat membangkitkan massa dari partikel-partikel lain) (Nurhadi, 2015).

Partikel yang mengalami interaksi adalah partikel yang dikenai gaya. Interaksi tersebut ada empat, yaitu interaksi kuat, interaksi elektromagnetik, interaksi lemah, dan interaksi gravitasi. Interaksi kuat terjadi partikel quark dengan hadron, partikel pembawa interaksinya adalah gluon. Interaksi elektromagnetik terjadi pada partikel yang mempunyai muatan, seperti elekton dengan positron, dan partikel pembawa interaksinya adalah foton. Interaksi lemah terjadi pada partikel neutrino dengan elektron, partikel pembawa interaksinya adalah boson $W^{\pm}$dan Z^0. Interaksi gravitasi terjadi pada semua partikel yang dilakukan oleh interaksi partikel graviton (Griffith, 2008).

Pada tahun 2012, eksperimen dilakukan oleh kolaborasi tim ATLAS dengan memanfaatkan LHC (*Large Hadron Collider*) dan berhasil menemukan partikel yang memiliki massa 126,0 ± 0,4(stat) ± 0,4(sys) GeV. Satuan stat dan sys merupakan kategori pengukuran radioaktivitas. Partikel ini dikonfirmasi sebagai partikel boson Higgs (Collaboration, ATLAS, 2012). Walaupun Model Standar adalah teori paling mapan saat ini, tak menutup kemungkinan bahwa model ini memiliki beberapa kelemahan yang tidak bisa menjelaskan beberapa hal diantaranya; terdapat hierarki massa dari tiga generasi lepton dan quark (Panuluh dan Satriawan, 2016), osilasi neutrino (A. Aguilar, 2001), keberadaan materi gelap (Gondolo dan Gelmini, 2005), ketidaksimetrian barion di alam semesta (Davidson, dkk, 2000), dan belum bisa memprediksi massa neutrino (Panuluh dan Satriawan, 2016). Oleh karena itu, untuk menutupi kelemahan-kelemahan tersebut, para fisikawan partikel masih berupaya untuk memperluas Model Standar.

Perluasan Model Standar diantaranya adalah *supersymmetry* (Wess dan Zumino, 1974), Model Simetri Kiri Kanan (Pati dan Salam, 1974), *Grand Unified Theory* (Wijaya, 2012), Korespondensi Spinor Skalar (Panuluh dkk, 2015), Model Simetri Kiri Kanan Termodifikasi (Istikomah, 2020), dan Ekstensi Model Standar (Haniah dkk, 2020). *Supersymmetry* adalah suatu simetri yang mampu menyelesaikan masalah hierarki antara boson dan fermion, setiap boson memiliki pasangan fermion, dan setiap fermion memiliki pasangan boson. Model Simetri Kiri Kanan adalah model yang digunakan untuk menjelaskan tentang tidak adanya arus kanan lemah, dengan asumsi bahwa dublet fermion *right-handed* sehingga muncul neutrino *right-handed* yang tidak ada di Model Standar. *Grand Unified Theory* adalah teori penyatuan agung yang digunakan untuk mengetahui massa neutrino. Korespondensi Spinor Skalar adalah model yang alternatif dari *Supersymmetry* untuk membangkitkan massa neutrino. Ekstensi Model Standar adalah model yang digunakan untuk membangkitkan massa neutrino melalui mekanisme *seesaw*.

Model Korespondensi Spinor Skalar dikaji oleh Panuluh dan Satriawan (2016) dengan grup tera $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ untuk pembangkitan massa neutrino. Di dalam penelitiannya, juga dikaji pembangkitan massa partikel skalar dan massa elektron, quark *up-down*. Partikel yang dikaji adalah enam buah medan skalar yang pasangannya medan spinor di Model Standar. Massa partikel skalar dibangkitkan melalui potensial Higgs, sedangkan massa massa elektron, quark *up-down* dibangkitkan melalui Lagrangian Yukawa.

Model Simetri Kiri Kanan yang digunakan untuk pembangkitan massa lepton dan massa quark adalah model alami baru simetri kiri-kanan berdasarkan grup tera $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_I$ yang diusulkan oleh Setyadi dan Satriawan (2017). Partikel yang digunakan adalah lepton (L_{LR}, E_{LR}, N_{LR}), quark (Q_{LR}), Higgs (χ_{LR} dan ϕ), dan partikel tambahan dua singlet fermion dan bilangan kuantum global (*K* dan *K*'). Setyadi dan Satriawan menjelaskan bahwa massa lepton bermuatan dibangkitkan melalui kopling Yukawa antara dublet Higgs dengan fermion, massa lepton netral dibangkitkan melalui mekanisme *seesaw* Dirac, dan massa quark dibangkitkan melalui kopling Yukawa antara bidublet Higgs dengan fermion. Pengembangan Model Simetri Kiri Kanan juga dilakukan oleh Istikomah (2020), yaitu model Simetri Kiri-Kanan Termodifikasi. Partikel yang terdapat dalam model ini adalah sektor kiri terdiri dari partikel Model Standar dengan tambahan partikel neutrino tak kidal ν_R dan medan skalar dublet Δ_L; pasangan masing-masing partikel berada di sebelah kanan. Terdapat pula partikel medan skalar η dan ξ. Massa medan skalar dibangkitkan melalui potensial medan skalar dengan hasil formulasi massa medan skalar m_{ϕ_L} sesuai dengan yang ada di Model Standar, medan skalar Δ_R mempunyai massa yang paling masif. Sedangkan massa boson tera bermuatan pada sektor kanan lebih masif dibandingkan massa boson bermuatan di sektor kiri. massa boson tera netral sektor kanan lebih masif dibandingkan massa boson netral sektor kiri, dan massa boson foton adalah nol.

Pengembangan Ekstensi Model Standar dilakukan oleh Siti Romzatul Haniah dkk (2020), yaitu Ekstensi Minimal Model Standar dengan grup tera $SU(2) \otimes U(1) \otimes Z_2$. Partikel yang terdapat dalam model ini adalah fermion generasi pertama lepton dan quark *left-handed*, Higgs doublet Model Standar (Φ), ditambah dengan Higgs doublet baru (η), Higgs singlet baru (Φ_s), dan neutrino *right-handed* singlet. Berdasarkan penelitian ini, melalui kopling Yukawa antara Higgs doublet Φ dengan fermion diperoleh massa lepton bermuatan dan massa quark. Massa medan skalar Higgs Φ_s lebih besar dari massa Higgs η dan massa Higgs η lebih besar dari massa Higgs Φ.

Berdasarkan penelitian sebelumnya, perlu dilakukan penelitian pembangkitkan massa medan skalar dan fermion berdasarkan Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ $Z_4 \otimes Z_2$ menggunakan partikel fermion generasi pertama lepton dan quark *left-handed*, Higgs doublet Model Standar (Φ), Higgs doublet baru (η), Higgs singlet baru (Φ_s), neutrino *right-handed* singlet, dan ditambah vektor yang mirip dengan lepton χ_L dan χ_R.

B. Rumusan Masalah

1. Bagaimana formulasi massa medan skalar berdasarkan Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ $Z_4 \otimes Z_2$?
2. Bagaimana formulasi massa fermion berdasarkan Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ Z_4 $\otimes$ Z_2?
3. Bagaiman perbandingan formulasi pada Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ $Z_4 \otimes Z_2$ dengan Model Standar?

C. Tujuan Penelitian

1. Untuk mengetahui formulasi massa medan skalar berdasarkan Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ $Z_4 \otimes Z_2$.
2. Untuk mengetahui formulasi massa fermion berdasarkan Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ $Z_4 \otimes Z_2$.
3. Untuk mengetahui perbandingan formulasi pada Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ Z_4 $\otimes$ Z_2 dengan Model Standar.

D. Batasan Masalah

Permasalahan yang dikaji dibatasi pada hal-hal berikut:

1. Model yang digunakan pada penelitian ini adalah Ekstensi Model Standar grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes Z_4 \otimes Z_2$.

2. Partikel yang ditinjau dalam penelitian ini adalah partikel generasi pertama.

3. Massa fermion yang dicari hanya massa elektron, quark *up*, dan quark *down*.

E. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini antara lain:

1. Bagi Pembaca
   Memberikan gambaran mengenai pembangkitkan massa medan skalar dan fermion berdasarkan Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes Z_4 \otimes Z_2$.

2. Bagi institusi
   Memberikan referensi dalam pengembangan ilmu di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang, khusunya dibidang fisika teori.

3. Bagi Peneliti
   Menambah kemampuan berfikir secara analisis dan matematis terkait fisika teori khususnya dibidang fisika partikel.

BAB II

LANDASAN PUSTAKA

A. Model Standar

Model Standar Fisika Partikel adalah teori yang mampu menggabungkan interaksi kuat, lemah, dan elektromagnetik. Model Standar Fisika Partikel yang berdasarkan grup tera $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ sering dikenal sebagai model GWS (Glashow-Weinberg-Salam), yang diusulkan oleh Glashow, Weinberg, dan Salam. Glashow (1961) telah menyatukan interaksi lemah dan elektromagnetik menggunakan grup tera $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Weinberg dan Salam menunjukkan bagaimana boson tera lemah mendapatkan massanya (Collins, dkk. 1989). Pada Januari 1983, ekperimen yang dilakukan oleh kelompok Carlo Rubbia berhasil menemukan partikel $W^{\pm}$ dan 5 bulan kemudian kelompok tersebut menemukan partikel Z^0. Adapun partikel Model Standar dan wakilan fundamentalnya yang ditunjukkan pada Tabel 4.1.

Tabel 2.1. Partikel dan wakilan fundamentalnya

Partikel	$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$
$l_L=\binom{\nu_e}{e^-}_L$	(**1**, **2**, -1)
e_R	(**1**, **1**, -2)
$q_L=\binom{u}{d}_L$	(**3**, **2**, 1/3)
u_R	(**3**, **1**, 4/3)
d_R	(**3**, **1**, -2/3)
$\phi=\binom{\phi^+}{\phi^0}$	(**1**, **2**, 1)

Tabel 4.1 menunjukkan partikel Model Standar dan wakilan fundamentalnya. Dalam tabel tersebut terdapat partikel fermion Model Standar, yaitu lepton l_L doublet yang isinya neutrino elektron dan elektron *left-handed*, elektron *right-handed*, quark q_L doublet isinya *up-down left-handed*, *up* dan *down right-handed*, serta partikel Higgs doublet Model Standar ϕ isinya ϕ^+ dan ϕ^0. Grup $SU(3)_C$ mewakili interaksi kuat, $SU(2)_L$ mewakili interaksi lemah, dan $U(1)_Y$ mewakili interaksi elektromagnetik dalam ruang waktu empat dimensi (Setyoko, 2019). Angka yang bercetak tebal menunjukkan dimensi $SU(3)_C \otimes SU(2)_L$, sedangkan sisanya adalah swanilai bilangan kuantum *hypercharge* (hipermuatan dengan simbol *Y*) dari masing-masing partikel, sebagaimana yang ditunjukkan pada Tabel 2.2 (Halzen dan Martin, 1984).

Tabel 2.2. Isospin Lemah dan Bilangan Kuantum Hypercharge dari Fermion Generasi Pertama

Lepton	T	T_3	Q	Y	Quark	T	T_3	Q	Y
ν_e	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	u_L	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
e_L^-	$\frac{1}{2}$	-$\frac{1}{2}$	-1	-1	d_L	$\frac{1}{2}$	-$\frac{1}{2}$	-$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
					u_R	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
e_R	0	0	-1	-2	d_R	0	0	-$\frac{1}{3}$	-$\frac{2}{3}$

Dalam Model Standar, terdapat tiga persamaan Lagrangian, yaitu Lagrangian Dirac, Lagrangian Higgs, dan Lagrangian Yukawa.

1. Lagrangian Dirac

   Agar persamaan Dirac kovarian, harus linear dengan $\bigtriangledown$ sehingga memiliki bentuk umum pada persamaan (2.1).

$$H\psi = (\alpha \cdot \mathbf{P} + \beta m)\psi \tag{2.1}$$

Empat koefisien β dan α_i (*i*=1,2,3) ditentukan oleh persyaratan bahwa partikel bebas harus memenuhi hubungan energi momentum relativistik.

$$H^2\psi = (\mathbf{P}^2 + m^2)\psi \tag{2.2}$$

Persamaan (2.1) dan (2.2) mewakili persamaan Dirac. Persamaan (2.1) dapat menggambarkan lepton (atau quark) dengan spin. Dari persamaan (2.1) diperoleh

$$\begin{aligned} H^2\psi &= (\alpha_i P_i + \beta m)(\alpha_j P_j + \beta m)\psi \\ &= (\alpha_i^2 P_i^2 + (\alpha_i\alpha_j + \alpha_j\alpha_i)P_iP_j \\ &+ (\alpha_i\beta + \beta\alpha_i)P_im + \beta^2m^2)\psi \end{aligned}$$

dimana dijumlahkan indeks berulang, dengan syarat *i*>*j* pada suku kedua. Nilai $\alpha_i\alpha_j$ = $\alpha_j\alpha_i$ = 0. Dibandingkan dengan persamaan (2.2), dapat dilihat bahwa

(a) α_1, α_2, α_3, β semua antikomutatif antara satu dengan yang lain.

(b) α_1^2 = α_2^2 = α_3^2 = β^2 = 1.

Karena koefisien α_i dan β tidak komutatif, keduanya tidak bisa hanya menjadi nilai. Selain itu, dituntun untuk mempertimbangkan matriks yang beroperasi pada fungsi gelombang ψ, yang merupakan vektor kolom multikomponen.

Matriks dimensi terendah yang memenuhi semua persyaratan ini adalah 4 x 4. Pilihan keempat matriks (α, β) tidak tunggal. Representasi Dirac-Pauli yang paling sering digunakan ditunjukkan pada persamaan (2.3).

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

dimana I dinotasikan sebagai matriks 2 x 2 (yang sering dituliskan dengan 1) dan dimana σ adalah matriks Pauli pada persamaan (2.4)

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

Kemungkinan yang lain dari representasi Weyl ditampilkan pada persamaan (2.5)

$$\alpha = \begin{pmatrix} -\sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

Sebagian besar hasil tidak bergantung pada pilihan representasi. Tentunya, semua fisika hanya bergantung pada sifat-sifat yang tercantum dalam pernyataan (a) dan (b).

Pada persamaan Dirac (2.1) dikalikan dengan β dari sebelah kiri sehingga didapatkan persamaan (2.6).

$$i\beta \frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\beta\alpha \cdot \nabla\psi + m\psi \tag{2.6}$$

dapat ditulis ulang sehingga bentuknya menjadi persamaan (2.7).

$$\left(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}-m\right)\psi=0 \tag{2.7}$$

dimana diperkenal juga empat matriks-γ Dirac pada persamaan (2.8).

$$\gamma^{\mu}\equiv(\beta,\beta\alpha) \tag{2.8}$$

Persamaan (2.7) dinamakan kovarian persamaan Dirac.
Dengan menggunakan pernyataan (a), (b), dan persamaan (2.8), mudah untuk menunjukkan bahwa matriks-γ Dirac memenuhi hubungan antikomutatif.

$$\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}+\gamma^{\nu}\gamma^{\mu}=2g^{\mu\nu} \tag{2.9}$$

Selain itu, karena $\gamma^0 = \beta$, sehingga diperoleh:

$$\gamma^{0\dagger}=\gamma^{0},\left(\gamma^{0}\right)^{2}=I \tag{2.10}$$

Diperkenalkan matiks 4x4 yang dihasilkan oleh matriks-γ pada persamaan (2.11)

$$\gamma^{5}\equiv i\gamma^{0}\gamma^{1}\gamma^{2}\gamma^{3} \tag{2.11}$$

Dengan bentuk-bentuk sebagai berikut.

$$\gamma^{5\dagger} = \gamma^{5} \tag{2.12}$$

$$(\gamma^{5})^{2} = I \tag{2.13}$$

$$\{\gamma^{5},\gamma^{\mu}\} = \gamma^{5}\gamma^{\mu}+\gamma^{\mu}\gamma^{5}=0 \tag{2.14}$$

Bentuk persamaan (2.14) adalah bentuk antikomutatif dengan $\{\gamma^5, \gamma^\mu\}$ sehingga diperoleh $\gamma^5\gamma^\mu = -\gamma^\mu\gamma^5$. Selain itu, diperkenalkan juga spinor (baris) adjoin pada persamaan (2.15).

$$\overline{\psi} \equiv \psi^\dagger\gamma^0 \tag{2.15}$$

Interaksi antara partikel fermion digambarkan melalui Lagrangian Dirac yang ditunjukkan pada persamaan (2.16).

$$\mathcal{L}_D = i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\overline{\psi}\psi \tag{2.16}$$

Operator proyeksi yang digunakan dalam Lagrangian Dirac didefinisikan pada persamaan (2.17).

$$P_{R,L} \equiv \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5) \tag{2.17}$$

Pada operator proyeksi tersebut, *R* adalah komponen *right-handed* dan *L* adalah komponen *left-handed*. Operator proyeksi ini memiliki sifat-sifat:

$$\begin{aligned} P_L^2 &= P_L \\ P_R^2 &= P_R \\ P_L + P_R &= 1 \\ P_L P_R &= 0 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Matriks pada persamaan (2.14) dapat diproyeksikan dalam komponen *right-handed* dan *left-handed*. Dengan sifat-sifat sebagai berikut.

$$P_L\psi = \psi_L \tag{2.19}$$

$$P_R\psi = \psi_R \tag{2.20}$$

$$\overline{\psi}P_L = \overline{\psi}_R \tag{2.21}$$

$$\overline{\psi}P_R = \overline{\psi}_L \tag{2.22}$$

Operator proyeksi pada persamaan (2.17) disubstitusikan ke Lagrangian Dirac persamaan (2.16) menjadi Lagrangian Dirac yang ditunjukkan pada persamaan (2.23) (Pembuktian di lampiran A.I).

$$\mathcal{L}_D = i\overline{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + i\overline{\psi}_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R - m\overline{\psi}_R\psi_L - m\overline{\psi}_L\psi_R \tag{2.23}$$

Simbol ψ_R mewakili fermion singlet dan ψ_L mewakili fermion doublet. Fermion generasi pertama ditunjukkan pada Tabel 2.3.

Tabel 2.3. Fermion Generasi Pertama

Partikel	Doublet	Singlet
Lepton	$l_L = \binom{\nu_e}{e^-}_L$	e_R^-
Quark	$q_L = \binom{u}{d}_L$	u_R, d_R

Selanjutnya, adapun aturan agar Lagrangian Dirac invarian terhadap transformasi tera SU(2)$\otimes$U(1), yaitu:

$$\begin{aligned}
\psi_L &\to \psi'_L = e^{i\alpha(x)T + i\beta(x)Y}\psi_L \\
\psi_R &\to \psi'_R = e^{i\beta(x)Y}\psi_R \\
\overline{\psi}_L &\to \overline{\psi}'_L = e^{-i\alpha(x)T - i\beta(x)Y}\overline{\psi}_L \\
\overline{\psi}_R &\to \overline{\psi}'_R = e^{-i\beta(x)Y}\overline{\psi}_R
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Selain itu, suku derivatif juga diubah menjadi suku derivatif kovarian yang ditunjukkan pada persamaan (2.25).

$$\partial_\mu \to D_\mu = \left(\partial_\mu + igT_i\mathbf{W}^i_\mu + ig'B_\mu\frac{\mathbf{Y}}{2}\right) \tag{2.25}$$

dengan *g* konstanta kopling *SU(2)*, *g'* konstanta *U(1)*, W^i_μ medan vektor tera *SU(2)*, B_μ medan vektor tera *U(1)*, T_i generator *SU(2)*, *Y* generator *U(1)*. T_i merupakan tiga matriks pauli yang didefinisikan sebagai persamaan (2.26).

$$T_i \equiv \frac{1}{2}\tau_i \tag{2.26}$$

Adanya medan vektor tera W^i_μ dan B_μ perlu dibentuk suku kinetik dari medan tersebut dengan definisi persamaan (2.27).

$$\mathcal{L}_G \equiv -\frac{1}{4}W^i_{\mu\nu}W^{\mu\nu}_i - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \tag{2.27}$$

Dengan $W^i_{\mu\nu}$ dan $B_{\mu\nu}$ didefinisikan sebagai persamaan (2.28).

$$\begin{aligned} W^i_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu W^i_\nu - \partial_\nu W^i_\mu - g \in_{ijk} W^j_\mu W^k_\nu \\ B_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \end{aligned} \tag{2.28}$$

Dengan penyertaan suku energi kinetik boson tera, Lagrangian invarian terhadap SU(2)⊗U(1) diperoleh bentuk

persamaan (2.29).

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_D &= \overline{\psi}_L\gamma^\mu\left(i\partial_\mu - g\frac{\tau_i}{2}\mathbf{W}^i_\mu - g'\frac{\mathbf{Y}}{2}B_\mu\right)\psi_L \\ &+ \overline{\psi}_R\gamma^\mu\left(i\partial_\mu - g'\frac{\mathbf{Y}}{2}B_\mu\right)\psi_R - \frac{1}{4}W^i_{\mu\nu}W_i^{\mu\nu} \\ &- \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}\end{aligned} \tag{2.29}$$

Energi kinetik fermion dan interaksinya dengan medan tera ditunjukkan pada suku pertama dan kedua dari persamaan (2.29), sedangkan energi kinetik medan tera ditunjukkan pada suku ketiga dan keempat persamaan (2.29) (Halzen dan Martin, 1984).

2. Lagrangian Higgs

   Lagrangian Higgs bisa disebut juga Lagrangian medan skalar, karena mengandung partikel Higgs ϕ dan menggambarkan interaksi boson tera. Bentuk Lagrangian Higgs ditunjukkan pada persamaan (2.30).

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (\partial_\mu\phi)^2 - V \tag{2.30}$$

   Lagrangian Higgs dibuat simetri terhadap grup tera $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ melalui transformasi persamaan (2.31).

$$\phi \rightarrow \phi^\dagger = \phi \tag{2.31}$$

   Selain digunakan transformasi pada persamaan (2.31), agar invarian terhadap simetri *SU(2)* suku derivatif juga harus digantikan dengan suku derivatif kovarian yang ditunjukkan pada persamaan (2.25). Dari kedua persamaan (2.31) dan (2.25), diperoleh Lagrangian Higgs persamaan (2.32).

$$\mathcal{L}_H = \left| \left(\partial_\mu + igT_i\mathbf{W}^i_\mu + ig'B_\mu\frac{\mathbf{Y}}{2} \right) \phi \right|^2 - V(\phi) \tag{2.32}$$

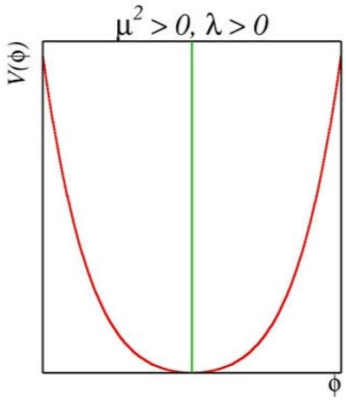
dimana $|\ \ |^2 = (\ \ )^\dagger(\ \ )$. Suku pertama dari persamaan (2.32) dapat digunakan untuk mencari massa boson tera, sedangkan suku kedua adalah potensial Higgs yang digunakan untuk mencari massa skalar. Bentuk potensial Higgs dapat dinyatakan pada persamaan (2.33).

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4 \tag{2.33}$$

dengan $\lambda > 0$. Ada dua kemungkinan dari bentuk potensial untuk syarat massa μ^2, yaitu:

(a) Kasus $\mu^2 > 0$

Kasus ini menggambarkan medan skalar dengan massa μ. Suku ϕ^4 menunjukkan bahwa interaksi empat partikel dengan konstanta kopling λ. Keadaan vakum berada pada $\phi = 0$ dan simetri di ϕ yang ditunjukkan pada Gambar 2.1 berikut.



Gambar 2.1. Potensial Higgs untuk μ^2 > 0

(b) Kasus μ^2 < 0

Berbeda dengan kasus (a), pada kasus (b) potensial memiliki dua nilai minimum. Nilai minimum ditunjukkan pada persamaan (2.34).

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = \phi\left(\mu^2 + \lambda\phi^2\right) = 0 \tag{2.34}$$

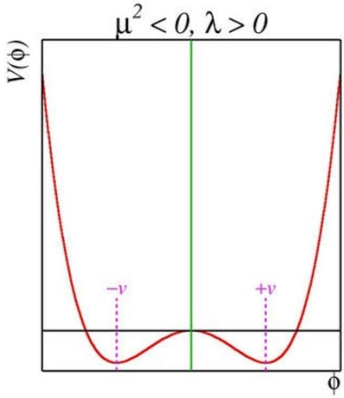
diperoleh nilai ϕ pada persamaan (2.35) (Pembuktian di lampiran A.II).

$$\phi = \pm\upsilon \tag{2.35}$$

dengan nilai υ ditunjukkan pada persamaan (2.36).

$$\upsilon = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} \tag{2.36}$$

Nilai ekstremum ϕ = 0 tidak sesuai dengan energi minimum. Perhitungan harus melibatkan ekspansi disekitar nilai minimum $\phi = v$ atau $\phi = -v$.



Gambar 2.2. Potensial Higgs untuk $\mu^2 < 0$

Pada Gambar 2.2 menunjukkan nilai $\phi = 0$ tidak stabil pada keadaan vakum sebenarnya, sehingga keadaannya menjadi $\phi = +v$ atau $\phi = -v$. Untuk nilai harap vakum ϕ ditunjukkan pada persamaan (2.37).

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} \tag{2.37}$$

Pada keadaan vakum $\phi = +v$, persamaan (2.37) disubstitusikan ke persamaan (2.33) sehingga didapatkan bentuk potensial Higgs pada persamaan (2.38) (Pembuktian di lampiran A.III).

$$\begin{aligned} V(\phi) &= \frac{1}{2}\mu^2(v^2 + 2vh + h^2) + \frac{1}{4}\lambda(v^4 \\ &+ 4v^3h + 6v^2h^2 + 4vh^3 + h^4) \end{aligned} \tag{2.38}$$

dengan $\mu^2 = -\lambda \upsilon^2$ disubstitusikan ke persamaan (2.38), diperoleh bentuk V(ϕ) menjadi persamaan (2.39) (Pembuktian di lampiran A.IV).

$$V(\phi) = \lambda \upsilon^2 h^2 + \lambda \upsilon h^3 + \frac{\lambda h^4}{4} - \frac{\lambda \upsilon^4}{4} \tag{2.39}$$

Pada persamaan (2.39) terdapat suku massa yang ditunjukkan dengan suku h^2, suku interaksi 3 partikel *h* yang memiliki konstanta kopling λ ditunjukkan dengan suku h^3, dan suku interaksi 4 partikel *h* yang memiliki konstanta kopling λ ditunjukkan dengan suku h^4.

Dari persamaan (2.39) dibandingkan dengan suku $\frac{1}{2}m^2\phi^2$ sehingga diperoleh massa partikel *h* pada persamaan (2.40). Partikel *h* ini disebut sebagai partikel Higgs (Halzen dan Martin, 1984).

$$m_h = \sqrt{2\lambda \upsilon^2} = \sqrt{-2\mu^2} \tag{2.40}$$

Agar $W^{\pm}$ dan Z^0 menjadi masif dan foton tidak bermassa, dibentuk formulasi mekanisme Higgs. Untuk melakukannya, diperkenalkan empat medan skalar real ϕ_i. Supaya $\mathcal{L}_H$ tetap invarian tera, ϕ_i harus setara dengan *SU(2)* x *U(1)*. Pilihan yang paling efektif adalah mengatur ϕ_i menjadi isospin doublet dengan *hypercharge Y*=1 (Halzen dan Martin, 1984):

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

dengan masing-masing nilai ϕ^+ dan ϕ^0 ditunjukkan pada

persamaan (2.41).

$$\begin{aligned} \phi^{+} &\equiv \frac{(\phi_1 + i\phi_2)}{\sqrt{2}} \\ \phi^{0} &\equiv \frac{(\phi_3 + i\phi_4)}{\sqrt{2}} \end{aligned} \tag{2.41}$$

Untuk membangkitkan massa boson tera, dapat menggunakan potensial Higgs $V(\phi)$ Model Standar yang ditunjukkan pada persamaan (2.42) (Halzen dan Martin, 1984).

$$V(\phi) = \mu^2 \left(\phi^\dagger \phi\right) + \lambda \left(\phi^\dagger \phi\right)^2 \tag{2.42}$$

dengan $\mu^2 < 0$ dan $\lambda > 0$ dan memilih nilai harap vakum ϕ_0 dari $\phi(x)$ yang ditunjukkan persamaan (2.43).

$$\phi_0 \equiv \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon \end{pmatrix} \tag{2.43}$$

Persamaan (2.43) dimasukkan ke persamaan (2.32) sehingga diperoleh persamaan (2.44).

$$\mathcal{L}_H = \left| \left(\partial_\mu + igT_i \mathbf{W}_\mu^i + ig' B_\mu \frac{\mathbf{Y}}{2} \right) \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon \end{pmatrix} \right|^2 - V(\phi) \tag{2.44}$$

dengan tiga medan tera $W_\mu^i = W_\mu^1 + W_\mu^2 + W_\mu^3$ (Halzen dan Martin, 1984). Dengan demikian, perkalian dari $T_i \mathbf{W}_\mu^i$ diperoleh persamaan (2.45).

$$T_i \mathbf{W}_\mu^i = \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \tag{2.45}$$

Massa boson tera diidentifikasi oleh substitusi nilai harap vakum ϕ_0 untuk $\phi(x)$ ke persamaan (2.32), sehingga diperoleh persamaan (2.45).

Selanjutnya, suku pertama dari persamaan (2.44) diletakkan disebelah kiri sama dengan sehingga didapatkan persamaan (2.46). (Pembuktian di lampiran A.V)

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_H + V(\phi) &= \left| \frac{i}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (gW_\mu^1 - igW_\mu^2)\upsilon \\ (-gW_\mu^3 + g'B_\mu)\upsilon \end{pmatrix} \right|^2 \\
&= \frac{\upsilon^2 g^2}{8}\left[(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2\right] + \frac{\upsilon^2}{8}(g^2 W^{3\mu} W_\mu^3 \\
&- 2gg'W^{3\mu}B_\mu + g'^2 B^\mu B_\mu) \\
&= \frac{\upsilon^2 g^2}{4}(W_\mu^+ W_\mu^-) \\
&+ \frac{\upsilon^2}{8}\begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B_\mu \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.46}$$

dengan $W^{\pm} = (W^i \mp iW^2)/\sqrt{2}$. Suku pertama pada persamaan (2.46) dibandingkan dengan suku massa yang ditentukan untuk boson bermuatan, $M_W^2 W^+ W^-$, diperoleh

$$M_W = \frac{1}{2}\upsilon g \tag{2.47}$$

Basis W_μ^3 dan B_μ terdapat pada suku yang tersisa. Untuk suku kedua persamaan (2.46) akan dilakukan diagonalisasi matriks dengan melakukan transformasi similar.

$$S^\dagger M S \tag{2.48}$$

Pada suku kedua persamaan (2.46) diperoleh matriks M

pada persamaan (2.49).

$$M = \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \tag{2.49}$$

Selanjutnya, didapatkan matriks *S* adalah

$$S = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \begin{pmatrix} g & g' \\ -g' & g \end{pmatrix} \tag{2.50}$$

Matriks yang sudah terdiagonalisasi ditunjukkan pada persamaan (2.51) (Pembuktian di lampiran A.VI).

$$S^{\dagger} M S = \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.51}$$

Suku kedua dari persamaan (2.46) dapat ditampilkan dalam bentuk baru pada persamaan (2.52). Pembuktian di lampiran A.VII).

$$\begin{aligned} &= \frac{v^2}{8(g^2 + g'^2)} \begin{pmatrix} gW_\mu^3 - g'B_\mu & g'W_\mu^3 + gB_\mu \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} gW^{3\mu} - g'B^\mu \\ g'W^{3\mu} + gB^\mu \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{2.52}$$

Dari persamaan (2.52) terdapat bentuk basis baru Z_μ dan A_μ yang ditunjukkan persamaan (2.53).

$$
\begin{aligned}
Z_\mu &= \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g^2+g'^2}} \\
A_\mu &= \frac{g'W_\mu^3 + gB_\mu}{\sqrt{g^2+g'^2}}
\end{aligned}
\tag{2.53}
$$

Dengan bentuk persamaan (2.53), persamaan (2.52) berubah bentuk menjadi persamaan (2.54).

$$
\begin{aligned}
&= \frac{\upsilon^2}{8} \begin{pmatrix} Z_\mu & A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2+g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \\
&= \frac{\upsilon^2}{8} \left[(g^2+g'^2) Z_\mu Z^\mu + 0 A_\mu A^\mu \right]
\end{aligned}
\tag{2.54}
$$

Dari persamaan (2.54) diperoleh massa medan boson tera netral Z^0 atau Z_μ dengan bentuk persamaan (2.55).

$$
M_Z = \frac{1}{2}\upsilon\sqrt{g^2+g'^2} \tag{2.55}
$$

Selain itu, diperoleh juga massa medan foton atau A_μ dengan bentuk persamaan (2.56).

$$
M_A = 0 \tag{2.56}
$$

Diperkenalkan notasi baru setelah hasilnya diperoleh dengan bentuk persamaan (2.57).

$$\frac{g'}{g} = \tan\theta_W$$
$$\frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}} = \sin\theta_W \tag{2.57}$$
$$\frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}} = \cos\theta_W$$

Dengan θ_W sebagai sudut Weinberg (*Weinberg angle*). Dalam penggunaan istillah θ_W, maka persamaan (2.53) berubah menjadi persamaan (2.58).

$$\begin{aligned} Z_\mu &= -\sin\theta_W B_\mu + \cos\theta_W W_\mu^3 \\ A_\mu &= \cos\theta_W B_\mu + sin\theta_W W_\mu^3 \end{aligned} \tag{2.58}$$

Dari persamaan (2.47) dan (2.55), diperoleh persamaan (2.59).

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos\theta_W \tag{2.59}$$

3. Lagrangian Yukawa

   Bentuk Lagrangian Yukawa yang digunakan untuk membangkitkan massa fermion ditunjukkan pada persamaan (2.60).

$$\mathcal{L}_Y = -G\left(\overline{\psi}_L\phi\psi_R + \overline{\psi}_R\phi^\dagger\psi_L\right) \tag{2.60}$$

dengan *G* adalah konstanta kopling yang menunjukkan kekuatan interaksi. Kopling fermion-Higgs memberikan massa ke fermion lepton dan quark.

Perlu dilihat kembali pada Lagrangian Persamaan (2.29) bahwa suku massa fermion $-m\overline{\psi}\psi$ dikecualikan oleh invarian tera. Keistimewaan dari Model Standar adalah Higgs doublet yang sama dapat membangkitkan massa $W^{\pm}$ dan Z. Kedua massa tersebut juga dapat membangkitkan massa pada lepton dan quark. Sebagai contoh, untuk membangkitkan massa elektron disertakan suku invarian tera *SU(2)*$\otimes$*U(1)* dalam Lagrangian persamaan (2.61) (Halzen dan Martin, 1984).

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Y_e} &= -G_e\left[(\overline{\nu}_e, \overline{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R\right. \\ &+ \left.\overline{e}_R \left(\phi^-, \overline{\phi}^0\right) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L\right]\end{aligned} \tag{2.61}$$

Selanjutnya, dilakukan perusakan simetri secara spontan dengan substitusi persamaan (2.62) ke persamaan (2.61).

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon + h \end{pmatrix} \tag{2.62}$$

sehingga diperoleh bentuk Lagrangian pada persamaan (2.63).

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Y_e} &= -\frac{G_e}{\sqrt{2}}\upsilon(\overline{e}_L e_R + \overline{e}_R e_L) - \frac{G_e}{\sqrt{2}}h(\overline{e}_L e_R + \overline{e}_R e_L) \\ &= -m_e\overline{e}e - \frac{m_e}{\upsilon}\overline{e}eh\end{aligned} \tag{2.63}$$

Dari persamaan (2.63) didapat massa elektron

$$m_e = \frac{G_e}{\sqrt{2}} v \tag{2.64}$$

Dengan G_e adalah ketetapan, sebenarnya massa elektron tidak bisa diprediksi. Selain suku massa, lagrangian mengandung konstanta suku interaksi skalar Higgs untuk elektron. Namun, karena v = 246 *GeV*, konstanta kopling m_e/v sangat kecil dan sejauh ini belum menghasilkan efek yang dapat dideteksi pada interaksi elektrolemah (Halzen dan Martin, 1984).

Massa quark dibangkitkan dengan cara yang sama seperti pembangkitan massa elektron. Hanya saja, untuk membangkitkan massa quark *up* perlu adanya konstruksi Higgs doublet baru dari ϕ menjadi ϕ_c yang ditunjukkan pada persamaan (2.65).

$$\phi_c = -i\tau_2\phi^* = \begin{pmatrix} -\overline{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v+h \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.65}$$

Karena sifat khusus dari *SU(2)*, ϕ_c bertransformasi secara identik menjadi ϕ, tetapi memiliki *hypercharge* yang lemah untuk ϕ, yaitu *Y* = -1). Itu dapat digunakan untuk membangun kontribusi invanrian tera sehingga bentuk Lagrangian menjadi persamaan (2.66) (Pembuktian di lampiran A.VIII).

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Y_{du}} &= -G_d(\overline{u},\overline{d})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} d_R - G_u(\overline{u},\overline{d})_L \begin{pmatrix} -\overline{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix} u_R \\
&+ h.c. \\
&= -m_d\overline{d}d - m_u\overline{u}u - \frac{m_d}{v}\overline{d}dh - \frac{m_u}{v}\overline{u}uh
\end{aligned} \tag{2.66}$$

Dari persamaan (2.66) diperoleh massa quark *up* dan *down*, yaitu

$$\begin{aligned}
m_u &= \frac{G_u}{\sqrt{2}}v \\
m_d &= \frac{G_d}{\sqrt{2}}v
\end{aligned} \tag{2.67}$$

4. Lagrangian Total Model Standar

   Untuk meringkas Model Standar, tiga Lagrangian pada persamaan (2.29), (2.32), dan (2.60) digabung menjadi Lagrangian total pada persamaan (2.68).

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \mathcal{L}_D + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_Y \\
&= \overline{\psi}_L\gamma^\mu\left(i\partial_\mu - g\frac{\tau_i}{2}\mathbf{W}^i_\mu - g'\frac{\mathbf{Y}}{2}B_\mu\right)\psi_L + \overline{\psi}_R\gamma^\mu \\
&\quad \left(i\partial_\mu - g'\frac{\mathbf{Y}}{2}B_\mu\right)\psi_R - \frac{1}{4}W^i_{\mu\nu}W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \\
&+ \left|\left(\partial_\mu + igT_i\mathbf{W}^i_\mu + ig'B_\mu\frac{\mathbf{Y}}{2}\right)\phi\right|^2 - V(\phi) \\
&- G\left(\overline{\psi}_L\phi\psi_R + \overline{\psi}_R\phi^\dagger\psi_L\right)
\end{aligned} \tag{2.68}$$

Lagrangian pada persamaan (2.29) menggambarkan massa boson tera yang berinteraksi dengan massa fermion. Suku massa boson tera tidak invarian tera, dan suku massa Dirac yang ditunjukkan pada persamaan (2.69)

$$\begin{aligned} -m\overline{\psi}\psi &= -m\overline{\psi}[\frac{1}{2}(1-\gamma^5)+\frac{1}{2}(1+\gamma^5)]\psi \\ &= -m(\overline{\psi}_R\psi_L+\overline{\psi}_L\psi_R) \end{aligned} \tag{2.69}$$

juga dikecualikan karena ψ_L adalah anggota dari *SU(2)* doublet, sedangkan ψ_R adalah singlet, sehingga suku ini sangat jelas merusak invarian tera (Collins, dkk, 1989).

$\mathcal{L}_D$ adalah Lagrangian Dirac yang menunjukkan energi kinetik lepton dan quark dan interaksi antara medan tera $W^{\pm}$, Z^0, dan γ, serta energi kinetik dari medan tera itu sendiri. $\mathcal{L}_H$ adalah Lagrangian Higgs yang menunjukkan massa dan konstanta kopling dari medan tera $W^{\pm}$, Z^0, γ, dan Higgs. $\mathcal{L}_Y$ adalah Lagrangian Yukawa yang menunjukkan massa fermion dan interaksinya dengan medan Higgs.

B. Partikel Elementer

Sebelum ditemukannnya partikel oleh para ilmuwan, Allah swt. telah memberikan isyarat bahwa ada *dzarrah* (sesuatu yang sangat kecil) di muka bumi ini. Begitu banyak makna yang ditimbulkan dari kata *dzarrah* itu sendiri. Di dalam al-Qur'an pun Allah telah menyebutkan kata *dzarrah* berulang kali, salah satunya pada Q.S. Yunus ayat 61.

وَمَا تَكُونُ فِي شَأْنٍ وَمَا تَتْلُوا مِنْهُ مِنْ قُرْآنٍ وَلَا تَعْمَلُونَ مِنْ عَمَلٍ إِلَّا
كُنَّا عَلَيْكُمْ شُهُودًا إِذْ تُفِيضُونَ فِيهِ ۚ وَمَا يَعْزُبُ عَنْ رَبِّكَ مِنْ مِثْقَالِ
ذَرَّةٍ فِي الْأَرْضِ وَلَا فِي السَّمَاءِ وَلَا أَصْغَرَ مِنْ ذَٰلِكَ وَلَا أَكْبَرَ إِلَّا فِي
كِتَابٍ مُبِينٍ ﴿٦١﴾

"Padahal engkau tidak berada dalam suatu keadaan dan tidak membaca dari-Nya (suatu ayat) dari al-Qur'an dan kamu tidak mengerjakan suatu pekerjaan melainkan Kami menjadi saksi-saksi atas kamu di waktu kamu melakukan(nya). Tidak luput dari pengetahuan Tuhanmu walau sebesar dzarrah di bumi ataupun di langit. Tidak ada yang lebih kecil dan tidak (pula) yang lebih daari itu, melainkan dalam kitab yang nyata." (QS. Yunus[10]:61)

Kata *dzarrah* dipahami oleh ulama dalam berbagai arti, antara lain *semut yang sangat kecil*, bahkan *kepala semut*, atau *debu* yang beterbangan yang hanya terlihat di celah cahaya matahari. Ibnu Hajar al Asqalani mengatakan bahwa *zarrah* adalah suatu partikel terkecil dari yang ada. Sementara orang dewasa ini memahaminya dalam arti *atom*. Dan memang, kata itulah yang kini digunakan untuk menunjuk atom, walau pada masa turunnya al-Qur'an atom belum dikenal. Dahulu, pengguna bahasa menggunakan kata tersebut untuk menunjuk sesuatu yang terkecil. Karena itu, berbeda-beda maknanya seperti dikemukakan di atas. Dan, atas dasar itu pula orang tidak dapat berkata setelah ditemukan *dipecahkannya atom* serta dikenalnya *proton* dan *neutron*, dan tidak dapat berkata bahwa ayat ini telah mengisyaratkan adanya sesuatu yang lebih kecil daripada atom (Shihab, 2016).

Pada tahun 1891, George Johnstone Stoney telah memperkenalkan istilah "elektron" untuk satuan dasar muatan, nama itu diambil alih untuk partikel itu sendiri (Griffith, 2008). Pandangan ideal yang sederhana menganggap bahwa dua partikel, yaitu elektron dan proton merupakan cikal bakal pembentuk alam semesta. Pendapat ini telah dianut oleh mereka yang percaya lebih dari 70 tahun yang lalu. Dari sejak tahun 1920, Rutherford menyangkal bahwa eletron terdapat di dalam inti atom dan pandangan tentang energi dan momuntem membawa pada postulasi neutron, yang pada tahun 1932 Chandwick berhasil membuktikan keberadaannya secara eksperimen. Pada tahun 1928, Dirac meramalkan keberadaan *antipartikel*, atau lebih tepat lagi adalah keadaan yang tidak diduduki elektron, spektrumnya mempunyai keadaan energi negatif. Anderson pada tahun 1932 menemukan positron dari sinar kosmik, ketika Juliot memerlukannya untuk menjelaskan proses peluruhan pada bahan radioaktif buatan (peluruhan b+). Diperlukan waktu yang sangat lama untuk meramalkan secara teoritik tentang adanya neutrino (Pauli dan Fermion, 1931); neutrino diperlukan untuk menjelaskan kesetimbangan energi; momentum dan momentum angular dalam proses peluruhan radioaktif) hingga dapat dibuktikan lebh sempurna oleh Cowan dan Reines pada tahun 1956. Dasarnya terletak pada interaksi yang sangat lemah antara neutrino dan materi, yang merupakan partikel pertama yang "ditemukan" dalam interaksi lemah. Kemudian pion pertama kali dipostulasikan oleh Yukawa (1935) untuk menjelaskan gaya inti; Yukawa menganggap bahwa pion merupakan partikel perantara untuk gaya tersebut. Keberadaan partikel ini untuk pertama kali dapat dibuktikan oleh Powell pada tahun 1946, juga dibuktikan terdapat dalam sinar kosmik. Partikel-partikel seperti: proton, neutron, elektron, positron, neutrino, dan pion pada mulanya sudah dianggap memadai untuk menjelaskan dengan baik terjadinya alam semesta (Gerthsen, 1996).

Terdapat tiga partikel pembentuk atom, yaitu elektron, proton, dan neutron. Partikel dasar pembentuk alam semesta dan tidak dapat dibagi lagi menjadi bagian yang lebih kecil dinamakan partikel elementer. Dengan kata lain, partikel elementer adalah partikel dasar yang tidak memiliki struktur interal.

Partikel-partikel elementer terdapat dua kelompok. Pertama, dikelompokkan menurut jenis interaksi yang dialami suatu partikel dalam berbagai reaksi dan peluruhannya. Segala partikel yang ada berinteraksi melalui interaksi kuat, interaksi lemah, dan interaksi elektromagnetik. Kedua, partikel elementer dikelompokkan berdasarkan massa partikelnya. Partikel dengan massa kecil disebut lepton, bermuatan sedang disebut meson, dan partikel yang bermuatan besar disebut baryon. Untuk foton termasuk ke dalam kelompok Boson karena tidak bermassa (Gerthsen, 1996).

C. Simetri $Z_4 \otimes Z_2$

Simetri memainkan peran penting dalam fisika partikel elementer, sebagian karena hubungannya dengan hukum kekekalan dan sebagian karena memungkinkan seseorang untuk membuat beberapa kemajuan ketika teori dinamika lengkap belum tersedia (Griffith, 2008). Arti simetri adalah proporsional, harmoni, dan keindahan bentuk. Kata simetri mulai diperkenalkan dalam aljabar pada akhir abad ke-18 yang berarti invariansi suatu fungsi terhadap pertukaran koefisien dalam persamaan tertentu (Setyoko, 2019). Makna simetri dalam matematika dan fisika diartikan sebagai invariasi suatu sistem terhadap berbagai macam transformasi (Rosyid, 2017).

Z_4 dan Z_2 merupakan grup. Grup adalah suatu semigrup beridentitas sedimikian rupa sehingga setiap unsurnya invertibel. Sedangkan semigrup adalah suatu sistem aljabar sehingga memiliki sifat asosiatif (Rosyid, 2015).

Dalam model yang dikembangkan oleh Chulia, dkk (2016) digunakan simetri $Z_4 \otimes Z_2$ dimana Z_4 adalah grup siklik berorde empat dan Z_2 adalah grup siklik berorde dua. Grup Z_4 dapat dilihat sebagai simetri diskrit bilangan lepton. Simetri Z_4 tidak hanya menghilangkan suku Majorana. Simetri Z_2 memastikan asal mekanisme *seesaw* yang asli dari massa neutrino dengan hilangnya tingkatan kopling antara neutrino *left* dan *right handed*.

Z_4 merupakan grup siklik. Dalam teori grup, grup siklik, yaitu suatu grup yang dihasilkan oleh suatu elemen. Selain itu, grup Z_4 juga merupakan penjumlahan ($+_4$), dimana cara menghitungnya memutar (siklik/siklus). Sebagai contoh, misalkan (Z_4, +) grup bilangan bulat modulo 4, yakni Z_4 = [$\overline{0}$, $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$]. Order dari $\overline{0}$ adalah 1, karena 1 adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $\overline{0}^1 = \overline{0}$. Order dari $\overline{1}$ adalah 4, karena 4 adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $\overline{1}^4 = \overline{1}+\overline{1}+\overline{1}+\overline{1} = \overline{4} = \overline{0}$. Order dari $\overline{2}$ adalah 2, karena 2 adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $\overline{2}^2 = \overline{2}+\overline{2} = \overline{4} = \overline{0}$. Order dari $\overline{3}$ adalah 4, karena 4 adalah bilangan bulat terkecil yang memenuhi $\overline{3}^4 = \overline{3}+\overline{3}+\overline{3}+\overline{3} = \overline{12} = \overline{0}$ (Nafisah, 2019).

D. Kajian Penelitian Sebelumnya Yang Relevan

1. Penelitian yang dilakukan oleh Panuluh dan Satriawan (2016) tentang pembangkitan massa neutrino. Dalam penelitian ini pula dikaji pembangkitan massa fermion dan medan skalar. Model yang digunakan pada penelitian ini adalah Model Korespondensi Spinor Skalar dengan grup tera $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Patikel yang digunakan dalam model ini adalah enam buah medan skalar yang pasangannya medan spinor di Model Standar yang ditunjukkan pada Tabel 2.4.

Tabel 2.4. Partikel pada Model Korespondensi Spinor Skalar

Medan Spinor	Medan Skalar
l_L	ϕ
e_R	ρ
ν_R	η
d_R	ξ
q_L	χ
u_R	ω

Pembangkitan massa medan skalar ditinjau dari potensial

Higgs yang ditunjukkan pada persamaan (2.70),

$$\begin{aligned}
m_\phi &\approx \sqrt{2\lambda_1 \upsilon_\phi^2} \\
m_\eta &\approx \sqrt{8\lambda_3 \upsilon_\eta^2} \\
m_\rho &\approx \sqrt{\frac{1}{2}\alpha_1 \upsilon_\phi^2 + \beta_1 \upsilon_\eta^2 - \mu_2^2} \\
m_\xi &\approx \sqrt{\frac{1}{2}\alpha_3 \upsilon_\phi^2 + \gamma_1 \upsilon_\eta^2 - \mu_4^2} \\
m_\chi &\approx \sqrt{\frac{1}{4}\alpha_4 \upsilon_\phi^2 + \frac{1}{2}\gamma_2 \upsilon_\eta^2 - \frac{1}{2}\mu_5^2} \\
m_\omega &\approx \sqrt{\frac{1}{2}\alpha_5 \upsilon_\phi^2 + \gamma_3 \upsilon_\eta^2 - \mu_6^2}
\end{aligned} \tag{2.70}$$

dengan λ, α, β, γ, dan μ adalah tetapan. Sedangkan massa elektron, quark *up*, dan quark *down* dibangkitkan dengan Lagrangian Yukawa, yang ditunjukkan pada persamaan (2.71).

$$\begin{aligned}
m_e &= \frac{1}{\sqrt{2}} G_e \upsilon_\phi \\
m_u &= \frac{1}{\sqrt{2}} G_{qu} \upsilon_\phi \\
m_d &= \frac{1}{\sqrt{2}} G_{qd} \upsilon_\phi
\end{aligned} \tag{2.71}$$

dengan *G* adalah tetapan kopling interaksi Yukawa.

2. Penelitan yang dilakukan oleh Setyadi dan Satriawan (2017) tentang pembangkitan massa partikel fermion dan quark. Model yang digunakan adalah model alami baru simetri

kiri-kanan berdasarkan grup tera $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_I$ dengan tambahan dua singlet fermion dan bilangan kuantum global (*K* dan *K*') telah dibangun. Partikel dalam model ini di tunjukkan pada Tabel 2.5.

Tabel 2.5. Partikel pada Simetri Kiri-Kanan

Lepton	Quark	Higgs
L_L	Q_L	χ_L
L_R	Q_R	χ_R
E_L		ϕ
E_R		
N_L		
N_R		

Dalam model ini, massa lepton bermuatan dibangkitkan melalui kopling Yukawa antara dublet Higgs dengan fermion, massa lepton netral dibangkitkan melalui mekanisme *seesaw* Dirac, dan massa quark dibangkitkan melalui kopling Yukawa antara bidublet Higgs dengan fermion. Hasil penelitiannya dapat dilihat pada persamaan (2.72).

$$\begin{aligned} M_e &= \frac{\upsilon_L}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} Y_{111} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{122} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{133} \end{bmatrix} \\ M_u &= Y_{Q1ij}\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right) + Y_{Q2ij}\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right) \\ M_d &= Y_{Q1ij}\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right) + Y_{Q2ij}\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right) \end{aligned} \tag{2.72}$$

dengan *Y* adalah kopling Yukawa dan indeks 1, 2, dan 3 menunjukkan generasi lepton bermuatan, yaitu elektron *e*, muon μ, dan tauon τ. *a* dan *b* adalah nilai harap vakum pada bidublet ϕ.

3. Penelitian yang dilakukan oleh Siti Romzatul Haniah dkk (2020) tentang pembangkitan massa neutrino melalui mekanisme *seesaw*. Dalam penelitian ini juga dikaji pembangkitan massa fermion dan medan skalar. Model yang digunakan adalah Ekstensi Minimal Model Standar dengan grup tera *SU(2)*$\otimes U(1) \otimes Z_2$. Partikel yang terdapat dalam model ini adalah fermion Model Standar, Higgs doublet Model Standar (Φ), ditambah dengan Higgs doublet baru (η), Higgs singlet baru (Φ_s), dan neutrino *right-handed* singlet, yang ditunjukkan pada Tabel 2.6.

Tabel 2.6. Partikel pada Ekstensi Minimal Model Standar

Fermion	Medan Skalar
l_L	Φ
e_R	η
ν_R	Φ_s
q_L	
u_R	
d_R	

Massa lepton bermuatan dan quark dibangkitka melalui kopling Yukawa antara Higgs doublet Φ dengan fermion, hasilnya sama dengan yang ada di Model Standar, ditunjukkan pada persamaan (2.73).

$$\begin{aligned} m_e &= \frac{G_e}{\sqrt{2}}\upsilon_\phi \\ m_u &= \frac{G_u}{\sqrt{2}}\upsilon_\phi \\ m_d &= \frac{G_d}{\sqrt{2}}\upsilon_\phi \end{aligned} \tag{2.73}$$

Massa medan skalar Higgs Φ_s lebih besar dari massa Higgs η dan massa Higgs η lebih besar dari massa HIggs Φ ($m_{\phi_s} > m_\eta > m_\phi$), ditunjukkan pada persamaan (2.74).

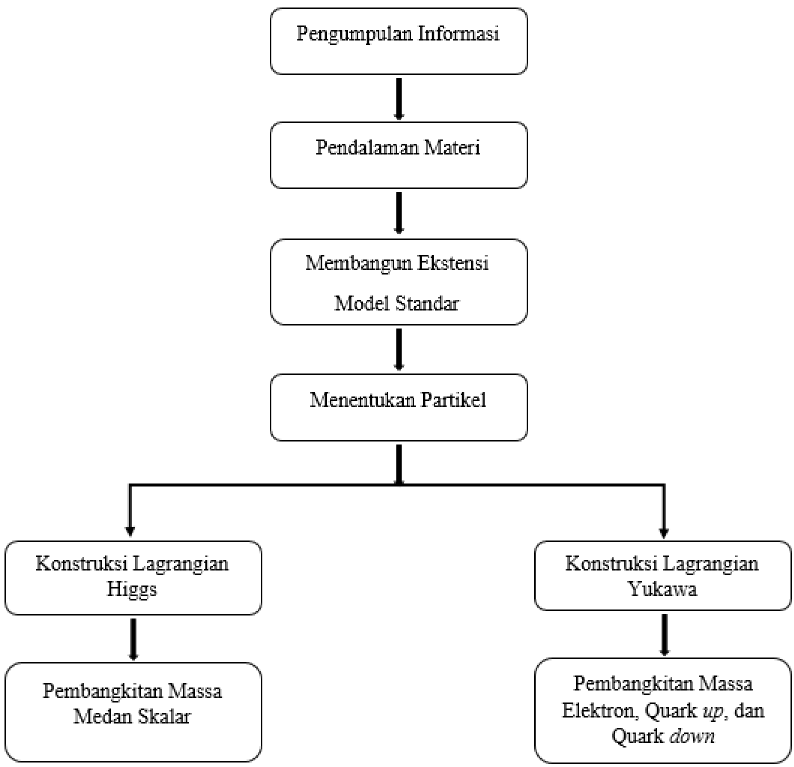
$$\begin{aligned} m_{h_\phi} &= \sqrt{2\lambda_1 \upsilon_\phi^2} \\ m_{h_\eta} &= \sqrt{2\lambda_2 \upsilon_\eta^2} \\ m_{h_{\phi_s}} &= \sqrt{2\lambda_3 \upsilon_{\phi_s}^2 - \frac{\lambda_8 \upsilon_\phi^2}{\upsilon_{\phi_s}} - \frac{\lambda_9 \upsilon_\eta^2}{\upsilon_{\phi_s}}} \end{aligned} \tag{2.74}$$

BAB III

Metodologi Penelitian

A. Metode Penelitian

Penelitian dalam proposal skripsi ini merupakan penelitian teori yang dilakukan menggunakan kajian pustaka tentang pembangkitan massa neutrino pada Ekstensi Model Standar menggunakan mekanisme *seesaw*.



Gambar 3.1. Alur Penelitian

Adapun tahap-tahap yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Pengumpulan informasi
   Pengumpulan informasi melalui buku, artikel, jurnal, internet dan skripsi.

2. Pendalaman materi
   Materi yang diperdalam, yaitu Model Standar, Ekstensi Model Standar, Lagrangian Dirac, Lagrangian Higgs, Lagrangian Yukawa, dan simetri Z_4.

3. Membangun Ekstensi Model Standar
   Membangun Ekstensi Model Standar berdasarkan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes Z_4 \otimes Z_2$.

4. Menentukan partikel
   Partikel yang diteliti adalah partikel fermion generasi pertama lepton dan quark *left-handed*, Higgs doublet Model Standar (Φ), Higgs doublet baru (η), Higgs singlet baru (Φ_s), neutrino *right-handed* singlet, dan ditambah vektor yang mirip dengan lepton χ_L dan χ_R.

5. Mengonstruksi Lagrangian Higgs
   Dari Lagrangian Higgs dapat diperoleh massa medan skalar dengan potensial Higgs yang dikonstruksi melalui perkalian wakilan fundamental setiap partikel.

6. Pembangkitan massa medan skalar
   Membangkitkan massa medan skalar menggunakan salah satu persamaan Lagrangian Higgs, yaitu potensial skalar.

7. Mengkonstruksi Lagrangian Yukawa
   Lagrangian Yukawa dikonstruksi melalui perkalian wakilan fundamental setiap partikel.

8. Membangkitkan massa eletron, quark-up, dan quark-down
   Pembangkitan massa elektron, quark-up, dan quark-down menggunakan suku-suku pada Lagrangian Yukawa.

B. Waktu Penelitian

Waktu pelaksanaan penelitian ini dilakukan pada bulan Januari sampai November tahun 2022. Tempat dilakukannya penelitian di laboratorium, perpustakaan, ruang kelas, dan rumah.

BAB IV

Hasil Penelitian dan Pembahasan

A. Partikel dan Wakilan Fundamentalnya

Sesuai alur penelitian pada Gambar 3.1, hal pertama yang dilakukan pada Bab Hasil Penelitian dan Pembahasan adalah menentukan partikel. Partikel yang digunakan dalam penelitian ini ditunjukkan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Partikel dan wakilan fundamentalnya

Partikel	$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes Z_4 \otimes Z_2$
$l_L = \binom{\nu_e}{e}_L$	(**1**, **2**, -1, 1, +1)
e_R	(**1**, **1**, -2, 1, +1)
ν_R	(**1**, **1**, 0, 1, -1)
$q_L = \binom{u}{d}_L$	(**3**, **2**, + $\frac{1}{3}$, 1, +1)
u_R	(**3**, **1**, + $\frac{4}{3}$, 1, +1)
d_R	(**3**, **1**, - $\frac{2}{3}$, 1, +1)
χ_L,χ_R	(**1**, **2**, -1, (*i*, *i*), (+1,+1))
$\phi = \binom{\phi^+}{\phi^0}$	(**1**, **2**, +1, 1, +1)
$\eta = \binom{\eta^+}{\eta^-}$	(**1**, **2**, +1, *i*, -1)
ϕ_s	(**1**, **1**, 0, *i*, +1)

Pada Tabel 4.1 menunjukkan adanya partikel Model Standar fermion generasi pertama lepton dan quark *left-handed*, Higgs doublet Model Standar (Φ), Higgs doublet baru (η), Higgs singlet baru (Φ_s), neutrino *right-handed* singlet, dan ditambah partikel yang mirip dengan lepton χ_L dan χ_R. Setiap patikel memiliki nilai Z_4 yang ditampilkan pada tabel tersebut.

Grup Z_4 dan Z_2 merupakan grup simetri siklik. Z_4 memiliki empat anggota, yaitu (-*i*, *i*, -1, 1). Dengan operasi biner grup

Z_4 adalah perkalian antar anggotanya yang memenuhi persamaan (4.1)

$$\begin{aligned}(-i).i = 1, (-i).1 = (-1).i = (-i),\\ (-i).(-i) = (-1), 1.1 = (-1).(-1) = 1\end{aligned} \tag{4.1}$$

Sedangkan Z_2 memiliki dua anggota, yaitu (-1, 1). Operasi biner grup Z_2 adalah perkalian antar anggotanya yang memenuhi persamaan (4.2)

$$(+).(+) = (-).(-) = (+), (+).(-) = (-).(+) = (-) \tag{4.2}$$

Simetri Z_4 dan Z_2 merupakan simetri diskrit yang dapat diaplikasikan pada medan skalar fermion yang ada pada Ekstensi Model Standar grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ Z_4 $\otimes$ Z_2. Berdasarkan simetri diskrit, Z_4 didefinisikan transformasi dari medan skalar yang ditunjukkan pada persamaan (4.3) (Arbelaez dkk, 2019).

$$Z_4 : \Phi \to \Phi, \eta \to \eta, \Phi_s \to -\Phi_s \tag{4.3}$$

Sedangkan Z_2 didefinisikan transformasi dari medan skalar yang ditunjukkan pada persamaan (4.4)

$$Z_2 : \Phi \to \Phi, \eta \to -\eta, \Phi_s \to \Phi_s \tag{4.4}$$

Untuk fermion Model Standar adalah genap dan neutrino *right-handed* adalah ganjil (Haniah, 2019).

B. Potensial Skalar

Bentuk potensial skalar pada penelitian ini berbeda dengan potensial skalar Model Standar, karena ada penambahan partikel skalar, yaitu η dan ϕ_s, serta adanya partikel χ_L,χ_R (keduanya adalah partikel yang mirip dengan partikel lepton). Suku-suku pada persamaan Potensial skalar dihasilkan dari kombinasi wakilan fundamental masing-masing partikel skalar. Potensial skalar pada Ekstensi Model Standar ditunjukkan pada persamaan (4.5).

$$\begin{aligned} V \;=\; & \frac{1}{2}\mu_1^2\Phi^\dagger\Phi + \frac{1}{2}\mu_2^2\eta^\dagger\eta + \frac{1}{2}\mu_s^2\Phi_s^\dagger\Phi_s + \frac{1}{4}\lambda_1(\Phi^\dagger\Phi)^2 + \frac{1}{4}\lambda_2(\eta^\dagger\eta)^2 \\ & + \frac{1}{4}\lambda_3(\Phi_s^\dagger\Phi_s)^2 + \frac{1}{2}\lambda_4(\Phi^\dagger\Phi)(\eta^\dagger\eta) + \frac{1}{2}\lambda_5(\Phi^\dagger\Phi)(\Phi_s^\dagger\Phi_s) \\ & + \frac{1}{2}\lambda_6(\eta^\dagger\eta)(\Phi_s^\dagger\Phi_s) + \frac{1}{2}\lambda_7(\Phi^\dagger\eta)(\eta^\dagger\Phi) + \frac{1}{2}\lambda_8(\Phi^\dagger\Phi_s)(\Phi_s^\dagger\Phi) \\ & + \frac{1}{2}\lambda_9(\eta^\dagger\Phi_s)(\Phi_s^\dagger\eta) \end{aligned} \tag{4.5}$$

Bentuk nilai harap vakum bagi medan skalar Φ, η, dan Φ_s didefinisikan sebagai

$$\Phi_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi \end{pmatrix} \tag{4.6}$$

$$\eta_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta \end{pmatrix} \tag{4.7}$$

$$\Phi_s \equiv (\upsilon_{\phi_s}) \tag{4.8}$$

dengan υ_ϕ, υ_η, dan υ_{ϕ_s} masing-masing adalah nilai harap vakum bagi medan skalar Φ, η, dan Φ_s. Kemudian persamaan (4.6), (4.7), dan (4.8) disubstitusikan ke persamaan (4.5) sehingga didapat potensial skalar pada persamaan (4.9). (Pembuktian di lampiran B.I)

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}\mu_1^2\upsilon_\phi^2 + \frac{1}{2}\mu_2^2\upsilon_\eta^2 + \frac{1}{2}\mu_s^2\upsilon_{\phi_s}^2 + \frac{1}{4}\lambda_1\upsilon_\phi^4 + \frac{1}{4}\lambda_2\upsilon_\eta^4 + \frac{1}{4}\lambda_3\upsilon_{\phi_s}^4 \\ &\quad + \frac{1}{2}\lambda_4\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_\phi^2\upsilon_{\phi_s}^2 + \frac{1}{2}\lambda_6\upsilon_\eta^2\upsilon_{\phi_s}^2 + \frac{1}{2}\lambda_7\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta^2 \\ &\quad + \frac{1}{2}\lambda_8\upsilon_\phi^2\upsilon_{\phi_s}^2 + \frac{1}{2}\lambda_9\upsilon_\eta^2\upsilon_{\phi_s}^2 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Selanjutnya, mencari nilai ekstremum dari masing-masing medan skalar yang diperoleh dengan cara mensubstitusikan persamaan (4.10) ke persamaan (4.9).

$$\begin{gathered} \frac{\partial V}{\partial \upsilon_\phi} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial \upsilon_\eta} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial \upsilon_{\phi_s}} = 0 \end{gathered} \tag{4.10}$$

Kemudian diperoleh nilai harap vakum untuk medan Φ ditunjukkan oleh persamaan (4.11). (Pembuktian di lampiran B.II)

$$\begin{aligned} \upsilon_\phi^2 &= \frac{-\mu_1^2 - \upsilon_\eta^2(\lambda_4+\lambda_7) - \upsilon_{\phi_s}^2(\lambda_5+\lambda_8)}{\lambda_1} \\ \upsilon_\phi &= \pm\sqrt{\frac{-\mu_1^2 - \upsilon_\eta^2(\lambda_4+\lambda_7) - \upsilon_{\phi_s}^2(\lambda_5+\lambda_8)}{\lambda_1}} \end{aligned} \tag{4.11}$$

Nilai harap vakum untuk medan η ditunjukkan oleh persamaan (4.12).

$$\begin{aligned} \upsilon_\eta^2 &= \frac{-\mu_2^2 - \upsilon_\phi^2(\lambda_4+\lambda_7) - \upsilon_{\phi_s}^2(\lambda_6+\lambda_9)}{\lambda_2} \\ \upsilon_\eta &= \pm\sqrt{\frac{-\mu_2^2 - \upsilon_\phi^2(\lambda_4+\lambda_7) - \upsilon_{\phi_s}^2(\lambda_6+\lambda_9)}{\lambda_2}} \end{aligned} \tag{4.12}$$

Nilai harap vakum untuk medan Φ_s ditunjukkan oleh persamaan (4.13).

$$\begin{aligned} \upsilon_{\phi_s}^2 &= \frac{-\mu_s^2 - \upsilon_\phi^2(\lambda_5+\lambda_8) - \upsilon_\eta^2(\lambda_6+\lambda_9)}{\lambda_3} \\ \upsilon_{\phi_s} &= \pm\sqrt{\frac{-\mu_s^2 - \upsilon_\phi^2(\lambda_5+\lambda_8) - \upsilon_\eta^2(\lambda_6+\lambda_9)}{\lambda_3}} \end{aligned} \tag{4.13}$$

Dari persamaan (4.11) sampai (4.13) dapat dinyatakan bahwa antara nilai harap vakum υ_ϕ dan nilai harap vakum υ_η sama-sama sebanding dengan konstanta λ_4 dan λ_7 yang dipengaruhi nilai harap vakum yang berbeda, serta sebanding pula dengan nilai harap vakum υ_{ϕ_s} dengan konstanta yang berbeda. Untuk nilai harap vakum υ_η dan nilai harap vakum υ_{ϕ_s} sama-sama sebanding dengan konstanta λ_6 dan λ_9 yang dipengaruhi nilai harap vakum yang berbeda, serta sebanding pula dengan nilai harap vakum υ_ϕ dengan konstanta yang berbeda. Kemudian, nilai harap vakum υ_{ϕ_s} sebanding dengan nilai harap vakum υ_ϕ yang dipengaruhi oleh konstanta λ_5 dan λ_8, serta sebanding dengan nilai harap vakum υ_η yang dipengaruhi oleh konstanta λ_6 dan λ_9.

Ketiga nilai harap vakum untuk medan skalar Φ, η, dan Φ_s dapat disimpulkan bahwa nilai harap vakum untuk medan skalar Φ lebih kecil dari nilai harap vakum untuk medan skalar η dan nilai harap vakum untuk medan skalar η lebih kecil dari nilai harap vakum untuk medan skalar Φ_s ($\upsilon_\phi < \upsilon_\eta < \upsilon_{\phi_s}$).

C. Pembangkitan Massa Skalar

Pembangkitan massa medan skalar Φ, η, dan Φ_s dapat dilakukan dengan cara ekspansi di sekitar nilai harap vakum setiap medan skalar. Bentuk ekspansi masing-masing medan skalar ditunjukkan pada persamaan (4.14), (4.15), dan (4.16).

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix} \tag{4.14}$$

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix} \tag{4.15}$$

$$\Phi_s = (\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s}) \tag{4.16}$$

Kemudian bentuk ekspansi pada persamaan (4.14), (4.15), dan (4.16) disubstitusikan ke persamaan (4.5) sehingga diperoleh persamaan (4.17). (Pembuktian di lampiran B.III)

$$
\begin{aligned}
V &= \frac{\mu_1^2 \upsilon_\phi^2}{2} + \mu_1^2 \upsilon_\phi h_\phi + \frac{\mu_1^2 h_\phi^2}{2} + \frac{\mu_2^2 \upsilon_\eta^2}{2} + \mu_2^2 \upsilon_\eta h_\eta + \frac{\mu_2^2 h_\eta^2}{2} \\
&+ \frac{\mu_s^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \mu_s^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \frac{\mu_s^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \frac{\lambda_1 \upsilon_\phi^4}{4} + \lambda_1 \upsilon_\phi^3 h_\phi + \frac{3\lambda_1 \upsilon_\phi^2 h_\phi^2}{2} \\
&+ \lambda_1 \upsilon_\phi h_\phi^3 + \frac{\lambda_1 h_\phi^4}{4} + \frac{\lambda_2 \upsilon_\eta^4}{4} + \lambda_2 \upsilon_\eta^3 h_\eta + \frac{3\lambda_2 \upsilon_\eta^2 h_\eta^2}{2} + \lambda_1 \upsilon_\eta h_\eta^3 \\
&+ \frac{\lambda_2 h_\eta^4}{4} + \frac{\lambda_3 \upsilon_{\phi_s}^4}{4} + \lambda_3 \upsilon_{\phi_s}^3 h_{\phi_s} + \frac{3\lambda_3 \upsilon_{\phi_s}^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_3 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s}^3 \\
&+ \frac{\lambda_3 h_{\phi_s}^4}{4} + \frac{\lambda_4 \upsilon_\phi^2 \upsilon_\eta^2}{2} + \lambda_4 \upsilon_\phi^2 \upsilon_\eta h_\eta + \frac{\lambda_4 \upsilon_\phi^2 h_\eta^2}{2} + \lambda_4 \upsilon_\phi \upsilon_\eta^2 h_\phi \\
&+ 2\lambda_4 \upsilon_\phi \upsilon_\eta h_\phi h_\eta + \lambda_4 \upsilon_\phi h_\phi h_\eta^2 + \frac{\lambda_4 h_\phi^2 \upsilon_\eta^2}{2} + \lambda_4 h_\phi^2 \upsilon_\eta h_\eta + \frac{\lambda_4 h_\phi^2 h_\eta^2}{2} \\
&+ \frac{\lambda_5 \upsilon_\phi^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_5 \upsilon_\phi^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \frac{\lambda_5 \upsilon_\phi^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_5 \upsilon_\phi \upsilon_{\phi_s}^2 h_\phi \\
&+ 2\lambda_5 \upsilon_\phi \upsilon_{\phi_s} h_\phi h_{\phi_s} + \lambda_5 \upsilon_\phi h_\phi h_{\phi_s}^2 + \frac{\lambda_5 h_\phi^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_5 h_\phi^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} \\
&+ \frac{\lambda_5 h_\phi^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \frac{\lambda_6 \upsilon_\eta^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_6 \upsilon_\eta^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \frac{\lambda_6 \upsilon_\eta^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_6 \upsilon_\eta \upsilon_{\phi_s}^2 h_\eta \\
&+ 2\lambda_6 \upsilon_\eta \upsilon_{\phi_s} h_\eta h_{\phi_s} + \lambda_6 \upsilon_\eta h_\eta h_{\phi_s}^2 + \frac{\lambda_6 h_\eta^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_6 h_\eta^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} \\
&+ \frac{\lambda_6 h_\eta^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \frac{\lambda_7 \upsilon_\phi^2 \upsilon_\eta^2}{2} + \lambda_7 \upsilon_\phi^2 \upsilon_\eta h_\eta + \frac{\lambda_7 \upsilon_\phi^2 h_\eta^2}{2} + \lambda_7 \upsilon_\phi \upsilon_\eta^2 h_\phi \\
&+ 2\lambda_7 \upsilon_\phi \upsilon_\eta h_\phi h_\eta + \lambda_7 \upsilon_\phi h_\phi h_\eta^2 + \frac{\lambda_7 h_\phi^2 \upsilon_\eta^2}{2} + \lambda_7 h_\phi^2 \upsilon_\eta h_\eta + \frac{\lambda_7 h_\phi^2 h_\eta^2}{2} \\
&+ \frac{\lambda_8 \upsilon_\phi^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_8 \upsilon_\phi^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \frac{\lambda_8 \upsilon_\phi^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_8 \upsilon_\phi \upsilon_{\phi_s}^2 h_\phi + 2\lambda_8 \upsilon_\phi \upsilon_{\phi_s} h_\phi h_{\phi_s} \\
&+ \lambda_8 \upsilon_\phi h_\phi h_{\phi_s}^2 + \frac{\lambda_8 h_\phi^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_8 h_\phi^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \frac{\lambda_8 h_\phi^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \frac{\lambda_9 \upsilon_\eta^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} \\
&+ \lambda_9 \upsilon_\eta^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \frac{\lambda_9 \upsilon_\eta^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_9 \upsilon_\eta \upsilon_{\phi_s}^2 h_\eta + 2\lambda_9 \upsilon_\eta \upsilon_{\phi_s} h_\eta h_{\phi_s} \\
&+ \lambda_9 \upsilon_\eta h_\eta h_{\phi_s}^2 + \frac{\lambda_9 h_\eta^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_9 h_\eta^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \frac{\lambda_9 h_\eta^2 h_{\phi_s}^2}{2}
\end{aligned}
\tag{4.17}
$$

Massa medan skalar dapat diperoleh dari suku-suku yang terdapat dalam persamaan (4.17), yaitu suku yang mengandung h_ϕ^2, h_η^2, dan $h_{\phi_s}^2$. Suku-suku yang mengandung h_ϕ^2 pada persamaan (4.18).

$$h_\phi^2\left(\frac{\mu_1^2}{2}+\frac{3\lambda_1\upsilon_\phi^2}{2}+\frac{\lambda_4\upsilon_\eta^2}{2}+\frac{\lambda_5\upsilon_{\phi_s}^2}{2}+\frac{\lambda_7\upsilon_\eta^2}{2}+\frac{\lambda_8\upsilon_{\phi_s}^2}{2}\right) \tag{4.18}$$

Suku-suku yang mengandung h_η^2 ditunjukkan pada persamaan (4.19).

$$h_\eta^2\left(\frac{\mu_2^2}{2}+\frac{3\lambda_2\upsilon_\eta^2}{2}+\frac{\lambda_4\upsilon_\phi^2}{2}+\frac{\lambda_6\upsilon_{\phi_s}^2}{2}+\frac{\lambda_7\upsilon_\phi^2}{2}+\frac{\lambda_9\upsilon_{\phi_s}^2}{2}\right) \tag{4.19}$$

Suku-suku yang mengandung $h_{\phi_s}^2$ ditunjukkan pada persamaan (4.20).

$$h_{\phi_s}^2\left(\frac{\mu_s^2}{2}+\frac{3\lambda_2\upsilon_{\phi_s}^2}{2}+\frac{\lambda_5\upsilon_\phi^2}{2}+\frac{\lambda_6\upsilon_\eta^2}{2}+\frac{\lambda_8\upsilon_\phi^2}{2}+\frac{\lambda_9\upsilon_\eta^2}{2}\right) \tag{4.20}$$

Selain suku-suku yang ditunjukkan oleh persamaan (4.18), (4.19), dan (4.20) terdapat suku campuran, dimana suku-sukunya tidak dapat menghasilkan massa medan skalar, sehingga dapat diabaikan. Adapun tiga jenis suku campuran pada persamaan (4.17), yaitu $h_\phi h_\eta$, $h_\phi h_{\phi_s}$, dan $h_\eta h_{\phi_s}$. Untuk suku-suku campuran $h_\phi h_\eta$ ditunjukkan pada persamaan (4.21).

$$h_\phi h_\eta(2\lambda_4\upsilon_\phi\upsilon_\eta+2\lambda_7\upsilon_\phi\upsilon_\eta) \tag{4.21}$$

Untuk suku-suku campuran $h_\phi h_{\phi_s}$ ditunjukkan pada persamaan (4.22).

$$h_\phi h_{\phi_s}(2\lambda_5 \upsilon_\phi \upsilon_{\phi_s} + 2\lambda_8 \upsilon_\phi \upsilon_{\phi_s}) \tag{4.22}$$

Untuk suku-suku campuran $h_\eta h_{\phi_s}$ ditunjukkan pada persamaan (4.23).

$$h_\eta h_{\phi_s}(2\lambda_6 \upsilon_\eta \upsilon_{\phi_s} + 2\lambda_9 \upsilon_\eta \upsilon_{\phi_s}) \tag{4.23}$$

Agar didapatkan massa medan skalar Φ, η, dan Φ_s dapat dilakukan dengan membandingkan suku massa partikel $\frac{1}{2}m^2 h_\phi^2$, $\frac{1}{2}m^2 h_\eta^2$, dan $\frac{1}{2}m^2 h_{\phi_s}^2$ dengan masing-masing suku massa medan skalar pada persamaan (4.18) sampai (4.20), sehingga diperoleh massa medan skalar Φ, η, dan Φ_s yang ditunjukkan oleh persamaan (4.24), (4.25), dan (4.26). (Pembuktian di lampiran B.IV)

$$m_{h_\phi} = \sqrt{2\lambda_1 \upsilon_\phi^2} \tag{4.24}$$

Berdasarkan formulasi massa medan skalar Φ pada persamaan (4.24), dapat disimpulkan bahwa massa medan skalar Φ m_{h_ϕ} dipengaruhi oleh konstanta kopling λ_1 dan nilai harap vakum dari medan Φ υ_ϕ.

$$m_{h_\eta} = \sqrt{2\lambda_2 \upsilon_\eta^2} \tag{4.25}$$

Berdasarkan formulasi massa medan skalar η pada persamaan (4.25), dapat disimpulkan bahwa massa medan skalar η m_{h_η} dipengaruhi oleh konstanta kopling λ_2 dan nilai harap vakum dari medan η υ_η.

$$m_{h_{\phi_s}} = \sqrt{2\lambda_3 \upsilon_{\phi_s}^2} \tag{4.26}$$

Berdasarkan formulasi massa medan skalar Φ_s pada persamaan (4.26), dapat disimpulkan bahwa massa medan skalar Φ_s $m_{h_{\phi_s}}$ dipengaruhi oleh konstanta kopling λ_3 dan nilai harap vakum dari medan Φ_s v_{ϕ_s}.

Diasumsikan nilai harap vakum untuk medan skalar Φ lebih kecil dari nilai harap vakum untuk medan skalar η dan nilai harap vakum untuk medan skalar η lebih kecil dari nilai harap vakum untuk medan skalar Φ_s ($v_\phi < v_\eta < v_{\phi_s}$), maka massa medan skalar Φ lebih kecil dari massa medan skalar η dan massa medan skalar η lebih kecil dari massa medan skalar Φ_s ($m_{h_\phi} < m_{h_\eta} < m_{h_{\phi_s}}$).

D. Lagrangian Yukawa

Bentuk umum persamaan (2.60) Lagrangian Yukawa Ektensi Minimal Model Standar dapat digunakan untuk membangkitkan massa fermion, yaitu elektron, quark *up*, dan quark *down*. Suku-suku pada persamaan Lagrangian Yukawa diperoleh dari perkalian wakilan fundamental setiap partikel dengan hasil yang harus diperoleh adalah (**1**, **1**, 0, 1, +). Berikut contoh perkalian masing-masing wakilannya. (Perhitungan lainnya di lampiran B.V)

$$\begin{aligned}
\bar{l}_L \phi e_R &= (\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, +1, 1, +)(\mathbf{1}, \mathbf{2}, +1, 1, +)(\mathbf{1}, \mathbf{1}, -2, 1, +) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +) \\
\bar{e}_R \phi^\dagger l_L &= (\mathbf{1}^*, \mathbf{1}^*, +2, 1, +)(\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, -1, 1, +)(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1, 1, +) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +)
\end{aligned}$$

Suku-suku perkalian tersebut kemudian digabung sehingga didapatkan Lagrangian Yukawa pada Ekstensi Model Standar pada persamaan (4.27).

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_Y &= -G_1\bar{l}_L\phi e_R - G_2\bar{e}_R\phi^\dagger l_L - G_3\bar{q}_L\phi d_R - G_4\bar{d}_R\phi^\dagger q_L \\
&\quad -G_5\bar{q}_L\phi^c u_R - G_6\bar{u}_R(\phi^c)^\dagger q_L - G_7\overline{\chi}_L\eta\nu_R \\
&\quad -G_8\overline{\chi}_L\eta^c\nu_R - G_9\overline{\chi}_R\eta^c\nu_R^c - G_{10}\overline{\chi}_R\phi_s l_L \\
&\quad -G_{11}\bar{l}_L\phi_s^\dagger\chi_R - G_{12}\overline{\chi}_R\phi_s^c l_L - G_{13}\bar{l}_L\overline{\phi_s}\chi_R
\end{aligned} \tag{4.27}
$$

dengan G adalah konstanta kopling. Suku-suku yang mengandung χ_L dan χ_R dapat diabaikan, karena tidak dapat membangkitkan massa fermion. Suku-suku yang mengandung χ_L dan χ_R ditunjukkan pada persamaan (4.28).

$$
\begin{aligned}
&- G_7\overline{\chi}_L\eta\nu_R - G_8\overline{\chi}_L\eta^c\nu_R - G_9\overline{\chi}_R\eta^c\nu_R^c - G_{10}\overline{\chi}_R\phi_s l_L \\
&- G_{11}\bar{l}_L\phi_s^\dagger\chi_R - G_{12}\overline{\chi}_R\phi_s^c l_L - G_{12}\bar{l}_L\overline{\phi_s}\chi_R
\end{aligned} \tag{4.28}
$$

Suku-suku pada persamaan (4.27) dapat membangkitkan massa elektron, quark *up*, dan quark *down*.

1. Pembangkitan massa elektron (m_e)

   Dari persamaan (4.27), terdapat suku-suku yang dapat membangkitkan massa elektron yang ditunjukkan oleh persamaan (4.29).

   $$\mathcal{L}_{Y_e} = -G_1\bar{l}_L\phi e_R - G_2\bar{e}_R\phi^\dagger l_L \tag{4.29}$$

   dengan $G_1 = G_2 = G_e$. Medan skalar Φ mengambil nilai harap vakum pada persamaan (4.6) dengan bentuk ekspansinya pada persamaan (4.14). Persamaan (4.14) disubstitusikan ke persamaan (4.29) sehingga diperoleh bentuk Lagrangian Yukawa untuk elektron ditunjukkan oleh persamaan (4.30). (Pembuktian di lampiran B.VI)

$$\mathcal{L}_{Y_e} = -\frac{G_e}{\sqrt{2}} v_\phi \left(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L\right) - \frac{G_e}{\sqrt{2}} h_\phi \left(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L\right) \tag{4.30}$$

Dilihat dari persamaan (4.30), terdapat suku yang mengandung v dan *h*. Suku yang mengandung v menunjukkan massa elektron pada Ekstensi Model Standar sehingga diperoleh massa elektron pada persamaan (4.31).

$$m_e = \frac{G_e}{\sqrt{2}} v_\phi \tag{4.31}$$

sedangkan yang suku yang mengandung *h* menunjukkan interaksi antara elektron dengan medan skalar Φ.

Berdasarkan formulasi massa elektron pada persamaan (4.31), dapat disimpulkan bahwa massa elektron m_e sebanding dengan ketetapan kopling Yukawa G_e dan sebanding pula dengan nilai harap vakum dari medan Φ v_ϕ.

2. Pembangkitan massa quark *up* (m_u)

   Dari persamaan (4.27), terdapat suku-suku yang dapat membangkitkan massa quark *up* yang ditunjukkan oleh persamaan (4.32).

$$\mathcal{L}_{Y_u} = -G_5 \bar{q}_L \phi^c u_R - G_6 \bar{u}_R (\phi^c)^\dagger q_L \tag{4.32}$$

   dengan $G_5 = G_6 = G_u$. Suku-suku untuk pembangkitan massa quark *up* pada persamaan (4.32) mengandung partikel medan Φ^c, dengan definisinya ditunjukkan oleh persamaan

(4.33).

$$\Phi^c = -i\tau_2\Phi^* = \begin{pmatrix} -\overline{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \upsilon_\phi + h_\phi \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.33}$$

Definisi medan skalar Φ^c pada persamaan (4.33) disubstitusikan ke Lagrangian Yukawa pada persamaan (4.32) sehingga diperoleh bentuk Lagrangian Yukawa untuk quark *up* ditunjukkan oleh persamaan (4.34). (Pembuktian di lampiran B.VII)

$$\mathcal{L}_{Y_u} = -\frac{G_u}{\sqrt{2}}\upsilon_\phi\left(\overline{u}_L u_R + \overline{u}_R u_L\right) - \frac{G_u}{\sqrt{2}}h_\phi\left(\overline{u}_L u_R + \overline{u}_R u_L\right) \tag{4.34}$$

Dilihat dari persamaan (4.34), terdapat suku yang mengandung υ dan *h*. Suku yang mengandung υ menunjukkan massa quark *up* pada Ekstensi Model Standar sehingga diperoleh massa quark *up* pada persamaan (4.35).

$$m_u = \frac{G_u}{\sqrt{2}}\upsilon_\phi \tag{4.35}$$

sedangkan yang suku yang mengandung *h* menunjukkan interaksi antara quark *up* dengan medan skalar Φ.

Berdasarkan formulasi massa quark *up* pada persamaan (4.35), dapat disimpulkan bahwa massa quark *up* m_u sebanding dengan ketetapan kopling Yukawa G_u dan sebanding pula dengan nilai harap vakum dari medan Φ υ_ϕ.

3. Pembangkitan massa quark *down* (m_d)

Dari persamaan (4.27), terdapat suku-suku yang dapat membangkitkan quark *down* yang ditunjukkan oleh

persamaan (4.36).

$$\mathcal{L}_{Y_d} = -G_3\overline{q}_L\phi d_R - G_4\overline{d}_R\phi^\dagger q_L \tag{4.36}$$

dengan $G_3 = G_4 = G_d$. Medan skalar Φ mengambil nilai harap vakum pada persamaan (4.6) dengan bentuk ekspansinya pada persamaan (4.14). Persamaan (4.14) disubstitusikan ke persamaan (4.36) sehingga diperoleh bentuk Lagrangian Yukawa untuk quark *down* ditunjukkan oleh persamaan (4.37). (Pembuktian di lampiran B.VIII)

$$\mathcal{L}_{Y_d} = -\frac{G_d}{\sqrt{2}}v_\phi\left(\overline{d}_L d_R + \overline{d}_R d_L\right) - \frac{G_d}{\sqrt{2}}h_\phi\left(\overline{d}_L d_R + \overline{d}_R d_L\right) \tag{4.37}$$

Dilihat dari persamaan (4.37), terdapat suku yang mengandung v dan *h*. Suku yang mengandung v menunjukkan massa quark *down* pada Ekstensi Model Standar sehingga diperoleh massa quark *down* pada persamaan (4.38).

$$m_d = \frac{G_d}{\sqrt{2}}v_\phi \tag{4.38}$$

sedangkan yang suku yang mengandung *h* menunjukkan interaksi antara quark *down* dengan medan skalar Φ.

Berdasarkan formulasi massa quark *down* pada persamaan (4.38), dapat disimpulkan bahwa massa quark *down* m_d sebanding dengan ketetapan kopling Yukawa G_d dan sebanding pula dengan nilai harap vakum dari medan Φ v_ϕ.

Massa elektron, quark *up*, dan quark *down* pada persamaan (4.31), (4.35), dan (4.38) sama dengan yang ada di Model Standar, karena untuk membangkitkan ketiga massa tersebut dalam Ekstensi Model Standar adalah medan skalar Φ (Halzen dan Martin, 1984).

Perbandingan formulasi massa medan skalar pada Ekstensi Model Standar grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ $Z_4 \otimes Z_2$ dengan Model Standar grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* dapat dilihat pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2. Perbandingan massa medan skalar Ekstensi Model Standar dan Model Standar

Ekstensi Model Standar	Model Standar
$m_{h_\phi} = \sqrt{2\lambda_1 v_\phi^2}$	$m_h = \sqrt{2\lambda v^2}$
$m_{h_\eta} = \sqrt{2\lambda_2 v_\eta^2}$	
$m_{h_{\phi_s}} = \sqrt{2\lambda_3 v_{\phi_s}^2}$	

Pada Tabel 4.2 menunjukkan bahwa Model Standar memiliki satu medan skalar Higgs. Sedangkan pada Ekstensi Model Standar, terdapat partikel medan skalar Higgs yang ditambahkan, yaitu η dan Φ_s. Massa medan skalar Higgs *h* Model Standar nilainya sama dengan massa medan skalar Higgs Φ pada Ekstensi Model Standar.

Untuk perbandingan formulasi massa fermion, yaitu elektron, quark *up*, dan quark *down* pada Ekstensi Model Standar grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ $Z_4 \otimes Z_2$ dengan Model Standar grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* dapat dilihat pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3. Perbandingan massa fermion Ekstensi Model Standar dan Model Standar

Ekstensi Model Standar	Model Standar
$m_e = \frac{G_e}{\sqrt{2}} \upsilon_\phi$	$m_e = \frac{G_e}{\sqrt{2}} \upsilon$
$m_u = \frac{G_u}{\sqrt{2}} \upsilon_\phi$	$m_u = \frac{G_u}{\sqrt{2}} \upsilon$
$m_d = \frac{G_d}{\sqrt{2}} \upsilon_\phi$	$m_d = \frac{G_d}{\sqrt{2}} \upsilon$

Dengan adanya perbandingan pada Tabel 4.3 dapat diketahui bahwa massa fermion elektron, quark *up*, dan quark *down* Ekstensi Model Standar sesuai dengan massa fermion pada Model Standar.

Pembangkitan massa fermion pada Ekstensi Model Standar grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ Z_4 $\otimes$ Z_2 dengan Ekstensi Minimal Model Standar grup tera *SU(2)*$\otimes U(1)$ $\otimes$ Z_2 yang dikaji oleh Haniah dkk (2020) menggunakan partikel yang sama, yaitu fermion generasi pertama lepton dan quark *left-handed*, Higgs doublet Model Standar (Φ), ditambah dengan Higgs doublet baru (η), Higgs singlet baru (Φ_s), dan neutrino *right-handed* singlet (ditampilkan pada Tabel 2.6). Tetapi, pada Ekstensi Model Standar terdapat tambahan partikel yang mirip lepton, yaitu χ_L dan χ_R (ditampilkan pada Tabel 4.1). Walaupun menggunakan model yang berbeda dengan komponen partikel yang sedikit berbeda, hasil pembangkitan massa fermion kedua model adalah sama, yaitu massa elektron, quark *up*, dan quark *down* sebanding dengan ketetapan kopling Yukawa G dan nilai harap vakum medan skalar Φ υ_ϕ (dapat dilihat pada persamaan 2.73 dan Tabel 4.3).

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, dapat diambil kesimpulan, yaitu:

1. Formulasi massa medan skalar berdasarkan Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ $Z_4 \otimes Z_2$, yaitu:

$$\begin{aligned} m_{h_\phi} &= \sqrt{2\lambda_1 \upsilon_\phi^2} \\ m_{h_\eta} &= \sqrt{2\lambda_2 \upsilon_\eta^2} \\ m_{h_{\phi_s}} &= \sqrt{2\lambda_3 \upsilon_{\phi_s}^2} \end{aligned}$$

2. Formulasi massa fermion berdasarkan Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ $Z_4 \otimes Z_2$, yaitu:

$$\begin{aligned} m_e &= \frac{G_e}{\sqrt{2}} \upsilon_\phi \\ m_u &= \frac{G_u}{\sqrt{2}} \upsilon_\phi \\ m_d &= \frac{G_d}{\sqrt{2}} \upsilon_\phi \end{aligned}$$

3. Perbandingan formulasi massa skalar dan massa fermion pada Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ $Z_4 \otimes Z_2$ sesuai dengan Model Standar.

B. Saran

Saran untuk penelitian selanjutnya adalah dengan partikel yang ada pada Ekstensi Model Standar dengan grup tera *SU(3)* $\otimes$ *SU(2)* $\otimes$ *U(1)* $\otimes$ Z_4 $\otimes$ Z_2 diharapkan dapat digunakan untuk membangkitkan massa neutrino, serta suku yang campuran yang diabaikan pada potensial skalar dapat diperhitungkan.

DAFTAR PUSTAKA

Aguilar, dkk. 2001. *Evidence for Neutrino Oscillations from the Observation of Electron Anti-neutrinos in a Muon Anti-Neutrino Beam*. Physical Review D. Vol. 64, No.112007.

Arbelaez, dkk. 2019. *Radiative Type-I Seesaw Neutrino Masses*. IFIC: 19-40. arXiv: 1910.04178v1 [hep-ph].

Chulia, S. C., dkk. 2016. *Dirac Neutrinos and Dark Matter Stability From Lepton Quarticity*. arXiv: 1606.04543v1 [hep-ph].

Collaboration, ATLAS. 2012. *Observation of a New Particle in the Search for the Standar Model Higgs Boson with the ATLAS Detector at the LHC*. Physics Letter B. Vol. 716, Issue 1, p. 1-29.

Collins, P. D. B., dkk. 1989. *Particlle Physics and Cosmology*. Inggris: John Wiley and Sons, Inc.

Das, Pritan. 2020. *Phenomenology of keV Sterile Neutrino In Minimal Extended Seesaw*. arXiv: 1908.08417v2 [hep-ph].

Davidson, S., dkk. 2000. *A New Perspective on Baryogenesis*. Physicsal Review Letters. Vol. 84, No. 4284.

Gondolo, P dan Gelmini, G. 2005. *Compatibility of DAMA dark matter detection with other searchers*. Physical Review D. Vol. 17, No. 123520.

Griffiths, David . 2008. *Introduction to Elementary Particle*. Edisi 2. Wheinheim: WILEY-VCH Verlag Gmbh dan Co.KGaA.

Halzen, F., dan Martin, A. D. 1984. *Quark and Lepton An Introduction Course in Modern Particle*. Inggris: John Wiley and Sons, Inc.

Haniah, dkk. 2020. *Scalar Field Mass Generation in the Gauge Theory*$SU(2) \otimes U(2) \otimes Z_2$. Jurnal of Physics. 1539(2020) 012005

Isnanto, Ginanjar. 2018. *Zarrah dalam Perspektif Mufassir dan Sains*. Skripsi. Semarang : UIN Walisongo.

Istikomah. 2020. *Pembangkitan Massa Medan Skalar dan Boson Tera pada Model Simetri Kiri Kanan Termodifikasi Berdasarkan Grup Tera* $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_Y$. Jurnal Fisika. Vol. 10, No. 2. Halaman: 35-41.

Komarudin. 2017. *Studi Interaksi Quark-Antiquark (Meson) dengan Pendekatan Integral Lintas Feyman-Schwinger*. Skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim.

Ky, N. A., Quang, dan Hong. 2021. *A Neutrino Mixing Model Based On An* $A_1 \times Z_3 \times Z_4$ *Flavour Symmetry*. arXiv: 1610.00304v1 [hep-ph].

Ma, Ernest. 2006. *Verifiable Radiative Seesaw Mechanism of Neutrino Mass and Dark Matter*. arXiv: hep-ph/0601226v1.

Nafisah, Durrotun. 2019. *Spektrum Graf Subgrup Dari Grup Simetri*. Skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim.

Nurhadi. 2015. *Rumusan Eksak Osilasi Neutrino dalam Materi dengan Kerapatan Konstan*. Tesis. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Panuluh, A.H., dan Satriawan, M. 2016. *Pembangkitan Massa Neutrino dalam Model Korespondensi Spinor Skalar*. Risalah Fisika. Vol. 1, No.1.

Panuluh, A.H., dan Satriawan, M. 2016. *Massa Leptoquark Perantara Peluruhan Proton Dalam Model Korespondensi Spinor Skalar*. Jurnal Penelitian. Vol. 20, No. 1, p. 10-15.

Pati, J.C., Salam,A., 1974. *Lepton Number As The Fourth "color"*. Physical Review D. Vol. 10, No. 1.

Purwanto, A. 2005. *Mekanisme Seesaw dalam Ruang dengan Dimensi Ekstra*. Jurnal Fisika dan Aplikasinya. Vol. 1, No. 2.

Rizqiyah, Z., 2018. *Studi Osilasi Neutrino Melalui Pendekatan Teori Medan Kuantum: Kuantisasi I Kuantisasi II*. Skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim.

Rosyid, Muhammad F. 2015. *Aljabar Abstrak Dalam Fisika*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press Anggota IKAPI.

Sarma, L., Bichitra, dan Mrinal. 2021. *Dark Matter and Low Scale Leptogenesis In A Flavor Symmetric Neutrino Two Higgs Doublet Model (ν2HDM)*. arXiv: 2106.04124v2 [hep-ph].

Setyadi, Chalis dan Satriawan, Mirza. 2017. *Pembangkitan Massa Partikel pada Model Simetri Kiri-Kanan Alami dengan Tambahan Bilangan Kuantum Global*. Skripsi. ISSN 0216-3128. Halaman 389-392.

Setyoko, A.T. 2019. *Teori Yang Mills Kuaternionik*. Skripsi. Semarang: UIN Walisongo.

Weinberg, Steven. 1967. *A Model of Lepton*. Physics Review Letters. Vol. 19, No. 21.

Verma, Rishu, dkk. 2021. *Scalar Dark Matter in* A_4 *Based Texture One-zero Neutrinoo Mass Model Within Inverse Seesaw Mechanism*. arXiv: 2102.03074v4 [hep-ph].

Vien, V. V. 2021. *Fermion Mass Hierarchies and Mixings In A B-L Model With* $D_4 \times Z_4 \times Z_2$ *Symmetry*. arXiv: 2111.14701v1 [hep-ph].

Wess dan Zumino. 1974. *Super Gauge Transformation in Four Dimensions*. Nuclear Physics B. Vol. 70, pp. 39-50.

Wijaya, Bundi E. 2012. *Massa Neutrino Setelah Perusakan Simetri GUT SU(6) Dimensi-5*. Skripsi. Depok: Universitas Indonesia.

Lampiran 1. Pembuktian Rumus di BAB II

A. Lampiran A.I

Pembuktian memperoleh Persamaan (2.23).

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_D &= i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\left(P_L+P_R\right)\psi - m\overline{\psi}\left(P_L+P_R\right)\psi \\
&= i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_L\psi + i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_R\psi - m\overline{\psi}P_L\psi - m\overline{\psi}P_R\psi \\
&= i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_L^2\psi + i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_R^2\psi - m\overline{\psi}P_L\psi - m\overline{\psi}P_R\psi \\
&= i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_L P_L\psi + i\overline{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu P_R P_R\psi - m\overline{\psi}P_L P_L\psi \\
&- m\overline{\psi}P_R P_R\psi \\
&= i\overline{\psi}\gamma^\mu P_L\partial_\mu\psi_L + i\overline{\psi}\gamma^\mu P_R\partial_\mu\psi_R - m\overline{\psi}_R\psi_L - m\overline{\psi}_L\psi_R \\
&= i\overline{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}\left(1-\gamma^5\right)\partial_\mu\psi_L + i\overline{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}\left(1+\gamma^5\right)\partial_\mu\psi_R \\
&- m\overline{\psi}_R\psi_L - m\overline{\psi}_L\psi_R \\
&= i\overline{\psi}\frac{1}{2}\left(\gamma^\mu-\gamma^\mu\gamma^5\right)\partial_\mu\psi_L + i\overline{\psi}\frac{1}{2}\left(\gamma^\mu+\gamma^\mu\gamma^5\right)\partial_\mu\psi_R \\
&- m\overline{\psi}_R\psi_L - m\overline{\psi}_L\psi_R \\
&= i\overline{\psi}\frac{1}{2}\left(\gamma^\mu+\gamma^5\gamma^\mu\right)\partial_\mu\psi_L + i\overline{\psi}\frac{1}{2}\left(\gamma^\mu-\gamma^5\gamma^\mu\right)\partial_\mu\psi_R \\
&- m\overline{\psi}_R\psi_L - m\overline{\psi}_L\psi_R \\
&= i\overline{\psi}\frac{1}{2}\left(1+\gamma^5\right)\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + i\overline{\psi}\frac{1}{2}\left(1-\gamma^5\right)\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R \\
&- m\overline{\psi}_R\psi_L - m\overline{\psi}_L\psi_R \\
&= i\overline{\psi}P_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + i\overline{\psi}P_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R - m\overline{\psi}_R\psi_L - m\overline{\psi}_L\psi_R \\
&= i\overline{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + i\overline{\psi}_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R - m\overline{\psi}_R\psi_L - m\overline{\psi}_L\psi_R
\end{aligned}
$$

B. Lampiran A.II

Pembuktian Persamaan (2.35) dan (2.36).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \upsilon} &= 0\\
\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\mu^2\upsilon^2+\frac{1}{4}\lambda\upsilon^4\right)}{\partial \upsilon} &= 0\\
\frac{1}{2}\mu^2(2\upsilon)+\frac{1}{4}\lambda(4\upsilon^3) &= 0\\
\mu^2\upsilon+\lambda\upsilon^3 &= 0\\
\upsilon(\mu^2+\lambda\upsilon^2) &= 0\\
\mu^2+\lambda\upsilon^2 &= 0\\
\upsilon^2 &= -\frac{\mu^2}{\lambda}\\
\upsilon &= \pm\sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}
\end{aligned}$$

C. Lampiran A.III

Pembuktian Persamaan (2.38).

$$\begin{aligned}
V(\phi) &= \frac{1}{2}\mu^2\phi^2+\frac{1}{4}\phi\lambda^4\\
&= \frac{1}{2}\mu^2\phi^\dagger\phi+\frac{1}{4}\lambda(\phi^\dagger\phi)^2\\
&= \frac{1}{2}\mu^2\begin{pmatrix} 0 & \upsilon+h\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0\\ \upsilon+h\end{pmatrix}+\frac{1}{4}\lambda\left(\begin{pmatrix} 0 & \upsilon+h\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0\\ \upsilon+h\end{pmatrix}\right)^4\\
&= \frac{1}{2}\mu^2(\upsilon+h)^2+\frac{1}{4}\lambda(\upsilon+h)^4\\
&= \frac{1}{2}\mu^2(\upsilon^2+2\upsilon h+h^2)+\frac{1}{4}\lambda(\upsilon^4+4\upsilon^3h+6\upsilon^2h^2+4\upsilon h^3+h^4)
\end{aligned}$$

D. Lampiran A.IV

Pembuktian Persamaan (2.39).

$$
\begin{aligned}
V(\phi) &= \frac{1}{2}\mu^2(\upsilon^2 + 2\upsilon h + h^2) + \frac{1}{4}\lambda(\upsilon^4 + 4\upsilon^3 h + 6\upsilon^2 h^2 + 4\upsilon h^3 + h^4) \\
&= \frac{1}{2}(-\lambda\upsilon^2)(\upsilon^2 + 2\upsilon h + h^2) + \frac{1}{4}\lambda(\upsilon^4 + 4\upsilon^3 h + 6\upsilon^2 h^2 + 4\upsilon h^3 \\
&+ h^4) \\
&= -\frac{\lambda\upsilon^4}{2} - \lambda\upsilon^3 h - \frac{\lambda\upsilon^2 h^2}{2} + \frac{\lambda\upsilon^4}{4} + \lambda\upsilon^3 h + \frac{3\lambda\upsilon^2 h^2}{2} + \lambda\upsilon h^3 \\
&+ \frac{\lambda h^4}{4} \\
&= \lambda\upsilon^2 h^2 + \lambda\upsilon h^3 + \frac{\lambda h^4}{4} - \frac{\lambda\upsilon^4}{4}
\end{aligned}
$$

E. Lampiran A.V

Pembuktian Persamaan (2.46).

$$
\begin{aligned}
&= \left|\left[\begin{pmatrix} \partial_\mu & 0 \\ 0 & \partial_\mu \end{pmatrix} + \frac{i}{2}\begin{pmatrix} gW^3_\mu + g'B_\mu & gW^1_\mu - igW^2_\mu \\ gW^1_\mu + igW^2_\mu & -gW^3_\mu + g'B_\mu \end{pmatrix}\right]\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon \end{pmatrix}\right|^2 \\
&= \left|\frac{i}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} (gW^1_\mu - igW^2_\mu)\upsilon \\ (-gW^3_\mu + g'B_\mu)\upsilon \end{pmatrix}\right|^2 \\
&= \frac{\upsilon^2}{8}\begin{pmatrix} gW^{1\mu} + igW^{2\mu} & -gW^{3\mu} + g'B^\mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} gW^1_\mu - igW^2_\mu \\ -gW^3_\mu + g'B_\mu \end{pmatrix} \\
&= \frac{\upsilon^2}{8}((gW^{1\mu} + igW^{2\mu})(gW^1_\mu - igW^2_\mu)) + ((-gW^{3\mu} + g'B^\mu)(-gW^3_\mu \\
&+ g'B_\mu)) \\
&= \frac{\upsilon^2}{8}(g^2W^{1\mu}W^1_\mu - ig^2W^{1\mu}W^2_\mu - ig^2W^{2\mu}W^1_\mu + g^2W^{2\mu}W^2_\mu) \\
&+ (-g^2W^{3\mu}W^3_\mu - gg'W^{3\mu}B_\mu - gg'B^\mu W^3_\mu + g'^2B^\mu B_\mu) \\
&= \frac{\upsilon^2}{8}(g^2[(W^1_\mu)^2 + (W^2_\mu)^2] + g^2W^{3\mu}W^3_\mu - 2gg'W^{3\mu}B_\mu + g'^2B^\mu B_\mu) \\
&= \frac{\upsilon^2 g^2}{4}(W^+_\mu W^-_\mu) + \frac{\upsilon^2}{8}\begin{pmatrix} W^3_\mu & B_\mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

F. Lampiran A.VI

Pembuktian Persamaan (2.51).

$$
\begin{aligned}
S^\dagger M S &= \frac{1}{g^2 + g'^2}\begin{pmatrix} g & -g' \\ g' & g \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g & g' \\ -g' & g \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{g^2 + g'^2}\begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

G. Lampiran A.VII

Pembuktian Persamaan (2.52).

$$
\begin{aligned}
&= \frac{\upsilon^2}{8}\begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu \end{pmatrix} SS^\dagger MSS^\dagger \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \\
&= \frac{\upsilon^2}{8(g^2+g'^2)}\begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g & g' \\ -g' & g \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g^2+g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&\quad \begin{pmatrix} g & -g' \\ g' & g \end{pmatrix}\begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \\
&= \frac{\upsilon^2}{8(g^2+g'^2)}\begin{pmatrix} gW_\mu^3 - g'B_\mu & g'W_\mu^3 + gB_\mu \end{pmatrix} \\
&\qquad \begin{pmatrix} g^2+g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} gW^{3\mu} - g'B^\mu \\ g'W^{3\mu} + gB^\mu \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

H. Lampiran A.VIII

Pembuktian Persamaan (2.66).

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Y_{du}} &= -G_d\begin{pmatrix} \overline{u} & \overline{d} \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} d_R - G_u \begin{pmatrix} \overline{u} & \overline{d} \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} -\overline{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix} u_R \\
&+ h.c. \\
&= -G_d\begin{pmatrix} \overline{u} & \overline{d} \end{pmatrix}_L \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon + h \end{pmatrix} d_R - G_u \begin{pmatrix} \overline{u} & \overline{d} \end{pmatrix}_L \\
&\qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \upsilon + h \\ 0 \end{pmatrix} u_R + h.c.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= -\frac{G_d}{\sqrt{2}} v\overline{d}_L d_R - \frac{G_d}{\sqrt{2}} h\overline{d}_L d_R - \frac{G_u}{\sqrt{2}} v\overline{u}_L u_R - \frac{G_u}{\sqrt{2}} h\overline{u}_L u_R \\
&+ h.c. \\
&= -\frac{G_d}{\sqrt{2}} v(\overline{d}_L d_R + h.c.) - \frac{G_u}{\sqrt{2}} v(\overline{u}_L u_R + h.c.) - \frac{G_d}{\sqrt{2}} h(\overline{d}_L d_R + h.c.) \\
&- \frac{G_u}{\sqrt{2}} h(\overline{u}_L u_R + h.c.) \\
&= -m_d\overline{d}d - m_u\overline{u}u - \frac{m_d}{v}\overline{d}dh - \frac{m_u}{v}\overline{u}uh
\end{aligned}
$$

Lampiran 2. Pembuktian Rumus di BAB IV

I. Lampiran B.I

Pembuktian Persamaan (4.9).

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{2}\mu_1^2\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi \end{pmatrix}\Bigg] + \frac{1}{2}\mu_2^2\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta \end{pmatrix}\Bigg] \\
&+ \frac{1}{2}\mu_s^2[(\upsilon_{\phi_s})\,(\upsilon_{\phi_s})] + \frac{1}{4}\lambda_1\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi \end{pmatrix}\Bigg]^2 \\
&+ \frac{1}{4}\lambda_2\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta \end{pmatrix}\Bigg]^2 + \frac{1}{4}\lambda_3[(\upsilon_{\phi_s})\,(\upsilon_{\phi_s})]^2 \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_4\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi \end{pmatrix}\Bigg]\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta \end{pmatrix}\Bigg] \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_5\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi \end{pmatrix}\Bigg][(\upsilon_{\phi_s})\,(\upsilon_{\phi_s})] \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_6\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta \end{pmatrix}\Bigg][(\upsilon_{\phi_s})\,(\upsilon_{\phi_s})] \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_7\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta \end{pmatrix}\Bigg]\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi \end{pmatrix}\Bigg] \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_8\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi \end{pmatrix}(\upsilon_{\phi_s})\Bigg]\Bigg[(\upsilon_{\phi_s})\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi \end{pmatrix}\Bigg] \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_9\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta \end{pmatrix}(\upsilon_{\phi_s})\Bigg]\Bigg[(\upsilon_{\phi_s})\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta \end{pmatrix}\Bigg]
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}\mu_1^2\upsilon_\phi^2 + \frac{1}{2}\mu_2^2\upsilon_\eta^2 + \frac{1}{2}\mu_s^2\upsilon_{\phi_s}^2 + \frac{1}{4}\lambda_1\upsilon_\phi^4 + \frac{1}{4}\lambda_2\upsilon_\eta^4 + \frac{1}{4}\lambda_3\upsilon_{\phi_s}^4 \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_4\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta^2 + \frac{1}{2}\lambda_5\upsilon_\phi^2\upsilon_{\phi_s}^2 + \frac{1}{2}\lambda_6\upsilon_\eta^2\upsilon_{\phi_s}^2 + \frac{1}{2}\lambda_7\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta^2 \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_8\upsilon_\phi^2\upsilon_{\phi_s}^2 + \frac{1}{2}\lambda_9\upsilon_\eta^2\upsilon_{\phi_s}^2
\end{aligned}
$$

J. Lampiran B.II

Pembuktian Persamaan (4.11).

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \upsilon_\phi} &= 0 \\
\mu_1^2\upsilon_\phi + \lambda_1\upsilon_\phi^3 + \lambda_4\upsilon_\phi\upsilon_\eta^2 + \lambda_5\upsilon_\phi\upsilon_{\phi_s}^2 + \lambda_7\upsilon_\phi\upsilon_\eta^2 + \lambda_8\upsilon_\phi\upsilon_{\phi_s}^2 &= 0 \\
\upsilon_\phi(\mu_1^2 + \lambda_1\upsilon_\phi^2 + \lambda_4\upsilon_\eta^2 + \lambda_5\upsilon_{\phi_s}^2 + \lambda_7\upsilon_\eta^2 + \lambda_8\upsilon_{\phi_s}^2) &= 0 \\
\mu_1^2 + \lambda_1\upsilon_\phi^2 + \lambda_4\upsilon_\eta^2 + \lambda_5\upsilon_{\phi_s}^2 + \lambda_7\upsilon_\eta^2 + \lambda_8\upsilon_{\phi_s}^2 &= 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda_1\upsilon_\phi^2 &= -\mu_1^2 - \lambda_4\upsilon_\eta^2 - \lambda_5\upsilon_{\phi_s}^2 - \lambda_7\upsilon_\eta^2 - \lambda_8\upsilon_{\phi_s}^2 \\
\upsilon_\phi^2 &= \frac{-\mu_1^2 - \upsilon_\eta^2(\lambda_4 + \lambda_7) - \upsilon_{\phi_s}^2(\lambda_5 + \lambda_8)}{\lambda_1} \\
\upsilon_\phi &= \pm\sqrt{\frac{-\mu_1^2 - \upsilon_\eta^2(\lambda_4 + \lambda_7) - \upsilon_{\phi_s}^2(\lambda_5 + \lambda_8)}{\lambda_1}}
\end{aligned}
$$

Pembuktian Persamaan (4.12).

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \upsilon_\eta} &= 0 \\
\mu_2^2\upsilon_\eta + \lambda_2\upsilon_\eta^3 + \lambda_4\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta + \lambda_6\upsilon_\eta\upsilon_{\phi_s}^2 + \lambda_7\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta + \lambda_9\upsilon_\eta\upsilon_{\phi_s}^2 &= 0 \\
\upsilon_\eta(\mu_2^2 + \lambda_2\upsilon_\eta^2 + \lambda_4\upsilon_\phi^2 + \lambda_6\upsilon_{\phi_s}^2 + \lambda_7\upsilon_\phi^2 + \lambda_9\upsilon_{\phi_s}^2) &= 0 \\
\mu_2^2 + \lambda_2\upsilon_\eta^2 + \lambda_4\upsilon_\phi^2 + \lambda_6\upsilon_{\phi_s}^2 + \lambda_7\upsilon_\phi^2 + \lambda_9\upsilon_{\phi_s}^2 &= 0
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
\lambda_2 \upsilon_\eta^2 &= -\mu_2^2 - \lambda_4 \upsilon_\phi^2 - \lambda_6 \upsilon_{\phi_s}^2 - \lambda_7 \upsilon_\phi^2 - \lambda_9 \upsilon_{\phi_s}^2 \\
\upsilon_\eta^2 &= \frac{-\mu_2^2 - \upsilon_\phi^2(\lambda_4 + \lambda_7) - \upsilon_{\phi_s}^2(\lambda_6 + \lambda_9)}{\lambda_2} \\
\upsilon_\eta &= \pm\sqrt{\frac{-\mu_2^2 - \upsilon_\phi^2(\lambda_4 + \lambda_7) - \upsilon_{\phi_s}^2(\lambda_6 + \lambda_9)}{\lambda_2}}
\end{aligned}$$

Pembuktian Persamaan (4.13).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial \upsilon_{\phi_s}} &= 0 \\
\mu_s^2 \upsilon_{\phi_s} + \lambda_3 \upsilon_{\phi_s}^3 + \lambda_5 \upsilon_\phi^2 \upsilon_{\phi_s} + \lambda_6 \upsilon_\eta^2 \upsilon_{\phi_s} + \lambda_8 \upsilon_\phi^2 \upsilon_{\phi_s} + \lambda_9 \upsilon_\eta^2 \upsilon_{\phi_s} &= 0 \\
\upsilon_{\phi_s}(\mu_s^2 + \lambda_3 \upsilon_{\phi_s}^2 + \lambda_5 \upsilon_\phi^2 + \lambda_6 \upsilon_\eta^2 + \lambda_8 \upsilon_\phi^2 + \lambda_9 \upsilon_\eta^2) &= 0 \\
\mu_s^2 + \lambda_3 \upsilon_{\phi_s}^2 + \lambda_5 \upsilon_\phi^2 + \lambda_6 \upsilon_\eta^2 + \lambda_8 \upsilon_\phi^2 + \lambda_9 \upsilon_\eta^2 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_3 \upsilon_{\phi_s}^2 &= -\mu_s^2 - \lambda_5 \upsilon_\phi^2 - \lambda_6 \upsilon_\eta^2 - \lambda_8 \upsilon_\phi^2 - \lambda_9 \upsilon_\eta^2 \\
\upsilon_{\phi_s}^2 &= \frac{-\mu_s^2 - \upsilon_\phi^2(\lambda_5 + \lambda_8) - \upsilon_\eta^2(\lambda_6 + \lambda_9)}{\lambda_3} \\
\upsilon_{\phi_s} &= \pm\sqrt{\frac{-\mu_s^2 - \upsilon_\phi^2(\lambda_5 + \lambda_8) - \upsilon_\eta^2(\lambda_6 + \lambda_9)}{\lambda_3}}
\end{aligned}$$

K. Lampiran B.III

Pembuktian Persamaan (4.17).

$$
\begin{aligned}
V &= \frac{1}{2}\mu_1^2\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}\Bigg] \\
&+ \frac{1}{2}\mu_2^2\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}\Bigg] \\
&+ \frac{1}{2}\mu_s^2[(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})] + \frac{1}{4}\lambda_1\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}\Bigg]^2 \\
&+ \frac{1}{4}\lambda_2\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}\Bigg]^2 + \frac{1}{4}\lambda_3[(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})]^2 \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_4\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}\Bigg]\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}\Bigg] \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_5\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}\Bigg][(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})] \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_6\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}\Bigg][(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})] \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_7\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}\Bigg]\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}\Bigg] \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_8\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})\Bigg]\Bigg[(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix}\Bigg] \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_9\Bigg[\begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})\Bigg]\Bigg[(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})\begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\eta + h_\eta \end{pmatrix}\Bigg]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}\mu_1^2(\upsilon_\phi + h_\phi)^2 + \frac{1}{2}\mu_2^2(\upsilon_\eta + h_\eta)^2 + \frac{1}{2}\mu_s^2(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})^2 \\
&+ \frac{1}{4}\lambda_1(\upsilon_\phi + h_\phi)^4 + \frac{1}{4}\lambda_2(\upsilon_\eta + h_\eta)^4 + \frac{1}{4}\lambda_3(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})^4 \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_4(\upsilon_\phi + h_\phi)^2(\upsilon_\eta + h_\eta)^2 + \frac{1}{2}\lambda_5(\upsilon_\phi + h_\phi)^2(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})^2 \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_6(\upsilon_\eta + h_\eta)^2(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})^2 + \frac{1}{2}\lambda_7[(\upsilon_\phi + h_\phi)(\upsilon_\eta + h_\eta)] \\
&\quad [(\upsilon_\eta + h_\eta)(\upsilon_\phi + h_\phi)] + \frac{1}{2}\lambda_8[(\upsilon_\phi + h_\phi)(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})] \\
&\quad [(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})(\upsilon_\phi + h_\phi)] + \frac{1}{2}\lambda_9[(\upsilon_\eta + h_\eta)(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})] \\
&\quad [(\upsilon_{\phi_s} + h_{\phi_s})(\upsilon_\eta + h_\eta)] \\
&= \frac{1}{2}\mu_1^2(\upsilon_\phi^2 + 2\upsilon_\phi h_\phi + h_\phi^2) + \frac{1}{2}\mu_2^2(\upsilon_\eta^2 + 2\upsilon_\eta h_\eta + h_\eta^2) \\
&+ \frac{1}{2}\mu_s^2(\upsilon_{\phi_s}^2 + 2\upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + h_{\phi_s}^2) \\
&+ \frac{1}{4}\lambda_1(\upsilon_\phi^4 + 4\upsilon_\phi^3 h_\phi + 6\upsilon_\phi^2 h_\phi^2 + 4\upsilon_\phi h_\phi^3 + h_\phi^4) \\
&+ \frac{1}{4}\lambda_2(\upsilon_\eta^4 + 4\upsilon_\eta^3 h_\eta + 6\upsilon_\eta^2 h_\eta^2 + 4\upsilon_\eta h_\eta^3 + h_\eta^4) \\
&+ \frac{1}{4}\lambda_3(\upsilon_{\phi_s}^4 + 4\upsilon_{\phi_s}^3 h_{\phi_s} + 6\upsilon_{\phi_s}^2 h_{\phi_s}^2 + 4\upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s}^3 + h_{\phi_s}^4) \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_4(\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta^2 + 2\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta h_\eta + \upsilon_\phi^2 h_\eta^2 + 2\upsilon_\phi\upsilon_\eta^2 h_\phi + 4\upsilon_\phi\upsilon_\eta h_\phi h_\eta \\
&+ 2\upsilon_\phi h_\phi h_\eta^2 + h_\phi^2\upsilon_\eta^2 + 2h_\phi^2\upsilon_\eta h_\eta + h_\phi^2 h_\eta^2) \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_5(\upsilon_\phi^2\upsilon_{\phi_s}^2 + 2\upsilon_\phi^2\upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \upsilon_\phi^2 h_{\phi_s}^2 + 2\upsilon_\phi\upsilon_{\phi_s}^2 h_\phi + 4\upsilon_\phi\upsilon_{\phi_s} h_\phi h_{\phi_s} \\
&+ 2\upsilon_\phi h_\phi h_{\phi_s}^2 + h_\phi^2\upsilon_{\phi_s}^2 + 2h_\phi^2\upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + h_\phi^2 h_{\phi_s}^2) \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_6(\upsilon_\eta^2\upsilon_{\phi_s}^2 + 2\upsilon_\eta^2\upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \upsilon_\eta^2 h_{\phi_s}^2 + 2\upsilon_\eta\upsilon_{\phi_s}^2 h_\eta + 4\upsilon_\eta\upsilon_{\phi_s} h_\eta h_{\phi_s} \\
&+ 2\upsilon_\eta h_\eta h_{\phi_s}^2 + h_\eta^2\upsilon_{\phi_s}^2 + 2h_\eta^2\upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + h_\eta^2 h_{\phi_s}^2) \\
&+ \frac{1}{2}\lambda_7(\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta^2 + 2\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta h_\eta + \upsilon_\phi^2 h_\eta^2 + 2\upsilon_\phi\upsilon_\eta^2 h_\phi + 4\upsilon_\phi\upsilon_\eta h_\phi h_\eta \\
&+ 2\upsilon_\phi h_\phi h_\eta^2 + h_\phi^2\upsilon_\eta^2 + 2h_\phi^2\upsilon_\eta h_\eta + h_\phi^2 h_\eta^2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ && \frac{1}{2}\lambda_8(\upsilon_\phi^2\upsilon_{\phi_s}^2 + 2\upsilon_\phi^2\upsilon_{\phi_s}h_{\phi_s} + \upsilon_\phi^2 h_{\phi_s}^2 + 2\upsilon_\phi\upsilon_{\phi_s}^2 h_\phi + 4\upsilon_\phi\upsilon_{\phi_s}h_\phi h_{\phi_s}\\
&+ && 2\upsilon_\phi h_\phi h_{\phi_s}^2 + h_\phi^2\upsilon_{\phi_s}^2 + 2h_\phi^2\upsilon_{\phi_s}h_{\phi_s} + h_\phi^2 h_{\phi_s}^2)\\
&+ && \frac{1}{2}\lambda_9(\upsilon_\eta^2\upsilon_{\phi_s}^2 + 2\upsilon_\eta^2\upsilon_{\phi_s}h_{\phi_s} + \upsilon_\eta^2 h_{\phi_s}^2 + 2\upsilon_\eta\upsilon_{\phi_s}^2 h_\eta + 4\upsilon_\eta\upsilon_{\phi_s}h_\eta h_{\phi_s}\\
&+ && 2\upsilon_\eta h_\eta h_{\phi_s}^2 + h_\eta^2\upsilon_{\phi_s}^2 + 2h_\eta^2\upsilon_{\phi_s}h_{\phi_s} + h_\eta^2 h_{\phi_s}^2)\\
V &= && \frac{\mu_1^2\upsilon_\phi^2}{2} + \mu_1^2\upsilon_\phi h_\phi + \frac{\mu_1^2 h_\phi^2}{2} + \frac{\mu_2^2\upsilon_\eta^2}{2} + \mu_2^2\upsilon_\eta h_\eta + \frac{\mu_2^2 h_\eta^2}{2}\\
&+ && \frac{\mu_s^2\upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \mu_s^2\upsilon_{\phi_s}h_{\phi_s} + \frac{\mu_s^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \frac{\lambda_1\upsilon_\phi^4}{4} + \lambda_1\upsilon_\phi^3 h_\phi + \frac{3\lambda_1\upsilon_\phi^2 h_\phi^2}{2}\\
&+ && \lambda_1\upsilon_\phi h_\phi^3 + \frac{\lambda_1 h_\phi^4}{4} + \frac{\lambda_2\upsilon_\eta^4}{4} + \lambda_2\upsilon_\eta^3 h_\eta + \frac{3\lambda_2\upsilon_\eta^2 h_\eta^2}{2} + \lambda_1\upsilon_\eta h_\eta^3\\
&+ && \frac{\lambda_2 h_\eta^4}{4} + \frac{\lambda_3\upsilon_{\phi_s}^4}{4} + \lambda_3\upsilon_{\phi_s}^3 h_{\phi_s} + \frac{3\lambda_3\upsilon_{\phi_s}^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_3\upsilon_{\phi_s}h_{\phi_s}^3 + \frac{\lambda_3 h_{\phi_s}^4}{4}\\
&+ && \frac{\lambda_4\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta^2}{2} + \lambda_4\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta h_\eta + \frac{\lambda_4\upsilon_\phi^2 h_\eta^2}{2} + \lambda_4\upsilon_\phi\upsilon_\eta^2 h_\phi + 2\lambda_4\upsilon_\phi\upsilon_\eta h_\phi h_\eta\\
&+ && \lambda_4\upsilon_\phi h_\phi h_\eta^2 + \frac{\lambda_4 h_\phi^2\upsilon_\eta^2}{2} + \lambda_4 h_\phi^2\upsilon_\eta h_\eta + \frac{\lambda_4 h_\phi^2 h_\eta^2}{2} + \frac{\lambda_5\upsilon_\phi^2\upsilon_{\phi_s}^2}{2}\\
&+ && \lambda_5\upsilon_\phi^2\upsilon_{\phi_s}h_{\phi_s} + \frac{\lambda_5\upsilon_\phi^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_5\upsilon_\phi\upsilon_{\phi_s}^2 h_\phi + 2\lambda_5\upsilon_\phi\upsilon_{\phi_s}h_\phi h_{\phi_s} + \lambda_5\upsilon_\phi h_\phi h_{\phi_s}^2\\
&+ && \frac{\lambda_5 h_\phi^2\upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_5 h_\phi^2\upsilon_{\phi_s}h_{\phi_s} + \frac{\lambda_5 h_\phi^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \frac{\lambda_6\upsilon_\eta^2\upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_6\upsilon_\eta^2\upsilon_{\phi_s}h_{\phi_s}\\
&+ && \frac{\lambda_6\upsilon_\eta^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_6\upsilon_\eta\upsilon_{\phi_s}^2 h_\eta + 2\lambda_6\upsilon_\eta\upsilon_{\phi_s}h_\eta h_{\phi_s} + \lambda_6\upsilon_\eta h_\eta h_{\phi_s}^2 + \frac{\lambda_6 h_\eta^2\upsilon_{\phi_s}^2}{2}\\
&+ && \lambda_6 h_\eta^2\upsilon_{\phi_s}h_{\phi_s} + \frac{\lambda_6 h_\eta^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \frac{\lambda_7\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta^2}{2} + \lambda_7\upsilon_\phi^2\upsilon_\eta h_\eta + \frac{\lambda_7\upsilon_\phi^2 h_\eta^2}{2} + \lambda_7\upsilon_\phi\upsilon_\eta^2 h_\phi
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ \quad 2\lambda_7 \upsilon_\phi \upsilon_\eta h_\phi h_\eta + \lambda_7 \upsilon_\phi h_\phi h_\eta^2 + \frac{\lambda_7 h_\phi^2 \upsilon_\eta^2}{2} + \lambda_7 h_\phi^2 \upsilon_\eta h_\eta \\
&+ \quad \frac{\lambda_7 h_\phi^2 h_\eta^2}{2} + \frac{\lambda_8 \upsilon_\phi^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_8 \upsilon_\phi^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \frac{\lambda_8 \upsilon_\phi^2 h_{\phi_s}^2}{2} \\
&+ \quad \lambda_8 \upsilon_\phi \upsilon_{\phi_s}^2 h_\phi + 2\lambda_8 \upsilon_\phi \upsilon_{\phi_s} h_\phi h_{\phi_s} + \lambda_8 \upsilon_\phi h_\phi h_{\phi_s}^2 + \frac{\lambda_8 h_\phi^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} \\
&+ \quad \lambda_8 h_\phi^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \frac{\lambda_8 h_\phi^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \frac{\lambda_9 \upsilon_\eta^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_9 \upsilon_\eta^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} \\
&+ \quad \frac{\lambda_9 \upsilon_\eta^2 h_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_9 \upsilon_\eta \upsilon_{\phi_s}^2 h_\eta + 2\lambda_9 \upsilon_\eta \upsilon_{\phi_s} h_\eta h_{\phi_s} + \lambda_9 \upsilon_\eta h_\eta h_{\phi_s}^2 \\
&+ \quad \frac{\lambda_9 h_\eta^2 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \lambda_9 h_\eta^2 \upsilon_{\phi_s} h_{\phi_s} + \frac{\lambda_9 h_\eta^2 h_{\phi_s}^2}{2}
\end{aligned}
$$

L. Lampiran B.IV

Pembuktian massa medan skalar pada Persamaan (4.24).

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2} m^2 h_\phi^2 &= h_\phi^2 \left(\frac{\mu_1^2}{2} + \frac{3\lambda_1 \upsilon_\phi^2}{2} + \frac{\lambda_4 \upsilon_\eta^2}{2} + \frac{\lambda_5 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} + \frac{\lambda_7 \upsilon_\eta^2}{2} + \frac{\lambda_8 \upsilon_{\phi_s}^2}{2} \right) \\
\frac{1}{2} m^2 h_\phi^2 &= \frac{1}{2} h_\phi^2 (\mu_1^2 + 3\lambda_1 \upsilon_\phi^2 + \upsilon_\eta^2 (\lambda_4 + \lambda_7) + \upsilon_{\phi_s}^2 (\lambda_5 + \lambda_8))
\end{aligned}
$$

dengan: $\upsilon_\eta^2(\lambda_4 + \lambda_7) + \upsilon_{\phi_s}^2(\lambda_5 + \lambda_8) = -\lambda_1 \upsilon_\phi^2 - \mu_1^2$, maka:

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2} m^2 h_\phi^2 &= \frac{1}{2} h_\phi^2 (\mu_1^2 + 3\lambda_1 \upsilon_\phi^2 - \lambda_1 \upsilon_\phi^2 - \mu_1^2) \\
\frac{1}{2} m^2 h_\phi^2 &= \frac{1}{2} h_\phi^2 (2\lambda_1 \upsilon_\phi^2) \\
m_{h_\phi} &= \sqrt{2\lambda_1 \upsilon_\phi^2}
\end{aligned}
$$

Pembuktian massa medan skalar pada Persamaan (4.25).

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}m^2h_\eta^2 &= h_\eta^2\left(\frac{\mu_2^2}{2}+\frac{3\lambda_2\upsilon_\eta^2}{2}+\frac{\lambda_4\upsilon_\phi^2}{2}+\frac{\lambda_6\upsilon_{\phi_s}^2}{2}+\frac{\lambda_7\upsilon_\phi^2}{2}+\frac{\lambda_9\upsilon_{\phi_s}^2}{2}\right)\\ \frac{1}{2}m^2h_\eta^2 &= \frac{1}{2}h_\eta^2(\mu_2^2+3\lambda_2\upsilon_\eta^2+\upsilon_\phi^2(\lambda_4+\lambda_7)+\upsilon_{\phi_s}^2(\lambda_6+\lambda_9))\end{aligned}$$

dengan: $\upsilon_\phi^2(\lambda_4+\lambda_7)+\upsilon_{\phi_s}^2(\lambda_6+\lambda_9)=-\lambda_2\upsilon_\eta^2-\mu_2^2$, maka:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}m^2h_\eta^2 &= \frac{1}{2}h_\eta^2(\mu_2^2+3\lambda_2\upsilon_\eta^2-\lambda_2\upsilon_\eta^2-\mu_2^2)\\ \frac{1}{2}m^2h_\eta^2 &= \frac{1}{2}h_\eta^2(2\lambda_2\upsilon_\eta^2)\\ m_{h_\eta} &= \sqrt{2\lambda_2\upsilon_\eta^2}\end{aligned}$$

Pembuktian massa medan skalar pada Persamaan (4.26).

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}m^2h_{\phi_s}^2 &= h_{\phi_s}^2\left(\frac{\mu_s^2}{2}+\frac{3\lambda_3\upsilon_{\phi_s}^2}{2}+\frac{\lambda_5\upsilon_\phi^2}{2}+\frac{\lambda_6\upsilon_\eta^2}{2}+\frac{\lambda_8\upsilon_\phi^2}{2}+\frac{\lambda_9\upsilon_\eta^2}{2}\right)\\ \frac{1}{2}m^2h_{\phi_s}^2 &= \frac{1}{2}h_{\phi_s}^2(\mu_s^2+3\lambda_3\upsilon_{\phi_s}^2+\upsilon_\phi^2(\lambda_5+\lambda_8)+\upsilon_\eta^2(\lambda_6+\lambda_9))\end{aligned}$$

dengan: $\upsilon_{\phi_s}^2+\upsilon_\phi^2(\lambda_5+\lambda_8)+\upsilon_\eta^2(\lambda_6+\lambda_9)=-\lambda_3\upsilon_{\phi_s}^2-\mu_s^2$, maka:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}m^2h_{\phi_s}^2 &= \frac{1}{2}h_{\phi_s}^2(\mu_s^2+3\lambda_3\upsilon_{\phi_s}^2-\lambda_3\upsilon_{\phi_s}^2-\mu_s^2)\\ \frac{1}{2}m^2h_{\phi_s}^2 &= \frac{1}{2}h_{\phi_s}^2(2\lambda_3\upsilon_{\phi_s}^2)\\ m_{h_{\phi_s}} &= \sqrt{2\lambda_3\upsilon_{\phi_s}^2}\end{aligned}$$

M. Lampiran B.V

Suku-suku perkalian wakilan fundamental.

$$
\begin{aligned}
\bar{l}_L \phi e_R &= (\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, +1, 1, +1)(\mathbf{1}, \mathbf{2}, +1, 1, +1)(\mathbf{1}, \mathbf{1}, -2, 1, +1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1) \\
\overline{e}_R \phi^\dagger l_L &= (\mathbf{1}^*, \mathbf{1}^*, +2, 1, +1)(\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, -1, 1, +1)(1, 2, -1, 1, +1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1) \\
\overline{q}_L \phi d_R &= (\mathbf{3}^*, \mathbf{2}^*, -\frac{1}{3}, 1, +1)(\mathbf{1}, \mathbf{2}, +1, 1, +1)(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -\frac{2}{3}, 1, +1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1) \\
\overline{d}_R \phi^\dagger q_L &= (\mathbf{3}^*, \mathbf{1}^*, \frac{2}{3}, 1, +1)(\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, -1, 1, +1)(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \frac{1}{3}, 1, +1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1) \\
\overline{q}_L \phi^c u_R &= (\mathbf{3}^*, \mathbf{2}^*, -\frac{1}{3}, 1, +1)(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1, 1, +1)(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \frac{4}{3}, 1, +1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1) \\
\overline{u}_R (\phi^c)^\dagger q_L &= (\mathbf{3}^*, \mathbf{1}^*, -\frac{4}{3}, 1, +1)(\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, +1, 1, +1)(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \frac{1}{3}, 1, +1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1) \\
\overline{\chi}_L \eta \nu_R &= (\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, +1, \text{-}i, +1)(1, 2, +1, i, -1)(1, 1, 0, 1, -1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1) \\
\overline{\chi}_L \eta^c \nu_R &= (\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, +1, \text{-}i, +1)(1, 2, -1, i, -1)(1, 1, 0, 1, -1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\overline{\chi}_R \eta^c \nu_R^c &= (\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, +1, \text{-}\boldsymbol{i}, +1)(1, 2, -1, \boldsymbol{i}, -1)(1, 1, 0, 1, -1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1) \\
\overline{\chi}_R \phi_s l_L &= (\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, +1, \text{-}\boldsymbol{i}, +1)(1, 1, 0, \boldsymbol{i}, +1)(1, 2, -1, 1, +1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1) \\
\bar{l}_L \phi_s^\dagger \chi_R &= (\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, +1, 1, +1)(\mathbf{1}^*, \mathbf{1}^*, 0, \boldsymbol{i}^*, +1)(1, 2, -1, \boldsymbol{i}, +1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1) \\
\overline{\chi}_R \phi_s^c l_L &= (\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, +1, \text{-}\boldsymbol{i}, +1)(1, 1, 0, \boldsymbol{i}, +1)(1, 2, -1, 1, +1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1) \\
\bar{l}_L \overline{\phi_s} \chi_R &= (\mathbf{1}^*, \mathbf{2}^*, +1, 1, +1)(\mathbf{1}^*, \mathbf{1}^*, 0, \boldsymbol{i}^*, +1)(1, 2, -1, \boldsymbol{i}, +1) = \\
&\quad (\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0, 1, +1)
\end{aligned}
$$

N. Lampiran B.VI

Pembuktian Persamaan (4.30).

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Y_e} &= -G_e \begin{pmatrix} \overline{\nu}_e & \overline{e} \end{pmatrix}_L \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix} e_R \\
&- G_e \overline{e}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \\
&= -G_e \Bigg[\begin{pmatrix} \overline{\nu}_e & \overline{e} \end{pmatrix}_L \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix} e_R \\
&+ \overline{e}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \Bigg] \\
&= -\frac{G_e}{\sqrt{2}} \overline{e}_L \left(\upsilon_\phi + h_\phi \right) e_R - \frac{G_e}{\sqrt{2}} \overline{e}_R \left(\upsilon_\phi + h_\phi \right) e_L \\
&= -\frac{G_e}{\sqrt{2}} \left(\upsilon_\phi \overline{e}_L + h_\phi \overline{e}_L + \upsilon_\phi e_R + h_\phi e_R \right) \\
&- \frac{G_e}{\sqrt{2}} \left(\upsilon_\phi \overline{e}_R + h_\phi \overline{e}_R + \upsilon_\phi e_L + h_\phi e_L \right) \\
&= -\frac{G_e}{\sqrt{2}} \upsilon_\phi \left(\overline{e}_L e_R + \overline{e}_R e_L \right) - \frac{G_e}{\sqrt{2}} h_\phi \left(\overline{e}_L e_R + \overline{e}_R e_L \right)
\end{aligned}
$$

O. Lampiran B.VII

Pembuktian Persamaan (4.34).

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Y_u} &= -G_u \begin{pmatrix} \overline{u} & \overline{d} \end{pmatrix}_L \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \upsilon_\phi + h_\phi \\ 0 \end{pmatrix} u_R \\
&- G_u \overline{u}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \upsilon_\phi + h_\phi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \\
&= -G_u \Bigg[\begin{pmatrix} \overline{u} & \overline{d} \end{pmatrix}_L \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \upsilon_\phi + h_\phi \\ 0 \end{pmatrix} u_R \\
&+ \overline{u}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \upsilon_\phi + h_\phi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \Bigg] \\
&= -\frac{G_u}{\sqrt{2}} \overline{u}_L \left(\upsilon_\phi + h_\phi\right) u_R - \frac{G_u}{\sqrt{2}} \overline{u}_R \left(\upsilon_\phi + h_\phi\right) u_L \\
&= -\frac{G_u}{\sqrt{2}} \left(\upsilon_\phi \overline{u}_L + h_\phi \overline{u}_L + \upsilon_\phi u_R + h_\phi u_R\right) \\
&- \frac{G_u}{\sqrt{2}} \left(\upsilon_\phi \overline{u}_R + h_\phi \overline{u}_R + \upsilon_\phi u_L + h_\phi u_L\right) \\
&= -\frac{G_u}{\sqrt{2}} \upsilon_\phi \left(\overline{u}_L u_R + \overline{u}_R u_L\right) - \frac{G_u}{\sqrt{2}} h_\phi \left(\overline{u}_L u_R + \overline{u}_R u_L\right)
\end{aligned}
$$

P. Lampiran B.VIII

Pembuktian Persamaan (4.33).

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Y_d} &= -G_d \begin{pmatrix} \overline{u} & \overline{d} \end{pmatrix}_L \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix} d_R \\
&- G_d \overline{d}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \\
&= -G_d \Bigg[\begin{pmatrix} \overline{u} & \overline{d} \end{pmatrix}_L \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix} d_R \\
&+ \overline{d}_R \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \upsilon_\phi + h_\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \Bigg] \\
&= -\frac{G_d}{\sqrt{2}} \overline{d}_L \left(\upsilon_\phi + h_\phi\right) d_R - \frac{G_d}{\sqrt{2}} \overline{d}_R \left(\upsilon_\phi + h_\phi\right) d_L \\
&= -\frac{G_d}{\sqrt{2}} \left(\upsilon_\phi \overline{d}_L + h_\phi \overline{d}_L + \upsilon_\phi d_R + h_\phi d_R\right) \\
&- \frac{G_d}{\sqrt{2}} \left(\upsilon_\phi \overline{d}_R + h_\phi \overline{d}_R + \upsilon_\phi d_L + h_\phi d_L\right) \\
&= -\frac{G_d}{\sqrt{2}} \upsilon_\phi \left(\overline{d}_L d_R + \overline{d}_R d_L\right) - \frac{G_d}{\sqrt{2}} h_\phi \left(\overline{d}_L d_R + \overline{d}_R d_L\right)
\end{aligned}
$$

BAB 1-5

ORIGINALITY REPORT

13%	13%	1%	%
SIMILARITY INDEX	INTERNET SOURCES	PUBLICATIONS	STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	eprints.walisongo.ac.id Internet Source	6%
2	123dok.com Internet Source	2%
3	etd.repository.ugm.ac.id Internet Source	1%
4	etheses.uin-malang.ac.id Internet Source	1%
5	ia801806.us.archive.org Internet Source	1%
6	docplayer.info Internet Source	<1%
7	de.scribd.com Internet Source	<1%
8	repository.ub.ac.id Internet Source	<1%
9	repozitorij.uni-lj.si Internet Source	<1%
10	nanopdf.com Internet Source	<1%

11	tel.archives-ouvertes.fr Internet Source	<1 %
12	indico.cern.ch Internet Source	<1 %
13	arxiv.org Internet Source	<1 %
14	digilib.iain-palangkaraya.ac.id Internet Source	<1 %
15	publications.rwth-aachen.de Internet Source	<1 %

Exclude quotes	On	Exclude matches	< 15 words
Exclude bibliography	On		

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

A. Identitas Diri

1. Nama lengkap : Siti Fatimah
2. TTL : Karanganyar, 10 Juli 1999
3. Alamat : Ngasinan RT 02 RW 06, Kaliwuluh, Kebakkramat, Karanganyar
4. No. HP. : 0882-3975-1337
5. Email : sitifatimah_1708026004@student.walisongo.ac.id

B. Riwayat Pendidikan

1. TK Pertiwi 01 Kaliwuluh tahun 2003-2005
2. SD N 01 Kaliwuluh tahun 2005-2011
3. MTs. Sudirman Kebakkramat tahun 2011-2014
4. SMA Kebakkramat tahun 2014-2017
5. Pondok Pesantren Bina Insani Semarang 2017-2020
6. UIN Walisongo Semarang tahun 2017-2022

Semarang, 11 Oktober 2022

Siti Fatimah

NIM. 1708026004