

**ANALISIS KESTABILAN MODEL
PENYEBARAN VIRUS HIV/AIDS TIPE SI DENGAN
PENGARUH KETAKUTAN PADA MEDIA DAN
SELF-IMPOSED**

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat
Guna Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Dalam Ilmu Matematika



Diajukan oleh :
CHARISMA DAMAYANTI
NIM : 1608046003

**MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO SEMARANG
2022**

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Charisma Damayanti

NIM : 1608046003

Jurusan : Matematika

Menyatakan bahwa skripsi yang berjudul :

ANALISIS KESTABILAN MODEL

PENYEBARAN VIRUS HIV/AIDS TIPE S1 DENGAN PENGARUH KETAKUTAN PADA MEDIA

DAN

SELF-IMPOSED

Secara keseluruhan adalah hasil penelitian / karya peneliti sendiri, kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 16 November 2022

Yang Menyatakan



Charisma Damayanti

NIM. 1608046003



PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini :

Judul : Analisis Kestabilan Model Penyebaran Virus HIV/AIDS Tipe SI dengan Pengaruh Ketakutan pada Media dan Self-imposed

Penulis : Charisma Damayanti

NIM : 1608046003

Jurusan : Matematika

Telah diujikan dalam sidang munaqosah oleh Dewan Pengaji Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam ilmu Matematika.

Semarang, November 2022

DEWAN PENGUJI

Pengaji 1,

Budi Cahyonoo, M.Si.

NIP : 19801215 200912 1 003

Pengaji 2,

Aini Fitriyah, M.Sc.

NIP : 19890920 201903 2 021

Pengaji 3,

Siti Masliyah, M.Si.

NIP : 19770611 011012 2 004



Pengaji 4,

Emi Siswanah, M.Sc.

NIP : 19870202 201101 2 014

Pembimbing 1,

Budi Cahyonoo, M.Si.

NIP : 19801215 200912 1 003

Pembimbing 2,

Aini Fitriyah, M.Sc.

NIP : 19890920 201903 2 021

NOTA DINAS

Semarang, 24 Februari 2022

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Walisongo

Di Semarang

Assalamu'alaikum. Wr. Wb.

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : Analisis Kestabilan Model Penyebaran Virus HIV/AIDS Tipe SI dengan Pengaruh Ketakutan Pada Media dan Self-Imposed

Nama : Charisma Damayanti

NIM : 1608046003

Program Studi : S1 Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqosyah.

Wassalamu'alaikum, Wr. Wb.

Pembimbing II,



Budi Cahyono, S.Pd., M.Si.

NIP : 19801215 200912 1 003

NOTA DINAS

Semarang, 24 Februari 2022

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Walisongo

Di Semarang

Assalamu'alaikum. Wr. Wb.

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : Analisis Kestabilan Model Penyebaran Virus HIV/AIDS Tipe SI dengan Pengaruh Ketakutan Pada Media dan Self-Imposed

Nama : Charisma Damayanti

NIM : 1608046003

Program Studi : S1 Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqosyah.

Wassalamu'alaikum. Wr. Wb.

Pembimbing II,



Aini Fitriyah, M.Sc.

NIP : 198909292019032021

ABSTRAK

Judul : Analisis Kestabilan Model Penyebaran Virus HIV/AIDS Tipe SI dengan Pengaruh Ketakutan pada Media dan Self-imposed

Nama : Charisma Damayanti

Nim : 1608046003

Penyakit menular dapat berdampak besar pada masyarakat, karena dapat menyebabkan morbiditas, kematian, pengangguran dan dampak buruk lainnya. Model matematika merupakan alat yang tak ternilai dalam mengartikan dan mendeskripsikan dinamika penyakit dengan tindakan dan penyegahan untuk mengontrol penyakit. Peran media dan perubahan perilaku karena faktor dari luar pada dinamika penyakit semua dipelajari dengan baik. Namun efek ketakutan psikologis yang muncul karena paksaan diri sendiri atau slf-imposed pada penularan penyakit belum dipertimbangkan dalam penelitian yang lebih lanjut. Penulis mengusulkan model SI pada penyebaran virus HIV/AIDS untuk menilai efek media dan self-imposed pada dinamika penyakit. Stabil lokal dan stabil global dari sistem persamaan dipelajari. Analisis sensitivitas global dilakukan untuk mengidentifikasi parameter yang paling berpengaruh dan

memiliki dampak yang signifikan pada angka reproduksi dasar. Setelah mengkliprasi model, penulis menggunakan data khusus HIV untuk Uganda dan Tanzania, penulis menghitung angka reproduksi dasar dalam periode penelitian menggunakan parameter yang diestimasi. Selanjutnya, sebuah perbandingan efek kesadaran dan efek ketakutan dari diri sendiri (self-imposed) terungkap efek kesadaran lebih efektif dalam menghilangkan beban infeksi HIV.

Kata Kunci : Model Epidemik, HIV/AIDS, Self-imposed, Kesadaran, Analisis Kestabilan, Estimasi Parameter.

TRANSLITERASI

Penulisan transliterasi huruf-huruf Arab Latin dalam skripsi ini berpedoman pada (SKB) Menteri Agama dan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia, tanggal 22 Januari 1988 Nomor: 158 Tahun 1987 dan Nomor: 0543b/U/1987, sebagaimana yang tertera dalam buku Pedoman Transliterasi Bahasa Arab (A Guide to Arabic Tranliterastion).

Daftar huruf bahasa arab dan transliterasinya ke dalam huruf Latin dapat dilihat pada halaman berikut:

Huruf Arab	Nama	Huruf Latin	Nama
ا	Alif	Tidak dilambangkan	Tidak dilambangkan
ب	Ba	B	Be
ت	Ta	T	Te
ث	Şa	ş	es (dengan titik di atas)
ج	Jim	J	Je
ه	Ha	h	ha (dengan titik)

			di bawah)
خ	Kha	Kh	ka dan ha
د	Dal	d	De
ڏ	Žal	ž	Zet (dengan titik di atas)
ر	Ra	r	er
ڙ	Zai	z	zet
س	Sin	s	es
ڦ	Syin	sy	es dan ye
ص	Şad	ş	es (dengan titik di bawah)
ڻ	Đad	đ	de (dengan titik di bawah)
ٻ	Ŧa	ŧ	te (dengan titik di bawah)
ڙ	Za	ڙ	zet (dengan titik di bawah)
ع	`ain	'	koma terbalik

			(di atas)
غ	Gain	g	ge
ف	Fa	f	ef
ق	Qaf	q	ki
ك	Kaf	k	ka
ل	Lam	l	el
م	Mim	m	em
ن	Nun	n	en
و	Wau	w	we
هـ	Ha	h	ha
ءـ	Hamzah	'	apostrof
يـ	Ya	y	ye

KATA PENGANTAR

Puji dan rasa syukur kepada Allah SWT yang telah menentukan segala sesuatu di tangan-Nya. Alhamdulillah atas hidayah dan inayah-Nya, penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini yang berjudul :**“ANALISIS KESTABILAN MODEL PENYEBARAN VIRUS HIV/AIDS TIPE SI DENGAN PENGARUH KETAKUTAN PADA MEDIA DAN SELF-IMPOSED”**, yang merupakan syarat dalam rangka menyelesaikan studi untuk menempuh gelar Sarjana Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna, hal itu dapat disadari karena keterbatasan kemampuan dn pengetahuan yang dimiliki penulis. Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pihak lain pada umumnya. Dalam penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat pelajaran, dukungan motivasi, bantuan berupa bimbingan yang sangat berharga dari berbagai pihak mulai dari pelaksanaan sampai penyusunan laporan skripsi.

Pada kesempatan ini, penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada orang-orang yang

penulis hormati dan sayangi yang membantu secara langsung maupun tidak langsung selama pembuatan skripsi.

Terutama kepada keluargaku yang tercinta, Bapakku Budi Widarto S.Pd, Ibuku Chalimah, yang selalu mendo'akan serta memberikan semangat luar biasa dan dukungan moril maupun materil. Untuk adikku Sigit Sindhuaji dan Muhamad Jamaludin yang selalu memberi do'a dan semangat.

Skripsi ini dapat terselesaikan karena ada begitu banyak bantuan dari orang-orang baik di sekitar penulis yang terus memberikan uluran tangan, dengan atau tanpa diminta. Maka dari itu, lewat bagian ini penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada: :

1. Bapak Dr. H. Ismail, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang.
2. Ibu Emy Siswanah, M.Sc., selaku ketua jurusan Matematika UIN Walisongo Semarang.
3. Bapak Ahmad Aunur Rohman, M.Pd., selaku sekretaris jurusan Matematika UIN Walisongo Semarang.
4. Ibu Aini Fitriyah, M.Sc., selaku wali dosen penulis.
5. Bapak Budi Cahyono, S.Pd., M.Si. selaku pembimbing I yang telah memberikan arahan, bimbingan, serta semangat dalam penulisan skripsi ini dengan penuh kesabaran dan ketelitian yang luar biasa.

6. Ibu Aini Fitriyah, M.Sc. selaku pembimbing II yang telah memberikan arahan, bimbingan, bimbingan, serta semangat dalam penulisan skripsi ini dengan penuh kesabaran dan ketelitian yang luar biasa.
7. Bapak dan Ibu dosen pengampu mata kuliah selama peneliti mengikuti perkuliahan di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo Semarang, semoga Allah memberkahi ilmu yang telah diberikan .
8. Pengelola perpustakaan Universitas maupun Fakultas beserta karyawan yang telah memberikan fasilitas dan layanan peminjaman sumber referensi.
9. Untuk teman-teman seperjuangan sekaligus sahabatku di Fakultas Sains dan Teknologi, terima kasih telah memberikanku semangat dan selalu menghiburku.
10. Untuk teman-teman KKN di Kelurahan Gebangsari, terima kasih atas kerjasama tim yang baik.
11. Keluarga Matematika Terapan yang telah banyak memberikan dukungan, waktu, dan do'a sampai pada akhirnya penulis bisa menyelesaikan skripsi ini.
12. Teman-teman Matematika angkatan 2016 yang sudah menemani penulis berjuang sampai saat ini.

13. Penyemangatku yang selalu memberikan dukungan di kala semangat down, yang mau di repotkan dan ikut pusing sampai penyusunan skripsi ini selesai, Ahmad Maulidin.
14. Kakak-kakak tersayang yang selalu marah dan memaksa aku untuk selalu maju dan tidak menyerah, Dimas Herlambang Kurniawan dan Wara Kusuma Beladina.
15. Pihak-pihak lain yang mungkin penulis lupa untuk menyebutkannya, yang turut serta membantu dalam proses penyelesaian skripsi ini.
16. Terakhir, untuk diri sendiri atas kesediaan dan kemauannya menyelesaikan salah satu tanggung jawab.
17. yang cukup menyita waktu dan pikiran, hingga akhirnya fase ini terlewati juga.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini jauh dari kata sempurna, semoga Allah SWT memberikan balasan yang berlipat kepada semua pihak yang telah membantu penulis dan menyelesaikan penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis berharap atas saran dan kritik yang bersifat membangun dari pembaca.

Akhir kata, penulis berharap semoga tujuan dari pembuatan skripsi ini dapat tercapai sesuai dengan yang diharapkan.

Semarang, 20 Desember 2021

Charisma Damayanti

NIM : 1608046003

DAFTAR ISI

ABSTRAK.....	vi
TRANSLITERASI.....	viii
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI.....	xvi
DAFTAR TABEL.....	xix
DAFTAR GAMBAR	xx
DAFTAR LAMPIRAN	xix
BAB I.....	1
PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	8
1.3 Batasan Masalah	9
1.4 Tujuan Penelitian.....	9
1.5 Manfaat Penelitian	10
BAB II.....	12
LANDASAN PUSTAKA.....	12
2.1 Landasan Teori	12

2.1.1	HIV/AIDS	12
2.1.2	Media	12
2.1.3	Self-Imposed.....	13
2.1.4	Persamaan Diferensial.....	15
2.1.5	Sistem Persamaan Diferensial	17
2.1.6	Sistem Persamaan Diferensial Linear dan Non- Linear	17
2.1.7	Titik Kesetimbangan	19
2.1.8	Linearisasi	22
2.1.9	Nilai Eigen.....	28
2.1.10	Kestabilan Titik Kesetimbangan	31
2.1.11	Angka Reproduksi Dasar	32
2.1.12	Kriteria Routh-Hurwitz.....	34
2.2	Kajian Pustaka	36
BAB III.....		40
METODE PENELITIAN		40
3.1	Menentukan Masalah.....	40
3.2	Perumusan Masalah	40
3.3	Studi Pustaka	41

3.4	Analisis dan Pemecahan Masalah.....	41
BAB IV.....		43
HASIL DAN PEMBAHASAN		43
4.1	Hasil Penelitian.....	43
4.1.1	Formulasi Model Matematika Penyebaran virus HIV/AIDS	43
4.1.2	Titik Ekuilibrium.....	47
4.1.3	Menentukan Angka Reproduksi Dasar (R₀)	55
4.1.4	Analisis Kestabilan	57
4.1.5	Simulasi Numerik.....	69
4.2	Pembahasan	74
BAB V.....		77
KESIMPULAN DAN SARAN		77
5.1	Kesimpulan	77
5.2	Saran	78
DAFTAR PUSTAKA.....		80
LAMPIRAN		83

DAFTAR TABEL

Tabel	Judul	Halaman
Tabel 1	Tabel Routh-Hurwitz	35
Tabel 4.1	Daftar variabel model penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed	44
Tabel 4.2	Daftar parameter model penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed	45

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Judul	Halaman
Gambar 1	Diagram kompartemen model endemik	46
Gambar 2	(a) Grafik Su dan (b) Grafik Sa $R_0 > 1$	70
Gambar 3	(c) Grafik Ih dan (d) Grafik Ia $R_0 > 1$	71
Gambar 4	(a) Grafik Su, (b) Grafik Sa, (c) Grafik Ih dan (d) Grafik Ia saat $\mathcal{R}_0 > 1$	73

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Judul	Halaman
Lampiran 1	Hasil titik kesetimbangan bebas virus dan Print Out Maple	83
Lampiran 2	Hasil titik kesetimbangan endemik dan Print Out Maple	86

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Penyakit menular mempunyai dampak yang besar untuk masyarakat, karena seperempat dari tingkat kematian didunia setiap tahun disebabkan karena penyakit menular (WHO, 2005). Meneliti penyakit tersebut melalui pemodelan matematika dan studi kasus yang relevan begitu sangat penting, karena hasil dari studi tersebut adalah elemen kunci dalam pengelolaan kembali penyakit menular yang muncul melalui interaksi yang tepat untuk menyusun strategi kontrol (Hatchett (2007) & Bootsma (2007)). Beberapa faktor seperti liputan media dan pelaporan media, vaksinasi, migrasi populasi, perubahan perilaku, dan lain-lain memiliki pengaruh besar pada penularan penyakit dan perantaraan kebijakan (Poletti(2011), epstein(2008), Funk92009), Misra(2011) & Singh(2011)). Meskipun sudah banyak model matematika yang telah dikembangkan untuk menjelaskan peran liputan media, fungsi tepatnya masih belum sepenuhnya dipahami dan perlu untuk dieksplorasi lebih lanjut. Model ini secara garis besar dibagi menjadi dua kelas utama yaitu model berbasis

jaringan (Sahneh,2012) dan model mean-field (Manfredi,2013). Untuk mengamati peran program kesadaran pada wabah epidemi, populasi yang rentan dibagi menjadi kelas sadar dan tidak sadar (Sharma(2014), Samanta(2013) & Samanta(2014)). Penting untuk menegaskan kembali bahwa faktor penularan penyakit memainkan peran utama dalam dinamika penyebaran penyakit. Beberapa peneliti menggunakan transmisi eksponensial negatif βe^{-ml} atau $\beta e^{-\alpha_1 E - \alpha_2 I - \alpha_3 H}$ (Cui(2008) & Liu(2007)), sementara lainnya menggunakan fungsi nonlinear untuk jumlah infeksi $c(I) = c_1 - c_2 f(I)$ (Tchuuенche(2011), Sun(2011) & Cui(2008)), dengan banyak bentuk lain juga digunakan (Collinson(2014) & Mitchell(2016)). Demikian pula, pengurangan penularan penyakit melalui faktor perubahan perilaku yang dipaksakan secara eksternal juga telah dipertimbangkan (Perra,2011). Namun, keterbatasan utama dari model teoritis ini berasal dari kurangnya data yang representatif dan proses validasi.

Cara terbaik pengendalian penyakit adalah vaksinasi massal (Andre,2008). Namun, vaksinasi mahal dan kekebalan yang diberikan terkadang bersifat sementara (WHO, Chapter6). Selain itu, vaksin

tidak ada untuk beberapa penyakit menular yang paling berbahaya (seperti Malaria, Dengue, Chikungunya, HIV / AIDS, dll.). Dalam situasi seperti itu, media dapat digunakan sebagai cara menyampaikan pesan kesehatan preventif, yang berpotensi memengaruhi perilaku individu dan memotivasi orang untuk mengambil tindakan pencegahan sehubungan dengan wabah penyakit (Sharma(2014), Samanta(2013), Samanta(2014), Cui(2008) & Liu(2007)). Di negara berkembang dan terbelakang, kampanye media massa dapat memainkan peran penting dalam mengubah perilaku yang berkaitan dengan kesehatan masyarakat. Tidak adanya vaksin HIV yang efektif atau intervensi biomedis lainnya, berarti bahwa perubahan perilaku akan terus menjadi aspek penting dalam pencegahan infeksi HIV. Untuk pengendalian HIV / AIDS terdapat dua intervensi dasar yaitu adopsi praktik seks aman oleh individu yang rentan, dan pantang sukarela orang-orang yang terinfeksi dari aktivitas seksual (Minner(2009) & NRC(1993)). Kedua tindakan bergantung pada penyebaran informasi yang cepat untuk memfasilitasi diagnosis yang akurat dari gejala penyakit (Keating,2006). Di sisi lain, media juga

memiliki beberapa efek negatif. Misalnya, efek negatif media terhadap wabah di India selama tahun 1994 yang pusat gempanya di Surat, Gujarat. Secara total, 52 orang meninggal dan sejumlah besar orang meninggalkan kota karena kepanikan yang disebabkan oleh media, tetapi pada kenyataanya wabah itu hanya berlangsung selama dua minggu. Pariwisata dan bisnis lain sebagian besar terpengaruh karena kepanikan yang meluas itu (Dutt,2006).

Dalam penelitian ini, kami menyelidiki interaksi antara penyebaran kesadaran melalui media dan efek ketakutan psikologis karena perubahan perilaku yang disebabkan oleh diri sendiri. Penurunan prevalensi HIV yang telah dicapai sejauh ini terutama disebabkan oleh intervensi kesehatan masyarakat, pengurangan pertemuan seksual dengan pasangan non-primer, keterlambatan timbulnya hubungan pertama, peningkatan penggunaan kondom, dll (Coates, 2008). Terlepas dari faktor-faktor ini, media sosial juga memainkan peran penting dalam mengurangi prevalensi penyakit (Sittitrai(2001), UNAIDS(2006), UNAIDS(2008), Slutkin(2006) & Stoneburner(2004)). Perubahan perilaku psikologis juga telah diamati sebagai instrumen kunci untuk

mengurangi penularan penyakit (Perra(2011) & Verelst(2016)). Perubahan perilaku yang disebabkan oleh diri sendiri karena ketakutan psikologis setelah mendengar berita tentang infeksi parah dari beberapa kerabat dekat, teman-teman biasa, dan lain-lain mungkin juga memiliki dampak signifikan pada pengurangan penularan penyakit menular (Papst,2015). Tidak adanya studi yang disebutkan di atas, penulis mempertimbangkan efek dari ketakutan psikologis yang disebabkan oleh manusia sendiri untuk tujuan pemodelan. Untuk mengamati peran media dan efek ketakutan psikologis yang dipaksakan sendiri, dalam penelitian ini, menggunakan model tipe SI sederhana untuk HIV / AIDS, di mana individu yang rentan dibagi menjadi dua kelas: sadar dan tidak sadar. Dilaporkan, prevalensi HIV / AIDS telah menurun di wilayah Mbeya Tanzania dari 20% pada pertengahan 1990 menjadi 13% pada 2005, dan 70% penurunan di Uganda telah dilaporkan (UNAIDS,2007,2018,2016). Sebagai studi kasus, terdapat dua contoh kejadian HIV / AIDS di Uganda dan Tanzania.

Islam mengajarkan bagaimana cara menjaga diri dan kesehatan tubuh serta memeliharanya.

Sebagaimana yang disabdakan oleh Rosulullah SAW yang menceritakan bagaimana pentingnya kedudukan kesehatan menurut pandangan islam (Al Jauziyah, 1994:1). Allah menciptakan manusia dengan bentuk yang sempurna dengan adanya sistem imun agar tubuh terhindar dari berbagai penyakit, sebagaimana firmanNya dalam surat At-tin [95] ayat 4.

لَقَدْ خَلَقْنَا الْإِنْسَانَ فِي أَحْسَنِ شُرُبٍ

Artinya : "Sungguh, Kami telah menciptakan manusia dalam bentuk yang sebaik-baiknya,"

Sehingga, hal ini menunjukkan bahwa kesehatan merupakan nikmat Allah yang terbesar untuk hambaNya.

Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang digunakan untuk merepresentasi dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau suatu permasalahan ke dalam pernyataan matematika. Representasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal sebagai model matematika. Membentuk, menganalisis, dan penggunaan model matematika dipandang sebagai salah satu aplikasi matematika yang dapat merepresentasikan masalah dalam kehidupan ke dalam pernyataan matematika. Pemodelan matematika terhadap penyakit HIV-AIDS

sudah cukup banyak dilakukan oleh para peneliti. Salah satu model matematika penyebaran HIV-AIDS yaitu model matematika Susceptible (S), Infected (I). Untuk merumuskan model matematika penularan HIV, kami mengasumsikan bahwa seluruh populasi (N) di wilayah wabah epidemi dibagi menjadi empat kelas yang berbeda, kelas sadar rentan (S_a), kelas tidak sadar rentan (S_u), individu dengan HIV (I_h) dan individu dengan AIDS (I_a). Selanjutnya asumsikan bahwa orang-orang yang direkrut di wilayah tersebut pada tingkat yang konstan (A) dan orang-orang yang baru direkrut tidak mengetahui penyakit ini. Diasumsikan bahwa penyakit menyebar karena kontak (hubungan seks tanpa kondom, penularan darah, jarum suntik, dll.) antara kerentanan dan hanya infeksi. Baik orang dengan HIV (I_h) dan AIDS (I_a) dapat menularkan HIV di antara orang yang rentan. Pilihan formulasi penularan penyakit tergantung pada penyakit yang dimodelkan (Sharomi(2007), Podder(2008), Garba(2010), Bacaer(2008), Bhunu(2009) & Hove-Musekwa(2009)).

Model efek kesadaran oleh media pada penyakit menular telah diperkenalkan sebelumnya. Model ini dibuat oleh A.K. Misra, Anupama Sharma

dan J.B. Shukla (2011) yang memiliki empat persamaan didalamnya. Model Misra tersebut kemudian dikembangkan lagi dan mempertimbangkan efek dari kemunculan parameter baru oleh Ghosh. Modelnya sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS_u}{dt} &= A - \frac{\beta(I_h + I_a)S_u}{N} - (\alpha + \mu)S_u \\ \frac{dS_a}{dt} &= \alpha S_u - \frac{\beta(I_h + I_a)S_a}{1+k(S_a + I_h + I_a)} - \mu S_a \\ \frac{dI_h}{dt} &= \frac{\beta(I_h + I_a)S_u}{N} + \frac{\beta(I_h + I_a)S_a}{1+k(S_a + I_h + I_a)} - (\gamma + \mu)I_h + \nu I_a \\ \frac{dI_a}{dt} &= \gamma I_h - (\nu + \mu + \delta)I_a\end{aligned}$$

Dimana $N = S_u + S_a + I_h + I_a$.

Oleh karena itu, pada penelitian ini penulis akan menggunakan model penyebaran virus penyakit Ghosh tersebut untuk dianalisis kestabilannya. Penulis juga akan membuat simulasi numerik model penyebaran virus penyakit Ghosh menggunakan program Maple18.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, maka dapat dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana analisis kestabilan model penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed yang ditulis oleh Ghosh?

2. Bagaimana simulasi numerik penyebaran virus HIV/AIDS tipe SI yang ditulis oleh Ghosh?

1.3 Batasan Masalah

Tugas akhir ini dibatasi pada masalah-masalah sebagai berikut :

1. Model yang akan dibahas adalah model penyebaran virus HIV/AIDS tipe SI dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed.
2. Penyelesaian analisis kestabilan model penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah

1. Menyelesaikan pemodelan matematis yaitu analisis kestabilan model penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed.
2. Mengetahui simulasi numerik model penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed.

1.5 Manfaat Penelitian

Penulisan proposal ini diharapkan memberikan manfaat baik bagi penulis, bagi Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi ataupun bagi pembaca.

1. Bagi Penulis

Memperdalam dan mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari dalam bidang persamaan diferensial khususnya pemodelan pada penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed.

2. Bagi Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi

Proposal ini dapat bermanfaat menjadi bahan tambahan informasi dan menambah khasanah perbendaharaan karya ilmiah, khususnya tentang analisis kestabilan titik kesetimbangan model matematika pada penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed.

3. Bagi Pembaca

Proposal ini dapat menambah pengetahuan dan dapat memberikan informasi tentang analisis kestabilan titik kesetimbangan model matematika

pada penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan media dan self-imposed.

BAB II

LANDASAN PUSTAKA

2.1 Landasan Teori

2.1.1 HIV/AIDS

HIV (Human Immunodeficiency Virus) adalah virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh. Infeksi tersebut menyebabkan penderita mengalami penurunan ketahanan tubuh sehingga sangat mudah untuk terinfeksi berbagai macam penyakit lain. AIDS (Acquired Immuno Deficiency Syndrome) adalah sekumpulan gejala berkurangnya kemampuan pertahanan diri yang disebabkan oleh masuknya virus HIV. Program pengendalian HIV di Indonesia bertujuan untuk: 1. Menurunkan hingga meniadakan infeksi baru; 2. Menurunkan hingga meniadakan kematian terkait AIDS; 3. Menurunkan stigma dan diskriminasi.(Profil Kesehatan Provinsi Jawa Tengah, 2019)

2.1.2 Media

Peran media sangat penting dalam rangka mencegah penularan HIV/AIDS sekaligus membantu penderita mendapatkan perawatan medis dengan baik. Lewat penulisan berita terkait

isu HIV/AIDS, media mampu memberikan kontribusi besar dalam rangka menarik perhatian publik sekaligus pemerintah. Ketika media mampu menarik perhatian publik, viral, pemerintah pasti akan menganggap hal tersebut sebagai kejadian penting. Akhirnya, hal itu bisa mendorong kebijakan yang pro terkait pencegahan virus HIV/AIDS. (kebijakanaidsindonesia,2018)

2.1.3 Self-Imposed

Stress adalah pengalaman tidak menyenangkan yang dialami seseorang karena disebabkan berbagai macam faktor berupa stressor yaitu frustrasi, konflik, tekanan, perubahan, dan pembebanan terhadap diri sendiri sehingga menimbulkan berbagai reaksi yaitu reaksi fisiologis, reaksi emosi, reaksi perilaku, serta penilaian kognitif terhadap stres yang dialami (Gadzella dan Masten, 2005).

Gadzella dan Masten (2005) mengemukakan bahwa ada lima kategori stressor yang dialami oleh siswa yakni: 1) Frustrasi, yaitu pengalaman yang berhubungan dengan tertundanya pencapaian tujuan, kejadian sehari – hari yang

menimbulkan frustrasi, kurangnya sumber daya yang dimiliki, gagal mencapai serangkaian tujuan, secara sosial tidak diterima, dan adanya penolakan dalam kesempatan. 2) Konflik, berupa penilaian terhadap suatu pilihan diantara dua atau beberapa alternatif yang sama-sama diinginkan, dua atau lebih alternatif yang sama-sama tidak diinginkan, dua alternatif yang diinginkan, dua alternatif yang tidak diinginkan. 3) Tekanan, yaitu penilaian akan adanya persaingan, batas waktu penyelesaian tugas (deadlines), aktivitas yang berlebihan, dan hubungan interpersonal. 4) Perubahan – perubahan, meliputi adanya pengalaman yang tidak menyenangkan, sejumlah perubahan dalam satu waktu, serta gangguan dalam kehidupan, dan gangguan dalam mencapai tujuan. 5) Keinginan diri (Self -imposed), meliputi keinginan untuk bersaing, keinginan dicintai oleh banyak orang, khawatir mengenai banyak hal, penundaan akademis, solusi masalah, dan kecemasan dalam menghadapi tes atau ujian.

2.1.4 Persamaan Diferensial

Model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS berbentuk persamaan diferensial. Oleh karena itu, salah satu teori yang akan dikaji dalam bab ini adalah Persamaan diferensial.

Definisi 1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat variabel bebas, variabel tak bebas dan derivative-derivatif tidak bebas terhadap variabel bebasnya.

Contoh:

Berikut terdapat beberapa contoh persamaan diferensial :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3xy \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d^4x}{dt^4} + 4 \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right) + 2x = \cos t \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial t} = u \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

Berdasarkan banyaknya variabel bebas yang terlibat dalam persamaan, persamaan diferensial diklasifikasikan menjadi persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial.

1. Persamaan Diferensial Biasa

Definisi 2 (Ross, 2010: 4)

Persamaan Diferensial Biasa adalah persamaan diferensial yang memuat turunan biasa dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas.

Contoh

Persamaan (1) dan Persamaan (2) merupakan persamaan diferensial biasa. Variabel x pada Persamaan (1) merupakan variabel bebas tunggal dan y merupakan variabel terikat. Pada Persamaan (2) t merupakan variabel bebas dan x sebagai variabel terikat.

2. Persamaan Diferensial Parsial

Definisi 3 (Ross, 2010)

Persamaan Diferensial Parsial adalah persamaan diferensial yang memuat turunan parsial dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap lebih dari satu variabel bebas.

Contoh

Persamaan (3) dan (4) merupakan persamaan diferensial parsial. Variabel bebas pada Persamaan (3) berupa variabel s dan t , sedangkan u merupakan variabel tak bebas.

Pada Persamaan (4) terdapat tiga variabel bebas x , y , dan z , dan v merupakan variabel terikat.

2.1.5 Sistem Persamaan Diferensial

Definisi 4 Sistem Persamaan Diferensial

Diketahui Persamaan Diferensial Biasa berikut ini

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dot{x}_2 &= f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dot{x}_n &= f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}\tag{5}$$

Sistem pada persamaan (2.2.5) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\dot{x} = f(x) \tag{6}$$

2.1.6 Sistem Persamaan Diferensial Linear dan Non-Linear

Berdasarkan kelinearannya sistem persamaan diferensial dibedakan menjadi dua yaitu sistem persamaan diferensial linear dan sistem persamaan diferensial non linear.

a. Sistem Persamaan Diferensial Linear

Secara umum sistem persamaan diferensial linear orde satu dengan variabel tak bebas x_1, x_2, \dots, x_n dan variabel bebas t dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n + k_1(t) \quad (7)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n + k_2(t)$$

:

$$\frac{dx_n}{dt} = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n + k_n(t)$$

Persamaan (6) disebut sistem persamaan linear homogen jika $k_i, i = 1, 2, \dots, n$ bernilai nol, sedangkan jika k_i, i bernilai tak nol, maka persamaan (6) disebut persamaan diferensial linear non homogen. Persamaan (6) dapat ditulis dalam persamaan berikut

$$\dot{x} = Ax + K(x) \quad (8)$$

Dengan A adalah matriks $n \times n$ yang merupakan matriks koefisien dari variabel tak bebas $x \in \mathbb{R}^n$, dengan $a_{ij} \in \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$, sedangkan $K(t)$ adalah matriks ukuran $n \times i$ yang merupakan fungsi dari t ,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1(t) \\ k_2(t) \\ \vdots \\ k_n(t) \end{bmatrix}$$

b. Sistem Persamaan Diferensial Non Linear

Definisi

Persamaan diferensial non linear adalah persamaan diferensial biasa yang tak linear.

Persamaan diferensial dikatakan non linear jika persamaan diferensial tersebut memenuhi paling sedikit satu dari kriteria berikut :

- a. Memuat variabel tak bebas dari turunan-turunannya berpangkat selain satu.
- b. Terdapat perkalian dari variabel tak bebas dan atau turunan-turunannya.
- c. Terdapat fungsi transendental dari variabel tak bebas dan turunan-turunannya.

2.1.7 Titik Kesetimbangan

Titik kesetimbangan menjadi salah satu pembahasan dalam bab ini karena titik kesetimbangan diperlukan dalam proses analisis penyebaran penyakit HIV/AIDS. Titik kesetimbangan digunakan untuk mengetahui nilai dari bilangan reproduksi dasar.

Definisi

Diberikan sistem persamaan diferensial $\dot{x} = f(x)$. Titik $\hat{x} \in R^n$ disebut titik kesetimbangan dari $\dot{x} = f(x)$. Jika memenuhi $f(\hat{x}) = 0$.

Contoh

Akan dicari titik kesetimbangan dari sistem persamaan

$$\frac{dS}{dt} = \mu + \beta I - \alpha SI - \mu S$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha SI - \beta I - \mu I$$

Sebagai berikut ;

$$f_1 = \mu + \beta I - \alpha SI - \mu S$$

$$f_2 = \alpha SI - \beta I - \mu I$$

Menurut definisi titik kesetimbangan (\hat{S}, \hat{I}) dari sistem persamaan diatas dapat diperoleh jika $f(\hat{x}) = 0$. Akan dicari titik kesetimbangan dari sistem persamaan diatas sedemikian, sehingga $f_1(\hat{S}, \hat{I})^T = 0$ dan $f_2(\hat{S}, \hat{I})^T = 0$

Dengan

$$f_1(\hat{S}, \hat{I}) = \mu + \beta \hat{I} - \alpha \hat{S} \hat{I} - \mu \hat{S}$$

$$f_2(\hat{S}, \hat{I}) = \alpha \hat{S} \hat{I} - \beta \hat{I} - \mu \hat{I}$$

Untuk $f_2(\hat{S}, \hat{I})^T = 0$

$$\alpha \hat{S} \hat{I} - \beta \hat{I} - \mu \hat{I} = 0$$

$$\hat{I}(\alpha \hat{S} - \beta - \mu) = 0$$

$$\hat{I} = 0 \text{ atau } \hat{S} = \frac{\beta + \mu}{\alpha}$$

- a. Jika $\hat{I} = 0$ disubtitusikan ke persamaan $f_1(\hat{S}, \hat{I})^T = 0$, maka diperoleh

$$\mu + \beta \hat{I} - \alpha \hat{S} \hat{I} - \mu \hat{S} = 0$$

$$\mu + \beta 0 - \alpha \hat{S} 0 - \mu \hat{S} = 0$$

$$\hat{S} = 1$$

Jadi, diperoleh titik kesetimbangan pertama yaitu $(0,1)^T$.

b. Jika $\hat{S} = \frac{\beta+\mu}{\alpha}$ disubtitusikan ke persamaan

$$f_1(\hat{S}, \hat{I})^T = 0, \text{ maka diperoleh}$$

$$\mu + \beta \hat{I} - \alpha \hat{S} \hat{I} - \mu \hat{S} = 0$$

$$\mu + \beta \hat{I} - \alpha \left(\frac{\beta + \mu}{\alpha} \right) \hat{I} - \mu \left(\frac{\beta + \mu}{\alpha} \right) = 0$$

$$\mu + \beta \hat{I} - \beta \hat{I} - \mu \hat{I} - \mu \left(\frac{\beta + \mu}{\alpha} \right) = 0$$

$$\mu - \mu \hat{I} - \mu \left(\frac{\beta + \mu}{\alpha} \right) = 0$$

$$\mu \hat{I} = \mu - \left(\frac{\beta + \mu}{\alpha} \right)$$

$$\hat{I} = 1 - \frac{\beta + \mu}{\alpha}$$

Jadi, diperoleh titik kesetimbangan kedua yaitu

$$\left(\frac{\beta + \mu}{\alpha}, 1 - \frac{\beta + \mu}{\alpha} \right)^T$$

Berdasarkan hasil yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa sistem persamaan diatas memiliki dua titik kesetimbangan yaitu $(0,1)^T$ dan

$$\left(\frac{\beta + \mu}{\alpha}, 1 - \frac{\beta + \mu}{\alpha} \right)^T$$

Titik kesetimbangan dapat diklasifikasikan menjadi dua yaitu titik

kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik penyakit. Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah adalah kesetimbangan saat kelas terinfeksi nol atau saat penyakit tidak menyebar dalam populasi. Titik kesetimbangan endemik penyakit adalah titik kesetimbangan saat kelas terinfeksi tidak nol atau saat penyakit menyebar dalam populasi.

2.1.8 Linearisasi

Linearisasi diperlukan karena bentuk model matematika penyebaran penyakit diare adalah persamaan diferensial nonlinear. Linearisasi adalah proses metransformasi sistem persamaan diferensial nonlinear ke bentuk persamaan diferensial linear. Proses ini dilakukan dengan linearisasi disekitar titik kesetimbangan. Namun, sebelumnya akan dibahas terlebih dahulu mengenai matriks Jacobian yang dijelaskan dalam Teorema berikut.

Teorema (Perko, 2001:67)

Jika $f: R^n \rightarrow R^n$ terdiferensial di x_0 maka turunan parsial $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$ dengan $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$, di x_0 ada untuk semua $x \in R^n$ dan

$$Df(x_0)x = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j}(x_0)x_j.$$

Bukti:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_j}(x_0)x_j &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x_0)x_1 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(x_0)x_1 \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x_0)x_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x_0)x_2 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(x_0)x_2 \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(x_0)x_2 \end{bmatrix} + \cdots \\ &\quad + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x_0)x_n \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(x_0)x_n \\ \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x_0)x_n \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x_0)x_1 & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(x_0)x_2 & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x_0)x_n \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(x_0)x_1 & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(x_0)x_2 & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(x_0)x_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x_0)x_1 & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(x_0)x_2 & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x_0)x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = Df(x_0)x \end{aligned}$$

Matriks $Df(x_0)$ disebut matriks Jacobian dari fungsi $f: R^n \rightarrow R^n$ yang terdiferensial di $x_0 \in R^n$.

Untuk Selanjutnya $Df(x_0)$ dinotasikan dengan $Jf(x_0)$.

Selanjutnya akan dijelaskan mengenai proses linearisasi dari sistem persamaan diferensial nonlinear menjadi sistem persamaan diferensial linear.

Diberikan Sistem persamaan $\dot{x} = f(x)$ yang merupakan sistem persamaan diferensial nonlinear. Misalkan $\hat{x} = \hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \dots, \hat{x}_n$ adalah titik kesetimbangan Sistem persamaan $\dot{x} = f(x)$, maka pendekatan linear Sistem persamaan $\dot{x} = f(x)$ disekitar titik kesetimbangan diperoleh dengan menggunakan deret Taylor dari fungsi f disekitar titik kesetimbangan $\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \dots, \hat{x}_n)^T$ yaitu

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T &= f_1(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \\ &+ \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T(x_1 - \bar{x}_1) \\ &+ \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T(x_2 - \bar{x}_2) + \dots \\ &+ \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T(x_n - \bar{x}_n) + Rf_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T &= f_2(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \\
&+ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T(x_1 - \bar{x}_1) \\
&+ \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T(x_2 - \bar{x}_2) + \dots \\
&+ \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T(x_n - \bar{x}_n) + Rf_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T &= f_n(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \\
&+ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T(x_1 - \bar{x}_1) \\
&+ \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T(x_2 - \bar{x}_2) + \dots \\
&+ \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T(x_n - \bar{x}_n) + Rf_n
\end{aligned}$$

Karena $Rf_1, Rf_2, Rf_3, \dots, Rf_n$ nilainya mendekati nol sehingga dapat diabaikan dan karena $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T$ titik ekuilibrium dari sistem diferensial diatas maka $f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T = f_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T = f_3(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T = \dots = f_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T$ sehingga dapat diperoleh

$$\begin{aligned}
\dot{x}_n &= \frac{\partial f_n}{\partial x_1} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T (x_1 - \bar{x}_1) \\
&\quad + \frac{\partial f_n}{\partial x_2} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T (x_2 - \bar{x}_2) \\
&\quad + \dots \\
&\quad + \frac{\partial f_n}{\partial x_n} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T (x_n - \bar{x}_n)
\end{aligned}$$

Dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - \bar{x}_1 \\ x_2 - \bar{x}_2 \\ x_3 - \bar{x}_3 \\ \vdots \\ x_n - \bar{x}_n \end{bmatrix}$$

Misalkan $y_1 = (x_1 - \bar{x}_1), y_2 = (x_2 - \bar{x}_2), \dots, y_n = (x_n - \bar{x}_n)$ sehingga diperoleh,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

Matriks Jacobian dari persamaan diatas adalah

$$J =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n)^T \end{bmatrix}$$

Jika matriks jacobian J memiliki nilai eigen yang tidak nol pada bagian realnya, maka sifat kestabilan sistem dapat dilihat dari

$$\dot{x} = J(f(x_0))x$$

Persamaan tersebut hasil linearisasi dari sistem persamaan diatas. Selanjutnya akan diberikan definisi mengenai linearisasi pada sistem persamaan diferensial nonlinear sebagai berikut:

Definisi 2.8 (Perko, 2000:102)

Diberikan matrik jacobian $J(f(x_0))$. Sistem Linear $\dot{x} = J(f(x_0))x$ disebut linearisasi dari Sistem Persamaan diatas di x_0 .

Setelah dilakukannya linearisasi, maka dapat dilihat perilaku kestabilan dari sistem persamaan diferensial nonlinear disekitar titik ekuilibrium. Kestabilan Sistem diatas disekitar titik ekuilibrium x_0 dapat dilihat dari kestabilan hasil

linearisasinya jika x_0 hiperbolik. Diberikan definisi untuk titik ekuilibrium hiperbolik yang dijelaskan pada Definisi 2.9 berikut ini:

Definisi 2.9 (Perko, 2000:102)

Titik ekuilibrium $x_0 \in \mathbb{R}^n$ disebut titik ekuilibrium hiperbolik dari sistem persamaan diatas jika tidak ada nilai eigen dari matriks $J(f(x_0))$ yang mempunyai bagian real nol.

2.1.9 Nilai Eigen

Nilai eigen digunakan untuk mengetahui kestabilan dari suatu sistem persamaan diferensial.

Definisi (Howard , 1997:277)

A adalah matriks, vektor tak nol x didalam \mathbb{R}^n dinamakan vektor eigen (eigenvector) dari A jika Ax adalah kelipatan skalar dari x yaitu

$$Ax = \lambda x$$

Untuk suatu skalar λ . skalar λ dinamakan nilai eigen dari A dan x dikatakan vektor eigen yang bersesuaian dengan λ .

Untuk mencari nilai-nilai eigen dari Matriks A berukuran $n \times n$ maka dapat dituliskan kembali menjadi $Ax = \lambda x$ sebagai

$$Ax = \lambda x$$

$$Ax = \lambda Ix$$

$$(\lambda I - A)x = 0$$

Berdasarkan Howard (1997:277) menyatakan agar λ menjadi nilai eigen maka haruslah ada solusi tak nol dari persamaan tersebut, dengan I adalah matriks identitas. Persamaan $(\lambda I - A)x = 0$ akan memiliki penyelesaian tak nol jika dan hanya jika

$$|\lambda I - A| = 0$$

Persamaan $|\lambda I - A| = 0$ dinamakan persamaan karakteristik dari A dan skalar yang memenuhi persamaan karakteristik $|\lambda I - A| = 0$ adalah nilai eigen dari A .

Contoh

Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ dengan

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Akan dicari nilai eigen dan vektor eigen dari matriks A

Penyelesaian :

- Nilai eigen dari matriks A

$$\lambda I - A = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda - 6 & -1 \\ 2 & \lambda - 3 \end{bmatrix}$$

Maka persamaan karakteristik dari A adalah

$$|\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda - 6 & -1 \\ 2 & \lambda - 3 \end{vmatrix} = \lambda^2 - 9\lambda + 20$$

dari persamaan karakteristik A adalah

$$\lambda^2 - 9\lambda + 20 = 0$$

$$\lambda_1 = 4 \text{ dan } \lambda_2 = 5$$

Jadi, nilai eigen dari matriks A adalah 4 atau 5.

- b. Vektor eigen matriks A

Untuk $\lambda_1 = 4$

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$
$$-2x_1 - x_2 = 0$$

Persamaan $-2x_1 - x_2 = 0$ ekuivalen dengan

$$x_1 = -\frac{1}{2}x_2, \text{ jika } x_1 = s \text{ maka } x_2 = -2s$$

Sehingga diperoleh

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} s$$

Jadi, vektor eigen yang bersesuaian dengan

$$\lambda_1 = 4 \text{ adalah } \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix},$$

Untuk $\lambda_2 = 5$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$
$$-x_1 - x_2 = 0$$
$$2x_1 + 2x_2 = 0$$

Persamaan $x_1 + x_2 = 0$ ekuivalen dengan $x_1 = -x_2$, jika $x_1 = t$, maka $x_2 = -t$ sehingga diperoleh

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} t$$

Jadi, vektor eigen yang bersesuaian dengan $\lambda_2 = 5$ adalah $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

2.1.10 Kestabilan Titik Kesetimbangan

Suatu titik kesetimbangan dapat dikatakan stabil, stabil asimtotik atau tidak stabil, diperlukan definisi dan teorema berikut ini.

Definisi (Wiggins, 2003)

Titik ekuilibrium $\bar{x} \in R^n$ sistem persamaan $\dot{x} = f(x), x \in R^n$ dikatakan

- 1) Stabil lokal jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian hingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta$ berlaku $\|x(t_0) - \bar{x}\| < \varepsilon$ untuk setiap $t \geq t_0$.
- 2) Stabil asimtotik lokal jika titik ekuilibrium $\bar{x} \in R^n$ stabil dan terdapat $\delta_0 > 0$ sedemikian hingga untuk setiap solusi $x(t)$ memenuhi $\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta_0$ berlaku limit $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \bar{x}$.

- 3) Tidak stabil jika titik ekuilibrium $\bar{x} \in R^n$ tidak memenuhi (1).

2.1.11 Angka Reproduksi Dasar

Menurut Giesecke (2002), angka reproduksi dasar adalah rata-rata banyaknya individu yang rentan dn terinfeksi secara langsung oleh individu lain yang sudah terinfeksi dan masuk ke dalam populasi yang seluruhnya masih rentan. Kondisi yang timbul dalam satu diantara kemungkinan berikut :

- i. Jika $R_0 < 1$ maka penyakit akan menghilang.
- ii. Jika $R_0 > 1$ maka penyakit akan meningkat menjadi wabah.

Misalkan terdapat n kelas terinfeksi dan m kelas tidak terinfeksi. Selanjutnya dimisalkan x yang menyatakan subpopulasi kelas terinfeksi dn y menyatakan subpopulasi kelas tidak terinfeksi (rentan atau sembuh) dan $x \in \mathbb{R}^n$ dan $y \in \mathbb{R}^m$, untuk $m, n \in \mathbb{N}$, sehingga

$$\dot{x} = \varphi_i(x, y) - \psi_i(x, y) \quad \text{dengan}$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$\dot{y} = \eta_j(x, y) \quad \text{dengan } j = 1, 2, \dots, m$$

Dengan φ_i adalah laju infeki sekunder yang menambah pada kelas terinfeksi dan ψ_i adalah

laju perkembangan penyakit, kematian atau kesembuhan yang mengakibatkan berkurangnya populasi dari kelas terinfeksi.

Perhitungan angka reproduksi dasar (R_0) berdasarkan linierisasi dari sistem persamaan diferensial yang didekati pada titik ekuilibrium bebas penyakit. Persamaan kompartemen terinfeksi yang telah dilinierisasi dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\dot{x} = (F - V)x$$

Dengan F dan V adalah matriks berukuran $n \times n$

$$\text{dan } F = \frac{\partial \varphi_i}{\partial u_j}(0, y_0) \quad \text{dan} \quad V = \frac{\partial \psi_i}{\partial u_j}(0, y_0).$$

Selanjutnya didefinisikan matriks K sebagai berikut:

$$K = FV^{-1}$$

Dengan K disebut matriks generasi berikutnya. Nilai dari infeksi sekunder pada populasi rentan adalah radius spektral (nilai eigen dominan) dari matriks K (Driessche dan Watmough, 2002) sehingga

$$R_0 = \rho(FV^{-1})$$

2.1.12 Kriteria Routh-Hurwitz

Nilai eigen dari matriks A adalah akar-akar dari persamaan karakteristik $\det(\lambda I - A) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \dots + a_n$ (Olders & Woude, 2004). Tetapi seringkali muncul permasalahan dalam menentukan akar-akar persamaan karakteristik. Sehingga diperlukan aturan atau kriteria untuk menjamin nilai dari akar-akar dari persamaan karakteristik bernilai negatif atau ada yang benilai positif. Tanda negatif atau positif digunakan untuk menentukan sifat kestabilan suatu titik ekuilibrium. Salah satu kriteria yang efektif untuk menguji sistem kestabilan adalah kriteria *Routh-Hurwitz*.

Diberikan persamaan karakteristik nilai eigen λ dari matriks A yang berukuran $n \times n$ sebagai berikut :

$$a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \dots + a_n \quad (13)$$

Dengan $a_i, i = 0, 1, 2, \dots, n$ dan $a_0 \neq 0$ merupakan koefisien dari persamaan karakteristik. Akar-akar dari persamaan (13) dapat diketahui dengan menyusun tabel *Routh-Hurwitz* sebagai berikut :

Tabel 1. Tabel Routh-Hurwitz

a_0	a_2	a_4	...
a_1	a_3	a_5	...
b_1	b_2	b_3	...
c_1	c_2	c_3	...
\vdots	\vdots	\vdots	

dimana :

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} \quad c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1} \quad d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1} \quad c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1} \quad \dots$$

$$b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1} \quad c_2 = \frac{b_1 a_7 - a_1 b_4}{b_1} \quad \dots$$

Perhitungan berhenti sampai kolom pertama menghasilkan nilai nol. Dalam kriteria *Routh-Hurwitz* semua akar-akar dari persamaan (13) mempunyai bagian real negatif jika dan hanya jika semua elemen di kolom pertama tabel *Routh-Hurwitz* memiliki tanda yang sama (semua bernilai positif atau semua bernilai nnegatif)(Olsder & Woude,2004).

2.2 Kajian Pustaka

Dalam penulisan skripsi ini, peneliti terlebih dahulu menelaah karya ilmiah yang berkaitan dengan apa yang hendak dipaparkan dalam skripsi ini. Karya ilmiah yang ada sebelumnya akan memberikan gambaran umum tentang sasaran yang peneliti sajikan dalam skripsi ini, yakni untuk menghindari kesamaan dengan karya ilmiah sebelumnya. Berdasarkan penelusuran peneliti, beberapa karya ilmiah yang bertema hampir sama dengan skripsi ini antara lain:

- a. Jurnal dengan judul "*A simple SI-type model for HIV/AIDS with media and self-imposed psychological fear*" yang ditulis oleh Ghosh, Tiwari, Samanta, Elmojtaba, Al-Salti dan Chattopadhyay (2018). Hasil dari penelitiannya adalah Interaksi diantara penyebaran kesadaran yang dihasilkan melalui media dan self-imposed terhadap penyakit diselidiki dalam penelitian ini. Peneliti mengusulkan dan menganalisis model tipe SI untuk HIV / AIDS. Peneliti memperoleh dan mempelajari dinamika sistem di sekitar kesetimbangan bebas-penyakit dan endemik.
- b. Jurnal dengan judul "*Stability Analysis of Mathematical Model of Virus Therapy for Cancer*" diterbitkan pada tahun 2016 oleh Iranian Journal of Mathematical Sciences and Informatics Vol. 11, No. 2 (2016), pp 97-10 dan disusun oleh Akram Ashyani,

Hajimohammad Mohammadinejad dan Omid RabieiMotlagh". Tujuan penelitian ini adalah: untuk mengetahui perilaku solusi dari model matematika terapi pengobatan kanker yang menggunakan virus Oncolytic. Dalam penelitian ini peneliti menyelidiki stabilitas global untuk E_0 dan E_3 karena titik-titik ini penting. Kesetimbangan E_1 ada dan mungkin stabil. Stabilitas E_1 , tidak berguna karen berarti ada sel tumor yang tidak terinfeksi maka terapi gagal. Selain itu, kesetimbangan E_2 , menjelaskan bahwa semua sel tumor terinfeksi tetapi virus tidak dapat menghancurkan sel dan akhirnya sel tumor tetap terinfeksi.

- c. Jurnal dengan judul "*Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Pengaruh Fogging*" diterbitkan pada tahun 2020 oleh SQUARE:Journal of Mathematics and Mathematics Education Volume 2, No.1, 2020, pp.1-16 dan disusun oleh Siti Windawati, Ali Shodiqin dan Aurora Nur Aini". Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui pengaruh fogging terhadap penyebaran penyakit demam berdarah. Hasil simulasi pengaruh fogging terhadap penyebaran penyakit demam berdarah menunjukkan dengan adanya laju fogging,

maka rata-rata kasus infeksi sekunder yang dihasilkan oleh individu terinfeksi jumlahnya sedikit.

- d. Liming Cai dengan judul "*Stability analysis of an HIV/AIDS epidemic model with treatment*" diterbitkan pada tahun 2009 oleh Journal of Computational and Applied Mathematics 229(2009)33-323. Pengaruh waktu tunda stabilitas kesetimbangan endemik terinfeksi diselidiki dalam penelitian ini. Analisis matematis menetapkan bahwa dinamika global penyebaran penyakit menular HIV sepenuhnya ditentukan oleh angka reproduksi dasar R_0 .
- e. Jurnal dengan judul "*Mathematical analysis of the global dynamics of a model for HIV infection of CD4+ T cells*" diterbitkan pada tahun 2006 oleh Mathematical Biosciences Volume 200, Issue 1, March 2006, Pages 44-57 dan disusun oleh Liancheng Wang dan Michael Y.Li. Pada penelitian ini menerapkan model matematis yang menggambarkan infeksi HIV pada sel T CD4*. Angka reproduksi dasar $R_0 < 1$ infeksi HIV tidak dapat menyebar dari populasi dan jika $R_0 > 1$ infeksi HIV berlanjut.

- f. Jurnal dengan judul "*Global Stability Analysis of HIV+ Model*" diterbitkan pada tahun 2018 oleh Faculty of Medicine, Department of Medical Microbiology dan disusun oleh Farouk Tijjani Saad, Tamer Sanlidag dkk. Pada penelitian ini analisis stabilitas global dilakukan dengan menggunakan fungsi lyapunov dan stabilitas kesetimbangan tergantung pada besarnya angka reproduksi dasar.

Beberapa penelitian terdahulu yang menjadi kajian pustaka, yakni sama-sama membahas model matematika pada penyebaran penyakit, akan tetapi model matematika dari setiap penelitian berbeda. Beberapa penelitian terdahulu hampir sama dengan yang penulis teliti dalam penelitian ini, namun model yang penulis gunakan berbeda dengan model dalam penelitian-penelitian terdahulu yang penulis gunakan sebagai kajian pustaka. Pada penelitian ini penulis akan mencari analisis kestabilan dari model matematikanya.

BAB III

METODE PENELITIAN

Penelitian yang dilakukan merupakan jenis penelitian kajian teori dan terapan. Dengan mengkaji literatur-literatur yang berhubungan dengan pemodelan matematika yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah dengan terlebih dahulu menyusun konsep-konsep sesuai kebutuhan.

3.1 Menentukan Masalah

Dalam tahap ini dilakukan pencarian sumber pustakan dan memilih bagian dalam sumber pustaka tersebut yang dapat dijadikan sebagai permasalahan yang akan dikaji. Dalam hal ini penulis mengambil materi tentang penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed.

3.2 Perumusan Masalah

Adapun masalah yang ditemukan kemudian dirumuskan kedalam pertanyaan yang harus diselesaikan yaitu :

1. Bagaimana analisis kestabilan model penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed yang ditulis oleh Ghosh?
2. Bagaimana simulasi numerik penyebaran virus HIV/AIDS tipe SI yang ditulis oleh Ghosh?

3.3 Studi Pustaka

Dalam langkah ini dilakukan kajian sumber-sumber pustaka dengan cara mengumpulkan data atau informasi yang berkaitan dengan masalah meminimalkan penyebaran virus pada penyakit HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutakan pada media dan self-imposed, mengumpulkan konsep-konsep pendukung yang diperlukan dalam memecahkan masalah tersebut. Sehingga didapatkan suatu ide mengenai bahan dasar pengembangan upaya pemecahan masalah.

3.4 Analisis dan Pemecahan Masalah

Dari berbagai sumber pustaka yang didapatkan dan sudah menjadi bahan kajian, diperoleh suatu pemecahan masalah di atas sebagai berikut :

- a. Menganalisis model matematika yaitu mencari titik kesetimbangan dan kestabilannya dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 1. Menentukan model matematika penyebaran virus HIV/AIDS berupa sistem persamaan differensial nonlinear.
 2. Menentukan titik kesetimbangan bebas virus dan titik kesetimbangan endemik.
 3. Melakukan lineariasi sistem di sekitar titik kesetimbangan bebas virus dan titik kesetimbangan endemik dengan menggunakan matriks Jacobian.

4. Membentuk persamaan karakteristik dari matriks Jacobian dari sistem di sekitar titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik.
5. Menentukan nilai-nilai eigen yang merupakan akar persamaan karakteristik dengan memperhatikan syarat nilai eigen.
6. Menentukan angka reproduksi dasar berdasarkan syarat nilai eigen untuk kestabilan lokal titik kesetimbangan.
7. Menganalisis kestabilan titik kesetimbangan bebas virus dan titik kesetimbangan endemik.
8. Melakukan simulasi numerik model matematika penyebaran virus HIV/AIDS menggunakan software Maple yang mana parameter parameter diganti dengan angka-angka yang berasal dari data yang diperoleh dari berbagai sumber.
9. Penarikan kesimpulan.

(Siti Windawati,2020)

- b. Mencari simulasi numerik dari model dasar penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini membahas tentang model matematika penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh media dan self-imposed, menentukan titik-titik ekuilibrium endemik dan bebas penyakit penyakit , penetapan angka reproduksi dasar, menganalisis kestabilan lokal titik-titik ekuilibrium dan simulasi model yang dihasilkan dengan menggunakan Maple18.

4.1 Hasil Penelitian

4.1.1 Formulasi Model Matematika Penyebaran virus HIV/AIDS

Pada umumnya ada banyak faktor yang menyebabkan terjadinya penyebaran virus HIV/AIDS pada manusia baik secara internal maupun eksternal. variabel dan parameter yang digunakan dalam model penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan self-imposed disajikan dalam tabel 4.1 :

Tabel 4.1 Daftar variabel model penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan slf-imposed

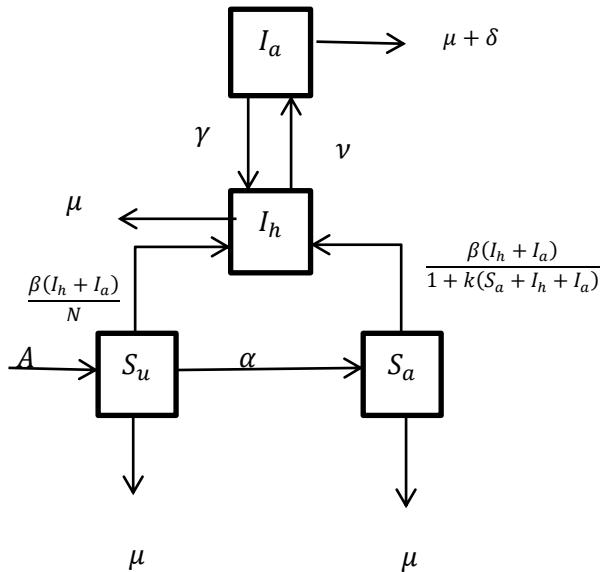
No	Variabel	Definisi	Syarat	Satuan
1	$N(t)$	Jumlah populasi individu pada waktu ke-t	$N(t) \geq 0$	Individu
2	$S_u(t)$	Jumlah individu tidak sadar rentan pada waktu ke-t	$S_u(t) \geq 0$	Individu
3	$S_a(t)$	Jumlah individu sadar rentan pada waktu ke-t	$S_a(t) \geq 0$	Individu
4	$I_h(t)$	Jumlah individu dengan HIV pada waktu ke-t	$I_h(t) \geq 0$	Individu
5	$I_a(t)$	Jumlah individu dengan AIDS pada waktu ke-t	$I_a(t) \geq 0$	Individu

Tabel 4.2 Daftar parameter model penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada medi dan self-imposed

Parameter	Keterangan	Satuan	Rentang/Nilai
A	laju perkembangan orang-orang yang direkrut di wilayah tersebut pada tingkat yang konstan	Orang/tahun	[3×10^5 , 12×10^5]
α	tingkat diseminasi kesadaran	Per tahun	[0,1]
β	koefisien penularan HIV	Per orang per tahun	(0,1]
k	kekuatan self-imposed	Per orang	[0,100]
μ	tingkat kematian alami	Per tahun	[0.01,0.02]
γ	tingkat dimana HIV mengarah ke AIDS	Per tahun	(0,1]
v	tingkat transisi dari tahap AIDS ke HIV	Per tahun	[0,0.5]

δ	tingkat kematian terkait penyakit	Per tahun	$(0,1]$
----------	-----------------------------------	-----------	---------

Setelah diketahui asumsi-asumsi dan definisi parameter yang digunakan, maka akan dapat digambarkan secara skematis proses penyebaran virus HIV/AIDS dengan pengaruh ketakutan pada media dan sef-imposed dapat disajikan dalam diagram kompartemen sebagai berikut :



Gambar 1. Diagram kompartemen model epidemik

Dengan persamaan dinamis model matematika adalah

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{dS_u}{dt} = A - \frac{\beta(I_h + I_a)S_u}{N} - (\alpha + \mu)S_u \\
 (2) \quad & \frac{dS_a}{dt} = \alpha S_u - \frac{\beta(I_h + I_a)S_a}{1+k(S_a + I_h + I_a)} - \mu S_a \\
 (3) \quad & \frac{dI_h}{dt} = \frac{\beta(I_h + I_a)S_u}{N} + \frac{\beta(I_h + I_a)S_a}{1+k(S_a + I_h + I_a)} - (\gamma + \mu)I_h + \nu I_a \\
 (4) \quad & \frac{dI_a}{dt} = \gamma I_h - (\nu + \mu + \delta)I_a
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Dengan $N = S_u + S_a + I_h + I_a$. (Ghosh, dkk (2018))

4.1.2 Titik Ekuilibrium

Titik ekuilibrium diperoleh dengan menjadikan $\frac{dS_u}{dt} = 0$, $\frac{dS_a}{dt} = 0$, $\frac{dI_h}{dt} = 0$, dan $\frac{dI_a}{dt} = 0$ dari sistem persamaan (4.1) sehingga diperoleh dua titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik.

1. Titik ekuilibrium bebas penyakit adalah suatu keadaan dimana tidak terjadi penyebaran penyakit menular (HIV/AIDS) dalam suatu populasi. Titik ekuilibrium bebas penyakit diberikan oleh $E_0 = (S_u, S_a, I_h, I_a) = \left(\frac{A}{\alpha+\mu}, \frac{A\alpha}{\mu(\alpha+\mu)}, 0, 0 \right)$.
2. Titik ekuilibrium endemik adalah suatu keadaan dimana terjadi infeksi penyakit di dalam populasi

sehingga $I_h \neq 0$ dan $I_a \neq 0$. Titik ekuilibrium endemik diberikan oleh $E^* = (S_u^*, S_a^*, I_h^*, I_a^*)$.

4.1.2.1 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Titik kesetimbangan bebas virus dapat diketahui dari persamaan (4.1) dari persamaan (4)

$$\gamma I_h - (\nu + \mu + \delta)I_a = 0$$

$$\gamma I_h = (\nu + \mu + \delta)I_a$$

$$I_a = \frac{\gamma I_h}{\nu + \mu + \delta} = \left(\frac{\gamma}{\nu + \mu + \delta}\right) I_h$$

$$I_a = a_1 I_h \quad (4.2)$$

$$\text{Dimana } a_1 = \frac{\gamma}{\nu + \mu + \delta}$$

Menambahkan persamaan (1), (2) dan (3) dari sistem persamaan (4.1) dan menggunakan persamaan (4.2), diperoleh :

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow A - \frac{\beta(I_h + I_a)S_u}{N} - (\alpha + \mu)S_u + \alpha S_u - \frac{\beta(I_h + I_a)S_a}{1+k(S_a + I_h + I_a)} - \mu S_a + \\ &\frac{\beta(I_h + I_a)S_a}{N} + \frac{\beta(I_h + I_a)S_a}{1+k(S_a + I_h + I_a)} - (\gamma + \mu)I_h + \nu I_a = 0 \\ &\Leftrightarrow A - (\alpha + \mu)S_u + (\alpha S_u - \mu S_a) - (\gamma + \mu)I_h + \nu I_a = 0 \\ &\Leftrightarrow A - (\alpha + \mu)S_u + (\alpha S_u - \mu S_a) = (\gamma + \mu)I_h + \nu I_a \\ &\Leftrightarrow A - (\alpha + \mu)S_u + (\alpha S_u - \mu S_a) = (\gamma + \mu)I_h + \nu \left(\left(\frac{\gamma}{\nu + \mu + \delta} \right) I_h \right) \\ &\Leftrightarrow A - (\alpha + \mu)S_u + (\alpha S_u - \mu S_a) = \left((\gamma + \mu) + \left(\frac{\nu \gamma}{\nu + \mu + \delta} \right) \right) I_h \\ &\Leftrightarrow A - \mu(S_u + S_a) \left\{ \frac{(\nu + \mu + \delta)}{(\gamma(\mu + \delta) + \mu(\nu + \mu + \delta))} \right\} = I_h \\ &\Leftrightarrow a_2 \{A - \mu(S_u + S_a)\} = I_h \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\text{Dimana } a_2 = \frac{(\nu + \mu + \delta)}{\gamma(\mu + \delta) + \mu(\nu + \mu + \delta)}$$

Untuk I_h positif, kita harus memiliki syarat eksis

$$S_u + S_a < \frac{A}{\mu}$$

Menjumlahkan persamaan (4.2) dan (4.3), diperoleh :

$$I_a + I_h = a_2\{A - \mu(S_u + S_a)\} + a_1 I_h$$

$$I_h + I_a = a_2\{A - \mu(S_u + S_a)\} + a_1(a_2\{A - \mu(S_u + S_a)\}) \quad (4.4)$$

$$I_h + I_a = a_2(1 + a_1)\{A - \mu(S_u + S_a)\} \quad (4.4)$$

dari persamaan (4.2)-(4.4) di sistem persamaan titik ekuilibrium pertama dan kedua, diperoleh dari mengikuti 2 persamaan pada S_u dan S_a

$$A - \frac{\beta(I_h + I_a)S_u}{N} - (\alpha + \mu)S_u = 0$$

$$A - \frac{\beta(a_2(1+a_1)\{A-\mu(S_u+S_a)\})S_u}{S_u+S_a+a_2(1+a_1)\{A-\mu(S_u+S_a)\}} - (\alpha + \mu)S_u = 0 \quad (4.5)$$

$$\alpha S_u - \frac{\beta(I_h + I_a)S_a}{1+k(S_a+I_h+I_a)} - \mu S_a = 0$$

$$\alpha S_u - \frac{\beta a_2(1+a_1)\{A-\mu(S_u+S_a)\}S_a}{1+k(S_a+a_2(1+a_1)\{A-\mu(S_u+S_a)\})} - \mu S_a = 0 \quad (4.6)$$

Dari persamaan (4.5), kita peroleh :

$$\begin{aligned}
 & \text{Pada } S_u = \frac{A}{\alpha+\mu}, \text{ kita peroleh } S_a = \frac{\alpha A}{\mu(\alpha+\mu)} \\
 \Leftrightarrow & A - \frac{\beta(a_2(1+a_1)\{A-\mu(S_u+S_a)\})S_u}{S_u+S_a+a_2(1+a_1)\{A-\mu(S_u+S_a)\}} - (\alpha + \mu)S_u = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{A(a_2(1+a_1)(A-\mu(S_u+S_a)))-\beta(a_2(1+a_1)(A-\mu(S_u+S_a)))S_u-(\alpha+\mu)S_u(a_2(1+a_1)(A-\mu(S_u+S_a)))}{S_u+S_a+a_2(1+a_1)(A-\mu(S_u+S_a))} = 0 \\
 & 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{(A-\alpha S_u - \mu S_u)S_u + (A-\alpha S_u - \mu S_u)S_a + A - \beta S_u - \alpha S_u - \mu S_u(a_2(1+a_1)(A-\mu(S_u+S_a)))}{S_u+S_a+a_2(1+a_1)(A-\mu(S_u+S_a))} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{(A-\alpha S_u - \mu S_u)S_a}{S_a} = 0 \\
 A - \alpha S_{u-} - \mu S_u &= 0 \\
 A - (\alpha + \mu)S_u &= 0 \\
 A &= (\alpha + \mu)S_u \\
 S_u &= \frac{A}{\alpha + \mu}
 \end{aligned}$$

Pada $S_u = \frac{A}{\alpha+\mu}$, kita peroleh $S_a = \frac{\alpha A}{\mu(\alpha+\mu)}$

dan

$$\begin{aligned}
 & \alpha S_u - \frac{\beta a_2(1+a_1)\{A-\mu(S_u+S_a)\}S_a}{1+k(S_a+a_2(1+a_1)\{A-\mu(S_u+S_a)\})} - \mu S_a = 0 \\
 \frac{\alpha S_u - \mu S_a - \beta a_2(1+a_1)\{A-\mu(S_u+S_a)\}S_a + (\alpha S_u - \mu S_a)(k(S_a+a_2(1+a_1)\{A-\mu(S_u+S_a)\}))}{1+k(S_a+a_2(1+a_1)\{A-\mu(S_u+S_a)\})} &= 0 \\
 \alpha S_{u-} - \mu S_a &= 0 \\
 \alpha \left(\frac{A}{\alpha + \mu} \right) - \mu S_a &= 0 \\
 \frac{\alpha A}{\alpha + \mu} &= \mu S_a \\
 S_a &= \frac{\alpha A}{\alpha + \mu} + \frac{1}{\mu} \\
 S_a &= \frac{\alpha A}{\mu(\alpha+\mu)}
 \end{aligned}$$

Jadi diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit dari sistem persamaan (4.1) yaitu $E_0 = (S_u, S_a, I_h, I_a) = \left(\frac{A}{\alpha+\mu}, \frac{A\alpha}{\mu(\alpha+\mu)}, 0, 0\right)$.

4.1.2.2 Titik Kesetimbangan Endemik

Titik kesetimbangan endemik adalah suatu keadaan dimana terjadi infeksi penyakit di dalam populasi sehingga $I_h \neq 0$ dan $I_a \neq 0$. Titik kesetimbangan endemik dapat diperoleh dengan memisalkan $E^* = (S_u^*, S_a^*, I_h^*, I_a^*)$ dan mensubstitusikan ke persamaan 4.1.

$$(1) A - \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_u^*}{N} - (\alpha + \mu)S_u^* = 0$$

$$(2) \alpha S_u^* - \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_a^*}{1+k(S_a^* + I_h^* + I_a^*)} - \mu S_a^* = 0$$

$$(3) \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_u^*}{N} + \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_a^*}{1+k(S_a^* + I_h^* + I_a^*)} - (\gamma + \mu)I_h^* + \nu I_a^* = 0$$

$$(4) \gamma I_h^* - (\nu + \mu + \delta)I_a^* = 0 \quad (4.7)$$

Titik kesetimbangan endemik dapat diketahui dari penjumlahan persamaan (4.7) persamaan (1)-(4)

$$\begin{aligned}
& A - \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_u^*}{N} - (\alpha + \mu)S_u^* + \alpha S_u^* - \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_a}{1+k(S_a^* + I_h^* + I_a^*)} - \mu S_a^* + \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_u}{N} + \\
& \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_a^*}{1+k(S_a^* + I_h^* + I_a^*)} - (\gamma + \mu)I_h^* + \nu I_a^* + \gamma I_h^* - (\nu + \mu + \delta)I_a^* = 0 \\
\Leftrightarrow & A - (\alpha + \mu)S_u^* + \alpha S_u^* - \mu S_a^* - (\gamma + \mu)I_h^* + \nu I_a^* + \gamma I_h^* - (\nu + \mu + \delta)I_a^* = 0 \\
\Leftrightarrow & A - (S_u^* + S_a^* + I_h^* + I_a^*)\mu - \delta I_a^* = 0 \\
\Leftrightarrow & \delta I_a^* = A - (S_u^* + S_a^* + I_h^* + I_a^*)\mu \\
\Leftrightarrow & I_a^* = \frac{A - (S_u^* + S_a^* + I_h^* + I_a^*)\mu}{\delta} \\
\Leftrightarrow & I_a^* = \frac{A - N\mu}{\delta}, \text{ dimana } N = S_u^* + S_a^* + I_h^* + I_a^* \quad (4.8)
\end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (4.8) ke persamaan (4.7)
persamaan (4)

$$\begin{aligned}
& \gamma I_h^* - (\nu + \mu + \delta)I_a^* = 0 \\
\Leftrightarrow & \gamma I_h^* = (\nu + \mu + \delta)I_a^* \\
\Leftrightarrow & I_h^* = \frac{(\nu + \mu + \delta)I_a^*}{\gamma} \\
\Leftrightarrow & I_h^* = \frac{(\nu + \mu + \delta)(\frac{A - N\mu}{\delta})}{\gamma} \\
\Leftrightarrow & I_h^* = \frac{(\nu + \mu + \delta)(A - N\mu)}{\delta \cdot \gamma} \\
\Leftrightarrow & I_h^* = \frac{(\nu + \mu + \delta)(A - N\mu)}{\delta \gamma} \quad (4.9)
\end{aligned}$$

Jumlahkan persamaan (4.8) dan persamaan (4.9)

$$\begin{aligned}
& I_a^* + I_h^* = \frac{A - N\mu}{\delta} + \frac{(\nu + \mu + \delta)(A - N\mu)}{\delta \gamma} \\
\Leftrightarrow & \frac{(A - N\mu)\gamma + (\nu + \mu + \delta)(A - N\mu)}{\delta \gamma} \\
\Leftrightarrow & \frac{(\gamma + (\nu + \mu + \delta))(A - N\mu)}{\delta \gamma} \quad (4.10)
\end{aligned}$$

Peramaan (1) pada persamaan (4.7) disamadengankan 0

$$A - \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_u^*}{N} - (\alpha + \mu)S_u^* = 0$$

Dibuat $S_u^* = 0$

$$\begin{aligned} A &= \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_u^*}{N} + (\alpha + \mu)S_u^* \\ \Leftrightarrow A &= \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_u^* + (\alpha + \mu)S_u^* \cdot N}{N} \\ \Leftrightarrow AN &= \beta(I_h^* + I_a^*)S_u^* + (\alpha + \mu)S_u^* \cdot N \\ \Leftrightarrow AN &= (\beta(I_h^* + I_a^*) + (\alpha + \mu) \cdot N)S_u^* \\ \Leftrightarrow S_u^* &= \frac{AN}{(\beta(I_h^* + I_a^*) + (\alpha + \mu) \cdot N)} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Substitusikan persamaann (4.10) ke persamaan (4.11)

$$\begin{aligned} S_u^* &= \frac{AN}{(\beta(I_h^* + I_a^*) + (\alpha + \mu) \cdot N)} \\ \Leftrightarrow S_u^* &= \frac{AN}{\left(\beta\left(\frac{(\gamma + (\nu + \mu + \delta))(A - N\mu)}{\delta\gamma}\right) + (\alpha + \mu) \cdot N\right)} \\ \Leftrightarrow S_u^* &= \frac{AN}{\left(\left(\frac{(\beta(\gamma + (\nu + \mu + \delta))(A - N\mu)}{\delta\gamma}\right) + (\alpha + \mu) \cdot N\right)} \\ \Leftrightarrow S_u^* &= \frac{AN}{\left(\frac{\beta(\gamma + (\nu + \mu + \delta))(A - N\mu) + (\alpha + \mu)N\delta\gamma}{\delta\gamma}\right)} \\ \Leftrightarrow S_u^* &= \frac{AN\delta\gamma}{\beta(\gamma + (\nu + \mu + \delta))(A - N\mu) + (\alpha + \mu)N\delta\gamma} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Substitusikan persamaan (4.10), persamaan (4.11) ke persamaan (2) pada persamaan (4.9)

$$\begin{aligned} \alpha S_u^* - \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_a^*}{1 + k(S_a^* + I_h + I_a^*)} - \mu S_a^* &= 0 \\ \Leftrightarrow \alpha S_u^* &= \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_a^*}{1 + k(S_a^* + I_h + I_a^*)} + \mu S_a^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow \alpha S_u^* &= \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)S_a^* + \mu S_a^*(1+k(S_a^* + I_h + I_a^*))}{1+k(S_a^* + I_h + I_a^*)} \\
\Leftrightarrow \alpha S_u^*(1+k(S_a^* + I_h + I_a^*)) &= \beta(I_h^* + I_a^*)S_a^* + \mu S_a^*(1+k(S_a^* + I_h + I_a^*)) \\
\Leftrightarrow \alpha S_u^*(1+k(S_a^* + I_h + I_a^*)) &= (\beta(I_h^* + I_a^*) + \mu(1+k(S_a^* + I_h + I_a^*)))S_a^* \\
\Leftrightarrow S_a^* &= \frac{\alpha S_u^*(1+k(S_a^* + I_h + I_a^*))}{(\beta(I_h^* + I_a^*) + \mu(1+k(S_a^* + I_h + I_a^*)))} \\
\Leftrightarrow S_a^* &= \\
&\frac{\alpha \left(\frac{AN.\delta\gamma}{\beta(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu) + (\alpha+\mu)N.\delta\gamma} \right) \left(1+k \left(\frac{AN.\delta\gamma}{\beta(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu) + (\alpha+\mu)N.\delta\gamma} + \frac{(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu)}{\delta\gamma} \right) \right)}{\left(\beta \left(\frac{(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu)}{\delta\gamma} \right) + \mu \left(1+k \left(\frac{AN.\delta\gamma}{\beta(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu) + (\alpha+\mu)N.\delta\gamma} + \frac{(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu)}{\delta\gamma} \right) \right) \right)}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Sehingga diperoleh titik kestimbangan endemik

$$E^* = (S_u^*, S_a^*, I_h^*, I_a^*) \text{ dengan}$$

$$\begin{aligned}
S_u^* &= \frac{AN.\delta\gamma}{\beta(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu) + (\alpha+\mu)N.\delta\gamma} \\
S_a^* &= \\
&\frac{\alpha \left(\frac{AN.\delta\gamma}{\beta(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu) + (\alpha+\mu)N.\delta\gamma} \right) \left(1+k \left(\frac{AN.\delta\gamma}{\beta(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu) + (\alpha+\mu)N.\delta\gamma} + \frac{(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu)}{\delta\gamma} \right) \right)}{\left(\beta \left(\frac{(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu)}{\delta\gamma} \right) + \mu \left(1+k \left(\frac{AN.\delta\gamma}{\beta(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu) + (\alpha+\mu)N.\delta\gamma} + \frac{(\gamma+(v+\mu+\delta))(A-N\mu)}{\delta\gamma} \right) \right) \right)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_h^* &= \frac{(\gamma+\mu+\delta)(A-N\mu)}{\delta\gamma} \\
I_a^* &= \frac{A-N\mu}{\delta}
\end{aligned} \tag{4.14}$$

4.1.3 Menentukan Angka Reproduksi Dasar (R_0)

Angka reproduksi dasar (R_0) adalah banyaknya individu yang rentan terinfeksi oleh individu lain yang sudahterinfeksi. Jika $R_0 < 1$, maka penyakit akan menghilang dari populasi. Jika $R_0 > 1$, maka penyakit akan meningkat menjadi wabah.

Sistem persamaan ini mempunyai titik ekuilibrium bebas penyakit $E_0 = \left(\frac{A}{\alpha+\mu}, \frac{A\alpha}{\mu(\alpha+\mu)}, 0, 0 \right)$. Angka reproduksi dasar akan dicari dengan menggunakan metode matriks generasi mendatang (*next generation*). Pada model ini sistem persamaan yang digunakan adalah subpopulasi kelas terinfeksi yaitu $I_h \& I_a$.

Matriks φ diperoleh sebagai dasar informasi bertambahnya infeksi, sedangkan matriks ψ digunakan untuk mengetahui berkurangnya infeksi, dengan rumus sebagai berikut :

$$\varphi = \begin{bmatrix} \frac{\beta(I_h + I_a)S_u}{N} + \frac{\beta(I_h + I_a)S_a}{1+k(S_a + I_h + I_a)} \nu I_a \\ \gamma I_h \end{bmatrix}, \psi = \begin{bmatrix} (\gamma + \mu)I_h \\ (\nu + \mu + \delta)I_a \end{bmatrix}$$

(4.15)

selanjutnya dibentuk matriks Jacobian untuk persamaan (4.10), sehingga hasil matriksnya adalah:

$$J(F) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial I_h} & \frac{\partial \varphi}{\partial I_a} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial I_h} & \frac{\partial \varphi}{\partial I_a} \end{bmatrix} \text{ dan } J(V) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial I_h} & \frac{\partial \psi}{\partial I_a} \\ \frac{\partial \psi}{\partial I_h} & \frac{\partial \psi}{\partial I_a} \end{bmatrix}$$

Diturunkan menjadi

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} (\gamma + \mu) & -v \\ -\gamma & (\nu + \mu + \delta) \end{bmatrix}$$

F adalah matriks transmisi dan V adalah matriks transisi.

Hitung V^{-1}

$$\begin{aligned} V^{-1} &= \frac{1}{\det(V)} \begin{bmatrix} (\nu + \mu + \delta) & v \\ \gamma & (\gamma + \mu) \end{bmatrix} \\ \det(V) &= ((\gamma + \mu)(\nu + \mu + \delta)) - ((-\nu)(-\gamma)) \\ \det(V) &= \delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2 + \mu\nu \\ V^{-1} &= \frac{1}{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2 + \mu\nu} \begin{bmatrix} (\nu + \mu + \delta) & v \\ \gamma & (\gamma + \mu) \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\nu + \mu + \delta}{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2 + \mu\nu} & \frac{v}{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2 + \mu\nu} \\ \frac{\gamma}{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2 + \mu\nu} & \frac{\gamma + \mu}{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2 + \mu\nu} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Hitung R_0 dengan $R_0 = \rho(FV^{-1})$

$$FV^{-1} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\nu + \mu + \delta}{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2 + \mu\nu} & \frac{v}{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2 + \mu\nu} \\ \frac{\gamma}{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2 + \mu\nu} & \frac{\gamma + \mu}{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2 + \mu\nu} \end{bmatrix}$$

Diperoleh

$$R_0 = \frac{\gamma + \nu + \mu + \delta}{\gamma(\mu + \delta) + \mu(\nu + \mu + \delta)} \left[\frac{\beta\mu}{\alpha + \mu} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\alpha + \mu) + kA\alpha} \right] \quad (4.16)$$

Perlu dicatat bahwa nilai R_0 tergantung pada semua parameter model. Persamaan (4.16) mewakili jumlah dari dua kuantitas, dimana yang pertama menjelaskan potensi penyebaran penyakit karena interaksi individu rentan dan yang tidak sadar terinfeksi, sedangkan yang kedua menjelaskan interaksi antara individu rentan dan yang sadar terinfeksi.

4.1.4 Analisis Kestabilan

Analisis kestabilan ditentukan berdasarkan nilai eigen dan matriks Jacobian, analisis ini diperoleh melalui metode linearisasi.

Matriks Jacobian dari sistem (4.1) sebagai berikut

:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial(dS_u)}{S_u} & \frac{\partial(dS_u)}{S_a} & \frac{\partial(dS_u)}{I_h} & \frac{\partial(dS_u)}{I_a} \\ \frac{\partial(dS_a)}{S_u} & \frac{\partial(dS_a)}{S_a} & \frac{\partial(dS_a)}{I_h} & \frac{\partial(dS_a)}{I_a} \\ \frac{\partial(dI_h)}{S_u} & \frac{\partial(dI_h)}{S_a} & \frac{\partial(dI_h)}{I_h} & \frac{\partial(dI_h)}{I_a} \\ \frac{\partial(dI_a)}{S_u} & \frac{\partial(dI_a)}{S_a} & \frac{\partial(dI_a)}{I_h} & \frac{\partial(dI_a)}{I_a} \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow J(E_0) =$$

$$\begin{bmatrix} -(\alpha + \mu) & 0 & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} \\ \alpha & -\mu & -\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & -\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \\ 0 & 0 & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - (\gamma + \mu) & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + v \\ 0 & 0 & \gamma & -(v + \mu + \delta) \end{bmatrix}$$

(4.17)

Untuk mencari nilai eigen dari matriks tersebut dibentuk polinomial karakteristik dari determinan berikut :

$$\Leftrightarrow |\lambda I - J(E_0)| = 0$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -(\alpha + \mu) & 0 & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} \\ \alpha & -\mu & -\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & -\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \\ 0 & 0 & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - (\gamma + \mu) & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + v \\ 0 & 0 & \gamma & -(v + \mu + \delta) \end{bmatrix} \right| = 0$$

\Leftrightarrow

$$\begin{bmatrix} \lambda - (-(\alpha + \mu)) & 0 & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} \\ \alpha & \lambda + \mu & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \\ 0 & 0 & \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - v \\ 0 & 0 & \gamma & \lambda + (v + \mu + \delta) \end{bmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} \lambda + (\alpha + \mu) & 0 & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} \\ -\alpha & \lambda + \mu & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \\ 0 & 0 & \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - v \\ 0 & 0 & -\gamma & \lambda + (v + \mu + \delta) \end{vmatrix} = 0$$

4.1.4.1 Analisis Kestabilan di Sekitar Titik kesetimbangan Bebas Virus

Untuk titik kesetimbangan bebas virus disubstitusikan $E_0 = (S_u, S_a, I_h, I_a) = \left(\frac{A}{\alpha+\mu}, \frac{A\alpha}{\mu(\alpha+\mu)}, 0, 0\right)$ kedalam persamaan (4.1)

Kemudian mencari nilai eigen (λ) dengan persamaan karakteristik : $|\lambda I - J(E_0)| = 0$

Dengan matriks $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\Leftrightarrow |\lambda I - J(E_0)| = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -(\alpha + \mu) & 0 & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} \\ \alpha & -\mu & -\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & -\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \\ 0 & 0 & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - (\gamma + \mu) & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + v \\ 0 & 0 & \gamma & -(v + \mu + \delta) \end{bmatrix} \end{vmatrix} = 0$$

\Leftrightarrow

$$\left| \begin{array}{cccc} \lambda - (-(\alpha + \mu)) & 0 & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} \\ -\alpha & \lambda + \mu & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \\ 0 & 0 & \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - v \\ 0 & 0 & -\gamma & \lambda + (v + \mu + \delta) \end{array} \right| = 0$$

Determinan matriks ordo 4x4 menggunakan *Laplace Expansion* dari metode kofaktor dan diperoleh hasil sebagai berikut:

$$|\lambda I - J(E_0)| = 0$$

\Leftrightarrow

$$\left| \begin{array}{cccc} \lambda + (\alpha + \mu) & 0 & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} & \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} \\ -\alpha & \lambda + \mu & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \\ 0 & 0 & \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - v \\ 0 & 0 & -\gamma & \lambda + (v + \mu + \delta) \end{array} \right| = 0$$

0

$$|\lambda I - J(E_0)| =$$

$$\lambda + \alpha +$$

$$\mu \left| \begin{array}{cccc} \lambda + \mu & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & \\ 0 & \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - v & \\ 0 & -\gamma & \lambda + (v + \mu + \delta) & \end{array} \right| -$$

$$0 \left| \begin{array}{cccc} -\alpha & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} & \\ 0 & \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - v & \\ 0 & -\gamma & \lambda + (v + \mu + \delta) & \end{array} \right| +$$

$$\left(\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha}\right) \begin{vmatrix} -\alpha & \lambda + \mu & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \\ 0 & 0 & -\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - v \\ 0 & 0 & \lambda + (\nu + \mu + \delta) \end{vmatrix} -$$

$$\left(\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha}\right) \begin{vmatrix} -\alpha & \lambda + \mu & \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \\ 0 & 0 & \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \\ 0 & 0 & -\gamma \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned}
& |\lambda I - J(E_0)| \\
&= (\lambda + \alpha \\
&\quad + \mu) \left| (\lambda \right. \\
&\quad \left. + \mu) \begin{vmatrix} \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} + (\gamma + \mu) & -\frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} - v \\ -\gamma & \lambda + (v + \mu + \delta) \end{vmatrix} \right. \\
&\quad - \left(-\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} \right) \begin{vmatrix} 0 & \frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} + v \\ 0 & \lambda + (v + \mu + \delta) \end{vmatrix} \\
&\quad + \left(-\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} \right) \begin{vmatrix} 0 & \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} + (\gamma + \mu) \\ 0 & \gamma \end{vmatrix} \\
&\quad - 0 \left| \alpha \begin{vmatrix} \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} + (\gamma + \mu) & \frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} + v \\ -\gamma & \lambda + (v + \mu + \delta) \end{vmatrix} \right. \\
&\quad - \left(-\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} \right) \begin{vmatrix} 0 & \frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} + v \\ 0 & \lambda + (v + \mu + \delta) \end{vmatrix} \\
&\quad + \left(-\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} \right) \begin{vmatrix} 0 & \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} + (\gamma + \mu) \\ 0 & \gamma \end{vmatrix} \\
&\quad + \left(-\frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} \right) \left| \alpha \begin{vmatrix} 0 & \frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} + v \\ 0 & \lambda + (v + \mu + \delta) \end{vmatrix} \right. \\
&\quad - (\lambda + \mu) \begin{vmatrix} 0 & \frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} + v \\ 0 & \lambda + (v + \mu + \delta) \end{vmatrix} \left. + \left(-\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} \right) \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \right] \\
&\quad - \left(-\frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} \right) \left| \alpha \begin{vmatrix} 0 & \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} + (\gamma + \mu) \\ 0 & \gamma \end{vmatrix} \right. \\
&\quad - (\lambda + \mu) \begin{vmatrix} 0 & \lambda - \frac{\beta\mu}{\mu + \alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} + (\gamma + \mu) \\ 0 & \gamma \end{vmatrix} \left. + \left(-\frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu + \alpha) + kA\alpha} \right) \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \right] \\
&= 0
\end{aligned}$$

Dengan menghitung determinan matriks tersebut didapatkan

$$\Leftrightarrow (\lambda + \alpha + \mu)(\lambda + \mu) \left(\lambda^2 + \left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) + (v + \mu + \delta) \right) \lambda + \left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) (v + \mu + \delta) \right) \right) \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\lambda + \alpha + \mu)(\lambda + \mu) \left(\lambda^2 - \left(\left(\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - (\gamma + \mu) - (v + \mu + \delta) \right) \lambda + \left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) (v + \mu + \delta) \right) \right) \right) = 0$$

Untuk menyelidiki sifat-sifat akar persamaan kuadrat dapat dilakukan beberapa langkah yaitu

1. Hitung diskriminan dari persamaan $\lambda^2 +$

$$\left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) + (v + \mu + \delta) \right) \lambda + \left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) (v + \mu + \delta) \right) \right) = 0$$

dengan nilai $a=1$, $b=\left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) + (v + \mu + \delta) \right)$

$$\text{dan } c=\left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) (v + \mu + \delta) \right)$$

$$\begin{aligned}
D = b^2 - 4ac &= \left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) + \right. \\
&\quad (v + \mu + \delta)^2 - 4.1. \left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) (v + \right. \\
&\quad \left. \left. \mu + \delta) \right)^2 \\
&\Leftrightarrow \left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right)^2 + 2 \left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \right. \\
&\quad \left. \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) (v + \mu + \delta) + (v + \mu + \delta)^2 - \\
&\quad 4.1. \left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) (v + \mu + \delta) \right) \\
&\Leftrightarrow \left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right)^2 - \\
&\quad 2 \left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) (v + \mu + \delta) + \\
&\quad (v + \mu + \delta)^2
\end{aligned}$$

Hasilnya $D \geq 0$

2. Hitung hasil jumlah kedua akarnya dengan rumus

$$x_1+x_2=-\frac{b/a}{a}=\frac{-\left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) + (v + \mu + \delta) \right)}{1}=$$

$$-\left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) + \right.$$

$$(v + \mu + \delta) \Bigg) = - \left[(v + \mu + \delta) + (\gamma + \mu) - \left(\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \right) \right]$$

Agar $\left[(v + \mu + \delta) + (\gamma + \mu) - \left(\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \right) \right]$

bernilai positif, maka $(v + \mu + \delta) + (\gamma + \mu) > \left(\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} \right)$ hal ini bisa terjadi jika $\mathcal{R}_0 < 1$, jadi saat $\mathcal{R}_0 < 1$ maka $x_1+x_2<0$

3. Hitung hasil kali kedua akarnya dengan

$$\text{rumus } x_1 \cdot x_2 = c/a = \left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) (v + \mu + \delta)/1 = - \left(\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} - \gamma - \mu \right) (v + \mu + \delta) = - \left(\mathcal{R}_0 \left(\frac{\gamma(\mu+\delta)+\mu(v+\mu+\delta)}{\gamma+v+\mu+\delta} - \gamma - \mu \right) (v + \mu + \delta) \right) = \left[(\gamma + \mu) - \mathcal{R}_0 \left(\frac{\gamma(\mu+\delta)+\mu(v+\mu+\delta)}{\gamma+v+\mu+\delta} \right) \right] (v + \mu + \delta)$$

Pada saat $\mathcal{R}_0 < 1$ maka $x_1 \cdot x_2 > 0$.

Oleh karena hasil $D \geq 0; x_1+x_2<0; x_1 \cdot x_2 > 0$ pada saat $\mathcal{R}_0 < 1$ maka x_1 dan x_2 bertanda negatif. Jadi λ_3 dan λ_4 bernilainegatif jika $\mathcal{R}_0 < 1$. Hasil perhitungan menghasilkan 4 nilai eigen yang

bernilai negatif yaitu $-(\mu + \alpha)$ dan $-\mu$ sementara dua nilai eigen lainnya terdapat pada akar persamaan kuadrat $\lambda^2 + \left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) + (\nu + \mu + \delta) \right) \lambda + \left(\left(-\frac{\beta\mu}{\mu+\alpha} - \frac{\beta A\alpha}{\mu(\mu+\alpha)+kA\alpha} + (\gamma + \mu) \right) (\nu + \mu + \delta) \right) \right) = 0$ jika $\mathcal{R}_0 < 1$, maka titik ekuilibrium bebas penyakit bersifat stabil asimotik lokal pada saat $\mathcal{R}_0 < 1$.

4.1.4.2 Analisis Kestabilan di Sekitar Titik Kesetimbangan Endemik

Untuk titik kesetimbangan endemik $E^* = (S_u^*, S_a^*, I_h^*, I_a^*)$. Matriks jacobi dari sistem persamaan (4.7)

$$J_{E^*} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} \\ 0 & 0 & J_{43} & J_{44} \end{bmatrix}$$

Dimana

$$\begin{aligned}
J_{11} &= -\left(\alpha + \mu + \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)(S_a^* + I_h^* + I_a^*)}{N^{*2}}\right) J_{12} = \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)}{N^{*2}} J_{13} = \\
J_{14} &= -\frac{\beta S_u^*(I_h^* + I_a^*)}{N^{*2}} J_{21} = \alpha J_{22} = -\frac{\beta(I_h^* + I_a^*)(1+k(I_h^* + I_a^*))}{(1+k(S_a^* + I_h^* + I_a^*))^2} - \\
\mu J_{23} &= J_{24} = -\frac{\beta S_a^*(1+kS_a^*)}{(1+k(S_a^* + I_h^* + I_a^*))^2}, J_{31} = \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)(S_a^* + I_h^* + I_a^*)}{N^{*2}} - \\
J_{32} &= -\frac{\beta S_u^*(I_h^* + I_a^*)}{N^{*2}} + \frac{\beta(I_h^* + I_a^*)(1+k(I_h^* + I_a^*))}{(1+k(S_a^* + I_h^* + I_a^*))^2}, J_{33} = \frac{\beta S_u^*(I_h^* + I_a^*)}{N^{*2}} + \\
&\frac{\beta S_a^*(1+k(I_h^* + I_a^*))}{(1+k(S_a^* + I_h^* + I_a^*))^2} - (\gamma + \mu), \\
J_{34} &= \frac{\beta S_u^*(I_h^* + I_a^*)}{N^{*2}} + \frac{\beta S_a^*(1+k(I_h^* + I_a^*))}{(1+k(S_a^* + I_h^* + I_a^*))^2} + \nu, J_{43} = \gamma, \\
J_{44} &= -(\nu + \mu + \delta).
\end{aligned}$$

Selanjutnya yaitu mencari nilai eigen dengan tahapan sebagai berikut:

$$\det(\lambda I - J_{E^*}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} \\ 0 & 0 & J_{43} & J_{44} \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{pmatrix} \lambda - J_{11} & -J_{12} & -J_{13} & -J_{14} \\ -J_{21} & \lambda - J_{22} & -J_{23} & -J_{24} \\ -J_{31} & -J_{32} & \lambda - J_{33} & -J_{34} \\ 0 & 0 & -J_{43} & \lambda - J_{44} \end{pmatrix} \right| = 0$$

Selanjutnya dengan bantuan software maple18 diperoleh persamaan dari matriks J_E^* sebagai berikut::

$$\lambda^4 + C_1\lambda^3 + C_2\lambda^2 + C_3\lambda + C_4 = 0 \quad (4.18)$$

Dimana

$$\begin{aligned} C_1 &= -(J_{11} + J_{22} + J_{33} + J_{44}), \quad C_2 = J_{11}(J_{22} + J_{33} + J_{44}) + \\ &J_{33}(J_{22} + J_{44}) + J_{22}J_{44} - J_{13}J_{31} - J_{32}J_{23} - J_{21}J_{12} - J_{34}J_{43}, \\ C_3 &= J_{22}J_{34}J_{43} + J_{11}J_{32}J_{23} + J_{31}J_{13}J_{44} + J_{12}J_{21}J_{33} + \\ &J_{21}J_{12}J_{44} + J_{31}J_{22}J_{13} + J_{32}J_{23}J_{44} + J_{11}J_{34}J_{43} - J_{31}J_{12}J_{23} - \\ &J_{22}J_{33}J_{44} - J_{11}J_{33}J_{44} - J_{32}J_{24}J_{43} - J_{11}J_{22}J_{33} - J_{31}J_{14}J_{43} - \\ &J_{21}J_{32}J_{13} - J_{11}J_{22}J_{44} \\ C_4 &= J_{11}J_{22}J_{33}J_{44} + J_{11}J_{32}J_{24}J_{43} + \\ &J_{31}J_{22}J_{14}J_{43} + J_{31}J_{12}J_{23}J_{44} + J_{21}J_{32}J_{13}J_{44} + J_{21}J_{12}J_{34}J_{43} - \\ &J_{11}J_{32}J_{23}J_{44} - J_{11}J_{23}J_{34}J_{43} - J_{31}J_{22}J_{13}J_{44} - J_{31}J_{12}J_{24}J_{44} - \\ &J_{21}J_{32}J_{14}J_{43} - J_{21}J_{12}J_{33}J_{44}. \end{aligned}$$

Menggunakan kriteria Routh-Hurwitz, akar-akar dari persamaan (4.18) adalah negatif atau memiliki bagian real negatif jika dan hanya jika kondisi berikut dipenuhi :

- i. $C_1 > 0, C_4 > 0$
- ii. $C_1C_2 - C_3 > 0$
- iii. $C_3(C_1C_2 - C_3) - C_1^2C_4 > 0$ (4.19)

Dengan demikian, titik ksetimbangan endemik E^* adalah stabil asimtotik lokal.

4.1.5 Simulasi Numerik

Simulasi dilakukan menggunakan program maple18 dan dengan memberikan nilai-nilai untuk masing-masing parameter sesuai dengan nilai R_0 dalam teorema-teorema yang telah diberikan diatas. Simulasi ini diberikan guna memberikan gambaran geometris dari teorema eksistensi dan kestabilan dari titik-titik kesetimbangan model epidemi SI ini. Dalam penelitian ini analisis penyebaran penyakit HIV/AIDS untuk dua keadaan yang berbeda, yaitu saat keadaan bebas virus dan saat keadaan endemik.

1.1.5.1 Simulasi Dalam Keadaan Bebas virus

Simulasi dalam keadaan bebas virus ini menggunakan syarat awal yaitu untuk nilai awal pada sel tidak sadar, sel sadar, individu dengan HIV dan individu dengan AIDS $(S_u(0), S_a(0), I_h(0), I_a(0)) = (500, 250, 100, 50)$. Untuk interval waktunya dari 0 sampai 300. Sedangkan nilai-nilai parameter yang diberikan adalah

$$\begin{aligned} A &= 12.10^5, \beta = 0.7278, \alpha = 0.1305, \mu = 0.01613, k \\ &= 56.5235, \gamma = 0.2841, v = 0.05, \delta \\ &= 0.5262 \end{aligned}$$

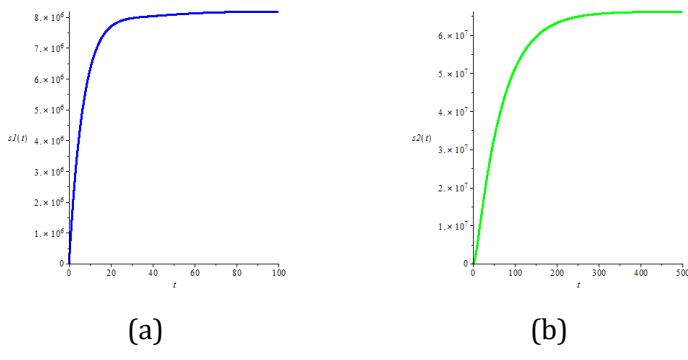
Angka reproduksi dasar yang telah diperoleh sebelumnya sebagai parameter pembahasan, yaitu

1. A yaitu laju perkembangan orang-orang yang direkrut di wilayah tersebut pada tingkat yang konstan.
2. α yaitu tingkat kesadaran.
3. β yaitu koefisien penularan HIV.
4. K yaitu kekuatan self-imposed.
5. M yaitu tingkat kematian alami.
6. γ yaitu tingkat dimana HIV mengarah ke AIDS.
7. v yaitu tingkat transisi dari tahap AIDS ke HIV.
8. δ yaitu tingkat kematian terkait penyakit.

Diantara parameter-parameter tersebut di atas tidak semua dapat dikontrol untuk menekan angka reproduksi dasar berada dibawah ambang batas. Parameter laju kematian alami dirasakan tidak mungkin untuk dikontrol, termasuk laju perpindahan virus pada seseorang HIV menjadi AIDS karena pada dasarnya terjadi pada seseorang yang telah positif HIV. Laju perkembangan orang-orang di suatu tempat (A) memegang peranan besar. Jika semakin sedikit jumlah individu yang datang pada

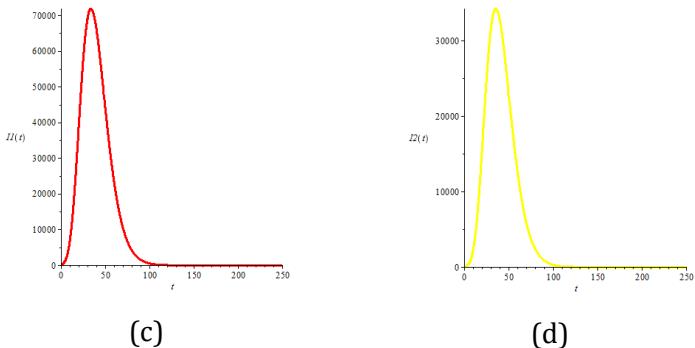
sebuah wilayah maka akan semakin sedikit penyebaran HIV dari suatu individu ke individu lainnya. Tingkat kesadaran (α) dan kekuatan self-imposed (k) juga mempunyai peran yang besar dalam penyebaran virus HIV/AIDS, karna semakin besar tingkat kesadaran dan kekuatan self-imposed akan semakin kecil penyebaran virus HIV/AIDS dari suatu individu ke inividu lainnya.

Selain dengan memperkecil laju perkembangan orang-orang di suatu tempat. simulasi ini dapat ditampilkan oleh grafik sebagaimana berikut :



Gambar 2 : (a) Grafik Su dan (b) Grafik Sa

Gambar 2 menunjukkan bahwa laju kelas Su dan kelas Sa pada penyebaran virus HIV/AIDS dengan pegaruh ketakutakan pada media dan self-imposed mengalami peningkatan hingga mencapai populasi tertinggi dan bergerak stabil.



Gambar 3 : (c) Grafik Ih dan (d) Grafik Ia $R_0 > 1$

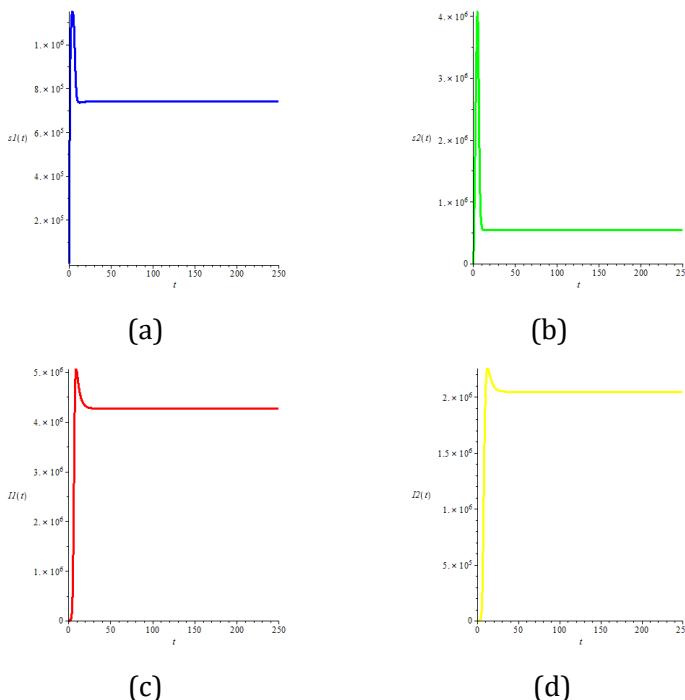
Gambar 3 dapat diketahui bahwa laju kelas Ih dan kelas Ia pada penyebaran virus HIV/AIDS dengan pegaruh ketakutakan pada media dan self-imposed mulai stabil di angka 0. Berdasarkan parameter yang diberikan akan diperoleh $\mathcal{R}_0 = 0.2337188375$ dan menunjukkan bahwa saat kondisi $\mathcal{R}_0 < 1$ maka titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik lokal dan penyakit tidak akan menyerang populasi.

1.1.5.2 Simulasi Dalam Keadaan Endemik

Simulasi dalam keadaan bebas virus ini menggunakan syarat awal yaitu untuk nilai awal pada sel tidak sadar, sel sadar, individu dengan HIV dan individu dengan AIDS $(S_u(0), S_a(0), I_h(0), I_a(0)) = (500, 250, 100, 50)$. Untuk interval waktunya dari 0 sampai 300. Sedangkan nilai-nilai parameter yang diberikan adalah

$$A = 12.10^5, \beta = 0.7278, \alpha = 1, \mu = 0.01613, k = 0.5, \gamma \\ = 0.2841, v = 0.05, \delta = 0.5262$$

Dengan mengontrol parameter α dan k maka menghasilkan nilai $R_0 = 4.282906189$. Berikut adalah grafik dinamika sel rentan pada saat $R_0 > 1$



Gambar 4 : (a) Grafik Su, (b) Grafik Sa, (c) Grafik Ih dan (d) Grafik Ia saat $R_0 > 1$

Gambar 4 dapat diketahui bahwa laju di semua kelas pada penyebaran virus HIV/AIDS dengan pegaruh ketakutakan pada media dan self-imposed dapat

dilihat bahwa kelompok individu yang yang terinfeksi terus mengalami kenaikan sejak hari pertama, namun setelah itu mengalami penurunan dan akan bergerak sampai mencapai titik ekuilibriumnya dan menunjukkan bahwa saat kondisi $\mathcal{R}_0 > 1$ maka titik ekuilibrium bebas penyakit tidak stabil dan penyakit sangat mungkin akan menyebar.

4.2 Pembahasan

Berdasarkan hasil penelitian analisis model matematika penyebaran virus HIV/AIDS yang menggunakan model epidemik, diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas virus dan titik kesetimbangan endemik.

- 1) Titik ekuilibrium bebas penyakit adalah suatu keadaan dimana tidak terjadi penyebaran penyakit menular (HIV/AIDS) dalam suatu populasi. Titik ekuilibrium bebas penyakit diberikan oleh
$$E_0 = (S_u, S_a, I_h, I_a) = \left(\frac{A}{\alpha + \mu}, \frac{A\alpha}{\mu(\alpha + \mu)}, 0, 0 \right).$$
- 2) Titik ekuilibrium endemik adalah suatu keadaan dimana terjadi infeksi penyakit di dalam populasi sehingga $I_h \neq 0$ dan $I_a \neq 0$. Titik ekuilibrium endemik diberikan oleh $E^* =$

$$(S_u^*, S_a^*, I_h^*, I_a^*) = \left(\frac{AN}{\beta(i_h^* + I_a^*) + (\alpha + \mu)N}, \right.$$

$$\left. \frac{\alpha \left(\frac{AN\delta\gamma}{\beta(\gamma + (\nu + \mu + \delta))(A - N\mu) + (\alpha + \mu)N\delta\gamma} \right) \left(1 + k \left(\frac{AN\delta\gamma}{\beta(\gamma + (\nu + \mu + \delta))(A - N\mu) + (\alpha + \mu)N\delta\gamma} + \frac{(\gamma + (\nu + \mu + \delta))(A - N\mu)}{\delta\gamma} \right) \right)}{\left(\beta \left(\frac{(\gamma + (\nu + \mu + \delta))(A - N\mu)}{\delta\gamma} \right) + \mu \left(1 + k \left(\frac{AN\delta\gamma}{\beta(\gamma + (\nu + \mu + \delta))(A - N\mu) + (\alpha + \mu)N\delta\gamma} + \frac{(\gamma + (\nu + \mu + \delta))(A - N\mu)}{\delta\gamma} \right) \right) \right)}, \right.$$

$$\left. \frac{(\nu + \mu + \delta)(A - N\mu)}{\delta\gamma}, \frac{A - N\mu}{\delta} \right).$$

Analisis yang dilakukan menghasilkan angka reproduksi dasar $\mathcal{R}_0 = \frac{\gamma + \nu + \mu + \delta}{\gamma(\mu + \delta) + \mu(\nu + \mu + \delta)} \left[\frac{\beta\mu}{\alpha + \mu} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\alpha + \mu) + kA\alpha} \right]$. Berdasarkan nilai \mathcal{R}_0 tersebut didapatkan beberapa simpulan :

1. Jika $\mathcal{R}_0 > 1$ maka sistem persamaan (4.1) mempunyai dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas virus dan titik kesetimbangan endemik
2. Jika $\mathcal{R}_0 < 1$ maka titik kesetimbangan E_0 stabil asimtotik lokal
3. Jika $\mathcal{R}_0 > 1$ maka titik kesetimbangan E_0 tidak stabil dan titik kesetimbangan E^* stabil asimtotik lokal.

Pada hasil simulasi diperoleh hasil pada pembahasan sebelumnya dengan menggunakan maple18 diperoleh bahwa simulasi yang dilakukan menghasilkan hasil yang sama dengan analisis.

Berdasarkan hasil simulasi yang ditunjukkan pada gambar 4.1 terlihat bahwa titik kesetimbangan bebas virus E_0 yakni stabil asimtotik lokal jika $\mathcal{R}_0 < 1$. Artinya pada model matematika dari sistem persamaan 4.1 untuk proses penyebaran virus HIV/AIDS dengan pegaruh ketakutakan pada media dan self-imposed.

BAB V **KESIMPULAN DAN SARAN**

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian analisis kestabilan penyebaran virus HIV/AIDS berdasarkan tipe SI melalui efek media dan sel-impose diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Model matematika untuk penyebaran virus HIV/AIDS berdasarkan tipe SI melalui efek media dan sef-imposed berupa sistem persamaan diferensial sebagai berikut :

$$\frac{dS_u}{dt} = A - \frac{\beta(I_h + I_a)S_u}{N} - (\alpha + \mu)S_u$$

$$\frac{dS_a}{dt} = \alpha S_u - \frac{\beta(I_h + I_a)S_a}{1+k(S_a + I_h + I_a)} - \mu S_a$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \frac{\beta(I_h + I_a)S_u}{N} + \frac{\beta(I_h + I_a)S_a}{1+k(S_a + I_h + I_a)} - (\gamma + \mu)I_h + \nu I_a$$

$$\frac{dI_a}{dt} = \gamma I_h - (\nu + \mu + \delta)I_a$$

Model matematika dari sistem persamaan (4.1) untuk proses penyebaran virus HIV/AIDS mempunyai dua titik kesetimbangan yaitu

$$E_0 = (S_u, S_a, I_h, I_a) = \left(\frac{A}{\alpha + \mu}, \frac{A\alpha}{\mu(\alpha + \mu)}, 0, 0 \right) \text{ dan}$$

$$E^* =$$

$$(S_u^*, S_a^*, I_h^*, I_a^*) = \left(\frac{AN}{\beta(I_h^* + I_a^*) + (\alpha + \mu)N}, \right.$$

$$\left. \frac{\alpha \left(\frac{AN\delta\gamma}{\beta(y + (v + \mu + \delta))(A - N\mu) + (\alpha + \mu)N\delta\gamma} \right) \left(1 + k \left(\frac{AN\delta\gamma}{\beta(y + (v + \mu + \delta))(A - N\mu) + (\alpha + \mu)N\delta\gamma} + \frac{(y + (v + \mu + \delta))(A - N\mu)}{\delta\gamma} \right) \right)}{\left(\beta \left(\frac{(y + (v + \mu + \delta))(A - N\mu)}{\delta\gamma} \right) + \mu \left(1 + k \left(\frac{AN\delta\gamma}{\beta(y + (v + \mu + \delta))(A - N\mu) + (\alpha + \mu)N\delta\gamma} + \frac{(y + (v + \mu + \delta))(A - N\mu)}{\delta\gamma} \right) \right) \right)}, \right.$$

$$\left. \frac{(v + \mu + \delta)(A - N\mu)}{\delta\gamma}, \frac{A - N\mu}{\delta} \right).$$

Dan berdasarkan analisis kestabilan sistem persamaan (4.1) diperoleh angka reproduksi dasar $\mathcal{R}_0 = \frac{\gamma + v + \mu + \delta}{\gamma(\mu + \delta) + \mu(v + \mu + \delta)} \left[\frac{\beta\mu}{\alpha + \mu} + \frac{\beta A\alpha}{\mu(\alpha + \mu) + kA\alpha} \right]$. Titik kesetimbangan bebas virus akan stabil asimtotik jika $\mathcal{R}_0 < 1$ dan titik kesetimbangan endemik akan stail asimtotik lokal jika $\mathcal{R}_0 > 1$.

Dan selanjutnya hasil simulasi menggunakan Maple18 model matematika dari sistem persamaan 4.1 untuk proses penyebaran virus HIV/AIDS dengan pegaruh ketakutakan pada media dan self-imposed.

5.2 Saran

Berdasar darikesimpulan yang telah dikemukakan, maka peneliti memberikan saran sebagai berikut :

1. model yang digunakan mengacu pada jurnal internasional, selanjutnya model tersebut dapat ditambahkan variabel-variabel baru.

2. Menggunakan metode numerik yang berbeda dalam penyelesaiannya.
3. Memberikan perlakuan yang berbeda terhadap model, seperti menentukan kontrol optimal terhadap model yang dibahas dengan menambahkan variabel kontrolnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton,Howard. 1997. *Aljabar Linier Elementer*, edisi kelima. Erlangga,Jakarta.
- Ashyani, Akram. Mohammadinejad, Hajimohammad dan RabieiMotagh, Omid.2016. *Stability Analysis of Mathematical Model of Virus Therapy for Cancer*.Iran: Iranian Journal of Mathematical Sciences and Informatics
- Cai,Liming.,Li,uezhi.,Ghosh,Mini.,danGuo,Baozhu.(2009). *Stability analysis of an HIV/AIDS epidemic model with treatmen*.China: Beijing Institute of Information Control.
- Departemen Agama. 1989. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Semarang: Toha Putra.
- Driessche,P dan Watmough,J.2002.*Reproduction Numbers and Sub-threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission*.Mathematical Biosciences.180:29-48
- Gadzella, B. M., & Masten, W. G. (2005). An analysis of the categories in the student-life stress inventory. Journal of psychology research Vol.1 No.1.
- Giesecke, J. 2002. *Modern Infectious Disease Epidemiology*, Florida. CRC Press

Ghosh, Indrajith et. all. *A simple SI-type model for HIV/AIDS with media and self-imposed psychological fear*. Mathematical Biosciences (2018)

Nurhayati.2016. Kesehatan dan Pengobatan dalam Tradisi Islam : Kajian Kitab Shahih Al-Bukhori. Sumatera Utara: Faakultas ekonomi dan Bisnis Islam UIN Sumatera Utara.

Olsder, G. J. Dan Woude.J.W. van der. 2003. *Mathematical System Theory*. Delf: VVSD.

Perko,L.991. Differential Equation and Dynamical System New York:Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Tengah. Profil Kesehatan Provinsi Jawa Tengah Tahun 2019

Ross, Shepley
L.2010.*Differential Equations*.Delhi:Raju Book Binding House.

Saad, Farouk Tijjani. Sanlidag, Tamer.,dkk,(2018). *Global Stability Analysis of HIV+ Model*.Turkey: Faculty of Medicine, Department of Medical Microbiology, Celal Bayar University,Manisa.

Wang,Liancheng dan Li,MichaelY.(2006).*Mathematical analysis of the global dynamics of a model for HIV infection of CD4⁺ T cells*.Canada: Department of

Mathematical and Statistical Sciences, University of Alberta, Edmonton, Alberta.

Wiggins, S. 2003. Introduction to Applied Nonlinear Dynamical System and Chaos, Second Edition. New York: Springer – Verlag.

Windawati, Siti. Shodiqin, Ali dan Aini, Aurora Nur.2020. *Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Pengaruh Fogging*. SQUARE:Journal of Mathematics and Mathematics Education.

2018" PERAN MEDIA PENTING UNTUK MENCEGAH PENULARAN HIV & AIDS"<https://www.kebijakanaidsindonesia.net/id/berita-media/1690-peran-media-penting-untuk-mencegah-penularan-hiv-aids>:10 Juni 2021 pukul 09:22.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Hasil titik kesetimbangan bebas virus dan Print Out Maple

```

> restart;
> with(DEtools):
> with(plots):
> ds1 := A -  $\frac{\text{beta} \cdot (I1 + I2) \cdot s1}{N} - (\text{alpha} + \mu) \cdot s1;$ 
> 

$$ds1 := A - \frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s1}{N} - (\alpha + \mu) \cdot s1$$

> 

$$ds2 := \text{alpha} \cdot s1 - \frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s2}{1 + k \cdot (s2 + I1 + I2)} - \mu \cdot s2;$$

> 

$$ds2 := \alpha \cdot s1 - \frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s2}{1 + k \cdot (s2 + I1 + I2)} - \mu \cdot s2$$

> 

$$dI1 := \frac{\text{beta} \cdot (I1 + I2) \cdot s1}{N} + \frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s2}{1 + k \cdot (s2 + I1 + I2)} - (\text{gamma} + \mu) \cdot I1 + \nu \cdot I2;$$


$$dI1 := \frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s1}{N} + \frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s2}{1 + k \cdot (s2 + I1 + I2)} - (\gamma + \mu) \cdot I1 + \nu \cdot I2$$

> 

$$dI2 := \text{gamma} \cdot I1 - (\nu + \mu + \delta) \cdot I2;$$


$$dI2 := \gamma \cdot I1 - (\nu + \mu + \delta) \cdot I2$$

> TE := solve({ds1, ds2, dI1, dI2}, {s1, s2, I1, I2}):
> DFE := TE[1];

$$DFE := \left\{ I1 = 0, I2 = 0, s1 = \frac{A}{\alpha + \mu}, s2 = \frac{\alpha \cdot A}{\mu \cdot (\alpha + \mu)} \right\}$$

> 

$$R[0] := \frac{\text{gamma} + \nu + \mu + \delta}{\text{gamma}(\mu + \delta) + \mu(\nu + \mu + \delta)} \cdot \left[ \frac{\text{beta} \cdot \mu}{\alpha + \mu} + \frac{\text{beta} \cdot \alpha}{\mu(\alpha + \mu) + k \cdot \alpha \cdot A} \right];$$


```

$$R_0 := \frac{(\delta + \gamma + \mu + \nu) \left[\frac{\beta \cdot \mu}{\alpha + \mu} + \frac{\beta \cdot A \cdot \alpha}{\mu(\alpha + \mu) + k \cdot \alpha \cdot A} \right]}{\gamma(\mu + \delta) + \mu(\nu + \mu + \delta)}$$

>

$$\begin{aligned} A &:= 12 \cdot 10^5; \text{alpha} := 0.1305; \text{beta} := 0.7278; \text{mu} := 0.01613; \text{localgamma} := 0.2841; k \\ &:= 565235; \text{nu} := 0.05; \text{delta} := 0.5262; R[0] \\ &:= \frac{\text{gamma} + \text{nu} + \text{mu} + \text{delta}}{\text{gamma}(\text{mu} + \text{delta}) + \text{mu}(\text{nu} + \text{mu} + \text{delta})} \cdot \left[\frac{\text{beta} \cdot \text{mu}}{\text{alpha} + \text{mu}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\text{beta} \cdot A \cdot \text{alpha}}{\text{mu}(\text{alpha} + \text{mu}) + k \cdot \text{alpha} \cdot A} \right]; \end{aligned}$$

$$A := 1200000$$

$$\alpha := 0.1305$$

$$\beta := 0.7278$$

$$\mu := 0.01613$$

$$\gamma := 0.2841$$

$$k := 565235$$

$$\nu := 0.05$$

$$\delta := 0.5262$$

$$R_0 := [0.2337188375]$$

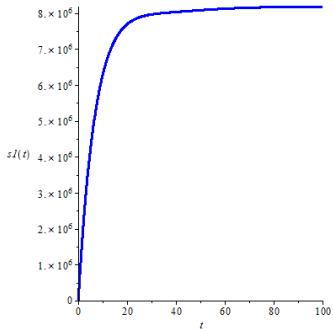
$$\begin{aligned} sis := diff(sI(t), t) &= A - \frac{\text{beta} \cdot (II(t) + I2(t)) \cdot sI(t)}{sI(t) + s2(t) + II(t) + I2(t)} - (\text{alpha} + \text{mu}) \cdot sI(t), diff(s2(t), \\ &t) = \text{alpha} \cdot sI(t) - \frac{\beta \cdot (II(t) + I2(t)) \cdot s2(t)}{1 + k \cdot (s2(t) + II(t) + I2(t))} - \mu \cdot s2(t), diff(II(t), t) \\ &= \frac{\text{beta} \cdot (II(t) + I2(t)) \cdot sI(t)}{sI(t) + s2(t) + II(t) + I2(t)} + \frac{\beta \cdot (II(t) + I2(t)) \cdot s2(t)}{1 + k \cdot (s2(t) + II(t) + I2(t))} - (\text{gamma} + \text{mu}) \\ &\cdot II(t) + \text{nu} \cdot I2(t), diff(I2(t), t) = \text{gamma} \cdot II(t) - (\text{nu} + \text{mu} + \text{delta}) \cdot I2(t); \end{aligned}$$

>

$$\begin{aligned} sis := \frac{d}{dt} sI(t) &= 1200000 - \frac{0.7278 (II(t) + I2(t)) sI(t)}{sI(t) + s2(t) + II(t) + I2(t)} - 0.14663 sI(t), \frac{d}{dt} s2(t) \\ &= 0.1305 sI(t) - \frac{0.7278 (II(t) + I2(t)) s2(t)}{1 + 565235 s2(t) + 565235 II(t) + 565235 I2(t)} - 0.01613 s2(t), \\ \frac{d}{dt} II(t) &= \frac{0.7278 (II(t) + I2(t)) sI(t)}{sI(t) + s2(t) + II(t) + I2(t)} \\ &+ \frac{0.7278 (II(t) + I2(t)) s2(t)}{1 + 565235 s2(t) + 565235 II(t) + 565235 I2(t)} - 0.30023 II(t) + 0.05 I2(t), \\ \frac{d}{dt} I2(t) &= 0.2841 II(t) - 0.59233 I2(t) \end{aligned}$$

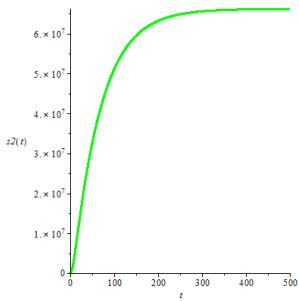
>

phaseportrait([sis], [sI(t), s2(t), II(t), I2(t)], t = 0 .. 100, [[sI(0) = 500, s2(0) = 250, II(0) = 100, I2(0) = 50]], stepsize = 0.05, scene = [t, sI(t)], linecolor = blue);



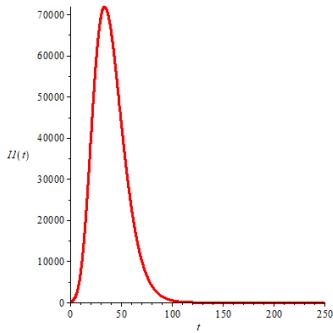
>

```
phaseportrait([sis], [s1(t), s2(t), II(t), I2(t)], t = 0 .. 500, [[s1(0) = 500, s2(0) = 250, II(0) = 100, I2(0) = 50]], stepsize = 0.05, scene = [t, s2(t)], linecolor = green);
```



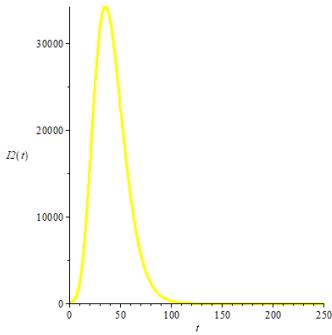
>

```
phaseportrait([sis], [s1(t), s2(t), II(t), I2(t)], t = 0 .. 250, [[s1(0) = 500, s2(0) = 250, II(0) = 100, I2(0) = 50]], stepsize = 0.05, scene = [t, II(t)], linecolor = red);
```



>

```
phaseportrait([sis], [s1(t), s2(t), I1(t), I2(t)], t = 0 .. 250, [[s1(0) = 500, s2(0) = 250, I1(0) = 100, I2(0) = 50]], stepsize = 0.05, scene = [t, I2(t)], linecolor = yellow);
```



Lampiran 2. Hasil titik kesetimbangan endemik dan Print Out Maple

```

> restart;
> with(DEtools):
> with(plots):
> ds1 := A -  $\frac{\text{beta} \cdot (I1 + I2) \cdot s1}{N} - (\text{alpha} + \mu) \cdot s1;$ 

$$ds1 := A - \frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s1}{N} - (\alpha + \mu) \cdot s1$$

> ds2 := alpha \cdot s1 -  $\frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s2}{1 + k \cdot (s2 + I1 + I2)} - \mu \cdot s2;$ 

$$ds2 := \alpha \cdot s1 - \frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s2}{1 + k \cdot (s2 + I1 + I2)} - \mu \cdot s2$$

> dI1 :=  $\frac{\text{beta} \cdot (I1 + I2) \cdot s1}{N} + \frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s2}{1 + k \cdot (s2 + I1 + I2)} - (\text{gamma} + \mu) \cdot I1 + \nu \cdot I2;$ 

$$dI1 := \frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s1}{N} + \frac{\beta \cdot (I1 + I2) \cdot s2}{1 + k \cdot (s2 + I1 + I2)} - (\gamma + \mu) \cdot I1 + \nu \cdot I2$$

> dI2 := gamma \cdot I1 - (nu + mu + delta) \cdot I2;

$$dI2 := \gamma \cdot I1 - (\nu + \mu + \delta) \cdot I2$$

> TE := solve({ds1, ds2, dI1, dI2}, {s1, s2, I1, I2}):
> DFE := TE[1];

$$DFE := \left\{ I1 = 0, I2 = 0, s1 = \frac{A}{\alpha + \mu}, s2 = \frac{\alpha \cdot A}{\mu (\alpha + \mu)} \right\}$$

>
R[0] :=  $\frac{\text{gamma} + \nu + \mu + \delta}{\text{gamma}(\mu + \delta) + \mu(\nu + \mu + \delta)} \cdot \left[ \frac{\text{beta} \cdot \mu}{\alpha + \mu} + \frac{\text{beta} \cdot A \cdot \alpha}{\mu(\alpha + \mu) + k \cdot \alpha \cdot A} \right];$ 

$$R_0 := \frac{(\delta + \gamma + \mu + \nu) \left[ \frac{\beta \cdot \mu}{\alpha + \mu} + \frac{\beta \cdot A \cdot \alpha}{\mu(\alpha + \mu) + k \cdot \alpha \cdot A} \right]}{\gamma(\mu + \delta) + \mu(\nu + \mu + \delta)}$$


```

>

$$A := 12 \cdot 10^5; \alpha := 1; \beta := 0.7278; \mu := 0.01613; \text{local} \gamma := 0.2841; k := 0.5; \\ \nu := 0.05; \delta := 0.5262; R[0] := \frac{\gamma + \nu + \mu + \delta}{\gamma(\mu + \delta) + \mu(\nu + \mu + \delta)} \\ \cdot \left[\frac{\beta \cdot \mu}{\alpha + \mu} + \frac{\beta \cdot \alpha \cdot \mu}{\mu(\alpha + \mu) + k \cdot \alpha \cdot \delta} \right];$$

$$A := 1200000$$

$$\alpha := 1$$

$$\beta := 0.7278$$

$$\mu := 0.01613$$

$$\gamma := 0.2841$$

$$k := 0.5$$

$$\nu := 0.05$$

$$\delta := 0.5262$$

$$R_0 := [4.282906189]$$

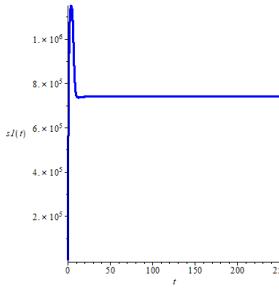
>

$$sis := diff(sI(t), t) = A - \frac{\beta \cdot (II(t) + I2(t)) \cdot sI(t)}{sI(t) + s2(t) + II(t) + I2(t)} - (\alpha + \mu) \cdot sI(t), diff(s2(t), t) = \alpha \cdot sI(t) - \frac{\beta \cdot (II(t) + I2(t)) \cdot s2(t)}{1 + k \cdot (s2(t) + II(t) + I2(t))} - \mu \cdot s2(t), diff(II(t), t) = \frac{\beta \cdot (II(t) + I2(t)) \cdot sI(t)}{sI(t) + s2(t) + II(t) + I2(t)} + \frac{\beta \cdot (II(t) + I2(t)) \cdot s2(t)}{1 + k \cdot (s2(t) + II(t) + I2(t))} - (\gamma + \mu) \cdot II(t) + \nu \cdot I2(t), diff(I2(t), t) = \gamma \cdot II(t) - (\nu + \mu + \delta) \cdot I2(t);$$

$$sis := \frac{d}{dt} sI(t) = 1200000 - \frac{0.7278 (II(t) + I2(t)) sI(t)}{sI(t) + s2(t) + II(t) + I2(t)} - 0.01613 sI(t), \frac{d}{dt} s2(t) = sI(t) - \frac{0.7278 (II(t) + I2(t)) s2(t)}{1 + 0.5 s2(t) + 0.5 II(t) + 0.5 I2(t)} - 0.01613 s2(t), \frac{d}{dt} II(t) = \frac{0.7278 (II(t) + I2(t)) sI(t)}{sI(t) + s2(t) + II(t) + I2(t)} + \frac{0.7278 (II(t) + I2(t)) s2(t)}{1 + 0.5 s2(t) + 0.5 II(t) + 0.5 I2(t)} - 0.30023 II(t) + 0.05 I2(t), \frac{d}{dt} I2(t) = 0.2841 II(t) - 0.59233 I2(t)$$

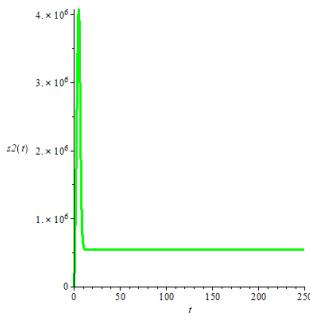
>

```
phaseportrait([sis], [sI(t), s2(t), II(t), I2(t)], t = 0 .. 250, [[sI(0) = 500, s2(0) = 250, II(0) = 100, I2(0) = 50]], stepsize = 0.05, scene = [t, sI(t)], linecolor = blue);
```



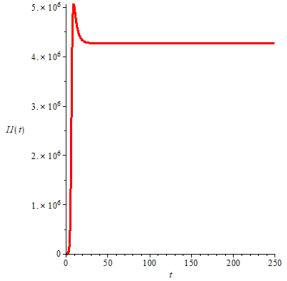
>

```
phaseportrait([sis], [s1(t), s2(t), II(t), I2(t)], t = 0 .. 250, [[s1(0) = 500, s2(0) = 250, II(0) = 100, I2(0) = 50]], stepsize = 0.05, scene = [t, s2(t)], linecolor = green);
```



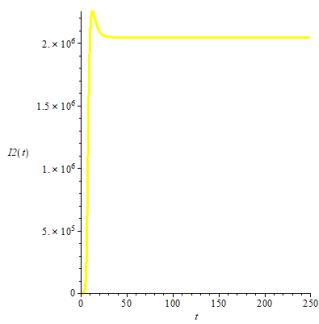
>

```
phaseportrait([sis], [s1(t), s2(t), II(t), I2(t)], t = 0 .. 250, [[s1(0) = 500, s2(0) = 250, II(0) = 100, I2(0) = 50]], stepsize = 0.05, scene = [t, II(t)], linecolor = red);
```



>

```
phaseportrait([sis], [s1(t), s2(t), II(t), I2(t)], t = 0 .. 250, [[s1(0) = 500, s2(0) = 250, II(0) = 100, I2(0) = 50]], stepsize = 0.05, scene = [t, I2(t)], linecolor = yellow);
```



DAFTAR RIWAYAT HIDUP

A. Identitas Diri

1. Nama lengkap : Charisma Damayanti
2. Tempat Tanggal Lahir : Kendal 20 Juni 1998
3. Alamat : Desa Cepiring RT 08 RW 04
Kecamatan Cepiring, Kabupaten Kendal.
4. Nomor HP : 0895389754183
5. E-mail : charismadamayanti29@gmail.com

B. Riwayat Pendidikan

1. Pendidikan Formal
 - a. TK Mayasari lulus 2004
 - b. SD Negeri 4 Cepiring lulus tahun 2010
 - c. SMP N 1 Cepiring lulus tahun 2013
 - d. SMA N 1 Cepiring lulus tahun 2016
2. Pendidikan Non Formal

Semarang, 20 Desember 2022

Charisma Damayanti
NIM : 1608046003