

BAB II LANDASAN TEORI

A. Deskripsi Teori

1. Pengertian Belajar dan Pembelajaran

Morgan, dalam buku *Introduction to Psychologi* (1987) mengemukakan: “Belajar adalah setiap perubahan yang relatif menetap dalam tingkah laku yang terjadi sebagai suatu hasil dari pelatihan atau pengalaman”.²⁷ Menurut Gagne, belajar merupakan proses yang memungkinkan manusia memodifikasi tingkah lakunya secara permanen, sedemikian hingga modifikasi yang sama tidak akan terjadi lagi pada situasi baru. Pengamat akan mengetahui tentang terjadinya proses belajar pada diri orang yang diamati bila pengamat itu memperhatikan terjadinya perubahan tingkah laku.²⁸

Cronbach di dalam bukunya *Educational Psychologi* menyatakan bahwa “*learning is shown by a change in behaviour as a result of experience*”. Menurut Cronbach belajar yang sebaik-baiknya adalah dengan mengalami, dan dalam mengalami itu si pelajar menggunakan pancainderanya.²⁹

Howard L.Kingskey mengatakan bahwa *learning is the process by which behavior (in the broader sense) is originated or changed through practice or training*. Belajar adalah proses dimana tingkah laku (dalam arti luas) ditimbulkan atau diubah menjadi praktek atau latihan.³⁰

Dengan demikian belajar merupakan proses usaha seseorang yang ditandai dengan perubahan tingkah laku akibat proses aktif dalam

²⁷ Ngalim Purwanto, *Psikologi Pendidikan*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2000), Cet.XVI, hlm.84.

²⁸ Herman Hudojo, *Mengajar Belajar Matematika*, (Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Proyek Pengembangan Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan, 1988), hlm.19

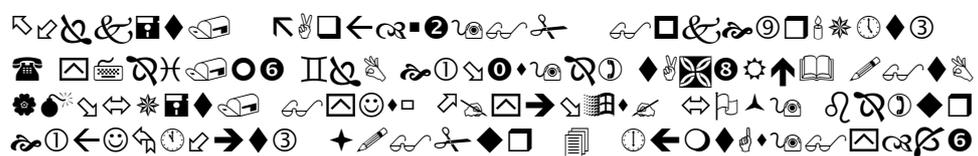
²⁹ Sumardi Suryabrata, *Psikologi Pendidikan*, (Jakarta: PT. Raja Grafindo, 2008), hlm.231

³⁰ Syaiful Bahri Djamarah, *Psikologi Belajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2008), Cet.2, hlm.13

memperoleh pengetahuan baru yang merupakan hasil dari pengalaman dan latihan dalam interaksinya dengan lingkungan yang menyangkut kognitif, afektif, dan psikomotorik. Perubahan ini dapat ditunjukkan dalam berbagai bentuk seperti berubahnya penalaran, sikap, kecakapan, kebiasaan, dan sebagainya. Jadi seseorang dikatakan telah belajar jika melakukan aktivitas belajar dan dalam melakukan aktivitas itu terjadi suatu perubahan.

Pembelajaran menurut Amin Suyitno adalah upaya menciptakan iklim dan pelayanan terhadap kemampuan, potensi, minat, bakat, dan kebutuhan peserta didik yang beragam agar terjadi interaksi optimal antara guru dengan peserta didik serta peserta didik dengan peserta didik.³¹ Pembelajaran menurut Dimiyati dan Mujiono adalah kegiatan guru secara terprogram dalam desain intruksional, untuk membuat siswa belajar secara aktif, yang menekankan pada penyediaan sumber belajar.³² Sedangkan konsep pembelajaran menurut Corey adalah suatu proses dimana lingkungan seseorang secara sengaja dikelola untuk memungkinkan ia turut serta dalam tingkah laku tertentu dalam kondisi-kondisi khusus atau menghasilkan respon terhadap situasi tertentu, pembelajaran merupakan subset khusus dari pendidikan.³³

Dengan demikian, pembelajaran merupakan suatu peristiwa penyampaian atau proses transformasi. Al-Qur'an menegaskan hal serupa ketika Allah menyuruh Nabi Muhammad menyampaikan materinya kepada umatnya. Sebagaimana yang terdapat dalam surat Al-Maidah ayat 67:



³¹Amin Suyitno, Dalam pelatihan guru-guru Matematika CIBI “*CTL dan Model Pembelajaran Inovatif Serta Penerapannya Pada SD/SMP CI-BI*” , (Semarang, FMIPA UNNES, 2010), hlm.2

³² Syaiful Sagala, *Konsep dan Makna Pembelajaran (untuk Membantu Memecahkan Problematika Belajar dan Mengajar)*, (Bandung: Alfabeta, 2003),hlm.62

³³ Syaiful Sagala, *Konsep dan Makna Pembelajaran*, hlm.61



Artinya: *Hai rasul, sampaikanlah apa yang diturunkan kepadamu dari Tuhanmu. dan jika tidak kamu kerjakan (apa yang diperintahkan itu, berarti) kamu tidak menyampaikan amanatnya. Allah memelihara kamu dari (gangguan) manusia[430]. Sesungguhnya Allah tidak memberi petunjuk kepada orang-orang yang kafir. (QS. Al- Maidah ayat 67)*³⁴

Dalam proses transformasi itu terdapat faktor-faktor atau unsur-unsur pendidikan didalamnya, yaitu faktor tujuan pembelajaran, faktor pendidik, faktor peserta didik, faktor bahan/materi pendidikan, metode, dan faktor lingkungan pendidikan sehingga terjadi komunikasi pendidikan.

2. Hakikat Matematika

Matematika berasal dari bahasa latin *manthanein* atau *mathema* yang berarti belajar atau hal yang dipelajari. Matematika dalam bahasa Belanda disebut *wiskunde* atau ilmu pasti, yang kesemuanya berkaitan dengan penalaran. Ciri utama matematika adalah penalaran deduktif, yaitu kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya sehingga kaitan antar konsep atau pernyataan dalam matematika bersifat konsisten.³⁵

Matematika, menurut Ruseffendi (1991), adalah bahasa simbol, ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif, ilmu tentang pola keteraturan, dan struktur yang terorganisasi, mulai dari unsur yang tidak didefinisikan, ke unsur yang didefinisikan, ke aksioma atau postulat, dan akhirnya ke dalil. Sedangkan hakikat matematika menurut

³⁴ Departemen Agama RI, *Al-Qur'an dan Terjemahnya*, hlm.95

³⁵ Departemen Agama RI Direktorat Jenderal Kelembagaan Agama Islam, *Kurikulum 2004 Standar Kompetensi Madrasah Tsanawiyah*, (Jakarta: Departemen Agama RI Direktorat Jenderal Kelembagaan Agama Islam, 2005), hlm. 215

Soedjaji (2000), yaitu memiliki objek kajian abstrak, bertumpu pada kesepakatan, dan pola pikir yang deduktif.³⁶

Pembelajaran dan pemahaman konsep matematika dapat diawali secara induktif melalui pengalaman peristiwa nyata atau intuisi. Kegiatan dapat dimulai dengan beberapa contoh atau fakta yang teramati, membuat daftar sifat yang muncul (sebagai gejala), memperkirakan hasil baru yang diharapkan, yang kemudian dibuktikan secara deduktif. Dengan demikian, cara belajar induktif dan deduktif dapat digunakan dan sama-sama berperan penting dalam mempelajari matematika. Penerapan cara kerja matematika diharapkan dapat membentuk sikap kritis, kreatif, jujur, dan komunikatif pada siswa.³⁷

Belge (1979) menyatakan bahwa sasaran atau objek penelaahan matematika adalah fakta, konsep, operasi, dan prinsip.³⁸

a. Fakta-fakta matematika

Fakta-fakta matematika adalah konvensi-konvensi (kesepakatan) dalam matematika yang dimasukkan untuk memperlancar pembicaraan-pembicaraan di dalam matematika, seperti lambang-lambang yang ada dalam matematika.

b. Keterampilan-keterampilan matematika

Keterampilan-keterampilan matematika adalah operasi-operasi dan prosedur-prosedur dalam matematika, yang masing-masing merupakan suatu proses untuk mencari (memperoleh) suatu hasil tertentu.

c. Konsep-konsep matematika

Konsep adalah suatu ide abstrak yang memungkinkan seseorang untuk mengklasifikasikan apakah sesuatu objek tertentu merupakan contoh atau bukan contoh dari ide abstrak tersebut. Suatu konsep yang berada dalam lingkup ilmu matematika disebut konsep matematika.

³⁶ Heruman, *Model Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2008), hlm.1.

³⁷ Departemen Agama RI Direktorat Jenderal Kelembagaan Agama Islam, *Kurikulum 2004 Standar Kompetensi Madrasah Tsanawiyah*, hlm.215

³⁸ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: Universitas Negeri Malang), hlm.12

d. Prinsip-prinsip matematika

Prinsip adalah suatu pernyataan yang bernilai benar, yang memuat dua konsep atau lebih dan menyatakan hubungan antara konsep-konsep tersebut. Jadi matematika merupakan ilmu pengetahuan yang bersifat abstrak, diperoleh dengan penalaran secara induktif dan deduktif, serta mempunyai cara berpikir matematika yang prosesnya melalui abstraksi dan generalisasi.

3. Pembelajaran Matematika di Sekolah

Menurut Johnson dan Myklebust, matematika adalah bahasa simbolis yang fungsi praktisnya untuk mengekspresikan hubungan-hubungan kuantitatif dan keruangan sedangkan fungsi teoritisnya adalah untuk memudahkan berpikir. Lerner mengemukakan bahwa matematika disamping sebagai bahasa simbolik juga merupakan bahasa universal yang memungkinkan manusia memikirkan, mencatat, dan mengkomunikasikan ide mengenai elemen dan kuantitas. Kline juga mengemukakan bahwa matematika merupakan bahasa simbolik dan ciri utamanya adalah penggunaan cara bernalar deduktif, tetapi juga tidak melupakan cara bernalar induktif.³⁹

Matematika merupakan bidang studi yang dipelajari oleh semua siswa dari SD hingga SLTA dan bahkan diperguruan tinggi. Ada banyak alasan tentang perlunya siswa belajar matematika. Cornelius mengemukakan lima alasan perlunya belajar matematika.⁴⁰

- a. Sarana berpikir yang jelas dan logis.
- b. Sarana untuk memecahkan masalah kehidupan sehari-hari.
- c. Sarana mengenal pola-pola hubungan dan generalisasi pengalaman.
- d. Sarana untuk mengembangkan kreativitas

³⁹ Abdurrahman, Mulyono, *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*, (Jakarta: PT. Rineka Cipta, 1998), hlm.252

⁴⁰ Abdurrahman, Mulyono, *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*, hlm. 253

- e. Sarana untuk meningkatkan kesadaran terhadap perkembangan budaya.

Pelaksanaan pembelajaran matematika di sekolah harus memerhatikan ruang lingkup matematika sekolah. Ada sedikit perbedaan antara matematika sebagai “ilmu” dengan matematika sekolah, perbedaan itu dalam hal.⁴¹

- a. Penyajian

Penyajian matematika tidak harus diawali dengan teorema maupun definisi, tetapi haruslah disesuaikan dengan perkembangan intelektual siswa.

- b. Pola pikir

Pembelajaran matematika sekolah dapat menggunakan pola pikir deduktif maupun pola piker induktif. Hal ini harus disesuaikan dengan topik bahasan dan tingkat intelektual siswa.

- c. Semesta pembicaraan

Sesuai dengan tingkat perkembangan intelektual siswa, matematika yang disajikan dalam jenjang pendidikan juga menyesuaikan dalam kekomplekan semestanya, semakin meningkat tahap perkembangan intelektual siswa, semesta matematikanya pun semakin diperluas.

- d. Tingkat keabstrakan

Tingkat keabstrakan matematika juga harus menyesuaikan dengan tingkat perkembangan intelektual siswa.

Mengajar matematika berarti kegiatan yang menekankan eksplorasi matematika. Kegiatan yang demikian ini mengakibatkan peserta didik ingin tahu secara wajar. Keingintahuan ini merupakan motivasi intrinsik yang memang dikehendaki. Mengajar matematika selain menekankan eksplorasi matematika dan model berpikir matematik, berarti juga kegiatan menekankan hakikat matematika. Dalam hal ini peserta didik akan memahami implikasi/ konsekuensi dari asumsi yang telah

⁴¹ Abdul Halim Fathani, *Matematika Hakikat dan Logika*, (Jogjakarta: AR-RUZZ MEDIA, 2009), hlm.71-73

ditetapkan. Peserta didik mengikuti urutan-urutan yang ketat dan sistematis sehingga melatih ketajaman penalaran peserta didik.⁴²

Bruner dalam metode penemuannya mengungkapkan bahwa dalam pembelajaran matematika, siswa harus menemukan sendiri berbagai pengetahuan yang diperlukannya. “Menemukan” disini terutama adalah “menemukan lagi” (*discovery*), atau dapat juga menemukan yang sama sekali baru (*invention*). Oleh karena itu, kepada siswa materi disajikan bukan dalam bentuk akhir dan tidak diberitahukan cara penyelesaiannya. Dalam pembelajaran ini, guru harus lebih banyak berperan sebagai pembimbing dibanding sebagai pemberi tahu.⁴³

Ada beberapa pendekatan dalam pengajaran matematika, masing-masing didasarkan atas teori belajar yang berbeda. Empat pendekatan yang paling berpengaruh dalam pengajaran matematika yaitu.⁴⁴

- a. Urutan belajar yang bersifat perkembangan (*development learning sequences*).
- b. Belajar tuntas (*mastery learning*).
- c. Strategi belajar (*learning strategies*).
- d. Pemecahan masalah (*problem solving*).

4. Kesalahan Dalam Menyelesaikan Soal Matematika

Dalam belajar matematika diperlukan kemampuan berpikir abstrak. Hal ini bertujuan agar peserta didik memperoleh pemahaman dalam pemecahan masalah-masalah abstrak yang ada dalam matematika. Pemahaman terhadap materi matematika terbentuk bukan dengan menerima saja apa yang diajarkan dan menghafal rumus-rumus dan langkah-langkah yang diberikan, melainkan dengan membangun makna dari apa yang dipelajari, misalnya dengan memberikan interpretasi terhadap apa yang sedang dipelajari, dengan mempergunakan informasi baru yang mereka peroleh untuk mengubah, melengkapi, atau

⁴² Herman Hudojo, *Mengajar Belajar Matematika*, hlm.120

⁴³ Heruman, *Model Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar*, hlm.4

⁴⁴ Abdurrahman, Mulyono, *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*, hlm. 255

menyempurnakan pemahaman yang telah tertanam sebelumnya, dengan memanfaatkan keleluasaan yang tersedia untuk melakukan eksperimen, termasuk didalamnya kemungkinan berbuat kesalahan dan belajar dari kesalahan itu.⁴⁵

Dalam belajar matematika peserta didik mempunyai beberapa tujuan. Tujuan siswa mempelajari matematika yakni memiliki kemampuan dalam:⁴⁶

- a. Menggunakan alogaritma (prosedur pekerjaan)
- b. Melakukan manipulasi secara matematika
- c. Mengorganisasi data
- d. Memanfaatkan simbol, tabel, dan diagram
- e. Mengenal dan menemukan pola
- f. Menarik kesimpulan
- g. Membuat kalimat atau model matematika
- h. Membuat interpretasi bangun dalam bidang dan ruang
- i. Memahami pengukuran dan satuannya
- j. Menggunakan alat hitung dan alat bantu matematika

Dalam mencapai tujuan tersebut, belajar mengajar matematika tidak selalu berhasil dan berjalan lancar. Hal ini terlihat saat peserta didik menyelesaikan soal-soal matematika yang diberikan oleh guru. Banyak peserta didik yang masih mengalami kesulitan dan mempunyai kesalahan pada saat mengerjakan. Kendala yang muncul merupakan dampak dari kesalahan dalam proses belajar peserta didik maupun dalam pemahamannya terhadap materi yang diberikan.

Kendala yang terjadi dalam pembelajaran matematika berkisar pada karakteristik matematika yang abstrak, masalah media, masalah

⁴⁵ Sumaji, dkk, *Pendidikan Sains yang Humanistik*, (Yogyakarta: KANISIUS, 1998), hlm.235

⁴⁶ Asep Jihad, *Pengembangan Kurikulum Matematika*, (Yogyakarta: Multi Pressindo, 2008), cet. 1, hlm.153

siswa atau guru. Kendala tersebut melahirkan kegagalan pada siswa, hal ini terjadi karena.⁴⁷

- a. Siswa tidak dapat menangkap konsep dengan benar
- b. Siswa tidak menangkap arti dari lambang-lambang
- c. Siswa tidak memahami asal usulnya suatu prinsip
- d. Siswa tidak dapat lancar menggunakan operasi dan prosedur
- e. Pengetahuan siswa tidak lengkap.

Sedangkan menurut Subanji dan Mulyoto jenis-jenis kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika antara lain:⁴⁸

1. Kesalahan konsep

Indikatornya adalah:

- a. Kesalahan menentukan teorema atau rumus untuk menjawab suatu masalah.
- b. Penggunaan teorema atau rumus oleh siswa tidak sesuai dengan kondisi prasyarat berlakunya rumus tersebut atau tidak menuliskan teorema.

2. Kesalahan menggunakan data

Indikatornya adalah:

- a. Tidak menggunakan data yang seharusnya dipakai.
- b. Kesalahan memasukkan data ke variabel.
- c. Menambah data yang tidak diperlukan dalam menjawab suatu masalah.

3. Kesalahan interpretasi bahasa

Indikatornya adalah:

- a. Kesalahan dalam menyatakan bahasa sehari-hari dalam bahasa matematika.

⁴⁷Asep Jihad, *Pengembangan Kurikulum Matematika*, hlm.154

⁴⁸Anita Sribudi S., *Analisis Kesalahan Siswa kelas VII SMP Negeri 1 Nguntoronadi kabupaten Wonogiri dalam Menyelesaikan Soal Materi Pokok Segiempat pada Tes Tingkat Perkembangan Berpikir Geometri menurut Van Hiele*”, Skripsi Strata 1 Universitas Negeri Semarang (UNNES), (Semarang: Perpustakaan UNNES, 2008), hlm.13-15, tidak diterbitkan.

- b. Kesalahan menginterpretasikan simbol-simbol, grafik, dan tabel ke dalam bahasa matematika.
4. Kesalahan teknis
- Indikatornya meliputi:
- a. Kesalahan perhitungan atau komputasi.
 - b. Kesalahan memanipulasi operasi aljabar.
5. Kesalahan penarikan kesimpulan
- Indikatornya adalah:
- a. Melakukan penyimpulan tanpa alasan pendukung yang benar.
 - b. Melakukan penyimpulan pernyataan yang tidak sesuai dengan penalaran logis.

Penelitian ini akan menganalisis jenis-jenis kesalahan peserta didik yang ditinjau dari soal yang diberikan. Hal ini dilakukan dengan memeriksa pekerjaan peserta didik.

5. Tinjauan Materi Suku Banyak

a. Pengertian suku banyak

1) Suku banyak, derajat suku banyak, koefisien suku banyak, dan suku tetap.

Secara umum, suku banyak dalam peubah x berderajat n ditulis sebagai berikut.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$$

Cara penyusunan suku banyak berdasarkan pangkat x yang berkurang dengan a_n, a_{n-1}, \dots, a_1 adalah koefisien-koefisien suku banyak yang merupakan konstanta real dan $a_n \neq 0$.

a_0 = suku tetap yang merupakan konstanta real

n = derajat suku banyak dan n adalah bilangan cacah.

Derajat suatu suku banyak ditentukan oleh pangkat tertinggi dari variabel pada suku banyak tersebut. Misalkan suatu suku banyak $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ maka derajat suku banyak tersebut adalah 3. Koefisien suku banyak dari x^3, x^2 , dan x berturut-turut adalah 1, -3, dan 3. Adapun -1 dinamakan suku tetap (konstanta).

2) Penjumlahan, Pengurangan, dan Perkalian Suku Banyak

Misalkan, $f(x)$ suku banyak berderajat m dan $g(x)$ suku banyak berderajat n ,

- $f(x) + g(x)$ adalah suku banyak yang derajatnya adalah maksimum m atau n .
- $f(x) - g(x) = f(x) + (-g(x))$ adalah suku banyak berderajat maksimum m atau n .
- $f(x) \times g(x)$ adalah suku banyak berderajat tepat sama dengan $(m + n)$.

b. Menentukan Nilai Suku Banyak

1) Cara substitusi

Nilai suku banyak:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$$

untuk $x = h$ adalah

$$P(h) = a_n h^n + a_{n-1} h^{n-1} + a_{n-2} h^{n-2} + \dots + a_2 h^2 + a_1 h^1 + a_0$$

Contoh: Jika $P(x) = 4x^3 + 2x^2 + x - 3$ nilai suku banyak untuk $x = -2$ adalah :

$$\begin{aligned} \text{Jawab: } P(-2) &= 4.(-2)^3 + 2.(-2)^2 + (-2) - 3 \\ &= -32 + 8 - 2 - 3 \\ &= -29 \end{aligned}$$

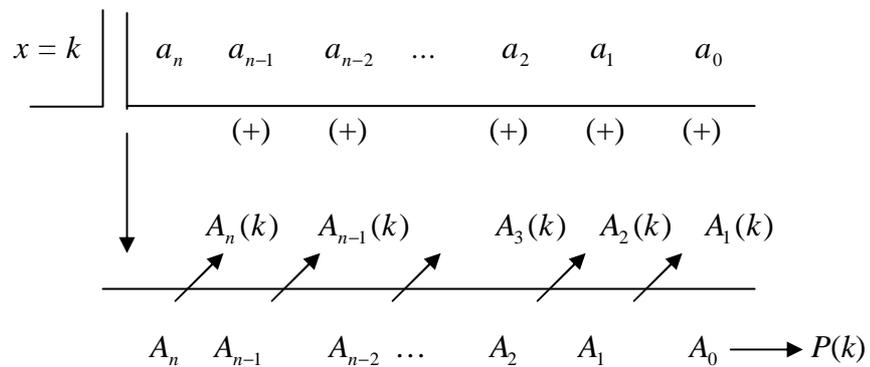
2) Cara Skema (horner)

Nilai suku banyak:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$$

untuk $x = h$ menggunakan horner sebagai berikut.

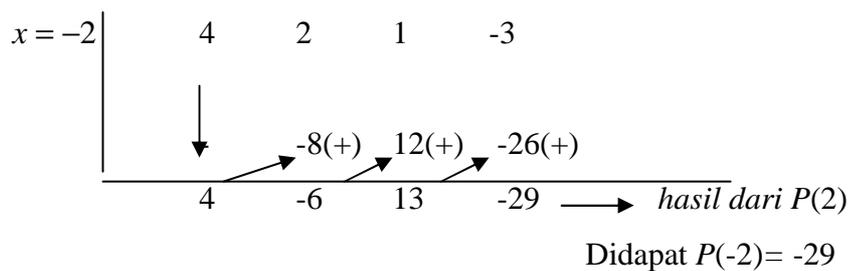
$$\begin{aligned}
A_n &= a_n \\
A_{n-1} &= A_n(k) + a_{n-1} \\
A_{n-2} &= A_{n-2}(k) + a_{n-2} \\
&\cdot \quad \cdot \\
&\cdot \quad \cdot \\
&\cdot \quad \cdot \\
A_2 &= A_3(k) + a_2 \\
A_1 &= A_2(k) + a_1 \\
A_0 &= A_1(k) + a_0
\end{aligned}$$



Cara penyelesaian contoh metode substitusi dapat diselesaikan dengan cara horner sebagai berikut.

Contoh: Jika $P(x) = 4x^3 + 2x^2 + x - 3$, maka nilai suku banyak untuk $x = -2$ adalah

Jawab:



c. Pembagian Suku Banyak

1) Pengertian Pembagi, Hasil Bagi, Dan Sisa Pembagian

Proses pembagian suku banyakpun mempunyai proses yang hampir sama dengan pembagian bilangan bulat. Untuk mengetahui hasil bagi dan sisa pembagian suku banyak, kita perlu

menguraikan suku banyak menjadi perkalian beberapa suku banyak.

Contoh: Diketahui $P(x) = x^3 - 7x^2 + 4x + 50$ adalah suku banyak berderajat 3. Pembagian $P(x)$ oleh $x - 3$ dengan cara pembagian biasa adalah sebagai berikut.

Jawab:

$$\begin{array}{r}
 \overline{) x^3 - 7x^2 + 4x + 50} \\
 \underline{x^3 - 3x^2} \\
 - 4x^2 + 4x \\
 + 12x \\
 - 8x + 50 \\
 + 24 \\
 26
 \end{array}$$

Dalam pembagian tersebut, $(x - 3)$ adalah pembagi dari $P(x)$, sedangkan hasil bagi dari $P(x)$ adalah $x^2 - 4x - 8$ dan sisa pembagiannya adalah 26.

Jadi, $(x^3 - 7x^2 + 4x + 50) : (x - 3) = x^2 - 4x - 8$ dengan sisa 26. Akibatnya, suku banyak $P(x)$ dapat ditulis sebagai $x^3 - 7x^2 + 4x + 50 = (x - 3)(x^2 - 4x - 8) + 26$ atau

$$P(x) = (x - 3) \times H(x) + \text{sisa} \dots \text{(i)},$$

$$\text{Dengan } H(x) = x^2 - 4x - 8 \text{ dan sisa} = 26.$$

Jika nilai $x = 3$ disubstitusikan pada persamaan (i), diperoleh

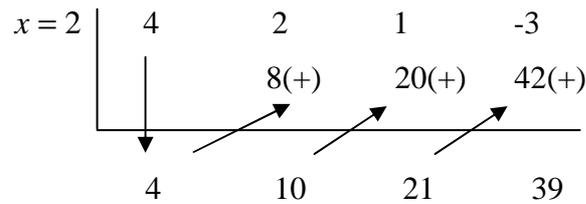
$P(3) = (3 - 3) \times H(3) + \text{sisa} = 0 \times H(3) + \text{sisa} = \text{sisa}$. Jadi, sisa pembagian oleh $(x - 3)$ terhadap $P(x)$ adalah $P(3)$.

Secara umum sisa pembagian oleh $(x - k)$ terhadap $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$ adalah $P(k)$ atau $P(x) = (x - k) H(x) + \text{sisa}$ dengan $\text{sisa} = P(k)$

2) **Pembagian Suku Banyak dengan Cara Horner**

a) **Pembagian Suku Banyak dengan $(x - k)$**

$P(x) = 4x^3 + 2x^2 + x - 3$ dibagi dengan $x - 2$



Hasil bagi $P(x) = 4x^3 + 2x^2 + x - 3$, dengan sisa 39

b) **Pembagian Suku Banyak dengan $(ax + b)$**

Pembagian suatu suku banyak oleh $(ax + b)$ dinyatakan sebagai berikut:

Diketahui, $h = -\frac{b}{a}$ maka bentuk $(x - h)$ dapat dinyatakan

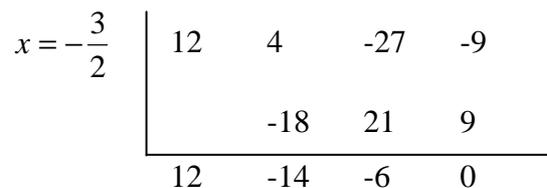
sebagai: $x - h = (x - (-\frac{b}{a})) = (x + \frac{b}{a})$

Pembagian suku banyak $P(x)$ oleh $(x + \frac{b}{a})$ memberikan hubungan berikut.

$$\begin{aligned}
 P(x) &= (x + \frac{b}{a})H(x) + \text{sisa} \\
 &= \frac{1}{a}(ax + b)H(x) + \text{sisa} \\
 &= (ax + b) \left[\frac{H(x)}{a} \right] + \text{sisa}. \dots (*)
 \end{aligned}$$

Contoh: Tentukan hasil bagi dan sisa dari $12x^3 + 4x^2 - 27x - 9$ dibagi $(2x + 3)$

Jawab:



Jadi hasil baginya adalah $\frac{12x^2 - 14x - 6}{2} = 6x^2 - 7x - 3$
 dan sisanya adalah 0.

d. Teorema Sisa

1) Pembagian dengan Pembagi $(ax + b)$

Jika $f(x) = ax + b$, merupakan pembagi dari $P(x)$ maka hubungan antara $P(x)$ dan $f(x)$ dapat ditulis sebagai berikut.

$$P(x) = (ax + b) \left[\frac{H(x)}{a} \right] + S, \text{ berlaku untuk setiap } x \text{ bilangan real.}$$

Oleh karena $f(x)$ berderajat satu maka S berderajat nol. Jadi konstanta S sama dengan A_0 . Sisa pembagian dapat ditentukan dengan menggunakan teorema berikut

“Jika suku banyak $P(x)$ yang berderajat n dibagi dengan $(ax + b)$ maka sisanya adalah $P(-\frac{b}{a})$ ”.

Contoh: Tentukan sisa pembagian dari $(4x^3 + 2x^2 - 4x + 6) : (x - 3)$ tanpa melakukan pembagian lebih dahulu.

Jawab: Suku banyak $P(x) = 4x^3 + 2x^2 - 4x + 6$ dibagi dengan $(x - 3)$ sisanya adalah

$$S = P\left(\frac{3}{1}\right) = P(3)$$

Jadi dengan mensubstitusikan $x = 3$ ke dalam fungsi $P(x)$, diperoleh

$$P(3) = 4 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + 6 = 120$$

Dengan demikian sisa pembagiannya adalah 120.

2) Pembagian dengan Pembagi $(x - a)(x - b)$

Suatu suku banyak $P(x)$ yang dibagi oleh $f(x) = (x - a)(x - b)$ dapat ditulis sebagai berikut.

$$P(x) = (x - a)(x - b)H(x) + S \dots (1)$$

Berlaku untuk setiap bilangan real.

$f(x) = (x-a)(x-b)$ berderajat 2 sehingga sisanya berderajat maksimum satu, atau $S = A_0 + A_1x$.

Dengan demikian, persamaan (1) dapat dituliskan sebagai berikut.

$$P(x) = (x-a)(x-b) \cdot H(x) + A_1x + A_0$$

Sisa dapat ditentukan dengan teorema sisa, yaitu sebagai berikut.

Untuk pembagian $(x-a)$, diperoleh sisa

$$\begin{aligned} P(a) &= 0 \cdot H(a) + A_1(a) + A_0 \\ &= A_1a + A_0 \dots \dots \dots (2). \end{aligned}$$

Untuk pembagian $(x-b)$, diperoleh sisa

$$\begin{aligned} P(b) &= 0 \cdot H(b) + A_1(b) + A_0 \\ &= A_1b + A_0 \dots \dots \dots (3). \end{aligned}$$

Dari persamaan 2 dan 3, dapat ditemukan rumus sebagai berikut:

$$A_1 = \frac{P(a) - P(b)}{a - b} \quad \text{dan} \quad A_0 = \frac{aP(b) - bP(a)}{a - b}$$

Contoh: Jika suku banyak $P(x)$ dibagi oleh $(x-2)$, sisanya 8.

Adapun jika $P(x)$ dibagi oleh $(x^2 - x - 6)$, sisanya $(3x - 6)$. Berapa sisa pembagian $P(x)$ oleh $(x^2 - 4)$?

Jawab:

Diketahui: $P(x)$ dibagi oleh $(x-2)$ bersisa 8, jadi

$P(x) = (x-2)H(x) + 8$ yang berlaku untuk setiap x bilangan real. Untuk $x = 2$, diperoleh $P(2) = 8$.

$P(x)$ dibagi oleh $(x^2 - x - 6)$ bersisa $(3x - 6)$, jadi

$P(x) = (x-3)(x+2)H(x) + 3x - 6$ yang berlaku untuk setiap x bilangan real.

Untuk $x = 3$, diperoleh $P(3) = 3$.

Untuk $x = -2$, diperoleh $P(-2) = -12$.

Ditanya: sisa pembagian $P(x)$ oleh $(x^2 - 4)$?

Penyelesaian:

Misalkan, sisa pembagian $P(x)$ oleh $(x^2 - 4)$ adalah

$S = A_1x + A_0$, maka bentuk pembagian dapat dituliskan

dalam persamaan $P(x) = (x + 2)(x - 2)H(x) + A_1x + A_0$ yang berlaku untuk setiap x bilangan real.

Untuk $x = 2$, diperoleh $P(2) = 2A_1 + A_0 = 8 \dots\dots (*)$

Untuk $x = -2$, diperoleh $P(-2) = -2A_1 + A_0 = -12 \dots\dots (**)$

Dari persamaan (*) dan (**) diperoleh

$$\begin{array}{r} 2A_1 + A_0 = 8 \\ -2A_1 + A_0 = -12 \quad - \\ \hline 4A_1 = 20 \\ A_1 = \frac{20}{4} \\ A_1 = 5 \end{array}$$

Dari persamaan (*) diperoleh

$$\begin{array}{r} 2A_1 + A_0 = 8 \\ 2 \cdot 5 + A_0 = 8 \\ 10 + A_0 = 8 \\ A_0 = 8 - 10 \\ A_0 = -2 \end{array}$$

Dari persamaan (*) dan (**) diperoleh

$$A_1 = 5 \text{ dan } A_0 = -2$$

Jadi, sisa pembagian $P(x)$ oleh $(x^2 - 4)$ adalah $S = 5x - 2$.

e. Teorema Faktor

- Jika pada suku banyak $f(x)$ berlaku $f(a)=0$, $f(b) = 0$ dan $f(c)= 0$ maka $f(x)$ habis dibagi $(x - a)(x - b)(x - c)$.
- Jika $f(a) = 0$ maka $x-a$ adalah faktor dari $f(x)$.
- Jika $(x - a)$ adalah faktor dari $f(x)$ maka $x = a$ adalah akar dari $f(x)$.

Contoh: Tunjukkan bahwa $(x+5)$ merupakan faktor dari $P(x) = x^3 + 4x^2 + 11x + 30$

Jawab: Untuk memeriksa apakah $(x-k)$ merupakan faktor dari $P(x)$, kita cukup menunjukkan $P(k) = 0$. adapun $P(k)=0$ dapat dihitung dengan cara substitusi atau cara horner.

$$P(-5) = (-5)^3 + 4(-5)^2 + 11(-5) + 30 = 0$$

Oleh karena $P(-5)=0$ maka $(x+5)$ merupakan faktor dari $P(x)$.⁴⁹

6. Analisis Kesalahan dalam Materi Suku Banyak

Dalam pembelajaran yang terjadi di sekolah, khususnya dalam mata pelajaran matematika, guru adalah pihak yang paling bertanggung jawab atas hasil yang dicapai peserta didik. Rendahnya prestasi belajar matematika yang diperoleh peserta didik, perlu mendapat perhatian terutama dari guru bidang studi matematika. Untuk mendapatkan informasi tentang penyebab rendahnya prestasi belajar matematika diperlukan kegiatan evaluasi.

Evaluasi merupakan bagian dari kegiatan guru yang tidak bisa diabaikan. Sebab evaluasi dapat memberikan petunjuk sampai dimana keberhasilan kegiatan belajar mengajar yang telah dilaksanakan. Dengan evaluasi dapat diketahui keberhasilan produk dan keberhasilan proses.⁵⁰ Tujuan utama melakukan evaluasi dalam proses belajar-mengajar adalah untuk mendapatkan informasi yang akurat mengenai tingkat pencapaian tujuan intruksional oleh siswa sehingga dapat dilaksanakan tindak lanjutnya.⁵¹ Adanya kesalahan yang dilakukan peserta didik dalam mengerjakan soal-soal materi pokok suku banyak perlu dilakukan evaluasi. Salah satu kegiatan evaluasi yang dapat dilakukan guru adalah dengan melakukan analisis kesalahan dalam mengerjakan soal-soal materi suku banyak.

⁴⁹ Wahyudi Djumanta dan R. Sudrajat, *Mahir Mengembangkan Kemampuan Matematika*, (Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional, 2008), hlm121-140.

⁵⁰ Syaiful Bahri Djamarah, *Psikologi Belajar*, hlm.113

⁵¹ Daryanto, *Evaluasi Pendidikan*, hlm. 11

Analisis yang dimaksud adalah suatu penyelidikan terhadap suatu peristiwa untuk mengetahui keadaan yang sebenarnya. Analisis kesalahan merupakan suatu penyelidikan tentang kesalahan atau kekeliruan yang dilakukan peserta didik. Pada materi pokok suku banyak sering kali peserta didik melakukan suatu kesalahan yang pada akhirnya mengakibatkan prestasi belajar peserta didik rendah. Adapun penyebab kesalahan-kesalahan yang dilakukan adalah sebagai berikut.

a. Kesalahan konsep

Indikatornya adalah:

- 1) Kesalahan menentukan teorema atau rumus untuk menjawab suatu masalah.
- 2) Penggunaan teorema atau rumus oleh siswa tidak sesuai dengan kondisi prasyarat berlakunya rumus tersebut atau tidak menuliskan teorema.

Contoh: Tentukan hasil bagi dan sisa hasil bagi $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 5x - 4$ oleh $(x + 2)$ dengan metode horner

Jawab:

-2	3	-2	5	-4	
		-6	-8	-26	-
	3	4	13	22	

Jadi hasil baginya adalah $3x^2 + 4x + 13$ dan sisanya 22

Jawaban di atas kurang tepat, kesalahan yang dilakukan adalah kesalahan dalam penggunaan metode horner. Seharusnya dalam metode horner tidak menggunakan pengurangan akan tetapi menggunakan penjumlahan. Kesalahan ini termasuk kesalahan konsep, karena salah konsep dalam penggunaan metode horner.

b. Kesalahan menggunakan data

Indikatornya adalah:

- 1) Tidak menggunakan data yang seharusnya dipakai.
- 2) Kesalahan memasukkan data ke variabel.
- 3) Menambah data yang tidak diperlukan dalam menjawab suatu masalah.

Contoh: Jika $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 5x - 4$ tentukan nilai suku banyak untuk $(x + 3)!$

Jawab:

$$\begin{aligned} f(3) &= 2.3^4 - 3.3^2 + 5.3 - 4 \\ &= 2.81 - 3.9 + 15 - 4 \\ &= 162 - 27 + 15 - 4 \\ &= 146 \end{aligned}$$

Jawaban di atas kurang tepat, kesalahan yang dilakukan adalah kesalahan dalam menggunakan data. Seharusnya nilai x yang disubstitusikan -3 bukan 3.

- c. Kesalahan interpretasi bahasa

Indikatornya adalah:

- 1) Kesalahan dalam menyatakan bahasa sehari-hari dalam bahasa matematika.
- 2) Kesalahan menginterpretasikan simbol-simbol, grafik, dan tabel ke dalam bahasa matematika.

Contoh: Suatu suku banyak $3x^3 + ax^2 + x + b$ mempunyai faktor $(x - 1)$ dan bersisa -60 jika dibagi $(x + 2)$. Tentukan nilai a dan b .

Jawab: Dipunyai $f(1) = -60$ dan $f(-2) = 0$

$$\begin{aligned}
f(1) = -60 &\Leftrightarrow 3.1^3 + a.1^2 + 1 + b = -60 \\
&\Leftrightarrow 3 + a + b = -60 \\
&\Leftrightarrow a + b = -63 \dots\dots\dots(i) \\
f(-2) = 0 &\Leftrightarrow 3.(-2)^3 + a.(-2)^2 + (-2) + b = 0 \\
&\Leftrightarrow 3.(-8) + 4a - 2 + b = 0 \\
&\Leftrightarrow -26 + 4a + b = 0 \\
&\Leftrightarrow 4a + b = -26 \dots\dots\dots(ii)
\end{aligned}$$

Dari persamaan (i) dan (ii) diperoleh

$$\begin{array}{r}
a + b = -63 \\
4a + b = -26 \\
\hline
-3a = -37
\end{array}$$

$$a = \frac{37}{3}$$

$$a + b = -63 \Leftrightarrow \frac{37}{3} + b = -63$$

$$\text{Sehingga } b = \frac{226}{3}$$

Jawaban di atas kurang tepat. Kesalahan yang dilakukan adalah kesalahan dalam menginterpretasi bahasa dalam soal. Seharusnya dipunyai $f(1) = 0$ dan $f(-2) = -60$

d. Kesalahan teknis

Indikatornya meliputi:

- 1) Kesalahan perhitungan atau komputasi.
- 2) Kesalahan memanipulasi operasi aljabar.

Contoh: Tentukan sisa pembagian $6x^3 + x^2 - 4x + 5$ dengan $(3x - 2)$ dengan menggunakan cara substitusi.

Jawab:

$$\begin{aligned}
f\left(\frac{2}{3}\right) &= 6\left(\frac{2}{3}\right)^3 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{2}{3}\right) + 5 \\
&= 6\left(\frac{8}{27}\right) + \frac{4}{9} - \frac{8}{3} + 5 \\
&= \frac{48+12-72}{27} + 5 \\
&= -\frac{12}{27} + 5 = \frac{17}{27}
\end{aligned}$$

Jawaban di atas kurang tepat. Kesalahan yang dilakukan adalah kesalahan teknis yaitu dalam teknis perhitungan. Seharusnya pada baris terakhir penyebutnya disamakan dengan 27. Termasuk 5 dijadikan pecahan dengan penyebut 27.

e. Kesalahan penarikan kesimpulan

Indikatornya adalah:

- 1) Melakukan penyimpulan tanpa alasan pendukung yang benar.
- 2) Melakukan penyimpulan pernyataan yang tidak sesuai dengan penalaran logis.

Contoh: Tentukan sisa dan hasil bagi, jika $2x^3 - 7x^2 + 6x - 5$ dibagi dengan $(x + 3)$ dengan horner

Jawab:

$$\begin{array}{r|rrrr}
x = -3 & 2 & -7 & 6 & -5 \\
& & -6 & 39 & -135 \\
\hline
& 2 & -13 & 45 & -140
\end{array}$$

Jadi hasil baginya adalah $2x^2 - 13x + 45$ dan sisanya -140 atau dapat ditulis $f(x) = (2x^2 - 13x + 45)$

Jawaban di atas kurang tepat. Kesalahan yang dilakukan adalah kesalahan dalam penyimpulan. Seharusnya dalam penyimpulan bukan $f(x) = (2x^2 - 13x + 45)$ akan tetapi $f(x) = (x + 3)(2x^2 - 13x + 45) - 140$.

B. Kajian Penelitian Yang Relevan

1. Penelitian Neti Sarofa, mahasiswa FMIPA UNNES, 2010 dengan judul: “Analisis kesalahan siswa dengan panduan kriteria Watson dalam menyelesaikan soal cerita materi segi empat kelas V II SMP RSBI negeri 1 Wiradesa Pekalongan”. Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang dibahas dapat disimpulkan jenis kesalahan siswa yang cukup menonjol yaitu kesalahan dalam menggunakan prosedur dan data yang tidak tepat, hilangnya kesimpulan, serta masalah hirarki keterampilan. Hal ini antara lain disebabkan karena siswa tidak memahami maksud soal karena kendala bahasa, kurangnya pemahaman konsep yang dimiliki siswa, serta kurangnya keterampilan siswa baik dalam perhitungan maupun dalam mengeluarkan ide-ide untuk menyelesaikan soal. Besarnya prosentase tiap kesalahan mencapai tingkat prosentase lebih dari 20%. Rata-rata prestasi belajar siswa yang mendapat penjelasan cara menyelesaikan soal yang baik berkaitan dengan klasifikasi kesalahan menurut Watson yaitu 72,30 lebih baik dari pada rata-rata prestasi belajar siswa yang tidak mendapatkan penjelasan yaitu 66,42. Hasil t menyatakan bahwa terdapat perbedaan rata-rata yang cukup signifikan.
2. Penelitian Imam Muttaqin, mahasiswa FMIPA UNNES, 2008 dengan judul: “Analisi kesalahan Mahasiswa Semester 2 Jurusan Matematika FMIPA UNNES dalam Menyelesaikan Soal-soal Mata Kuliah Aljabar Linear Elementer 1”. Dari hasil penelitian ini dapat diidentifikasi letak kesalahan dan penyebab kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal mata kuliah Aljabar Linear Elementer 1. Jenis kesalahan yang dilakukan subjek penelitian dalam menyelesaikan soal Aljabar Linear Elementer 1 adalah kesalahan konsep (konsep matrik elementer dan konsep himpunan

penyelesaian dua buah persamaan linear), kesalahan teknis (kesalahan dalam perhitungan, kehabisan waktu, dan belum tuntas menjawab pertanyaan), dan kesalahan penarikan kesimpulan (menggunakan alasan yang tidak tepat). Faktor penyebab yang melatar belakangi kesalahan-kesalahan tersebut diantaranya kurang mendalami materi, tidak tahu bagaimana cara menyelesaikan soal, salah dalam menggunakan teorema, kurang teliti dalam melakukan perhitungan, kurang teliti sehingga belum tuntas menjawab pertanyaan, kehabisan waktu untuk mengerjakan soal, alasan yang digunakan untuk menarik kesimpulan kurang tepat, dan kurang tenang (tergesa-gesa) dalam menyelesaikan soal.

3. Penelitian Anita Sri Budi S., mahasiswa FMIPA UNNES, 2008 dengan judul “ Analisis kesalahan siswa kelas VII SMP Negeri Nguntoronadi Kabupaten Wonogiri dalam Menyelesaikan Soal Materi Pokok Segiempat pada Tes Tingkat Perkembangan Berpikir Geometri Van Hiele”. Berdasarkan hasil penelitian ini didapatkan jenis kesalahan yang paling banyak dilakukan adalah kesalahan konsep sebesar 61,9%, kesalahan dalam menggunakan data 19%, kesalahan interpretasi bahasa 9,5 %, kesalahan teknis 4,8%, dan kesalahan dalam penarikan kesimpulan sebesar 4,8%. Penyebab berbagai kesalahan ini diantaranya: kesalahan siswa dalam menentukan rumus yang digunakan, siswa tidak menerapkan sifat-sifat bangun dan tidak memahami hubungan antara bangun dalam menyelesaikan soal, tidak adanya penggunaan data yang seharusnya dipakai siswa dalam menyelesaikan soal, siswa salah dalam menginterpretasikan dan menafsirkan simbol-simbol yang digunakan dalam matematika, siswa salah dalam melakukan perhitungan yaitu mengubah satuan hitung dalam matematika, dan siswa mengumpulkan jawaban tanpa adanya alasan pendukung yang benar.