PENENTUAN CADANGAN PREMI DENGAN METODE *ILLINOIS* PADA ASURANSI JIWA DWIGUNA KASUS *LAST SURVIVOR* DENGAN SUKU BUNGA STOKASTIK

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat Guna Memperoleh

Gelar Sarjana Matematika

Dalam Ilmu Matematika

Oleh : **AYU FAIZAH**

NIM : 1908046010

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO

SEMARANG

2023

PERNYATAAN KEASLIAN

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	AYU FAIZAH
Nim	:	1908046010
Program Studi	:	Matematika

Menyatakan bahwa skripsi yang berjudul:

PENENTUAN CADANGAN PREMI DENGAN METODE *ILLINOIS* PADA ASURANSI JIWA DWIGUNA KASUS *LAST SURVIVOR* DENGAN SUKU BUNGA STOKASTI

secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri, kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 14 Desember 2023

Pembuat pernyataan,

METERAI TEMPEL

B5AKX792287654

Ayu Faizah

NIM: 1908046010

ii

PENGESAHAN

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Prof. Dr. Hamka Ngaliyan Semarang
Telp.024-7601295 Fax.7615387

PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini :

Judul : **PENENTUAN CADANGAN PREMI DENGAN METODE *ILLINOIS* PADA ASURANSI JIWA DWIGUNA KASUS *LAST SURVIVOR* DENGAN SUKU BUNGA STOKASTIK**

Penulis : Ayu Faizah

NIM : 1908046010

Jurusan : Matematika

Telah diajukan dalam sidang tugas akhir oleh Dewan Penguji Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu Matematika.

Semarang, 20 Desember 2023

DEWAN PENGUJI

Ketua Sidang,	Sekretaris Sidang,
Ariska Kurnia Rachmawati, M.Sc	**Seftina Diyah Miasary, M.Sc**
NIP. 198908112019032019	NIP. 198709212019032010
Penguji Utama I,	Penguji Utama II,
Mohamad Tafrikan, M.Si	**Dinni Rahma Oktaviani, M.Si**
NIP. 198904172019031010	NIP. 199410092019032017
Pembimbing I,	Pembimbing II,
Seftina Diyah Miasary, M.Sc	**Hj. Emy Siswanah, M.Sc**
NIP. 198709212019032010	NIP. 198702022011012014

KEMENTERIAN AGAMA FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI UIN WALISONGO SEMARANG REPUBLIK INDONESIA

iii

NOTA DINAS

Semarang, 13 Desember 2023

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang
Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul	:	PENENTUAN CADANGAN PREMI DENGAN METODE *ILLINOIS* PADA ASURANSI JIWA DWIGUNA KASUS *LAST SURVIVOR* DENGAN SUKU BUNGA STOKASTIK
Nama	:	AYU FAIZAH
NIM	:	1908046010
Program Studi	:	Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam sidang Munaqasyah.

Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing I,

Seftina Diyah Miasary, M.Sc
NIP.19870921 201903 2 010

NOTA DINAS

Semarang, 14 Desember 2023

Yth. Ketua Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Walisongo Semarang
Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul	:	PENENTUAN CADANGAN PREMI DENGAN METODE *ILLINOIS* PADA ASURANSI JIWA DWIGUNA KASUS *LAST SURVIVOR* DENGAN SUKU BUNGA STOKASTIK
Nama	:	AYU FAIZAH
NIM	:	1908046010
Program Studi	:	Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.
Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh

Pembimbing II,

Hj. Emy Siswanah, M.Sc
NIP. 19870202 201101 2 014

ABSTRAK

Judul	**:**	**PENENTUAN CADANGAN PREMI DENGAN METODE *ILLINOIS* PADA ASURANSI JIWA DWIGUNA KASUS *LAST SURVIVOR* DENGAN SUKU BUNGA STOKASTIK**
Nama	**:**	**AYU FAIZAH**
NIM	**:**	**1908046010**

Asuransi jiwa dwiguna kasus *last survivor* yaitu asuransi dengan pembayaran premi akan berakhir ketika kematian terakhir pemegang polis. Tujuan dari penelitian ini adalah menghitung besar premi tahunan dan cadangan premi asuransi jiwa dwiguna kasus *last survivor* dengan metode *Illinois* menggunakan suku bunga stokastik model *vasicek*. Peluang hidup peserta asuransi diambil dari Tabel Mortalita Indonesia IV (TMI) terbaru yaitu TMI Tahun 2019. Untuk menentukan tingkat suku bunga stokastik model vasicek digunakan acuan suku bunga kebijakan baru Bank Indonesia yaitu BI- 7 Day Reverse Repo Rate dari bulan Januari 2018 - Desember 2022. Berdasarkan hasil perhitungan asuransi jiwa dwiguna kasus *last survivor* untuk tiga orang peserta yaitu suami (x) usia 50 tahun, istri (y) usia 45 tahun dan anak perempuan (z) usia 22 tahun mendapatkan hasil premi tahunan menurun dikarenakan jumlah orang bertahan hidup lebih banyak dibandingkan dengan jumlah orang yang meninggal pada masa asuransi. Besarnya cadangan premi metode *Illinois* dari tahun pertama asuransi hingga akhir masa kontrak asuransi yaitu tahun ke-20, semakin meningkat mendekati nilai santunan.

Kata kunci: Asuransi Dwiguna *Last Survivor*, *Illinois*, *Vasicek*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warrahmatullahi wabarakatuh

Puji syukur penulis panjatkan atas kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik dan hidyah-Nya sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi yang berjudul *"Penentuan Cadangan Premi dengan Metode Illinois pada Asuransi Jiwa Dwiguna Kasus Last Survivor dengan Suku Bunga Stokastik".* Sholawat serta salam semoga tetap tercurah limpahkan kepada baginda Nabi Muhammad saw yang menjadi suri tauladan bagi seluruh umat manusia.

Dalam proses penyusun skripsi ini tidak lepas dari doa, bantuan, bimbingan, dukungan dan saran dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, penulis ingin mengucapkan terimakasih kepada

1. Bapak Dr. H.Ismail, M.Ag selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
2. Ibu Hj. Emy Siswanah, M.Sc selaku Ketua program Studi Matematika Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
3. Ibu Hj. Emy Siswanah, M.Sc dan Ibu Seftina Diyah Miasary, M.Sc selaku dosen pembimbing yang telah berkenan meluangkan waktu serta membimbing dan memberikan dorongan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi dengan baik.

4. Bapak Kojari dan Ibu Salamah selaku orang tua penulis yang selalu memberikan semangat dan doa kepada penulis.
5. Saiful Hamdan selaku partner spesial saya, terimakasih telah menjadi sosok rumah yang selalu ada buat saya. Telah berkontribusi banyak dalam penulis skripsi ini, menemani, meluangkan waktu, mendukung ataupun menghibur dalam kesedihan, dan memberikan semangat untuk terus maju dan maju tanpa kenal kata menyerah dalam segala hal untuk meraih apa yang menjadi impian saya. Terimakasih telah menjadi bagian dari perjalanan hidup saya, saya harap kita bisa terus bersama menjadi pribadi yang lebih baik lagi.
6. Keluarga Saiful Hamdan terutama kedua orang tuanya terimakasih telah memberikan semangat, dukungan serta doa.
7. Seluruh dosen program studi Matematika UIN Walisongo atas ilmu yang telah diberikan selama perkuliahan.
8. Cikal Nurlita, Regita Nurul Fitriani, Mita Nurrohmah, Riza Lathifatul Umami, Zuhratul Wardah dan Annisa Nur Latifah yang selalu menemani, membantu dan memberikan keceriaan selama masa perkuliahan.
9. Seluruh teman-teman saya, yang telah memberikan dukungan, semangat dan selalu memberikan keceriaan.
10. Dan yang terakhir adalah berterima kasih kepada diri sendiri yang telah berjuang keras sejauh ini. Terimakasih karena tidak menyerah dan selalu yakin bahwa kita mampu. Terimakasih karena telah mampu mengendalikan dari berbagai tekanan keadaan dan ini merupakan pencapaian yang patut dibanggakan untuk

diri sendiri karena sudah melewati proses penyusunan skripsi ini dengan baik dan semaksimal mungkin.

Penulis menyadari masih banyak kekurangan dan kesalahan dalam penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, diharapkan kritik dan saran yang membangun guna perbaikan penulis di masa yang akan datang. Tetapi dengan adanya kekurangan tersebut, penulis berharap penysusun skripsi ini bisa bermanfaat dan menambah wawasan bagi para pembaca.

Semarang, 14 Desember 2023

Ayu Faizah
NIM: 1908046010

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Sebagian besar kehidupan manusia tentunya tidak dapat dipisahkan dari risiko. Menurut Soeisno (2003), risiko merupakan kerugian atau *loss* yang timbul karena ketidakpastian. Menurut Maralis dan Triyono (2019), mengidentifikasi beberapa bentuk risiko, diantaranya kerugian finansial pada harta atau kekayaan, risiko terkait kesehatan seperti sakit atau cacat akibat kecelakaan, risiko yang merugikan pihak lain dari suatu peristiwa atau tindakan, serta risiko finansial akibat perubahan pasar, misalnya fluktuasi harga dan sebagainya. Manusia tentunya harus mampu menghadapi serta menanggulangi risiko tersebut. Dalam kondisi yang tidak pasti tersebut, asuransi menjadi solusi terbaik untuk menangani segala permasalahan yang muncul. Dengan adanya asuransi, risiko yang didapatkan setiap orang dapat berkurang dan beban yang dialami oleh korban akibat kecelakaan menjadi lebih ringan. Pada asuransi, risiko dikenal sebagai klaim. Menurut Carolina (2020), klaim merupakan suatu tuntutan untuk memperoleh hak atas perlindungan finansial akibat kerugian, sesuai dengan prosedur yang telah disetujui dan dijelaskan dalam polis asuransi.

Peristiwa yang dialami oleh manusia dan tidak bisa diprediksi kedatangannya seperti kematian, kecelakaan atau bencana alam berdampak signifikan terhadap kondisi ekonomi seseorang. Setiap musibah atau peristiwa kerugian tidak dapat diprediksi oleh manusia. Manusia tidak bisa memprediksi setiap musibah atau kerugian yang terjadi. Kepastian atas peristiwa tersebut hanya diketahui oleh Allah Swt (Suriani, 2016). Dalam situasi tersebut, manusia melindungi diri dari musibah dengan mengamankan hidup mereka melalui asuransi. Sebagaimana dijelaskan dalam surat Q.S at Tagabun ayat 11.

مَآ اَصَابَ مِنْ مُّصِيْبَةٍ اِلَّا بِاِذْنِ اللّٰهِ ۗوَمَنْ يُّؤْمِنْۢ بِاللّٰهِ يَهْدِ قَلْبَهٗ ۗوَاللّٰهُ بِكُلِّ شَيْءٍ عَلِيْمٌ

Artinya :*"Tidak ada sesuatu musibah yang menimpa (seseorang), kecuali dengan izin Allah; dan barangsiapa beriman kepada Allah, niscaya Allah akan memberi petunjuk kepada hatinya. Dan Allah Maha Mengetahui segala sesuatu."* (https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/64?from=1&to=18)

Menurut Dwipayana (2019), asuransi merupakan suatu cara untuk memindahkan risiko dari individu yang mengikuti asuransi ke pihak yang menanggung risiko (perusahaan asuransi) sesuai dengan perjanjian. Dalam perjanjian tersebut, peserta asuransi, yang juga disebut sebagai tertanggung, harus membayar premi sebagai imbalan atas risiko kerugian yang ditanggung. Salah satu jenis asuransi adalah asuransi jiwa. Tujuan dari adanya asuransi tersebut adalah untuk menanggung risiko seseorang yang mengambil polis apabila mengalami kematian. Jika pemegang polis mengalami kematian pada jangka waktu yang ditentukan dalam perjanjian asuransi, maka keluarga atau ahli warisnya akan menerima pembayaran sesuai dengan ketentuan yang ada dalam kontrak dengan perusahaan asuransi.

Berdasarkan pembayaran manfaatnya terdapat beberapa jenis asuransi jiwa yaitu asuransi jiwa *endowment* murni, asuransi jiwa berjangka dan asuransi jiwa dwiguna. Asuransi jiwa dwiguna merupakan kombinasi antara asuransi berjangka dan asuransi *endowment* murni. Asuransi jiwa seumur hidup merupakan jenis asuransi yang memiliki masa penanggungan sepanjang hidup. Asuransi yang memberikan nilai manfaat sekaligus investasi kepada tertanggung dikenal sebagai asuransi jiwa dwiguna. Dalam asuransi tersebut, pembayaran santunan akan diberikan berdasarkan nilai yang disepakati dalam polis, baik apabila peserta mengalami kematian pada masa asuransi maupun tetap hidup hingga berakhirnya masa asuransi (Futami, 1993). Jika ditinjau berdasarkan banyak anggota yang ditanggung risikonya, asuransi jiwa dapat dibagi menjadi dua jenis yaitu asuransi jiwa *single life* dan asuransi jiwa *multiple life*. Asuransi jiwa *single life* didefinisikan sebagai asuransi yang bertanggung jawab atas risiko satu individu tunggal. Sementara itu, asuransi jiwa yang bertanggung jawab atas risiko sekelompok orang disebut dengan asuransi *multiple life*. Terdapat dua status atau keadaan dalam asuransi jiwa *multiple life* yaitu asuransi jiwa *last survivor* dan asuransi jiwa *joint life*. Unsur pembeda antara kedua jenis asuransi tersebut yaitu waktu pembayaran premi (Dicky,. dkk 2017). Asuransi jiwa dwiguna dimana pembayaran premi berlangsung hingga salah satu anggota mengalami kematian dikenal sebagai asuransi jiwa *joint life*, sedangkan asuransi dimana pembayaran premi dilakukan hingga anggota meninggal dunia dikenal sebagai asuransi *last survivor*. Masa pertanggungan asuransi jiwa *last survivor* terdiri dari tiga jenis, yaitu asuransi jiwa *last survivor* berjangka, asuransi jiwa *last survivor* dwiguna, dan asuransi jiwa *last survivor* seumur hidup (Hanifah, 2019).

Nilai premi ditentukan melalui beberapa faktor yaitu pengaruh percepatan kematian terhadap anuitas hidup, probabilitas hidup dan probabilitas kematian dari anggota asuransi. Percepatan kematian merupakan laju angka kematian pada rentang usia tertentu (Rahmi, 2018). Dalam perhitungan premi dapat digunakan beberapa metode salah satunya yaitu metode *Illinois*. Metode *Illinois* adalah cara untuk menghitung cadangan yang melibatkan penggunaan premi bersih yang disesuaikan secara berkelanjutan, dimana premi bersih dari asuransi dwiguna diganti dengan perhitungan premi berdasarkan waktu pembayarannya. Perhitungan premi juga bergantung pada nilai dari manfaat asuransi yang diterima oleh tertanggung. Selain nilai manfaat, faktor yang mempengaruhi besar premi yaitu usia tertanggung dan suku bunga yang berlaku. Suku bunga konstan dan stokastik merupakan jenis dari suku bunga yang umumnya digunakan. Suku bunga yang telah ditentukan oleh perusahaan saat persetujuan polis dan tidak dipengaruhi oleh faktor lain yang menyebabkan perubahan suku bunga dikenal sebagai suku bunga konstan, sedangkan suku bunga stokastik merupakan suku bunga yang fluktuatif selama periode tertentu karena dipengaruhi oleh beragam faktor (Devi, 2021).

Metode *Illinois* sebenarnya sudah pernah dibahas oleh peneliti-peneliti terdahulu yaitu Penentuan Cadangan Premi Asuransi Jiwa Tahunan Dengan Metode *Illinois* yang dilakukan oleh Reskiana (2018), Penentuan Cadangan Premi Asuransi Dwiguna Menggunakan Metode *Illinois* Berdasarkan Hukum Mortalitas *Weibul* dilakukan oleh Devi dkk (2021) dan selanjutnya kasus *last survivor* pernah dibahas oleh peneliti-peneliti terdahulu yaitu Cadangan Prospektif *Last survivor* Dengan *Asumsi Gompretz* dilakukan oleh Ghufron (2014), Perbandingan Asuransi *Last Survivor* dengan Pengembalian Premi Menggunakan Metode Copula Frank, Copula Clayton dan Copula Gumbel dilakukan oleh Dicky,dkk (2017) dan penilaian premi asuransi dwiguna *last survivor* dengan kasus tiga tertanggung dilakukan oleh Sari dan Jazwinart (2016). Akan tetapi, penelitian tentang metode *Illinois* yang diterapkan pada kasus *Last survivor* belum pernah dilakukan.

Penelitian ini membahas tentang metode *Illinois*. Hal ini dikarenakan metode *Illinois* dianggap metode terbaik dalam perhitungan cadangan premi. Metode tersebut menetapkan batas maksimum biaya yang bisa ditagihkan perusahaan asuransi kepada peserta polis asuransi. Syarat dalam menggunakan metode ini adalah pembayaran premi dibayarkan maksimal 20 tahun (Friyanti, 2019). Pada asuransi jiwa dwiguna *last survivor*, jika hingga akhir kontrak peserta masih hidup, maka peserta akan tetap mendapatkan santunan dan pembayaran preminya lebih terjangkau dibandingkan asuransi perorangan untuk jumlah santunan yang sama (Novri, 2016). Tingkat suku bunga stokastik akan bergerak secara fluktuasi (Ni Komang, 2018). Dengan demikian, penulis tertarik untuk meneliti masalah tersebut dengan judul "Penentuan cadangan premi dengan metode *Illinois* pada asuransi jiwa dwiguna kasus *last survivor* dengan suku bunga stokastik".

1.2. Rumusan Masalah

Dari latar belakang yang telah diuraikan, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Berapa nilai premi asuransi tahunan dengan metode *Illinois* pada asuransi jiwa dwiguna *last survivor* menggunakan suku bunga stokastik ?
2. Berapa nilai cadangan premi dengan metode *Illinois* pada auransi jiwa dwiguna *last survivor* menggunakan suku bunga stokastik ?

1.3. Tujuan Penelitian

Dari uraian permasalahn sebelumnya, tujuan dalam penelitian ini adalah untuk :

1. Untuk mengetahui berapa nilai premi tahunan dengan metode *Illinois* pada asuransi jiwa dwiguna *last survivor* menggunakan suku bunga stokastik.
2. Untuk mengetahui berapa nilai cadangan premi dengan metode *Illinois* pada asuransi jiwa dwiguna *last survivor* menggunakan suku bunga stokastik.

1.4. Manfaat Penelitian

1. Dapat memperluas wawasan yang bermanfaat bagi penulis dan pembaca tentang penentuan cadangan premi dengan metode *Illinois* pada asuransi jiwa dwiguna kasus *last survivor* dengan suku bunga stokastik.
2. Menambah referensi bagi penulis dan pembaca untuk pengembangan matematika aktuaria.

1.5. Batasan Masalah

1. Menggunakan Tabel Mortalita Indonesia (TMII) perempuan dan laki-laki tahun 2019.
2. Menggunakan Tabel Komutasi.
3. Menggunakan data tingkat suku bunga yang diterbitkan oleh Bank Indonesia (BI) dari tahun 2018 hingga 2022.
4. Asuransi yang diterapkan adalah asuransi jiwa dwiguna atau asuransi yang mengkombinasikan asuransi berjangka dengan asuransi dwiguna murni.
5. Menggunakan suku bunga stokastik model *vasicek*.
6. Perhitungan besaran premi untuk 3 orang tertanggung dalam 1 keluarga yaitu pasangan suami istri dan anak.
7. peluang meninggal diasumsikan saling bebas.

8. Menggunakan jenis anuitas awal diskrit.
9. Besar santunan yang diterima oleh peserta asuransi diasumsikan sebesar Rp. 100.000.000

BAB II
LANDASAN PUSTAKA

2.1 Asuransi Jiwa

Menurut Bowers (1997), asuransi berasal dari *Assurance* yang artinya jaminan. Asuransi merupakan kesepakatan antara dua belah pihak, yakni antara perusahaan asuransi sebagai pihak yang menanggung dan nasabah sebagai pihak yang ditanggung. Perusahaan mengeluarkan dokumen polis yang memuat perincian mengenai kewajiban antara tertanggung dan penanggung dalam perjanjian asuransi. Kewajiban tertanggung adalah membayar premi kepada perusahaan asuransi sesuai dengan ketentuan yang tercantum dalam polis sedangkan, memberikan manfaat kepada pemegang polis (tertanggung) sebagai pergantian atas kerugian yang dialami oleh pihak tertanggung merupakan kewajiban dari pihak penanggung.

Menurut Futami (1993), asuransi jiwa adalah suatu upaya bersama dengan beberapa orang dan bersepakat untuk menanggung kesulitan terutama salah satu anggota terhadap masalah keuangan. Asuransi jiwa adalah program perlindungan yang berfungsi untuk mengalihkan risiko ekonomi yang terkait dengan kematian atau kelangsungan hidup dari orang yang dipertanggungkan. Asuransi jiwa dibagi menjadi tiga (Futami, 1993), yaitu:

a) Asuransi Jiwa Berjangka

Asuransi berjangka adalah bentuk asuransi yang sangat sederhana di mana perusahaan akan membayar santunan kepada pewaris jika tertanggung meninggal selama periode waktu yang telah ditentukan atau dikenal sebagai jangka waktu polis.

b) Asuransi Jiwa Seumur hidup

Asuransi jiwa seumur hidup merupakan jenis asuransi yang memberikan pembayaran santunan kematian jika tertanggung meninggal dunia, dan berlaku sepanjang hidup tertanggung.

c) Asuransi Jiwa Dwiguna

Asuransi jiwa dwiguna adalah asuransi yang mengkombinasikan asuransi berjangka dengan asuransi dwiguna murni. Pada asuransi ini pertanggungan dan pembayaran premi dilakukan mulai tahun pertama polis sampai waktu yang telah disepakati. Pembayaran santunan akan disediakan jika tertanggung meninggal selama masa berlaku polis atau jika masih hidup hingga berakhirnya masa polis.

2.2 Fungsi Survival

Menurut Bower (1997), misalnya seseorang berumur x tahun, dinotasikan sebagai (x) dan total umur individu ketika terjadi kematian dinotasikan sebagai (X) maka sisa umur hidupnya, $T(x) = X - x$ dengan batasan $X > x$, yaitu variabel acak yang menyatakan (x) akan meninggal sesudah mencapai umur x tahun, jika diketahui masih hidup pada umur x tahun maka peubah acak dari sisa waktu hidup (x) dapat dituliskan $T(x) = X - x$.

Menurut Bower (1997), peluang bahwa (x) akan meninggal dalam t tahun dilambangkan dengan ${}_tq_x$ dan peluang bahwa (x) akan mencapai umur $x + t$ tahun dilambangkan dengan ${}_tp_x$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} {}_tq_x &= P(T(x) \leq t), t \geq 0 \qquad (2.1) \\ {}_tp_x &= P(T(x) > t) = 1 - {}_tq_x, t \geq 0 \end{aligned}$$

Peluang bahwa (x) akan mencapai umur $x + t$ tahun dan kemudian meninggal sebelum mencapai umur $x + t + 1$ tahun dilambangkan dengan

$${}_{t|}q_x = P(t < T(x) \leq t + 1) = {}_{t+1}q_x - {}_tq_x \qquad (2.2)$$

2.3 Status *Last Survivor*

Menurut Futami (1993), status *last survivor* adalah kesinambungan hidup yang berlangsung selama minimal ada satu kehidupan yang masih ada dari sekumpulan kehidupan yang tersisa, dan dianggap berakhir saat individu terakhir meninggal. Dinotasikan dengan $(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_m})$, di mana x_i adalah umur dari anggota kelompok i dan m adalah jumlah anggota kelompok. Sisa waktu hidup terpanjang dari anggota kelompok dengan status *last survivor* serta jumlah anggota kelompok m anggota dinotasikan $T(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_m})$ dan dapat dituliskan $T(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_m}) = \max[T(\overline{x_1}), T(\overline{x_2}), \dots, T(\overline{x_m})]$ dimana $T(\overline{x_1})$ adalah sisa waktu hidup anggota $i = 1,2, \dots, m$ (Bower, 1997)

Probabilitas kematian untuk dua individu yang memiliki usia x dan y tahun dengan rentang waktu t tahun di mana sisa umur mereka dianggap independen satu sama lain dinotasikan sebagai berikut (Bower, 1997) :

$$\begin{aligned} {}_tq_{\overline{xy}} &= P(T(\bar{x}, \bar{y}) \leq t) \\ &= P(\max[T(\bar{x}), T(\bar{y})] \leq t) \\ &= P(T(\bar{x}) \leq t, T(\bar{y}) \leq t) \\ &= P(T(\bar{x}) \leq t) P(\,T(\bar{y}) \leq t) \\ &= {}_tq_x \cdot {}_tq_y \end{aligned} \tag{2.3}$$

Sedangkan untuk probabilitas hidup untuk dua individu yang memiliki usia x dan y tahun diasumsuikan *independent* (saling bebas) dalam periode waktu t tahun, dirumuskan sebagai berikut (Bower, 1997) :

$$
\begin{aligned}
{}_tp_{\overline{xy}} &= 1 - {}_tq_{\overline{xy}} \\
&= 1 - (1 - {}_tp_x)(1 - {}_tp_y) \\
&= {}_tp_x + {}_tp_y - {}_tp_x\ {}_tp_y \qquad (2.4)
\end{aligned}
$$

Probabilitas kematian terakhir dari dua tertanggung yang memiliki usia x dan y tahun terjadi pada tahun t hingga $t + 1$ tahun, dirumuskan sebagai berikut (Bower, 1997) :

$$
\begin{aligned}
{}_{t|}q_{\overline{xy}} &= P(t \leq T(\bar{x}, \bar{y}) \leq t + 1) \\
&= P\ (\mathrm{T}(\bar{x}, \bar{y}) \leq t + 1) - P\ (\mathrm{T}(\bar{x}, \bar{y}) \leq t) \\
&= {}_{t+1}q_{\overline{xy}} - {}_tq_{\overline{xy}} \\
&= (1 - {}_{t+1}p_{\overline{xy}}) - (1 - {}_tp_{\overline{xy}}) \\
&= ({}_tp_x + {}_tp_y + {}_tp_{xy}) - ({}_{t+1}p_x + {}_{t+1}p_y + {}_{t+1}p_{xy}) \\
&= ({}_tp_x - {}_{t+1}p_x) + ({}_tp_y - {}_{t+1}p_y) - ({}_tp_{xy} - {}_{t+1}p_{xy}) \\
&= {}_{t|}q_x + {}_{t|}q_y - {}_{t|}q_{xy} \qquad (2.5)
\end{aligned}
$$

Dimana,

${}_tp_{\overline{xy}}$ = Probabilitas untuk tetap hidup setidaknya hingga t tahun kemudian bagi salah satu individu yang memiliki usia x dan y tahun.

${}_tq_{\overline{xy}}$ = Probabilitas kematian salah satu dari individu yang memiliki usia x dan y tahun selama periode t tahun kemudian.

${}_{t|}q_{\overline{xy}}$ = Probabilitas kematian salah satu dari orang yang memiliki usia x dan y tahun terjadi antara t dan $t+1$ tahun.

${}_tp_x$ = Probabilitas dari orang yang memiliki usia x tahun tetap hidup dengan rentang waktu t tahun.

${}_tq_x$ = Probabilitas dari orang yang memiliki usia x tahun mengalami kematian dengan rentang waktu t tahun.

2.4 Tabel Mortalita

Menurut Futami (1993), tabel mortalitas adalah tabel yang digunakan perusahaan asuransi sebagai dasar perhitungan. Tabel tersebut adalah tabel kehidupan yang mengkaji tentang probabilitas hidup dan kematian seseorang untuk setiap kelompok umur. Dalam tabel mortalitas, terdapat probabilitas kematian individu berdasarkan kelompok usia dalam populasi yang diasuransikan atau disebut tertanggung (Intani, 2021).

Banyaknya individu dengan usia x tahun yang mengalami kematian sebelum mencapai usia $x+1$ tahun :

$$d_x = l_x - l_{x+1} \tag{2.6}$$

Peluang bagi orang yang memiliki usia x tahun untuk mencapai usia 1 tahun selanjutnya yaitu $(x+1)$ tahun dinotasikan sebagai :

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \tag{2.7}$$

Keterangan :

d_x = Jumlah individu yang mengalami kematian diantara usia x dan $x+1$ tahun.

l_x = Jumlah individu yang masih hidup pada usia x tahun.

l_{x+1} = Jumlah individu yang masih hidup dalam rentang waktu antara x hingga $x+1$ tahun.

p_x = Probabilitas dari orang yang memiliki usia x tahun tetap hidup selama satu tahun.

Berbagai rumus terkait dengan nilai probabilitas hidup dan probabilitas kematian, dengan simbol (x) sebagai usia individu yang berusia x tahun, dapat dijelaskan sebagai berikut (Futami, 1993) :

Probabilitas dari orang yang memiliki usia x tahun tetap hidup selama periode t tahun

$$ {}_{t}p_{x} = \frac{l_{x+t}}{l_x} \quad (2.8) $$

Probabilitas dari orang yang memiliki usia x tahun mengalami kematian selama periode t tahun :

$$ {}_{t}q_{x} = 1 - {}_{t}p_{x} \quad (2.9) $$

$$ {}_{t}q_{x} = \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x} \quad (2.10) $$

Keterangan :

${}_{t}p_{x}$ = Peluang bahwa orang yang memiliki usia x tahun tetap hidup selama periode t tahun.

l_{x+1} = Jumlah individu yang hidup pada usia x hingga $x + t$ tahun

2.5 Simbol Komutasi

Menurut Oktaviani (2019), simbol komutasi digunakan untuk mempermudah penulisan rumus dalam perhitungan matematika. Beberapa simbol komutasi, antara lain:

$$ D_x = v^x l_x $$

$$ C_x = v^{x+1} d_x $$

$$ N_x = \sum_{k=0}^{w} D_{x+k} = D_x + D_{x+1} + \cdots + D_w $$

$$M_x = \sum_{k=0}^{w} C_{x+k} = C_x + C_{x+1} + \cdots + C_w$$

Dengan,

D_x : Simbol komutasi yang mewakili hasil dari perkalian faktor diskon v pada pangkat usia x tahun dengan jumlah peserta asuransi yang masih hidup pada usia x tahun.

C_x : Simbol komutasi yang menggambarkan hasil perkalian dari faktor diskon v dipangkatkan usia x tahun dengan jumlah peserta asuransi yang mengalami kematian pada usia x tahun.

d_x : Jumlah individu berusia x tahun yang mengalami kematian selama periode satu tahun.

N_x : Simbol komutasi yang menggambarkan total nilai saat ini dari seluruh pembayaran sebesar Rp 1 yang dilakukan oleh individu yang memiliki usia x tahun hingga usia maksimum.

M_x : Simbol komutasi yang menggambarkan total nilai saat ini dari seluruh pembayaran sebesar Rp 1 yang dilakukan oleh individu yang memiliki usia $x + 1$ tahun hingga usia maksimum.

2.6 Tingkat Suku Bunga Stokastik

Berkaitan dengan suku bunga, premi biasanya dihitung menggunakan suku bunga yang tetap. Akan tetapi, pada kenyataannya, suku bunga cenderung berfluktuasi tidak terduga selama periode tertentu dikarenakan beberapa faktor yang mempengaruhinya dan dikenal dengan suku bunga stokastik (Zeytun dan Gupta, 2007). Menurut Hull (1946), salah satu jenis model suku bunga stokastik adalah model keseimbangan.

Dalam model keseimbangan, terdapat sifat *mean reversion* yang menjelaskan kecenderungan suku bunga untuk kembali menuju nilai rata-rata jangka panjangnya. Dengan karakteristik tersebut, suku bunga akan disebut dengan *mean reversion level* yang artinya pergerakan suku bunga akan mengarah ke tingkat rata-rata tertentu. Ketika tingkat suku bunga tinggi, kecenderungan akan ada penurunan laju pertumbuhan, dan keinginan peminjam untuk meminjam uang/kredit cenderung menurun, sehingga mengakibatkan penurunan tingkat suku bunga. Sementara, ketika suku bunga rendah, akan ada kecenderungan peningkatan permintaan pinjaman dari peminjam, sehingga suku bunga akan meningkat (Hull, 2012).

2.7 Model Tingkat Suku Bunga *Vasicek*

Model tingkat suku bunga stokastik terdapat beberapa jenis model, salah satunya yaitu model *vasicek*. Model Vasicek tersebut berkaitan dengan prediksi perubahan tingkat suku bunga pada periode mendatang dengan mempertimbangkan perubahan suku bunga sebelumnya. Model ini menjelaskan bahwa tingkat suku bunga akan cenderung bergerak kembali menuju rata-rata. (Sandy, 2018). Model ini memiliki sifat mean-reverting, yang mengindikasikan bahwa tingkat suku bunga cenderung kembali ke titik keseimbangan atau pada jangka waktu yang lebih panjang, akan menuju nilai tertentu (Maulani, 2016).

Persamaan diferensial yang umumnya digunakan untuk tingkat suku bunga pada model Vasicek adalah (Khairiah,2020)

$$dr_t = k\,(\theta - r_t)dt + \sigma dW(t) \tag{2.11}$$

Pada kasus $\sigma = 0$ dalam persamaan (2.11), akan dicari solusi deterministiknya dengan metode pemisahan variabel

$$dr_t = k\,(\theta - r_t)dt \tag{2.12}$$

$$\frac{1}{k(\theta - r_t)}\,dr_t = dt$$

Integralkan kedua ruas yang terdapat pada persamaan (2.12)

$$\int \frac{1}{k(\theta - r_t)}\, dr_t = \int dt$$

$$-\frac{1}{k}\text{In}(\theta - r_t) = t + C$$

$$\text{In}(\theta - r_t) = -k(\, t + C)$$

$$e^{(\text{In}(\theta - r_t))} = e^{(-\text{k}(t+C))}$$

$$\theta - r_t = e^{(-\text{k}(t+C))}$$

$$r_t = \theta - e^{(-\text{k}(t+C))}$$

$$r_t = \theta - e^{-\text{kt}}e^{-\text{kC}}$$

$$r_t = \theta - e^{-\text{kt}}C^* \qquad (2.13)$$

Dimana C^*=$e^{-\text{kC}}$ persamaan (2.13) merupakan solusi umum dari persamaan (2.11). Kemudian akan dicari solusi khusus dengan memberikan nilai awal $r_0 = 0$, sehingga

$$r_0 = \theta - e^{-\text{k}0}C^*$$

$$r_0 = \theta - C^*$$

$$C^* = \theta - r_0 \qquad (2.14)$$

Subsitusikan persamaan (2.14) ke persamaan (2.13) sehingga

$$r_t = \theta - e^{-\text{kt}}C^*$$

$$r_t = \theta - e^{-\text{kt}}(\theta - r_0)$$

$$r_t = e^{-\text{kt}}r_0 + \theta(1 - e^{-\text{kt}}) \qquad (2.15)$$

Dengan menggunakan penyelesaian persamaan linier homogen dengan koefisien konstan yang ditulis sebagai berikut

$$y_t = r_t e^{\text{kt}} \qquad (2.16)$$

Persamaan (2.16) diturunkan terhadap t sehingga

$$dy_t = e^{\mathrm{kt}} dr_t + k e^{\mathrm{kt}} r_t dt \tag{2.17}$$

Subsitusikan persamaan (2.11) dan (2.16) kedalam persamaaan (2.17) sehingga

$$d(r_t e^{\mathrm{kt}}) = e^{\mathrm{kt}}(k\,(\theta - r_t)dt + \sigma dW(t)) \; + k e^{\mathrm{kt}} r_t dt$$

$$d(r_t e^{\mathrm{kt}}) = k\theta e^{\mathrm{kt}} + \sigma e^{\mathrm{kt}} dW(t)$$

$$d(r_t e^{\mathrm{kt}}) = k\theta e^{\mathrm{kt}} + \sigma e^{\mathrm{ku}} dW(u) \tag{2.18}$$

Dimisalkan $\sigma e^{\mathrm{kt}} dW(t) = \sigma e^{\mathrm{ku}} dW(u)$ dalam persamaan (2.18). Kemudian integralkan kedua ruas pada persamaan (2.18)

$$\int_0^t d(r_t e^{\mathrm{kt}}) = \int_0^t k\theta e^{\mathrm{kt}} + \sigma e^{\mathrm{ku}} dW(t)$$

$$r_t e^{\mathrm{kt}} - \; r_0 = \; \theta\left(e^{-\mathrm{kt}} - 1\right) + \sigma \int_0^t e^{\mathrm{ku}}\, dW(u)$$

$$r_t = \; r_0 e^{-kt} + \; \theta(1 - e^{-kt}) + \; \sigma \int_0^t e^{-k(t-u)} dW(u) \tag{2.19}$$

Dimisalkan $ku = -k(t-u)$ persamaan (2.19). Berdasarkan persamaan (2.19) maka ekpektasi dan variansinya adalah sebagai berikut :

$$E[r_t] = r_0 e^{-\mathrm{kt}} + \theta(1 - e^{-kt}) \tag{2.20}$$

$$Var\,[r_t] = \; \frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-2\mathrm{kt}}) \tag{2.21}$$

Nilai awal pada tahap estimasi parameter didapatkan dari metode OLS (*Ordinary Least Square*). Dengan $\varepsilon_t \sim N(0{,}1)$

untuk menggunakan OLS, Persamaan (2.11) ditransformasikan kebentuk (Mariana dkk, 2015) :

$$r_{t+1} - r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma \Delta t \varepsilon_t$$

$$r_{t+1} - r_t = k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma \sqrt{rt} \Delta t \varepsilon_t \tag{2.22}$$

Dimisalkan $\sigma \Delta t \varepsilon_t = \sigma \sqrt{rt} \Delta t \varepsilon_t$ persamaan (2.22). Kemudian persamaan (2.22) kedua ruas dibagi dengan $\sqrt{rt}$ didapatkan sebagai berikut :

$$\frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{rt}} = \frac{k(\theta - r_t)\Delta t}{\sqrt{rt}} + \sigma \Delta t \varepsilon_t \tag{2.23}$$

Persamaan (2.21) kedua ruas dibagi dengan Δt :

$$\frac{r_{t+1} - r_t}{\Delta t \sqrt{rt}} = \frac{k(\theta - r_t)}{\sqrt{rt}} + \sigma \varepsilon_t \tag{2.24}$$

Dengan meminimalkan jumlahan kuadrat dari bagian eror $\sum_{t=1}^{n-1} (\sigma \varepsilon_t)^2$ terhadap k dan θ akan didapatkan hasil estimasi untuk nilai k dan θ sebagai berikut :

$$(\sigma \varepsilon_t)^2 = \sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{r_{t+1} - r_t}{\Delta t \sqrt{rt}} - \frac{k(\theta - r_t)}{\sqrt{rt}} \right)^2 \tag{2.25}$$

$$\frac{\delta t}{\delta k} = 2 \sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{r_{t+1} - r_t}{\Delta t \sqrt{rt}} - \frac{k(\theta - r_t)}{\sqrt{rt}} . \left(\frac{\theta - r_t}{\sqrt{rt}} \right) \right) = 0 \tag{2.26}$$

Persamaan (2.26) dimisalkan $a = \frac{(r_{t+1}-r_t)\theta-(\theta-r_t)}{\Delta t\sqrt{rt}}, b = \frac{k(\theta-r_t)}{\sqrt{rt}}$ dan $c = \left(\frac{\theta-r_t}{\sqrt{rt}}\right)$ maka $\sum ac - bc$ diperoleh sebagai berikut :

$$\frac{\delta t}{\delta k} = 2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}-r_t)\theta-(\theta-r_t)}{\Delta t\sqrt{rt}}\right)\left(\frac{\theta-r_t}{\sqrt{rt}}\right)-\left(\frac{k(\theta-r_t)}{\sqrt{rt}}\right)\left(\left(\frac{\theta-r_t}{\sqrt{rt}}\right)\right) \quad (2.27)$$

$$\frac{\delta t}{\delta k} = 2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}-r_t)\theta-(\theta-r_t)}{\Delta t\sqrt{rt}}\right)\left(\frac{\theta-r_t}{\sqrt{rt}}\right)-\left(\frac{k(\theta^2+\theta r_t-\theta r_t+{r_t}^2}{r_t}\right) \quad (2.28)$$

$$\frac{\delta t}{\delta k} = 2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}-r_t)\theta-(\theta-r_t)}{\Delta t\sqrt{rt}}\right)\left(\frac{\theta-r_t}{\sqrt{rt}}\right)-(k\theta^2+kr_t) \quad (2.29)$$

$$\frac{\delta t}{\delta k} = 2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}-r_t)\theta-(\theta-r_t)}{\Delta t\sqrt{rt}}\right)\left(\frac{\theta-r_t}{\sqrt{rt}}\right)-(\theta^2+r_t) \quad (2.30)$$

$$\frac{\delta t}{\delta k} = 2\sum_{t=1}^{n-1}\frac{\left(\frac{(r_{t+1}-r_t)\theta(r_{t+1}-r_t)-r_t}{\Delta t\sqrt{rt}}\right)}{\theta^2+r_t} \quad (2.31)$$

$$\frac{\delta t}{\delta k} = 2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}\theta-r_t\theta)(r_{t+1}-r_t}{(\Delta t\sqrt{rt}\theta^2+\Delta t\sqrt{rt}r_t)}\right) \quad (2.32)$$

$$\frac{\delta t}{\delta k} = 2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}\theta-r_{t+1}r_t)-r_t\theta-{r_t}^2)}{(\Delta t\sqrt{rt}\theta^2+\Delta t\sqrt{rt}r_t)}\right) \quad (2.33)$$

$$\frac{\delta t}{\delta k} = 2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{\theta(\sum_{t=0}^{n-1}r_{t+1}-\sum_{t=0}^{n-1}r_t)\sum_{t=0}^{n-1}r_{t+1}-\sum_{t=0}^{n-1}r_t+\sum_{t=1}^{n-1}r_t}{\Delta t((\sum_{t=0}^{n-1}\sqrt{rt})\theta^2+\sum_{t=1}^{n-1}\sqrt{rt}\sum_{t=1}^{n-1}r_t)}\right) \quad (2.34)$$

Sehingga parameter k adalah :

$$k = \frac{n^2-2n+1+\sum_{t=1}^{n-1}r_{t+1}\sum_{t=1}^{n-1}\frac{1}{r_t}-\sum_{t=1}^{n-1}r_t\sum_{t=1}^{n-1}\frac{1}{r_t}-(n-1)\sum_{t=1}^{n-1}\frac{r_{t+1}}{r_t}}{(n^2-2n+1-\sum_{t=1}^{n-1}r_t\sum_{t=1}^{n-1}\frac{1}{r_t})\Delta t} \quad (2.35)$$

Estimasi parameter θ

$$(\sigma\varepsilon_t)^2 = \sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{r_{t+1}-r_t}{\Delta t\sqrt{rt}}-\frac{k(\theta-r_t)}{\sqrt{rt}}\right)^2 \quad (2.36)$$

$$\frac{\delta t}{\delta\theta}=2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{r_{t+1}-r_t}{\Delta t\sqrt{rt}}-\frac{k(\theta-r_t)}{\sqrt{rt}}.\left(\frac{k(-r_t)}{\sqrt{rt}}\right)\right)=0 \qquad (2.37)$$

Persamaan (2.37) dimisalkan $a=\frac{r_{t+1}-r_t}{\Delta t\sqrt{rt}}, b=\frac{k(\theta-r_t)}{\sqrt{rt}}$ dan $c=\left(\frac{k(-r_t)}{\sqrt{rt}}\right)$ maka $\sum ac-bc$ diperoleh sebagai berikut :

$$\frac{\delta t}{\delta\theta}=2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}-r_t)}{\Delta t\sqrt{rt}}\right)\left(\frac{k(-r_t)}{\sqrt{rt}}\right)-\left(\frac{k(\theta-r_t)}{\sqrt{rt}}\right)\left(\frac{k(-r_t)}{\sqrt{rt}}\right) \qquad (2.38)$$

$$\frac{\delta t}{\delta\theta}=2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}-r_t)k((r_{t+1}-r_t)-r_t}{\Delta t\sqrt{rt}}\right)-\left(\frac{k(-r_t\theta+r_t}{r_t}\right) \qquad (2.39)$$

$$\frac{\delta t}{\delta\theta}=2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}-r_t)k((r_{t+1}-r_t)-r_t}{\Delta t\sqrt{rt}}\right)-k(-r_t\theta) \qquad (2.40)$$

$$\frac{\delta t}{\delta\theta}=k(-r_t\theta)=2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}-r_t)k((r_{t+1}-r_t)-r_t}{\Delta t\sqrt{rt}}\right) \qquad (2.41)$$

$$\frac{\delta t}{\delta\theta}=2\sum_{t=1}^{n-1}\frac{\left(\frac{(r_{t+1}-r_t)k(r_{t+1}-r_t)-r_t}{\Delta t\sqrt{rt}}\right)}{k(-r_t)} \qquad (2.42)$$

$$\frac{\delta t}{\delta\theta}=2\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{(r_{t+1}-r_t)k(r_{t+1}-r_t)-r_t}{\Delta t\sqrt{rt}.\,k(-r_t)}\right) \qquad (2.43)$$

Sehingga parameter θ adalah :

$$\theta=\frac{(n-1)\sum_{t=1}^{n-1}\mathrm{r_{t+1}}-\sum_{t=1}^{n-1}\frac{r_{t+1}}{r_t}\sum_{t=1}^{n-1}r_t}{\mathrm{n^2-2n+1}+\sum_{t=1}^{n-1}\mathrm{r_{t+1}}\sum_{t=1}^{n-1}\frac{1}{\mathrm{r_t}}-\sum_{t=1}^{n-1}\mathrm{r_t}\sum_{t=1}^{n-1}\frac{1}{\mathrm{r_t}}-(\mathrm{n}-1)\sum_{t=1}^{n-1}\frac{\mathrm{r_{t+1}}}{\mathrm{r_t}}} \qquad (2.44)$$

dan estimasi untuk nilai σ adalah :

$$(\sigma\varepsilon_t)^2 = \sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{r_{t+1}-r_t}{\Delta t\sqrt{rt}} - \frac{k(\theta-r_t)}{\sqrt{rt}}\right)^2 \tag{2.45}$$

$$\frac{\delta t}{\delta\sigma} = \sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{r_{t+1}-r_t}{\Delta t\sqrt{rt}} - \frac{k(\theta-r_t)}{\sqrt{rt}}\right) = 0 \tag{2.46}$$

Sehingga parameter σ adalah

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{t=1}^{n-1}\left(\frac{r_{t+1}-r_t}{\sqrt{r_t}} - \frac{\theta}{\sqrt{r_t}} + k\sqrt{r_t}\right)^2} \tag{2.47}$$

Keterangan :

r_t = Tingkat suku bunga pada saat t

k = Tingkat suku bunga menuju titik keseimbangannya

θ = Rata –rata suku bunga jangka panjang

σ = volatilitas tingkat bunga

$W(t)$ = Proses Wiener

Menurut Wiersema (2008), proses *wiener* adalah tipe proses stokastik dalam domain waktu kontinu, didefinisikan di ruang situasi tanpa adanya pengaruh dari kekuatan luar, dimulai dari posisi awal. Berdasarkan definisi tersebut, proses stokastik $W(t)$ jika memenuhi:

a) $W(t) = 0$ saat $t = 0$, maka $W(0) = 0$
b) $W(t)$ mempunyai kenaikan secara independen, yaitu untuk setiap $0 \le t_1 < t_2 < \cdots < t_n, W(t_2) - W(t_1), \ldots., W(t_n) - W(t_{n-1})$ adalah serangkaian

variabel acak yang bersifat independen atau bebas satu sama lain.

c) Untuk setiap perubahan atau peningkatan pada interval waktu dari $0 \leq t < t + dt$, hampir semua jalur sampel dari $W(t + dt) - W(t) = dW(t)$ memiliki distribusi normal dengan rata-rata 0 dan varians yang sama dengan panjang interval waktu tersebut.

2.8 Anuitas dan Premi Asuransi Jiwa Status *Last Survivor*

Premi pada asuransi *last survivor* yang dihitung memiliki hubungan dengan kehidupan dan kematian dari dua individu tertanggung atau lebih. Oleh karena itu, jenis anuitas yang digunakan adalah anuitas hidup *last survivor.* Anuitas *last survivor* merupakan perjanjian anuitas yang melibatkan dua tertanggung atau lebih, di mana pembayaran berakhir jika seluruh tertanggung mengalami kematian. Anuitas hidup yang berlaku selama periode tertentu dan disetujui oleh perusahaan asuransi dan nasabah pada awal kontrak, lalu pembayaran dihentikan jika seluruh nasabah atau tertanggung mengalami kematian sebelum periode yang telah ditentukan dikenal dengan anuitas hidup *last survivor* berjangka. (Kellison, 2009).

Nilai tunai dari anuitas akhir *last survivor* berjangka apabila x dan y hidup adalah (Futami,1994) :

$$a_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^{n} v^t \; {}_tp_{\overline{xy}} \tag{2.48}$$

Keterangan :

$a_{\overline{xy}:\overline{n}|}$: Anuitas hidup akhir *last survivor* berjangka jika n tahun

v^t : Faktor diskon suku bunga pada saat ke-t tahun.

${}_tp_{\overline{xy}}$: Probabilitas dari orang yang memiliki usia x dan y tahun tetap hidup secara berurutan mencapai usia $x + t$ dan $y + t$.

Nilai tunai dari anuitas awal *last survivor* berjangka apabila x dan y hidup adalah (Futami,1994)

$$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \; {}_tp_{\overline{xy}} \tag{2.49}$$

Keterangan :

$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|}$: Nilai saat ini dari anuitas awal berjangka selama n tahun dengan pembayaran pada awal periode untuk individu yang berusia x dan y tahun.

${}_tp_{\overline{xy}}$:Probabilitas dari individu yang memiliki usia x dan y tetap hidup secara berurutan mencapai usia $x + t$ dan $y + t$

Premi tunggal bersih untuk asuransi *last survivor* dwiguna merupakan total premi tunggal bersih dari asuransi *last survivor* dwiguna murni dan berjangka. Dengan demikian, penghitungan premi tunggal bersih asuransi *last survivor* dwiguna berjangka selama n tahun untuk dua individu yaitu (Futami, 1994) :

$$A_{\overline{xy}:\overline{n}|} = A^{1}_{\overline{xy}:\overline{n}|} + A_{\overline{xy}:\frac{1}{n|}} \tag{2.50}$$

Keterangan :

$A_{\overline{xy}:\overline{n}|}$ = Premi tunggal untuk asuransi jiwa dwiguna berjangka n tahun

$A^{1}_{\overline{xy}:\overline{n}|}$ = Nilai aktuaria asuransi *last survivor* berjangka n tahun

$A_{\overline{xy}:\frac{1}{n|}}$ = Nilai aktuaria asuransi dwiguna murni berjangka n tahun

Premi tahunan pada asuransi dwiguna status *last survivor* merupakan tanggungan yang harus dibayar anggota setiap tahunnya untuk memperoleh santunan jika salah satu dari dua orang tersebut meninggal dunia dan dinotasikan sebagai berikut (Futami, 1994) :

$$P_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \frac{A_{\overline{xy}:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|}} \tag{2.51}$$

2.9 Cadangan Premi Metode *Illinois*

Metode cadangan *Illinois* adalah perluasan dari cadangan prospektif yang melibatkan pembatasan biaya yang diterapkan kepada peserta asuransi oleh perusahaan, dengan batasan pembayaran 20 tahun. Sehingga ada beberapa premi bersih yaitu (Friyanti, 2019) :

1) α^I = Premi bersih untuk tahun pertama
2) β^I = Premi bersih untuk 19 tahun berikutnya
3) P = Premi bersih tahunan

Cadangan premi dengan metode *Illinois* dihitung pada tahun pertama, $\frac{C_x}{D_x}$ adalah premi dengan jangka 1 tahun yang setiap tahunnya diperpanjang hingga jangka waktu tertentu dan dinotasikan sebagai berikut :

$$\alpha^I = \beta^I - \left({}_{19}P_{x+1} - \frac{C_x}{D_x}\right) \tag{2.52}$$

dan untuk premi tahun kedua dan tahun-tahun berikutnya dinotasikan sebagai berikut :

$$\beta^I = P + \frac{{}_{19}P_{x+1} - \frac{C_x}{D_x}}{\ddot{a}_{x:\overline{k|}}} \tag{2.53}$$

Cadangan *Illinois* dinotasikan sebagai ${}_t^mV_{x,y:\overline{n|}}$ dan pada asuransi jiwa dwiguna n tahun dan usia tertanggung x tahun dengan santunan yang dibayar di akhir periode dan jangka waktu pembayaran premi m tahun, dengan demikian nilai cadangan dari tahun ke t hingga ke n dinotasikan sebagai :

$${}_{t}^{m}V_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - \beta^{I} \ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - {}_{m}P_{x:\overline{n}|} \left[{}_{20-t|m-20}\ddot{a}_{x+t}\right] \; ; t \leq 20 \quad (2.54)$$

$${}_{t}^{m}V_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - {}_{m}P_{x:\overline{n}|}\, \ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|} \quad ; 20 < t \leq m$$

$${}_{t}^{m}V_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} \quad ; m < t < n$$

2.10 Penelitian Relevan

Dalam kajian ini, penulis telah mempelajari literatur sebelumnya sebagai pendukung untuk penelitian ini. Pada literatur sebelumnya, telah diuraikan secara umum teori serta beberapa elemen yang digunakan oleh penulis. Tujuan dari pengkajian ini adalah untuk memastikan ketiadaan kesamaan (pengecualian) dengan literatur sebelumnya yang telah diuraikan tabel 2.1 berikut :

Tabel 2.1 Penelitian Relevan

Nama, Tahun dan Judul	**Hasil**	**Persamaan**	**Perbedaan**
Ghufron, 2014, Cadangan prospektif *Last survivor* dengan Asumsi Gompertz	Penelitian ini menggunkan asumsi Gompertz untuk menentukan anuitas	Persamaan penelitian Ghufron dan penelitian ini adalah menggunakan asuransi jiwa dwiguna	Perbedaannya adalah dalam penelitian Ghufron mengkaji suku bunga tetap. Sedangkan penelitian ini

	hidup berjangka pada asuransi jiwa *last survivor* yang dipengaruhi oleh faktor diskon dan probailitas hidup. Dengan menggunakan asumsi Gompertz anuitas hidup berjangka pada asuransi jiwa *last survivor* nilainya akan lebih besar	dengan kasus *last survivor* dan mencari nilai cadangan premi	menggunakan suku bunga stokastik dengan model *Vasicek*. Selain itu, kasus dalam penelitian Ghufron melibatkan dua orang tertanggung yaitu suami dan istri dengan umur 50 dan 51 tahun serta santunan sebesar Rp. 10.000.000 selama 10 tahun, sementara penelitian ini melibatkan tiga orang

	dibandingkan dengan anuitas hidup berjangka untuk status perorangan yang dihitung dengan masa pertanggunggan dan usia yang sama.		tertanggung yaitu suami, istri, dan anak dengan usia 50, 45, 22 tahun serta santunan sebesar Rp. 100.000.000 selama 20 tahun
Devi dkk, 2021, Penentuan Cadangan Premi Asuransi Dwiguna Menggunakan Metode *Illinois* Berdasarkan Hukum	Penelitian ini menggunkan metode *Illinois* berdasarkan hukum mortalitas Weibull yaitu	Persamaan penelitian Devi dkk dengan penelitian ini adalah menggunakan metode *Illinois* dan asuransi jiwa	Perbedaannya adalah dalam penelitian Devi dkk menggunakan suku bunga tetap. Sedangkan penelitian ini menggunakan

Mortalitas *Weibull*	melalui modifikasi formula probabilitas hidup tertanggung. Cadangan premi yang diperoleh yaitu pada tahun pertama sebesar Rp. 1.170.005 dan pada akhir tahun ke-30 sebesar 10.000.000. Cadangan premi berdasarkan hukum mortalitas Weibull dan tidak	dwiguna	suku bunga stokastik dengan model *Vasicek*. Selain itu kasus dalam penelitian Devi dkk melibatkan satu orang tertanggung dengan usia 30 tahun serta santunan sebesar Rp. 10.000.000 selama 30 tahun, sementara penelitian ini melibatkan tiga orang tertanggung dengan usia 50, 45, 22 tahun serta

	menggunakan metode tersebut akan menghasilkan nilai yang sama.		santunan sebesar Rp. 100.000.000 selama 20 tahun.
Reskiana, 2018, Penentuan Cadangan Premi Asuransi Jiwa Tahunan dengan Metode *Illinois*	Penelitian ini menggunakan modifikasi metode *Illinois* mendapatkan hasil cadangan premi yang lebih besar dibandingkan dengan cadangan prospektif biasa	Persamaan penelitian Reskiana dengan penelitian ini adalah menggunakan metode *Illinois* dan asuransi jiwa dwiguna	Perbedaannya adalah dalam penelitian Reskiana menggunakan suku bunga tetap. Sedangkan penelitian ini menggunakan suku bunga stokastik dengan model *Vasicek*. Selain itu kasus dalam penelitian Reskiana melibatkan

			satu orang tertanggung yaitu seorang perempuan dengan usia 32 tahun serta santunan sebesar Rp. 80.000.000 selama 28 tahun, sementara penelitian ini melibatkan tiga orang tertanggung yaitu suami istri dan anak dengan usia 50, 45, 22 tahun serta santunan sebesar Rp. 100.000.000 selama 20 tahun.

			Penelitian Reskiana menggunakan Tabel Mortalitas Tahun 2011 sedangkan penelitian ini menggunakan Tabel Mortalitas Tahun 2019. Kemudian penelitian Reskiana membandingkan cadangan metode Illinois dengan cadangan prospektif sedangkan penelitian ini tidak membandingkan cadangan

			metode.
Sari dan Jazwinart, 2016, Evaluasi premi asuransi dwiguna *last survivor* untuk kasus tiga orang tertanggung	Penelitian ini menggunakan kasus *last survivor* memberikan hasil besarnya jumlah premi dipengaruhi oleh jenis asuransi yang dipilih oleh tertanggung. Besar premi tahunan pada polis asuransi jiwa last survivor bergantung	Persamaan penelitian Sari dengan penelitian ini adalah menggunakan metode *Illinois*, *last survivor* dan asuransi jiwa dwiguna	Perbedaannya adalah dalam penelitian Sari menggunakan suku bunga konstan. Sedangkan penelitian ini menggunakan suku bunga stokastik dengan model *Vasicek*. Selain itu kasus dalam penelitian Sari melibatkan tiga orang tertanggung yaitu suami dan dua istri dengan usia 40, 35 dan 25 tahun serta santunan

	pada usia awal anggota, besar uang pertanggungan yang dibayarkan serta suku bunga.		sebesar Rp. 50.000.000 selama 35 tahun, sementara penelitian ini melibatkan tiga orang tertanggung yaitu suami istri dan anak dengan usia 50, 45, 22 tahun serta santunan sebesar Rp. 100.000.000 selama 20 tahun. Penelitian Sari menggunakan Tabel Mortalitas Tahun 2011 sedangkan penelitian ini

			menggunakan Tabel Mortalitas Tahun 2019. Kemudian penelitian Sari menghitung premi tahunan saja sedangkan penelitian ini menghitung cadangan premi.
Dicky dkk, 2017, Perbandingan Asuransi *Last Survivor* dengan Pengembalian Premi Menggunakan Metode *Copula Frank, Copula Clayton,* dan	Penelitian ini menggunakan metode *copula Clayton* premi lebih mahal dibandingkan dengan menggunakan metode	Persamaan penelitian Dicky dkk dengan penelitian ini adalah menggunakan kasus *last survivor* dan santunannya 100.000.000	Perbedaannya adalah dalam penelitian Dicky dkk menggunakan suku bunga tetap. Sedangkan penelitian ini menggunakan suku bunga stokastik

Copula Gumbel	*copula Frank* dan *copula Gumbel.* Namun, menggunakan ketiga metode tersebut dapat disimpulkan bahwa semakin besar nilai parameter yang didapat maka nilai premi yang dihasilkan juga semakin besar karena nilai parameter mempengar		dengan model *Vasicek*. Selain itu kasus dalam penelitian Dicky dkk melibatkan dua orang tertanggung yaitu suami dan istri dengan usia 58 dan 55 tahun dalam jangka waktu 10 tahun, sementara penelitian ini melibatkan tiga orang tertanggung yaitu suami istri dan anak dengan usia 50, 45, 22 tahun dalam

	uhi nilai *copula* yang mengakibatkan mempengaruhi peluang kehidupan bersama.		jangka waktu 20 tahun. Penelitian Dicky dkk menggunakan Tabel Mortalitas Tahun 2011 sedangkan penelitian ini menggunakan Tabel Mortalitas Tahun 2019. Kemudian penelitian Dicky menggunakan metode *copula Clayton*, *copula Frank* dan *copula Gumbel* sedangkan penelitian ini menggunakan

			metode *Illinois*.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Jenis Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode terapan yang bertujuan untuk menguji, menerapkan, mengevaluasi permasalahan praktis, serta mendorong pengembangan ilmu pengetahuan yang berasal dari penelitian mendasar dalam kehidupan sehari-hari (Sukardi, 2003). Data yang diterapkan bersumber pada data sekunder yang artinya dokumen-dokumen resmi, buku, jurnal, skripsi serta penelitian-penelitian terdahulu (Suwarsih, 2007).

3.2. Data Penelitian

Data dari penelitian ini berasal dari data suku bunga Indonesia dan diambil secara langsung dari laman resmi Bank Indonesia (Paramitha, 2021). Selain itu, data bantu yang dimanfaatkan adalah data Tabel Mortalita Indonesia IV (TMI) tahun 2019 dan data suku Bunga Bank Indonesia (*BI 7-Day Depo* Rate) periode Januari 2018 - Desember 2022 dari website resmi Bank Indonesia.
(https://pusatdata.kontan.co.id/makroekonomi/bi_rate)

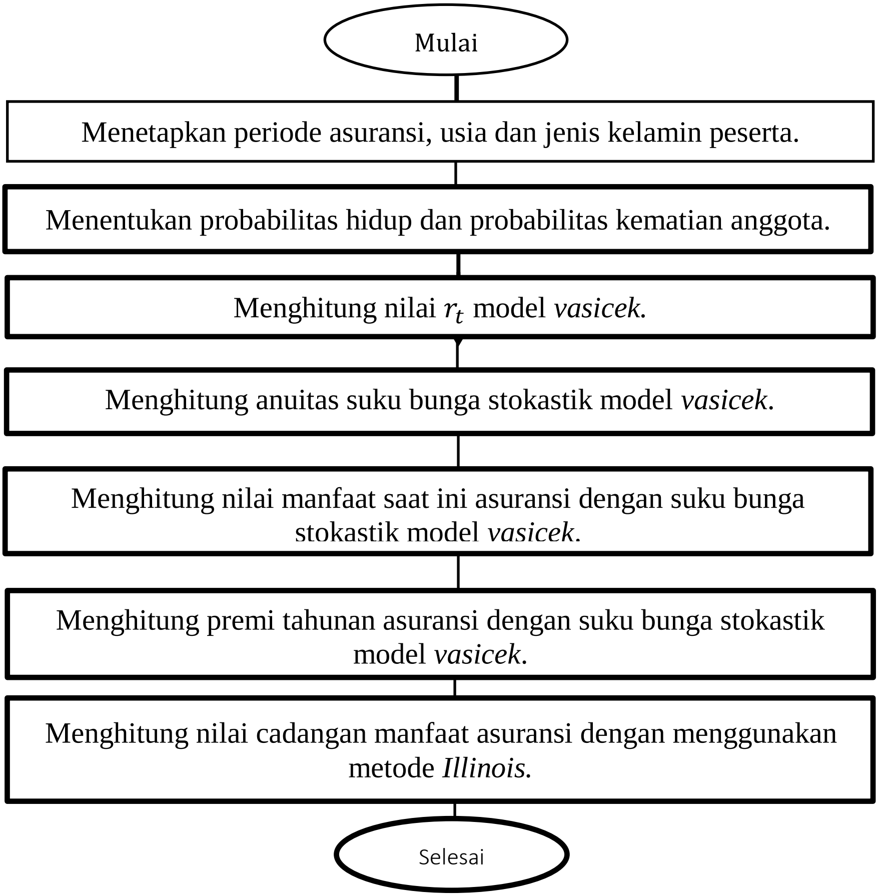
3.3. Analisis Data

Analisis data untuk menentukan perhitungan premi dan pengaplikasian cadangan premi dengan metode *Illinois* pada asuransi jiwa dwiguna kasus *last survivor* dengan suku bunga stokastik mengikuti langkah-langkah berikut ini :

1. Menentukan calon usia pemegang polis (x), lama kontrak asuransi (n) dan besarnya santunan yang akan diberikan (B)
2. Menentukan probabilitas hidup dan probabilitas kematian dari calon pemegang polis berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) tahun 2019 dengan persamaan rumus (2.3) dan (2.4)
3. Menghitung estimasi nilai parameter k , θ dan σ dengan persamaaan (2.35), (2.44) dan (2.47) untuk menghitung r_t dengan persamaan (2.19) suku bunga stokastik model *vasicek*
4. Menghitung anuitas asuransi jiwa dwiguna berstatus *last survivor* dengan tingkat bunga stokastik model *vasicek* menggunakan persamaan (2.49)
5. Menghitung premi tunggal atau nilai manfaat sekarang asuransi jiwa dwiguna *last survivor* dengan persamaan (2.50) suku bunga stokastik model *vasicek*
6. Menghitung premi tahunan asuransi jiwa berstatus *last survivor* dengan tingkat suku bunga stokastik model *vasicek* menggunakan persamaan (2.51)

7. Menghitung nilai cadangan premi dengan metode *Illinois* dengan suku bunga stokastik model *vasicek* dengan persamaan (2.54)
8. Melakukan simulasi perhitungan dengan formula yang telah diperoleh.

3.4. Alur Penelitian



Gambar 3.1 Bagan Alur Penelitian (Oktaviani,2019).

BAB IV
HASIL DAN PEMBAHASAN

Asuransi yang dikategorikan sebagai asuransi jiwa dwiguna yang memberikan pembayaran santunan jika minimal satu tertanggung masih hidup sampai masa berakhirnya perlindungan adalah asuransi *last survivor*. Hal tersebut mengakibatkan berakhirnya pembayaran premi saat kematian terakhir dari pemegang polis terjadi. Dalam pembahasan ini ditetapkan cadangan premi asuransi jiwa dwiguna kasus *last survivor* bagi tiga individu tertanggung dengan menerapkan suku bunga stokastik dan nilai premi tahunan. Sebelum ditentukan nilai premi, terlebih dahulu menentukan peluang hidup dan peluang kematian pada kasus *last survivor* kemudian menentukan nilai anuitas dan menentukan nilai manfaat untuk tiga orang tertanggung asuransi dwiguna dengan menerapkan suku bunga stokastik.

4.1. Kontrak Asuransi

Premi asuransi dwiguna dibayarkan selama n tahun, selama semua peserta masih hidup. Asuransi *last survivor* melibatkan tiga peserta yaitu sepasang suami istri dan satu anak. Peserta berusia x, y dan z tahun. Rincian isi kontrak asuransi (Futami, 1993) :

1. Apabila semua peserta berhasil tetap hidup hingga masa asuransi berakhir, maka peserta menerima jumlah pertanggungan sebesar R pada masa kontrak asuransi yang terakhir.
2. Apabila salah satu peserta meninggal ketika masa asuransi dan dua peserta lainnya tetap hidup hingga masa asuransi berakhir, maka pembayaran premi akan berlanjut sampai masa asuransi dan peserta yang bertahan hidup menerima biaya pertanggungan sebesar R pada saat masa asuransi berakhir.
3. Apabila terjadi dua peserta meninggal pada masa asuransi maka peserta lainnya yang tetap hidup mendapatkan biaya pertanggungan saat masa akhir asuransi.
4. Apabila semua peserta meninggal dalam masa asuransi, maka tidak mendapatkan biaya pertanggungan sebesar R pada akhir masa asuransi.

4.2. Probabilitas Hidup dan Probabilitas Kematian *Status last survivor*

Nilai probabilitas gabungan antara kematian dan bertahan hidup diasumsikan saling bebas untuk peserta masing-masing berusia x, y dan z tahun. Peluang hidup masing- masing anggota asuransi dinotasikan sebagai :

${}_tp_x$: Probabilitas hidup anggota yang memiliki usia x sampai n tahun.

${}_tp_y$: Probabilitas hidup anggota yang memiliki usia y sampai n tahun.

${}_tp_z$: Probabilitas hidup anggota yang memiliki usia z sampai n tahun.

Probabilitas kematian peserta dinotasikan sebagai berikut :

${}_tq_x$: Probabilitas kematian anggota yang memiliki usia x sampai n tahun.

${}_tq_y$: Probabilitas kematian anggota yang memiliki usia y sampai n tahun.

${}_tq_z$: Probabilitas kematian anggota yang memiliki usia z sampai n tahun.

4.2.1. Probabilitas setidaknya satu individu mengalami kematian diantara ketiga individu pada periode *t* tahun dengan asumsi saling bebas

$$
\begin{aligned}
{}_tq_{\overline{xyz}} &= {}_tq_x \cdot {}_tq_y \cdot {}_tq_z \\
&= (1 - {}_tp_x)(1 - {}_tp_y)(1 - {}_tp_z) \\
&= \left(1 - \frac{l_{x+t}}{l_x}\right)\left(1 - \frac{l_{y+t}}{l_y}\right)\left(1 - \frac{l_{z+t}}{l_z}\right) \\
&= \left(\frac{l_x - l_{x+t}}{l_x}\right)\left(\frac{l_y - l_{y+t}}{l_y}\right)\left(\frac{l_z - l_{z+t}}{l_z}\right) \\
&= \frac{(l_x - l_{x+t})(l_y - l_{y+t})(l_z - l_{z+t})}{(l_x)(l_y)(l_z)}
\end{aligned}
$$

$$= \frac{(l_x . l_y . l_z) - (l_{x+t} . l_{y+t} . l_{z+t})}{(l_x)(l_y)(l_z)}$$

4.2.2. Probabilitas setidaknya satu individu bertahan hidup diantara ketiga individu pada periode *t* tahun

$$_tp_{\overline{xyz}} = 1 - {}_tq_{\overline{xyz}}$$

$$= 1 - (1 - {}_tp_x)(1 - {}_tp_y)(1 - {}_tp_z)$$

$$= 1 - (1 - {}_tp_y - {}_tp_{xy})(1 - {}_tp_z)$$

$$= 1 - (1 - {}_tp_z - {}_tp_y + {}_tp_{yz} - {}_tp_x - {}_tp_{xz} + {}_tp_{xy} - {}_tp_{xyz})$$

$$= {}_tp_x + {}_tp_y + {}_tp_z - {}_tp_{yz} - {}_tp_{xy} - {}_tp_{xz} + {}_tp_{xyz}$$

4.2.3. Probabilitas kematian terakhir diantara ketiga individu yang terjadi antara n dan $k + 1$ tahun

$$_{t|}q_{\overline{xy}} = {}_tq_{\overline{xyz}} - {}_{t+1}q_{\overline{xyz}}$$

$$= (1 - {}_tq_{\overline{xyz}}) - (1 - {}_{t+1}q_{\overline{xyz}})$$

$$= ({}_tp_x + {}_tp_y + {}_tp_z - {}_tp_{xy} - {}_tp_{yz} - {}_tp_{xz} + {}_tp_{xyz}) -$$
$$({}_{t+1}p_x + {}_{t+1}p_y + {}_{t+1}p_z + {}_{t+1}p_{xy} + {}_{t+1}p_{yz} + {}_{t+1}p_{xz} + {}_{t+1}p_{xyz})$$

$$= ({}_tp_x - {}_{t+1}p_x) + ({}_tp_y - {}_{t+1}p_y) + ({}_tp_z - {}_{t+1}p_z) -$$
$$({}_tp_{xy} - {}_{t+1}p_{xy}) - ({}_tp_{yz} - {}_{t+1}p_{yz}) - ({}_tp_{xz} - {}_{t+1}p_{xz}) +$$
$$({}_tp_{xyz} - {}_{t+1}p_{xyz})$$

$$= {}_{t|}q_x + {}_{t|}q_y + {}_{t|}q_z - {}_{t|}q_{xy} - {}_{t|}q_{yz} - {}_{t|}q_{xz} + {}_{t|}q_{xyz}$$

4.3. Simbol Komutasi

Simbol-simbol komutasi untuk menyederhanakan perhitungan asuransi jiwa untuk tiga anggota berusia x, y dan z tahun dirumuskan sebagai berikut :

$$D_{x,y,z} = v^{\frac{1}{3}(x+y+z)} l_{x,y,z}$$

$$C_x \quad = v^{\frac{1}{3}(x+y+z)+1} d_{x,y,z}$$

$$N_{x,y,z} = \sum_{k=0}^{w} D_{x+k,y+k,z+k}$$

$$= D_{x,y,z} + D_{x+1,y+1,z+1} + \cdots + D_w$$

$$M_{x,y,z} = \sum_{k=0}^{w} C_{x+k,y+k,z+k}$$

$$= C_{xyz} + C_{x+1,y+1,z+1} + \cdots + C_w$$

$$M_{x+n} = \sum_{k=0}^{w} C_{x+n+k,y+n+k,z+n+k}$$

$$= C_{x+n,y+n,z+n} + C_{x+n+1,y+n+1,z+n+1} + \cdots + C_w$$

4.4. Suku Bunga *Vasicek*

Andaikan i adalah suku bunga konstan pada asuransi dan v adalah faktor diskon dimana $v = \frac{1}{\mathrm{i}+1}$. Dalam suku bunga stokastik r_t adalah suku bunga tahunan dimana t merupakan posisi tahun yang dihitung, maka dalam suku bunga stokastik faktor diskonnya dinyatakan dengan $v = \frac{1}{r_t+1}$.

4.5. Anuitas Hidup Berjangka pada Status *Last Survivor* untuk Tiga Individu Tertanggung

Perhitungan nilai tunai anuitas hidup awal untuk asuransi jiwa dwiguna dalam status *last survivor* dengan jangka n tahun bagi tiga individu tertanggung yang memiliki usia x, y dan z tahun adalah

$$\ddot{a}_{\overline{xyz}:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ {}_kp_{\overline{xyz}}$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} v^k\left({}_kp_x + {}_kp_y + {}_kp_z + {}_kp_{xy} + {}_kp_{yz} + {}_kp_{xz} + {}_kp_{xyz}\right)$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ {}_kp_x + \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ {}_kp_y + \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ {}_kp_z - \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ {}_kp_{xy} - \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ {}_kp_{yz} - \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ {}_kp_{xz} + \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ {}_kp_{xyz}$$

$$= \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + \ddot{a}_{y:\overline{n}|} + \ddot{a}_{z:\overline{n}|} - \ddot{a}_{xy:\overline{n}|} - \ddot{a}_{yz:\overline{n}|} - \ddot{a}_{xz:\overline{n}|} + \ddot{a}_{xyz:\overline{n}|}$$

$$= \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} + \frac{N_z - N_{z+n}}{D_z} - \frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}} - \frac{N_{yz} - N_{y+n,z+n}}{D_{yz}} -$$

$$- \frac{N_{xz} - N_{x+n,z+n}}{D_{xz}} + \frac{N_{xyz} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}}$$

Penurunan rumus diperoleh sebagai berikut :

4.5.1. Anuitas hidup awal dengan jangka n tahun untuk anggota yang memiliki usia x tahun

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ {}_kp_x$$

$$= 1 + vp_x + v^2 \ {}_2p_x + \cdots + v^{(n-1)} . \ {}_{(n-1)}p_x$$

$$= 1 + v\frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2\frac{l_{x+2}}{l_x} + \cdots + v^{(n-1)}\frac{l_{x+(n-1)}}{l_x}$$

$$= \frac{v^x}{v^x}\left(1 + v\,\frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2\,\frac{l_{x+2}}{l_x} + \cdots + v^{(n-1)}\,\frac{l_{x+(n-1)}}{l_x}\right)$$

$$= \frac{v^x}{v^x} + \frac{v^x v l_{x+1}}{v^x l_x} + \frac{v^x v^2 l_{x+2}}{v^x l_x} + \cdots + \frac{v^x v^{(n-1)} l_{x+(n-1)}}{v^x l_x}$$

$$= 1 + \frac{v^{x+1} l_{x+1}}{v^x l_x} + \frac{v^{x+2} l_{x+2}}{v^x l_x} + \cdots + \frac{v^{x+(n-1)} l_{x+(n-1)}}{v^x l_x}$$

$$= 1 + \frac{D_{x+1}}{D_x} + \frac{D_{x+2}}{D_x} + \cdots + \frac{D_{x+(n-1)}}{D_x}$$

$$= \frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+(n-1)}}{D_x}$$

$$= \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

Perhitungan anuitas hidup awal dengan jangka waktu n tahun untuk anggota dengan usia y dan z tahun dapat dilakukan dengan cara serupa seperti yang dilakukan pada usia x.

4.5.2. Anuitas hidup awal dengan jangka n tahun untuk dua anggota tertanggung

$$\ddot{a}_{xy:\bar{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \ {}_t p_{xy}$$

$$= v^0.\ {}_0p_x + vp_{xy} + \cdots + v^{(n-1)}\ {}_{(n-1)}p_{xy}$$

$$= v^0.\ {}_0p_x + vp_{xy} + \cdots + v^{(n-1)}\ {}_{(n-1)}p_{xy}$$

$$= v^0\,\frac{l_{x+0,y+0}}{l_{xy}} + v\,\frac{l_{x+1,y+1}}{l_{xy}} + \cdots + v^{(n-1)}\,\frac{l_{p+(n-1),y+(n-1)}}{l_{xy}}$$

$$= \frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}\left(1 + v\,\frac{l_{x+1,y+1}}{l_{xy}} + \cdots + v^{n-1}\,\frac{l_{x+(n-1),y+(n-1)}}{l_{xy}}\right)$$

$$= \frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}} + \frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)} v l_{x+1,y+1}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}} + \cdots + \frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)} v^{(n-1)} l_{x+(n-1),y+(n-1)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}}$$

$$= 1 + \frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} l_{x+1,y+1}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}} + \cdots + \frac{v^{\frac{1}{2}(x+y)+(n-1)} l_{x+(n-1),y+(n-1)}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}}$$

$$= 1 + \frac{D_{xy+1}}{D_{xy}} + \cdots + \frac{D_{xy+(n-1)}}{D_{xy}}$$

$$= \frac{D_{xy} + D_{xy+1} + \cdots + D_{xy+(n-1)}}{D_{xy}}$$

$$= \frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}}$$

4.6. Premi Tunggal Bersih Asuransi Jiwa Status *Last Survivor* Dwiguna bagi Tiga Anggota Tertanggung

Premi tunggal bersih asuransi *last survivor* dwiguna bagi setiap anggota yang memiliki usia $x, y,$ dan z tahun selama n tahun dengan nilai cadangan manfaat tunggal dihitung menggunakan rumus berikut:

$$A_{\overline{xyz}:\overline{n}|} = A^{1}_{\overline{xyz}:\overline{n}|} + A_{\overline{xyz}:\frac{1}{\overline{n}|}}$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \cdot {}_{k|}q_{xyz} + v^{n} \; {}_{n}p_{xyz}$$

$$= v^{1} \cdot {}_{0|}q_{xyz} + v^{2} \cdot {}_{1|}q_{xyz} + \cdots + v^{n} \cdot {}_{n-1|}q_{xyz} + v^{n} \; {}_{n}p_{xyz}$$

$$= \frac{v^{1} . d_{x,y,z}}{l_{x,y,z}} + \frac{v^{2} d_{x+1,y+1,z+1}}{l_{x,y,z}} + \cdots + \frac{v^{n} d_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{l_{x,y,z}} + \frac{v^{n-1} . l_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{l_{x,y,z}}$$

$$= \frac{v^{\frac{1}{3}(x,y,z)+1} . d_{x,y,z}}{v^{\frac{1}{3}(x,y,z)} l_{x,y,z}} + \frac{v^{\frac{1}{3}(x,y,z)+2} d_{x+1,y+1,z+1}}{v^{\frac{1}{3}(x,y,z)} l_{x,y,z}} + \frac{v^{\frac{1}{3}(x,y,z)+n} d_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{v^{\frac{1}{3}(x,y,z)} l_{x,y,z}} + \frac{v^{\frac{1}{3}(x,y,z)+n-1} . l_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{v^{\frac{1}{3}(x,y,z)} l_{x,y,z}}$$

$$= \frac{C_{x,y,z}}{D_{x,y,z}} + \frac{C_{x+1,y+1,z+1}}{D_{x,y,z}} + \cdots + \frac{C_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{D_{x,y,z}} + \frac{D_{x+n-1,y+n-1,z+n-1}}{D_{x,y,z}}$$

$$= \frac{M_{x,y,z} - M_{x+n,y+n,z+n} + D_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}$$

4.7. Premi Tahunan Asuransi Jiwa Dwiguna Status *Last Survivor*

Premi tahunan asuransi jiwa dwiguna berjangka n tahun dengan status *last survivor* bagi tiga anggota yang memiliki usia x, y dan z tahun dihitung dengan rumus berikut:

$$P_{\overline{xyz}:\overline{n}|} = \frac{A_{\overline{xyz}:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{\overline{xyz}:\overline{n}|}}$$

$$= \frac{\frac{M_{x,y,z} - M_{x+n,y+n,z+n} + D_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}}{\frac{N_{x,y,z} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}}$$

$$= \frac{M_{x,y,z} - M_{x+n,y+n,z+n} + D_{x+n,y+n,z+n}}{N_{x,y,z} - N_{x+n,y+n,z+n}}$$

4.8. Cadangan Premi Metode *Illinois*

Apabila $P_{\overline{xyz}:\overline{n}|}$ adalah premi tahunan asuransi, maka premi dalam metode *Illinois* dapat disesuaikan dengan α^I untuk premi tahun pertama dan β^I untuk tahun selanjutnya sampai tahun ke n. Simbol I menyatakan metode yang digunakan yaitu metode *Illinois.* Cadangan premi dengan metode *Illinois* yang disesuaikan bagi tiga orang yang memiliki usia x, y dan z tahun, sehingga :

$$\alpha^I = \beta^I - \left({}_{19}P_{x+1} - \frac{C_x}{D_x}\right)$$

Dan β^I dirumuskan dengan :

$$\beta^I = P + \frac{{}_{19}P_{x+1} - \frac{C_x}{D_x}}{\ddot{a}_{x:\overline{k}|}}$$

Nilai cadangan premi dengan metode *Illinois* dari tahun ke t sampai ke n dinotasikan sebagai :

$${}^{m}_{t}V_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - \beta^I \ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - {}_{m}P_{x:\overline{n}|}\,[{}_{20-t|m-20}\,\ddot{a}_{x+t}\,] \;;t \leq 20$$

$${}^{m}_{t}V_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} - {}_{m}P_{x:\overline{n}|}\,\ddot{a}_{x+t:\overline{m-t}|} \quad ;20 < t \leq m$$

$${}^{m}_{t}V_{x:\overline{n}|} = A_{x+t:\overline{n-t}|} \quad ;m < t < n$$

Pembayaran premi dalam asuransi *last survivor* akan berhenti jika terjadi kematian pada peserta terakhir, maka cadangan premi akan dihentikan mengikuti premi tunggal yang dihentikan.

4.9. Studi Kasus

4.9.1. Menentukan Periode Asuransi, Usia Peserta dan Besar Santunan

Diasumsikan dalam satu keluarga terdapat anggota yang terdiri dari suami (x) berusia 50 tahun , istri (y) berusia 45 tahun dan anak perempuan (z) berusia 22 tahun pada saat mendaftar asuransi jiwa dwiguna *last survivor.* Jangka waktu kontrak asuransi (n) adalah 20 tahun dengan tingkat suku bunga stokastik model *Vasicek* dan besar santunan (R) adalah 100.000.000.

Suku bunga stokastik model *Vasicek* digunakan dalam perhitungan ini yang disesuaikan dengan BI Rate Indonesia dalam periode Januari 2018 – Desember 2022. Perhitungan dilakukan berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia Tahun 2019 (AAJI 2019).

4.9.2. Menghitung Probabilitas Hidup dan Probabilitas Kematian Anggota

Diketahui usia peserta asuransi suami (x) berusia 50 tahun , istri (y) berusia 45 tahun dan anak perempuan (z) berusia 22 tahun. Lama masa asuransi (n) adalah 20 tahun. Perhitungan menggunakan Tabel Mortalitas Indonesia IV tahun 2019 sehingga peluang hidup peserta asuransi adalah :

$p_x = 1 - q_x$, $p_y = 1 - q_y$ dan $p_z = 1 - q_z$

$p_{50} = 1 - 0{,}00508$

$$= 0{,}99492$$

$$p_{45} = 1 - 0{,}00187$$

$$= 0{,}99813$$

$$p_{22} = 1 - 0{,}0003$$

$$= 0{,}9997$$

$q_{xy} = 1 - (p_{xy})$, $q_{xz} = 1 - (p_{xz})$ dan $q_{yz} = 1 - p_{yz}$

$$q_{50,45} = 1 - (0{,}99492 \times 0{,}99813)$$

$$= 1 - 0{,}993059499$$

$$= 0{,}0069405$$

$$q_{50,22} = 1 - (0{,}99492 \times 0{,}9997)$$

$$= 1 - 0{,}994621524$$

$$= 0{,}005378476$$

$$q_{45,22} = 1 - (0{,}99813 \times 0{,}9997)$$

$$= 1 - 0{,}997830561$$

$$= 0{,}002169439$$

$$p_{xy} = (1 - q_x) \times (1 - q_y)$$

$$p_{50,45} = (1 - 0{,}00508) \times (1 - 0{,}00187)$$

$$= 0{,}99492 \times 0{,}99813$$

$$= 0{,}9930595$$

$$l_x = (l_{x-1})(p_{x-1})$$

$$l_{50} = (l_{50-1})(p_{50-1})$$

$$= (l_{49})(p_{49})$$

$= 94896{,}74445 \times\ 0{,}99539$

$= 94459{,}27046$

$l_y \ = (l_{y-1})(p_{y-1})$

$l_{45} = (l_{45-1})(p_{45-1})$

$= (l_{44})(p_{44})$

$= 97603{,}99034\ \times 0{,}99831$

$= 97439{,}0396$

$l_z \ = (l_{z-1})(p_{z-1})$

$l_{22} = (l_{22-1})(p_{22-1})$

$= (l_{21})(p_{21})$

$= 99260{,}33563 \times 0{,}99972$

$= 99232{,}54274$

$l_{xyz} \qquad = (l_x)(l_y)(l_z)$

$l_{50,45,22} \ = (l_{50})(l_{45})(l_{22})$

$= 94459{,}27046\ \times\ 97439{,}0396\ \times\ 99232{,}54274$

$= 913338367067130$

dan untuk peluang meninggal peserta :

$d_x = l_x q_x$

$d_{50} = l_{50} q_{50}$

$= 94459{,}27046\ \times 0{,}00508$

$=\ 479{,}8530939$

$d_y = l_y q_y$

$d_{45} = l_{45} q_{45}$

$= 97439{,}0396\ \times 0{,}00187$

$= 182{,}2110041$

$d_z = l_z q_z$

$d_{22} = l_{22} q_{22}$

$= 99232{,}54274 \times\ 0{,}0003$

$= 29{,}76976282$

$d_{xyz} \quad = d_x d_y d_z$

$d_{50,45,22} = d_{50} d_{45} d_{22}$

$= 479{,}8530939 \times\ 182{,}2110041\ \times 29{,}76976282$

$= 2602904{,}746$

4.9.3. Menentukan Tingkat Suku Bunga Stokastik *Vasicek* ketika r_{t+1}

Terlebih dahulu menentukan tingkat suku bunga stokastik r_t menggunakan persamaan (2.19).

$$r_t = r_0 e^{-kt} + \theta(1 - e^{-kt}) + \sigma \int_0^t e^{-k(t-u)} dW(u)$$

Data yang digunakan untuk mengestimasi parameter dalam persamaan tersebut adalah data suku bunga bulanan dari Bank Indonesia selama lima tahun dari Januari 2018 – Desember 2022, dapat dilihat pada lampiran.

Menurut tingkat suku bunga yang digunakan, diperoleh hasil pada Tabel 4.1. Hasil tersebut digunakan dalam menghitung estimasi parameter dari tingkat suku bunga model *Vasicek.*

Tabel 4.1 Perhitungan Suku Bunga Indonesia

$r_t(\%)$	r_t	t	r_{t+1}	$\frac{1}{r_t}$	$\frac{r_{t+1}}{r_t}$
4,25	0,0425	1	0,0425	23,52941176	1
4,25	0,0425	2	0,0425	23,52941176	1
4,25	0,0425	3	0,0425	23,52941176	1
4,25	0,0425	4	0,045	23,52941176	1,05882353
4,5	0,045	5	0,0475	22,22222222	1,05555556
4,75	0,0475	6	0,0525	21,05263158	1,10526316
5,25	0,0525	7	0,0525	19,04761905	1
5,25	0,0525	8	0,055	19,04761905	1,04761905
5,5	0,055	9	0,0575	18,18181818	1,04545455
5,75	0,0575	10	0,0575	17,39130435	1
5,75	0,0575	11	0,06	17,39130435	1,04347826
6	0,06	12	0,06	16,66666667	1
6	0,06	13	0,06	16,66666667	1
6	0,06	14	0,06	16,66666667	1
6	0,06	15	0,06	16,66666667	1
6	0,06	16	0,06	16,66666667	1
6	0,06	17	0,06	16,66666667	1
6	0,06	18	0,06	16,66666667	1
6	0,06	19	0,0575	16,66666667	0,95833333
5,75	0,0575	20	0,055	17,39130435	0,95652174
5,5	0,055	21	0,0525	18,18181818	0,95454545
5,25	0,0525	22	0,05	19,04761905	0,95238095
5	0,05	23	0,05	20	1
5	0,05	24	0,05	20	1

5	0,05	25	0,05	20	1
5	0,05	26	0,0475	20	0,95
4,75	0,0475	27	0,045	21,05263158	0,94736842
4,5	0,045	28	0,045	22,22222222	1
4,5	0,045	29	0,045	22,22222222	1
4,5	0,045	30	0,0425	22,22222222	0,94444444
4,25	0,0425	31	0,04	23,52941176	0,94117647
4	0,04	32	0,04	25	1
4	0,04	33	0,04	25	1
4	0,04	34	0,04	25	1
4	0,04	35	0,0375	25	0,9375
3,75	0,0375	36	0,0375	26,66666667	1
3,75	0,0375	37	0,0375	26,66666667	1
3,75	0,0375	38	0,035	26,66666667	0,93333333
3,5	0,035	39	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	40	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	41	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	42	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	43	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	44	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	45	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	46	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	47	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	48	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	49	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	50	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	51	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	52	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	53	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	54	0,035	28,57142857	1

3,5	0,035	55	0,035	28,57142857	1
3,5	0,035	56	0,0375	28,57142857	1,07142857
3,75	0,0375	57	0,0425	26,66666667	1,13333333
4,25	0,0425	58	0,0475	23,52941176	1,11764706
4,75	0,0475	59	0,0525	21,05263158	1,10526316
5,25	0,0525	60	0,055	19,04761905	1,04761905
5,5	0,055	61	0	18,18181818	0
jumlah 60 data	2,69		2,7025	1392,236994	60,3070894
jumlah 61 data	2,745		2,7025	1410,418812	60,3070894

Sebelum melakukan perhitungan estimasi parameter terlebih dahulu ditentukan $\Delta t = (t+1) - t$ merupakan perubahan waktu dari tingkat suku bunga.

Misalkan $= 1$, maka $t = (1+1) - 1 = 1$

Setelah didapatkan nilai Δt maka akan dilanjutkan menghitung estimasi parameter k, θ dan σ dengan persamaan (2.35), (2.44) dan (2.47).

Estimasi parameter *k*

$$\mathrm{k} = \frac{\mathrm{n}^2 - 2\mathrm{n} + 1 + \sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{n}-1} \mathrm{r}_{\mathrm{t}+1} \sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{n}-1} \frac{1}{\mathrm{r}_\mathrm{t}} - \sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{n}-1} \mathrm{r}_\mathrm{t} \sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{n}-1} \frac{1}{\mathrm{r}_\mathrm{t}} - (\mathrm{n}-1) \sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{n}-1} \frac{\mathrm{r}_{\mathrm{t}+1}}{\mathrm{r}_\mathrm{t}}}{(\mathrm{n}^2 - 2\mathrm{n} + 1 - \sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{n}-1} \mathrm{r}_\mathrm{t} \sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{n}-1} \frac{1}{\mathrm{r}_\mathrm{t}}) \Delta t}$$

$$= \frac{(61)^2 - 2(61) + 1 + \sum_{t=1}^{61-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{61-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{61-1} r_t \sum_{t=1}^{61-1} \frac{1}{r_t} - (61-1) \sum_{t=1}^{61-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}}{((61)^2 - 2(61) + 1 - \sum_{t=1}^{61-1} r_t \sum_{t=1}^{61-1} \frac{1}{r_t})\Delta t}$$

$$= \frac{3721 - 122 + 1 + 2{,}7025 \times 1392{,}236994 - 2{,}69 \times 1392{,}236994 - 60 \times 60{,}30708941}{(3721 - 122 + 1 - 2{,}69 \times 1392{,}236994)1}$$

$$= \frac{3600 + 3762{,}520476 - 3745{,}117514 - 3618{,}425365}{3600 - 3745{,}117514}$$

$$= \frac{-1{,}022403}{-145{,}117514}$$

$$= 0{,}007045342$$

Estimasi parameter θ

$$\theta = \frac{(n-1)\sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} - \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t} \sum_{t=1}^{n-1} r_t}{n^2 - 2n + 1 + \sum_{t=1}^{n-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{n-1} r_t \sum_{t=1}^{n-1} \frac{1}{r_t} - (n-1) \sum_{t=1}^{n-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}}$$

$$= \frac{(61-1)\sum_{t=1}^{61-1} r_{t+1} - \sum_{t=1}^{61-1} \frac{r_{t+1}}{r_t} \sum_{t=1}^{61-1} r_t}{(61^2) - 2(61) + 1 + \sum_{t=1}^{61-1} r_{t+1} \sum_{t=1}^{61-1} \frac{1}{r_t} - \sum_{t=1}^{61-1} r_t \sum_{t=1}^{61-1} \frac{1}{r_t} - (61-1) \sum_{t=1}^{61-1} \frac{r_{t+1}}{r_t}}$$

$$= \frac{60 \times 2{,}7025 - 60{,}30708941 \times 2{,}69}{3721 - 122 + 1 + 2{,}7025 \times 1392{,}236994 - 2{,}69 \times 1392{,}236994 - 60 \times 60{,}30708941}$$

$$= \frac{-0{,}076070512}{-1{,}022403}$$

$$= 0{,}0744037$$

Estimasi parameter σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{r_t}} - \frac{\theta}{\sqrt{r_t}} + k\sqrt{r_t} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{61-2} \sum_{t=1}^{61-1} \left(\frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{r_t}} - \frac{\theta}{\sqrt{r_t}} + k\sqrt{r_t} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{59} \left(\frac{2{,}7025 - 2{,}69}{\sqrt{2{,}69}} - \frac{0{,}0744037}{\sqrt{2{,}69}} + 0{,}007045342 \times \sqrt{2{,}69} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{59}\left(\frac{0,0125}{1,640121947} - 0,045364736 + 0,011555219\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{59}(0,007621385 - 0,045364736 + 0,011555219)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{59}(-0,026188133)^2}$$

$$= \sqrt{0,016949153 \times 0,000685818}$$

$$= \sqrt{1,1624E - 05}$$

$$= 0,003409404$$

Berdasarkan hasil perhitungan dengan $r_n = 0,055$ yang merupakan suku bunga terakhir yang berlaku, maka didapatkan hasil dari estimasi parameter suku bunga stokastik model *Vasicek* yaitu $k = 0,007045342$, $\theta = 0,0744037$ dan $\sigma = 0,003409404$, kemudian dilakukan perhitungan suku bunga r_t menggunakan persamaan (2.19).

$$r_t = r_0 e^{-kt} + \theta(1 - e^{-kt}) + \sigma \int_0^t e^{-k(t-u)} dW(u)$$

$$r_1 = 0,0425 \times e^{-0,007045342(1)} + 0,0744037(1 - e^{-0,007045342(1)}) + 0,003409404 \int_0^1 e^{-0,007045342(1-u)} dW(u)$$

$$= 0,0425 \times 0,992979419 + 0,0744037(1 - 0,992979419) + 0,003409404 \int_0^1 e^{-0,007045342(1-u)} dW(u)$$

$$= 0{,}0425 \times 0{,}992979419 + 0{,}0744037 \times 0{,}007020581$$

$$+0{,}003409404\,(e^{-0{,}007045342}) \int_0^1 e^{0{,}007045342\mathrm{u}}\ du$$

$$= 0{,}042723983 + 0{,}003385468 \int_0^1 e^{0{,}007045342\mathrm{u}}\ du$$

$$= 0{,}046109451 \left(\frac{1}{0{,}007045342} e^{0{,}007045342(1)} - \frac{1}{0{,}007045342} e^{0{,}007045342(0)} \right)$$

$$= 0{,}046109451 \left(\frac{1}{0{,}007045342} e^{0{,}007045342} - \frac{1}{0{,}007045342} e^{0} \right)$$

$$= 0{,}046109451 \left(\frac{e^{0{,}007045342}}{0{,}007045342} - \frac{e^{0}}{0{,}007045342} \right)$$

$$= 0{,}046109451 \left(\frac{1{,}007070218}{0{,}007045342} - \frac{1}{0{,}007045342} \right)$$

$$= 0{,}046109451 \left(\frac{0{,}007070218}{0{,}007045342} \right)$$

$$= 0{,}046109451(1{,}003530958)$$

$$= 0{,}046272261$$

Didapatkan nilai $r_t = 0{,}046272261$, r_t merupakan nilai peramalan perhitungan suku bunga stokastik model *Vasicek.* Kemudian akan dicari faktor diskon (v), dimana :

$$v = \left(\frac{1}{1+r_t} \right)$$

Rumus faktor diskon untuk tiga peserta yaitu :

$$v^{xyz} = \left(\frac{1}{1+r_t} \right)^{\frac{1}{3}(x+y+z)}$$

Maka faktor diskon gabungan model *Vasicek* untuk tiga anggota yang memiliki usia $x = 50$ tahun, $y = 45$ tahun dan $z = 22$ tahun dengan $r_t = 0{,}046272262$ sebagai berikut :

$$v^{xyz} = \left(\frac{1}{1 + 0{,}046272261}\right)^{\frac{1}{3}(50+45+22)}$$

$$= \left(\frac{1}{1{,}046272261}\right)^{39}$$

$$= 0{,}171339011$$

4.9.4. Penyusunan Tabel Komutasi

Penyusun tabel komutasi dilakukan berdasarkan pada Tabel Mortalitas Indonesia 2019 dan suku bunga stokastik model *Vasicek* yang telah ditentukan. Sehingga tabel komutasi untuk tiga anggota yang memiliki usia $x = 50$ tahun, $y = 45$ tahun dan $z = 22$ tahun dirumuskan sebagai berikut :

$$D_{50,45,22} = v^{\frac{1}{3}(50,45,22)}.\, l_{50,45,22}$$

$$C_{50,45,22} = v^{\frac{1}{3}(50,45,22)+1}.\, d_{50,45,22}$$

$$N_{50,45,22} = \sum_{k=0}^{w} D_{50+k,45+k,22+k}$$

$$= D_{50,45,22} + D_{50+1,45+1,22+1} + \cdots + D_w$$

$$M_{50,45,22} = \sum_{k=0}^{w} C_{50+k,45+k,22+k}$$

$$= C_{50,45,22} + C_{50+1,45+1,22+1} + \cdots + C_w$$

$$M_{50+20,45+20,22+20} = \sum_{k=0}^{w} C_{50+20,45+20,22+20}$$

$$= C_{50+20,45+20,22+20} + C_{50+20+1,45+20+1,22+20+1} + \cdots + C_w$$

Hasil perhitungan dan penyusun Tabel Komutasi terlampir.

4.9.5. Menghitung Premi Tahunan Asuransi Jiwa Dwiguna Pada Status *Last survivor* Untuk Tiga Orang Tertanggung

Premi dapat dihitung dengan cara membagi hasil dari nilai anuitas dengan nilai sekarang aktuarianya, maka akan dihitung terlebih dahulu nilai anuitas dan nilai saat ini aktuaria.

Nilai anuitas awal berjangka 20 tahun untuk anggota yang memiliki usia $= 50$ tahun, $y = 45$ tahun dan $z = 22$ tahun sehingga diperoleh sebagai berikut :

$$\ddot{a}_{\overline{xyz:\overline{n}|}} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} + \frac{N_y - N_{y+n}}{D_y} + \frac{N_z - N_{z+n}}{D_z} - \frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}}$$

$$- \frac{N_{yz} - N_{y+n,z+n}}{D_{yz}} - \frac{N_{xz} - N_{x+n,z+n}}{D_{xz}} + \frac{N_{xyz} - N_{x+n,y+n,z+n}}{D_{xyz}}$$

$$\ddot{a}_{\overline{50,45,22:\overline{20}|}} = \frac{N_{50} - N_{50+20}}{D_{50}} + \frac{N_{45} - N_{45+20}}{D_{45}} + \frac{N_{22} - N_{22+20}}{D_{22}} - \frac{N_{50,45} - N_{50+20,45+20}}{D_{50,45}}$$

$$- \frac{N_{45,22} - N_{45+20,22+20}}{D_{45,22}} - \frac{N_{50,22} - N_{50+20,22+20}}{D_{50,22}}$$

$$+\frac{N_{50,45,22}-N_{50+20,45+20,22+20}}{D_{50,45,22}}$$

$$=\frac{124542,2836\ -35415,11167}{9840,315409}+\frac{166753,2101-56453,29799}{12726,8517}$$

$$+\frac{491875,0744-193081,0859}{36683,47505}-\frac{1129328925-117264594,6}{125236234,9}$$

$$-\frac{4405430305-599009557,7}{466865146,7}-\frac{3311827505-387869276,7}{360976964,8}$$

$$+\frac{31923448194847-1367772695089}{4594100297444}$$

$$=9,057349102+8,666708367+8,145193117-8,081242072$$

$$-8,153148236-8,100124145+6,65106844$$

$$=8,185804567$$

Nilai sekarang asuransi jiwa dwiguna berjangka 20 tahun untuk anggota yang memiliki usia $x=50$ tahun, $y=45$ tahun dan $z=22$ tahun dihitung menggunakan persamaan (2.50) dengan bantuan tabel komutasi yang telah disusun berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia 2019 adalah sebagai berikut :

$$A_{\overline{xyz}:\overline{n}|}=\frac{M_{x,y,z}-\ M_{x+n,y+n,z+n}+\ D_{x+n,y+n,z+n}}{D_{x,y,z}}$$

$$A_{\overline{50,45,22}:\overline{20}|}=\frac{M_{50,45,22}-\ M_{50+20,45+20,22+20}+\ D_{50+20,45+20,22+20}}{D_{50,45,22}}$$

$$=\frac{2700603,444-2191582,044\ +\ 225228378959}{4594100297444}$$

$$=0,049025679$$

Premi asuransi jiwa dwiguna 20 tahun status *last survivor* bagi tiga peserta dengan usia $x=50$ tahun, $y=45$ tahun dan $z=22$ tahun dihitung menggunakan persamaan (2.51) yaitu dengan membagi nilai asuransi sekarang sebesar dengan nilai anuitasnya sebesar yang diperoleh pada perhitungan sebelumnya sehingga diperoleh perhitungan premi sebagai berikut :

$$P_{\overline{xyz:n}|} = \frac{A_{\overline{xyz:n}|}}{\ddot{a}_{\overline{xyz:n}|}}$$

$$P_{\overline{50,45,22:20}|} = \frac{A_{\overline{50,45,22:20}|}}{\ddot{a}_{\overline{50,45,22:20}|}}$$

$$P_{\overline{50,45,22:20}|} = \frac{0{,}049025679}{8{,}185804567}$$

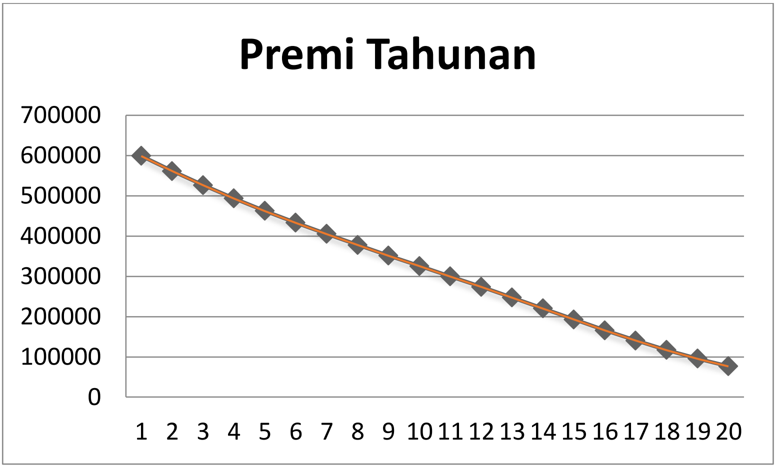
$$= 0{,}005989109$$

kemudian pada tabel diperoleh nilai premi tahunan asuransi jiwa dwiguna pada status *last survivor* bagi tiga anggota yang memiliki usia $x = 50$ tahun, $y = 45$ tahun dan $z = 22$ tahun berjangka 20 tahun dengan besar santunan Rp. 100.000.000.

Tabel 4.2 Perhitungan Premi Tahunan

Usia (x, y, z)	$\ddot{a}_{\overline{xyz:n}|}$	$A_{\overline{xyz:n}|}$	$P_{\overline{xyz:n}|}$
(50, 45, 22)	8,185804567	0,049025679	598910,9431
(51, 46, 23)	8,575281776	0,048152253	561523,8529
(52, 47, 24)	8,975575512	0,047252496	526456,451
(53, 48, 25)	9,386945705	0,046322339	493476,1551

(54, 49, 26)	9,809595491	0,045359113	462395,342
(55, 50, 27)	10,24374013	0,044358846	433033,6896
(56, 51, 28)	10,6895595	0,043319934	405254,6211
(57, 52, 29)	11,14721936	0,042149858	378119,9289
(58, 53, 30)	11,61631731	0,040844249	351610,9964
(59, 54, 31)	12,09635517	0,039399472	325713,585
(60, 55, 32)	12,58675134	0,037759129	299991,0617
(61, 56, 33)	13,08652469	0,035846771	273921,2402
(62, 57, 34)	13,59410147	0,033637363	247440,871
(63, 58, 35)	14,10756045	0,031122221	220606,6813
(64, 59, 36)	14,62476451	0,028255907	193205,8931
(65, 60, 37)	15,1428836	0,025169388	166212,6474
(66, 61, 38)	15,6593331	0,022028748	140674,8783
(67, 62, 39)	16,17207364	0,018935519	117087,7594
(68, 63, 40)	16,67945734	0,015957699	95672,77239
(69, 64, 41)	17,17996525	0,013182865	76733,94272



Gambar 4.1 Premi Tahunan Asuransi Jiwa Dwiguna Status *Last Survivor* Untuk Tiga Peserta

Dari ilustrasi dalam Gambar 4.1 terlihat bahwa pengaruh dari usia anggota yang mengikuti asuransi terhadap jumlah premi tahunan yang harus dibayarkan. Dari gambar tersebut, terlihat bahwa premi tahunan asuransi jiwa dwiguna status last survivor menurun seiring bertambahnya usia anggota yang mengikuti asuransi. Hal tersebut dikarenakan asuransi dwiguna adalah asuransi kombinasi antara asuransi berjangka dengan asuransi dwiguna murni. Besar premi asuransi berjangka dipengaruhi oleh jumlah orang yg meninggal pada masa asuransi, pada umumnya jumlah orang meninggal akan menigkat seiring dengan risiko kematian yang meningkat akibat pertambahan usia sedangkan besar premi asuransi dwiguna murni dipengaruhi oleh banyaknya orang yang hidup saat masa asuransi, banyaknya orang yang bertahan hidup akan terus berkurang seiring dengan risiko kematian yang meningkat akibat pertambahan usia. Oleh karena itu, premi asuransi mengalami penurunan disebabkan dengan adanya semakin bertambahnya usia peserta dan jumlah orang yang hidup semakin menurun.

4.9.6. Menghitung Cadangan Premi *Illinois*

Pada metode *Illinois,* sebelum menentukan besaran cadangan premi harus dihitung terlebih dahulu besaran nilai dari β^I sebagai premi pengganti tahun kedua hingga tahun ke-20. Perhitungan nilai dari α^I tidak dibutuhkan dalam menentukan besaran cadangan premi dikarenakan tidak adanyah pengaruh pada rumus cadangan premi metode *Illinois*. Maka dari itu akan dihitung nilai β^I untuk tiga orang peserta berusia $x = 50$ tahun, $y = 45$ tahun dan $z = 22$ tahun sebagai berikut :

$$\beta^I = P + \frac{{}_{19}P_{x+1,y+1,z+1} - \frac{C_{xyz}}{D_{xyz}}}{\ddot{a}_{xyz:\overline{k\,|}}}$$

$${}_{19}P_{x+1,y+1,z+1} = \frac{A_{x+1,y+1,z+1}}{\ddot{a}_{x+1,y+1,z+1:\overline{19|}}}$$

$${}_{19}P_{50+1,45+1,22+1} = \frac{A_{50+1,45+1,22+1}}{\ddot{a}_{50+1,45+1,22+1:\overline{19|}}}$$

$${}_{19}P_{51,46,23} = \frac{A_{51,46,23}}{\ddot{a}_{51,46,23:\overline{19|}}}$$

$$\ddot{a}_{51,46,23:\overline{19|}} = \frac{N_{51} - N_{51+19}}{D_{51}} + \frac{N_{46} - N_{46+19}}{D_{46}} + \frac{N_{23} - N_{23+19}}{D_{23}} - \frac{N_{51,46} - N_{51+19,46+19}}{D_{51,46}} - \frac{N_{46,23} - N_{46+19,23+19}}{D_{46,23}} - \frac{N_{51,23} - N_{51+19,23+19}}{D_{51,23}} + \frac{N_{51,46,23} - N_{51+19,46+19,23+19}}{D_{51,46,23}}$$

$$= \frac{117988{,}7041 - 35415{,}11167}{9357{,}341269} + \frac{158705{,}7187 - 193081{,}0859}{12141{,}24942} + \frac{469836{,}0071 - 193081{,}0859}{35050{,}59952} - \frac{1019472512 - 117264594{,}6}{113609814{,}3}$$

$$-\frac{4007091619 - 599009557{,}7}{425558071{,}2}$$

$$-\frac{2998982841 - 387869276{,}7}{327980421{,}4}$$

$$+\frac{27554576276363 - 1367772695089}{3982092101701}$$

$$= 8{,}824471616 + 8{,}421902654$$

$$+ 7{,}895868401 - 7{,}941285029$$

$$- 8{,}008500583 - 7{,}961187296$$

$$+6{,}576142116$$

$$= -3{,}445778231$$

$$_{19}P_{51,46,23} = \frac{A_{51,46,23}}{\ddot{a}_{51,46,23:\overline{19|}}}$$

$$= \frac{0{,}056560439}{-3{,}445778231}$$

$$= -0{,}016414416$$

Maka nilai β^I adalah

$$\beta^I = P + \frac{_{19}P_{51,46,23} - \frac{C_{50,45,22}}{D_{50,45,22}}}{\ddot{a}_{50,45,22:\overline{20\,|}}}$$

$$\beta^I = 0{,}005989109 + \frac{-0{,}016414416 - \frac{11431{,}22865}{4594100297444}}{8{,}185804567}$$

$$= 0{,}005989109 - 0{,}00200523$$

$$= 0{,}00398388$$

Setelah mendapatkan nilai β^I, perhitungan dapat dilanjutkan untuk menentukan besaran cadangan premi dengan metode *Illinois* menggunakan rumus persamaan (2.54).

Perhitungan cadangan premi metode *Illinois* dimulai dari tahun ke-1, maka diperoleh besar cadangan premi untuk tahun ke-1 untuk tiga orang peserta berusia $x = 50$ tahun, $y = 45$ tahun dan $z = 22$ tahun dengan besar santunan Rp. 100.000.000 sebagai berikut :

$$ {}_{t}^{m}V_{xyz:\overline{n}|} = B \times A_{x+t,y+t,z+t:\overline{n-t}|} - \beta^{I} \ddot{a}_{x+t,y+t,z+t:\overline{20-t}|} - {}_{m}P_{x,y,z:\overline{n}|} \left[{}_{20-t|m-20}\ddot{a}_{x+t,y+t,z+t} \right] $$

$$ {}_{1}^{20}V_{50,45,22:\overline{20}|} = B \times A_{50+1,45+1,22+1:\overline{20-1}|} - \beta^{I} \ddot{a}_{50+1,45+1,22+1:\overline{20-1}|} - {}_{20}P_{50,45,22:\overline{20}|} \left[{}_{20-1|20-20}\ddot{a}_{50+1,45+1,22+1} \right] $$

$$ \begin{aligned} &= 1000000000\left(0,056560439\right) - \left(0,00398388\right)\left(-3,445778231\right) \\ &\quad - \left(0,005989109\right)\left(-3,445778231\right) \\ &= 5656043,9 - \left(-0,013727566\right) - \left(-0,020637143\right) \\ &= 5656043,934 \end{aligned} $$

Cadangan premi tahun ke-2 diperoleh sebagai berikut :

$$ {}_{2}^{20}V_{50,45,22:\overline{20}|} = B \times A_{50+2,45+2,22+2:\overline{20-2}|} - \beta^{I} \ddot{a}_{50+2,45+2,22+2:\overline{20-2}|} - {}_{20}P_{50,45,22:\overline{20}|} \left[{}_{20-2|20-20}\ddot{a}_{50+2,45+2,22+2} \right] $$

$$ \begin{aligned} &= 1000000000\left(0,065300411\right) - \left(0,00398388\right)\left(-4,377100485\right) \\ &\quad - \left(0,005989109\right)\left(-4,377100485\right) \\ &= 6530041,119 - \left(-0,017437843\right) - \left(-0,026214932\right) \\ &= 6530041,163 \end{aligned} $$

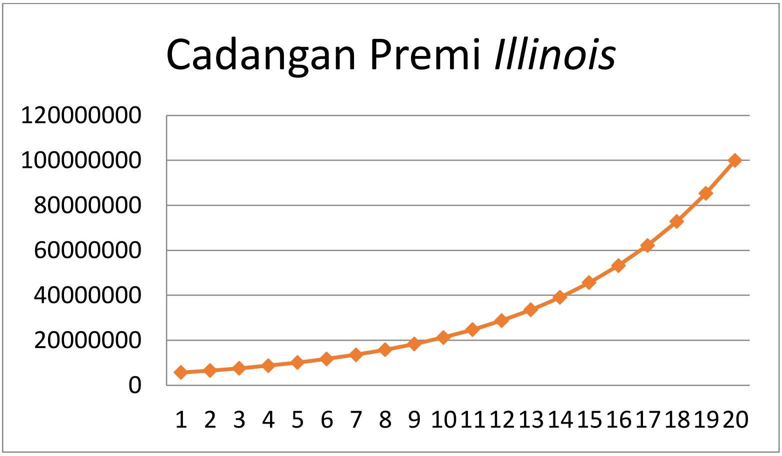
Berlaku juga untuk perhitungan cadangan premi tahun- tahun selanjutnya.

Selanjutnya pada tabel didapatkan besaran cadangan premi *Illinois* untuk tiga anggota yang memiliki usia $x = 50$ tahun, $y = 45$ tahun dan $z = 22$ tahun berjangka 20 tahun dengan besar santunan Rp. 100.000.000

Tabel 4.3 Perhitungan Cadangan Premi Metode *Illinois* Asuransi Jiwa Dwiguna Kasus *Last Survivor*

Usia (x, y, z)	t	${}_{t}^{m}V_{xyz:\overline{n}\vert}$
(50, 45, 22)	1	5656043,913
(51, 46, 23)	2	6530041,163
(52, 47, 24)	3	7544851,188
(53, 48, 25)	4	8724819,458
(54, 49, 26)	5	10098259,04
(55, 50, 27)	6	11698958,92
(56, 51, 28)	7	13565806,91
(57, 52, 29)	8	15744335,72
(58, 53, 30)	9	18287432,36
(59, 54, 31)	10	21257339,62
(60, 55, 32)	11	24727725,47
(61, 56, 33)	12	28785236,52
(62, 57, 34)	13	33530807,17
(63, 58, 35)	14	39085891,68
(64, 59, 36)	15	45595287,77

$(65, 60, 37)$	16	53233841,46
$(66, 61, 38)$	17	62212323,19
$(67, 62, 39)$	18	72784456,29
$(68, 63, 40)$	19	85257333,87
$(69, 64, 41)$	20	100000000



Gambar 4.2 Cadangan Premi *Illinois* Asuransi Jiwa Dwiguna Kasus *Last Survivor*

Pada Tabel 4.3 dan Gambar 4.2 terlihat bahwa nilai cadangan premi menggunakan perhitungan metode *Illinois* pada asuransi jiwa dwiguna kasus *last survivor* untuk tiga orang peserta yang memiliki usia x, y dan z dari tahun pertama sampai tahun ke 20. Pada asuransi jiwa dwiguna *last survivor,* santunan diberikan jika salah satu meninggal atau semua peserta hidup sampai akhir masa asuransi. Hal ini mengakibatkan nilai cadangan premi semakin lama akan mendekati nilai santunan yang akan diberikan dan semakin mendekati jatuh tempo masa asuransi maka kemungkinan perusahaan memberikan uang santunan semakin besar. Terlihat pada Tabel 4.3 bahwa cadangan premi meningkat seiring mendekati jatuh tempo masa kontrak asuransi yang dimulai dari cadangan pada tahun pertama hingga ke-20 yaitu 5.656.044 sampai menuju 100.000.000 pada akhir masa asuransi.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil yang telah dibahas dan perhitungan maka didapatkan kesimpulan sebagai berikut :

1. Premi tahunan asuransi jiwa dwiguna kasus *last survivor* bagi tiga anggota, besar premi tahunan asuransi dwiguna kasus *last survivor* menggunakan suku bunga stokastik model *vasicek* dengan biaya santunan R = Rp 100.000.000 pada tahun pertama bernilai Rp. 598.911. Berdasarkan besar premi yang didapatkan menunjukkan bahwa semakin bertambah usia peserta saat mengikuti asuransi, maka premi yang harus dibayarkan oleh peserta semakin kecil. Hal tersebut dikarenakan semakin bertambahnya usia peserta, maka peluang hidup anggota semakin berkurang.
2. Cadangan premi asuransi jiwa dwiguna kasus *last survivor* untuk tiga anggota dengan metode *Illinois* menggunakan suku bunga stokastik model *vasicek* pada tahun pertama cadangan premi bernilai Rp 5.656.044 kemudian pada tahun ke-2 cadangan premi bernilai Rp 6.530.041 dan semakin meningkat mendekati nilai besar santunan yaitu pada tahun ke-20 bernilai Rp 100.000.000. Hal tersebut dikarenakan pada asuransi

jiwa dwiguna *last survivor* biaya santunan diberikan jika salah satu peserta meninggal atau semua peserta hidup sampai akhir masa asuransi, yang artinya semakin mendekati jatuh tempo masa asuransi maka kemungkinan perusahaan memberikan uang santunan semakin besar.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, dalam perhitungan premi tahunan dan nilai cadangan premi menggunakan anuitas awal diskrit, untuk skripsi selanjutnya perhitungan premi dapat dilakukan dengan anuitas kontinu. Cadangan premi asuransi jiwa dwiguna *last survivor* yang dihitung menggunakan metode *Illinois* secara prospektif, sehingga penelitian selanjutnya diharapkan melakukan perhitungan tersebut secara retrospektif atau menggunakan metode perhitungan cadangan premi yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Qur'an, Departemen Agama Republik Indonesia. https://quran.kemenag.go.id/quran/per-ayat/surah/64?from=1&to=18, diakses pada 6 Januari 2023.

Bowers NL., Gercer HU, Hickman JC, Jones DA & Nesbitt CJ., 1997. Actuarial Mathematics. 2nd ed. Schaumburg Illinois: The Society Of Actuaries.

Devi, Ayu Eka Fanny, I. Nyoman Widana, and Ketut Jayanegara. "Penentuan Cadangan Premi Asuransi Dwiguna Menggunakan Metode Illinois Berdasarkan Hukum Mortalitas WeibulL." *E-Jurnal Matematika* 10.4 (2021): 229-234.

Dicky.,dkk.(2017). Perbandingan Asuransi Last Survivor dengan Pengembalian Premi Menggunakan Metode Copula Frank, Copula Clayton dan Copula Gumbel. E-Jurnal Matematika Vol. 6 (3), Agustus 2017, pp. 205-213

Djojosoedarso, Soeisno. 2003. Prinsip-prinsip Manajemen Risiko Asuransi. Jakarta: Salemba Empat

Dwipayana, I. Gusti Agung Gede, I. Nyoman Widana, and Kartika Sari. "Menentukan Formula Cadangan Premi Asuransi Jiwa Last Survivor Menggunakan Metode new Jersey." *Jurnal Matematika* 8.4 (2019): 264-268.

Friyanti, I., Satyahadewi, N., & Perdana, H. Penerapan Metode Illinois Pada Penentuan Besar Cadangan Premi Asuransi Jiwa

Bersama Dwiguna. *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya*, *8*(3).

Futami, T. (1994). Matematika Asuransi Jiwa, Bagian II, Terj. *Seimei Hoken Sugaku, Gekan (92 Revision)*.

Futami,T. 1993. Matematika Asuransi Jiwa, Bagian I. Ter. Dari Seimei Hoken Sugaku, Jokan(92 Revision) oleh Herliyanto, Gatot. Incorporated Foundation Oreintal Life Insurance Cultural development Center, Japan.,

Ghufron, 2014, Cadangan Prospektif Last Survivor Dengan Asumsi Gompertz. JOM FMIPA Volume 1 No. 2 Oktober 2014. Sarjana Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Univeritas Riau

Hull, J.C. 1946. Option, Future, and Other Derivatives, ed. Prentice Hall, USA. Investasi di Pasar Modal Indonesia. Edisi Revisi 1. Jakarta: PT. Bursa Efek.

Hull, J. C. 2012. Options, Futures and Other Derivatives Eighth Edition. Prentice Hall: New Jersey.

Intani, R. L. (2021). Modifikasi Model Persamaan Cadangan Premi Asuransi Jiwa dengan Metode Fackler pada Asuransi Jiwa Berjangka Joint Life dengan m Orang Tertanggung di Bawah Satu Polis yang Sama.

Khairiah, Aqmarina. (2020). Perhitungan Dan Pengelolaan Premi Asuransi Jiwa Syariah *MIX MODEL (MUDHARABAH-WAKALAH).*

Latif, Nila Sari, and Marusu Kabupaten Maros. "Matematika Sebagai Ratu dan Pelayan Ilmu serta Matematika Sebagai Bahasa."

Madya, Suwarsih. “Penelitian tindakan kelas”. *Bandung Alfabeta* (2007).

Maralis, Reni, Aris Triyono. (2019). *Manajemen Risiko*. Sleman : Deepublish.

Maulani,E.(2016).*Perhitungan Nilai Premi Dan Tunai Manfaat Asuransi Dengan Bunga Stokastik Menggunakan Model Vasicek Dan CIR.*

Mariana, E., Erna, A., & Sentot, D, S. 2015. Jurnal Sains dan Seni ITS “ Estimasi Parameter pada Model Suku Bunga Cox Ingersoll Ross (CIR) Menggunakan Kalman Filter untuk Menentukan Harga Zero Coupon Bond”. Surabaya: FIMPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Novri, F. (2016). Penentuan Besar Cadangan pada Asuransi Jiwa Bersama Dwiguna Dengan Menggunakan Metode Illinois. Jurnal Matematika UNAND, 5(3), 85-91.

Oktaviani, Rizqi, Wahidah Alwi, and Adnan Sauddin. "Penentuan Cadangan Premi dengan Metode New Jersey pada Asuransi Jiwa Dwiguna Berjangka." *Jurnal Matematika dan Statistika serta Aplikasinya Vol* 7.2 (2019).

Paramitha, Nabila Fadia, et al. “Paramalan tingkat bunga bi 7-day repo rate menggunakan arima serta dampaknya bagi investor.” *KINERJA* 18.2 (2021): 184-191.

Rahmi, Fauzia, Ayu, and Aziskhan. 2018. Premi Asuransi Jiwa Last Survivor Dwiguna dengan Menggunakan Asumsi Constant Force.

Ratri, Carolina. (2020). Memahami Asuransi untuk Pemula. Surabaya: CV. Garuda Mas Sejahtera.

Reskiana, R. (2018). *Penentuan Cadangan Premi Asuransi Jiwa Tahunan dengan Metode Illinois* (Doctoral dissertation, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar).

S. Kellison, The Theory of Interest, 3rd penyunt., New York: Mc Graw Hill, 2009.

Sandy, C. Sudarwanto. Hadi, I. *Perhitungan Biaya Pensiun Menggunakan Metode Attained Age Normal Pada Dana Pensiun*. Program Studi Matematika FMIPA Universitas Negeri Jakarta; 2018.

Sari, D. P., & Jazwinarti, J. (2016). Anuitas Last Survivor Untuk Kasus Tiga Orang Tertanggung. *Indonesian Journal of Mathematics and Natural Sciences*, *39*(1), 70-77.

Siregar, M. T., Hasriati, H., & Aziskhan, A. (2014). *Cadangan Asuransi Dwiguna Last Survivor dengan Metode Premium Sufficiency* (Doctoral dissertation, Riau University).

Suriani. (2016). *Perhitungan Nilai- Nilai Aktuaria Menggunakan Metode Hukum Mortalita.*

Sukanasih, Ni Komang, I. Nyoman Widana, dan Ketut Jaya Negara. ”Cadangan Premi Asuransi *Joint Life* dengan Suku Bunga

Tetap dan Berubah Secara Stokastik." *E-Jurnal Matematika* 7.2 (2018):79-87

Sukardi. 2003. Metodologi Penelitian Pendidikan (Kompetensi dan Praktiknya). Jakarta: Bumi Aksara.

Wiersema, Ubbo F. 2008. Brownian Motion Calclus. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Zeytun S., dan Gupta, A. 2007. A Comparative Study of the Vasicek and the CIR Model of the Short Rate. Germany: Fraunhofer Institut Techno-und Wirtschaftsmathematik.

Suku Bunga Indonesia BI-7 Day Reverse Repo Rate (BI7DRR), https://pusatdata.kontan.co.id/makroekonomi/bi_rate , diakses pada 20 Juni 2023.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Tabel Mortalitas Indonesia 2019

Usia	Laki-laki		Perempuan	
	q_x	p_x	q_x	p_x
0	0,00524	0,99476	0,00266	0,99734
1	0,00053	0,99947	0,00041	0,99959
2	0,00042	0,99958	0,00031	0,99969
3	0,00034	0,99966	0,00024	0,99976
4	0,00029	0,99971	0,00021	0,99979
5	0,00026	0,99974	0,0002	0,9998
6	0,00023	0,99977	0,00022	0,99978
7	0,00021	0,99979	0,00023	0,99977
8	0,0002	0,9998	0,00022	0,99978
9	0,0002	0,9998	0,00021	0,99979
10	0,00019	0,99981	0,00019	0,99981
11	0,00019	0,99981	0,00018	0,99982
12	0,00019	0,99981	0,0002	0,9998
13	0,0002	0,9998	0,00022	0,99978
14	0,00023	0,99977	0,00023	0,99977
15	0,00027	0,99973	0,00023	0,99977
16	0,00031	0,99969	0,00024	0,99976
17	0,00037	0,99963	0,00024	0,99976
18	0,00043	0,99957	0,00025	0,99975
19	0,00047	0,99953	0,00026	0,99974
20	0,00049	0,99951	0,00027	0,99973
21	0,00049	0,99951	0,00028	0,99972
22	0,00049	0,99951	0,0003	0,9997
23	0,00049	0,99951	0,00032	0,99968
24	0,0005	0,9995	0,00034	0,99966

25	0,00052	0,99948	0,00038	0,99962
26	0,00055	0,99945	0,00042	0,99958
27	0,0006	0,9994	0,00046	0,99954
28	0,00065	0,99935	0,00049	0,99951
29	0,0007	0,9993	0,00052	0,99948
30	0,00075	0,99925	0,00056	0,99944
31	0,00081	0,99919	0,0006	0,9994
32	0,00087	0,99913	0,00064	0,99936
33	0,00093	0,99907	0,00069	0,99931
34	0,00099	0,99901	0,00074	0,99926
35	0,00107	0,99893	0,0008	0,9992
36	0,00116	0,99884	0,00086	0,99914
37	0,00127	0,99873	0,00093	0,99907
38	0,00139	0,99861	0,001	0,999
39	0,00155	0,99845	0,00108	0,99892
40	0,00173	0,99827	0,00118	0,99882
41	0,00193	0,99807	0,00128	0,99872
42	0,00216	0,99784	0,00141	0,99859
43	0,00241	0,99759	0,00154	0,99846
44	0,0027	0,9973	0,00169	0,99831
45	0,00302	0,99698	0,00187	0,99813
46	0,00338	0,99662	0,00209	0,99791
47	0,00377	0,99623	0,0023	0,9977
48	0,00418	0,99582	0,00253	0,99747
49	0,00461	0,99539	0,00277	0,99723
50	0,00508	0,99492	0,00305	0,99695
51	0,00556	0,99444	0,00335	0,99665
52	0,00609	0,99391	0,00368	0,99632
53	0,00667	0,99333	0,00403	0,99597
54	0,00727	0,99273	0,00442	0,99558

55	0,00789	0,99211	0,00483	0,99517
56	0,00847	0,99153	0,00524	0,99476
57	0,00898	0,99102	0,00563	0,99437
58	0,00939	0,99061	0,00601	0,99399
59	0,00971	0,99029	0,00636	0,99364
60	0,00999	0,99001	0,00671	0,99329
61	0,01024	0,98976	0,00707	0,99293
62	0,01046	0,98954	0,00746	0,99254
63	0,01071	0,98929	0,00788	0,99212
64	0,01104	0,98896	0,00833	0,99167
65	0,01146	0,98854	0,00883	0,99117
66	0,01199	0,98801	0,0094	0,9906
67	0,0126	0,9874	0,01005	0,98995
68	0,01329	0,98671	0,01076	0,98924
69	0,01405	0,98595	0,0115	0,9885
70	0,01485	0,98515	0,01229	0,98771
71	0,01574	0,98426	0,01314	0,98686
72	0,0167	0,9833	0,01406	0,98594
73	0,01777	0,98223	0,01508	0,98492
74	0,01895	0,98105	0,0162	0,9838
75	0,02026	0,97974	0,01743	0,98257
76	0,02369	0,97631	0,01879	0,98121
77	0,02738	0,97262	0,0203	0,9797
78	0,0313	0,9687	0,02326	0,97674
79	0,03693	0,96307	0,0288	0,9712
80	0,04518	0,95482	0,03569	0,96431
81	0,05527	0,94473	0,04208	0,95792
82	0,06732	0,93268	0,04907	0,95093
83	0,08228	0,91772	0,0552	0,9448
84	0,09478	0,90522	0,06086	0,93914

85	0,10465	0,89535	0,06715	0,93285
86	0,11533	0,88467	0,07318	0,92682
87	0,12698	0,87302	0,08155	0,91845
88	0,13947	0,86053	0,09045	0,90955
89	0,15271	0,84729	0,10001	0,89999
90	0,16659	0,83341	0,10913	0,89087
91	0,17991	0,82009	0,11521	0,88479
92	0,1939	0,8061	0,12499	0,87501
93	0,20874	0,79126	0,13826	0,86174
94	0,22451	0,77549	0,15451	0,84549
95	0,24126	0,75874	0,17429	0,82571
96	0,25715	0,74285	0,19155	0,80845
97	0,27419	0,72581	0,20596	0,79404
98	0,29249	0,70751	0,22227	0,77773
99	0,31215	0,68785	0,23736	0,76264
100	0,33331	0,66669	0,2581	0,7419
101	0,35163	0,64837	0,28068	0,71932
102	0,37132	0,62868	0,30562	0,69438
103	0,3925	0,6075	0,33315	0,66685
104	0,41527	0,58473	0,36369	0,63631
105	0,43973	0,56027	0,39318	0,60682
106	0,46602	0,53398	0,42883	0,57117
107	0,49429	0,50571	0,46604	0,53396
108	0,52467	0,47533	0,50427	0,49573
109	0,55733	0,44267	0,54477	0,45523
110	0,59244	0,40756	0,58702	0,41298
111	1	0	1	0
Jumlah	9,74481	102,25519	8,14555	103,8545

Lampiran 2 Tabel Mortalitas dibuat berdasarkan Tabel Mortalitas Indonesia Tahun 2019 menggunakan *Microsoft Excel*

Usia x	Usia y	Usia z	q_x	q_y	q_z	q_{xy}	q_{xz}	q_{yz}	q_{xyz}
50	45	22	0,00508	0,00187	0,0003	0,0069405	0,005378	0,002169	0,007238
51	46	23	0,00556	0,00209	0,00032	0,00763838	0,005878	0,002409	0,007956
52	47	24	0,00609	0,0023	0,00034	0,008375993	0,006428	0,002639	0,008713
53	48	25	0,00667	0,00253	0,00038	0,009183125	0,007047	0,002909	0,00956
54	49	26	0,00727	0,00277	0,00042	0,010019862	0,007687	0,003189	0,010436
55	50	27	0,00789	0,00305	0,00046	0,010915935	0,008346	0,003509	0,011371
56	51	28	0,00847	0,00335	0,00049	0,011791625	0,008956	0,003838	0,012276
57	52	29	0,00898	0,00368	0,00052	0,012626954	0,009495	0,004198	0,01314
58	53	30	0,00939	0,00403	0,00056	0,013382158	0,009945	0,004588	0,013935
59	54	31	0,00971	0,00442	0,0006	0,014087082	0,010304	0,005017	0,014679
60	55	32	0,00999	0,00483	0,00064	0,014771748	0,010624	0,005467	0,015402
61	56	33	0,01024	0,00524	0,00069	0,015426342	0,010923	0,005926	0,016106
62	57	34	0,01046	0,00563	0,00074	0,01603111	0,011192	0,006366	0,016759
63	58	35	0,01071	0,00601	0,0008	0,016655633	0,011501	0,006805	0,017442
64	59	36	0,01104	0,00636	0,00086	0,017329786	0,011891	0,007215	0,018175
65	60	37	0,01146	0,00671	0,00093	0,018093103	0,012379	0,007634	0,019006
66	61	38	0,01199	0,00707	0,001	0,018975231	0,012978	0,008063	0,019956
67	62	39	0,0126	0,00746	0,00108	0,019966004	0,013666	0,008532	0,021024
68	63	40	0,01329	0,00788	0,00118	0,021065275	0,014454	0,009051	0,02222
69	64	41	0,01405	0,00833	0,00128	0,022262964	0,015312	0,009599	0,023514

Usia x	Usia y	Usia z	p_x	p_y	p_z	p_{xy}	p_{xz}	p_{yz}	p_{xyz}
50	45	22	0,99492	0,00508	0,9997	0,9930595	0,994622	0,997831	0,992762
51	46	23	0,99444	0,00556	0,99968	0,99236162	0,994122	0,997591	0,992044
52	47	24	0,99391	0,00609	0,99966	0,991624007	0,993572	0,997361	0,991287

53	48	25	0,99333	0,00667	0,99962	0,990816875	0,992953	0,997091	0,99044
54	49	26	0,99273	0,00727	0,99958	0,989980138	0,992313	0,996811	0,989564
55	50	27	0,99211	0,00789	0,99954	0,989084065	0,991654	0,996491	0,988629
56	51	28	0,99153	0,00847	0,99951	0,988208375	0,991044	0,996162	0,987724
57	52	29	0,99102	0,00898	0,99948	0,987373046	0,990505	0,995802	0,98686
58	53	30	0,99061	0,00939	0,99944	0,986617842	0,990055	0,995412	0,986065
59	54	31	0,99029	0,00971	0,9994	0,985912918	0,989696	0,994983	0,985321
60	55	32	0,99001	0,00999	0,99936	0,985228252	0,989376	0,994533	0,984598
61	56	33	0,98976	0,01024	0,99931	0,984573658	0,989077	0,994074	0,983894
62	57	34	0,98954	0,01046	0,99926	0,98396889	0,988808	0,993634	0,983241
63	58	35	0,98929	0,01071	0,9992	0,983344367	0,988499	0,993195	0,982558
64	59	36	0,98896	0,01104	0,99914	0,982670214	0,988109	0,992785	0,981825
65	60	37	0,98854	0,01146	0,99907	0,981906897	0,987621	0,992366	0,980994
66	61	38	0,98801	0,01199	0,999	0,981024769	0,987022	0,991937	0,980044
67	62	39	0,9874	0,0126	0,99892	0,980033996	0,986334	0,991468	0,978976
68	63	40	0,98671	0,01329	0,99882	0,978934725	0,985546	0,990949	0,97778
69	64	41	0,98595	0,01405	0,99872	0,977737037	0,984688	0,990401	0,976486

Lampiran 3 Peluang Hidup Peserta

l_x	l_y	l_z	l_{xy}	l_{xz}	l_{yz}	l_{xyz}
94459,27046	97439,0396	99232,54274	9204020595	9373433593	9669123662	913338367067130
93979,41736	97256,82859	99202,77298	9140140085	9323018805	9648147087	906727241874477
93456,8918	97053,56182	99171,02809	9070324226	9268216042	9624901505	899513378583841
92887,73933	96830,33863	99137,30994	8994351254	9208640604	9599499292	891675787967020
92268,17811	96585,35787	99099,63776	8911755003	9143743027	9571573978	883151692580102
91597,38846	96317,81643	99058,01591	8822460447	9073455563	9541051792	873935427339891
90874,68506	96024,04709	99012,44923	8726155037	8997725141	9507576087	863997982622623
90104,97648	95702,36653	98963,93313	8623259485	8917142867	9471082602	853391675062502
89295,83379	95350,18182	98912,47188	8514373988	8832471649	9431322178	842177777628739
88457,34591	94965,92059	98857,0809	8400433287	8744635001	9388053695	830442313076801
87598,42508	94546,17122	98797,76665	8282095696	8654528760	9340950562	818252557967720
86723,31682	94089,51322	98734,53608	8159754664	8562586454	9289884438	805649591317891
85835,27005	93596,48417	98666,40925	8033879494	8469057883	9234829011	792674042065820
84937,43313	93069,53596	98593,3961	7905087487	8374269988	9176041624	779389421815148
84027,75322	92510,18805	98514,52139	7773423252	8277953892	9113596899	765795071213092
83100,08682	91921,82325	98429,7989	7638711493	8179524834	9047846577	751876836084306
82147,75983	91305,02782	98338,25919	7500503497	8078267698	8978777491	737586456906987
81162,80819	90659,50127	98239,92093	7358179712	7973427859	8906382236	722866993113104
80140,1568	89983,18139	98133,82181	7211266266	7864459867	8830393488	707669118767932
79075,09412	89274,11392	98018,0239	7059358961	7750784465	8750472232	691944415328925
77964,08905	88530,46056	97892,56083	6902196711	7632104330	8666473496	675673711366482

Lampiran 4 Peluang Meninggal Peserta

d_x	d_y	d_z	d_{xy}	d_{xz}	d_{yz}	d_{xyz}
479,8530939	182,2110041	29,76976282	87434,51404	14285,1128	5424,378374	2602904,746
522,5255605	203,2667718	31,74488735	106212,0838	16587,51506	6452,680772	3371690,637
569,1524711	223,2231922	33,71814955	127048,0314	19190,76814	7526,672977	4283824,524
619,5612213	244,9807567	37,67217778	151780,5768	23340,22047	9228,95862	5717904,874
670,7896549	267,5414413	41,62184786	179464,0311	27919,50496	11135,56917	7469624,597
722,7033949	293,7693401	45,56668732	212308,0994	32931,19962	13386,09566	9674176,782
769,7085825	321,6805578	48,51610012	247600,2861	37343,25865	15606,68615	12012600,27
809,1426888	352,1847088	51,46124523	284967,6823	41639,49033	18123,86367	14664791,78
838,4878793	384,2612327	55,39098425	322198,3861	46444,66892	21284,60789	17846885,73
858,9208288	419,749369	59,31424854	360531,4759	50946,24351	24897,1184	21384653,57
875,1082665	456,658007	63,23057066	399625,1969	55333,59508	28874,74638	25268529,25
888,0467642	493,0290493	68,1268299	437832,8519	60499,81085	33588,50617	29828164,22
897,8369247	526,9482059	73,01314285	473113,5567	65553,89564	38474,14463	34543507,69
909,6799088	559,3479111	78,87471688	508827,5568	71750,74526	44118,40813	40133629,48
927,6663955	588,364796	84,7224884	545806,2496	78594,20543	49847,7296	46242063,65
952,326995	616,795434	91,53971298	587390,9422	87175,73978	56461,27699	53769598,25
984,9516404	645,5265467	98,33825919	635812,4311	96858,4297	63479,95686	62524687,64
1022,651383	676,3198795	106,0991146	691639,4602	108502,4063	71756,9404	73382334,36
1065,062684	709,0674694	115,7979097	755201,302	123332,0325	82108,53081	87450732,2
1111,005072	743,653369	125,4630706	826202,665	139390,1078	93301,03513	103657923,3
1157,766722	781,7239667	138,0285108	905053,9948	159804,8165	107900,195	124923255,1

Lampiran 5 Suku Bunga Bank Indonesia

	Tanggal	BI-7Day-RR
	18 Januari 2018	4.25 %
	15 Februari 2018	4.25 %
	22 Maret 2018	4.25 %
	19 April 2018	4.25 %
	17 Mei 2018	4.50 %
	30 Mei 2018	4.75 %
	29 Juni 2018	5.25 %
	19 Juli 2018	5.25 %
	15 Agustus 2018	5.50 %
	27 September 2018	5.75 %
	23 Oktober 2018	5.75 %
	15 November 2018	6.00 %
	20 Desember 2018	6.00 %
	17 Januari 2019	6.00 %
	21 Februari 2019	6.00 %
	21 Maret 2019	6.00 %
	25 April 2019	6.00 %
	16 Mei 2019	6.00 %
	20 Juni 2019	6.00 %
	18 Juli 2019	5.75 %
	22 Agustus 2019	5.50 %

	19 September 2019	5.25 %
	24 Oktober 2019	5.00 %
	21 November 2019	5.00 %
	19 Desember 2019	5.00 %
	23 Januari 2020	5.00 %
	20 Februari 2020	4.75 %
	19 Maret 2020	4.50 %
	14 April 2020	4.50 %
	19 Mei 2020	4.50 %
	18 Juni 2020	4.25 %
	16 Juli 2020	4.00 %
	19 Agustus 2020	4.00 %
	17 September 2020	4.00 %
	13 Oktober 2020	4.00 %
	19 November 2020	3.75 %
	17 Desember 2020	3.75 %
	21 Januari 2021	3.75 %
	18 Februari 2021	3.50 %
	18 Maret 2021	3.50 %
	20 April 2021	3.50 %
	25 Mei 2021	3.50 %
	17 Juni 2021	3.50 %
	22 Juli 2021	3.50 %

	19 Agustus 2021	3.50 %
	21 September 2021	3.50 %
	19 Oktober 2021	3.50 %
	18 November 2021	3.50 %
	16 Desember 2021	3.50 %
	20 Januari 2022	3.50 %
	10 Februari 2022	3.50 %
	17 Maret 2022	3.50 %
	19 April 2022	3.50 %
	24 Mei 2022	3.50 %
	23 Juni 2022	3.50 %
	21 Juli 2022	3.50 %
	23 Agustus 2022	3.75 %
	22 September 2022	4.25 %
	20 Oktober 2022	4.75 %
	17 November 2022	5.25 %
	22 Desember 2022	5.50 %

Lampiran 6 Faktor Diskon

v_x	v_y	v_z	v_{xy}	v_{xz}	v_{yz}	v_{xyz}
0,104175221	0,130613476	0,36967182	0,116647708	0,19624129	0,219736483	0,171339011
0,099567986	0,124836987	0,35332278	0,111488866	0,187562356	0,210018454	0,163761401
0,095164509	0,119315967	0,33769679	0,106558178	0,179267255	0,200730214	0,156518917
0,090955779	0,114039119	0,32276186	0,101845554	0,171339011	0,191852753	0,149596738
0,086933184	0,108995644	0,30848745	0,09734135	0,163761401	0,183367905	0,142980698
0,083088492	0,104175221	0,29484434	0,093036348	0,156518917	0,175258307	0,136657257
0,079413834	0,099567986	0,2818046	0,088921738	0,149596738	0,167507363	0,130613476
0,075901691	0,095164509	0,26934156	0,0849891	0,142980698	0,160099921	0,124836987
0,072544876	0,090955779	0,25742971	0,081230386	0,136657257	0,15301869	0,119315967
0,069336518	0,086933184	0,24604466	0,077637905	0,130613476	0,146251311	0,114039119
0,06627	0,08308	0,23516	0,07420	0,12483	0,13978	0,10899

0053	8492	313	4304	6987	3225	5644
0,06333 9205	0,07941 3834	0,22476 285	0,07092 2557	0,11931 5967	0,13360 1196	0,10417 5221
0,06053 7976	0,07590 1691	0,21482 252	0,06778 5948	0,11403 9119	0,12769 2572	0,09956 7986
0,05786 0633	0,07254 4876	0,20532 182	0,06478 8058	0,10899 5644	0,12204 5261	0,09516 4509
0,05530 1699	0,06933 6518	0,19624 129	0,06192 2752	0,10417 5221	0,11664 7708	0,09095 5779
0,05285 5935	0,06627 0053	0,18756 236	0,05918 4167	0,09956 7986	0,11148 8866	0,08693 3184
0,05051 8338	0,06333 9205	0,17926 725	0,05656 6698	0,09516 4509	0,10655 8178	0,08308 8492
0,04828 4122	0,06053 7976	0,17133 901	0,05406 4989	0,09095 5779	0,10184 5554	0,07941 3834
0,04614 8717	0,05786 0633	0,16376 14	0,05167 392	0,08693 3184	0,09734 135	0,07590 1691
0,04410 7751	0,05530 1699	0,15651 892	0,04938 8598	0,08308 8492	0,09303 6348	0,07254 4876

Lampiran 7 Simbol Komutasi

D_x	D_y	D_z	D_{x+n}	D_{y+n}
9840,315409	12726,8517	36683,47505	3286,735938	4679,360288
9357,341269	12141,24942	35050,59952	3094,727855	4432,920292
8893,77918	11580,0396	33489,73745	2911,30421	4197,04412
8448,676692	11042,44654	31997,74303	2736,080786	3971,111518
8021,166508	10527,38332	30570,99483	2568,605448	3754,646381
7610,688847	10033,92985	29206,69519	2408,484358	3547,325191
7216,707155	9560,920932	27902,1639	2255,32928	3348,773254
6839,120096	9107,468679	26655,10009	2104,519647	3158,614155
6477,955165	8672,650067	25463,00847	1956,372137	2976,475776
6133,324379	8255,689852	24323,25708	1811,323648	2801,938492
5805,152278	7855,698759	23233,59228	1667,282533	2634,636501

5492,985929	7472,008985	22191,85545	1521,549188	2474,226722
5196,293503	7104,131434	21195,76701	1373,880602	2320,367358
4914,533688	6751,71792	20243,37539	1224,720379	2172,726913
4646,877503	6414,334342	19332,6168	1074,242745	2028,333699
4392,332806	6091,664104	18461,72499	929,4196685	1882,79644
4149,968258	5783,18786	17628,82978	795,3531133	1735,30304
3918,874934	5488,342696	16832,33094	672,5066362	1588,765707
3698,365382	5206,483879	16070,53216	561,1462383	1443,988367
3487,824577	4937,010163	15341,67495	461,5272625	1303,943782

D_{z+n}	D_{xy}	D_{xz}	D_{yz}	D_{xyz}
14644,40774	125236234,9	360976964,8	466865146,7	4594100297444
13977,01122	113609814,3	327980421,4	425558071,2	3982092101701

13338,29362	102990315,1	297850329,7	387812485,8	3449118612021
12726,8517	93294060,69	270338585,7	353333366,7	2985199379711
12141,24942	84441894,5	245215039,9	321832581	2581472720297
11580,0396	76365117,98	222283069,3	293057930,6	2230372724029
11042,44654	68998366,5	201361745,9	266770382,9	1925203731000
10527,38332	62287072,06	182297430,7	242760489,2	1660268140298
10033,92985	56181038,29	164948227,2	220831762,1	1430538253664
9560,920932	50634823,84	149182425,6	200805266,7	1231603837451
9107,468679	45603527,55	134874541,2	182516102,1	1059533765644
8672,650067	41043640,21	121899549,7	165817743,3	910834530944
8255,689852	36915152,02	110139426,4	150577514,7	782444961308
7855,698	3318154	9948675	1366775	671706474

759	5,17	0,32	60,4	943
7472,008985	29806625,95	89836302,1	124005867,9	576240077774
7104,131434	26756616,09	81090040,34	112462627,5	493973287963
6751,71792	24000046,05	73159084	101950834,4	423092726447
6414,334342	21508128,62	65963799,8	92381600,56	362031938847
6091,664104	19255479,74	59434699,81	83670966,62	309445806396
5783,18786	17219425,38	53509070,92	75742005,12	264174826965

$D_{x+n,y+n}$	$D_{x+n,z+n}$	$D_{y+n,z+n}$	$D_{x+n,y+n,z+n}$
15379821,63	48132301,23	68526460,04	225228378959
13718681,91	43255045,95	61958976,65	191746170900
12218872,22	38831830,36	55981406,8	162978905286
10865281,92	34821694,39	50539747,37	138280831694
9644205,15	31186079,4	45586098,2	11709270021

	2		0
8543677,234	27890344,24	41078166,17	98936120682
7552586,37	24904353	36978649,62	83399031219
6647365,545	22155085,03	33251941,96	69979365162
5823094,274	19630100,78	29865749,13	58428519437
5075217,452	17317922,18	26789112,38	48523752770
4392683,419	15184723,45	23994869,41	40006226660
3764657,658	13195863,66	21458102,54	32649558491
3187907,703	11342332,14	19156233,25	26318377269
2660982,929	9621034,362	17068288,12	20903880292
2178922,762	8026751,446	15155727,62	16280930452
1749908,043	6602719,482	13375633,37	12431576737

1380178,675	5369999,867	11716276,63	9318577096
1068455,481	4313682,412	10190874,43	6853430686
810288,6401	3418314,397	8796292,101	4936006223
601805,6042	2669098,862	7540951,851	3480354865

N_x	N_y	N_z	N_{x+n}	N_{y+n}
124542,2836	166753,2101	491875,0744	35415,11167	56453,29799
117988,7041	158705,7187	469836,0071	32128,37573	51773,93771
111726,0907	150997,3896	448762,4188	29033,64788	47341,01741
105743,6157	143614,3941	428610,9749	26122,34367	43143,97329
100031,0198	136543,0591	409340,0836	23386,26288	39172,86178
94578,45874	129770,3221	390910,3382	20817,65744	35418,2154
89376,25425	123283,7175	373283,6826	18409,17308	31870,8902

84414,87637	117071,5698	356423,9652	16153,8438	28522,11695
79680,27592	111122,7153	340296,2485	14049,32415	25363,5028
75158,6929	105426,541	324867,1698	12092,95201	22387,02702
70836,69216	99972,78961	310104,8337	10281,62837	19585,08853
66698,82242	94751,72735	295978,7101	8614,345833	16950,45203
62727,38568	89753,94509	282459,5047	7092,796645	14476,22531
58904,97278	84970,18101	269519,4275	5718,916043	12155,85795
55215,15947	80391,19	257131,7509	4494,195664	9983,131035
51642,52471	76005,18936	245271,1431	3419,952919	7954,797336
48179,61157	71796,3217	233913,5495	2490,53325	6072,000896
44824,99643	67748,43688	223036,4377	1695,180137	4336,697856
41578,62	63848,85	212618,4	1022,673	2747,932

813	989	411	501	149
38441,40 899	60086,36 438	202639,5 73	461,5272 625	1303,943 782

N_{z+n}	N_{xy}	N_{xz}	N_{yz}	N_{xyz}
193081, 0859	1129328 925	3311827 505	4405430 305	319234481 94847
178436, 6782	1019472 512	2998982 841	4007091 619	275545762 76363
164459, 667	9195813 79,3	2714257 466	3643492 524	237642303 45561
151121, 3734	8288099 36,4	2455238 966	3311661 445	204780906 38826
138394, 5217	7463811 57,6	2219722 075	3008867 826	176311720 90810
126253, 2722	6715834 68,3	2005693 115	2732621 343	151667920 70722
114673, 2326	6037620 27,5	1811300 390	2480641 579	130353554 67375
103630, 7861	5423162 47,4	1634842 997	2250849 845	111935507 67594
93103,4 0278	4866765 40,9	1474700 651	2041341 298	960326199 2458
83069,4	4363185	1329382	1850375	823115225

7293	96,9	525	285	8231
73508,552	390758990,5	1197518021	1676359131	7048072173550
64401,08332	349548146,3	1077828203	1517837898	6028544634566
55728,43326	312269163,8	969124517,4	1373478257	5150359662113
47472,7434	278541919,5	870327423,1	1242056976	4394233078074
39617,04465	248021357,2	780461707,2	1122447704	3743430483423
32145,03566	220393654	698652156,5	1013597563	3183471336101
25040,90423	195386946	624164835,7	914510569,3	2701929624874
18289,18631	172767078,6	556375751,5	824276011,6	2288155475523
11874,85196	152327405,5	494725634,1	742085285,5	1932976967362
5783,18786	133882214,4	438709248,7	667210610,9	1628467167189

$N_{x+n,y+n}$	$N_{x+n,z+n}$	$N_{y+n,z+n}$	$N_{x+n,y+n,z+n}$
117264594,	387869276,	599009557,	136777269508

6	7	7	9
101884773	339736975,4	530483097,6	1142544316130
88166091,08	296481929,5	468524121	950798145230
75947218,86	257650099,1	412542714,2	787819239943
65081936,94	222828404,7	362002966,8	649538408249
55437731,79	191642325,3	316416868,6	532445708039
46894054,56	163751981,1	275338702,4	433509587358
39341468,19	138847628,1	238360052,8	350110556139
32694102,64	116692543	205108110,8	280131190977
26871008,37	97062442,27	175242361,7	221702671540
21795790,91	79744520,09	148453249,3	173178918770
17403107,5	64559796,64	124458379,9	133172692110

13638449,84	51363932,97	103000277,4	100523133619
10450542,13	40021600,83	83844044,14	74204756350
7789559,206	30400566,47	66775756,02	53300876059
5610636,444	22373815,02	51620028,39	37019945607
3860728,401	15771095,54	38244395,02	24588368870
2480549,726	10401095,67	26528118,39	15269791774
1412094,244	6087413,259	16337243,95	8416361088
601805,6042	2669098,862	7540951,851	3480354865

C_x	C_y	C_z	C_{xyz}
47,77800592	22,7466727	10,51833536	11431,22865
49,72588818	24,25297147	10,72014643	12928,50246
51,76770638	25,45617624	10,88293283	14341,61439
53,86042968	26,70183544	11,62139417	16713,56753
55,73490065	27,87118887	12,27196621	19063,24705
57,39264744	29,25002141	12,84090221	21556,48695

58,4221831	30,61257219	13,06740207	23370,43833
58,6991558	32,03323455	13,24765318	24909,87791
58,13783015	33,40505246	13,62865601	26468,17558
56,9207289	34,87634195	13,94852448	27690,42675
55,42866175	36,26496317	14,2118831	28567,56738
53,76055355	37,42173862	14,63517751	29443,24598
51,94941324	38,22739211	14,99119127	29770,86567
50,30684437	38,78323665	15,47847622	30199,47065
49,03267491	38,99096625	15,89074954	30380,4335
48,10997656	39,06733234	16,41007306	30843,19907
47,55752519	39,07887048	16,84918012	31314,10634
47,19404883	39,13229667	17,37493967	32088,23874
46,97751986	39,21263565	18,12456342	33387,48248
46,8366955	39,30649429	18,76886606	34553,22537
46,64945302	39,4913952	19,73541275	36357,60331
46,55673122	39,82658463	20,57265406	38145,72455
46,46857431	40,31483485	21,54479007	40361,42581
46,46988874	40,8394273	22,7466727	43168,71831
46,52237764	41,26883125	24,25297147	46563,86568
46,63785414	41,66852952	25,45617624	49469,77139
51,0658197	42,05681656	26,70183544	57346,61909
55,0733782	42,44604074	27,87118887	65152,997
58,52630349	42,90016698	29,25002141	73440,60838

63,93381993	43,38393099	30,61257219	84910,10471
71,99638915	43,8907882	32,03323455	101224,325
80,376807	44,43462933	33,40505246	119306,6001
88,39921078	45,02026778	34,87634195	138799,336
96,31335604	48,30255937	36,26496317	168711,1943
97,31379796	55,83251388	37,42173862	203322,5586
92,96219725	64,22516152	38,22739211	228237,1084
87,67132416	69,79211306	38,78323665	237305,5873
81,61823251	74,51285496	38,99096625	237127,7536
74,80181667	76,18299827	39,06733234	222630,142
0	0	0	0

C_{x+n}	C_{y+n}	C_{z+n}	$C_{x+n,y+n,z+n}$
46,64945302	39,4913952	19,73541275	36357,60331
46,55673122	39,82658463	20,57265406	38145,72455
46,46857431	40,31483485	21,54479007	40361,42581
46,46988874	40,8394273	22,7466727	43168,71831
46,52237764	41,26883125	24,25297147	46563,86568
46,63785414	41,66852952	25,45617624	49469,77139
51,0658197	42,05681656	26,70183544	57346,61909
55,0733782	42,44604074	27,87118887	65152,997
58,52630349	42,90016698	29,25002141	73440,60838
63,93381993	43,38393099	30,61257219	84910,10471

71,99638915	43,8907882	32,03323455	101224,325
80,376807	44,43462933	33,40505246	119306,6001
88,39921078	45,02026778	34,87634195	138799,336
96,31335604	48,30255937	36,26496317	168711,1943
97,31379796	55,83251388	37,42173862	203322,5586
92,96219725	64,22516152	38,22739211	228237,1084
87,67132416	69,79211306	38,78323665	237305,5873
81,61823251	74,51285496	38,99096625	237127,7536
74,80181667	76,18299827	39,06733234	222630,142
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

M_x	M_y	M_z	M_{xyz}
2324,950722	1609,082438	863,2975662	2700603,444
2277,172716	1586,335765	852,7792309	2689172,216
2227,446828	1562,082794	842,0590844	2676243,713
2175,679121	1536,626617	831,1761516	2661902,099
2121,818692	1509,924782	819,5547574	2645188,531
2066,083791	1482,053593	807,2827912	2626125,284
2008,691144	1452,803572	794,441889	2604568,797
1950,268961	1422,191	781,3744869	2581198,359
1891,569805	1390,157765	768,1268338	2556288,481
1833,431975	1356,752713	754,4981778	2529820,305
1776,511246	1321,876371	740,5496533	2502129,879
1721,082584	1285,611407	726,3377702	2473562,311
1667,32203	1248,189669	711,7025927	2444119,065

1615,372617	1209,962277	696,7114014	2414348,2
1565,065773	1171,17904	681,2329252	2384148,729
1516,033098	1132,188074	665,3421756	2353768,296
1467,923121	1093,120741	648,9321026	2322925,096
1420,365596	1054,041871	632,0829224	2291610,99
1373,171547	1014,909574	614,7079828	2259522,751
1326,194027	975,6969387	596,5834194	2226135,269
1279,357332	936,3904444	577,8145533	2191582,044
1232,707879	896,8990492	558,0791405	2155224,44
1186,151148	857,0724645	537,5064865	2117078,716
1139,682573	816,7576297	515,9616964	2076717,29
1093,212685	775,9182024	493,2150237	2033548,572
1046,690307	734,6493712	468,9620523	1986984,706
1000,052453	692,9808416	443,505876	1937514,934
948,9866331	650,9240251	416,8040406	1880168,315
893,9132549	608,4779843	388,9328517	1815015,318
835,3869514	565,5778174	359,6828303	1741574,71
771,4531315	522,1938864	329,0702581	1656664,605
699,4567424	478,3030982	297,0370235	1555440,28
619,0799354	433,8684688	263,6319711	1436133,68
530,6807246	388,8482011	228,7556291	1297334,344
434,3673685	340,5456417	192,490666	1128623,15
337,0535706	284,7131278	155,0689273	925300,5913

244,0913733	220,4879663	116,8415352	697063,4829
156,4200492	150,6958532	78,05829859	459757,8956
74,80181667	76,18299827	39,06733234	222630,142
0	0	0	0

M_{x+n}	M_{y+n}	M_{z+n}	$M_{x+n,y+n,z+n}$
1279,357332	936,3904444	577,8145533	2191582,044
1232,707879	896,8990492	558,0791405	2155224,44
1186,151148	857,0724645	537,5064865	2117078,716
1139,682573	816,7576297	515,9616964	2076717,29
1093,212685	775,9182024	493,2150237	2033548,572
1046,690307	734,6493712	468,9620523	1986984,706
1000,052453	692,9808416	443,505876	1937514,934
948,9866331	650,9240251	416,8040406	1880168,315
893,9132549	608,4779843	388,9328517	1815015,318
835,3869514	565,5778174	359,6828303	1741574,71
771,4531315	522,1938864	329,0702581	1656664,605
699,4567424	478,3030982	297,0370235	1555440,28
619,0799354	433,8684688	263,6319711	1436133,68
530,6807246	388,8482011	228,7556291	1297334,344
434,3673685	340,5456417	192,490666	1128623,15
337,0535706	284,7131278	155,0689273	925300,5913
244,0913733	220,4879663	116,8415352	697063,4829

156,4200492	150,6958532	78,05829859	459757,8956
74,80181667	76,18299827	39,06733234	222630,142
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

A. Identitas Diri

1. Nama Lengkap : Ayu Faizah
2. Tempat, Tgl.Lahir : Tegal, 25 Januari 2001
3. Alamat Rumah : Jalan Laksana B III No.61 RT 003/006, Jakarta Pusat
4. Email : ayufaizah2501@gmail.com

B. Riwayat Pendidikan

1. SD Negeri Pasar Baru 013 Pagi (2007-2013)
2. SMP Negeri 4 Jakarta (2013-2016)
3. SMA Negeri 17 Jakarta (2016-2019)

Penulis

Ayu Faizah

1908046010