



DISERTASI

AKURASI PERHITUNGAN IJTIMAK AWAL BULAN

MENGGUNAKAN ALGORITMA JEAN MEEUS TERKOREKSI

Algoritma Jean Meeus sering dipakai dalam ilmu falak. Salah satu algoritmanya adalah algoritma untuk menghitung fase Bulan. Fase Bulan ada empat yaitu fase Bulan baru, fase Bulan seperempat pertama, fase Bulan purnama, dan fase Bulan seperempat akhir. Fase Bulan baru sering disebut fase ijtimak. Perhitungan fase ijtimak ada beberapa cara, diantaranya menggunakan algoritma Jean Meeus. Perhitungan ijtimak menggunakan algoritma Jean Meeus menarik untuk diteliti karena memiliki suku koreksi yang sedikit tetapi akurasi cukup tinggi. Jean Meeus tidak menyebutkan darimana suku koreksi yang digunakan. Apakah suku koreksi ini adalah satu-satunya? Apakah tidak bisa menggunakan suku koreksi lain yang memiliki tingkat akurasi yang tinggi juga. Jika bisa menggunakan suku koreksi yang lain, maka dengan cara bagaimana mendapatkan suku koreksi tersebut? Penelitian ini menggunakan metode uji coba dengan teknik sampling yaitu purposive sampling. Setelah dilakukan analisis pendahuluan didapatkan data-data suku koreksi fase Bulan baru membentuk pola linier. Berdasarkan hal itu, maka persamaan matematis yang bisa digunakan untuk menganalisis data yang berpola linier adalah regresi linier. Regresi linier yang digunakan yaitu regresi linier satu variabel dengan modifikasi dan regresi linier berganda.

Menggunakan analisis regresi linier baik satu variabel maupun berganda didapatkan hasil koefisien suku koreksi yang lebih baik daripada suku koreksi Jean Meeus. Hasil ini berdasarkan komparasi dengan Accurate Time dan juga Moshier. Berdasarkan hasil ini, maka koefisien suku koreksi hasil regresi linier satu variabel maupun regresi linier berganda bisa digunakan untuk menjadi alternatif pengganti dalam perhitungan suku koreksi algoritma Jean Meeus. Jika dibandingkan antara suku koreksi hasil regresi linier dan regresi berganda, maka regresi berganda lebih baik dibandingkan dengan regresi linier satu variabel.

AKURASI PERHITUNGAN IJTIMAK AWAL BULAN MENGGUNAKAN ALGORITMA JEAN MEEUS TERKOREKSI

Maryanto
NIM: 1600039007

DISERTASI
PROGRAM DOKTOR STUDI ISLAM
PASCASARJANA UIN WALISONGO SEMARANG

Maryanto
NIM: 1600039007



Tabel	Ket.	Argumen	Angka	A	B	C
1	Abad	2000	8.558	7	960	853
2	Sisa Thn	11	28.801	76	825	344
3	Bulan	Nov FM	6.071	849	253	786
				932	1038	2026
4	Total A	932	-0.073	A + B = 1570 = 570		= 26
5	Total B	638	0.328	A - B = 294		
6	Total C	26	0.902			
7	A + B	370	0.902			
8	A - B	294	-0.007			
Jumlah =				40.610		



DISERTASI
PROGRAM DOKTOR STUDI ISLAM
PASCASARJANA UIN WALISONGO SEMARANG
2022

2022

**AKURASI PERHITUNGAN IJTIMAK AWAL
BULAN MENGGUNAKAN ALGORITMA JEAN
MEEUS TERKOREKSI**

DISERTASI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat
guna Memperoleh Gelar Doktor
dalam Studi Islam



Oleh:

MARYANTO

NIM : 1600039007

**PROGRAM DOKTOR STUDI ISLAM
PASCASARJANA
UIN WALISONGO SEMARANG
2022**

PERNYATAAN KEASLIAN DISERTASI

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama lengkap : **Maryanto**

NIM : 1600039007

Judul Penelitian: **Akurasi Perhitungan Ijtimak Awal Bulan
Menggunakan Algoritma Jean Meeus Terkoreksi**

Program Studi : Islamic Studies

Konsentrasi : Ilmu Falak

menyatakan bahwa disertasi yang berjudul:

AKURASI PERHITUNGAN IJTIMAK AWAL BULAN MENGUNAKAN ALGORITMA JEAN MEEUS TERKOREKSI

secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri, kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 4 November 2022
Pembuat Pernyataan,



Maryanto
NIM: 1600039007

NOTA DINAS

Semarang, 5 November 2022

Kepada
Yth. Direktur Pascasarjana
UIN Walisongo
Di Semarang

Assalamu'alaikum wr.wb.

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi terhadap disertasi yang ditulis oleh:

Nama Lengkap : **Maryanto**
NIM : 1600039007
Konsentrasi : Ilmu Falak
Program Studi : Islamic Studies
Judul : **Akurasi Perhitungan Ijtimak Awal Bulan
Menggunakan Algoritma Jean Meeus
Terkoreksi**

Kami memandang bahwa disertasi tersebut sudah dapat diajukan kepada Pascasarjana UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Ujian Disertasi (Terbuka).

Wassalamu'alaikum wr.wb.

Promotor,



Prof. Dr. H. Ahmad Rofiq, M.A
NIP. 19590714 198603 1 004

Ko-Promotor,



Dr. Eng. H. Rinto Anugraha NQZ, M.Si
NIP. 19740927 199803 1 002



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
PASCASARJANA

Jl. Walisongo 3-5 Semarang 50185, Telp./Fax: 024-7614454, 70774414

FDD-38

PENGESAHAN MAJELIS PENGUJI UJIAN TERBUKA

Yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa disertasi saudara:

Nama : MARYANTO

NIM : 1600039007

Judul : Akurasi Perhitungan Ijtimak Awal Bulan Menggunakan Algoritma Jean Meeus
Terkoreksi

telah diujikan pada 01 Desember 2022 dan dinyatakan:

LULUS

dalam Ujian Terbuka Disertasi Program Doktor sehingga dapat dilakukan Yudisium Doktor.

NAMA	TANGGAL	TANDATANGAN
<u>Prof. Dr. H. Abdul Ghofur, M.Ag.</u> Ketua/Penguji	<u>1-12-2022</u>	
<u>Dr. H. Mahsun, M.Ag.</u> Sekretaris/Penguji	<u>1-12-2022</u>	
<u>Prof. Dr. H. Ahmad Rofiq, M.A</u> Promotor/Penguji	<u>1-12-2022</u>	
<u>Dr. Eng. H. Rinto Anugraha, M.Si</u> Kopromotor/Penguji	<u>1-12-2022</u>	
<u>Prof. Dr. H. Thomas Jamaluddin, M. Sc.</u> Penguji	<u>1-12-2022</u>	
<u>Prof. Dr. H. Muslich, M.A</u> Penguji	<u>1-12-2022</u>	
<u>Drs. H Slamet Hambali, M.S.I.</u> Penguji	<u>1-12-2022</u>	
<u>Dr. H. Ahmad Izzuddin, M.Ag.</u> Penguji	<u>1-12-2022</u>	

ABSTRAK

Judul : **Akurasi Perhitungan Ijtimak Awal Bulan Menggunakan Algoritma Jean Meeus Terkoreksi**

Penulis : Maryanto

NIM : 1600039007

Algoritma Jean Meeus sering dipakai dalam ilmu falak. Salah satu algoritmanya adalah algoritma untuk menghitung fase Bulan. Fase Bulan ada empat yaitu fase Bulan baru, fase Bulan seperempat pertama, fase Bulan purnama, dan fase Bulan seperempat akhir. Fase Bulan baru sering disebut fase ijtimak. Perhitungan fase ijtimak ada beberapa cara, diantaranya menggunakan algoritma Jean Meeus. Perhitungan ijtimak menggunakan algoritma Jean Meeus menarik untuk diteliti karena memiliki suku koreksi yang sedikit tetapi akurasi cukup tinggi. Jean Meeus tidak menyebutkan darimana suku koreksi yang digunakan. Apakah suku koreksi ini adalah satu-satunya? Apakah tidak bisa menggunakan suku koreksi lain yang memiliki tingkat akurasi yang tinggi juga. Jika bisa menggunakan suku koreksi yang lain, maka dengan cara bagaimana mendapatkan suku koreksi tersebut? Penelitian ini menggunakan metode uji coba dengan teknik sampling yaitu *purposive sampling*. Setelah dilakukan analisis pendahuluan didapatkan data-data suku koreksi fase Bulan baru membentuk pola linier. Berdasarkan hal itu, maka persamaan matematis yang bisa digunakan untuk menganalisis data yang berpola linier adalah regresi linier. Regresi linier yang digunakan yaitu regresi linier satu variabel dengan modifikasi dan regresi linier berganda.

Menggunakan analisis regresi linier baik satu variabel maupun berganda didapatkan hasil koefisien suku koreksi yang lebih baik daripada suku koreksi Jean Meeus. Hasil ini berdasarkan komparasi dengan Accurate Time dan juga Moshier. Berdasarkan hasil ini, maka koefisien suku koreksi hasil regresi linier satu variabel maupun regresi linier berganda bisa digunakan untuk menjadi alternatif pengganti dalam perhitungan suku koreksi algoritma Jean Meeus. Jika dibandingkan antara suku koreksi hasil regresi linier dan regresi berganda, maka regresi berganda lebih baik dibandingkan dengan regresi linier satu variabel.

Kata kunci: Perhitungan ijtimak, awal bulan hijriah, regresi linier, Jean Meeus

ABSTRACT

Title : **The Accuracy of Calculation of Ijtima at the Beginning of the Month Using the Corrected Jean Meeus Algorithm**

Author : Maryanto

NIM : 1600039007

Jean Meeus's algorithm is often used in astronomy. One of the algorithms is an algorithm to calculate the phases of the Moon. There are four phases of the moon, namely the new moon phase, the first quarter moon phase, the full moon phase, and the final quarter moon phase. The new moon phase is often called the ijtimia phase. There are several ways to calculate the ijtimak phase, including using the Jean Meeus algorithm. The calculation of ijtimia using the Jean Meeus algorithm is interesting to do because it has a small correction term but the accuracy is quite high. Jean Meeus did not mention where the correction term was used. Is this correction rate the only one? Is it not possible to use another correction term that has a high level of accuracy as well. If you can use another correction rate, then how do you get the correction rate? This study uses a trial method with a sampling technique that is purposive sampling. After conducting a preliminary analysis, the data obtained from the correction rate for the new Moon phase formed a linear pattern. Based on that, the mathematical equation that can be used to analyze data with a linear pattern is linear regression. Linear regression used is one variable linear regression with modification and multiple linear regression.

Using linear regression analysis, both single and multiple variables, the results of the coefficient of the correction term are better than the Jean Meeus correction term. These results are based on comparisons with Accurate Time and also Moshier. Based on these results, the coefficient of the correction term for the linear regression of one variable or multiple linear regression can be used as an alternative to the calculation of the correction term of the Jean Meeus algorithm. When compared between the correction rates of linear regression and multiple regression, multiple regression is better than single-variable linear regression.

Keywords: Calculation of ijtimia, the beginning of the hijri month, linear regression, Jean Meeus

تجريد

الموضوع : دقة إحتساب الإجتماع الأول الشهر باستخدام الخوارزمية جان ميوس مصحوحة

الباحث : ماريانتو

رقم التعريف : 1600390007

تستخدم الخوارزمية جان ميوس غالبا في علم الفلك. تكون إحدى الخوارزمية له هي الخوارزمية حسابا على مرحلة القمر. كانت مرحلة القمر أربعة مراحل وهي مرحلة القمر الجديد، وَمَرْخَلَةُ الرَّبْعِ الْأَوَّلِ مِنْ الْقَمَرِ، وَمَرْخَلَةُ إِكْتِمَالِ الْقَمَرِ (البَدْرُ)، وَمَرْخَلَةُ الرَّبْعِ الْأَخِيرَةِ مِنْ الْقَمَرِ. تسمى مرحلة القمر الجديد بمرحلة الإجتماع غالبا. إحدى من طرق الإحتساب الإجتماع هي طريقة الخوارزمية جان ميوس. تستخدم الخوارزمية جان ميوس في الإحتساب الإجتماع عاجبا للبحث لمعدل تصحيحها صغيرا بل دقتها عالية. لم يذكر جان ميوس على أصول يستخدم معدل التصحيح. أهذا معدل التصحيح الوحيد؟ أليس من الممكن أن يستخدم معدل التصحيح آخر متوازنا. إذا يمكن باستخدام الآخر، فكيف كيفية حصوله؟ يبحث هذا البحث على طريقة تجريبية بأساليب أخذ العينات الهادف. بعد عمل تحليل الأول، حصلت البيانات معدل التصحيح لمرحلة القمر الجديد نمطًا خطيًا. وعلى ذلك، فإن المعادلة الرياضية التي يمكن استخدامها لتحليل البيانات على نمط خطي هي الإنحدار الخطي. مستخدم الإنحدار الخطي هو الإنحدار الخطي المتغير الفرد مع التعديل والإنحدار الخطي المتعدد.

باستخدام التحليل الخطي، المتغيرات الفردية والمتعددة، يوجد الحصول المعامل معدل التصحيح أفضل من المعامل معدل التصحيح جان ميوس. هذه النتيجة على أساس المقارنة مع التوقيت الدقيق و Moshier كذلك. وعلى هذا الأمر، يمكن استخدام المعامل معدل التصحيح الإنحدار الخطي المتغير الفرد مع التعديل والإنحدار الخطي المتعدد. كبديل في حساب معامل معدل التصحيح الخوارزمية جان ميوس. عند المقارنة بين معدلات تصحيح الإنحدار الخطي والإنحدار المتعدد، يكون الإنحدار المتعدد أفضل من الإنحدار الخطي المتغير الفرد.

الكلمات الرئيسية : الإحتساب "إجتماع"، أول الشهر الهجرية، جان ميوس.

PEDOMAN TRANSLITERASI ARAB-LATIN

Keputusan Bersama Menteri Agama dan Menteri P dan K
Nomor : 158/1987 dan Nomor : 0543b/U/1987

1. Konsonan

No.	Arab	Latin
1	ا	tidak dilambangkan
2	ب	b
3	ت	t
4	ث	ṡ
5	ج	j
6	ح	ḥ
7	خ	kh
8	د	d
9	ذ	z
10	ر	r
11	ز	z
12	س	s
13	ش	sy
14	ص	ṣ
15	ض	ḍ

No.	Arab	Latin
16	ط	ṭ
17	ظ	ẓ
18	ع	‘
19	غ	g
20	ف	f
21	ق	q
21	ك	k
22	ل	l
23	م	m
24	ن	n
25	و	w
26	ه	h
27	ء	’
28	ي	y

2. Vokal Pendek

اَ... = a	كَتَبَ	kataba
اِ... = i	سُئِلَ	su'ila
اُ... = u	يَذْهَبُ	yaẓhabu

3. Vokal Panjang

اَ... = ā	قَالَ	qāla
اِي = ī	قِيلَ	qīla
اُو = ū	يَقُولُ	yaqūlu

4. Diftong

اَي = ai	كَيْفَ	kaifa
----------	--------	-------

Catatan:

Kata sandang [al-] pada bacaan syamsiyyah atau qamariyyah ditulis [al-]

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah puji syukur kehadirat Allah SWT atas semua limpahan rahmat dan nikmat-Nya kepada kita semua, khususnya telah terselesaikannya penulisan disertasi ini. Shalawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada baginda nabi Muhammad SAW keluarga dan para sahabatnya, semoga kita semuanya mendapatkan syafa'atnya di yaumul akhir kelak.

Disertasi ini ditujukan untuk mencari alternatif lain suku koreksi fase ijtimak atau fase Bulan baru algoritma Jean Meeus. Perhitungan kapan terjadinya ijtimak penting untuk diketahui, karena masuknya bulan baru hijriah harus melewati fase ijtimak. Setiap metode baik hisab maupun rukyat jika akan menentukan masuknya bulan hijriah maka harus melakukan perhitungan fase ijtimak terlebih dahulu.

Analisis terhadap data-data suku koreksi fase ijtimak atau fase Bulan baru algoritma Jean Meeus dilakukan untuk kemudian menentukan dengan metode apa penelitian dilakukan. Analisis terhadap data ditemukan fakta bahwa data bersifat linier, sehingga metode yang tepat untuk melakukan penelitian selanjutnya adalah metode regresi linier.

Metode regresi linier yang digunakan adalah metode regresi linier satu variabel dan regresi linier berganda. Suku koreksi algoritma Jean Meeus ada 25 suku koreksi, maka dalam perhitungan regresi linier satu variabelnya harus dimodifikasi untuk 25 suku koreksi. Suku koreksi ini kemudian digunakan untuk menghitung fase ijtimak sebanyak 1000 bulan. Hasil perhitungan kemudian di komparasikan dengan Accurate Time dan Moshier. Hasilnya menunjukkan koefisien suku koreksi fase

ijtimak yang didapatkan dengan regresi linier lebih baik dibandingkan dengan suku koreksi Jean Meeus.

Penelitian disertasi bisa berhasil tentu karena sumbangsih dan bantuan banyak pihak. Diantaranya adalah promotor, ko-promotor, keluarga, kampus tempat penulis bernaung, teman-teman satu angkatan dan pihak-pihak lain yang tidak bisa disebutkan satu persatu. Untuk itu pada kesempatan ini penulis mengucapkan ucapan terimakasih kepada:

1. Rektor UIN Walisongo Semarang, Bapak Prof. Dr. H. Imam Taufiq, M.Ag beserta jajaran pimpinan terimakasih kami haturkan atas motivasinya dan dukungannya untuk para penerima beasiswa program 5000 Doktor.
2. Direktur Pascasarjana UIN Walisongo, Bapak Prof. Dr. H. Abdul Ghofur, M.Ag dan Wakil Direktur Bapak Dr. H. A. Muhyar Fanani, M.Ag beserta jajaran terimakasih kami haturkan atas motivasi yang tidak henti-hentinya serta telah memberikan program-program percepatan untuk penyelesaian studi untuk para penerima beasiswa program 5000 Doktor.
3. Promotor, Bapak Prof. Dr. H. Ahmad Rofiq, M.A terimakasih kami haturkan atas semua ilmunya, bimbingannya, kesabarannya, dan motivasinya yang senantiasa diberikan kepada penulis, yang senantiasa meluangkan waktunya membimbing dalam penulisan disertasi ini.
4. Ko-Promotor, Bapak Dr. Eng. H. Rinto Anugraha NQZ, M.Si atas ide-idenya, ilmunya untuk menemukan metode analisis dalam disertasi ini, terimakasih kami haturkan atas semua kesabarannya,

motivasi dan senantiasa meluangkan waktunya dengan penuh perhatian untuk membimbing penulisan disertasi ini.

5. Ketua Prodi S3 Pascasarjana UIN Walisongo Semarang, Prof. Dr. H. Fatah Syukur, M.Pd dan sekretarisnya, Dr. H. Muhammad Sulthon, M.Ag kami haturkan terimakasih atas motivasi dan dukungannya.
6. Rektor IAINU Kebumen Periode 2015 - 2020, Bapak Dr. Imam Satibi, M.Pd.I dan Rektor IAINU Kebumen Periode 2021 – 2026 Bapak Fikria Najitama, M.S.I, terimakasih kami haturkan atas kesempatan dan dukungannya untuk penulis melanjutkan studi doktoral.
7. Bapak Ibu dosen semuanya khususnya Bapak Ibu dosen yang telah mengajar kami di program S3 Ilmu Falak yang tidak bisa kami sebutkan satu persatu, terimakasih kami haturkan atas semua ilmu yang telah dicurahkan kepada kami kelas Ilmu Falak Angkatan 2016.
8. Bapak (Bpk Mardjuned), Ibu (Ibu Mariyah), kakak (mas Madi, mas Yono, mba Juneng, mba Yani, mba Narsih), adik (Dwi Rahayu), istri (Nurul Fajaroini) dan semua keluarga terimakasih kami haturkan atas semua dukungan, doa, kasih sayang, bantuan baik materiil maupun non materiil, yang telah menguatkan dan senantiasa memberikan motivasinya kepada penulis sehingga bisa menyelesaikan penulisan disertasi ini.
9. Semua staf Pascasarjana UIN Walisongo Semarang (Pak Aziz, Bu Umi dkk) yang telah membantu dan memberikan pelayanan prima selama penulis kuliah.
10. Semua guru-guru penulis dari TK Pertiwi Sawangan, SMPN 3 Kebumen, SMAN 1 Kebumen, dan semua dan dosen-dosen dari S1

Jurusan Matematika UNNES, serta S2 Matematika UGM terimakasih atas semua ilmunya yang telah dicurahkan kepada kami.

11. Semua guru-guru dan murobbi yang telah mengajarkan dan mendidik penulis dalam Al Qur'an dan pemahaman spiritual untuk menjadi pribadi yang sabar dalam menuntut ilmu, kami haturkan terimakasih.
12. Teman-teman satu kelas Ilmu Falak angkatan 2016 yang telah berbagi ilmu dan pengalamannya dalam diskusi ada Dr. Anisah Budiwati, Dr. Frangky Sulaeman, Dr. Mawardi, Dr. Fairuz Sabiq, Dr. Muamar, Dr. Bashori Alwi, Dr. Choirun Nizar, C.Dr. Muhajir, C.Dr. Misbahus Surur, C.Dr. Syaiful Mujab, C.Dr. Faiz Faricha.
13. Bu Nginayatul Khasanah (Dosen Bahasa Arab IAINU Kebumen) yang banyak membantu penulisan bahasa Arab dan juga kepada semua pihak yang tidak bisa kami sebutkan satu persatu, kami ucapkan terimakasih, jazakumullah khairan katsiran.

Demikian kata pengantar ini, sudah barang tentu dalam penulisan disertasi ini masih banyak kekurangan dan kesalahannya. Untuk itu dengan kerendahan hati kami sangat terbuka atas semua masukan, kritik dan juga saran. Mudah-mudahan tulisan ini bisa membawa manfaat untuk kita semua.

Semarang, 17 September 2022

Maryanto

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN KEASLIAN	ii
PENGESAHAN	iii
NOTA PEMBIMBING	iv
PENGESAHAN UJIAN TERBUKA	v
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
تجريد	viii
TRANSLITERASI	ix
KATA PENGANTAR	x
DAFTAR ISI	xiv
DAFTAR TABEL	xviii
DAFTAR GAMBAR	xx
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	13
C. Tujuan dan Manfaat Penelitian	13
D. Kajian Pustaka	14
E. Kerangka Teori	24
F. Hipotesis	27

BAB II LANDASAN TEORI

A. Bulan	28
1. Karakteristik Bulan	29
2. Orbit Bulan	31
3. Fase Bulan	36
4. Sistem Bumi-Bulan-Matahari	39
B. Ijtimak	41
C. Kedudukan Waktu Ijtimak Pada Penentuan Awal Bulan Hijriah	47
D. Algoritma Jean Meeus dalam Perhitungan Waktu Ijtimak (Fase Bulan Baru atau New Moon)	64
1. Biografi Jean Meeus	64
2. Algoritma Perhitungan Fase Ijtimak Metode Jean Meeus	65
3. Karakteristik Koefisien Suku Koreksi Fase Bulan Baru Algoritma Jean Meeus	70
E. Regresi Linier	72
1. Sejarah Regresi Linier	72
2. Pengantar Regresi Linier	73
3. Persamaan Garis Lurus	80
4. Analisis Regresi Linier	84
5. Regresi Linier Berganda	90
6. Kelebihan dan Kelemahan Regresi	93
7. Analisis Korelasi	94

BAB III METODE PENELITIAN

A. Jenis dan Pendekatan Penelitian	95
B. Variabel Penelitian	96
C. Populasi, Sampel dan Teknik Pengumpulan Data	99
D. Teknik Analisis Data Regresi Linier Satu Variabel ...	100
E. Teknik Analisis Data dengan Regresi Linier Berganda	111
F. Metode Pencarian Suku Koreksi Fase Ijtimak Terbaik	113

BAB IV AKURASI KOEFISIEN SUKU KOREKSI HASIL METODE REGRESI LINIER UNTUK PERHITUNGAN WAKTU IJTIMAK

A. Koefisien Suku Koreksi Fase Ijtimak dengan Metode Regresi Linier Satu Variabel	117
B. Perbandingan Koefisien Suku Koreksi Hasil Regresi Satu Variabel, Regresi Berganda dan Suku Koreksi Jean Meeus	197
C. Akurasi Perhitungan Fase Ijtimak Menggunakan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus dan Komparasinya dengan Moshier	203
D. Akurasi Perhitungan Fase Ijtimak Menggunakan Koefisien Suku Koreksi Hasil Regresi Linier serta Komparasinya dengan Moshier	204

E. Akurasi Perhitungan Fase Ijtimak Menggunakan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus dan Komparasinya dengan Accurate Time	205
F. Akurasi Perhitungan Fase Ijtimak Menggunakan Koefisien Suku Koreksi Hasil Regresi Linier dan Komparasinya dengan Accurate Time	206
G. Akurasi Perhitungan Fase Ijtimak Menggunakan Accurate Time dan Komparasinya dengan Moshier	207
H. Rangkuman Komparasi Hasil Perhitungan Fase Ijtimak	208

BAB V PENUTUP

A. Kesimpulan	213
B. Saran-saran	214

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR RIWAYAT PENDIDIKAN

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Koefisien Suku Koreksi Fase Ijtimak Jean Meeus	70
Tabel 4.1	Rangkuman Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel dengan 3.520 Data	142
Tabel 4.2	Rangkuman Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel dengan 5.530 Data	168
Tabel 4.3	Rangkuman Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel dengan 9.524 Data	194
Tabel 4.4	Koefisien Suku Koreksi Hasil Regresi Berganda ..	196
Tabel 4.5	Koefisien Suku Koreksi Fase Ijtimak Hasil Metode Regresi Linier Berganda	196
Tabel 4.6	Perbandingan Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Berganda dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus	198
Tabel 4.7	Perbandingan Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel 3.520 Data dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus	199
Tabel 4.8	Perbandingan Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel 5.534 Data dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus	200

Tabel 4.9	Perbandingan Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel 9.524 Data dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus	202
Tabel 4.10	Perbandingan Perhitungan Waktu Ijtimak yang diperoleh dari Koefisien Hasil Regresi dengan Moshier	205
Tabel 4.11	Perbandingan Perhitungan Waktu Ijtimak yang diperoleh dari Koefisien Hasil Regresi dengan Accurate Time	207
Tabel 4.12	Komparasi Hasil Perhitungan Fase Ijtimak	208
Tabel 4.13	Koefisien Suku Koreksi Fase Ijtimak Hasil Regresi Berganda sebagai Koefisien Alternatif Pengganti Koefisien Suku Koreksi Fase Ijtimak Jean Meeus	209

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1	Regresi $JDE_{terkoreksi} - JDE_{rata-rata}$ dan $\sin M'$	10
Gambar 1.2	Perhitungan Regresi Koefisien 2	11
Gambar 2.1	Gambar Lintasan Ellips Planet Mengitari Matahari	32
Gambar 2.2	Ilustrasi Hukum II Kepler	34
Gambar 2.3	Elemen Orbit Bulan	36
Gambar 2.4	Fase Bulan	39
Gambar 2.5	Sistem Bumi-Matahari	40
Gambar 2.6	Ilustrasi Peredaran Bumi Dan Bulan Terhadap Matahari	43
Gambar 2.7	Orbit Elemen yang Terlibat dalam Perhitungan Algoritma Jean Meeus	66
Gambar 2.8	Persamaan Garis Lurus Dengan Gradien Negative	81
Gambar 2.9	Persamaan Garis Lurus Dengan Gradien Positif	81
Gambar 2.10	Persamaan Garis Lurus Dengan Gradien Nol	82
Gambar 2.11	Contoh Plot Scatter antara Variabel Tinggi Badan dan Berat Badan	85
Gambar 2.12	Pilihan Garis yang Menggambarkan Hubungan Variabel Tinggi Badan Dan Variabel Berat Badan	86

Gambar 2.13 Ilustrasi Garis yang Memiliki Jarak Terdekat Dengan Semua Titik	88
Gambar 3.1 Alur Pencarian Suku Koreksi Fase Ijtimak dengan Metode Regresi Linier Satu Variabel	115
Gambar 3.2 Alur Pencarian Suku Koreksi Fase Ijtimak dengan Metode Regresi Linier Variabel Berganda	116
Gambar 4.1 Regresi Selisih1 dengan $\sin M'$ 3.520 data	117
Gambar 4.2 Regresi Selisih2 dengan $E \cdot \sin M$ 3.520 data	118
Gambar 4.3 Regresi Selisih3 dengan $\sin 2M'$ 3.520 data	119
Gambar 4.4 Regresi Selisih4 dengan $\sin 2F$ 3.520 data	120
Gambar 4.5 Regresi Selisih5 dengan $E \cdot \sin(M' - M)$ 3.520 data	121
Gambar 4.6 Regresi Selisih6 dengan $E \cdot \sin(M' + M)$ 3.520 data	122
Gambar 4.7 Regresi Selisih7 dengan $E^2 \cdot \sin(2M)$ 3.520 data	123
Gambar 4.8 Regresi Selisih8 dengan $\sin(M' - 2F)$ 3.520 data	124
Gambar 4.9 Regresi Selisih9 dengan $\sin(M' + 2F)$ 3.520 data	125
Gambar 4.10 Regresi Selisih10 dengan $E \cdot \sin(2M' + M)$ 3.520 data	126
Gambar 4.11 Regresi Selisih11 dengan $\sin(3M')$ 3.520 data	127

Gambar 4.12 Regresi Selisih12 dengan $E. \sin(M + 2F)$ 3.520 data	128
Gambar 4.13 Regresi Selisih13 dengan $E. \sin(M - 2F)$ 3.520 data	129
Gambar 4.14 Regresi Selisih14 dengan $E. \sin(2M' - M)$ 3.520 data	130
Gambar 4.15 Regresi Selisih15 dengan $\sin(\Omega)$ 3.520 data	131
Gambar 4.16 Regresi Selisih16 dengan $\sin(M' + 2M)$ 3.520 data	132
Gambar 4.17 Regresi Selisih17 dengan $\sin(2M' - 2F)$ 3.520 data	133
Gambar 4.18 Regresi Selisih18 dengan $\sin(3M)$ 3.520 data	134
Gambar 4.19 Regresi Selisih19 dengan $\sin(3M' + M - 2F)$ 3.520 data	135
Gambar 4.20 Regresi Selisih20 dengan $\sin(2M' + 2F)$ 3.520 data	136
Gambar 4.21 Regresi Selisih21 dengan $\sin(M' + M + 2F)$ 3.520 data	137
Gambar 4.22 Regresi Selisih22 dengan $\sin(M' - M + 2F)$ 3.520 data	138
Gambar 4.23 Regresi Selisih23 dengan $\sin(M' - M - 2F)$ 3.520 data	139
Gambar 4.24 Regresi Selisih24 dengan $\sin(3M' + M)$ 3.520 data	140

Gambar 4.25 Regresi Selisih25 dengan $\sin(4M')$ 3.520 data	141
Gambar 4.26 Regresi Selisih1 dengan $\sin M'$ 5.530 data	142
Gambar 4.27 Regresi Selisih2 dengan $E. \sin M$ 5.530 data	143
Gambar 4.28 Regresi Selisih3 dengan $\sin 2M'$ 5.530 data	144
Gambar 4.29 Regresi Selisih4 dengan $\sin 2F$ 5.530 data	145
Gambar 4.30 Regresi Selisih5 dengan $E. \sin(M' - M)$ 5.530 data	146
Gambar 4.31 Regresi Selisih6 dengan $E. \sin(M' + M)$ 5.530 data	147
Gambar 4.32 Regresi Selisih7 dengan $E^2. \sin 2M$ 5.530 data	148
Gambar 4.33 Regresi Selisih8 dengan $\sin(M' - 2F)$ 5.530 data	149
Gambar 4.34 Regresi Selisih9 dengan $\sin(M' + 2F)$ 5.530 data	150
Gambar 4.35 Regresi Selisih10 dengan $E. \sin(2M' + M)$ 5.530 data	151
Gambar 4.36 Regresi Selisih11 dengan $\sin 3M'$ 5.530 data	152
Gambar 4.37 Regresi Selisih12 dengan $E. \sin(M + 2F)$ 5.530 data	153
Gambar 4.38 Regresi Selisih13 dengan $E. \sin(M + 2F)$ 5.530 data	154
Gambar 4.39 Regresi Selisih14 dengan $E. \sin(M + 2F)$ 5.530 data	155
Gambar 4.40 Regresi Selisih15 dengan $\sin \Omega$ 5.530 data	156

Gambar 4.41 Regresi Selisih16 dengan $\sin(M' + 2M)$ 5.530 data	157
Gambar 4.42 Regresi Selisih17 dengan $\sin(2M' - 2F)$ 5.530 data	158
Gambar 4.43 Regresi Selisih18 dengan $\sin 3M$ 5.530 data	159
Gambar 4.44 Regresi Selisih19 dengan $\sin(M' + M - 2F)$ 5.530 data	160
Gambar 4.45 Regresi Selisih20 dengan $\sin(2M' + 2F)$ 5.530 data	161
Gambar 4.46 Regresi Selisih21 dengan $\sin(M' + M + 2F)$ 5.530 data	162
Gambar 4.47 Regresi Selisih22 dengan $\sin(M' - M + 2F)$ 5.530 data	163
Gambar 4.48 Regresi Selisih23 dengan $\sin(M' - M - 2F)$ 5.530 data	164
Gambar 4.49 Regresi Selisih24 dengan $\sin(3M' + M)$ 5.530 data	165
Gambar 4.50 Regresi Selisih25 dengan $\sin 4M'$ 5.530 data	166
Gambar 4.51 Regresi data <i>Selisih1</i> dengan $\sin M'$	167
Gambar 4.52 Regresi data <i>Selisih2</i> dengan $E. \sin M$	168
Gambar 4.53 Regresi <i>Selisih3</i> dengan $\sin 2M'$	169
Gambar 4.54 Regresi <i>Selisih4</i> dengan $\sin 2F$	170
Gambar 4.55 Regresi <i>Selisih5</i> dengan $E. \sin(M' - M)$	171
Gambar 4.56 Regresi Selisih6 dengan $E. \sin(M' + M)$	172
Gambar 4.57 Regresi Selisih7 dengan $E^2 \sin 2M$	173

Gambar 4.58 Regresi Selisih8 dengan $\sin(M' - 2F)$	174
Gambar 4.59 Regresi Selisih9 dengan $\sin(M' + 2F)$	175
Gambar 4.60 Regresi Selisih10 dengan $E. \sin(2M' + M)$	176
Gambar 4.61 Regresi Selisih11 dengan $\sin 3M'$	177
Gambar 4.62 Regresi Selisih12 dengan $E. \sin(M + 2F)$	178
Gambar 4.63 Regresi Selisih13 dengan $E. \sin(M - 2F)$	179
Gambar 4.64 Regresi Selisih14 dengan $E. \sin(2M' - M)$	180
Gambar 4.65 Regresi Selisih15 dengan $\sin \Omega$	181
Gambar 4.66 Regresi Selisih16 dengan $\sin(M' + 2M)$	182
Gambar 4.67 Regresi Selisih17 dengan $\sin(2M' - 2F)$	183
Gambar 4.68 Regresi Selisih18 dengan $\sin(3M)$	184
Gambar 4.69 Regresi Selisih19 dengan $\sin(M' + M - 2F)$	185
Gambar 4.70 Regresi Selisih20 dengan $\sin(2M' + 2F)$	186
Gambar 4.71 Regresi Selisih21 dengan $\sin(M' + M + 2F)$	187
Gambar 4.72 Regresi Selisih22 dengan $\sin(M' - M + 2F)$	188
Gambar 4.73 Regresi Selisih23 dengan $\sin(M' - M - 2F)$	189
Gambar 4.74 Regresi Selisih24 dengan $\sin(3M' + M)$	190
Gambar 4.75 Regresi Selisih25 dengan $\sin 4M'$	191

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Bagi umat Islam pengembangan astronomi bukanlah semata-mata untuk pengembangan ilmu pengetahuan, tetapi juga untuk tujuan ibadah. Umat Islam termotivasi untuk terus mengembangkan ilmu astronomi dalam rangka untuk menyempurnakan ibadahnya. Motivasi ini disebut sebagai motivasi teistik.¹ Salah satu kajian yang dibahas dalam astronomi Islam adalah fase Bulan. Fase Bulan ada empat yaitu fase Bulan baru (*new Moon*), fase kuartier pertama (*first quarter*), fase Bulan penuh (*full Moon*), dan fase kuartier akhir (*last quarter*). Fase-fase ini terjadi diakibatkan oleh kedudukan bujur geosentrik Bulan terhadap bujur geosentrik Matahari.² Fase Bulan baru (*new Moon*) atau ijtimak adalah fase pada saat bujur geosentrik Bulan sama dengan bujur geosentrik Matahari.³

Fase Bulan baru (*new Moon*) atau ijtimak sangat penting bagi perhitungan awal bulan hijriah karena semua sepakat bahwa peristiwa ijtimak merupakan batas penentuan secara astronomis antara bulan hijriah yang sedang berlangsung dan bulan hijriah berikutnya. Ahli astronomi sering menyebut ijtimak atau konjungsi

¹ Noeng Muhadjir, *Filsafat Ilmu Edisi 5 Pengembangan 2015*, (Yogyakarta: Rake Sarasin, 2015), 110.

² Jean Meeus, *Astronomical Algorithm Second Edition*, (Virginia: Willman-Bell, 1998), 349.

³ Susiknan Azhari, *Ensiklopedi Hisab Rukyat*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2012), 93.

(*conjunction*) atau *new Moon* sebagai awal perhitungan bulan baru.⁴ Gerhana matahari juga terjadi pada saat ijtimak (konjungsi),⁵ tetapi tidak setiap ijtimak terjadi gerhana Matahari, sehingga untuk mengetahui kemungkinan terjadinya gerhana Matahari harus tahu kapan terjadinya ijtimak.

Kaitan antara waktu terjadinya ijtimak dengan awal bulan hijriah ada beberapa pandangan. Pertama, kelompok yang berpandangan dengan fase ijtimak. Kedua, kelompok yang berpandangan dengan posisi hilal. Kelompok pertama beranggapan bahwa jika ijtimak terjadi sebelum Matahari terbenam, maka sejak setelah Matahari terbenam itulah awal bulan hijriah dimulai. Kelompok yang kedua berpedoman jika pada saat Matahari terbenam posisi hilal sudah berada di atas ufuk, maka sejak Matahari terbenam itulah Bulan baru mulai dihitung. Kelompok yang kedua ini masih terbagi lagi menjadi tiga yaitu: kelompok yang berpegang pada ufuk hakiki, kelompok yang berpegang pada ufuk mar'i, dan kelompok yang berpegang pada imkanurrukyat.⁶ Kelompok yang berpandangan dengan posisi hilal, sebelum melakukan rukyatul hilal juga melakukan perhitungan kapan terjadinya ijtimak terlebih dahulu kemudian menghitung tinggi hilal serta posisi Bulan baru kemudian melakukan rukyatul hilal. Fase Bulan baru (*new Moon*) atau ijtimak

⁴ Azhari, *Ensiklopedi Hisab Rukyat*, 94.

⁵ Muhyiddin Khazin, *Ilmu Falak Dalam Teori dan Praktek*, (Yogyakarta: Buana Pustaka, 2004), 185.

⁶ Tim Hisab Rukyat Kemenag RI, *Almanak Hisab Rukyat*, (Jakarta: Proyek Pembinaan Badan Peradilan Agama Islam, Badan Hisab dan Rukyat Departemen Agama, 1981), 99 – 100.

secara perhitungan digunakan oleh kedua kelompok di atas baik penganut ijtihak murni maupun penganut posisi hilal. Metode perhitungan kapan terjadinya ijtihak cukup beragam dengan berbagai tingkat akurasi. Salah satu metode yang cukup populer adalah algoritma Jean Meeus.

Algoritma Jean Meeus cukup populer di kalangan ahli falak dan tidak sedikit yang menggunakannya, salah satunya algoritma dalam penentuan fase bulan. Algoritma penentuan fase bulan menurut Jean Meeus berdasarkan pada teori ELP-2000/82⁷ dan teori VSOP87⁸. Teori ELP-2000/82 digunakan untuk penentuan bujur Bulan, lintang Bulan, jarak Bulan dan atribut lain yang terkait dengan Bulan, sedangkan teori VSOP87 digunakan untuk penentuan bujur Matahari, lintang Matahari dan atribut lain yang terkait dengan

⁷ELP kepanjangannya adalah *Ephemeride Lunaire Parisienne* adalah teori bulan yang dikembangkan oleh Jean Chapront, Michelle Chapront-Touzé, dan lainnya di Bureau des Longitudes Prancis pada 1970-an hingga 1990-an. ELP memberikan barisan ekspansi elemen orbital dan koordinat Bulan. Para penulis menyebutnya sebagai teori "semi-analitis" karena mereka mengembangkan ekspresi mereka tidak murni secara simbolis, tetapi memperkenalkan nilai numerik untuk konstanta orbital sejak awal; tetapi mereka juga membangun turunan parsial dari semua istilah sehubungan dengan konstanta ini, sehingga mereka dapat melakukan koreksi setelahnya untuk mencapai solusi akhir.

⁸VSOP (kepanjangan dalam bahasa Prancis: *Variations Séculaires des Orbites Planétaires*) adalah sebuah teori semi analitik tentang planet dikembangkan oleh P. Bretagnon dan G. Francou di Bureau des Longitudes Prancis. VSOP berisi model matematika yang menggambarkan perubahan jangka panjang (variasi sekuler) dalam orbit planet Merkurius ke Neptunus. Model ilmiah modern paling awal hanya mempertimbangkan gaya tarik gravitasi antara Matahari dan setiap planet, dengan orbit yang dihasilkan adalah elips yang tidak berubah sebagaimana teori Kepler. Pada kenyataannya, semua planet mengerahkan sedikit gaya satu sama lain, menyebabkan perubahan lambat dalam bentuk dan orientasi elips ini. Model analitik yang semakin kompleks telah dibuat dari penyimpangan ini, serta metode perkiraan numerik yang efisien dan akurat.

Matahari.⁹ Secara akurasi algoritma Jean Meeus jika dibandingkan dengan teori VSOP87 dan ELP-2000/82 memiliki rata-rata selisih 4 detik, walaupun langkah pengerjaannya lebih ringkas dibandingkan dengan teori asal yang menjadi pijakan, yaitu teori VSOP87 dan ELP-2000/82. Suku koreksi yang digunakan dalam Algoritma Jean Meeus tidak mencapai ratusan, berbeda dengan metode VSOP87 dan ELP-2000/82 yang suku koreksinya mencapai ribuan. Disinilah letak menariknya mengapa dengan suku koreksi yang relatif sedikit tingkat akurasinya masih tinggi, tetapi sayangnya di dalam buku Jean Meeus sendiri tidak diuraikan asal muasal darimana Jean Meeus mendapatkan suku-suku koreksi tersebut. Algoritma ELP-2000/82 dan VSOP87 sampai hari ini menjadi rujukan dan standar untuk akurasi perhitungan dalam ilmu falak, termasuk Jean Meeus sendiri membandingkan akurasi metodenya dengan ELP-2000/82 dan VSOP87. Salah satu aplikasi yang menggunakan algoritma ELP dan VSOP adalah aplikasi *Accurate Time* yang dibuat oleh Muhammad Odeh.¹⁰ Jika dibandingkan dengan metode ELP-2000/82 dan metode VSOP87, maka algoritma Jean Meeus masih ada erornya walaupun dalam satuan detik.¹¹ Dengan rata-rata eror atau selisih untuk fase Bulan baru adalah 4 detik. Hal ini juga diakui sendiri oleh Jean Meeus bahwa jika tidak menginginkan akurasi yang sangat tinggi maka algoritmanya bisa digunakan.¹²

⁹Meeus, *Astronomical Algorithm*, 349.

¹⁰Rinto Anugraha, *Mekanika Benda Langit*, (Yogyakarta: Jurusan Fisika Fakultas MIPA UGM, 2012), PDF e-book, Bab 7.

¹¹Meeus, *Astronomical Algorithm*, 354.

¹²Meeus, *Astronomical Algorithm*, 349.

Sebagai analisis pendahuluan perlu dicermati bagaimana Langkah untuk mencari kapan terjadinya fase ijtimak atau fase *new Moon* menurut Jean Meeus secara garis besar langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Menentukan k

$$k = (\text{tahun} - 2000) * 12,3685 \dots\dots\dots(1.1)$$

2. Menentukan JDE (*Julian Ephemeris Day*)¹³ rata-rata yang dirumuskan sebagai berikut:¹⁴

$$JDE = 2451550,09766 + 29,530588861 k + 0,00015437 T^2 - 0,000000150 T^3 + 0,00000000073 T^4 \dots\dots\dots(1.2)$$

Dengan $k = 0$ adalah untuk *new moon* pada 6 Januari tahun 2000, sedangkan untuk *new moon* sebelum tahun 2000 nilai $k = -1, -2, -3, \dots$ dst.

Dengan $T = \frac{k}{1236,85}$

3. Menghitung suku koreksi fase Bulan baru (*new moon*)

Setelah didapatkan JDE rata-rata pada persamaan (1.2) kemudian ditambahkan dengan suku koreksi fase Bulan baru.

¹³Sesuai dengan buku *Astronomical Algorithm* karya Jean Meeus, penulisan *Julian Ephemeris Day* ditulis JDE bukan JED (lihat halaman 59 buku tersebut).

¹⁴Waktu-waktu terjadinya rata-rata fase Bulan yang sudah memperhitungkan pengaruh aberasi Matahari dan Bulan, serta waktu perjalanan Bulan sampai pada pengamat (*moon's light time*). (Lihat Jean Meeus, *Astronomical Algorithm*, 349). Aberasi adalah pergeseran kecil posisi benda langit karena faktor kecepatan cahaya (Lihat Rinto Anugraha, *Mekanika Benda Langit*, 70).

Rumusan yang digunakan oleh Jean Meeus untuk suku koreksi fase Bulan baru adalah sebagai berikut:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6 + C_7 + C_8 + C_9 + C_{10} + C_{11} + C_{12} + C_{13} + C_{14} + C_{15} + C_{16} + C_{17} + C_{18} + C_{19} + C_{20} + C_{21} + C_{22} + C_{23} + C_{24} + C_{25} \dots\dots\dots(1.3)$$

Keterangan:

C = jumlah suku koreksi (semua dalam satuan hari)

$$C_1 = -0,40720 \sin M'$$

$$C_2 = 0,17241 E \sin M$$

$$C_3 = 0,01608 \sin 2M'$$

$$C_4 = 0,01039 \sin 2F$$

$$C_5 = 0,00739 E \sin(M' - M)$$

$$C_6 = -0,00514 E \sin(M' + M)$$

$$C_7 = 0,00208 E^2 \sin 2M$$

$$C_8 = -0,00111 \sin(M' - 2F)$$

$$C_9 = -0,00057 \sin(M' + 2F)$$

$$C_{10} = 0,00056 E \sin(2M' + M)$$

$$C_{11} = -0,00042 \sin 3M'$$

$$C_{12} = 0,00042 E \sin(M + 2F)$$

$$C_{13} = 0,00038 E \sin(M - 2F)$$

$$C_{14} = -0,00024 E \sin(2M' - M)$$

$$C_{15} = -0,00017 \sin \Omega$$

$$C_{16} = -0,00007 \sin(M' + 2M)$$

$$C_{17} = 0,00004 \sin(2M' - 2F)$$

$$C_{18} = 0,00004 \sin 3M$$

$$C_{19} = 0,00003 \sin(M' + M - 2F)$$

$$C_{20} = 0,00003 \sin(2M' + 2F)$$

$$C_{21} = -0,00003 \sin(M' + M + 2F)$$

$$C_{22} = 0,00003 \sin(M' - M + 2F)$$

$$C_{23} = -0,00002 \sin(M' - M - 2F)$$

$$C_{24} = -0,00002 \sin(3M' + M)$$

$$C_{25} = 0,00002 \sin 4M'$$

M adalah rata-rata anomali Matahari pada saat JDE .¹⁵

M' adalah rata-rata anomali Bulan pada saat JDE .¹⁶

F adalah lintang argument Bulan.

E adalah anomali eksentrik.

Ω adalah bujur *ascending node* Bulan.¹⁷

Koefisien dari suku koreksi yang pertama (C_1) sampai dengan suku koreksi yang ke-25 (C_{25}) secara nilai mutlak memiliki karakteristik yang menarik yaitu nilai mutlaknya menurun. Misalnya koefisien untuk $C_1 = 0,40720$; $C_2 = 0,17241$; $C_3 = 0,01608$ dan seterusnya sampai C_{25} . Jean Meeus di dalam bukunya tidak menyebutkan darimana koefisien itu dan bagaimana mendapatkan

¹⁵Rata-rata Anomali Matahari adalah posisi Matahari jika mengikuti orbit melingkar dengan kecepatan konstan.

¹⁶Rata-rata Anomali Bulan adalah posisi Bulan jika mengikuti orbit melingkar dengan kecepatan konstan. Secara umum *mean anomaly* baik Matahari maupun Bulan adalah sudut yang dibentuk oleh benda yang mengorbit pada pusat orbit melingkar dan sumbu utama orbital dengan kecepatan konstan. (Lihat J.L. Lawrence, *Celestial Calculations: A Gentle Introduction to Computational Astronomy*, (Cambridge: The MIT Press, 2018), 357. Anomali rata-rata adalah jarak sudut dari perihelion yang akan dimiliki planet jika bergerak mengelilingi matahari dengan konstan (Lihat Jean Meeus, *Astronomical Algorithm*, 194)

¹⁷*Ascending node* Bulan adalah titik naik dalam orbit Bulan di atas bidang referensinya.

koefisien itu, serta tidak menyebutkan bagaimana nalar pembentukan rumus perhitungan fase ijtimak atau Bulan baru. Dari sinilah menarik untuk diteliti, apakah koefisien ini adalah satu-satunya koefisien yang bisa digunakan? Algoritma Jean Meeus ini memiliki akurasi yang mendekati *Accurate Time*. Rata-rata selisih hasil perhitungan fase Bulan baru dengan *Accurate Time* adalah 4 detik.¹⁸

Selain itu menarik untuk menganalisis bagaimana karakter data suku koreksi secara runtun waktu, oleh karena itu dilakukan analisis pendahuluan dengan memandang algoritma penentuan fase Bulan baru yang ada di buku Jean Meeus adalah sebagai berikut:

$$JDE_{terkoreksi} = JDE_{rata-rata} + Suku_{koreksi} \dots\dots\dots(1.3)$$

Dimana $JDE_{rata-rata}$ adalah rumus pada persamaan (1.1), sedangkan koreksi adalah rumus pada persamaan (1.2). Misalnya jika mengganti $Suku_{koreksi}$ dengan C_1 maka persamaan (1.3) menjadi:

$$JDE_{terkoreksi} = JDE_{rata-rata} + (-0,40720 \sin M') \dots\dots\dots(1.4)$$

$$JDE_{terkoreksi} - JDE_{rata-rata} = -0,40720 \sin M'$$

Dari persamaan (1.4) di atas jika koefisien -0,40720 diasumsikan belum tahu dan disimbolkan dengan k_1 maka persamaan (1.4) bisa ditulis menjadi:

$$JDE_{terkoreksi} - JDE_{rata-rata} = k_1 \sin M' \dots\dots\dots(1.5)$$

¹⁸ Hasil penyelidikan dengan menggunakan sampel 1000 bulan.

Dari persamaan (1.5) ini bisa diasumsikan sebagai bentuk persamaan linier berikut:

$$y = mx \quad \dots\dots\dots(1.6)$$

m adalah koefisien k_1

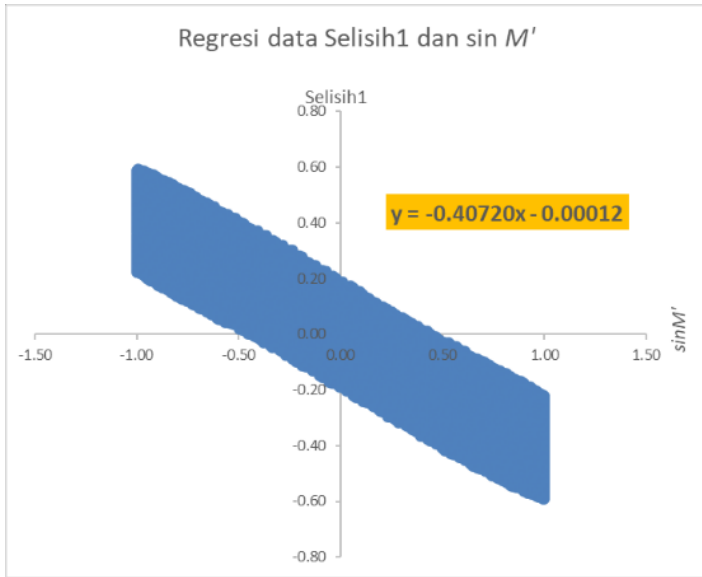
y adalah selisih $JDE_{terkoreksi} - JDE_{rata-rata}$

x adalah $\sin M'$.

Nilai m bisa dipandang sebagai gradien atau tingkat kemiringan garis. Jika $y = mx$ dipandang sebagai persamaan regresi linier, maka m bisa dicari dengan persamaan regresi linier. Jika dipunyai data y dan data x maka bisa dicari besarnya koefisien m dengan meregresikan data y dan x . Dengan analogi tersebut, jika dipunyai sekumpulan data $JDE_{terkoreksi}$, $JDE_{rata-rata}$ dan $\sin M'$ maka bisa dilakukan regresi antara $JDE_{terkoreksi} - JDE_{rata-rata}$ dengan data $\sin M'$, sehingga didapatkan nilai k_1 . Jika $JDE_{terkoreksi} - JDE_{rata-rata} = Selisih_1$, maka bentuk persamaan (1.5) bisa disederhanakan menjadi persamaan sebagai berikut:

$$Selisih_1 = k_1 \sin M' \quad \dots\dots\dots(1.7)$$

Eksperimen pendahuluan dilakukan dengan menggunakan data $Selisih_1$ sebagai variabel y dan data $\sin M'$ sebagai variabel x dari tahun 1627 – 2397 kemudian diregresikan, didapatkan hasil sebagai berikut:



Gambar 1.1 Regresi $JDE_{terkoreksi} - JDE_{rata-rata}$ dan $\sin M'$

Berdasarkan hasil regresi pada Gambar 1.1 didapatkan persamaan regresi sebagai berikut:

$$y = -0.40720x - 0.00012 \quad \dots\dots\dots(1.8)$$

Berdasarkan hasil regresi pada persamaan (1.8) didapat koefisien sebesar -0,40720. Koefisien ini adalah koefisien k_1 yang merupakan koefisien dari $\sin M'$. Koefisien ini ternyata sama dengan koefisien yang ada di Jean Meeus, yaitu -0,40720.

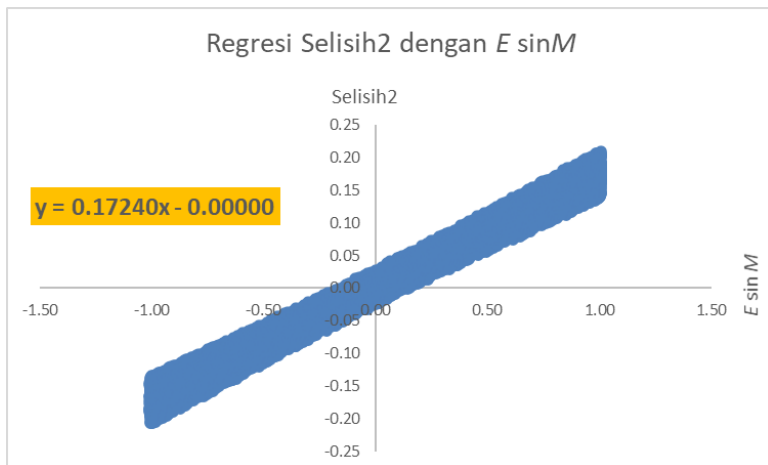
Selanjutnya mencari koefisien k_2 menggunakan persamaan (1.7) ditambah $C_2 = k_2E \sin M$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow Selisih_1 &= k_1 \sin M' + C_2 \\ \Leftrightarrow Selisih_1 - k_1 \sin M' &= k_2E \sin M \quad \dots\dots\dots(1.9) \end{aligned}$$

Dengan mengganti $Selisih_1 - k_1 \sin M'$ sebagai $Selisih_2$ maka didapat

$$\Leftrightarrow Selisih_2 = k_2 E \sin M \quad \dots\dots\dots(1.10)$$

Kemudian dilakukan perhitungan regresi pada persamaan (1.10) dengan data $E \sin M$ sebagai variabel x dan data $Selisih_2$ sebagai variabel y dengan data dari tahun 1627 – 2397¹⁹ untuk mendapatkan koefisien k_2 . Didapatkan hasil sebagai berikut:



Gambar 1.2. Perhitungan regresi koefisien 2

Berdasarkan hasil perhitungan regresi di atas didapatkan koefisien k_2 yaitu koefisien dari $\sin M$ sebesar 0,17240. Koefisien ini hampir sama dengan koefisien yang ada di buku Jean Meeus untuk variabel $\sin M$ yaitu sebesar 0,17241, hanya selisih 0,00001 dalam satuan hari. Jika dikonversi ke detik sama dengan 0,864 detik, sangat kecil.

¹⁹ Pilihan tahun untuk analisis pendahuluan ini tidak ada syarat khusus, bisa dilakukan dari tahun mana saja.

Berdasarkan dua sampel eksperimen pendahuluan dengan analisis runtun waktu regresi didapatkan koefisien suku koreksi yang relatif sama dengan koefisien Jean Meeus. Muncul dugaan apakah untuk mencari koefisien suku koreksi bisa dengan mengasumsikan bahwa koefisien suku koreksi sebagai gradien. Jika koefisien suku koreksi bisa dianggap sebagai gradien, maka seharusnya bisa dicari dengan regresi linier. Sehingga selanjutnya muncul pertanyaan apakah analisis regresi linier untuk suku koreksi yang lain yaitu C_3 sampai dengan C_{25} juga menghasilkan koefisien yang akurasiya mendekati koefisien Jean Meeus. Dua sampel eksperimen di atas baru dengan metode regresi linier satu variabel, maka muncul pertanyaan bagaimana jika didekati dengan regresi linier variabel berganda. Apakah hasilnya juga akan mendekati koefisien suku koreksi Jean Meeus? Oleh karena itu disertasi ini akan mengkaji apakah metode analisis regresi linier baik satu variabel maupun variabel berganda bisa digunakan untuk mendapatkan koefisien suku koreksi fase ijtimak atau fase Bulan baru. Jika bisa, maka seberapa besar tingkat akurasiya jika diterapkan untuk menghitung kapan terjadinya ijtimak (*new Moon*) atau Bulan baru.

Berdasarkan latar belakang itulah akan dikaji bagaimana metode analisis regresi linier satu variabel dan variabel berganda untuk mendapatkan koefisien suku koreksi fase ijtimak atau fase Bulan baru pada algoritma Jean Meeus.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka rumusan masalah dalam disertasi ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana perhitungan waktu ijtimak awal bulan menggunakan algoritma Jean Meeus?
2. Bagaimana cara mendapatkan suku koreksi baru perhitungan waktu ijtimak algoritma Jean Meeus menggunakan regresi linier?
3. Bagaimana akurasi perhitungan waktu ijtimak awal bulan algoritma Jean Meeus dengan suku koreksi yang baru hasil regresi linier?

C. Tujuan dan Manfaat Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui bagaimana perhitungan waktu ijtimak awal bulan menggunakan algoritma Jean Meeus.
2. Mengetahui bagaimana cara mendapatkan suku koreksi baru perhitungan waktu ijtimak menggunakan regresi linier.
3. Mengetahui bagaimana akurasi perhitungan waktu ijtimak awal bulan algoritma Jean Meeus menggunakan suku koreksi baru hasil regresi linier.

Manfaat Teoritis

1. Bagi penulis, menambah pemahaman tentang algoritma yang dipakai oleh Jean Meeus dalam membentuk suku koreksi fase

ijtimak atau fase Bulan baru (*new Moon*) sehingga harapannya bisa membentuk suku koreksi alternatif yang lain.

2. Bagi ilmu pengetahuan, harapannya bisa menambah kajian ilmu falak yang tidak hanya berkuat pada level aplikasi tetapi merambah pada pembahasan secara matematis tentang bagaimana formula-formula yang dibangun dalam hisab ilmu falak.

Manfaat Praktis

1. Bagi peneliti lain, diharapkan dapat dijadikan acuan untuk penelitian lebih lanjut yang berkaitan dengan alternatif mendapatkan koefisien suku koreksi fase ijtimak atau fase Bulan baru (*new Moon*).
2. Bagi praktisi ilmu falak, diharapkan dapat dijadikan sebagai alternatif untuk membuat perhitungan fase ijtimak atau fase Bulan baru (*new Moon*) maupun untuk membuat aplikasi (*software*) menggunakan algoritma Jean Meeus terkoreksi.

D. Kajian Pustaka

Kajian pustaka dalam penelitian ini secara garis besar dibagi menjadi dua, *pertama* penelitian terdahulu, *kedua*: buku, jurnal, artikel koran, atau laporan penelitian yang relevan dengan penelitian disertasi.²⁰

Penelitian dalam bentuk jurnal tentang aplikasi regresi dalam astronomi, penelitian tentang algoritma Jean Meeus maupun tentang

²⁰Tim Perumus, *Panduan Penulisan Karya Tulis Ilmiah*, (Semarang: Pascasarjana Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang, 2016), 31

ijtimak atau *new Moon* sudah cukup banyak. Penelitian yang terkait dengan Jean Meeus berjudul Optimasi Kriteria Hisab di Indonesia Berdasarkan Posisi Matahari dan Bulan Menggunakan Algoritma Meeus. Penelitian ini ditulis oleh Andi Muh. Akhyar dan Rinto Anugraha.²¹ Rumusan masalah penelitian ini adalah bagaimana mengoptimasi kriteria hisab berdasarkan posisi Matahari dan Bulan menggunakan algoritma Jean Meeus. Senada dengan rumusan masalahnya, tujuan penelitian ini adalah mencari kriteria hisab yang paling optimal berdasarkan posisi Matahari dan posisi Bulan menggunakan algoritma Jean Meeus. Fokus penelitian ini adalah mencari kriteria hilal terbaik, didapatkan kriteria terbaiknya adalah kriteria MABIMS. Berdasarkan hal tersebut maka ada perbedaan dengan tujuan serta fokus disertasi ini, disertasi ini fokus pada mencari suku koreksi untuk perhitungan waktu ijtimak menggunakan algoritma Jean Meeus.

Penelitian lain yang membahas tentang Algoritma Jean Meeus dalam bentuk jurnal nasional juga bisa diakses di portal garuda kemenristekdikti <http://garuda.ristekdikti.go.id>. Di antaranya yang ditulis oleh Arif Agus P, Sugeng Rianto, dan Abdurrouf yang berjudul Pembuatan Aplikasi untuk Menentukan Fase dan Visibilitas Bulan dengan Menggunakan Algoritma Jean Meeus.²² Rumusan

²¹Akhyar, Andi Muh & Rinto Anugraha, "Optimasi Kriteria Hisab di Indonesia Berdasarkan Posisi Matahari dan Bulan Menggunakan Algoritma Meeus", *Prosiding Pertemuan Ilmiah XXIX HFI Jateng & DIY*, Yogyakarta 25 April 2015.

²²Arif Agus P dkk, "Pembuatan Aplikasi untuk Menentukan Fase dan Visibilitas Bulan dengan Menggunakan Algoritma Jean Meeus," *Physics Student*

masalahnya penelitian ini adalah bagaimana membuat aplikasi untuk menentukan fase dan visibilitas Bulan dengan menggunakan algoritma Jean Meeus. Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan output berupa aplikasi berbasis java untuk perhitungan fase dan visibilitas Bulan. Temuan dari penelitian ini adalah aplikasi yang menggunakan algoritma Jean Meeus ini memiliki hasil yang hampir sama dengan www.nasa.gov hanya berbeda dengan orde detik. Penelitian ini berfokus pada penerapan algoritma Jean Meeus, sedangkan penelitian disertasi ini berfokus pada bagaimana mendapatkan suku koreksi baru untuk perhitungan fase ijtimak pada algoritma Jean Meeus. Jadi penelitian pada jurnal di atas dengan disertasi ini memiliki perbedaan.

Penelitian lainnya oleh Reza Akbar yang berjudul Perhitungan Data Ephemeris Koordinat Matahari Menggunakan Algoritma Jean Meeus Higher Accuracy dan Keterkaitannya dengan Pengembangan Ilmu Falak.²³ Rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana perhitungan data Matahari menggunakan algoritma Jean Meeus. Tujuan dari penelitian ini adalah menghitung data Matahari menggunakan algoritma Jean Meeus. Hasil dari penelitian ini adalah data-data Matahari, data Matahari yang dihitung adalah bujur ekliptika, lintang ekliptika, asensio rekta, deklinasi, jarak Bumi-

Journal Vol 1, No 1 Jurusan Fisika, Fakultas MIPA, Universitas Brawijaya (2013): 49 – 52, diakses 30 Maret 2019

²³Reza Akbar, “Perhitungan Data Ephemeris Koordinat Matahari Menggunakan Algoritma Jean Meeus Higher Accuracy dan Keterkaitannya dengan Pengembangan Ilmu Falak,” *Jurnal Ilmiah Islam Futura Vol. 16. No. 2* (2017): 166-187, diakses 11 April 2019, doi: <http://dx.doi.org/10.22373/jiif.v16i2.1509>

Matahari, semi diameter Matahari, kemiringan ekliptika, dan *equation of time*. Penelitian ini berfokus pada penerapan algoritma Jean Meeus, sedangkan penelitian disertasi yang dilakukan berfokus pada bagaimana mendapatkan suku koreksi baru untuk perhitungan fase ijtimak pada algoritma Jean Meeus. Jadi penelitian di atas dengan disertasi ini memiliki perbedaan.

Masih pada jurnal yang ditulis oleh Nursodik dengan judul Kajian Kriteria Hisab Global Turki dan Usulan Kriteria Baru MABIMS dengan Menggunakan Algoritma Jean Meeus.²⁴ Rumusan masalah dari penelitian ini adalah bagaimana perbandingan kesesuaian awal bulan hijriah kriteria baru MABIMS dan kriteria Turki dengan hasil rukyat, yang mana algoritma perhitungannya menggunakan algoritma Jean Meeus. Tujuan dari penelitian ini adalah mencari mencari kriteria terbaik yang bisa diimplementasikan di Indonesia. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa kriteria baru MABIMS lebih baik daripada kriteria Turki. Penelitian ini berfokus pada penerapan algoritma Jean Meeus perhitungan awal bulan hijriah dengan kriteria baru MABIMS dan kriteria Turki, sedangkan penelitian disertasi ini berfokus pada bagaimana mendapatkan suku koreksi baru untuk perhitungan fase ijtimak pada algoritma Jean Meeus. Jadi penelitian pada jurnal di atas dengan disertasi ini memiliki perbedaan.

²⁴Nursodik, "Kajian Kriteria Hisab Global Turki dan Usulan Kriteria Baru MABIMS dengan Menggunakan Algoritma Jean Meeus," *Al-Ahkam*, Vol 29 No. 1 (2018): 119-140, diakses 18 April 2019, doi: <http://dx.doi.org/10.21580/ahkam.2018.28.1.2353>.

Penelitian lain yang terdapat di jurnal, membahas tentang algoritma Jean Meeus yang ditulis oleh Mira Musrini Barmawi, Muhammad Ichwan, Rara Restu Lukito dengan judul Implementasi Algoritma Jean Meeus dalam Menentukan Waktu Shalat.²⁵ Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana implementasi algoritma Jean Meeus untuk menentukan waktu shalat kemudian dikomparasikan dengan *Accurate Times* karya Mohammad Odeh. Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan output berupa *adzan reminder*. Hasil dan temuan dari penelitian ini adalah aplikasi *adzan reminder* menggunakan software *raspberry pi*, dengan akurasi 97,3% jika dibandingkan dengan *accurate times*. Penelitian ini berfokus pada penerapan algoritma Jean Meeus perhitungan waktu shalat, sedangkan pada disertasi ini yang dilakukan berfokus pada bagaimana mendapatkan suku koreksi baru untuk perhitungan fase ijtimak untuk diterapkan menggunakan algoritma Jean Meeus. Jadi penelitian jurnal di atas dengan disertasi ini memiliki perbedaan. Berdasarkan keempat jurnal tersebut yang sudah membahas tentang aplikasi serta penerapan algoritma Jean Meeus, tetapi belum membahas tentang bagaimana mendapatkan koefisien-koefisien yang dipakai oleh Jean Meeus.

Penelitian jurnal yang berkaitan dengan penerapan regresi pada bidang kajian astronomi salah satunya yang ditulis oleh Michael G. Akritas dan Matthew A. Bershady yang berjudul *Linear Regression*

²⁵Mira Musrini Barmawi dkk, "Implementasi Algoritma Jean Meeus dalam Menentukan Waktu Shalat," *Jurusan Teknik Informatika, Fakultas Teknologi Industri Institut Teknologi Nasional Bandung* Vol. 2 No.1(20017): 26 – 33, diakses 18 April 2019, doi : <https://doi.org/10.26760/mindjournal>.

for Astronomical Data with Measurement Errors and Intrinsic Scatter.²⁶ Berkaitan dengan metode penaksir parameternya didalam jurnal ini menggunakan OLS (*Ordinary Least Square*) dan WLS (*Weighted Least Squares*). Di dalam penelitian ini penaksir parameter yang akan digunakan adalah hanya OLS. Selain itu ada juga yang membahas penerapan statistik dalam bidang astronomi, dari sejarah masa lalu sampai di era modern seperti sekarang ini. Jurnal ini di tulis oleh E.D Feigelson & G.J Babu yang berjudul *Statistical Challenge in Modern Astronomy*.²⁷ Pada jurnal ini dibahas bagaimana prinsip-prinsip statistika yang digunakan dari era Ptolemy, Al Biruni sampai analisis data time series. Artinya astronomi selain berkembang dengan pondasi ilmu matematika juga berkembang dengan ilmu statistika. Pada posisi ini jurnal ini menguatkan tulisan disertai ini yang membahas analisis data *time series* atau runtun waktu dengan regresi linier sebagai bagian dari ilmu statistika.

Kajian Pustaka lain menulis tentang penerapan statistika untuk penelitian astronomi adalah karya James P. Long dan Rafael S. de Souza yang berjudul *Statistical Methods in Astronomy*.²⁸ Rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana tipe data dan metode

²⁶Michael G. Akritas, & Matthew A. Bershadly, “Linear Regression for Astronomical Data with Measurement Errors and Intrinsic Scatter”, diakses 15 Juni 2019, <http://adsabs.harvard.edu/abs/1996ApJ...470..706A>

²⁷E.D Feigelson & G.J Babu, “Statistical Challenge in Modern Astronomy,” (*Makalah Seminar Internasional Statistical Problems in Particle Physics, Astrophysics and Cosmology*, California: Stanford University, 8-11 September 2003),1-7

²⁸James P. Long & Rafael S. de Souza, “Statistical Methods in Astronomy” *Wiley Online Library* (2018), diakses 11 Agustus 2021 pukul 01.00 dari <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9781118445112.stat07996>

statistik yang sering ditemui dalam astronomi. Tujuan penelitian ini adalah memberikan pengenalan aplikasi statistik dalam astronomi untuk ahli statistik dan ilmuwan komputer. Hasil dan temuan penulis penelitian ini yaitu sifat kompleks, seringkali hierarkis, dari banyak masalah inferensi astronomi dan menganjurkan perlu adanya kolaborasi lintas disiplin ilmu untuk mengatasi tantangan ini. Berdasarkan penjelasan ini maka penelitian ini memiliki perbedaan dengan disertasi yang ditulis. Penelitian ini masih bersifat statistika secara umum, sedangkan disertasi ini berfokus pada penggunaan metode regresi secara spesifik, tetapi penelitian ini menguatkan pijakan penulis tentang metode statistika bisa digunakan untuk penelitian astronomi.

Kajian Pustaka yang lain adalah tulisan karya Mauro Sereno yang berjudul *A Bayesian Approach to Linear Regression in Astronomy*.²⁹ Dalam tulisan jurnal ini rumusan masalahnya adalah bagaimana pemodelan data hirarkis Bayesian dengan kesalahan pengukuran heteroskedasitas, kemungkinan korelasinya dan sebaran intrinsiknya. Tujuan penelitiannya adalah untuk mengetahui bagaimana pendekatan Bayesian diterapkan untuk regresi linier pada penelitian astronomi. Hasil temuannya adalah model regresi linier Bayesian dapat digunakan parameter yang jumlahnya besar. Analisis model hirarkis dapat dilakukan dengan simulasi *Markov Chain Montecarlo (MCMC)*. Karena semua relasi dalam model dinyatakan

²⁹Mauro Sereno, “A Bayesian Approach to Liniear Regression in Astronomy”, *Monthly Notices of The Royal Astronomical Society* 455 (2016), 2149 – 2162. Dari <https://academic.oup.com/mnras/article/455/2/2149/1111686> doi:10.1093/mnras/stv2374 diakses tanggal 13 Desember 2020

sebagai probabilitas bersyarat, posterior dapat dieksplorasi secara efisien dengan Gibbs sampler. Persamaan dengan disertasi ini adalah sama-sama menggunakan regresi linier untuk analisis data astronomi. Perbedaan dengan disertasi ini adalah data yang diolah dan tujuan pengolahan datanya atau analisis regresinya. Hal ini menguatkan disertasi ini bahwa metode regresi linier bisa digunakan untuk analisis data-data astronomi.

Penelitian lain yang terkait dengan *new Moon* spesifik pada hilal adalah penelitian pada jurnal yang berjudul *The New Hilaal Visibility Criterion For Tropical Region*.³⁰ Fokus utama dari penelitian ini adalah mencari kriteria baru untuk visibilitas hilal yang berlaku untuk wilayah tropis menggunakan model matematika yang dimodifikasi dari visibilitas objek yang dekat Matahari. Hasil dari penelitian ini mendapatkan kriteria yang diusulkan ketinggian hilal $8,4^0$ dan sudut elongasi Bulan Matahari $7,1^0$. Berdasarkan fokus penelitian yang dipaparkan berbeda dengan disertasi ini. Ada objek yang sama yang dihitung yaitu Bulan, tetapi disertasi ini fokus pada bagaimana mendapatkan suku koreksi yang akan digunakan untuk menghitung waktu ijtimaq berdasarkan algoritma Jean Meeus dengan metode regresi linier.

Penelitian lain terkait waktu ijtimaq dan kaitannya dengan penentuan awal bulan hijriah adalah penelitian Sakirman yang berjudul *Kriteria Ijtimaq Dalam Penentuan Awal Bulan Hijriah Di*

³⁰J.A Utama et al, "The New Hilaal Visibility Criterion For Tropical Region", *Journal of Physics: Conference Series Volume 1280, Issue 2* (2019), diakses dari <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1280/2/022073>

Indonesia.³¹ Fokus penelitian ini adalah menyoroti kriteria ijtimak dalam penentuan awal bulan hijriyah di Indonesia dalam berbagai pendekatan, baik konsep syar'i maupun astronomi. Hasil kesimpulan dari penelitian ini adalah kriteria ijtimak untuk penentuan awal bulan hijrah di Indonesia sarat dengan konsep astronomi. Fakta di lapangan masih ada perbedaan dalam penetapan awal bulan hijriah. Menurut para ahli hisab awal bulan hijriah adalah adanya hilal di atas ufuk saat matahari terbenam, sedangkan menurut ahli rukyat menetapkan adanya hilal di atas ufuk saat matahari terbenam dan bisa dirukyat. Pandangan para astronom yaitu awal bulan hijriah terjadi setelah Matahari, Bumi dan Bulan berkonjungsi. Hasil lain dalam penelitian ini yaitu adanya beberapa indikator dalam penentuan awal bulan hijriah yaitu terjadi setelah ijtimak, Bulan di atas ufuk saat Matahari terbenam dan Bulan bisa dirukyat bagi yang menganut paham rukyat. Perbedaan penelitian dalam jurnal dan disertasi ini adalah fokus disertasi pada perhitungan waktu ijtimak dengan suku koreksi hasil regresi linier dengan algoritma Jean Meeus, sedangkan penelitian pada jurnal di atas adalah kriteria ijtimak untuk penentuan awal bulan hijriah.

Penelitian lain yang berkaitan dengan regresi dan aplikasinya dalam perhitungan ilmu falak adalah penelitian yang ditulis oleh Imas Musfiroh dan Hendri dengan judul “Analisis Regresi Non Linier (Polinomial) Dalam Pembentukan Kriteria Visibilitas Hilal di Indonesia”. Fokus penelitian ini adalah mencari formula matematis

³¹Sakirman, “Kriteria Ijtimak Dalam Penentuan Awal Bulan Hijriyah Di Indonesia”, *Jurnal Al-Ahwal*, Vol. 5, No. 1 (2013), 121 – 134.

dari parameter pembentuk hilal yaitu altitude toposentrik, selisih azimuth, elongasi dan lebar hilal ketika Matahari terbenam. Penelitian ini berbeda dengan disertasi yang ditulis, yaitu disertasi ini fokus pada perhitungan waktu ijtimaunya bukan pada hilalnya. Persamaannya adalah sama-sama menggunakan metode regresi, tetapi regresinya juga berbeda yaitu pada jurnal ini menggunakan regresi polinomial sedangkan regresi pada disertasi ini regresi linier.³²

Kajian pustaka berupa buku yang membahas model linier dan regresi adalah buku yang ditulis oleh Asis Kumar Chattopadhyay dan Tanuka Chattopadhyay yang berjudul *Statistical Methods for Astronomical Data Analysis*.³³ Dalam buku ini dibahas konsep regresi linier dan aplikasinya dalam astronomi. Dalam buku ini dibahas bahwa tujuan analisis regresi dalam astronomi ada dua tujuan yaitu: *pertama*, untuk mengembangkan hubungan kuantitatif dari sifat yang diamati dalam penelitian astronomi, *kedua*, sebagai fungsi prediktor. Dalam penelitian ini regresi yang dipakai bukan untuk fungsi prediktor akan tetapi untuk mengembangkan hubungan kuantitatifnya. Dalam buku ini aplikasi regresinya pada kasus yang umum yang dicontohkan adalah regresi dengan tiga variabel, sedangkan penelitian disertasi ini berfokus pada bagaimana mendapatkan suku koreksi baru untuk perhitungan fase ijtima pada

³²Imas Musfiroh dan Hendri, “Analisis Regresi Non Linier (Polinomial) Dalam Pembentukan Kriteria Visibilitas Hilal di Indonesia”, *Al-Marshad: Jurnal Astronomi Islam dan Ilmu-ilmu Berkaitan* (2018), 46 – 66, diakses 31 Oktober 2022, DOI: <https://doi.org/10.30596/jam.v4i1.1935>

³³Asis Kumar Chattopadhyay, & Tanuka Chattopadhyay, *Statistical Methods for Astronomical Data Analysis*, (New York: Springer, 2014), PDF e-book.

algoritma Jean Meeus menggunakan persamaan regresi. Berdasarkan persamaan regresi yang diperoleh kemudian diambil gradiennya (koefisien dari variabel dependen) sebagai koefisien suku koreksi algoritma Jean Meeus. Jadi isi buku di atas dengan disertasi ini memiliki perbedaan.

Berdasarkan beberapa kajian pustaka diatas untuk pembahasan algoritma Jean Meeus pembahasannya baru sebatas pada aplikasi dari algoritma Jean Meeus. Belum membahas bagaimana pembentukan koefisien suku koreksinya, sedangkan di dalam disertasi ini yang akan dibahas adalah bagaimana pembentukan koefisien suku koreksinya dengan metode regresi linier. Kajian pustaka yang berkaitan dengan aplikasi regresi untuk astronomi hal ini menguatkan pijakan penelitian ini bahwa regresi bisa dipakai untuk analisis data-data astronomi. Pada kajian pustaka yang telah ditelaah objeknya berbeda dengan objek yang diteliti pada disertasi ini. Sehingga dengan begitu posisi penelitian yang akan diajukan dalam disertasi ini bisa melengkapi celah yang belum diteliti oleh peneliti lain.

E. Kerangka Teori

Penelitian ini menggunakan kerangka teori yang dirumuskan dari Ian G. Barbour yaitu empat tipologi cara orang mengaitkan agama dan sains. Empat tipologi ini adalah *conlict*, *independence*, *dialogue*, *integration*. Empat tipologi ini dapat ditemukan dalam buku karya Ian G. Barbour yang berjudul *Religion in an Age of Science* bab

pertama.³⁴ Empat tipologi ini pada tahun 2000 ditulis kembali oleh Ian G. Barbour pada bukunya yang berjudul *When Science Meets Religion*.³⁵ *Conflict* ialah hubungan agama dan sains yang saling mempertentangkan. *Independence*, menurut tipologi ini agama dan sains tidak ada konflik karena masing-masing memiliki ranah yang berbeda. Justru menurut tipologi *independence* dapat berdampingan dengan tetap menjaga jarak masing-masing. *Dialogue*, yaitu adanya hubungan yang terbuka antara agama dan sains serta saling menghormati, karena masing-masing bisa menjawab apa yang tidak bisa dijawab oleh agama dan juga sains. *Integration*, yaitu adanya hubungan agama dan sains secara sistematis dan juga lebih luas. Fakta-fakta sains misalnya Big Bang ada turut campur kemahakuasaan ilahi, dari sini nampak bahwa ada peristiwa sains yang sains itu sendiri tidak mampu menerangkannya karena peristiwa tersebut hanya bisa didesain oleh kekuatan yang Maha Kuasa.

Kerangka teori yang dikemukakan oleh Ian G. Barbour relevan dengan penelitian ini, karena kajian bidang ilmu falak secara epistemologi terbangun dari epistemologi sains dan juga epistemologi agama termasuk juga pada tahapan aksiologisnya terkadang membutuhkan integrasi agama dan sains sebagaimana akan dipaparkan pada disertasi ini. Peristiwa waktu ijtimak jika dilihat secara perhitungan maka epistemologi yang digunakan adalah epistemologi sains. Pada tahapan aksiologis jika waktu ijtimak ini akan digunakan

³⁴Ian G. Barbour, *Religion in an Age of Science*, (United States: HarperCollins Publishers Inc, 1990)

³⁵Ian G. Barbour, *When Science Meets Religion*, (United States: HarperCollins Publishers Inc, 2000)

untuk penetapan awal bulan hijriah maka tidak bisa serta merta digunakan tetapi harus melewati epistemologi agama terlebih dahulu, karena di dalam bangunan epistemologi agama untuk menentukan awal bulan hijriah ada kriteria-kriteria tertentu yang tidak hanya berdasarkan hasil perhitungan waktu ijtimak hari ini kemudian esok hari sudah masuk awal bulan hijriah. Penelitian ini akan berfokus pada perhitungan waktu ijtimak yang di dalamnya ada unsur dan sains, oleh karena itu pemikiran Ian G. Barbour sangat relevan untuk menjadi kerangka teori dan kerangka berfikir.

Berdasarkan empat tipologi yang telah dikemukakan oleh Ian G. Barbour, maka ada dua tipologi yang bersesuaian dengan penelitian ini yaitu *dialogue* dan *integration*. Dua epistemologi yang akan didialogkan dan diintegrasikan dalam penelitian ini adalah fakta sains tentang ijtimak dan juga epistemologi ijtimak secara agama dalam rangkaian penentuan awal bulan hijriah yang selanjutnya akan digunakan untuk keperluan ibadah umat Islam. Dua hal ini membutuhkan dialog dan juga integrasi agama dan sains. Ijtimak adalah fakta sains, fakta yang hanya bisa diterangkan secara sains, karena ijtimak secara sains adalah posisi bertemunya Bumi, Bulan dan Matahari dalam satu garis bujur yang sama, sedangkan secara agama, ijtimak sebagai hasil sains tidak bisa serta merta akan menjadi penentu awal bulan hijriah. Masih diperlukan bangunan pengetahuan konsep awal bulan menurut tafsir *al-Qur'an* dan juga *al-Hadīs*. Menurut Ian G. Barbour komponen fundamental pengetahuan modern adalah (1) *particular observations and experimental data*, and (2) *general concepts and theories*. Penelitian disertasi ini

memiliki komponen fundamental ini yaitu *experimental data* berupa data-data yang digunakan untuk mencari koefisien suku koreksi fase Bulan baru dan *general concepts and theories* dalam penelitian ini diantaranya adalah regresi dan ijtimak. Kerangka teori inilah yang digunakan dalam penelitian disertasi ini.

F. Hipotesis

Berdasarkan pada latar belakang, analisis pendahuluan dan kerangka teori maka dirumuskan hipotesis bahwa metode analisis regresi linier bisa digunakan untuk mendapatkan koefisien suku koreksi fase Bulan baru.

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Bulan

Bulan adalah satu-satunya satelit Bumi yang berusia sangat tua sekitar 4,6 miliar tahun. Bulan memiliki diameter sekitar 3.476 km atau sekitar seperempat dari diameter Bumi yaitu 12.756 km. Asal muasal Bulan secara teori setidaknya ada empat teori yang menyebutkan. Pertama, teori *Fussi*, yaitu Bulan adalah sepotong bahan yang berputar terlempar dari Bumi yang berputar dengan cepat. Kedua, teori *Co-accretion* atau sering dikenal dengan teori *Sister Planet*, yaitu Bulan terbentuk dari awan puing-puing di orbit sekitar Bumi embrionik. Ketiga, teori *Capture*, yaitu Bulan awalnya terbentuk sebagai planet independen tetapi ditangkap oleh gravitasi bumi. Keempat, teori *Collision* atau teori *Big Whack* (Pukulan Besar), yaitu Bulan terbentuk dari material yang dibuang dari Bumi setelah tabrakan planet.¹ Berdasarkan keempat teori tersebut teori keempat yang paling banyak diterima oleh para ahli saat ini.

Bulan adalah benda langit yang terdekat dengan Bumi dibandingkan dengan benda langit lain yang cahayanya dinikmati manusia sepanjang malam, kecuali pada saat Bulan mulai sampai pada fase Bulan sabit. Penampakan Bulan di malam hari yang nampak begitu jelas membuat manusia yang ada di Bumi penasaran

¹Peter Grego, *The Moon and How to Observe It* (Birmingham: Springer, 2005), 3.

dibuatnya. Rasa penasaran ini memunculkan pertanyaan-pertanyaan yang menuntut pembuktian untuk menjawabnya. Akhirnya memunculkan penelitian-penelitian sejak lama untuk menjawab pertanyaan tersebut. Salah satu pertanyaan yang fenomenal dan kini sudah terjawab adalah “Apakah Bulan bisa bersinar sendiri seperti Matahari?”. Melalui hasil penelitian yang sudah lama dilakukan terbukti bahwa Bulan hanyalah memantulkan sinar Matahari.

1. Karakteristik Bulan

Beberapa kilometer di atas kerak Bulan dikenal sebagai "megaregolit", dan terdiri dari lapisan batu pecah dan hancur yang dihasilkan selama era pemboman asteroid yang intens antara 4,2 dan 3,2 miliar tahun yang lalu. Rata-rata, kerak Bulan memiliki ketebalan 60 km sampai 100 km. Bagian bawahnya terdapat mantel padat setebal 800 km (antara 600 sampai 900 km di bawah permukaan bulan), bagian ini menghasilkan fokus gempa bulan. Gempa Bulan rata-rata kurang dari magnitudo 2 pada skala Richter.²

Bulan tidak pernah memiliki atmosfer yang cukup besar, dan permukaannya tidak mengalami proses erosi seperti yang ditemukan di Bumi. Batuan yang sangat kuno yang tidak tersentuh oleh udara atau air dapat ditemukan di seluruh permukaan Bulan. Batuan bulan termuda berasal dari sekitar 3 miliar tahun, yang membuatnya setara batuan tertua yang ditemukan di Bumi. Semua material lepas yang menutupi kerak berbatu padat Bulan dinamai "regolit", dan itu termasuk

² Peter Grego, *The Moon and How to Observe It*, 12.

bongkahan batu terbesar hingga butiran tanah terbaik. Regolith sebagian besar terdiri dari fragmen batuan lokal yang pecah akibat tumbukan meteoroid – ditambah sebagian kecil material yang berasal dari tumbukan besar yang lebih jauh – yang dilapisi dengan beberapa sentimeter tanah Bulan. Tanah Bulan terdiri dari fragmen batuan yang berasal dari material lokal, berbagai fragmen mineral, logam, dan aglutinasi kaca yang terikat bersama oleh lelehan tumbukan. Di beberapa lokasi, tanah mengandung bola kaca kecil, terbentuk ketika lava dengan viskositas tinggi disemprotkan di atas permukaan dalam air mancur api. Kaca ini terdiri dari bahan yang berasal sekitar 400 km di bawah permukaan, magma yang naik melalui saluran di mantel bawah dan kerak. Meskipun Bumi dan Bulan adalah dunia yang sangat berbeda, banyak dari batuan Bulan memiliki rekan terestrial, dan ahli geologi memiliki sedikit masalah dalam mengenali struktur dan komposisi mineral batuan bulan ketika diperiksa melalui mikroskop. Satu perbedaan penting adalah tidak adanya air sama sekali di bebatuan Bulan.³

Bulan setiap harinya berotasi, rotasi Bulan terhadap pusat massanya dijelaskan oleh tiga hukum empiris yang dikemukakan oleh Cassini pada tahun 1721. *Pertama*, Bulan berotasi ke arah timur terhadap suatu sumbu yang tetap di dalamnya, dengan kecepatan sudut konstan dalam periode rotasi yang sama dengan periode sidereal rata-rata revolusi Bulan terhadap Bumi. *Kedua*, kemiringan bidang rata-rata

³ Peter Grego, *The Moon and How*, 15 – 16.

ekuator Bulan ke bidang ekliptika adalah konstan. *Ketiga*, kutub khatulistiwa Bulan, ekliptika, dan bidang orbit Bulan semuanya terletak dalam satu lingkaran besar dalam urutan di atas; yaitu, garis perpotongan bidang ekuator bulan rata-rata dengan ekliptika juga merupakan garis simpul orbit Bulan, simpul turun ekuator berada di simpul naik orbit.⁴

2. Orbit Bulan

Setiap planet mengorbit mengelilingi Matahari dengan lintasan berbentuk elips begitu juga satelitnya mengorbit pada planet-planet tersebut dengan lintasan elips.⁵ Bulan sebagai satelit dari Bumi juga mengorbit dengan lintasan elips. Arah orbit Bulan terhadap Bumi berlawanan dengan arah jarum jam. Panjang sumbu semimajornya sekitar 384.400 km dan eksentrisitasnya 0,055, dalam buku yang lain disebutkan 0,0549.⁶ Gerak Bulan mengelilingi Bumi juga dipengaruhi oleh Matahari, sehingga unsur-unsur orbitnya bervariasi setiap waktu. Jarak minimum titik pusat Bulan terhadap titik pusat Bumi 356.400 km, sedangkan jarak maksimumnya 406.700 km.⁷ Orbit Bulan yang berbentuk elips menyebabkan jarak Bulan ke Bumi menjadi tidak sama sepanjang waktu orbitnya, sehingga jika dirata-rata jarak Bulan ke Bumi.

⁴A. E. Roy, *Orbital Motion Fourth Edition*, (Bristol: Institute of Physics Publishing, 2005), 304.

⁵Peter Grego, *The Moon and How*, 42.

⁶Jean Meeus, *Mathematical Astronomy Morsel* (Virginia: Willmann-Bell, Inc, 1997), 14.

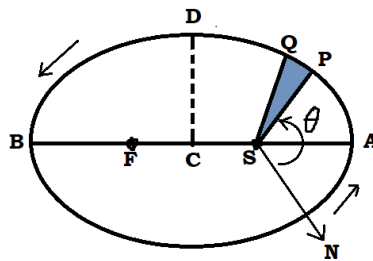
⁷H. Karttunen et al., *Fundamental Astronomy Fifth Edition*, (New York: Springer, 2006), 135.

Gerak setiap planet tidak terlepas dari hukum Kepler termasuk Bulan. Sebagaimana juga dicantumkan oleh Jean Meeus dalam bukunya bab khusus tentang gerak planet.⁸ Bulan adalah satelit Bumi yang bersama-sama Bumi berputar mengelilingi Matahari.

Gerakan orbit planet-planet mengelilingi Matahari cukup akurat dijelaskan oleh hukum Kepler. Begitu juga gerakan orbit Bulan mengelilingi Bumi juga dapat dijelaskan melalui hukum-hukum Kepler. Namun, tidak seperti orbit planet, penyimpangan orbit Bulan dari elips Keplerian cukup besar sehingga mudah terlihat dengan mata telanjang.⁹

1) Hukum I Kepler

Hukum I Kepler menyebutkan bahwa semua planet bergerak pada lintasan elips mengitari Matahari, dengan Matahari berada di salah satu fokus elips.¹⁰



Gambar 2.1 Gambar lintasan elips planet mengitari Matahari

⁸Jean Meeus, *Astronomical Algorithm*, 193 – 221.

⁹Richard Fitzpatrick, *An Introduction To Celestial Mechanics*, (USA: Cambridge University Press, 2012), 197.

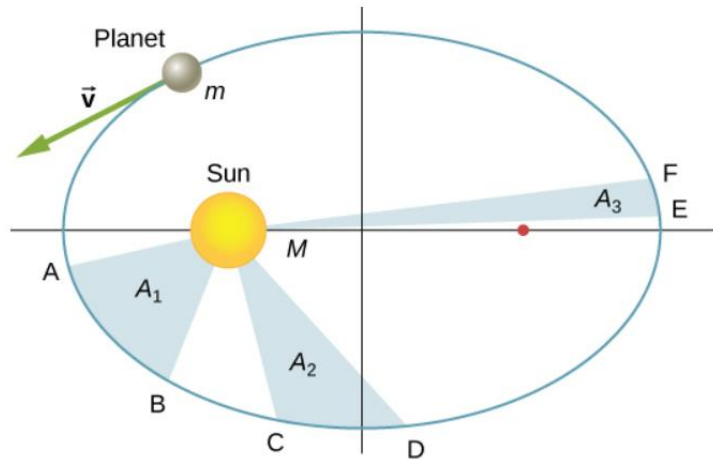
¹⁰W.M. Smart, *Text Book on Spherical Astronomy*, (Cambridge: Cambridge University Press, 1986), 98.

Pada gambar 2.1 di atas titik F dan S disebut titik fokus dengan titik pusatnya C yang merupakan tengah-tengah antara F dan S. Garis AB disebut *major axis*. Misalkan Matahari berada di S, maka planet mengelilingi Matahari dalam lintasan yang berbentuk ellips sebagaimana ditunjukkan dengan arah panah. Jika posisi planet ada pada titik A, maka itu adalah jarak terdekat planet dengan Matahari yang disebut dengan posisi *perihelion*. Sebaliknya jika posisi planet ada di titik B, maka itu adalah posisi terjauh dari Matahari. Posisi ini disebut dengan posisi *aphelion*. Garis CA disebut dengan garis *semi major axis* sering disimbolkan dengan a . Garis DC tegak lurus garis AB disebut garis *semi minor axis* sering disimbolkan dengan b . Nilai perbandingan CS dan CA disebut dengan *eccentricity* biasanya dinotasikan dengan e .

2) Hukum II Kepler

Hukum II Kepler menyebutkan bahwa uatu garis khayal yang menghubungkan Matahari dengan planet menyapu luas juring yang sama dalam selang waktu yang sama.¹¹

¹¹W.M. Smart, *Text Book on Spherical Astronomy*, 99.



Gambar 2.2 Ilustrasi Hukum II Kepler¹²

Berdasarkan hukum Kepler II dan ilustrasi gambar 2.2 maka luas area $A_1 = A_2 = A_3$ dan waktu tempuh $AB = CD = EF$. Dilihat dari ilustrasi gambar 2.2 panjang AB lebih panjang dari lintasan CD , dan panjang lintasan CD juga lebih panjang dari lintasan EF . Berdasarkan hal ini maka kecepatan pada lintasan AB, CD dan EF tentu berbeda. Bisa disimpulkan kecepatan pada lintasan AB lebih besar dibandingkan kecepatan pada lintasan CD , sedangkan kecepatan pada lintasan CD lebih besar dibandingkan kecepatan pada lintasan EF . Posisi planet pada lintasan AB lebih dekat dengan Matahari dibandingkan dengan posisi pada lintasan CD dan EF ,

¹²Gambar diakses dari <https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-5-keplers-laws-of-planetary-motion> pada Jum'at 27 Mei 2022

sehingga bisa tarik kesimpulan secara umum kecepatan planet semakin besar ketika jarak planet dengan Matahari semakin dekat, begitu juga sebaliknya kecepatan planet semakin kecil ketika posisinya semakin jauh dari Matahari. Hukum Kepler ini berlaku untuk semua benda langit, sehingga gerak Bulan mengelilingi Bumi juga berlaku Hukum II Kepler ini, yaitu kecepatan Bulan semakin besar ketika jarak dengan Bumi semakin dekat dan sebaliknya kecepatan Bulan semakin berkurang jika jarak dengan Bumi semakin menjauh.

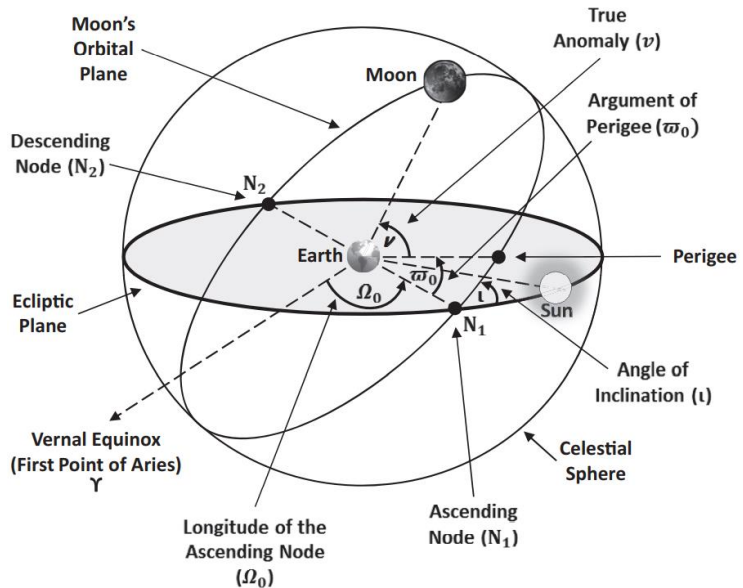
3) Hukum III Kepler

Hukum III Kepler berbunyi bahwa kuadrat periode suatu planet sebanding dengan pangkat tiga jarak rata-ratanya dari Matahari.¹³

Orbit Bulan mengelilingi Bumi tidak bisa hanya dipandang hanya dua benda langit saja, tetapi lebih kompleks dari itu. Orbit Bulan selain dipengaruhi oleh Bumi, dipengaruhi juga oleh Matahari.¹⁴ Beberapa elemen orbit Bulan secara umum bisa dilihat pada gambar di bawah ini.

¹³W.M. Smart, *Text Book on Spherical Astronomy*, 100.

¹⁴Oliver Montenbruck, *Practical Ephemeris Calculations*, (United States of America: Springer Verlag, 1989), 79.



Gambar 2.3 Elemen Orbit Bulan

3. Fase Bulan

Bulan adalah benda langit yang tidak memiliki cahaya sendiri. Cahaya Bulan adalah berasal dari pantulan cahaya Matahari. Setiap hari posisi Bulan relatif terhadap Bumi dan Matahari mengalami perubahan. Akibatnya cahaya Bulan yang nampak dari Bumi juga mengalami perubahan. Pada saat Bulan baru (*new moon*) cahaya Bulan tidak nampak dari Bumi. Puncaknya cahaya bulan nampak dari Bumi adalah pada saat full moon. Kemudian cakram cahaya Bulan kembali mengecil sampai tidak nampak lagi begitu seterusnya.¹⁵ Penampakan

¹⁵ Rinto Anugraha, *Mekanika Benda Langit*, (Yogyakarta: Jurusan Fisika FMIPA UGM, 2012), bab 5.

Fase bulan ada empat yaitu:¹⁶

a. Fase Bulan Baru

Fase Bulan baru adalah ketika bujur ekliptika Bulan = bujur ekliptika matahari. Fase ini sering disebut fase ijtimak atau *iqtiran*, yaitu fase berkumpulnya (berhimpitnya) dua benda yang berjalan secara aktif. Fase Bulan baru yaitu fase dimana Bulan dan Matahari terletak pada posisi garis bujur yang sama dilihat dari arah timur maupun barat. Para ahli astronomi menyebut fase ini dengan istilah *conjunction*.¹⁷ Fase Bulan baru sampai dengan fase *first quarter* sering disebut sebagai fase Bulan sabit lilin dan berlanjut selama kurang lebih 7 hari. Bagi pengamat, Bulan bergeser kira-kira 12° per hari, suatu efek yang menyebabkan Bulan terbit 48 menit lebih awal setiap hari karena ia memperpanjang jarak yang tampak antara Bulan dan Matahari. Kadang-kadang, ketika kondisi atmosfer terpenuhi, bagian gelap dari piringan Bulan dapat dilihat sebagai fitur abu-abu yang sangat kusam, kontras dengan area yang diterangi. Efek ini, disebut *earthshine*, disebabkan oleh pantulan sinar Matahari langsung dari Bumi yang diproyeksikan ke Bulan. *Earthshine* paling baik dilihat saat kondisi cuaca setempat cerah, dan kelembaban relatif rendah. Faktor lain dari besarnya *waxing earthshine*

¹⁶ Anugraha, *Mekanika Benda Langit*, bab 5.

¹⁷Susiknan Azhari, *Ensiklopedi Hisab Rukyat*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2012), 93-94.

adalah tutupan awan di atas lokasi di sebelah barat pengamat. Awan memantulkan lebih banyak sinar matahari daripada yang dipantulkan oleh daratan dan air.¹⁸

b. Fase Bulan First Quarter

Fase seperempat pertama adalah ketika bujur ekliptika bulan = bujur ekliptika Matahari + 90° .

c. Fase Bulan Full Moon

Fase bulan purnama adalah ketika bujur ekliptika Bulan = bujur ekliptika Matahari + 180° .

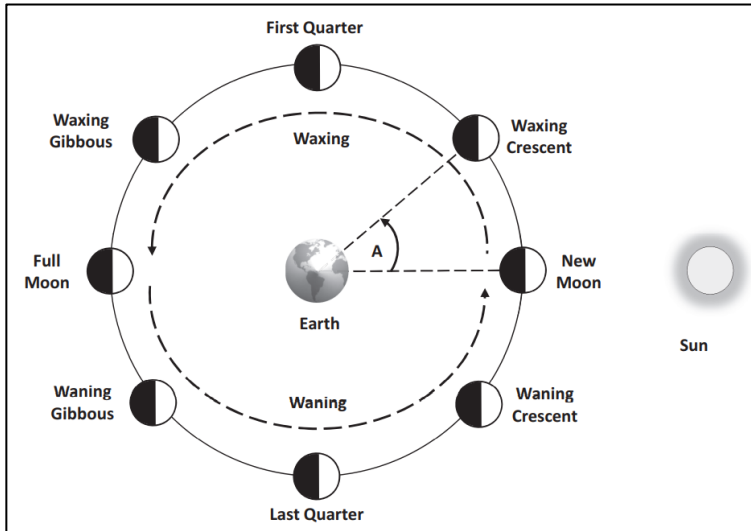
d. Fase Bulan Last Quarter

Fase seperempat akhir adalah ketika bujur ekliptika Bulan = bujur ekliptika Matahari + 270° .

Koordinat yang digunakan untuk menghitung fase Bulan adalah geosentris, artinya posisi pusat Matahari dan Bulan diukur dari pusat Bumi. Empat definisi fase bulan di atas tidak menggunakan persentase area terang piringan bulan, tetapi perbedaan garis bujur ekliptika nampak (*apparent ecliptical longitude*) antara Bulan dan Matahari.¹⁹ Berikut ini adalah ilustrasi fase Bulan. Jarak pada gambar tidak menggambarkan skala jarak sesungguhnya.

¹⁸H. James Birx, *Encyclopedia of time : science, philosophy, theology, and culture*, (United States of America: SAGE Publications, 2009), 874.

¹⁹Rinto Anugraha, *Mekanika Benda Langit*, bab 5.

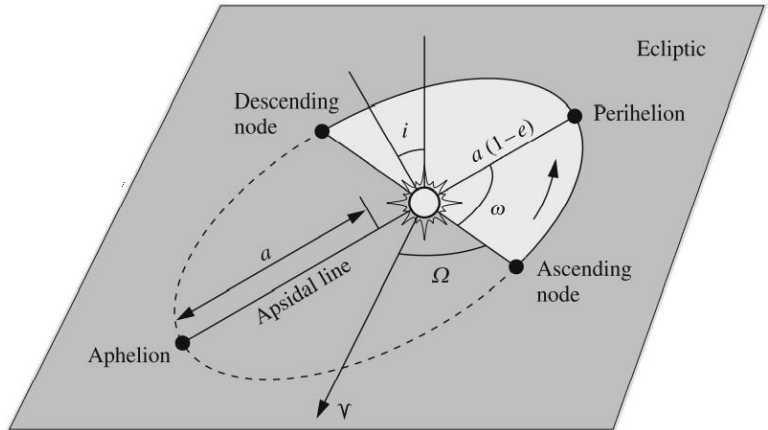


Gambar 2.4 Fase Bulan

4. Sistem Bumi-Bulan-Matahari

Bidang orbit bulan tidak berhimpitan dengan bidang ekliptika, maka gerhana Matahari atau Bulan tidak selalu terjadi pada saat Bulan sedang konjungsi (Bulan baru) atau pada saat Bulan purnama untuk gerhana Bulan. Bidang orbit Bulan membentuk sudut 5° dengan bidang ekuator, maka gerhana hanya terjadi ketika Bulan berada pada simpul di orbitnya (*node*). Gerhana dengan komposisi yang sama akan berulang setiap 18 tahun 10 hari, periode ini ditemukan oleh Saros sehingga dikenal sebagai siklus Saros. Gerhana Bulan akan terjadi selama oposisi, artinya jika pusat Bulan kurang dari 9° di salah satu titik dalam orbitnya, itu bisa terjadi jika pusatnya kurang dari $12,5^\circ$ dari titik simpul (*node*). Pada posisi seperti ini

maka gerhana Bulan total atau sebagian dapat terjadi, tergantung pada geometrinya. Gerhana bulan terlama berlangsung selama 1 jam 45 menit.²⁰



Gambar 2.5 Sistem Bumi-Matahari²¹

Dalam sistem tata surya untuk menentukan suatu orbit benda langit ada beberapa elemen orbit yang diperlukan yaitu:²²

- a. *Semi major axis*. Berdasarkan gambar 2.1 maka garis *semi major axis* adalah setengah dari garis *major axis*.
- b. *Eccentricity orbit*, yaitu tingkat keelipan suatu lintasan orbit. *Eccentricity orbit* biasanya dilambangkan dengan e . Nilai *eccentricity orbit* antara $0 < e < 1$. Jika nilai $e = 0$,

²⁰Suryadi Siregar, *Fisika Tata Surya*, (Bandung: FMIPA ITB, 2017), 10.

²¹Hannu Karttunen et al., *Fundamental Astronomy Fifth Edition*, (New York: Springer, 2007), 117.

²²Jean Meeus, *Astronomical Logarithm Second Edition*, 209.

maka lintasan orbit berbentuk lingkaran. Jika nilai $e = 1$, maka lintasan orbit berbentuk parabola.²³

- c. *Inclination*, yaitu kemiringan bidang orbit relatif terhadap bidang referensi²⁴
- d. *Longitude ascending node*, yaitu sudut yang berada di antara arah referensi dan arah simpul naik (*ascending node*).²⁵
- e. *Mean longitude planet*, yaitu jumlah *mean anomaly* dan *longitude perihelion*.
- f. *Longitude perihelion*
Longitude perihelion adalah sudut antara arah node menaik (*ascending node*) dan arah perihelion orbit.²⁶

B. Ijtimak

Ijtimak kadang disebut iqtiran atau fase Bulan baru atau *new Moon*, merupakan salah satu fase Bulan yang sudah dijelaskan pada subbab di atas. Ijtimak merupakan pertemuan atau berkumpulnya (berimpitnya) dua benda yang berjalan secara aktif. Pengertian lain adalah suatu peristiwa saat Bulan dan Matahari terletak pada posisi garis bujur yang sama.

²³Hannu Karttunen et al., *Fundamental Astronomy Fifth Edition*, 116.

²⁴Hannu Karttunen et al., *Fundamental Astronomy Fifth Edition*, 117.

²⁵Richard Fitzpatrick, *An Introduction of Celestial Mechanics*, (United States of America: Cambridge University Press, 2012), 50.

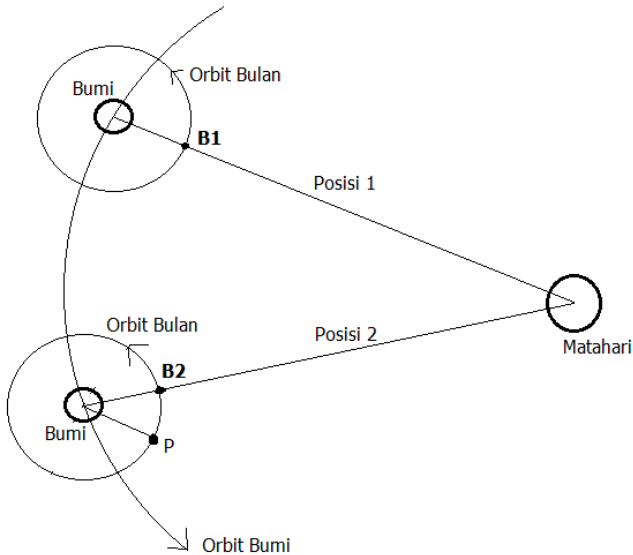
²⁶Richard Fitzpatrick, *An Introduction of Celestial Mechanics*, 50

Pada keadaan ijtimak hakikatnya masih ada bagian Bulan yang mendapatkan pantulan sinar Matahari, yaitu bagian yang menghadap ke Bumi, tetapi karena tipisnya tidak Nampak dari Bumi. Kondisi ini disebabkan oleh Bulan yang berijtimak itu berdekatan letaknya dengan Matahari. Mengetahui saat terjadi ijtimak sangat penting dalam penentuan awal bulan hijriah. Sekalipun hanya sebagian kecil para ahli yang menetapkan tanggal 1 hijriah berdasarkan ijtimak qablal ghurub. Semua sepakat bahwa peristiwa ijtimak merupakan batas penentuan secara astronomis antara bulan hijriah yang sedang berlangsung dan bulan hijriah berikutnya. Para ahli astronomi umumnya menyebut ijtimak sebagai awal perhitungan bulan baru.²⁷

Ijtimak digunakan sebagai awal perhitungan bulan hijriah. Sistem bulan hijriah adalah penanggalan yang didasarkan pada peredaran Bulan mengelilingi Bumi, yaitu selang waktu antara dua ijtimak. Rata-rata selang waktu antara dua ijtimak adalah 29 hari 12 jam 44 menit 2,8 detik. Ukuran ini disebut satu periode bulan sinodis. Satu tahun hijriah ada 354 hari untuk tahun pendek dan 355 hari untuk tahun panjang. Hal ini bisa diilustrasikan dalam gambar berikut ini.²⁸

²⁷ Susiknan Azhari, *Ensiklopedia Hisab Rukyat*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2012), 93 – 94.

²⁸Anugrah, *Mekanika Benda Langit*, 24.



Gambar 2.6. Ilustrasi peredaran Bumi dan Bulan terhadap Matahari

Jika diasumsikan posisi 1 adalah pada saat ijtimak, maka posisi 2 adalah posisi ijtimak berikutnya, sedangkan posisi P adalah posisi bulan kembali pada posisi awal mengelilingi bumi. Fase sampai titik P ini disebut fase satu periode sideris, yang lamanya 27 hari 7 jam 43 menit 11,5 detik,²⁹ dengan kata lain Bulan berevolusi satu putaran. Berdasarkan Gambar 2.6 posisi B2 adalah fase sinodisnya, yaitu fase dari *new Moon* ke fase *new Moon* berikutnya, sebagaimana sudah disebut sebelumnya sebagai fase sinodis.³⁰

²⁹Tim Penyusun, *Pedoman Perhitungan Awal Bulan Qamariyah dengan Ilmu Ukur Bola*, (Jakarta: Bagian Proyek Pembinaan Administrasi Hukum dan Peradilan Agama, 1983), 1-3

³⁰Michael A. Seeds & Dana E. Backman, *Astronomy: The Solar System and Beyond Sixth Edition*, (USA: Brooks/Cole, 2010), 33.

Fase ijtimak adalah peralihan dari Bulan mati menjadi Bulan baru. Bulan mati yaitu tanggal akhir bulan, sedangkan Bulan baru adalah tanggal awal bulan. Pada fase ijtimak atau Bulan baru (*new Moon*), Bulan dan Matahari memiliki bujur ekliptika atau bujur astronomi yang sama. Posisi tersebut ditandai dengan fraksi iluminasi yang minimum. Fase ijtimak berlangsung pada saat yang bersamaan diseluruh permukaan Bumi, walaupun sering dinyatakan dalam waktu lokal atau waktu setempat. Adanya perbedaan waktu lokal di berbagai tempat dimuka Bumi terjadi akibat perbedaan ketinggian matahari dari pengamat saat berlangsungnya ijtimak.³¹ Ijtimak merupakan penanda awal masuknya bulan hijriah namun dalam prakteknya para ahli tidak langsung sepakat dalam menetapkan awal bulan hijriah sejak saat terjadi ijtimak. Ada beberapa aliran ijtimak secara teoritis yang digunakan diantaranya sebagai berikut:³²

1. Ijtimak sebelum fajar (*al-ijtimak qabla al-fajr*)

Pandangan ini berpedoman bahwa jika ijtimak terjadi sebelum terbit fajar, maka malam itu sudah masuk awal bulan baru, walaupun pada saat Matahari terbenam belum terjadi ijtimak. Golongan ini berpandangan bahwa ijtimak tidak ada sangkut pautnya dengan kejadian Matahari terbenam dan tidak ada dalil

³¹Hendro Setyanto & Fahmi Fatwa R.S.H. “Kriteria 29: Cara Pandang Baru Dalam Penyusunan Kalender Hijriyah”, *Jurnal Al-Ahkam*, 211

³²Tim Majelis Tarjih dan Tajdid PP Muhammadiyah, *Pedoman Hisab Muhammadiyah*, 21-24. Bisa dilihat juga di buku *Pedoman Perhitungan Awal Bulan Qamariyah*, (Jakarta: Bagian Proyek Pembinaan Administrasi Hukum dan Peradilan Agama, 1983), 8 – 13 serta dibuku *Kalender Islam: Kearah Integrasi Muhammadiyah-NU* penulis Susiknan Azhari halaman 65-72.

yang kuat bahwa batas hari adalah saat Matahari terbenam. Metode ini di Indonesia disinyalir belum ada yang menggunakan, tetapi di Libya sudah digunakan.³³ Pandangan ini mendasarkan argumennya pada QS. Al-Baqarah ayat 187, yaitu puasa Ramadhan dimulai dari sejak terbit fajar.³⁴ Pandangan ini juga sejalan dengan pandangan mazhab Hanafi, yaitu waktu wajib menunaikan zakat fitrah adalah sejak terbit fajar.³⁵ Pemerintah Saudi Arabia pernah menggunakan metode ini, yaitu pada penetapan hari raya Idul Adha 1395 H.³⁶

2. Ijtimak sebelum ghurub (*al-ijtimak qabla al-ghurub*)

Pandangan ini berpendapat bahwa jika ijtimak terjadi sebelum Matahari terbenam, maka malam harinya sudah masuk bulan baru. Jika ijtimak setelah Matahari terbenam maka keesokan harinya dihitung masuk tanggal 30 bulan berjalan. Sistem ini dalam penetapan awal bulan hijriah sama sekali tidak memperhitungkan posisi hilal terhadap ufuk, asalkan sebelum Matahari terbenam sudah terjadi ijtimak walaupun hilal masih di bawah ufuk maka malam hari itu masuk bulan hijriah baru. Sistem ini menggunakan astronomi murni, yaitu ijtimak adalah pemisah antara bulan hijriah sebelum dan yang akan berjalan

³³Arwin Juli Rakhmadi Butar-Butar, *Kalender Sejarah dan Arti Pentingnya dalam Kehidupan*, (Semarang: Bisnis Mulia Konsultama, 2014), 58.

³⁴Syamsul Anwar, *Hari Raya dan Problematika Hisab-Rukyat*, (Yogyakarta: Suara Muhammadiyah, Cet. I, 2008), 120.

³⁵Abdurrahman al-Juzairi, *Fikih Empat Mazhab Jilid II*, terj. Shofa'u Qolbi Djabir, (Jakarta : Pustaka Al-Kautsar, 2017), 487. Atau

³⁶Ma'rifat Iman, *Kalender Pemersatu Dunia Islam*, (Jakarta: Gaung Persada Press, 2010), 92.

dan juga konsep bahwa permulaan hari adalah saat Matahari terbenam. Sistem ini tidak memperhitungkan posisi hilal dalam penentuan awal bulan hijriah. Ijtimak qablal ghurub di Indonesia digunakan tetapi tidak murni menggunakan ijtimak qablal ghurub, tetapi dipadukan dengan posisi hilal.

Batas pergantian hari adalah saat terbenamnya Matahari, maka awal bulan hijriah sering dikaitkan dengan saat Matahari terbenam. Konsep kalender Islam menjadikan hilal sebagai tanda masuknya bulan baru.³⁷³⁸ Secara analogi masuk awal hari batasnya adalah saat terbenamnya Matahari menjadi sangat logis. Jika diperhatikan bahwa ḥadiṣ tentang perintah untuk berpuasa saat melihat hilal, kemudian malam itu dilakukan shalat tarawih ini menandakan bahwa malam tersebut sudah masuk bulan baru yaitu Ramadhan.

Dalam menetapkan awal bulan hijriah ini masih ada perbedaan pendapat. Ada yang menetapkan sejak Matahari terbenam setelah terjadi ijtimak, dan adapula yang menetapkan sejak posisi hilal telah berada di atas ufuk pada saat matahari terbenam setelah terjadi ijtimak. Namun demikian pada prinsipnya semuanya mendasarkan pada perhitungan periode bulan sinodis.³⁹ Ada beberapa pendapat dalam penetapan awal bulan hijriah. Secara

³⁷M. Ma'rifat Iman, *Kalender Pemersatu Dunia Islam*, (Jakarta: Gaung Persada Press, 2010), 115.

³⁸Mohammad Ilyas, *Sistem Kalendar Islam Dari Perspektif Astronomi*, (Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka, 1997), 17 – 18.

³⁹Tim Penyusun, *Pedoman Perhitungan Awal Bulan*, 6

garis besar ada dua macam sistem penentuan awal bulan hijriah yaitu rukyat bil fi'li dan sistem hisab.⁴⁰

C. Kedudukan Waktu Ijtimak Pada Penentuan Awal Bulan Hijriah

Membahas ijtimak tidak bisa berdiri sendiri, karena kebutuhan terbesar selanjutnya dalam aktifitas ibadah umat Islam adalah penentuan awal bulan hijriah yang mana ijtimak masuk di dalam rangkaian perhitungan sebelum menghitung awal bulan hijriah. Membahas ijtimak secara fikih maka tidak bisa lepas dari pembahasan fikih hisab dan rukyat.

Fenomena fase Bulan ini juga disebutkan di dalam Al Quran :

وَالْقَمَرَ قَدَرْنَاهُ مَنَازِلَ حَتَّىٰ عَادَ كَالْعُرْجُونِ الْقَدِيمِ

Dan telah Kami tetapkan bagi Bulan manzilah-manzilah, sehingga (setelah dia sampai ke manzilah yang terakhir) kembalilah dia sebagai bentuk tandan yang tua (Q.S. Yasiin/36:39).⁴¹

Ayat ini dan hasil temuan para ilmuwan astronomi didialogkan, didapatkanlah konsep ijtimak, untuk sampai pada penentuan awal bulan hijriah maka harus didialogkan dan diintegrasikan dengan dalil yang lain. Peristiwa ijtimak tidak bisa dilihat dan diamati, sehingga tidak didapatkan data waktu ijtimak secara empirik, oleh karena itu data waktu ijtimak didapatkan menggunakan hisab atau

⁴⁰Tim Penyusun, *Pedoman Perhitungan Awal Bulan*, 7-8

⁴¹ Didownload dari aplikasi Al Quran "Quran Kemenag in Ms Word Versi. 2.2.0.0"

perhitungan. Sudah dibahas pada subbab di atas bahwa ijtimak adalah pembatas antar fase sinodis, artinya jika telah terjadi ijtimak maka Bulan sudah menyelesaikan fase sinodisnya dan akan masuk pada fase sinodis berikutnya. Hanya saja hal ini tidak serta merta digunakan sebagai patokan dalam menetapkan awal bulan hijriah. Sebagaimana kerangka teori yang digunakan pada penelitian ini, yaitu adanya dialog dan juga integrasi. Dialog dan integrasi berikutnya adalah pada aspek posisi hilal yang merupakan kriteria untuk masuknya bulan hijriah baru. Posisi hilal apakah diatas ufuk atau di bawah ufuk pada saat Matahari terbenam maka perlu metode untuk memastikannya. Metode yang dibahas berdasarkan pemahaman ḥadīṣ didapatkan metode hisab atau rukyat untuk memastikan keberadaan hilal.

Penetapan awal bulan hijriah juga tidak bisa hanya menggunakan kriteria Bulan yang sudah di atas ufuk pada saat Matahari terbenam. Penetapan awal bulan hijriah dengan konsep ini disebut wujudul hilal. Syarat ini baru dikatakan sebagai syarat perlu, belum syarat cukup. Hilal yang telah wujud bisa terjadi Bulan belum ijtimak. Hal itu terjadi di Indonesia pada bulan Żulhijjah 1423H. Di daerah Kalimantan bagian selatan, Sulawesi bagian selatan, Nusa Tenggara dan Papua bagian selatan Bulan telah wujud pada saat maghrib 1 Februari 2003 tetapi belum terjadi ijtimak. Kasus yang lain juga terjadi pada saat bulan Syaban 1423 H atau bertepatan Oktober 2002. Pada saat itu Sebagian besar Indonesia Bulan telah wujud, tetapi belum terjadi ijtimak. Disinilah

Nampak bahwa ijtimak qablal ghurub diperlukan.⁴² Melihat hal ini, informasi kapan terjadinya ijtimak yang akurat sangat diperlukan. Syarat berikutnya adalah pada saat Matahari terbenam piringan Bulan berada di atas ufuk. Pada bagian syarat inilah muncul beberapa kriteria tentang ketinggian hilal untuk penentuan awal bulan hijriah. Salah satu kriteria yang dipakai oleh pemerintah saat ini adalah kriteria yang sering disebut dengan kriteria MABIMS baru, yaitu ketinggian hilal 3° dan sudut elongasi Bulan dan Matahari $6,4^{\circ}$.⁴³ Selain itu ada usulan secara akademik untuk kriteria hilal, yaitu umur Bulan. Umur Bulan pada kriteria MABIMS yang lama yaitu 8 jam. Penelitian yang dilakukan oleh N. Sopwan dan Moedji Raharto mengkaji umur Bulan (hilal) sebesar parameter tunggal. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa umur 8 jam belum menjamin hilal diatas ufuk, karena ada data dari penelitian N. Sopwan dan Moedji Raharto Bulan berumur 8 jam hilal masih di bawah ufuk.⁴⁴

⁴²Thomas Djamaluddin, *Menggagas Fiqih Astronomi: Telaah Hisab-Rukyat dan Pencarian Solusi Perbedaan Hari Raya*, (Bandung: Kaki Langit, 2005), 59.

⁴³Kriteria ini menurut Prof. Thomas Djamaludin, M.Sc menjadi titik temu dari perbedaan yang ada selama ini antara pemerintah dan ormas Islam. Thomas mengatakan kriteria baru tersebut ia rumuskan berdasarkan data-data astronomi global dan kajian dari berbagai jurnal astronomi. Makna fisisnya, bahwa dengan syarat tersebut, hilal yang sangat tipis itu diharapkan bisa mengalahkan cahaya syafak yang masih cukup terang. Dengan tinggi 3 derajat dan elongasi $6,4$ derajat, kontras hilal dan cahaya syafak memungkinkan hilal dapat di-rukyat. Lihat <https://www.japan.go.id/post/7913/upaya-menyseragamkan-awal-dan-akhir-bulan-puasa-bagaimana-caranya>

⁴⁴N. Sopwan dan Moedji Raharto, “Umur bulan sebagai parameter visibilitas hilal”, *Makalah pada Seminar Nasional Fisika*, (Surabaya: Jurusan Fisika FMIPA UNESA, 2019), 26 – 29.

Kapan waktu terjadinya ijtimak bisa didapatkan menggunakan hisab atau perhitungan. Ketinggian hilal, elongasi semua juga bisa didapatkan menggunakan perhitungan. Bagi penganut metode rukyat maka data-data tersebut digunakan untuk mendukung rukyat.⁴⁵ Secara garis besar metode penetapan awal bulan ada dua yaitu dengan metode hisab dan juga metode rukyat.

1. Metode Hisab

Secara etimologi hisab berasal dari kata **الْحِسَابُ** salah satu bentuk masdar dari **حَسَبَ - يَحْسُبُ - حِسَابًا** yang artinya perhitungan atau pemeriksaan.⁴⁶ Kata hisab sebagai kata serapan dari bahasa Arab ini menurut kamus bahasa Indonesia artinya juga hitungan, perhitungan, perkiraan.⁴⁷

Kata hisab pada terminologi ilmu falak berkaitan dengan perhitungan awal waktu shalat, perhitungan fase awal Bulan, perhitungan waktu gerhana Bulan, gerhana Matahari dan juga perhitungan arah Kiblat. Perhitungan ini meliputi perhitungan terhadap posisi-posisi geometris benda-benda langit khususnya Matahari, Bulan dan Bumi. Ilmu yang mempelajari posisi geometris Matahari, Bulan dan Bumi dalam peradaban Islam

⁴⁵Ahmad Ghazalie Masroeri, “Penentuan Awal Bulan Syawal dalam Perspektif NU”, diakses 2 November 2022, <http://falakiyah.nu.or.id/PedomanRukyatNU.aspx>

⁴⁶Ahmad Warson Munawir, *Kamus Al-Munawir*, (Surabaya: Pustaka Progressif, 1997), 261 dan bisa dilihat dalam banyak literatur lain diantaranya Tim Majelis Tarjih dan Tajdid, *Pedoman Hisab Muhammadiyah*, (Yogyakarta: Majelis Tarjih dan Tajdid PP Muhammadiyah, 2008), 1.

Tim Hisab Rukyat, *Almanak Hisab Rukyat*, (Jakarta: Proyek Pembinaan Badan Peradilan Agama Islam, 1981), 14.

⁴⁷Dendy Sugono dkk, *Kamus Bahasa Indonesia*, (Jakarta: Pusat Bahasa Departemen Pendidikan Nasional, 2008), 526

sering disebut ilmu haiah. Ilmu haiah padanan katanya dalam istilah Yunani disebut astronomi. Ilmu haiah ini sering disebut juga ilmu falak. Awalnya ilmu haiah lebih populer dibandingkan dengan istilah ilmu falak, namun sekarang istilah ilmu falak lebih populer untuk penyebutan perhitungan posisi benda langit, Matahari, Bulan dan Bumi.⁴⁸

Beberapa ayat al-Qur'an ketika menggunakan kata *al-hisāb* juga merujuk pada makna perhitungan. Misalnya dalam surat Yunus ayat 5, sebagai berikut:

هُوَ الَّذِي جَعَلَ الشَّمْسُ ضِيَاءً وَالْقَمَرَ نُورًا وَقَدَرَهُ مَنَازِلَ
لِتَعْلَمُوا عَدَدَ السِّنِينَ وَالْحِسَابَ ۗ مَا خَلَقَ اللَّهُ ذَلِكَ إِلَّا بِالْحَقِّ
يُفَصِّلُ الْآيَاتِ لِقَوْمٍ يَعْلَمُونَ

Dialah yang menjadikan matahari bersinar dan bulan bercahaya. Dialah pula yang menetapkan tempat-tempat orbitnya agar kamu mengetahui bilangan tahun dan perhitungan (waktu). Allah tidak menciptakan demikian itu, kecuali dengan benar. Dia menjelaskan tanda-tanda (kebesaran-Nya) kepada kaum yang mengetahui. (Q.S. Yunus/10:5).

وَالْقَمَرَ قَدَرْتَهُ مَنَازِلَ حَتَّىٰ عَادَ كَالْعُرْجُونِ الْقَدِيمِ ۗ لَا الشَّمْسُ يَنْبَغِي لَهَا أَنْ
تُذَرَكَ الْقَمَرَ وَلَا الْبَلُّ سَابِقُ النَّهَارِ يَوْمَئِذٍ ۗ فِي فَلَكَ يُسَبِّحُونَ

⁴⁸Tim Majelis Tarjih dan Tajdid PP Muhammadiyah, *Pedoman Hisab Muhammadiyah*, 4

(Begitu juga) bulan, Kami tetapkan bagi(-nya) tempat-tempat peredaran sehingga (setelah ia sampai ke tempat peredaran yang terakhir,) kembalilah ia seperti bentuk tandan yang tua. Tidaklah mungkin bagi matahari mengejar bulan dan malam pun tidak dapat mendahului siang. Masing-masing beredar pada garis edarnya. (Q.S. *Yā Sīn*/36: 39 – 40)

Pada Qur'an surat Yunus ayat 5 di atas menunjukkan bahwa Bulan dan Matahari memiliki sistem peredaran yang ditetapkan oleh Sang Pencipta supaya peredarannya dapat dihitung. Pada ayat tersebut terdapat penegasan bahwa peredaran Matahari dan Bulan dapat dihitung bukanlah hanya bersifat informasi, melainkan suatu tanda bagi manusia untuk dimanfaatkan dalam perhitungan waktu dan penentuan bilangan tahun. Jika ayat ini dikaitkan dengan Qur'an surat *Yā Sīn* ayat 39 menjelaskan bahwa Allah telah menetapkan manzilah-manzilah bagi perjalanan Bulan mengelilingi Bumi. Ketetapan Allah itu bersifat pasti sehingga jika dihubungkan dengan Qur'an surat ar-Rahman ayat 5 Bulan dan posisinya dapat dihitung. Semua ini adalah isyarat dibolehkannya penggunaan hisab. Pada surat *Yā Sīn* ayat 39 dijelaskan pula bahwa Bulan dalam perjalanannya mengelilingi Bumi menempati posisi-posisi hingga posisi terakhir dimana terjadi fase ijtimak atau Bulan baru. Secara astronomis kelahiran Bulan baru itu adalah saat ijtimak. Jadi ayat ini memberi isyarat bahwa terjadinya ijtimak adalah salah satu kriteria untuk menentukan awal bulan hijriah baru. Hanya saja kriteria ini belum memadai karena

ijtimak bisa terjadi kapan saja, bisa pagi, bisa siang, bisa tengah malam, dini hari dan seterusnya. Sementara itu bilangan bulan harus utuh. Berdasarkan hal ini maka diperlukan kriteria lain sebagai tambahan yaitu saat pergantian hari seperti diisyaratkan pada Qur'an surat *Yā Sīn* ayat 40. Saat pergantian hari yaitu pada waktu terbenamnya Matahari, Bulan harus sudah mengejar Matahari atau Bulan di atas ufuk. Berdasarkan paparan ini maka kriteria awal bulan hijriah baru adalah (a) telah terjadi ijtimak, (b) ijtimak terjadi sebelum Matahari terbenam, (c) pada saat terbenamnya Matahari, posisi Bulan berada di atas ufuk. Jika ketiga kriteria ini terpenuhi maka malam itu dan keesokan harinya merupakan bulan hijriah baru.⁴⁹

Penggunaan metode hisab dalam ilmu falak di Indonesia untuk penentuan awal bulan hijriah dipelopori oleh ormas Muhammadiyah. Penggunaan metode hisab untuk penentuan awal bulan hijriah masih menjadi perdebatan para ulama, namun pengguna metode hisab memiliki beberapa argumentasi di antaranya sebagai berikut:⁵⁰

- a. Perintah rukyat bukanlah penyebab untuk melakukan puasa. Jika rukyat adalah sebab berpuasa, maka seharusnya

⁴⁹Syamsul Anwar, "Kontroversi Hisab dan Rukyat," dalam *Hisab Bulan Kamariah Tinjauan Syar'i Tentang Penetapan Awal Ramadan, Syawal dan Zulhijah*, (Yogyakarta: Suara Muhammadiyah, 2009), 6 – 7

⁵⁰Muhammad Rofiq Muzzakir, "Tujuh Alasan Ulama Pra Modern Menolak Hisab dan Jawaban Terhadapnya," dalam *Argumentasi Hisab Muhammadiyah*, ed. Syamsul Anwar dkk., (Yogyakarta: Majelis Tarjih dan Tajdid PP Muhammadiyah, 2014), 51-72.

Nabi juga memerintahkan rukyat pada hari ke-30 Sya'ban. Perintah Nabi justru untuk menggenapkan bilangan bulan. Jadi rukyat hanyalah menjadi salah satu cara untuk melihat hilal, karena salah satu tanda masuknya awal bulan adalah penampakan hilal.

- b. Penggunaan hisab tidak ada larangan dari Nabi, walaupun ada ḥadīs berikut:⁵¹

عَنْ النَّبِيِّ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ أَنَّهُ قَالَ إِنَّا أُمَّةٌ أُمِّيَّةٌ لَا نَكْتُبُ وَلَا نَحْسِبُ الشَّهْرَ هَكَذَا وَهَكَذَا يَعْنِي مَرَّةً تِسْعَةً وَعِشْرِينَ وَمَرَّةً ثَلَاثِينَ

Dari Nabi shallallahu 'alaihi wasallam bersabda: "Kita ini adalah ummat yang ummi, yang tidak biasa menulis dan juga tidak menghitung satu bulan itu jumlah harinya segini dan segini, yaitu sekali berjumlah dua puluh sembilan dan sekali berikutnya tiga puluh hari".

Redaksi ḥadīs tersebut menurut Imam al-Nawāwi dan imam al-Ramlī tidak memuat larangan maupun peniadaan. Jika ulama yang melarang hisab dalam penentuan awal bulan hijriah konsisten dengan ḥadīs ini maka seharusnya melarang tulis menulis juga, tidak hanya melarang hisab. Menurut penganut metode hisab, ḥadīs tersebut menggambarkan sebuah realita bukan sebuah larangan.

- c. Tidak ada ijmak ulama untuk melarang metode hisab, yang ada adalah adanya sebagian ulama yang melarang penggunaan hisab murni dalam penentuan awal bulan

⁵¹Bukhari, *Shahih Bukhari*, Vol. III (Riyadh: Darussalam, 1997), Ḥadīs no. 1913, 88.

hijriah dan ada sebagian ulama yang membolehkan metode hisab.

- d. Ilmu hisab berbeda dengan ilmu nujum, yang mana ilmu nujum adalah ilmu yang dilarang. Ilmu nujum bersifat dugaan untuk meramalkan peristiwa yang belum terjadi, sedangkan ilmu hisab (metode hisab) bukanlah sebuah ramalan tanpa dasar, tetapi berdasarkan fenomena-fenomena peredaran Bulan dan Matahari, sebagaimana tersirat dalam surat Yunus ayat 5 dan surat ar-Rahman ayat 5.
- e. Metode hisab memiliki tingkat akurasi yang baik bahkan sampai pada ukuran detik. Sebaliknya metode rukyat memiliki peluang ketidakpastian dan tidak akurat karena faktor yang bersifat *human error*, misalnya kemampuan mata dalam melihat hilal dan membedakan hilal dengan objek lain. Faktor cuaca, faktor pengalaman juga mempengaruhi ketidakpastian metode rukyat.
- f. Metode hisab tidak lagi menjadi ilmu yang sulit dipelajari dan diimplementasikan. Banyak perguruan tinggi yang mengajarkan ilmu falak dan juga ilmu astronomi, sehingga banyak melahirkan ahli-ahli dalam bidang metode hisab.

Metode hisab untuk perhitungan awal bulan hijriah secara umum terbagi menjadi dua yaitu hisab urfi dan hisab hakiki.⁵²

⁵²Tim Majelis Tarjih dan Tajdid PP Muhammadiyah, *Pedoman Hisab Muhammadiyah*, 18 dapat ditemukan juga di *Almanak Hisab Rukyat*, (Jakarta:

a. Metode Hisab Urfi

Metode hisab urfi adalah sistem perhitungan kalender yang ditentukan secara tradisional berdasarkan orbit rata-rata Bulan mengelilingi Bumi.⁵³ Setiap bulan memiliki panjang hari yang tetap, bergantian 30 hari untuk Muharram, 29 hari untuk Safar, 30 hari untuk Rabiul Awal, dan seterusnya. Dzulhijjah memiliki 30 hari kecuali tahun kabisat. Proses komputasi semacam ini tentu tidak berlaku valid untuk penentuan awal bulan Hijriah yang berkaitan langsung dengan ibadah.⁵⁴ Metode urfi ini berdampak pada jumlah hari bulan Ramadhan selalu 30 hari, padahal pada kenyataannya tidak selalu 30 hari tergantung status hilal pada saat itu. Umur bulan secara hisab urfi berjumlah 29 atau 30, jika ditinjau dari rata-rata fase sinodis Bulan sangat logis. Fase Bulan sinodis yaitu sekitar 29 hari 12 jam 44 detik.

Menggunakan kaidah metode hisab ‘urfi, maka perhitungan masing-masing bulannya adalah sebagai berikut:

Proyek Pembinaan Badan Peradilan Agama Islam, 1981), 37-38 atau bisa juga dilihat di beberapa literatur buku Ilmu Falak diantaranya dibahas di buku *Pedoman Perhitungan Awal Bulan Qamariyah dengan Ilmu Ukur Bola*, (Jakarta: Bagian Proyek Pembinaan Administrasi Hukum dan Peradilan Agama, 1983), 7-8.

⁵³Uum Jumsa, *Ilmu Falak: Panduan Praktis Menentukan Hilal*, (Bandung: Humaniora, 2006), 1.

⁵⁴Tim Penulis, *Pedoman Perhitungan Awal Bulan Qamariyah dengan Ilmu Ukur Bola*, (Jakarta: Bagian Proyek Pembinaan Administrasi Hukum dan Peradilan Agama, 1983), 7-8.

- 1) Bulan Muharram : 30 hari
- 2) Bulan Shafar : 29 hari
- 3) Bulan Rabi' al-Awwal : 30 hari
- 4) Bulan Rabi' al-Saani : 29 hari
- 5) Bulan Jumad al-Awwal : 30 hari
- 6) Bulan Jumad al-Sani : 29 hari
- 7) Bulan Rajab : 30 hari
- 8) Bulan Sya'ban : 29 hari
- 9) Bulan Ramadhan : 30 hari
- 10) Bulan Syawwal : 29 hari
- 11) Bulan Dzulqa'dah : 30 hari
- 12) Bulan Dzulhijjah : 29 hari (basithah), 30 hari (kabisat)

Jumlah hari tahun kabisat ada 355 hari sedangkan jumlah hari tahun basithah 354 hari. Tahun Kabisat ada beberapa tipe sebagaimana berikut ini:⁵⁵

- 1) Tipe I. Tahun kabisat terjadi pada tahun ke 2, 5, 7, 10, 13, 15, 18, 21, 24, 26, dan 29. Tipe ini sering disebut *Kuwaiti algorithm*.
- 2) Tipe II. Tahun kabisat terjadi pada tahun ke 2, 5, 7, 10, 13, 16, 18, 21, 24, 26, dan 29. Tipe ini tipe yang paling

⁵⁵M.G. Rashed et al., "Investigation the Arithmetical or Tabular Islamic calendar", *NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics, Volume 7, Issue 1*, (2018), 20 – 21, <https://doi.org/10.1016/j.nrjag.2017.12.005> diakses pada tanggal 22 September 2022 pukul 17.00 di <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2090997717300329>

populer digunakan, dicetuskan oleh al-Fazari, al-Khwarizmi dan al-Battani.

- 3) Tipe III. Tahun kabisat terjadi pada tahun ke 2, 5, 8, 10, 13, 16, 19, 21, 24, 27, dan 29. Tipe ini digunakan dalam Kalender Mesir atau Kalender Bohra, dan juga kalender Fatimiyah.
- 4) Tipe IV. Tahun kabisat terjadi pada tahun ke 2, 5, 8, 11, 13, 16, 19, 21, 24, 27, dan 30. Tipe ini yang digunakan oleh Habash al-Hasib dan al-Biruni.

Metode hisab urfi ini memiliki beberapa keuntungan dikarenakan jumlah harinya sudah bisa dipastikan dan tetap, keuntungannya yaitu memungkinkan untuk keseragaman kalender, tetapi keseragaman ini tidak didukung oleh kepastian posisi hilal. Metode urfi yang seperti itu tentu memiliki kelemahan diantaranya sebagai berikut:⁵⁶

- 1) Tidak ada kepastian tentang tanggal 1 Muharam 1 H
- 2) Tidak ada kesepakatan urutan letak tahun kabisat dalam setiap siklus, sehingga berakibat pada perbedaan dalam perhitungan dan memulai bulan baru hijriah.
- 3) Hisab urfi dapat menyebabkan mulai Bulan baru sebelum Bulan di langit lahir atau sebaliknya bisa terjadi bulan baru belum mulai padahal Bulan di langit

⁵⁶Syamsul Anwar dkk, *Paham Hisab Muhammadiyah dan Tuntunan Ibadah Bulan Ramadhan*, (Yogyakarta: Majelis Tarjih dan Tajdid PP Muhammadiyah, 2016), 68-70.

sudah lahir sebelumnya atau sudah kelihatan dengan jelas.

- 4) Bulan Ramadan selalu berjumlah 30 hari, tentu hal ini tidak sesuai dengan sunnah Rasul saw tentang puasa Ramadan yang kadang-kadang 29 hari atau 30 hari sesuai dengan gerak dan posisi Bulan yang sebenarnya di langit.

Metode urfi ini pernah dipakai di seluruh negara Islam dalam masa yang panjang termasuk di Indonesia.⁵⁷

b. Metode Hisab Hakiki

Kata hisab hakiki dimaksudkan untuk membedakan dengan istilah hisab urfi. Hisab hakiki adalah metode penentuan awal bulan hijriah dengan menentukan kedudukan Bulan pada saat Matahari terbenam.⁵⁸ Hisab hakiki juga didefinisikan sebagai metode hisab yang menggunakan data gerak Bumi, Bulan dan Matahari sesungguhnya,⁵⁹ selain itu juga menggunakan kaidah-kaidah ilmu ukur segitiga bola (*spherical trigonometry*). Metode hisab hakiki yang menggunakan data rata-rata waktu ijtimak kemudian dilakukan koreksi dengan penambahan atau pengurangan tetapi tidak memperhitungkan posisi pengamat, Bulan, dan Matahari

⁵⁷Azhari, *Kalender Islam: Kearah Integrasi*, 63

⁵⁸Tim Hisab Rukyat, *Almanak Hisab Rukyat*, 38

⁵⁹Tim Majelis Tarjih dan Tajdid PP Muhammadiyah, *Pedoman Hisab Muhammadiyah*, (Yogyakarta: Majelis Tarjih dan Tajdid PP Muhammadiyah, 2009), 21

serta tidak menggunakan teori segitiga bola disebut metode hisab hakiki taqribi. Secara perhitungan metode hisab hakiki taqribi menggunakan ilmu astronomi *Ptolomeus* dengan konsep geosentris. Metode hisab hakiki yang memperhitungkan ketinggian hilal, posisi pengamat dan pembiasan di atmosfer serta menggunakan kaidah-kaidah astronomi mutakhir serta ilmu ukur segitiga bola disebut dengan metode hisab hakiki tahqiqi.

Dengan metode hisab hakiki sangat memungkinkan dua bulan yang berurutan memiliki jumlah hari yang sama tidak seperti hisab urfi, contohnya bulan Ramadhan 1442 H dengan bulan Syawal 1442 H memiliki jumlah hari yang sama yaitu 30 hari.

Ada dua aliran besar dalam metode hisab hakiki untuk penentuan awal bulan hijriah yaitu aliran yang berpandangan pada ijtimak semata dan aliran yang berpandangan pada ijtimak dan posisi hilal diatas ufuk.⁶⁰

2. Metode Rukyat

Rukyat merupakan kata serapan dari bahasa Arab. Berasal dari kata *raay*, *yaraa*, menjadi *ra'yan*, *ru'yatan*, dan seterusnya. Secara bahasa *raay* artinya melihat atau mengamati.⁶¹ Kegiatan rukyat dalam terminologi ilmu falak berkaitan dengan melihat

⁶⁰Azhari, *Kalender Islam: Kearah Integrasi*, 64-65.

⁶¹Azhari, *Kalender Islam*, 74.

hilal⁶² saat Matahari terbenam pada tanggal 29 hijriah, sehingga sering disebut dengan rukyatul hilal.

Kelompok yang berpandangan bahwa penentuan awal bulan hijriah harus menggunakan metode rukyatul hilal menggunakan dasar beberapa ḥadis` salah satunya ḥadis` yang diriwayatkan oleh Imam Bukhori berikut ini:⁶³

صُومُوا لِرُؤْيَيْهِ وَأَفْطِرُوا لِرُؤْيَيْهِ فَإِنْ عُدِّيَ عَلَيْكُمْ فَأَكْمَلُوا عِدَّةَ شَعْبَانَ ثَلَاثِينَ

Berpuasalah kalian pada saat kalian telah melihatnya (bulan), dan berbukalah kalian juga di saat telah melihatnya (hilal bulan Syawal) Dan apabila tertutup mendung bagi kalian maka genapkanlah bulan Sya'ban menjadi 30 hari." (HR. Bukhari)

Pengamatan Bulan dan penggenapan bulan menjadi 30 hari dipahami sebagai cara yang paling sesuai sengan ketentuan Rasulullah salam penentuan awal bulan hijriah. Pemahaman seperti inilah yang dianut Sebagian ulama fikih termasuk ulama mazhab empat (Hanafi, Maliki, Syafii, dan Hambali). Selain

⁶²Hilal menurut kamus bahasa Indonesia adalah bulan sabit (lihat *Kamus Bahasa Indonesia*, (Jakarta: Pusat Bahasa Departemen Pendidikan Nasional, 2008), 545. Menurut Susiknan Azhari, hilal adalah Bulan sabit yang tampak pada beberapa saat sesudah ijtimak. Hilal adalah penamaan dari kondisi Bulan, orang Arab memiliki penamaan Bulan sesuai tingkatannya. Hilal untuk penamaan Bulan sabit, Badr penamaan untuk Bulan purnama, Qamar penamaan untuk Bulan setiap saat. (lihat *Ensiklopedi Hisab Rukyat*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2012), 76-77.

⁶³Bukhari, *Shahih Bukhari*, Vol. III (Riyadh: Darussalam, 1997), Ḥadis no. 1909, 86.

dalil ḥadīṣ di atas ada juga dalil lain yang digunakan oleh penganut rukyat yaitu: ⁶⁴

فَمَنْ شَهِدَ مِنْكُمُ الشَّهْرَ فَلْيَصُمْهُ

Karena itu, barangsiapa di antara kamu menyaksikan (di negeri tempat tinggalnya) di bulan itu, maka hendaklah ia berpuasa pada bulan tersebut.” (QS. al Baqarah/2: 185)

Kata syahida dapat dimaknai dengan menyaksikan Bulan, yaitu rukyat yang biasa dilakukan oleh umat Islam selama ini. Selain itu ada juga ḥadīṣ yang secara tekstual menyebutkan bahwa melihat hilal dan menggenapkan hari bulan hijriah menjadi 30 adalah cara yang dipakai oleh Rasulullah. Diantaranya adalah:

عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ دِينَارٍ عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ عُمَرَ رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُمَا أَنَّ رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ قَالَ الشَّهْرُ تِسْعٌ وَعِشْرُونَ لَيْلَةً فَلَا تَصُومُوا حَتَّى تَرَوْهُ فَإِنْ عُمَّ عَلَيْكُمْ فَأَكْمِلُوا الْعِدَّةَ ثَلَاثِينَ

Dari 'Abdullah bin Dinar dari 'Abdullah bin 'Umar radiallahu 'anhu bahwa Rasulullah shallallahu 'alaihi wasallam bersabda: "Satu bulan itu berjumlah dua puluh sembilan malam (hari) maka janganlah kalian berpuasa hingga kalian melihatnya. Apabila kalian terhalang oleh awan maka sempurnakanlah jumlahnya menjadi tiga puluh".⁶⁵

⁶⁴M. Nashirudin, *Kalender Hijriah Universal: Kajian atas Sistem dan Prospeknya di Indonesia*, (Semarang: Rafi Sarana Perkasa, 2013), 104 – 107.

⁶⁵Bukhari, *Shahih al Bukhari*, bab ṣaum, (Beirut : Dar al Kitab al'Ilmiyyah, 1992) nomor ḥadīṣ 1774.

Ḥadīṣ di atas dan yang senada dengan itu memberikan pengertian bahwa ada dua acara yang dipakai oleh umat Islam sejak masa Rasulullah SAW dalam memulai dan mengakhiri ibadah puasa Ramadhan, yaitu *pertama* dengan melihat hilal tanggal 1 Ramadhan untuk memulai kewajiban puasa dan melihat hilal tanggal 1 Syawal untuk berhari raya. Hal ini dikenal dengan metode rukyatul hilal. *Kedua*, menyempurnakan bilangan hari bulan Sya'ban menjadi 30 hari untuk memulai bulan Ramadhan dan menyempurnakan bilangan hari bulan Ramadhan menjadi 30 hari untuk berhari raya Idul Fitri. Metode ini dikenal dengan istikmal karena hilal tidak memungkinkan untuk dirukyat. Argumentasi yang menguatkan untuk rukyat berdasarkan dalil-dalil dan pemahaman ahli fikih terangkum dalam tiga hal yaitu, *pertama* berupa perintah memulai dan mengakhiri puasa berdasarkan penampakan hilal yang bisa dirukyat, jika tidak bisa dirukyat maka dilakukan istikmal. *Kedua*, berupa larangan memulai dan mengakhiri puasa Ramadhan kecuali dengan cara di atas. *Ketiga*, berupa amaliyah nyata yaitu berdasarkan teladan dari Nabi SAW untuk memulai puasa dan mengakhirinya berdasarkan laporan penampakan hilal yang berhasil dirukyat atau berdasarkan istikmal.⁶⁶

Dalam ḥadīṣ-ḥadīṣ yang lain Rasulullah saw juga menggunakan kata *raaytum* yang berasal dari kata *raa* untuk

⁶⁶ M. Nashirudin, *Kalender Hijriah Universal: Kajian atas Sistem dan Prospeknya di Indonesia*, (Semarang: Rafi Sarana Perkasa, 2013), 104 – 107.

menjelaskan kapan puasa tersebut harus dimulai dan kapan pula harus diakhir. Jika cuaca buruk dan mendung sehingga tidak bisa dilakukan rukyatul hilal, digunakan kata *faqdurulah* dan *fa akmilu 'iddah al-sya'ban salasatin*. Perintah di dalam hadis ini dipegang teguh dan terus menerus digunakan oleh para ulama besar empat mazhab (Hanafi, Maliki, Syafi'i, dan Hanbali) mengatakan bahwa untuk penentuan awal bulan hijriah wajib menggunakan metode *rukyat al-hilal bi al-fi'il*. Pandangan ini diikuti organisasi Islam di Indonesia dan juga dunia melakukan rukyat hilal secara langsung serta melakukan istikmal 30 hari jika hilal tidak visible.⁶⁷ Pengguna metode rukyat tidak meninggalkan hisab, tetap menggunakan hisab untuk mendasari proses rukyat supaya bisa memprediksi arah area penampakan hilal serta waktu terbenamnya Matahari. Rukyatul hilal sekarang juga banyak yang dibantu dengan teleskop untuk meningkatkan akurasi rukyat.

D. Algoritma Jean Meeus dalam Perhitungan Waktu Ijtimak (Fase Bulan Baru atau *New Moon*)

1. Biografi Jean Meeus

Jean Meeus adalah seorang ahli meteorologi dan astronom Belgia. Lahir pada tahun 1928, Jean Meeus belajar matematika di Universitas Louvain (Leuven) di Belgia, menerima Gelar Licentiate pada tahun 1953. Sejak saat itu hingga pensiun pada

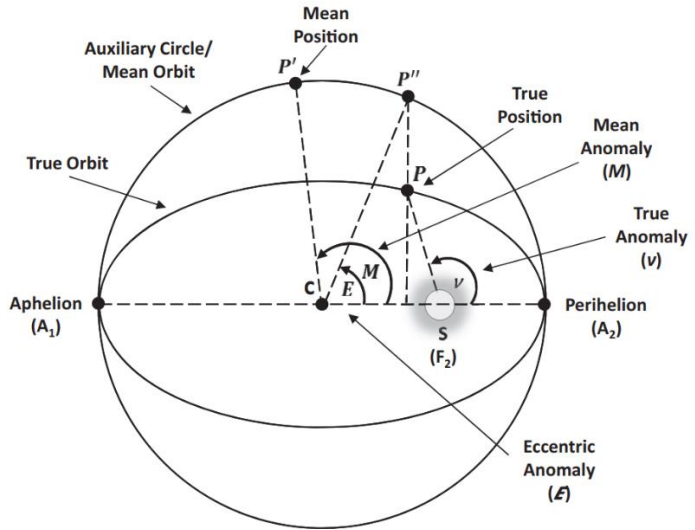
⁶⁷Ma'rifat Iman, *Kalender Pemersatu Dunia Islam*, (Jakarta: Gaung Persada, 2010), 63 – 64.

tahun 1993, ia menjadi ahli meteorologi di Bandara Brussels. Minat khususnya adalah dalam astronomi bola dan matematika. Dia adalah rekan penulis "*Canon of Solar Eclipses*" (1966 dan 1983), dan "*Canon of Lunar Eclipses*" (1979). "Rumus Astronomi untuk Kalkulator"-nya (1979, 1982, 1985, dan 1988) telah diakui secara luas oleh astronom amatir dan profesional. Karya selanjutnya termasuk "*Elements of Solar Eclipses 1951-2200*" (1989), "*Transits*" (1989), "*Astronomical Algorithms*" (1991 dan 1999), "*Astronomical Tables of the Sun, Moon and Planets*" (1983 dan 1995), "*Mathematical Astronomy Morsels*" (1997), "*More Mathematical Astronomy Morsels*" (2002), dan "*Mathematical Astronomy Morsels III*" (2004).⁶⁸

2. Algoritma Perhitungan Fase Ijtimak Metode Jean Meeus

Algoritma perhitungan fase Bulan baru (*new Moon*) tidak lepas dari hukum Kepler tentang orbit benda langit pada bidang elips, yang sudah dibahas pada bab sebelumnya. Ada beberapa komponen yang terlibat dalam perhitungan algoritma Jean Meeus sebagaimana gambar di bawah ini.

⁶⁸Diakses dari <https://rasc.rocks/honorary-member-jean-meeus> pada 15 Desember 2020 pukul 16.04



Gambar 2.7 Orbit Elemen yang Terlibat dalam Perhitungan Algoritma Jean Meeus⁶⁹

Langkah perhitungan fase Bulan baru menurut Jean Meeus adalah sebagai berikut:⁷⁰

- a. Menentukan k

$$k = (\text{tahun} - 2000) \times 12,3685 \dots\dots\dots(2.1)$$

Integer dari k adalah menyatakan fase Bulan baru (*new Moon*).

- b. Menghitung T

$$T = \frac{k}{1236,85} \dots\dots\dots(2.2)$$

- c. Menghitung JDE (Julian Ephemeris Day)

⁶⁹J.L. Lawrence, *Celestial Calculations: A Gentle Introduction to Computational Astronomy*, (Cambridge: The MIT Press, 2018),76

⁷⁰Jean Meeus, *Astronomical Algorithm*, 349-352

$$JDE = 2451550,09766 + 29,530588861k + 0,00015437T^2 - 0,000000150T^3 + 0,00000000073T^4 \dots\dots\dots(2.3)$$

d. Menghitung variabel E

$$E = 1 - 0,002516T - 0,0000074T^2 \dots\dots\dots(2.4)$$

e. Menghitung M

M adalah *Sun's mean anomaly* pada waktu JDE^{71}

$$M = 2,5534 + 29,10535670k - 0,0000014T^2 - 0,00000011T^3 \dots\dots\dots(2.5)$$

f. Menghitung M'

M' adalah *Moon's mean anomaly*

$$M' = 201,5643 + 385,81693528k + 0,0107582T^2 + 0,00001238T^3 - 0,000000058T^4 \dots\dots\dots(2.6)$$

g. Menghitung F

F adalah argumen latitude Bulan.

$$F = 160,7108 + 390,67050284k - 0,0016118T^2 - 0,00000227T^3 + 0,000000011T^4 \dots\dots\dots(2.7)$$

h. Menghitung Ω

Ω adalah bujur astronomi Bulan dari *ascending node*.

⁷¹Anomali rata-rata Matahari atau *Sun's mean anomaly* adalah jarak sudut dari perihelion Bumi yang akan ditematinya jika bergerak di sekitar Matahari dengan kecepatan sudut konstan (lihat Jean Meeus, *Astronomical Algorithm*, 194). Istilah *anomaly* biasanya digunakan untuk menentukan besarnya sudut yang diukur dari titik perihelion, disebut *anomaly* untuk membedakan garis bujur yang diukur dari beberapa titik referensi lainnya.

$$\Omega = 124,7746 - 1,56375588k + 0,0020672T^2 + 0,0000215T^3 \dots\dots\dots(2.8)$$

i. Menghitung suku koreksi fase Bulan baru

Dengan C = jumlah koreksi (dalam satuan hari)

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6 + C_7 + C_8 + C_9 + C_{10} + C_{11} + C_{12} + C_{13} + C_{14} + C_{15} + C_{16} + C_{17} + C_{18} + C_{19} + C_{20} + C_{21} + C_{22} + C_{23} + C_{24} + C_{25} \dots\dots\dots(2.9)$$

Keterangan:

- $C_1 = -0,40720 \sin M'$
- $C_2 = 0,17241E \sin M$
- $C_3 = 0,01608 \sin 2M'$
- $C_4 = 0,01039 \sin 2F$
- $C_5 = 0,00739E \sin (M' - M)$
- $C_6 = -0,00514E \sin (M' + M)$
- $C_7 = 0,00208 E^2 \sin 2M$
- $C_8 = -0,00111 \sin (M' - 2F)$
- $C_9 = -0,00057 \sin (M' + 2F)$
- $C_{10} = 0,00056E \sin (2M' + M)$
- $C_{11} = -0,00042 \sin 3M'$
- $C_{12} = 0,00042 E \sin (M + 2F)$
- $C_{13} = 0,00038 E \sin (M - 2F)$
- $C_{14} = -0,00024 E \sin (2M' - M)$
- $C_{15} = -0,00017 \sin \Omega$

$$C_{16} = -0,00007 \sin(M' + 2M)$$

$$C_{17} = 0,00004 \sin(2M' - 2F)$$

$$C_{18} = 0,00004 \sin 3M$$

$$C_{19} = 0,00003 \sin(M' + M - 2F)$$

$$C_{20} = 0,00003 \sin(2M' + 2F)$$

$$C_{21} = -0,00003 \sin(M' + M + 2F)$$

$$C_{22} = 0,00003 \sin(M' - M + 2F)$$

$$C_{23} = -0,00002 \sin(M' - M - 2F)$$

$$C_{24} = -0,00002 \sin(3M' + M)$$

$$C_{25} = 0,00002 \sin 4M'$$

j. Menghitung Argumen Planet.

$$A_1 = 299,77 + 0,107408k - 0,009173T^2$$

$$A_2 = 251,88 + 0,016321k$$

$$A_3 = 251,83 + 26,651886k$$

$$A_4 = 349,42 + 36,412478k$$

$$A_5 = 84,66 + 18,206239k$$

$$A_6 = 141,74 + 53,303771k$$

$$A_7 = 207,14 + 2,453732k$$

$$A_8 = 154,84 + 7,306860k$$

$$A_9 = 34,52 + 27,261239k$$

$$A_{10} = 207,19 + 0,121824k$$

$$A_{11} = 291,34 + 1,844379k$$

$$A_{12} = 161,72 + 24,198154k$$

$$A_{13} = 239,56 + 25,513099k$$

$$A_{14} = 331,55 + 3,592518k$$

.....(2.10)

k. Menghitung koreksi untuk semua fase Bulan.

$$\begin{aligned}
 C_A = & 0,000325\sin A_1 + 0,000165\sin A_2 + 0,000164\sin A_3 \\
 & + 0,000126\sin A_4 + 0,000110\sin A_5 \\
 & + 0,000062\sin A_6 + 0,000060\sin A_7 \\
 & + 0,000056\sin A_8 + 0,000047\sin A_9 \\
 & + 0,000042\sin A_{10} + 0,000040\sin A_{11} \\
 & + 0,000037\sin A_{12} + 0,0000035\sin A_{13} \\
 & + 0,000023\sin A_{14} \\
 & \dots\dots\dots(2.11)
 \end{aligned}$$

1. Menghitung $JDE_{terkoreksi}$

$$JDE_{terkoreksi} = JDE_{rata-rata} + C + C_A \dots\dots\dots(2.12)$$

Jika $JDE_{terkoreksi}$ akan dirubah menjadi UT maka

$$JDE_{terkoreksi} - \Delta T$$

3. Karakteristik Koefisien Suku Koreksi Fase Bulan Baru
Algoritma Jean Meeus

Berikut ini adalah koefisien suku koreksi fase Bulan baru Jean Meeus:

Tabel 2.1 Koefisien Suku Koreksi Fase Bulan Baru Jean Meeus

Suku ke-	Koefisien	Suku ke-	Koefisien
1	-0.40720	14	-0.00024
2	0.17241	15	-0.00017
3	0.01608	16	-0.00007
4	0.01039	17	0.00004
5	0.00739	18	0.00004

6	-0.00514		19	0.00003
7	0.00208		20	0.00003
8	-0.00111		21	-0.00003
9	-0.00057		22	0.00003
10	0.00056		23	-0.00002
11	-0.00042		24	-0.00002
12	0.00042		25	0.00002
13	0.00038			

Secara satuan waktu koefisien Jean Meeus menggunakan satuan waktu hari. Jika koefisien di atas dinilai mutlakkan, maka akan terlihat suku koreksi yang pertama memiliki nilai yang paling besar akan terus menurun untuk suku-suku berikutnya. Jika dilihat nilai suku pertama maka suku ini memiliki pengaruh yang paling besar terhadap perhitungan. Secara tidak langsung sangat mempengaruhi tingkat akurasi perhitungan metode Jean Meeus ini, sedangkan suku ke-25 memiliki nilai yang paling kecil, tentu pengaruhnya tidak signifikan suku yang pertama.

Karakteristik suku koreksi ini menarik, karena dirumuskan secara konstan menurun dari suku yang pertama sampai suku ke-25. Menimbulkan tanda tanya peneliti. Apakah suku ini hanyalah satu-satunya? Apakah bisa didapatkan suku lain yang memiliki akurasi sama, lalu bagaimana metode untuk mendapatkan suku koreksi alternatif yang memiliki akurasi minimal sama dengan Jean Meeus?

E. Regresi Linier

1. Sejarah Regresi

Istilah regresi berasal dari kata dasar Latin *regressio* dan dalam penggunaan bahasa umum memiliki arti regresi, penurunan, degenerasi, kambuh, dan pengurangan. Selain agronomi, regresi juga digunakan dalam beberapa disiplin ilmu, seperti geologi, psikoanalisis, epidemiologi, pengembangan perangkat lunak, dan psikologi, dan berfokus pada makna yang berbeda tergantung pada subjek disiplin ilmu. Dalam statistik, istilah regresi penggunaannya berasal dari Francis Galton (1822–1911). Pada tahun 1885, ia melaporkan percobaan dengan induk dan benih keturunan kacang polong manis dan mengamati “bahwa keturunannya cenderung tidak menyerupai biji induknya dalam ukuran, tetapi selalu lebih biasa-biasa saja daripada mereka — menjadi lebih kecil dari induknya. Percobaan menunjukkan lebih lanjut bahwa regresi ukuran anak rata-rata menuju mediokritas berbanding lurus dengan deviasi orang tua darinya ”(Galton, 1885). Dalam laporan pertamanya tentang percobaan kacang, Galton masih menggunakan istilah *reversion* daripada regresi (Galton, 1877).⁷²

Sekitar waktu yang sama, ia melakukan penelitian pada populasi manusia (dikenal sebagai catatan keluarga Galton) dan

⁷²Christel Richter dan Hans-Peter Piepho, “Chapter 6: Linear Regression Techniques,” dalam *Applied Statistics in Agricultural, Biological, and Environmental Sciences* (Madison, WI: American Society of Agronomy, Crop Science Society of America, and Soil Science Society of America, Inc., 2018), 108, <https://doi.org/10.2134/appliedstatistics.2015.0080>.

mendeteksi hasil yang serupa. Galton menamakan efek ini "regresi menuju mediokritas dalam status turun temurun" (Galton, 1886). Untuk pemaknaan regresi yang umum dipakai sampai sekarang dikembangkan oleh Pearson. Pearson (1896) membahas hasil Galton dan dilengkapi fungsi linear untuk datanya dengan metode kuadrat-terkecil. Dia menyebut kemiringan fungsi linear sebagai koefisien regresi. Kemiringan fungsi data Galton lebih kecil dari satu, dan di sini kita masih melihat arti asli dari istilah regresi.⁷³

2. Pengantar Regresi Linier

Analisis regresi adalah metode untuk menemukan hubungan antara satu atau lebih variabel respon (juga disebut variabel dependen, variabel yang dijelaskan, variabel prediksi, atau regresi, biasanya dilambangkan dengan y) dan variabel prediktor (juga disebut variabel independen, variabel penjelas, variabel kontrol, atau regressor, biasanya dilambangkan dengan x_1, x_2, \dots, x_p). Ada tiga jenis regresi, yang pertama adalah regresi linier sederhana. Regresi linier sederhana adalah model probabilistic yang menyatakan hubungan linier antara dua variabel, di mana salah satu variabel dianggap mempengaruhi variabel yang lain. Variabel yang mempengaruhi dinamakan variabel independent sedangkan variabel yang dipengaruhi dinamakan variabel dependen.⁷⁴ Ada juga yang mendefinisikan

⁷³Richter dan Piepho, 108.

⁷⁴Suyono, *Analisis Regresi untuk Penelitian*, (Yogyakarta: Deepublish, 2005), 5.

Regresi linier sederhana adalah untuk memodelkan hubungan linier antara dua variabel. Salah satunya adalah variabel dependen (variabel terikat) disimbolkan dengan y dan yang lainnya adalah variabel independent (variabel bebas) disimbolkan dengan x . Model regresi sederhana sering ditulis sebagai berikut:⁷⁵

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon \quad \dots\dots\dots (2.13)$$

Dengan α adalah intersep dari y , β adalah gradien atau kemiringan garis regresi yang menunjukkan perubahan rata-rata distribusi probabilitas y untuk setiap peningkatan satu unit x ⁷⁶, dan ε adalah *random error*. Model persamaan (2.13) disebut regresi linier karena y merupakan fungsi linier dari x , dimana x adalah variabel berpangkat 1. Pada persamaan (2.13) ini y juga merupakan fungsi linier dari parameter α dan β yang masing-masing berpangkat 1. Secara umum model yang linier secara variabel disebut sebagai model linier. Jadi persamaan (2.13) merupakan model regresi linier sekaligus model linier atau persamaan linier.⁷⁷

Jenis regresi yang kedua adalah regresi linier berganda yang merupakan model regresi linier dengan satu variabel dependen (variabel terikat) dan lebih dari satu variabel

⁷⁵Xin Yan & Xiao Gang Su, *Linear Regression Analysis: Theory and Computing*, (Singapore: World Scientific Publishing, 2009), 2.

⁷⁶Michael H. Kutner et al., *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*, 11.

⁷⁷Suyono, *Analisis Regresi untuk Penelitian*, (Yogyakarta: Deepublish, 2005), 3.

independent (variabel bebas). Model regresi linier berganda ditulis sebagai berikut:

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad \dots\dots\dots(2.14)$$

Jenis regresi yang ketiga adalah regresi non linier, yaitu regresi yang hubungan antara variabel dependen dan variabel independent bersifat tidak linier.⁷⁸

Analisis regresi adalah salah satu metode statistik yang paling umum digunakan dalam praktik. Aplikasi analisis regresi dapat ditemukan di banyak bidang ilmiah termasuk kedokteran, biologi, pertanian, ekonomi, teknik, sosiologi, geologi, dll. Tujuan analisis regresi ada tiga yaitu:⁷⁹

- a. Membangun hubungan kasual antara variabel dependen dan variabel independent, dari sini didapat persamaan regresi.
- b. Melakukan prediksi nilai variabel dependen jika diketahui nilai variabel independent.
- c. Mengetahui seberapa besar hubungan variabel independent terhadap variabel dependen, sehingga bisa menyaring variabel independent mana yang memiliki pengaruh signifikan terhadap variabel dependen.

Disertasi ini mengambil tujuan regresi yang pertama yaitu membentuk persamaan regresi linier. Dalam literatur yang lain disebutkan bahwa tujuan utama analisis regresi adalah untuk

⁷⁸Xin Yan & Xiao Gang Su, *Linear Regression Analysis: Theory and Computing*, (Singapore: World Scientific Publishing, 2009), 3

⁷⁹Xin Yan & Xiao Gang Su, *Linear Regression Analysis*, 4.

melakukan deskripsi, kontrol dan melakukan prediksi (*forecasting*).⁸⁰

Jika melihat dari sejarah dan awal mula ditemukannya regresi, maka model regresi dibentuk karena adanya hubungan kausalitas antara variabel dependen dan variabel independent. Hubungan antar variabel tersebut logis dan masuk akal untuk dibuat modelnya, tetapi dalam regresi adanya hubungan statistik antara variabel dependen y dan variabel independent atau prediktor x bisa saja terjadi bahwa Y tidak bergantung secara kausal terhadap x . Hal ini bisa terjadi karena model regresi bisa dibentuk asalkan ada data yang diposisikan menjadi variabel dependen dan diposisikan menjadi variabel independent. Misalnya, data banyaknya kosakata yang dikuasai anak sebagai variabel independent (x) dan data kecepatan menulis sebagai variabel dependen (y) untuk sampel anak-anak usia 5 – 10 tahun akan menunjukkan hubungan regresi yang positif. Hubungan ini tidak berarti bahwa peningkatan kosakata menyebabkan kecepatan menulis lebih cepat. Di sini, variabel penjelas lainnya, seperti usia anak dan jumlah pendidikan, mempengaruhi kosakata (x) dan kecepatan menulis (y). Anak-anak yang lebih besar memiliki kosakata yang lebih banyak dan kecepatan menulis yang lebih cepat. Bahkan ketika hubungan statistik yang kuat mencerminkan kondisi kausalitas, kondisi kausal dapat bertindak dalam arah yang berlawanan, dari y ke

⁸⁰Michael H. Kutner et al., *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*, (New York: McGraw-Hill/Irwin, 2005), 8.

x . Misalnya, pada kasus kalibrasi thermometer, di sini pembacaan termometer diambil pada suhu yang diketahui berbeda dan hubungan regresi dipelajari, sehingga keakuratan prediksi yang dibuat dengan menggunakan pembacaan termometer dapat dinilai. Untuk tujuan ini, pembacaan termometer sebagai variabel independent atau prediktor (x), dan suhu aktual sebagai variabel dependen atau respons (y) yang akan diprediksi. Namun, pola sebab akibat di sini tidak bergerak dari x ke y , tetapi dalam arah yang berlawanan, yaitu suhu actual (y) mempengaruhi pembacaan termometer (x).⁸¹ Contoh-contoh ini menunjukkan perlunya kehati-hatian dalam menarik kesimpulan tentang hubungan sebab akibat dari analisis regresi. Analisis regresi dengan sendirinya tidak memberikan informasi tentang pola kausal dan harus dilengkapi dengan analisis tambahan untuk mendapatkan wawasan tentang hubungan kausal.

Data yang digunakan dalam analisis regresi bisa menggunakan data eksperimen maupun non eksperimen. Data observasional adalah data yang diperoleh dari studi noneksperimental. Studi tersebut tidak mengontrol variabel penjelas atau prediktor yang menarik. Misalnya, pejabat perusahaan ingin mempelajari hubungan antara usia karyawan (x) dan jumlah hari sakit tahun lalu (y). Data yang diperlukan untuk digunakan dalam analisis regresi diperoleh dari catatan

⁸¹Michael H. Kutner et al., *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*, 8.

personel. Data tersebut merupakan data observasional karena variabel penjelas yaitu umur tidak terkontrol sebagaimana data eksperimen yang merupakan data terkontrol. Analisis regresi sering didasarkan pada data observasional, karena seringkali tidak layak untuk melakukan eksperimen terkontrol. Dalam contoh personel perusahaan yang baru saja disebutkan, misalnya, tidak mungkin mengendalikan usia dengan menetapkan usia kepada orang-orang.⁸² Data pada disertasi ini juga termasuk data observasional, karena data yang ada bukan hasil dari data variabel yang terkontrol, melainkan hanya data yang tercatat pada catatan data astronomis. Keterbatasan utama dari data observasional adalah bahwa mereka sering tidak memberikan informasi yang memadai tentang hubungan sebab-akibat. Misalnya, hubungan positif antara usia karyawan dan jumlah hari sakit dalam contoh personel perusahaan mungkin tidak menyiratkan bahwa jumlah hari sakit adalah akibat langsung dari usia. Mungkin karyawan yang lebih muda dari perusahaan terutama bekerja di dalam ruangan sementara karyawan yang lebih tua biasanya bekerja di luar ruangan, dan lokasi kerja lebih bertanggung jawab secara langsung atas jumlah hari sakit daripada usia. Setiap kali analisis regresi dilakukan untuk tujuan deskripsi berdasarkan data pengamatan, maka harus diselidiki apakah ada variabel penjelas selain yang tertulis di dalam model regresi, barangkali variabel penjelas

⁸²Michael H. Kutner et al., *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*, 12.

tersebut lebih bisa menjelaskan hubungan sebab-akibat.⁸³ Di dalam disertasi ini variabel yang ada sudah terbukti sebelumnya sebagai variabel yang memiliki pengaruh langsung terhadap model regresi.

Jika dimungkinkan untuk melakukan eksperimen terkontrol untuk menyediakan data dari mana parameter regresi dapat diperkirakan, maka model regresi akan menggunakan data hasil eksperimen. Misalnya sebuah perusahaan asuransi yang ingin mempelajari hubungan antara produktivitas analisnya dalam memproses klaim dan lamanya pelatihan. Sebagai sampel diambil sembilan analis yang akan digunakan dalam penelitian ini. Tiga dari mereka akan dipilih secara acak dan dilatih selama dua minggu, tiga analis dilatih selama tiga minggu, dan tiga analis lainnya dilatih selama lima minggu. Produktivitas analis selama 10 minggu ke depan kemudian akan diamati. Data yang diperoleh akan menjadi data eksperimen karena kontrol dilakukan atas variabel penjelas, yaitu variabel lama pelatihan. Jadi pemilihan data untuk analisis regresi disesuaikan dengan tujuan penelitian. Mengetahui informasi awal tentang variabel yang akan dilibatkan dalam regresi akan menjadikan analisis regresi lebih baik. Disertasi ini melibatkan 25 variabel yang sejak awal diketahui hubungannya, model regresinya digunakan untuk menentukan besarnya gradien persamaan regresi.

⁸³Michael H. Kutner et al., *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*, 12.

3. Persamaan Garis Linier

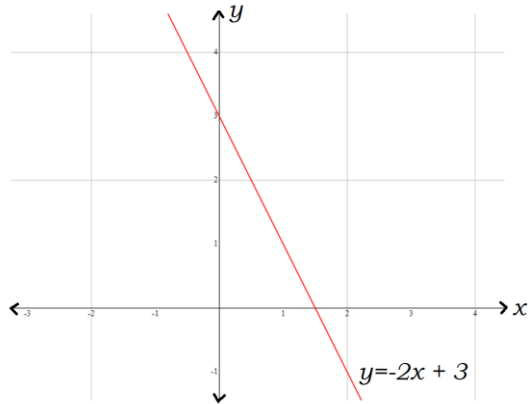
Di dalam koordinat kartesius dua dimensi xy persamaan garis lurus bisa dituliskan sebagai berikut:⁸⁴

$$ax + by = c, \text{ dengan } a \text{ dan } b \neq 0 \quad \dots\dots\dots(2.15)$$

Salah satu ciri yang membedakan persamaan garis yang satu dengan persamaan garis linier yang lain adalah kemiringannya (*slope*) atau disebut juga gradien. Persamaan (2.15) bisa ditulis sebagai fungsi linier yaitu $f(x) = ax + c$. Koefisien a disebut sebagai gradien (*slope*). Jika nilai a negatif, maka garis akan miring ke kiri atau garis tersebut akan bergerak turun dari kiri ke kanan. Jika nilai a positif, maka garis akan miring ke kanan atau garis tersebut akan bergerak naik dari kiri ke kanan. Jika nilai $a = 0$ maka garis akan sejajar dengan sumbu x .⁸⁵ Ketiga kondisi gradien tersebut bisa diilustrasikan dalam gambar 2.8 sampai dengan gambar 2.10 berikut ini:

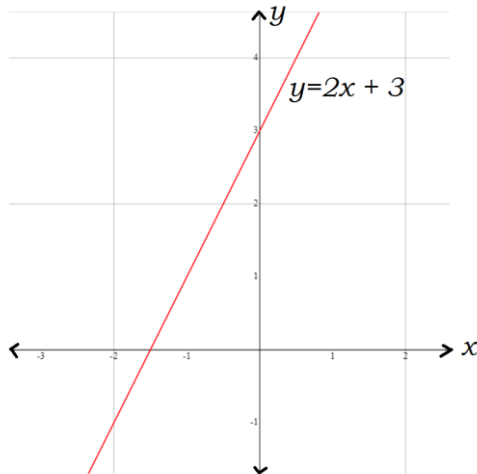
⁸⁴Howard Anton & Chris Rorres, *Elementary Linear Algebra 11th Edition*, (United States of America: Wiley, 2014), 2.

⁸⁵Edwin Jed Herman & Gilbert Strang, *Calculus Volume 1*, (Houston: Rice University, 2018), 36.



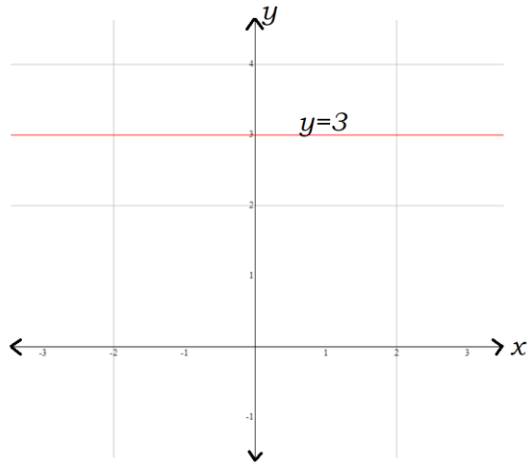
Gambar 2.8 Persamaan garis lurus dengan gradien negative

Pada gambar 2.8 di atas terlihat persamaan garis lurus memiliki gradien -2, kemiringan garisnya miring ke kiri atau bergerak turun dari kiri ke kanan.



Gambar 2.9 Persamaan garis lurus dengan gradien positif

Pada gambar 2.9 di atas terlihat persamaan garis lurus memiliki gradien 2, kemiringan garisnya miring ke kanan atau bergerak naik dari kiri ke kanan.



Gambar 2.10 Persamaan garis lurus dengan gradien nol

Gambar 2.10 menunjukkan sebuah persamaan garis linier dengan gradiennya nol, terlihat garis sejajar dengan sumbu x . Persamaan linier dalam ruang tiga dimensi dituliskan sebagai berikut:

$$ax + by + cz = d, \text{ dengan } a, b \text{ dan } c \neq 0 \quad \dots\dots(2.16)$$

Persamaan linier (2.15) variabelnya adalah x dan y , sedangkan persamaan linier (2.16) variabelnya adalah x, y dan z . Koefisien persamaan (2.15) adalah a dan b , sedangkan koefisien persamaan (2.16) adalah a, b , dan c .

Secara umum bentuk persamaan linier dengan variabel $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_n$ sebanyak n , maka bentuk persamaannya adalah

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b \quad \dots\dots\dots(2.17)$$

dengan a_1, a_2, \dots, a_n adalah koefisien dari masing-masing variabel $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$. Jika $n = 2$ atau $n = 3$, maka persamaan liniernya biasanya ditulis tanpa subscript sebagaimana berikut:

$$ax + by = c \text{ atau } ax + by + cz = d \quad \dots\dots(2.18)$$

dengan a, b , dan $c \neq 0$.

Jika persamaan (2.18) nilai c dan $d = 0$, maka disebut persamaan linier yang homogen dalam variabel. Jika persamaannya ditulis menjadi:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow ax + by &= 0 \\ \Leftrightarrow by &= -ax \\ \Leftrightarrow y &= \frac{-a}{b}x \quad \dots\dots\dots(2.19) \end{aligned}$$

Nilai $\frac{-a}{b}$ pada persamaan (2.19) menunjukkan kemiringan garis, nilai ini disebut juga dengan gradien (*slope*). Jika pada persamaan (2.13) ϵ diabaikan dan dianggap sama dengan 0 maka persamaannya (2.13) menjadi:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow y &= \alpha + \beta x \\ \Leftrightarrow y &= \beta x + \alpha \quad \dots\dots\dots(2.20) \end{aligned}$$

Jika diperhatikan maka persamaan (2.20) dan (2.19) memiliki persamaan yaitu sebagai persamaan linier dengan kemiringan garis atau gradien masing-masing adalah $\frac{-a}{b}$ dan β .

Persamaan (2.20) ataupun (2.13) akan didapatkan pada saat melakukan analisis regresi, sehingga kemiringan garis atau gradien garisnya juga didapatkan. Pada disertasi ini nilai

kemiringan garis inilah yang digunakan sebagai koefisien suku koreksi. Pada regresi nilai β dicari dengan metode OLS (*Ordinary Least Square*) atau sering disebut dengan metode kuadrat tekecil yang akan dibahas pada pembahasan no 4 di bawah ini.

4. Analisis Regresi Linier

Secara umum analisis regresi adalah metode statistik untuk menyelidiki hubungan antara satu variabel independen atau lebih dengan hanya satu variabel dependen. Jika variabel independen adalah satu disebut regresi sederhana. Jika variabel independen lebih dari satu disebut analisis regresi berganda. Analisis regresi berganda ini sebagai alat yang kuat karena memungkinkan untuk memodelkan secara statistik hubungan antara variabel dependen dan satu set variabel independen.⁸⁶ Regresi juga bisa didefinisikan sebagai studi tentang ketergantungan. Ini digunakan untuk menjawab pertanyaan tentang bagaimana satu atau lebih prediktor memengaruhi respons.⁸⁷ Pada disertasi ini regresi yang digunakan adalah regresi linier. Metode regresi linier adalah yang paling umum digunakan dalam regresi, dan hampir semua metode regresi lainnya dibangun berdasarkan pemahaman tentang cara kerja regresi linier. Seperti kebanyakan analisis statistik, tujuan

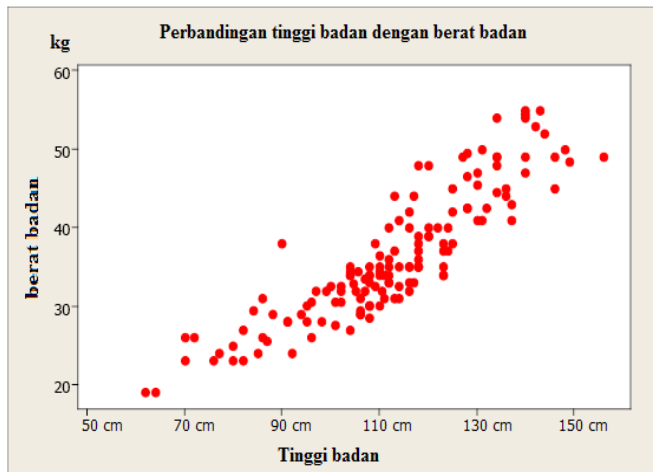
⁸⁶Jihye Jeon, "The Strengths and Limitations of the Statistical Modeling of Complex Social Phenomenon: Focusing on SEM, Path Analysis, or Multiple Regression Models" *International Journal of Social, Behavioral, Educational, Economic, Business and Industrial Engineering* Vol:9, No:5, (2015):1635.

⁸⁷Sanford Weisberg, *Applied Linier Regression Fourth Edition*, (Minneapolis: John Wiley & Sons, 2014), 1.

regresi adalah untuk meringkas data yang diamati sesederhana mungkin, mudah dimanfaatkan, dan juga memiliki tingkat kepercayaan yang tinggi.

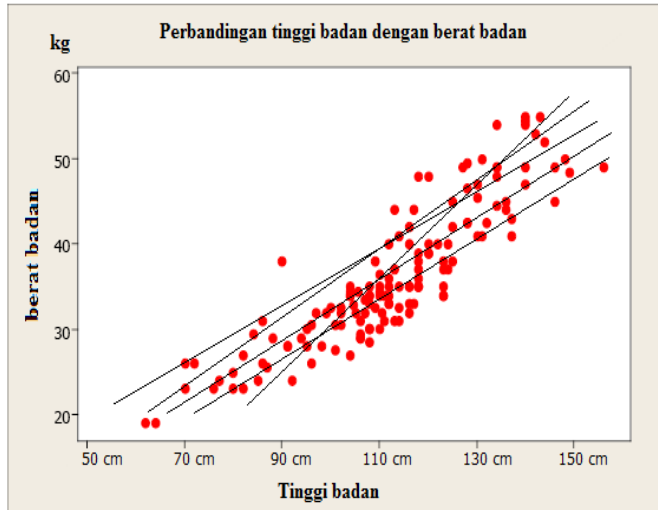
Di dalam analisis regresi linier hal pertama yang penting untuk dilakukan adalah membuat plot data (*scatter plot*) antara variabel dependen dengan variabel independent.

Jika ada variabel bebas x dan variabel tak bebas y sembarang yang berpasangan $\{(x_i, y_i); i = 1, 2, 3, \dots, n\}$, maka bisa dibuat plot *scatter* data tersebut seperti pada gambar di bawah ini.



Gambar 2.11. Contoh Plot Scatter antara Variabel Tinggi Badan dan Berat Badan

Dari gambar 2.11 di atas bisa dibuat banyak garis yang mewakili hubungan antara variabel tinggi badan dan berat badan.



Gambar 2.12. Pilihan Garis yang menggambarkan hubungan variabel tinggi badan dan variabel berat badan.

Berdasarkan Gambar 2.12 banyak sekali pilihan garis linier yang bisa dipilih. Regresi linier adalah metode untuk mencari garis linier terbaik yang mana yang bisa mewakili data tersebut. Hubungan antara dua variabel bebas dan variabel tak bebas dapat digambarkan dalam bentuk persamaan linier. Jika variabel bebas disimbolkan dengan x dan variabel tak bebas disimbolkan dengan y maka bentuk umum regresi linier adalah $y = \alpha + \beta x$.⁸⁸ α dan β adalah dua parameter yang akan ditaksir dari data sampel atau yang sering disebut sebagai koefisien

⁸⁸Ronald E Walpole, & Raymond H Myers, *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan Terbitan ke-2*, terj. R.K Sembiring, (Bandung: Penerbit ITB Bandung, 1986), 301.

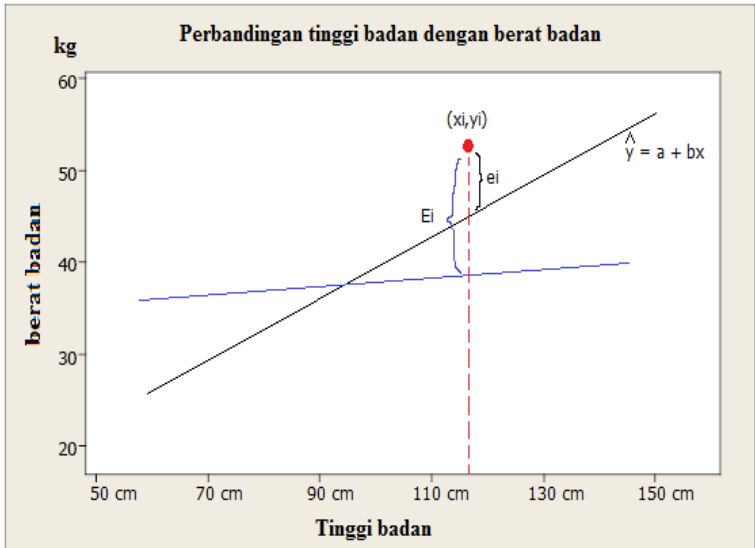
regresi.⁸⁹ Jika penaksir untuk masing-masing parameternya adalah a dan b , maka taksiran untuk y adalah $\hat{y} = a + bx$.

Jika $\hat{y} = a + bx$ dipandang sebagai garis lurus sebagaimana dijelaskan pada persamaan (2.19) dan (2.20), maka b adalah gradien (kemiringan) dari garis $\hat{y} = a + bx$. Nilai gradien bisa positif dan juga bisa negatif tergantung kemiringannya. Jika garis tersebut naik ke kanan maka kemiringannya positif dan jika garis tersebut turun ke kanan maka kemiringannya negatif.⁹⁰ Hal ini sebagaimana sudah dijelaskan pada subbab di atas.

Selanjutnya adalah bagaimana menentukan parameter α dan β . Misalkan kedua parameter tersebut masing-masing ditaksir dengan a dan b . Lalu nilai a dan b yang mana yang akan dipilih? Pilihannya adalah a dan b yang meminimumkan jumlah kuadrat sisa (*JKS*). Atau dengan kata lain garis tersebut adalah garis yang memiliki jarak terdekat dengan semua titik yang bertebaran. Seperti ilustrasi berikut ini:

⁸⁹Michael H. Kutner et al., *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*, 11.

⁹⁰Edwin J. Purcell, & Dale Varberg, *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1 Edisi ke-5*, terj. I Nyoman Susila, & Bana Kartasasmita, (Jakarta: Erlangga, 1996), 302.



Gambar 2.13. Ilustrasi garis yang memiliki jarak terdekat dengan semua titik.

Cara untuk meminimumkan jumlah kuadrat sisa adalah dengan metode kuadrat terkecil. Jadi a dan b akan dicari sehingga meminimumkan JKS .

$$JKS = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \quad \dots \dots \dots (2.21)$$

Jika JKS diturunkan terhadap a dan b maka diperoleh

$$\frac{\partial(JKS)}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i) \quad \dots \dots \dots (2.22)$$

$$\frac{\partial(JKS)}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i) x_i \quad \dots \dots \dots (2.23)$$

Jika persamaan (2.21) dan (2.23) bernilai sama dengan nol maka diperoleh *persamaan normal* sebagai berikut:⁹¹

$$na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \quad \dots \dots \dots (2.24)$$

$$a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad \dots \dots \dots (2.25)$$

Persamaan (2.24) dan (2.25) adalah persamaan aljabar linier. Selanjutnya bisa disusun menjadi bentuk matrik sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (2.26)$$

Persamaan matrik diatas bisa diselesaikan dengan metode Cramer untuk mendapatkan *a* dan *b*.⁹²

$$a = \frac{\det \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n y_i \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{bmatrix}}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad \dots \dots \dots (2.27)$$

$$b = \frac{\det \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \end{bmatrix}}$$

⁹¹Purcell, *Kalkulus dan Geometri Analitis*, 303.

⁹²Serge Lang, *Linear Algebra*, (New York: Addison-Wesley Columbia University, 1968), 93.

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \dots \dots \dots (2.28)$$

5. Regresi Linier Berganda

Konsep regresi linier berganda prinsipnya adalah sama dengan regresi linier satu variabel. Misalkan diberikan persamaan regresi linier berganda:

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots \beta_k x_k \dots \dots \dots (2.29)$$

Dengan $x_1, x_2 \dots x_n$ adalah variabel bebas maka taksiran untuk persamaan regresi berganda adalah sebagai berikut:

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots b_k x_k \dots \dots \dots (2.30)$$

Dari rumus ini koefisien regresi β_i ditaksir dengan b_i dari data sampel dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, seperti halnya pada regresi linier satu variabel bebas di atas.⁹³

Misalkan data percobaan berbentuk persamaan di bawah ini:

$$y_i = a + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + \dots + b_k x_{ki} + e_i \dots \dots \dots (2.31)$$

Selanjutnya dengan metode kuadrat terkecil akan dicari taksiran $a, b_1, b_2 \dots b_k$ yaitu dengan meminimumkan jumlah kuadrat sisa (*JKS*).

$$JKS = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - b_1 x_{1i} - b_2 x_{2i} - \dots - b_k x_{ki})^2 \dots \dots \dots (2.32)$$

⁹³Walpole & Raymond H Myers, 336 - 343

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix}
 n & \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^n x_{ki} \\
 \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{ki} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \sum_{i=1}^n x_{ki} & \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{ki} x_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^n x_{ki}^2
 \end{bmatrix}
 \dots\dots\dots(2.36)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix}
 a \\
 b_1 \\
 \vdots \\
 b_k
 \end{bmatrix}
 \dots\dots\dots(2.37)$$

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix}
 g_0 = \sum_{i=1}^n y_i \\
 g_1 = \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i \\
 \vdots \\
 g_k = \sum_{i=1}^n x_{ki} y_i
 \end{bmatrix}
 \dots\dots\dots(2.38)$$

Selanjutnya persamaan normal ini bisa dinyatakan dalam bentuk matriks

$$\mathbf{Ab} = \mathbf{g}
 \dots\dots\dots(2.39)$$

Jika matrik A tidak singular,⁹⁴ maka koefisien regresi dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{g}
 \dots\dots\dots(2.40)$$

⁹⁴Matrik singular adalah matrik yang tidak bisa diinvers. Ditandai dengan nilai determinannya sama dengan nol.

Matrik ini diselesaikan dengan determinan sebagaimana penyelesaian regresi satu variabel bebas. Proses perhitungannya untuk penelitian ini karena ada 25 variabel maka bisa dibantu dengan program komputer seperti Excel, SPSS atau Eviews.

6. Kelebihan dan Kelemahan Regresi

Di antara fungsi dan kelebihan dari regresi linier adalah (a) untuk mencari tahu variabel independen yang mempengaruhi variabel dependen, (b) mengetahui hubungan antara variabel independen dan variabel dependen (atau dengan kata lain, ketika satu unit variabel independen berubah, seorang peneliti dapat mengetahui jumlah perubahan dalam variabel dependen), (3) fungsi *forecasting* (peramalan), yaitu memperkirakan variabel dependen sesuai dengan perubahan satu set variabel independen.⁹⁵

Selain kelebihan di atas, regresi juga memiliki kelemahan. Diantara kelemahannya adalah sebagai berikut:⁹⁶

- a. Nilai determinasi (R^2) belum bisa menggambarkan tingkat signifikansi pengaruh tiap variabel independen terhadap variabel dependen jika variabel dependennya berganda.
- b. Pada regresi berganda, jika ingin mendapatkan model yang terbaik peneliti harus menghilangkan atau menambah variabel independen yang signifikan terhadap variabel

⁹⁵Jeon, *The Strengths and Limitations*, 1635.

⁹⁶Jeon, "The Strengths and Limitations", 1635 – 1636.

dependen. Hal ini agak merepotkan karena harus mencobacoba.

- c. Jika banyak variabel independen, maka akan terlalu banyak mencoba variabel independen mana yang signifikan.

7. Analisis Korelasi

Jika data hasil pengamatan terdiri dari banyak variabel, maka akan muncul pertanyaan seberapa kuat hubungan antara variabel-variabel itu terjadi. Atau dengan kata lain seberapa besar derajat hubungan antara variabel-variabel. Studi yang membahas tentang derajat hubungan antara variabel-variabel disebut dengan analisis korelasi. Ukuran yang dipakai disebut koefisien korelasi.⁹⁷

Analisis korelasi sukar untuk dipisahkan dengan analisis regresi. Jika \bar{Y} menyatakan rata-rata data variabel Y, maka dapat dibentuk jumlah kuadrat total (JKT) = $\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$ dan jumlah kuadrat sisa (JKS) = $\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ dimana \hat{Y}_i diperoleh dari regresi. Nilai indeks determinasi adalah sebagai berikut:⁹⁸

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 - \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \dots\dots\dots(2.41)$$

Atau ditulis dalam bentuk lain sebagaimana berikut ini:

$$I = \frac{JKT - JKS}{JKT} \dots\dots\dots(2.42)$$

Nilai determinasi menggambarkan derajat hubungan antara variabel X dan Y, apabila antara X dan Y terdapat hubungan

⁹⁷Sudjana, *Metoda Statistika Edisi 6*, (Bandung: Tarsito, 1996), 367.

⁹⁸Sudjana, *Metoda Statistika*, 368.

regresi. Nilai determinasi bersifat bahwa jika titik-titik diagram pencar letaknya makin dekat kepada garis regresi maka harga I makin dekat kepada satu. Begitu sebaliknya, sehingga interval nilai determinasi $0 \leq I \leq 1$.

Rumus (3.41) sifatnya masih umum. Oleh karena itu jika hubungan X dan Y berbentuk regresi linier maka I bisa diganti dengan r^2 sehingga diperoleh.⁹⁹

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 - \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \dots\dots\dots(2.43)$$

Dengan begitu koefisien korelasi r didapat dengan jalan mengambil akar dari r^2 . Selain itu nilai r bisa dihitung dengan rumus:

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{\left\{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2\right\} \left\{n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2\right\}}} \dots\dots\dots(2.44)$$

Untuk membedakan dengan korelasi regresi linier sederhana maka koefisien korelasi regresi berganda dilambangkan dengan R , sehingga R^2 adalah koefisien determinasi ganda dengan

$$R^2 = \frac{JK_{reg}}{\sum_{i=1}^n y_i^2} \dots\dots\dots(2.45)$$

$$JK_{reg} = a_1 \sum x_{1i} y_i + a_2 \sum x_{2i} y_i + \dots + a_k \sum x_{ki} y_i$$

$$x_{1i} = X_{1i} - \bar{X}_1; x_{2i} = X_{2i} - \bar{X}_2; \dots; x_{ki} = X_{ki} - \bar{X}_k$$

Pada pembahasan disertasi ini analisis korelasi tidak sepenuhnya diperlukan oleh peneliti dengan alasan setelah

⁹⁹Sudjana, 368

didapatkan persamaan regresinya maka diambil gradien dari persamaan tersebut sebagai suku koreksi. Pada proses perhitungan menggunakan excel untuk mencari persamaan regresinya didapatkan nilai determinasi R^2 , kemudian nilai korelasi dicari dengan mencari akar dari R^2 . Penulis bisa melihat dari suku koreksi ke-1 sampai dengan suku koreksi ke-25 terlihat semakin menurun dan mengecil. Karena berapapun nilai R^2 pada perhitungan ini tidak mempengaruhi nilai suku koreksi yang dicari oleh penulis maka pada BAB IV tidak disertakan menjadi pembahasan. Pembahasan lebih berfokus pada nilai gradien persamaan regresinya.

BAB III

METODE PENELITIAN

Penelitian ini berkisar pada studi tentang waktu ijtimak. Kajian untuk mendapatkan konsep dan teori ijtimak dilakukan dengan studi Pustaka. Mengkaji literatur fisika, astronomi, matematika dan juga literatur ilmu falak. Waktu ijtimak adalah bagian dari fase Bulan, sehingga studi ini juga berkaitan dengan perhitungan fase Bulan khususnya fase *new Moon*. Perhitungan fase Bulan ada banyak metode, pada penelitian ini metode difokuskan pada algoritma Jean Meeus. Algoritma Jean Meeus memiliki 25 suku koreksi untuk fase *new Moon* atau ijtimak.

Suku koreksi yang berjumlah 25 ini akan diubah dengan suku koreksi yang baru. Bagaimana cara mendapatkan suku koreksi yang baru tersebut? Apakah suku baru tersebut juga memiliki akurasi yang lebih baik daripada Jean Meeus? Metode yang akan digunakan untuk memecahkan pertanyaan ini adalah dengan metode statistika. Metode statistika apa yang akan digunakan tergantung pada tipe data yang ada, oleh karena itu perlu dilakukan analisis pendahuluan yaitu membuat plot data. Data yang akan dianalisis adalah data JDE yang ada di www.moshier.net dan JDE rata-rata milik Jean Meeus. Data tersebut dicari selisihnya. Data selisih ini dan data $\sin M'$ dilakukan plot data. Setelah dilakukan plot data pada analisis pendahuluan diperoleh pola data yang linier, sebagaimana tercantum pada latar belakang, untuk itu metode statistika yang sesuai adalah metode regresi linier. Metode regresi linier ada dua yang akan dicobakan

untuk mendapatkan suku koreksi baru yaitu regresi linier satu variabel dan regresi linier berganda.

Setelah didapatkan metode yang sesuai untuk analisis data, maka selanjutnya berapa sampel yang akan dipilih, lalu dimulai dari tahun berapa sampel itu dipilih? Sampel yang digunakan untuk mendapatkan 25 suku koreksi ini dipilih dengan teknik *purposive sampling*, artinya banyaknya sampel dan mulainya dari tahun berapa tidak ada ketentuan yang terpenting adalah dari sampel yang dipilih tersebut didapatkan koefisien suku koreksi yang lebih akurat untuk menghitung fase Bulan baru.

Setelah koefisien hasil metode regresi didapatkan maka digunakan untuk menghitung kapan waktu ijtimak. Jika akurasi melebihi Jean Meeus maka bisa digunakan sebagai alternatif untuk pengganti koefisien suku koreksi pada algoritmanya Jean Meeus, untuk itu diperlukan standar sebagai pembanding. Standar untuk menentukan akurasi yang dipilih adalah accurate time dan moshier. Software accurate time ini dibuat menggunakan algoritma dari VSOP 87 dan ELP-2000/82 yang sudah diakui tingkat akurasi,¹ termasuk Jean Meeus itu sendiri menggunakan VSOP 87 dan ELP-2000/82 sebagai pembanding hasil perhitungannya, hal tersebut sebagaimana diungkap dalam bukunya halaman 349 dan halaman 353. Pembanding yang kedua adalah data waktu ijtimak moshier, yang didapatkan dari www.moshier.net.²

¹ Rinto Anugraha, *Mekanika Benda Langit*, (Yogyakarta: Jurusan Fisika FMIPA UGM, 2012), 157.

²Data fase Bulan baru yang ada di www.moshier.net diambilkan dari data JPL DE 406. JPL DE kepanjanganannya *Jet Propulsion Laboratory Developmental*

A. Jenis dan Pendekatan Penelitian

Jenis penelitian ini secara umum adalah penelitian kuantitatif dengan pendekatan statistika. Penelitian ini termasuk kuantitatif karena dalam melakukan penelitian dengan cara mengkuantifikasikan data untuk dapat digeneralisasi. Penelitian kuantitatif ini juga termasuk pengembangan, karena dalam rangka juga untuk pengembangan algoritma Jean Meeus. Jenis penelitian ini jika ditinjau dari tujuan penelitian termasuk penelitian terapan, karena penelitian ini bertujuan untuk menerapkan, menguji, dan mengevaluasi masalah-masalah praktis sehingga dapat lebih bermanfaat.³ Masalah yang akan dievaluasi adalah koefisien suku koreksi perhitungan fase ijtimak algoritma Jean Meeus. Penelitian ini jika ditinjau dari metodenya termasuk penelitian eksperimen, karena penelitian ini diarahkan untuk mengetahui pengaruh variabel tertentu terhadap variabel yang lain dalam kondisi yang terkontrol secara ketat.⁴ Jika ditinjau dari tingkat eksplanasi maka penelitian ini termasuk penelitian komparatif, karena penelitian ini diarahkan untuk mengetahui perbandingan antar variabel dengan

Ephemeris. JPL adalah pusat penelitian dan pengembangan yang didanai pemerintah federal yang dikelola oleh Caltech untuk NASA dengan tingkat akurasi paling tinggi saat ini. Salah satu penelitian yang membuktikan keakurasian dari tipe data ini adalah penelitian yang dilakukan oleh M. Basthoni lihat “Accuracy of Solar Eclipse Calculation Algorithm Based on Jet Propulsion Laboratory Data Nasa”, *Al Ahkam, Jurnal Pemikiran Hukum Islam*, Vol 30 No 1 (2020), 95 – 118. DOI: <http://dx.doi.org/10.21580/ahkam.2020.30.1.5036>

³Agung Widhi Kurniawan dan Zarah Puspitaningtyas, *Metode Penelitian Kuantitatif*, (Yogyakarta: Pandiva Buku, 2016), 13.

⁴Agung Widhi Kurniawan dan Zarah Puspitaningtyas, *Metode Penelitian Kuantitatif*, 14

menggunakan sampel lebih dari satu dan dalam kurun waktu yang berbeda.⁵

B. Variabel Penelitian

Variabel utama yang akan digunakan di dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:⁶

1. $JDE_{terkoreksi}$ yaitu JDE waktu ijtimak moshier
2. $JDE_{rata-rata}$ yaitu JDE waktu ijtimak rata-rata
3. $\sin M'$
4. $E \sin M$
5. $\sin 2M'$
6. $\sin 2F$
7. $E \sin(M' - M)$
8. $E \sin(M' + M)$
9. $E^2 \sin 2M$
10. $\sin(M' - 2F)$
11. $\sin(M' + 2F)$
12. $E \sin(2M' + M)$
13. $\sin 3M'$
14. $E \sin(M + 2F)$
15. $E \sin(M - 2F)$
16. $E \sin(2M' - M)$

⁵Agung Widhi Kurniawan dan Zarah Puspitaningtyas, *Metode Penelitian Kuantitatif*, 16.

⁶Nama-nama variabel E, M', M, F , dan Ω adalah variabel yang digunakan oleh Jean Meeus, sudah dijelaskan pada BAB II bagian algoritma Jean Meeus.

17. $\sin \Omega$
18. $\sin(M' + 2M)$
19. $\sin(2M' - 2F)$
20. $\sin 3M$
21. $\sin(M' + M - 2F)$
22. $\sin(2M' + 2F)$
23. $\sin(M' + M + 2F)$
24. $\sin(M' - M + 2F)$
25. $\sin(M' - M - 2F)$
26. $\sin(3M' + M)$
27. $\sin 4M'$

Variabel di atas pada proses regresi linier berganda yang akan menjadi variabel dependen adalah selisih antara $JDE_{terkoreksi}$ dan $JDE_{rata-rata}$ sedangkan yang akan menjadi variabel independent adalah variabel nomor 3 – 27. Pada proses regresi linier satu variabel masih ada variabel tambahan selain variabel utama di atas. Variabel tambahan diperoleh dari variabel utama. Variabel tambahan ini adalah implikasi dari adanya proses regresi linier satu variabel yang dimodikasi. Berikut ini adalah variabel tambahannya:

1. $Selisih1 = JDE_{terkoreksi} - JDE_{rata-rata}$
2. $Selisih2 = Selisih1 - a_1 - k_1 \sin M'$
3. $Selisih3 = Selisih2 - a_2 - k_2 E \sin M$
4. $Selisih4 = Selisih3 - a_3 - k_3 \sin 2M'$
5. $Selisih5 = Selisih4 - a_4 - k_4 \sin 2F$
6. $Selisih6 = Selisih5 - a_5 - k_5 E \sin(M' - M)$

7. $Selisih7 = Selisih6 - a_6 - k_5 E \sin(M' + M)$
8. $Selisih8 = Selisih7 - a_7 - k_7 E^2 \sin 2M$
9. $Selisih9 = Selisih8 - a_8 - k_8 \sin(M' - 2F)$
10. $Selisih10 = Selisih9 - a_9 - k_9 \sin(M' + 2F)$
11. $Selisih11 = Selisih10 - a_{10} - k_{10} E \sin(2M' + M)$
12. $Selisih12 = Selisih11 - a_{11} - k_{11} \sin 3M'$
13. $Selisih13 = Selisih12 - a_{12} - k_{12} E \sin(M + 2F)$
14. $Selisih14 = Selisih13 - a_{13} - k_{13} E \sin(M - 2F)$
15. $Selisih15 = Selisih14 - a_{14} - k_{14} \sin(2M' - M)$
16. $Selisih16 = Selisih15 - a_{15} - k_{15} \sin \Omega$
17. $Selisih17 = Selisih16 - a_{16} - k_{16} \sin(M' + 2M)$
18. $Selisih18 = Selisih17 - a_{17} - k_{17} \sin(2M' - 2F)$
19. $Selisih19 = Selisih18 - a_{18} - k_{18} \sin 3M$
20. $Selisih20 = Selisih19 - a_{19} - k_{19} \sin(M' + M - 2F)$
21. $Selisih21 = Selisih20 - a_{20} - k_{20} \sin(2M' + 2F)$
22. $Selisih22 = Selisih21 - a_{21} - k_{21} \sin(M' + M + 2F)$
23. $Selisih23 = Selisih22 - a_{22} - k_{22} \sin(M' - M + 2F)$
24. $Selisih24 = Selisih23 - a_{23} - k_{23} \sin(M' - M - 2F)$
25. $Selisih25 = Selisih24 - a_{24} - k_{24} \sin(3M' + M)$

Koefisien $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{24}$ secara lebih detail akan dijelaskan pada subbab di bawah ini. Semua variabel tambah di atas akan dipergunakan untuk mendapatkan koefisien suku koreksi dengan metode regresi linier satu variabel. Pada proses regresi linier satu variabel yang akan menjadi variabel dependen adalah *Selisih1* sampai *Selisih25* dan yang akan menjadi variabel independent adalah $\sin M'$ sampai $\sin 4M'$.

C. Populasi, Sampel dan Teknik Pengumpulan Data

Populasi diambilkan dari populasi setiap variabel yang terlibat. Datanya merupakan data runtun waktu dari setiap variabel. Populasi data mulai dari sebelum masehi sampai dengan sesudah masehi.

Pemilihan sampel pada penelitian ini menggunakan teknik *purposive sampling*. Demi alasan kecukupan data dan penelitian, sampel yang digunakan ada tiga kelompok sampel yaitu 3.520 data, 5.530 data, dan 9.524 data. Banyak data sampel yang dipilih tidak ada alasan khusus, dasar utamanya adalah *purposive sampling* yaitu pengambilan sampel disesuaikan tujuan penelitian. Tujuannya adalah mendapatkan koefisien terbaik, sehingga jika sudah didapatkan koefisien terbaik maka pengambilan sampel sudah dicukupkan. Sebenarnya banyak kelompok sampel yang mungkin untuk diambil dan diulas, tetapi karena alasan kecukupan maka diulas hanya tiga kelompok sampel tersebut yang sudah mencukupi untuk penelitian disertasi ini. Tahun mulainya data sampel yang diambil juga tidak ada persyaratan khusus, bisa dilakukan mulai dari tahun berapapun sembarang. Lagi-lagi dasar pemilihannya adalah *purposive sampling*. Pada penelitian ini untuk ketiga kelompok sampel datanya dimulai dari Desember 1627. Alasan ketiga kelompok sampel dimulai dari waktu yang sama, karena akan dilihat bagaimana signifikansi jumlah data terhadap kualitas koefisien yang dihasilkan. Jika awal mulanya berbeda maka susah untuk melihat signifikansi banyak data terhadap kualitas koefisien yang didapatkan. Hal ini

sebenarnya tidak masuk dalam tujuan penelitian, tetapi menjadi informasi tambahan yang akan menguatkan hasil penelitian.

D. Teknik Analisis Data Regresi Linier Satu Variabel

Analisis data menggunakan metode regresi linier satu variabel dan regresi linier berganda. Teori regresi linier satu variabel dan regresi linier berganda sudah dijelaskan pada bab sebelumnya. Untuk melakukan analisis data menggunakan regresi linier satu variabel dibutuhkan modifikasi, karena variabel aslinya ada 25 variabel, tetapi akan dianggap hanya ada satu variabel.

Proses modifikasi regresi linier dibahas pada subbab ini dimulai dari meninjau kembali bahwa:

$$JDE_{terkoreksi} = JDE_{rata-rata} + Koreksi \dots\dots\dots(3.1)$$

Koreksi disini adalah sebanyak 25 suku koreksi seperti yang sudah dipaparkan pada BAB II persamaan (2.9) yaitu:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 + C_6 + C_7 + C_8 + C_9 + C_{10} + C_{11} \\ + C_{12} + C_{13} + C_{14} + C_{15} + C_{16} + C_{17} + C_{18} + C_{19} \\ + C_{20} + C_{21} + C_{22} + C_{23} + C_{24} + C_{25}$$

Persamaan (3.1) selanjutnya bisa ditulis menjadi:

$$\Leftrightarrow JDE_{terkoreksi} = JDE_{rata-rata} + C \\ \Leftrightarrow JDE_{terkoreksi} - JDE_{rata-rata} = C \\ \Leftrightarrow Selisih1 = C \dots\dots\dots (3.2)$$

Berdasarkan persamaan (2.9), masing-masing suku koreksi memiliki koefisien sebagaimana berikut ini:

$$C_1 = k_1 \sin M'$$

$$\begin{aligned}
C_2 &= k_2 E \sin M \\
C_3 &= k_3 \sin 2M' \\
C_4 &= k_4 \sin 2F \\
C_5 &= k_5 E \sin (M' - M) \\
C_6 &= k_6 E \sin (M' + M) \\
C_7 &= k_7 E^2 \sin 2M \\
C_8 &= k_8 \sin (M' - 2F) \\
C_9 &= k_9 \sin (M' + 2F) \\
C_{10} &= k_{10} E \sin (2M' + M) \\
C_{11} &= k_{11} \sin 3M' \\
C_{12} &= k_{12} E \sin (M + 2F) \\
C_{13} &= k_{13} E \sin (M - 2F) \\
C_{14} &= k_{14} E \sin (2M' - M) \\
C_{15} &= k_{15} \sin \Omega \\
C_{16} &= k_{16} \sin (M' + 2M) \\
C_{17} &= k_{17} \sin (2M' - 2F) \\
C_{18} &= k_{18} \sin 3M \\
C_{19} &= k_{19} \sin (M' + M - 2F) \\
C_{20} &= k_{20} \sin (2M' + 2F) \\
C_{21} &= k_{21} \sin (M' + M + 2F) \\
C_{22} &= k_{22} \sin (M' - M + 2F) \\
C_{23} &= k_{23} \sin (M' - M - 2F) \\
C_{24} &= k_{24} \sin (3M' + M) \\
C_{25} &= k_{25} \sin 4M'
\end{aligned}$$

Untuk mencari koefisien suku koreksi dari k_1 sampai k_{25} dengan melakukan regresi linier satu variabel. Sebelum dilakukan analisis regresi pada suku koreksi perlu dilakukan manipulasi terlebih dahulu. Proses manipulasinya diawali dengan mengasumsikan $C = C_1$ terlebih dahulu sedangkan nilai C_2 sampai dengan C_{25} dianggap nol. Koefisien suku koreksi pertama (k_1) dicari menggunakan persamaan (3.47) :

$$\Leftrightarrow \text{Selisih1} = C$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih1} = C_1$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih1} = k_1 \sin M'$$

Kemudian *Selisih1* dan $\sin M'$ dilakukan regresi didapatkan persamaan regresi $y_1 = a_1 + b_1 x_1$ dimana b_1 adalah sebagai koefisien k_1 .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kedua (k_2) maka C_3 sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih1* dan y_1 dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih1} - y_1 = C_2$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih1} - a_1 - k_1 \sin M' = C_2$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih2} = C_2$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih2} = k_2 E \sin M$$

Kemudian *Selisih2* dan $E \sin M$ dilakukan regresi, maka didapatkan persamaan regresi $y_2 = a_2 + b_2 x_2$ dimana b_2 adalah sebagai koefisien k_2 .

Untuk mencari koefisien suku koreksi ketiga (k_3) maka C_4 sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih2* dan y_2 dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih2} - y_2 = C_3$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih2} - a_2 - k_2 E \sin M = C_3$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih3} = C_3$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih3} = k_3 \sin 2M'$$

Kemudian *Selisih3* dan $\sin 2M'$ dilakukan regresi, maka didapatlah persamaan $y_3 = a_3 + b_3 x_3$ dimana b_3 sebagai koefisien k_3 .

Untuk mencari koefisien suku koreksi keempat (k_4) maka C_5 sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih3* dan y_3 dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih3} - y_3 = C_4$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih3} - a_3 - k_3 \sin 2M' = C_4$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih4} = C_4$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih4} = k_4 \sin 2F$$

Kemudian *Selisih4* dan $\sin 2F$ dilakukan regresi, maka didapatlah persamaan $y_4 = a_4 + b_4 x_4$, dimana b_4 sebagai koefisien k_4 .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kelima (k_5) maka C_6 sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih4* dan y_4 dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih4} - y_4 = C_5$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih4} - a_4 - k_4 \sin 2F = C_5$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih5} = C_5$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih5} = k_5 E \sin(M' - M)$$

Kemudian *Selisih5* dan $E \sin(M' - M)$ dilakukan regresi, maka didapatlah persamaan $y_5 = a_5 + b_5 x_5$, dimana b_5 sebagai koefisien k_5 .

Untuk mencari koefisien suku koreksi keenam (k_6) maka C_7 sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih5* dan y_5 dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih5} - y_5 = C_6$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih5} - a_5 - k_5 E \sin(M' - M) = C_6$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih6} = k_5 E \sin(M' + M)$$

Kemudian *Selisih6* dan $E \sin(M' + M)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_6 = a_6 + b_6 x_6$, dimana b_6 sebagai koefisien k_6 .

Untuk mencari koefisien suku koreksi ketujuh (k_7) maka C_8 sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih6* dan y_6 dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih6} - y_6 = C_7$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih6} - a_6 - k_5 E \sin(M' + M) = C_7$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih7} = k_7 E^2 \sin 2M$$

Kemudian *Selisih7* dan $E^2 \sin 2M$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_7 = a_7 + b_7 x_7$, dimana b_7 sebagai koefisien k_7 .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kedelapan (k_8) maka C_9 sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih7* dan y_7 dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih7} - y_7 = C_8$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih7} - a_7 - k_7 E^2 \sin 2M = C_8$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih8} = k_8 \sin(M' - 2F)$$

Kemudian *Selisih8* dan $\sin(M' - 2F)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_8 = a_8 + b_8 x_8$, dimana b_8 sebagai koefisien k_8 .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kesembilan (k_9) maka C_{10} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih8* dan y_8 dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih8} - y_8 = C_9$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih8} - a_8 - k_8 \sin(M' - 2F) = C_9$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih9} = k_9 \sin(M' + 2F)$$

Kemudian *Selisih9* dan $\sin(M' + 2F)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_9 = a_9 + b_9 x_9$, dimana b_9 sebagai koefisien k_9 .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kesepuluh (k_{10}) maka C_{11} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih9* dan y_9 dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih9} - y_9 = C_{10}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih9} - a_9 - k_9 \sin(M' + 2F) = C_{10}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih10} = k_{10} E \sin(2M' + M)$$

Kemudian *Selisih10* dan $E \sin(2M' + M)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{10} = a_{10} + b_{10} x_{10}$, dimana b_{10} sebagai koefisien k_{10} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kesebelas (k_{11}) maka C_{12} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih10* dan y_{10} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih10} - y_{10} = C_{11}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih10} - a_{10} - k_{10}E \sin(2M' + M) = C_{11}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih11} = k_{11} \sin 3M'$$

Kemudian *Selisih11* dan $\sin 3M'$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{11} = a_{11} + b_{11}x_{11}$, dimana b_{11} sebagai koefisien k_{11} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kedua belas (k_{12}) maka C_{13} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih11* dan y_{11} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih11} - y_{11} = C_{12}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih11} - a_{11} - k_{11} \sin 3M' = C_{12}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih12} = k_{12}E \sin(M + 2F)$$

Kemudian *Selisih12* dan $E \sin(M + 2F)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{12} = a_{12} + b_{12}x_{12}$, dimana b_{12} sebagai koefisien k_{12} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi ketiga belas (k_{13}) maka C_{14} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih12* dan y_{12} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih12} - y_{12} = C_{13}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih12} - a_{12} - k_{12}E \sin(M + 2F) = C_{13}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih13} = k_{13}E \sin(M - 2F)$$

Kemudian *Selisih13* dan $E \sin(M - 2F)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{13} = a_{13} + b_{13}x_{13}$, dimana b_{13} sebagai koefisien k_{13} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi keempat belas (k_{14}) maka C_{15} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih13* dan y_{13} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih13} - y_{13} = C_{14}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih13} - a_{13} - k_{13}E \sin(M - 2F) = C_{14}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih14} = k_{14} \sin(2M' - M)$$

Kemudian *Selisih14* dan $\sin(2M' - M)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{14} = a_{14} + b_{14}x_{14}$, dimana b_{14} sebagai koefisien k_{14} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kelima belas (k_{15}) maka C_{16} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih14* dan y_{14} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih14} - y_{14} = C_{15}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih14} - a_{14} - k_{14} \sin(2M' - M) = C_{15}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih15} = k_{15} \sin \Omega$$

Kemudian *Selisih15* dan $\sin \Omega$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{15} = a_{15} + b_{15}x_{15}$, dimana b_{15} sebagai koefisien k_{15} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi keenam belas (k_{16}) maka C_{17} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih15* dan y_{15} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih15} - y_{15} = C_{16}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih15} - a_{15} - k_{15} \sin \Omega = C_{16}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih16} = k_{16} \sin(M' + 2M)$$

Kemudian *Selisih16* dan $\sin(M' + 2M)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{16} = a_{16} + b_{16}x_{16}$, dimana b_{16} sebagai koefisien k_{16} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi ketujuh belas (k_{17}) maka C_{18} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih16* dan y_{16} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih16} - y_{16} = C_{17}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih16} - a_{16} - k_{16} \sin(M' + 2M) = C_{17}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih17} = k_{17} \sin(2M' - 2F)$$

Kemudian *Selisih17* dan $\sin(2M' - 2F)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{17} = a_{17} + b_{17}x_{17}$, dimana b_{17} sebagai koefisien k_{17} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kedelapan belas (k_{18}) maka C_{19} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih17* dan y_{17} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih17} - y_{17} = C_{18}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih17} - a_{17} - k_{17} \sin(2M' - 2F) = C_{18}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih18} = k_{18} \sin 3M$$

Kemudian *Selisih18* dan $\sin 3M$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{18} = a_{18} + b_{18}x_{18}$, dimana b_{18} sebagai koefisien k_{18} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kesembilan belas (k_{19}) maka C_{20} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih18* dan y_{18} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih18} - y_{18} = C_{19}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih18} - a_{18} - k_{18} \sin 3M = C_{19}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih19} = k_{19} \sin(M' + M - 2F)$$

Kemudian *Selisih19* dan $\sin(M' + M - 2F)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{19} = a_{19} + b_{19}x_{19}$, dimana b_{19} sebagai koefisien k_{19} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kedua puluh (k_{20}) maka C_{21} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih19* dan y_{19} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih19} - y_{19} = C_{20}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih19} - a_{19} - k_{19} \sin(M' + M - 2F) = C_{20}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih20} = k_{20} \sin(2M' + 2F)$$

Kemudian *Selisih20* dan $\sin(2M' + 2F)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{20} = a_{20} + b_{20}x_{20}$, dimana b_{20} sebagai koefisien k_{20} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kedua puluh satu (k_{21}) maka C_{22} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih20* dan y_{20} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih20} - y_{20} = C_{21}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih20} - a_{20} - k_{20} \sin(2M' + 2F) = C_{21}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih21} = k_{21} \sin(M' + M + 2F)$$

Kemudian *Selisih21* dan $\sin(M' + M + 2F)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{21} = a_{21} + b_{21}x_{21}$, dimana b_{21} sebagai koefisien k_{21} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kedua puluh dua (k_{22}) maka C_{23} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih21* dan y_{21} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih21} - y_{21} = C_{22}$$

$$\Leftrightarrow \textit{Selisih21} - a_{21} - k_{21} \sin(M' + M + 2F) = C_{22}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih22} = k_{22} \sin(M' - M + 2F)$$

Kemudian *Selisih22* dan $\sin(M' - M + 2F)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{22} = a_{22} + b_{22}x_{22}$, dimana b_{22} sebagai koefisien k_{22} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kedua puluh tiga (k_{23}) maka C_{24} sampai dengan C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih22* dan y_{22} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih22} - y_{22} = C_{23}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih22} - a_{22} - k_{22} \sin(M' - M + 2F) = C_{23}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih23} = k_{23} \sin(M' - M - 2F)$$

Kemudian *Selisih23* dan $\sin(M' - M - 2F)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{23} = a_{23} + b_{23}x_{23}$, dimana b_{23} sebagai koefisien k_{23} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kedua puluh empat (k_{24}) maka C_{25} dianggap nol. Kemudian *Selisih23* dan y_{23} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih23} - y_{23} = C_{24}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih23} - a_{23} - k_{23} \sin(M' - M - 2F) = C_{24}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih24} = k_{24} \sin(3M' + M)$$

Kemudian *Selisih24* dan $\sin(M' + M)$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{24} = a_{24} + b_{24}x_{24}$, dimana b_{24} sebagai koefisien k_{24} .

Untuk mencari koefisien suku koreksi kedua puluh lima (k_{25}) maka *Selisih24* dan y_{24} dicari selisihnya sebagaimana berikut:

$$\Leftrightarrow \text{Selisih24} - y_{24} = C_{25}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih24} - a_{24} - k_{24} \sin(3M' + M) = C_{25}$$

$$\Leftrightarrow \text{Selisih25} = k_{25} \sin(4M')$$

Kemudian *Selisih25* dan $\sin(4M')$ dilakukan regresi, maka didapatkanlah persamaan $y_{25} = a_{25} + b_{25}x_{25}$, dimana b_{25} sebagai koefisien k_{25} .

Setelah didapatkan 25 koefisien suku koreksi maka digunakan untuk menghitung fase ijtimak seperti pada teori perhitungan fase ijtimak algoritma Jean Meeus yang sudah dijelaskan pada BAB II. Langkah di atas baru pencarian koefisien suku koreksi dengan regresi linier satu variabel. Koefisien hasil di atas digunakan untuk mencari fase ijtimak, kemudian dibandingkan dengan fase ijtimak menggunakan koefisien suku koreksi yang didapatkan dengan regresi linier berganda untuk dilihat mana yang lebih baik.

Proses pencarian suku koreksi menggunakan regresi linier satu variabel dibantu menggunakan software excel sesuai langkah-langkah diatas. Diperlukan software pembantu karena data yang akan dihitung berjumlah ribuan, sangat tidak memungkinkan untuk dihitung manual. Perhitungan manual juga rawan akan terjadinya *human error*.

E. Teknik Analisis Data dengan Regresi Linier Berganda

Secara manual untuk mencari koefisien suku koreksi dilakukan dengan rumus yang ada di bab sebelumnya. Pada penelitian ini pencarian koefisien suku koreksi fase ijtimak atau Bulan baru (*new Moon*) metode regresi linier berganda dibantu dengan aplikasi SPSS 25. Jika dilakukan menggunakan manual sangat tidak

memungkinkan selain itu juga pertimbangan akurasi hasil yang rawan adanya *human error*. Sebelum menghitung dengan SPSS 25, terlebih dahulu menyiapkan beberapa data. Data-data tersebut adalah data $JDE_{\text{terkoreksi}}$, $JDE_{\text{rata-rata}}$ dan data C_1, C_2, \dots, C_{25} secara acak. Banyaknya data yang digunakan pada regresi linier berganda sama dengan banyaknya data yang digunakan pada regresi linier satu variabel pada subbab D sebelum ini, supaya bisa membandingkan hasilnya. Langkah-langkah menghitung menggunakan SPSS 25 adalah sebagai berikut:

1. Klik *File* > klik *Import Data*⁷ > klik *Excel*
2. Klik *Analyze* > klik *Regression* > klik *Linier*
3. Masukkan selisih $JDE_{\text{terkoreksi}}$ dengan $JDE_{\text{rata-rata}}$ (dalam SPSS ditulis Y) kedalam kolom variabel dependen.
4. Masukkan C_1, C_2, \dots, C_{25} kedalam kolom variabel independent.
5. Kemudian klik *OK*.
6. Amati *output* pada bagian *coefficient*.
7. Catatlah koefisien dari C_1, C_2, \dots, C_{25}

Koefisien suku koreksi fase ijtimak atau Bulan baru (*new Moon*) yang sudah didapatkan, kemudian digunakan untuk menghitung waktu ijtimak atau *new Moon*. Hasil dari perhitungannya akan dikomparasikan dengan hasil ijtimak atau *new Moon* versi Jean Meeus, Moshier dan Accurate Time. Jika selisih dengan Accurate Time dan Moshier lebih baik atau minimal sama

⁷Data yang disiapkan adalah data dependen dan data independen. Data dependen adalah data selisih $JDE_{\text{terkoreksi}}$ dengan $JDE_{\text{rata-rata}}$, sedangkan data independen adalah 25 suku koreksi C_1, C_2, \dots, C_{25}

dengan Jean Meeus maka koefisien itu bisa dipilih sebagai alternatif koefisien terbaik. Pada subbab ini dituliskan langkah-langkah analisis regresi liniernya, sedangkan untuk hasil koefisien dan perbandingan akurasinya dihitung di bab selanjutnya.

F. Metode Pencarian Suku Koreksi Fase Ijtimak Terbaik

Langkah regresi pada subbab D di atas kemudian digunakan untuk mencari koefisien suku koreksi terbaik. Data yang digunakan adalah data runtun waktu. Data runtun waktu tersebut dimulai dari data $JDE_{rata-rata}$, $JDE_{terkoreksi}$ sampai data C_1, C_2, \dots, C_{25} yang merupakan 25 variabel suku koreksi sebagaimana dijelaskan pada subbab C di atas. Banyaknya data runtun waktu dipilih menggunakan prinsip *trial and error* dengan tetap menjaga urutan waktunya, kemudian data tersebut dilakukan perhitungan untuk mendapatkan koefisien suku koreksi dengan langkah seperti langkah pada subbab D. Teknik sampling yang digunakan adalah *sampling purposive*. *Sampling purposive* adalah teknik penentuan sampel dengan pertimbangan tertentu.⁸ Referensi yang lain menyebutkan bahwa *sampling purposive* adalah teknik pengambilan sampel yang dipilih berdasarkan pengetahuan atau penilaian peneliti.⁹ Pertimbangan tertentu dalam disertasi ini adalah sampel yang bisa

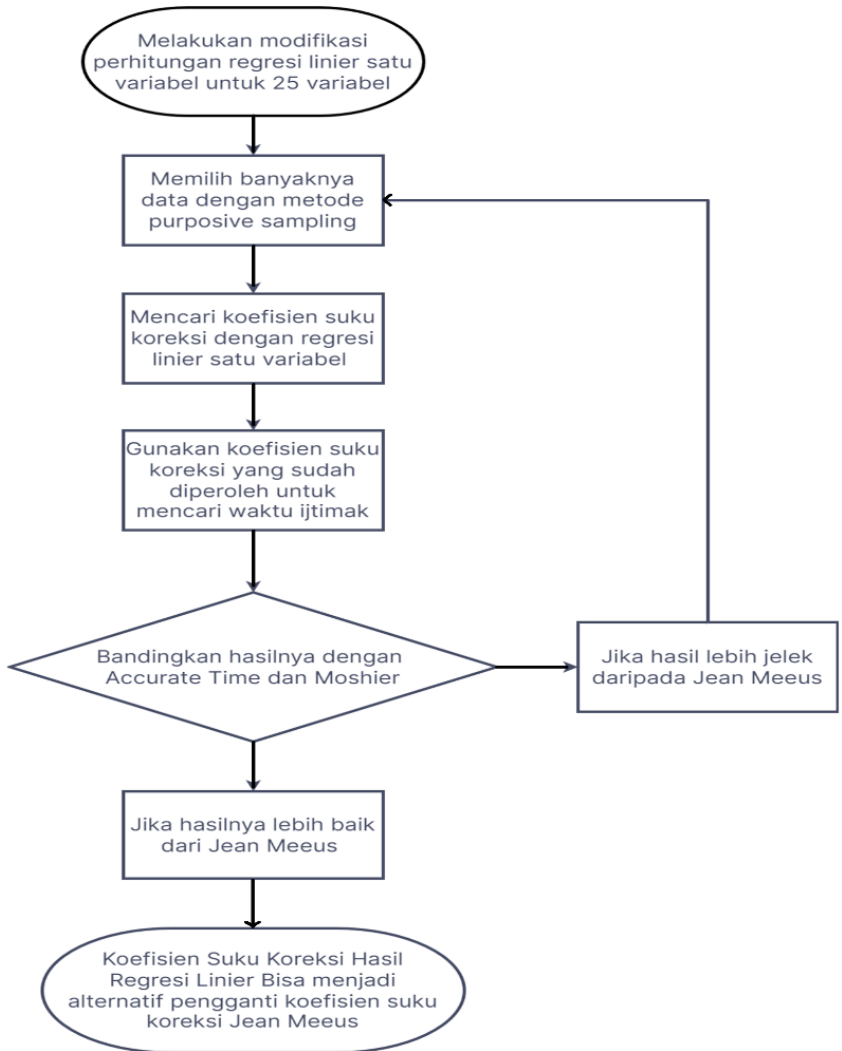
⁸Sugiyono, *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*, (Bandung: Alfabeta, 2013), 85.

⁹Sharon L. Lohr, *Sampling Design and Analysis Third Edition*, (United State of America: CRC Press, 2022), 21.

menghasilkan koefisien suku koreksi yang lebih baik dari Jean Meeus.

Koefisien yang didapatkan lalu digunakan untuk menghitung waktu fase ijtimak atau Bulan baru (*new Moon*). Waktu fase ijtimak atau Bulan baru (*new Moon*) ini lalu dibandingkan dengan waktu ijtimak atau *new Moon* Jean Meeus, Accurate Time dan juga Moshier. Jika selisih dengan Accurate Time dan Moshier lebih baik atau minimal sama dengan Jean Meeus maka koefisien itu bisa dipilih sebagai alternatif koefisien terbaik. Mengapa disini disebut alternatif? Karena prosesnya dengan cara memilih secara acak data runtun waktu, itu artinya banyak alternatif pilihan runtun waktu. Dikarenakan tujuan dari penelitian ini adalah untuk meneliti apakah dengan pendekatan regresi bisa mendapatkan suku koreksi fase ijtimak atau Bulan baru (*new Moon*), maka ketika didapat yang hasilnya minimal sama dengan Jean Meeus sudah cukup menjadi bukti bahwa metode regresi bisa digunakan untuk mencari alternatif suku koreksi dan suku koreksi yang ada di algoritma Jean Meeus tidaklah satu-satunya suku koreksi yang bisa digunakan.

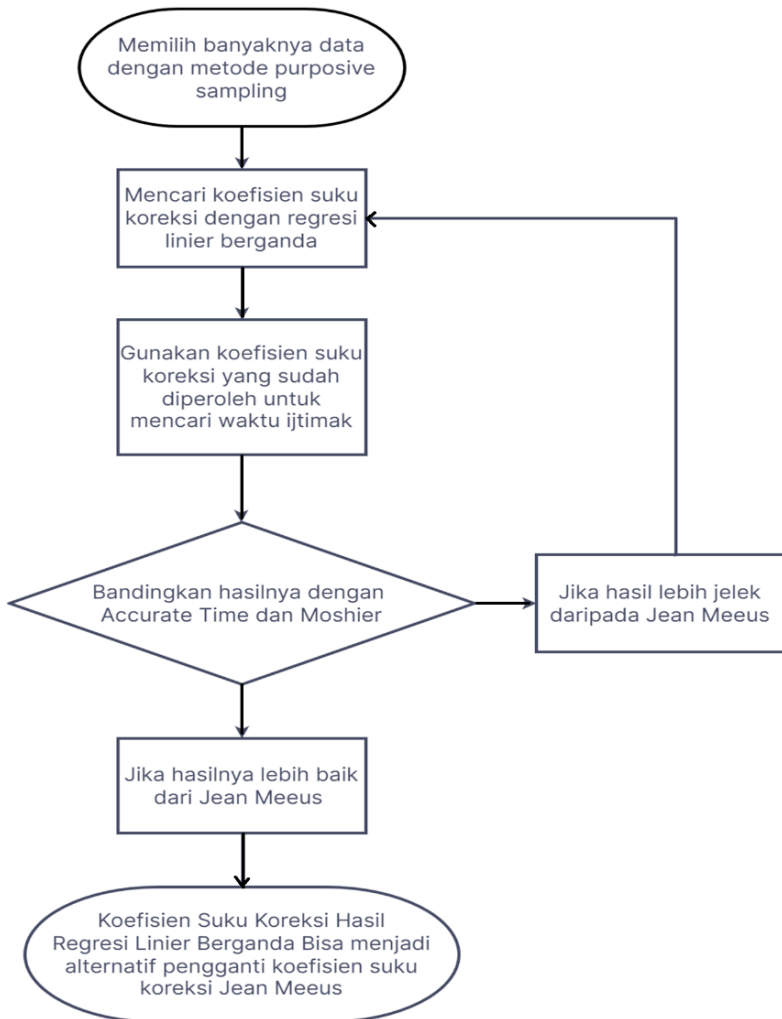
Berikut ini adalah alur pencarian suku koreksi menggunakan metode regresi linier satu variabel digambarkan dalam bentuk flowchart:



Gambar 3.1 Alur Pencarian Suku Koreksi Fase Ijtimak dengan Metode Regresi Linier Satu Variabel

Uraian langkah pencarian koefisien suku koreksi fase ijtimak menggunakan metode regresi linier berganda bisa digambarkan

dalam flowchart. Berikut ini alur pencarian suku koreksi fase ijtimak dengan metode regresi linier berganda:



Gambar 3.2 Alur Pencarian Suku Koreksi Fase Ijtimak dengan Metode Regresi Linier Variabel Berganda

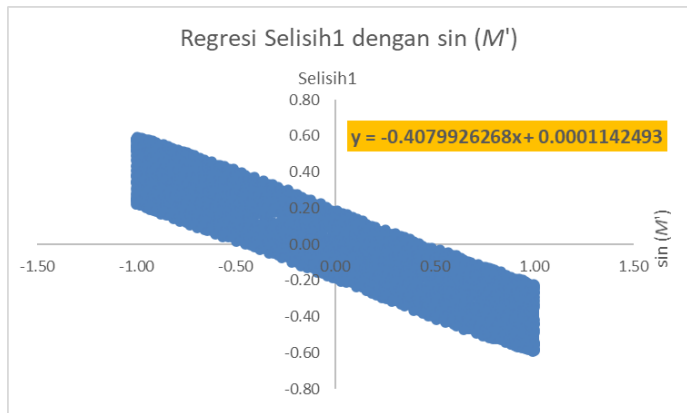
BAB IV
AKURASI KOEFISIEN SUKU KOREKSI HASIL METODE
REGRESI LINIER UNTUK PERHITUNGAN WAKTU
IJTIMAK

A. Koefisien Suku Koreksi Fase Ijtimak dengan Metode Regresi Linier Satu Variabel

1. Koefisien Suku Koreksi yang Diperoleh dari 3.520 data

Data runtun waktu yang digunakan dari bulan Desember 1627 – Juni 1912.

- a. Suku koreksi ke-1



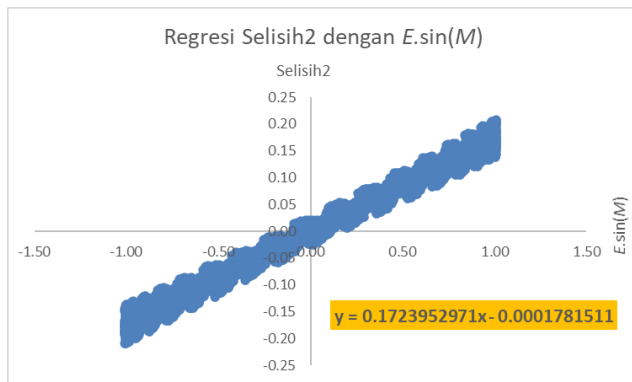
Gambar 4.1 Regresi Selisih1 dengan sin M' 3.520 data

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagai berikut:

$$y = -0.4079926268x + 0.0001142493 \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

Plot data pada gambar 4.1 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.1). Persamaan (4.1) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.1 di atas. Gradien dari persamaan (4.1) di atas adalah -0.4079926268 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-1 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

b. Suku koreksi ke-2



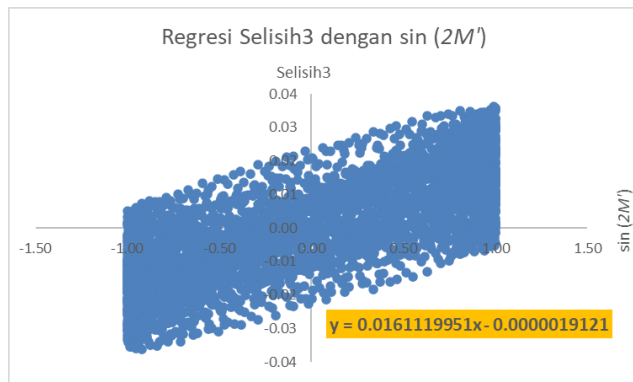
Gambar 4.2 Regresi Selisih2 dengan $E. \sin M$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.1723952971x - 0.0001781511 \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

Plot data pada gambar 4.2 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.2). Persamaan (4.2) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.2 di atas. Gradien dari persamaan (4.2) di atas adalah 0.1723952971. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-2 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

c. Suku koreksi ke-3



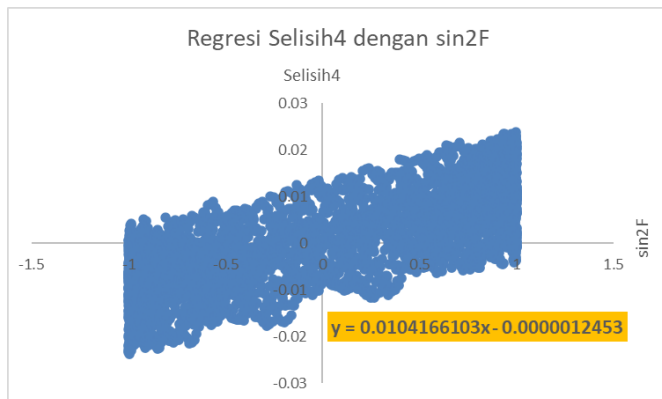
Gambar 4.3 Regresi Selisih3 dengan sin 2M' 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0161119951x - 0.0000019121 \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

Plot data pada gambar 4.3 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.3). Persamaan (4.3) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.3 di atas. Gradien dari persamaan (4.3) di atas adalah 0.0161119951. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-3 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

d. Suku koreksi ke-4



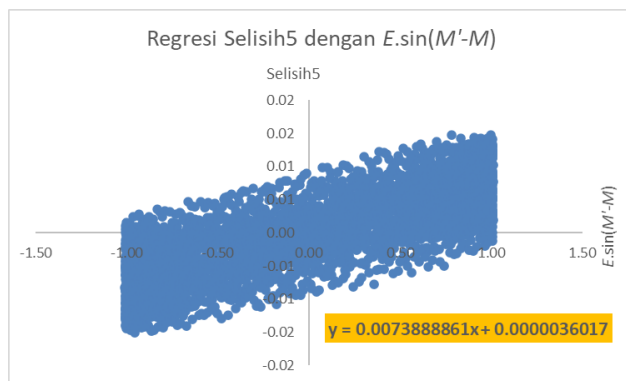
Gambar 4.4 Regresi Selisih4 dengan sin 2F 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0104166103x - 0.0000012453 \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

Plot data pada gambar 4.4 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.4). Persamaan (4.4) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.4 di atas. Gradien dari persamaan (4.4) di atas adalah 0.0104166103. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-4 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

e. Suku koreksi ke-5



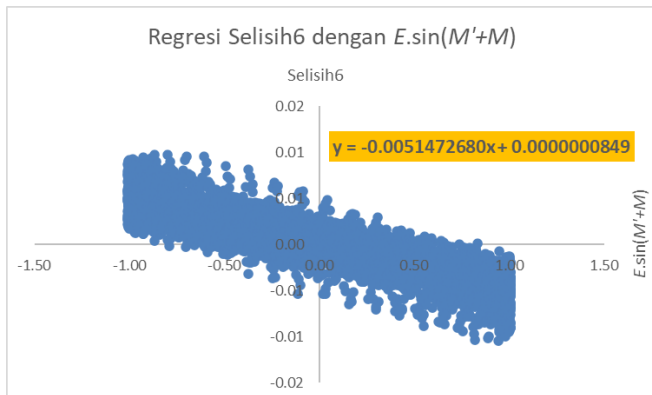
Gambar 4.5 Regresi Selisih5 dengan $E.\sin(M' - M)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0073888861x + 0.0000036017 \quad \dots\dots\dots(4.5)$$

Plot data pada gambar 4.5 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.5). Persamaan (4.5) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.5 di atas. Gradien dari persamaan (4.5) di atas adalah 0.0073888861. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-5 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

f. Suku koreksi ke-6



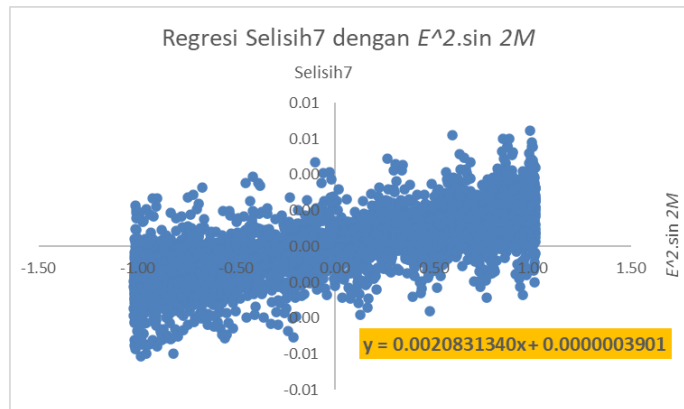
Gambar 4.6 Regresi Selisih6 dengan $E.\sin(M' + M)$ 3.520 data

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0051472680x + 0.0000000849 \quad \dots\dots(4.6)$$

Plot data pada gambar 4.6 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.6). Persamaan (4.6) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.6 di atas. Gradien dari persamaan (4.6) di atas adalah -0.0051472680 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-6 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

g. Suku koreksi ke-7



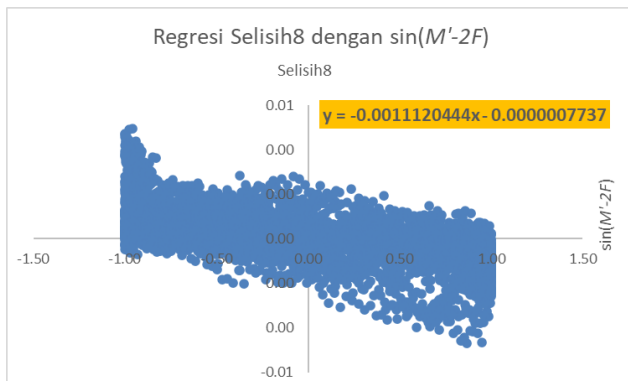
Gambar 4.7 Regresi Selisih7 dengan $E^2 \cdot \sin(2M)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0020831340x + 0.0000003901 \quad \dots\dots\dots(4.7)$$

Plot data pada gambar 4.7 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.7). Persamaan (4.7) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.7 di atas. Gradien dari persamaan (4.7) di atas adalah 0.0020831340. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-7 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

h. Suku koreksi ke-8



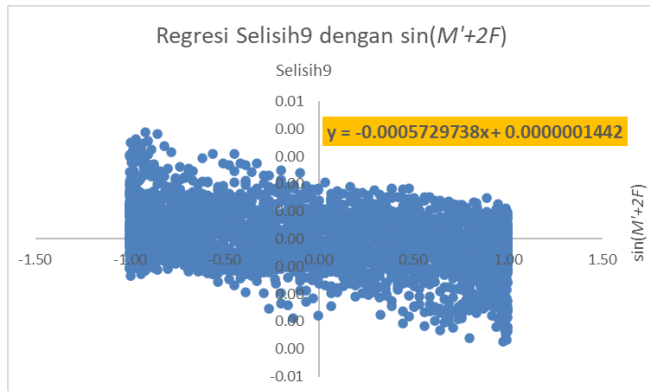
Gambar 4.8 Regresi Selisih8 dengan $\sin(M' - 2F)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0011120444x - 0.0000007737 \dots\dots\dots(4.8)$$

Plot data pada gambar 4.8 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.8). Persamaan (4.8) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.8 di atas. Gradien dari persamaan (4.8) di atas adalah -0.0011120444 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-8 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

- i. Suku koreksi ke-9



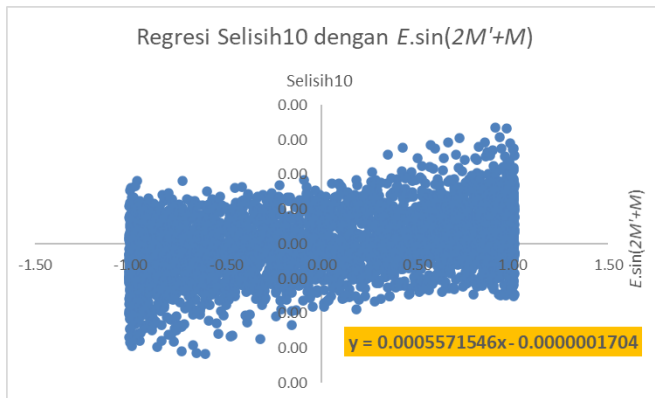
Gambar 4.9 Regresi Selisih9 dengan $\sin(M' + 2F)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.000572973x + 0.0000001442 \quad \dots\dots\dots(4.9)$$

Plot data pada gambar 4.9 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.9). Persamaan (4.9) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.9 di atas. Gradien dari persamaan (4.9) di atas adalah -0.000572973 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-9 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

j. Suku koreksi ke-10



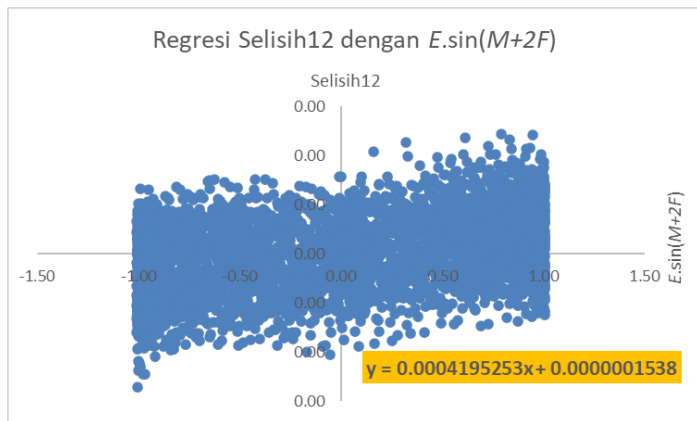
Gambar 4.10 Regresi Selisih10 dengan $E. \sin(2M' + M)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0004238954x - 0.0000001199 \dots\dots\dots(4.11)$$

Plot data pada gambar 4.11 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.11). Persamaan (4.11) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.11 di atas. Gradien dari persamaan (4.11) di atas adalah -0.0004238954 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-11 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

1. Suku koreksi ke-12



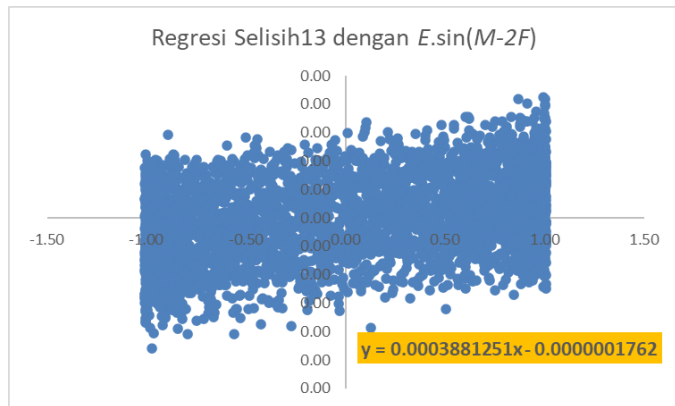
Gambar 4.12 Regresi Selisih12 dengan $E. \sin(M + 2F)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0004195253x + 0.0000001538 \quad \dots\dots\dots(4.12)$$

Plot data pada gambar 4.12 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.12). Persamaan (4.12) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.12 di atas. Gradien dari persamaan (4.12) di atas adalah 0.0004195253. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-12 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

m. Suku koreksi ke-13



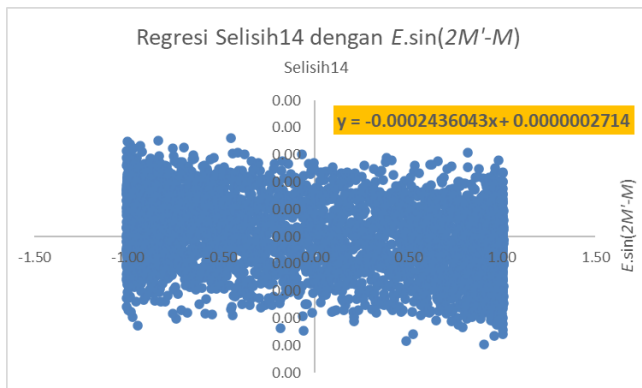
Gambar 4.13 Regresi Selisih13 dengan $E. \sin(M - 2F)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0003881251x - 0.0000001762 \quad \dots\dots\dots(4.13)$$

Plot data pada gambar 4.13 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.13). Persamaan (4.13) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.13 di atas. Gradien dari persamaan (4.13) di atas adalah 0.0003881251. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-13 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

n. Suku koreksi ke-14



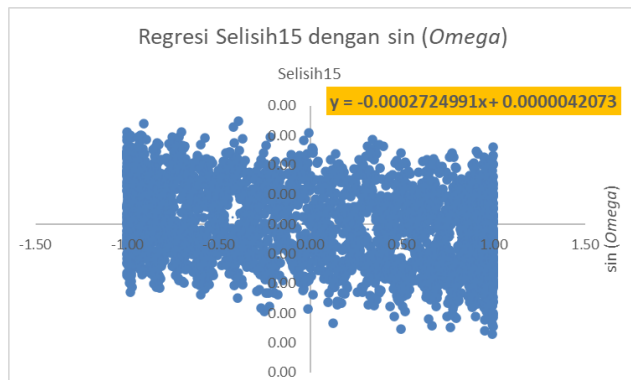
Gambar 4.14 Regresi Selisih14 dengan $E. \sin(2M' - M)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0002436043x + 0.0000002714 \dots\dots\dots(4.14)$$

Plot data pada gambar 4.14 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.14). Persamaan (4.14) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.14 di atas. Gradien dari persamaan (4.14) di atas adalah -0.0002436043 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-14 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

o. Suku koreksi ke-15



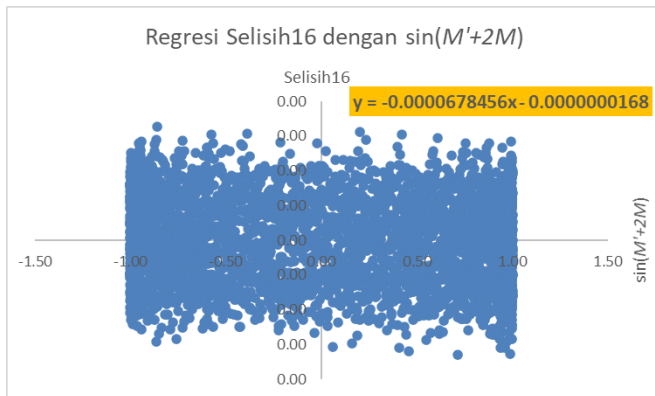
Gambar 4.15 Regresi Selisih15 dengan sin(Ω) 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0002724991x + 0.0000042073 \dots\dots\dots(4.15)$$

Plot data pada gambar 4.15 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.15). Persamaan (4.15) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.15 di atas. Gradien dari persamaan (4.15) di atas adalah -0.0002724991 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-15 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

p. Suku koreksi ke-16



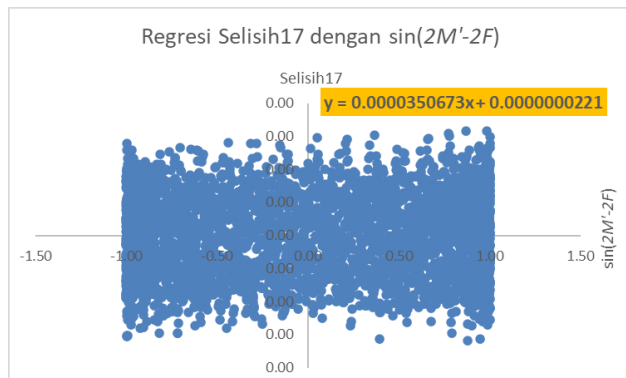
Gambar 4.16 Regresi Selisih16 dengan $\sin(M' + 2M)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000678456x - 0.0000000168 \dots\dots\dots(4.16)$$

Plot data pada gambar 4.16 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.16). Persamaan (4.16) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.16 di atas. Gradien dari persamaan (4.16) di atas adalah -0.0000678456 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-16 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

q. Suku koreksi ke-17



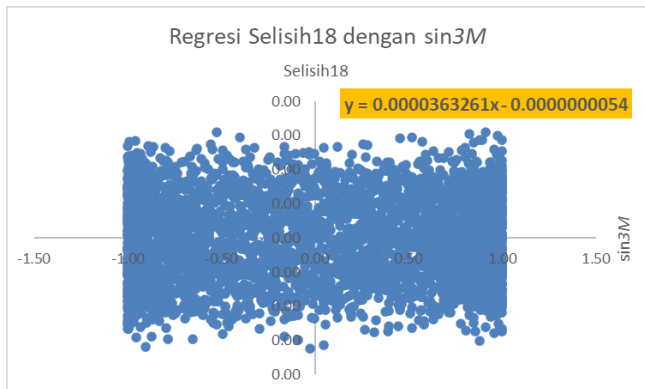
Gambar 4.17 Regresi Selisih17 dengan $\sin(2M' - 2F)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000350673x + 0.0000000221 \dots\dots\dots(4.17)$$

Plot data pada gambar 4.17 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.17). Persamaan (4.17) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.17 di atas. Gradien dari persamaan (4.17) di atas adalah 0.0000350673. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-17 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

r. Suku koreksi ke-18



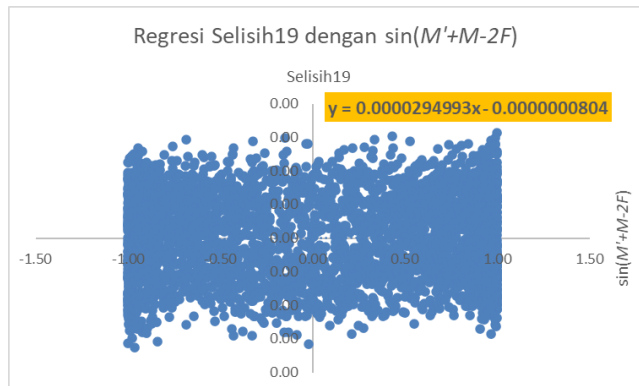
Gambar 4.18 Regresi Selisih18 dengan sin(3M) 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000363261x - 0.0000000054 \quad \dots\dots\dots(4.18)$$

Plot data pada gambar 4.18 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.18). Persamaan (4.18) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.18 di atas. Gradien dari persamaan (4.18) di atas adalah 0.0000363261. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-18 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

s. Suku koreksi ke-19



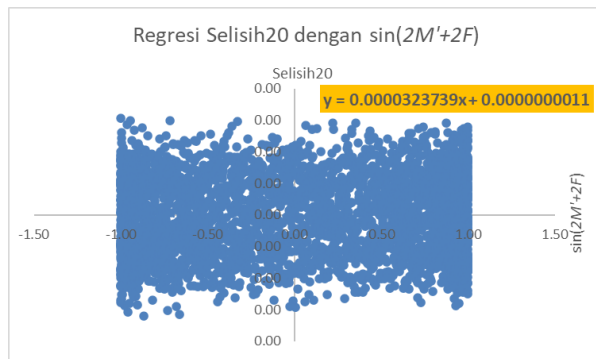
Gambar 4.19 Regresi Selisih19 dengan $\sin(3M' + M - 2F)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000294993x - 0.0000000804 \quad \dots\dots\dots(4.19)$$

Plot data pada gambar 4.19 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.19). Persamaan (4.19) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.19 di atas. Gradien dari persamaan (4.19) di atas adalah 0.0000294993. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-19 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

t. Suku koreksi ke-20



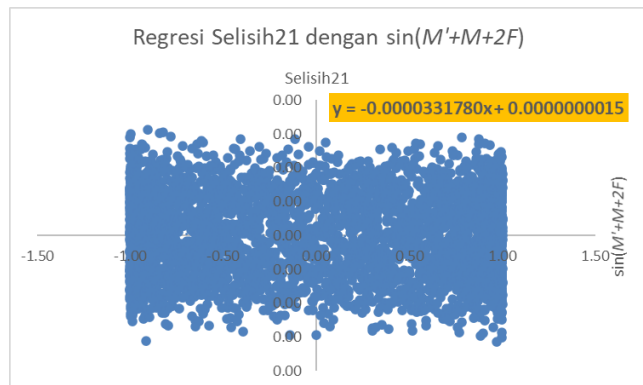
Gambar 4.20 Regresi Selisih20 dengan $\sin(2M' + 2F)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000323739x + 0.0000000011 \quad \dots\dots\dots(4.20)$$

Plot data pada gambar 4.20 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.20). Persamaan (4.20) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.20 di atas. Gradien dari persamaan (4.20) di atas adalah 0.0000323739. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-20 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

u. Suku koreksi ke-21



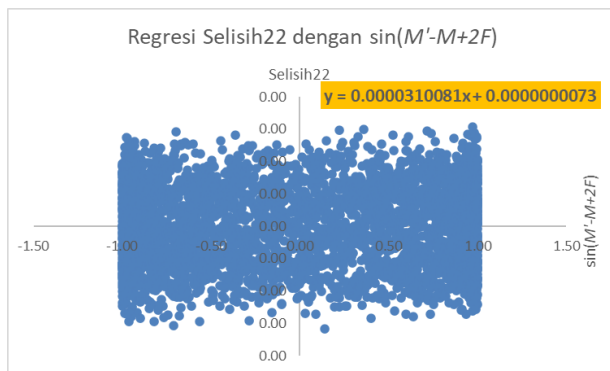
Gambar 4.21 Regresi Selisih21 dengan $\sin(M' + M + 2F)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000331780x + 0.0000000015 \quad \dots\dots\dots(4.21)$$

Plot data pada gambar 4.21 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.21). Persamaan (4.21) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.21 di atas. Gradien dari persamaan (4.21) di atas adalah -0.0000331780 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-21 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

v. Suku koreksi ke-22



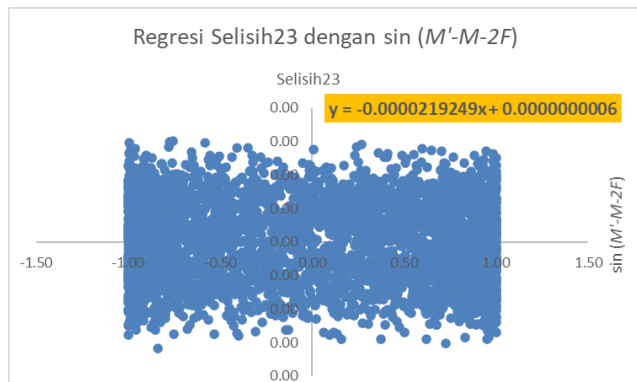
Gambar 4.22 Regresi Selisih22 dengan $\sin(M' - M + 2F)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000310081x + 0.0000000073 \quad \dots\dots\dots(4.22)$$

Plot data pada gambar 4.22 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.22). Persamaan (4.22) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.22 di atas. Gradien dari persamaan (4.22) di atas adalah 0.0000310081. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-22 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

w. Suku koreksi ke-23



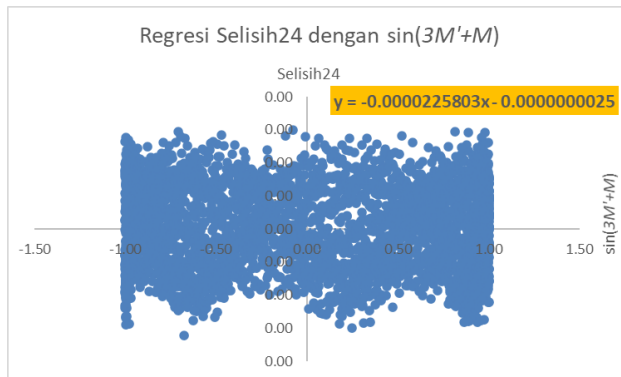
Gambar 4.23 Regresi Selisih23 dengan $\sin(M' - M - 2F)$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000219249x + 0.0000000006 \quad \dots\dots\dots(4.23)$$

Plot data pada gambar 4.23 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.23). Persamaan (4.23) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.23 di atas. Gradien dari persamaan (4.23) di atas adalah -0.0000219249 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-23 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

x. Suku koreksi ke-24



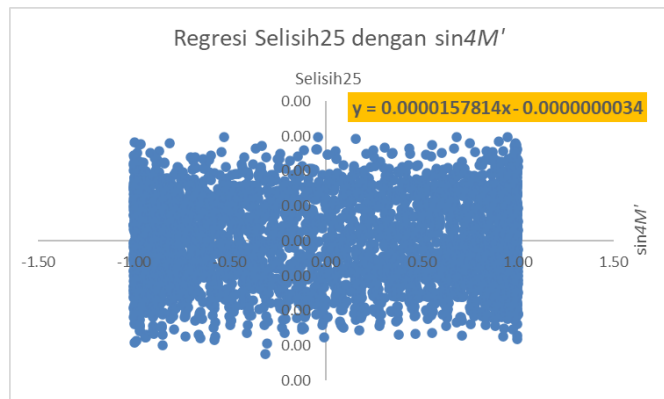
Gambar 4.24 Regresi Selisih24 dengan sin(3M' + M) 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000225803x + 0.0000000025 \quad \dots\dots\dots(4.24)$$

Plot data pada gambar 4.24 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.24). Persamaan (4.24) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.24 di atas. Gradien dari persamaan (4.24) di atas adalah -0.0000225803 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-24 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

y. Suku koreksi ke-25



Gambar 4.25 Regresi Selisih25 dengan $\sin(4M')$ 3.520 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000157814x - 0.0000000034 \quad \dots\dots\dots(4.25)$$

Plot data pada gambar 4.25 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.25). Persamaan (4.25) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.25 di atas. Gradien dari persamaan (4.25) di atas adalah 0.0000157814. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-25 suku koreksi untuk data 3.520 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

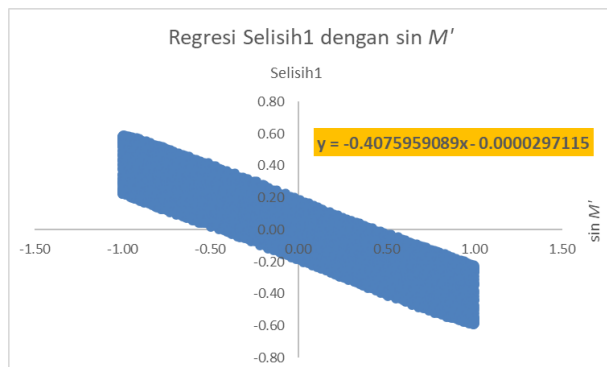
Rangkuman koefisien suku koreksi hasil metode regresi linier satu variabel adalah sebagai berikut:

Tabel 4.1 Rangkuman Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel Dengan 3.520 Data

Suku Koreksi Ke-	Koefisien Suku Koreksi (Satuan Hari)	Koefisien Suku Koreksi (Satuan Detik)
1	-0.4079926268	-35250.56296
2	0.1723952970	14894.95366
3	0.0161119951	1392.07638
4	0.0104166103	899.99513
5	0.0073888861	638.39976
6	-0.0051472680	-444.72396

7	0.0020831340	179.98278
8	-0.0011120444	-96.08064
9	-0.0005729738	-49.50494
10	0.0005571546	48.13816
11	-0.0004238954	-36.62456
12	0.0004195253	36.24699
13	0.0003881251	33.53401
14	-0.0002436043	-21.04741
15	-0.0002724991	-23.54392
16	-0.0000678456	-5.86186
17	0.0000350673	3.02981
18	0.0000363261	3.13858
19	0.0000294993	2.54874
20	0.0000323739	2.79710
21	-0.0000331780	-2.86658
22	0.0000310081	2.67910
23	-0.0000219249	-1.89431
24	-0.0000225803	-1.95094
25	0.0000157814	1.36351

2. Koefisien Suku Koreksi yang Diperoleh dari 5.530 data
 Data runtun waktu yang digunakan dari bulan Desember 1627 –
 April 2075.
- a. Suku koreksi ke-1



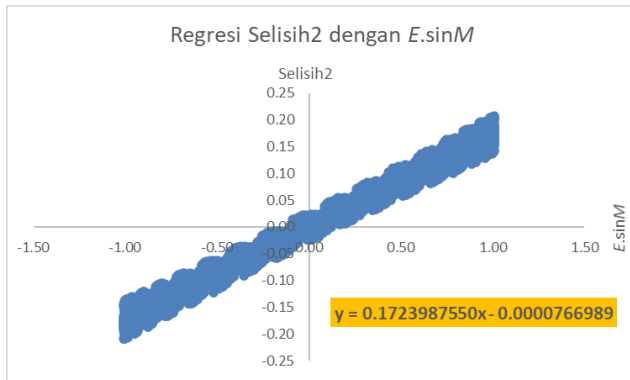
Gambar 4.26 Regresi Selisih1 dengan $\sin M'$ 5.530 data

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.4075959089x - 0.0000297115 \dots\dots\dots(4.26)$$

Plot data pada gambar 4.26 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.26). Persamaan (4.26) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.26 di atas. Gradien dari persamaan (4.26) di atas adalah -0.4075959089 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-1 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

b. Suku koreksi ke-2



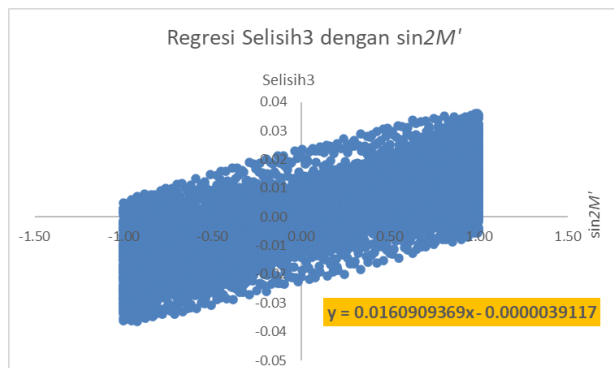
Gambar 4.27 Regresi Selisih2 dengan $E. \sin M$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.1723987550x - 0.0000766989 \quad \dots\dots\dots(4.27)$$

Plot data pada gambar 4.27 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.27). Persamaan (4.27) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.27 di atas. Gradien dari persamaan (4.27) di atas adalah 0.1723987550. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-2 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

c. Suku koreksi ke-3



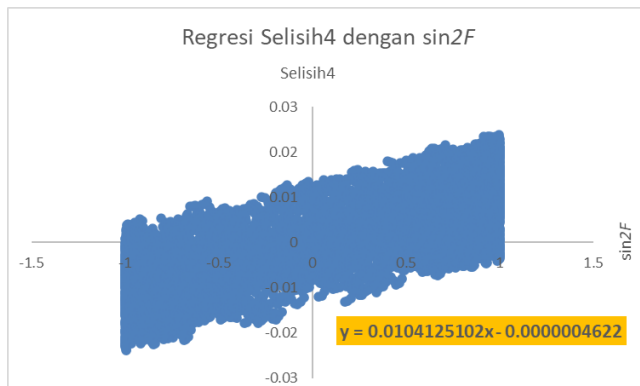
Gambar 4.28 Regresi Selisih3 dengan sin 2M' 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0160909369x - 0.0000039117 \quad \dots\dots\dots(4.28)$$

Plot data pada gambar 4.28 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.28). Persamaan (4.28) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.28 di atas. Gradien dari persamaan (4.28) di atas adalah 0.0160909369. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-3 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

d. Suku koreksi ke-4



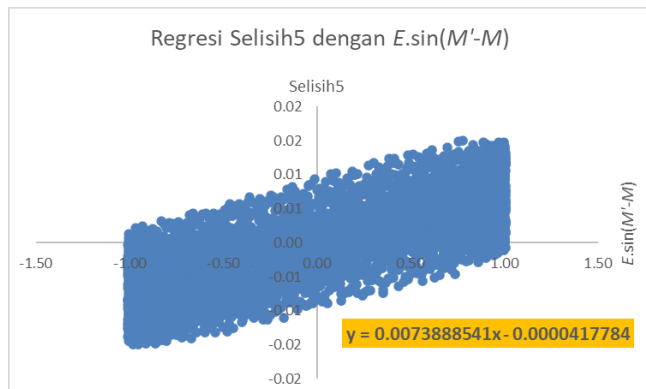
Gambar 4.29 Regresi Selisih4 dengan sin 2F 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0104125102x - 0.0000004622 \quad \dots\dots\dots(4.29)$$

Plot data pada gambar 4.29 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.29). Persamaan (4.29) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.29 di atas. Gradien dari persamaan (4.29) di atas adalah 0.0104125102. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-4 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

e. Suku koreksi ke-5



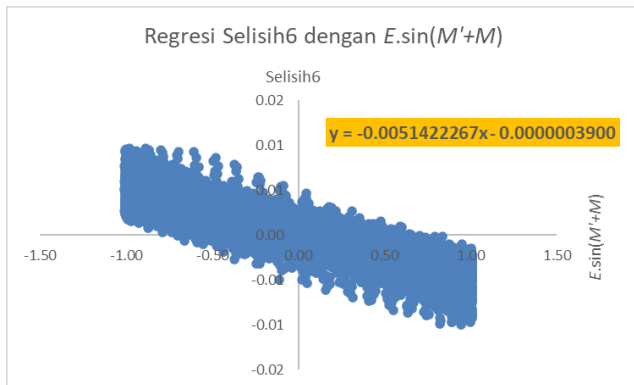
Gambar 4.30 Regresi Selisih5 dengan $E. \sin(M' - M)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0073888541x - 0.00000417784 \dots\dots\dots(4.30)$$

Plot data pada gambar 4.30 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.30). Persamaan (4.30) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.30 di atas. Gradien dari persamaan (4.30) di atas adalah 0.0073888541. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-5 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

f. Suku koreksi ke-6



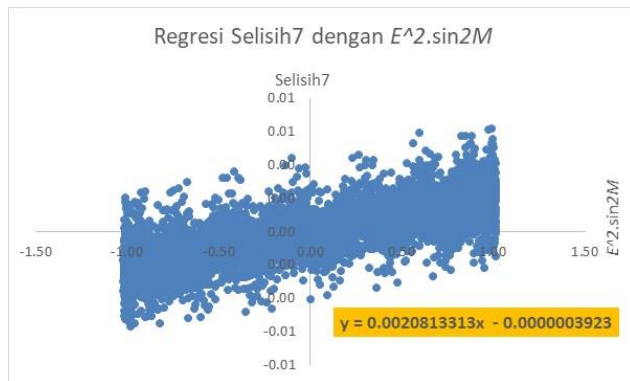
Gambar 4.31 Regresi Selisih6 dengan $E. \sin(M' + M)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0051422267x - 0.00000003900 \dots\dots\dots(4.31)$$

Plot data pada gambar 4.31 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.31). Persamaan (4.31) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.31 di atas. Gradien dari persamaan (4.31) di atas adalah -0.0051422267 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-6 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

g. Suku koreksi ke-7



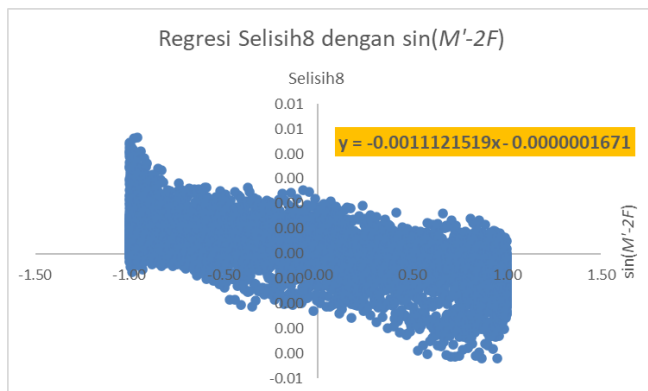
Gambar 4.32 Regresi Selisih7 dengan E². sin 2M 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0020813313x - 0.00000003923 \dots\dots\dots(4.32)$$

Plot data pada gambar 4.32 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.32). Persamaan (4.32) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.32 di atas. Gradien dari persamaan (4.32) di atas adalah 0.0020813313. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-7 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

h. Suku koreksi ke-8



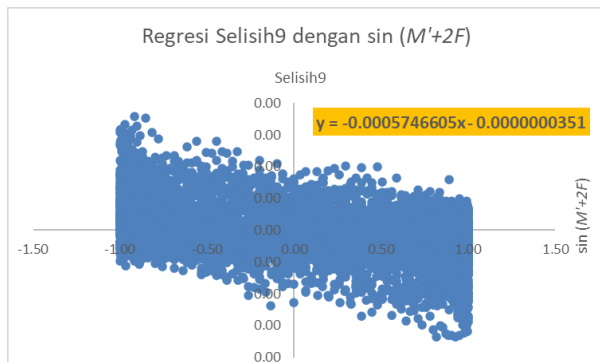
Gambar 4.33 Regresi Selisih8 dengan $\sin(M' - 2F)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0011121519x - 0.00000001671 \dots\dots(4.33)$$

Plot data pada gambar 4.33 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.33). Persamaan (4.33) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.33 di atas. Gradien dari persamaan (4.33) di atas adalah -0.0011121519 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-8 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

- i. Suku koreksi ke-9



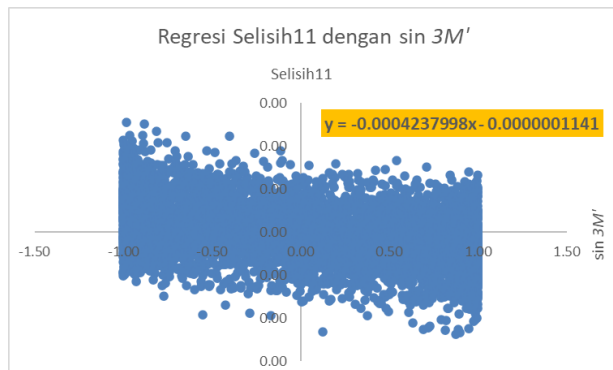
Gambar 4.34 Regresi Selisih9 dengan $\sin(M' + 2F)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0005559428x + 0.00000000119 \quad \dots\dots\dots(4.35)$$

Plot data pada gambar 4.35 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.35). Persamaan (4.35) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.35 di atas. Gradien dari persamaan (4.35) di atas adalah 0.0005559428. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-10 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

k. Suku koreksi ke-11



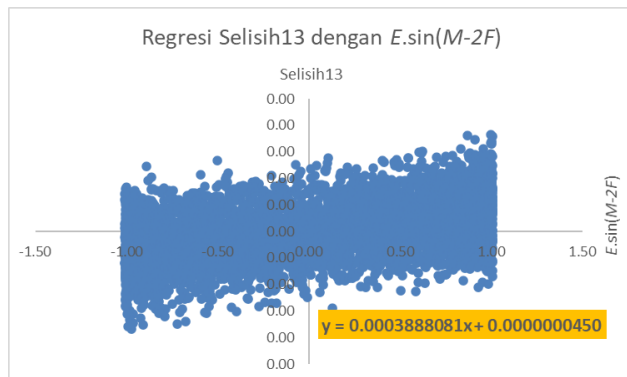
Gambar 4.36 Regresi Selisih11 dengan sin 3M' 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0004195490x - 0.00000000973 \quad \dots\dots\dots(4.37)$$

Plot data pada gambar 4.37 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.37). Persamaan (4.37) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.37 di atas. Gradien dari persamaan (4.37) di atas adalah 0.0004195490. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-12 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

m. Suku koreksi ke-13



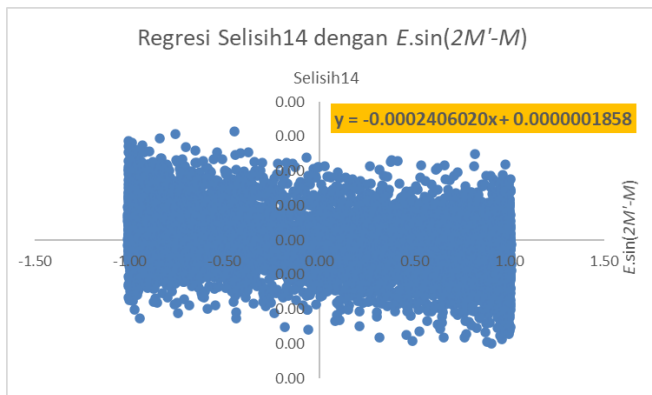
Gambar 4.38 Regresi Selisih13 dengan $E. \sin(M + 2F)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0003888081x + 0.00000000450 \quad \dots\dots\dots(4.38)$$

Plot data pada gambar 4.38 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.38). Persamaan (4.38) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.38 di atas. Gradien dari persamaan (4.38) di atas adalah 0.0003888081. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-13 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

n. Suku koreksi ke-14



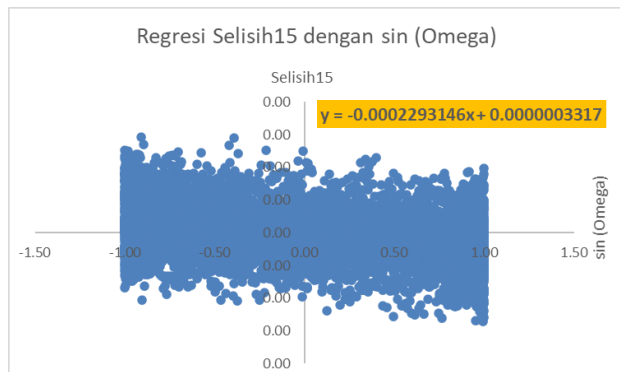
Gambar 4.39 Regresi Selisih14 dengan $E. \sin(M + 2F)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0002406020x + 0.00000001858 \quad \dots\dots\dots(4.39)$$

Plot data pada gambar 4.39 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.39). Persamaan (4.39) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.39 di atas. Gradien dari persamaan (4.39) di atas adalah -0.0002406020 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-14 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

- o. Suku koreksi ke-15



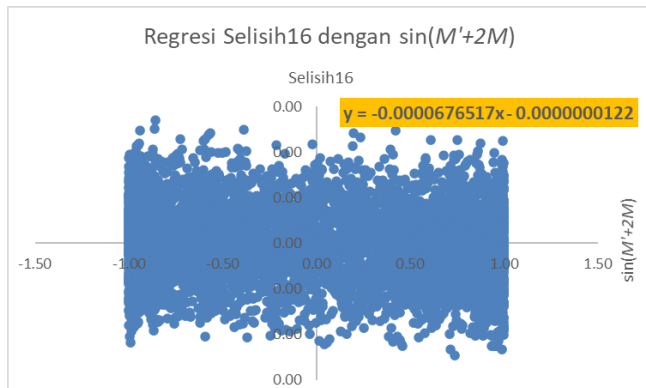
Gambar 4.40 Regresi Selisih15 dengan sin Ω 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0002293146x + 0.00000003317 \quad \dots\dots\dots(4.40)$$

Plot data pada gambar 4.40 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.40). Persamaan (4.40) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.40 di atas. Gradien dari persamaan (4.40) di atas adalah -0.0002293146 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-15 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

p. Suku koreksi ke-16



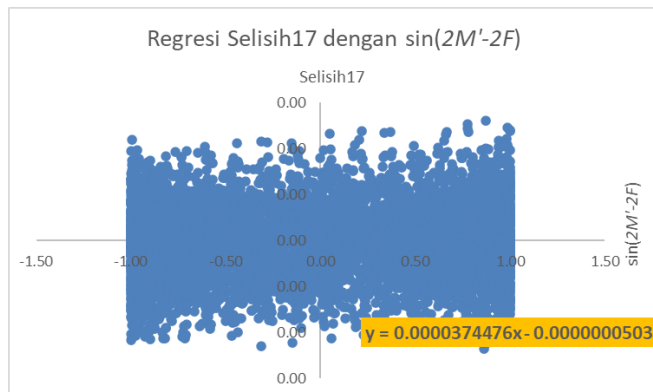
Gambar 4.41 Regresi Selisih16 dengan $\sin(M' + 2M)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000676517x - 0.00000000122 \quad \dots\dots(4.41)$$

Plot data pada gambar 4.41 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.41). Persamaan (4.41) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.41 di atas. Gradien dari persamaan (4.41) di atas adalah -0.0000676517 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-16 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

q. Suku koreksi ke-17



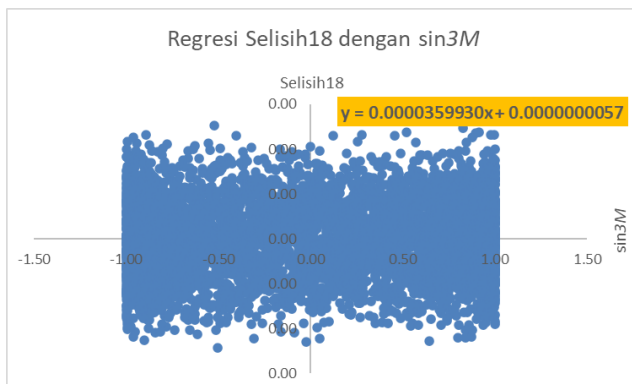
Gambar 4.42 Regresi Selisih17 dengan $\sin(2M' - 2F)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000374476x - 0.00000000503 \quad \dots\dots\dots(4.42)$$

Plot data pada gambar 4.42 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.42). Persamaan (4.42) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.42 di atas. Gradien dari persamaan (4.42) di atas adalah 0.0000374476. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-17 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

r. Suku koreksi ke-18



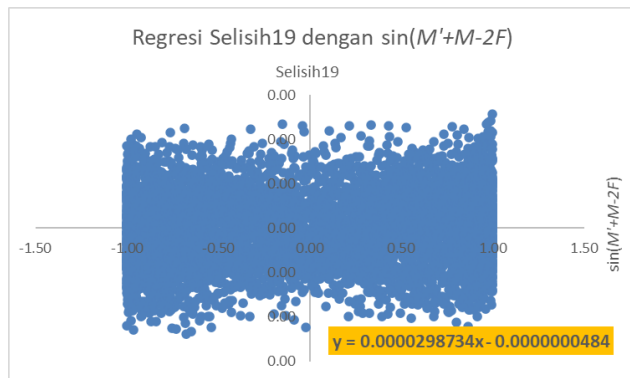
Gambar 4.43 Regresi Selisih18 dengan sin 3M 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000359930x + 0.00000000057 \quad \dots\dots\dots(4.43)$$

Plot data pada gambar 4.43 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.43). Persamaan (4.43) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.43 di atas. Gradien dari persamaan (4.43) di atas adalah 0.0000359930. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-18 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

s. Suku koreksi ke-19



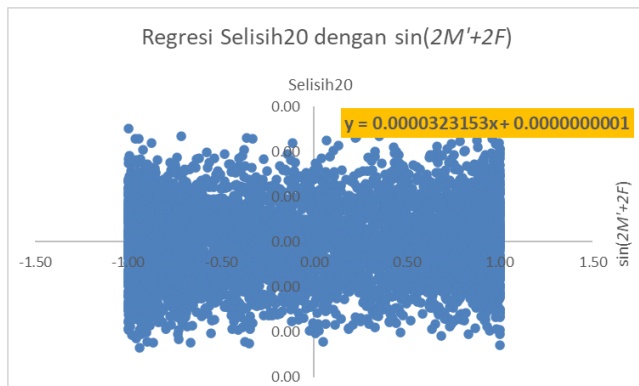
Gambar 4.44 Regresi Selisih19 dengan $\sin(M' + M - 2F)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000298734x - 0.00000000484 \quad \dots\dots\dots(4.44)$$

Plot data pada gambar 4.44 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.44). Persamaan (4.44) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.44 di atas. Gradien dari persamaan (4.44) di atas adalah 0.0000298734. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-19 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

t. Suku koreksi ke-20



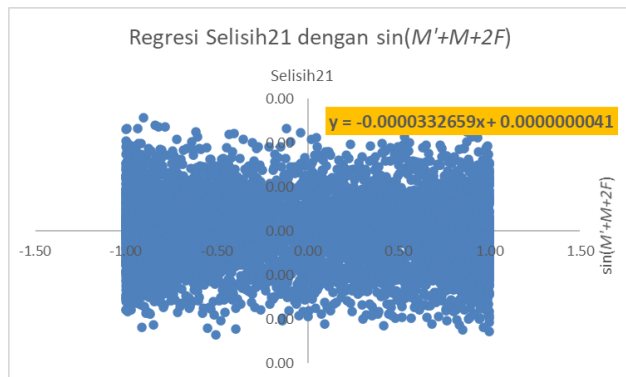
Gambar 4.45 Regresi Selisih20 dengan $\sin(2M' + 2F)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000323153x + 0.0000000001 \quad \dots\dots\dots(4.45)$$

Plot data pada gambar 4.45 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.45). Persamaan (4.45) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.45 di atas. Gradien dari persamaan (4.45) di atas adalah 0.0000323153. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-20 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

u. Suku koreksi ke-21



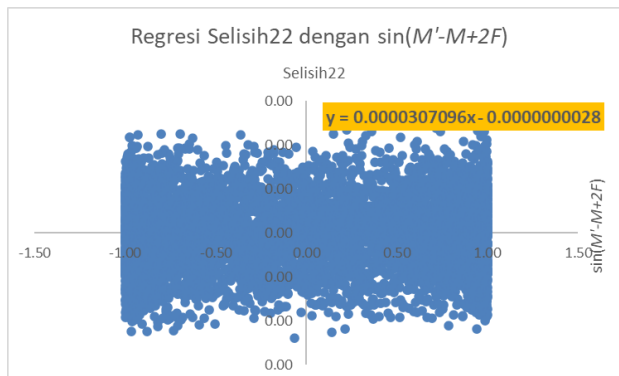
Gambar 4.46 Regresi Selisih21 dengan $\sin(M' + M + 2F)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000332659x + 0.0000000041 \quad \dots\dots\dots(4.46)$$

Plot data pada gambar 4.46 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.46). Persamaan (4.46) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.46 di atas. Gradien dari persamaan (4.46) di atas adalah -0.0000332659 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-21 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

v. Suku koreksi ke-22



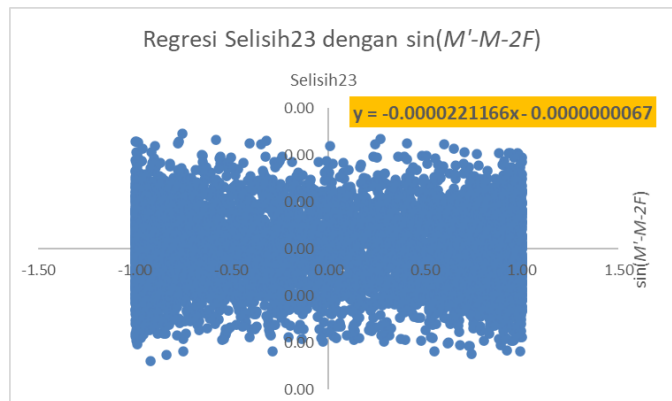
Gambar 4.47 Regresi Selisih22 dengan $\sin(M' - M + 2F)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000307096x - 0.00000000028 \quad \dots\dots\dots(4.47)$$

Plot data pada gambar 4.47 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.47). Persamaan (4.47) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.47 di atas. Gradien dari persamaan (4.47) di atas adalah 0.0000307096. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-22 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

w. Suku koreksi ke-23



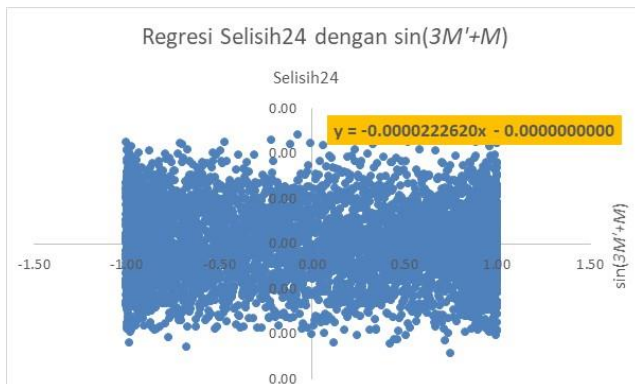
Gambar 4.48 Regresi Selisih23 dengan $\sin(M' - M - 2F)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000221166x - 0.0000000067 \quad \dots\dots\dots(4.48)$$

Plot data pada gambar 4.48 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.48). Persamaan (4.48) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.48 di atas. Gradien dari persamaan (4.48) di atas adalah -0.0000221166 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-23 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

x. Suku koreksi ke-24



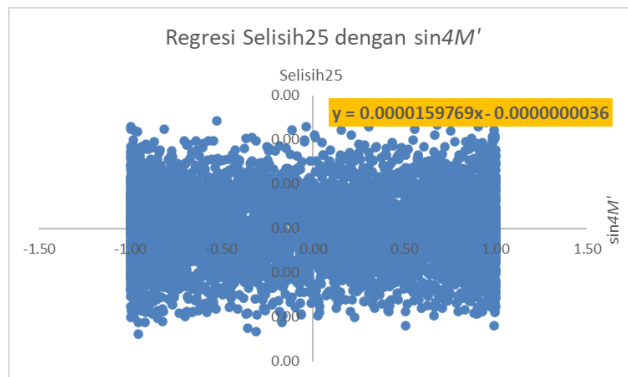
Gambar 4.49 Regresi Selisih24 dengan $\sin(3M' + M)$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000222620x - 0.0000000000 \quad \dots\dots\dots(4.49)$$

Plot data pada gambar 4.49 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.49). Persamaan (4.49) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.49 di atas. Gradien dari persamaan (4.49) di atas adalah -0.0000222620 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-24 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

y. Suku koreksi ke-25



Gambar 4.50 Regresi Selisih25 dengan $\sin 4M'$ 5.530 data.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000159769x - 0.00000000036 \dots\dots\dots(4.50)$$

Plot data pada gambar 4.50 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.50). Persamaan (4.50) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.50 di atas. Gradien dari persamaan (4.50) di atas adalah 0.0000159769. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-25 suku koreksi untuk data 5.530 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

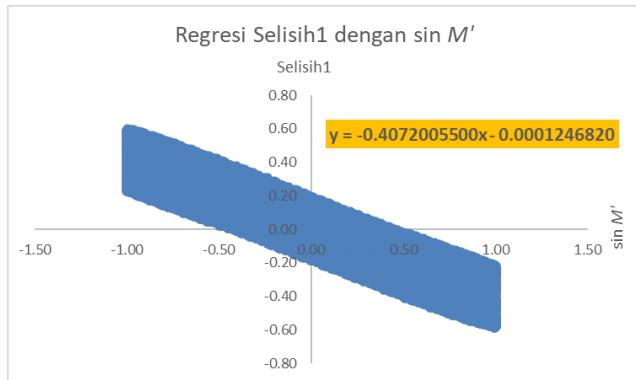
Rangkuman koefisien suku koreksi hasil metode regresi linier satu variabel adalah sebagai berikut:

Tabel 4.2 Rangkuman Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel Dengan 5.530 Data

Suku Koreksi Ke-	Dalam Satuan Hari	Dalam Satuan Detik
1	-0.4075959089	-35216.28653
2	0.1723987550	14895.25243
3	0.0160909369	1390.25695
4	0.0104125102	899.64088
5	0.0073888541	638.39699
6	-0.0051422267	-444.28839
7	0.0020813313	179.82702

8	-0.0011121519	-96.08992
9	-0.0005746605	-49.65067
10	0.0005559428	48.03346
11	-0.0004237998	-36.61630
12	0.0004195490	36.24903
13	0.0003888081	33.59302
14	-0.0002406020	-20.78801
15	-0.0002293146	-19.81278
16	-0.0000676517	-5.84511
17	0.0000374476	3.23547
18	0.0000359930	3.10980
19	0.0000298734	2.58106
20	0.0000323153	2.79204
21	-0.0000332659	-2.87417
22	0.0000307096	2.65331
23	-0.0000221166	-1.91087
24	-0.0000222620	-1.92344
25	0.0000159769	1.38040

3. Koefisien Suku Koreksi yang Diperoleh dari 9.524 data Data runtun waktu yang digunakan dari bulan Desember 1627 – November 2397.
- a. Suku koreksi ke-1



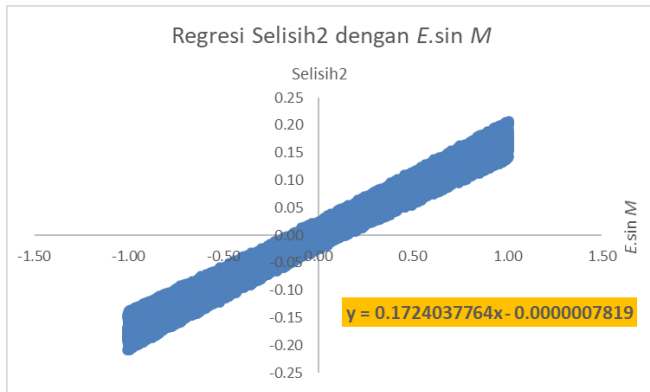
Gambar 4.51 Regresi data *Selisih1* dengan $\sin M'$

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.4072005500x - 0.0001246820 \quad \dots\dots\dots(4.51)$$

Plot data pada gambar 4.51 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.51). Persamaan (4.51) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.51 di atas. Gradien dari persamaan (4.51) di atas adalah -0.4072005500 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-1 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

b. Suku koreksi ke-2



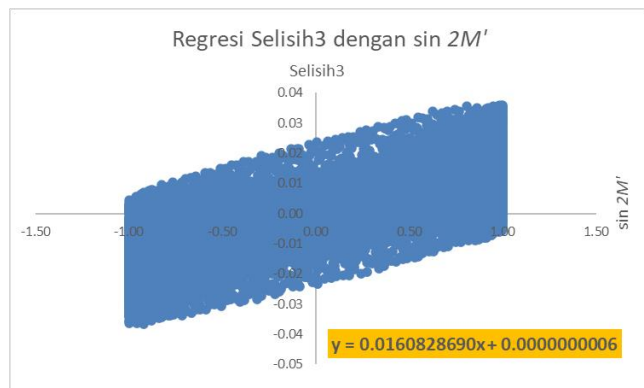
Gambar 4.52 Regresi data *Selisih2* dengan *E. sin M*

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.1724037764x - 0.0000007819 \quad \dots\dots\dots(4.52)$$

Plot data pada gambar 4.52 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.52). Persamaan (4.52) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.52 di atas. Gradien dari persamaan (4.52) di atas adalah 0.0000159769. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-2 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

c. Suku koreksi ke-3



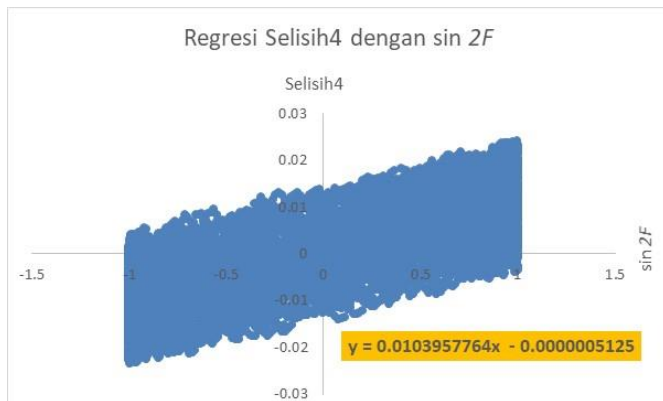
Gambar 4.53 Regresi *Selisih3* dengan $\sin 2M'$

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0160828690x + 0.0000000006 \quad \dots\dots\dots(4.53)$$

Plot data pada gambar 4.53 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.53). Persamaan (4.53) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.53 di atas. Gradien dari persamaan (4.53) di atas adalah 0.0160828690. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-3 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

d. Suku koreksi ke-4



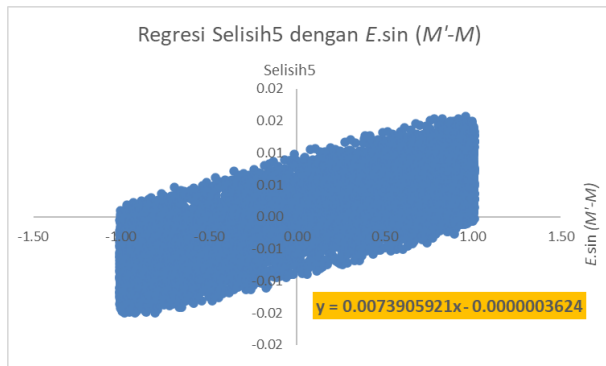
Gambar 4.54 Regresi *Selisih4* dengan *sin 2F*

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0103957764x - 0.0000005125 \quad \dots\dots\dots(4.54)$$

Plot data pada gambar 4.54 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.54). Persamaan (4.54) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.54 di atas. Gradien dari persamaan (4.54) di atas adalah 0.0103957764. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-4 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

e. Suku koreksi ke-5



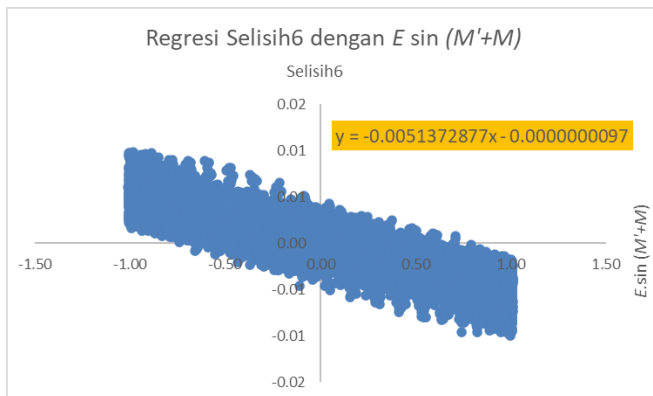
Gambar 4.55 Regresi *Selisih5* dengan $E. \sin(M' - M)$

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0073905921x - 0.0000003624 \quad \dots\dots\dots(4.55)$$

Plot data pada gambar 4.55 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.55). Persamaan (4.55) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.55 di atas. Gradien dari persamaan (4.55) di atas adalah 0.0073905921. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-5 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

f. Suku koreksi ke-6



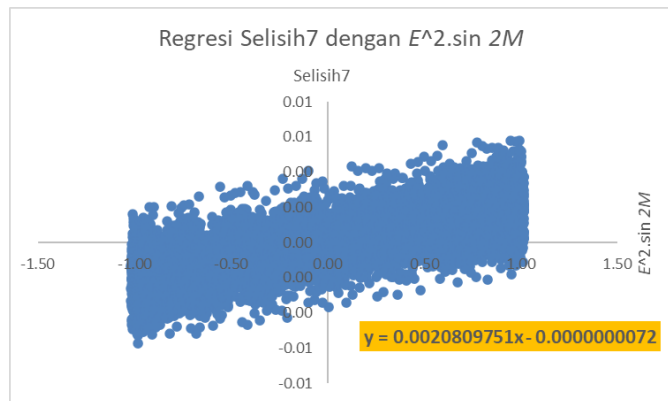
Gambar 4.56 Regresi Selisih6 dengan $E. \sin(M' + M)$

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0051372877x - 0.0000000097 \quad \dots\dots\dots(4.56)$$

Plot data pada gambar 4.56 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.56). Persamaan (4.56) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.56 di atas. Gradien dari persamaan (4.56) di atas adalah -0.0051372877 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-6 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

g. Suku koreksi ke-7



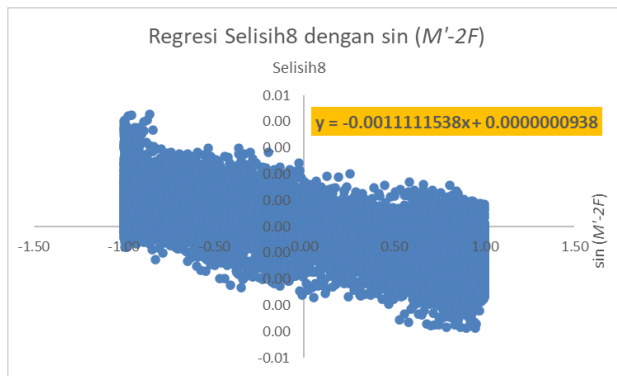
Gambar 4.57 Regresi Selisih7 dengan $E^2 \sin 2M$

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0020809751x - 0.0000000072 \quad \dots\dots\dots(4.57)$$

Plot data pada gambar 4.57 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.57). Persamaan (4.57) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.57 di atas. Gradien dari persamaan (4.57) di atas adalah 0.0020809751. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-7 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

h. Suku koreksi ke-8



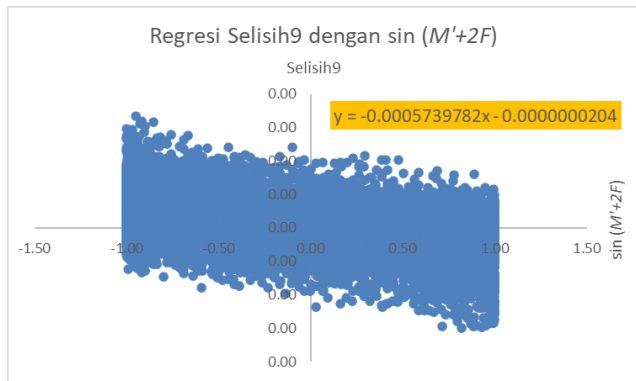
Gambar 4.58 Regresi Selisih8 dengan $\sin(M' - 2F)$

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0011111538x + 0.0000000938 \quad \dots\dots\dots(4.58)$$

Plot data pada gambar 4.58 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.58). Persamaan (4.58) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.58 di atas. Gradien dari persamaan (4.58) di atas adalah -0.0011111538 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-8 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

- i. Suku koreksi ke-9



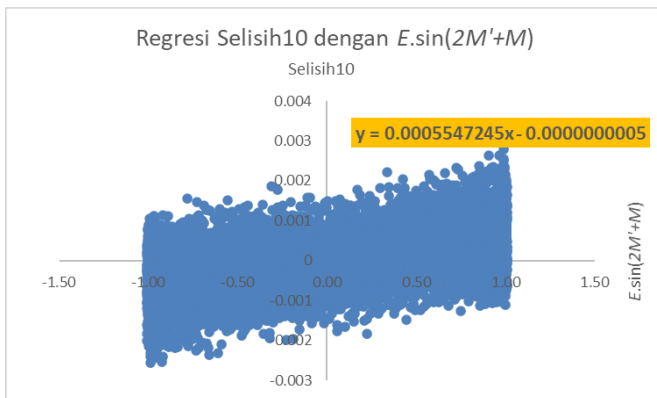
Gambar 4.59 Regresi Selisih9 dengan $\sin(M' + 2F)$

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0005739782x - 0.0000000204 \quad \dots\dots\dots(4.59)$$

Plot data pada gambar 4.59 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.59). Persamaan (4.59) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.59 di atas. Gradien dari persamaan (4.59) di atas adalah -0.0005739782 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-9 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

j. Suku koreksi ke-10



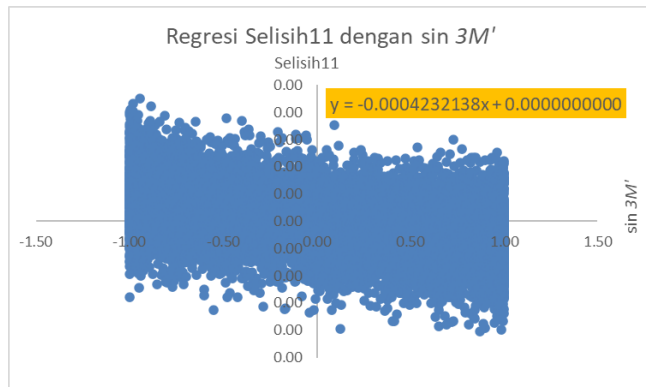
Gambar 4.60 Regresi Selisih10 dengan $E. \sin(2M' + M)$

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0005547245x - 0.0000000005 \quad \dots\dots\dots(4.60)$$

Plot data pada gambar 4.60 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.60). Persamaan (4.60) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.60 di atas. Gradien dari persamaan (4.60) di atas adalah 0.0005547245. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-10 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

k. Suku koreksi ke-11



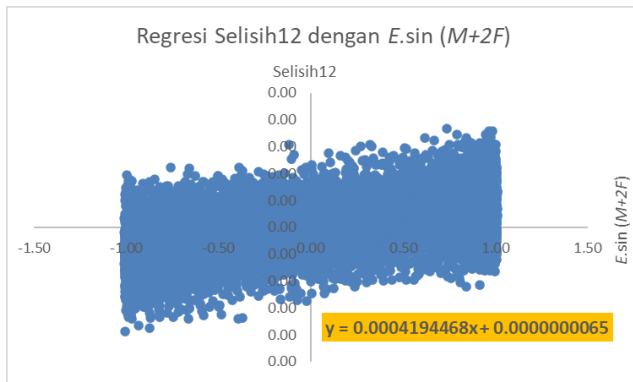
Gambar 4.61 Regresi Selisih11 dengan sin 3M'

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0004232138x + 0.0000000000 \quad \dots\dots\dots(4.61)$$

Plot data pada gambar 4.61 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.61). Persamaan (4.61) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.61 di atas. Gradien dari persamaan (4.61) di atas adalah -0.0004232138 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-11 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

1. Suku koreksi ke-12



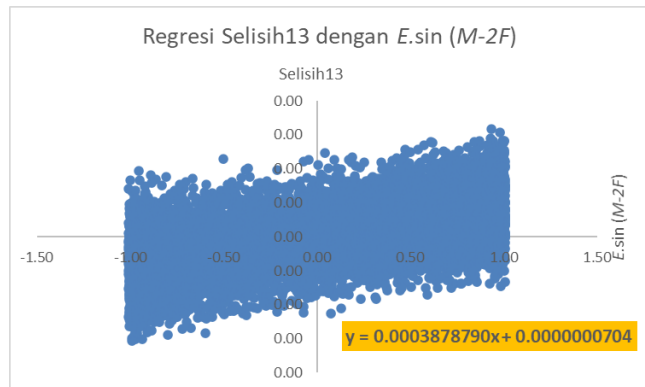
Gambar 4.62 Regresi Selisih12 dengan $E. \sin(M + 2F)$.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0004194468x + 0.0000000065 \quad \dots\dots\dots(4.62)$$

Plot data pada gambar 4.62 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.62). Persamaan (4.62) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.62 di atas. Gradien dari persamaan (4.62) di atas adalah 0.0004194468. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-12 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

m. Suku koreksi ke-13



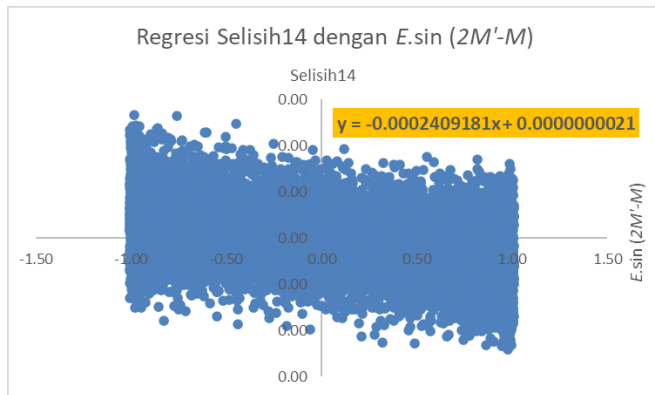
Gambar 4.63 Regresi Selisih13 dengan $E. \sin(M - 2F)$

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0003878790x + 0.0000000704 \quad \dots\dots\dots(4.63)$$

Plot data pada gambar 4.63 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.63). Persamaan (4.63) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.63 di atas. Gradien dari persamaan (4.63) di atas adalah 0.0003878790. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-13 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

n. Suku koreksi ke-14



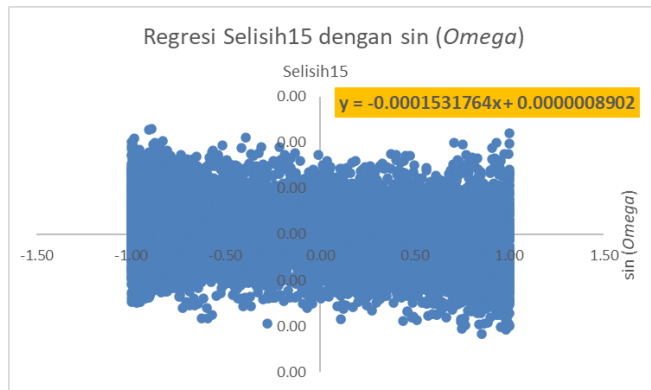
Gambar 4.64 Regresi Selisih14 dengan $E. \sin(2M' - M)$.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0002409181x + 0.0000000021 \quad \dots\dots\dots(4.64)$$

Plot data pada gambar 4.64 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.64). Persamaan (4.64) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.64 di atas. Gradien dari persamaan (4.64) di atas adalah -0.0002409181 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-14 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

o. Suku koreksi ke-15



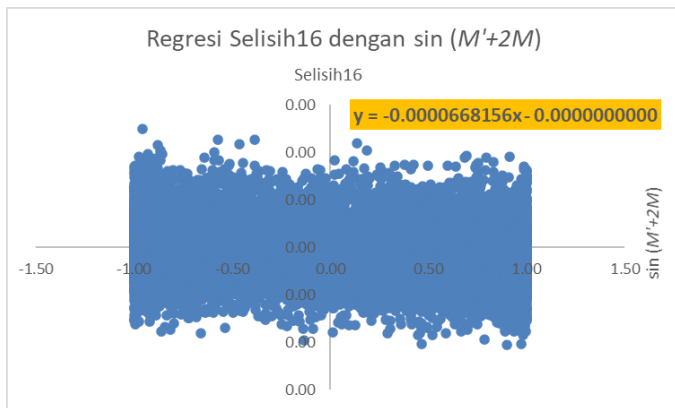
Gambar 4.65 Regresi Selisih15 dengan $\sin \Omega$.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0001531764x + 0.0000008902 \quad \dots\dots\dots(4.65)$$

Plot data pada gambar 4.65 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.65). Persamaan (4.65) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.65 di atas. Gradien dari persamaan (4.65) di atas adalah -0.0001531764 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-15 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

p. Suku koreksi ke-16



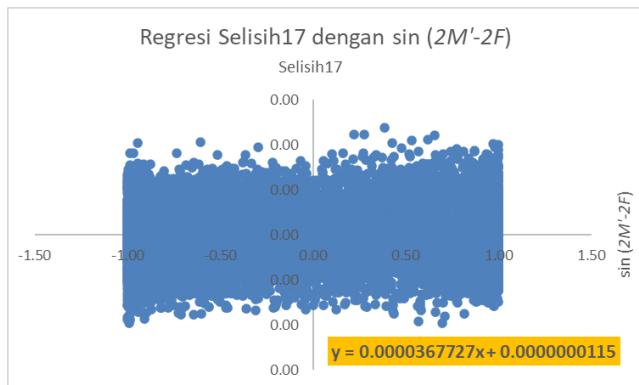
Gambar 4.66 Regresi Selisih16 dengan $\sin(M' + 2M)$.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000668156x + 0.0000000000 \quad \dots\dots\dots(4.66)$$

Plot data pada gambar 4.66 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.66). Persamaan (4.66) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.66 di atas. Gradien dari persamaan (4.66) di atas adalah -0.0000668156 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-16 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

q. Suku koreksi ke-17



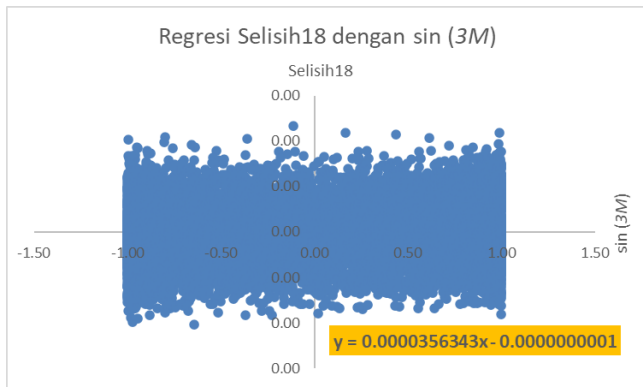
Gambar 4.67 Regresi Selisih17 dengan $\sin(2M' - 2F)$.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000367727x + 0.0000000115 \quad \dots\dots\dots(4.67)$$

Plot data pada gambar 4.67 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.67). Persamaan (4.67) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.67 di atas. Gradien dari persamaan (4.67) di atas adalah 0.0000367727. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-17 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

r. Suku koreksi ke-18



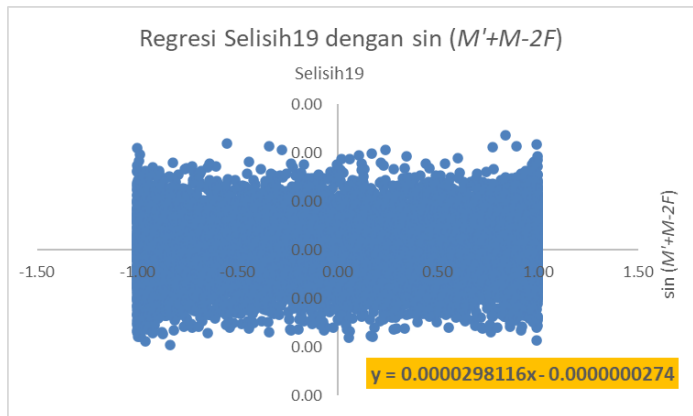
Gambar 4.68 Regresi Selisih18 dengan sin(3M).

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000356343x - 0.0000000001 \quad \dots\dots\dots(4.68)$$

Plot data pada gambar 4.68 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.68). Persamaan (4.68) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.68 di atas. Gradien dari persamaan (4.68) di atas adalah 0.0000356343. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-18 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

s. Suku koreksi ke-19



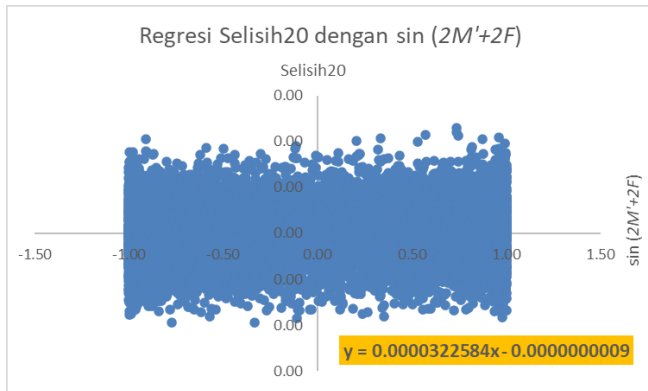
Gambar 4.69 Regresi Selisih19 dengan $\sin(M' + M - 2F)$.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000298116x - 0.0000000274 \quad \dots\dots\dots(4.69)$$

Plot data pada gambar 4.69 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.69). Persamaan (4.69) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.69 di atas. Gradien dari persamaan (4.69) di atas adalah 0.0000298116. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-19 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

t. Suku koreksi ke-20



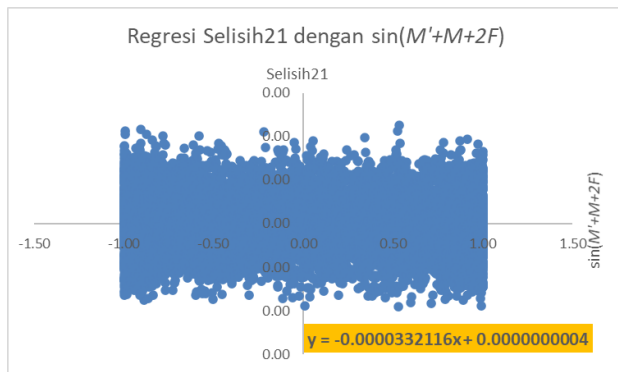
Gambar 4.70 Regresi Selisih20 dengan $\sin(2M' + 2F)$.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000322584x - 0.0000000009 \quad \dots\dots\dots(4.70)$$

Plot data pada gambar 4.70 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.70). Persamaan (4.70) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.70 di atas. Gradien dari persamaan (4.70) di atas adalah 0.0000322584. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-20 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

u. Suku koreksi ke-21



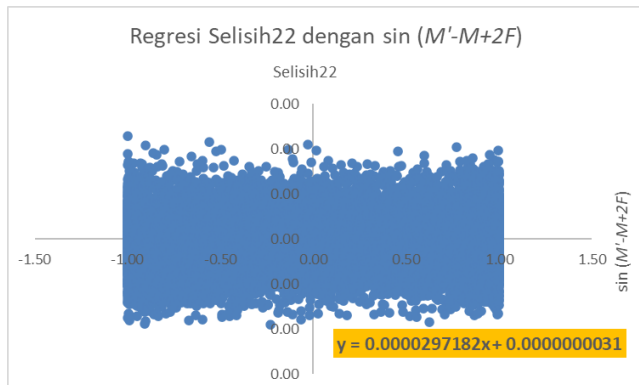
Gambar 4.71 Regresi Selisih21 dengan $\sin(M' + M + 2F)$.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000332116x + 0.0000000004 \quad \dots\dots\dots(4.71)$$

Plot data pada gambar 4.71 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.71). Persamaan (4.71) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.71 di atas. Gradien dari persamaan (4.71) di atas adalah -0.0000332116 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-21 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

v. Suku koreksi ke-22



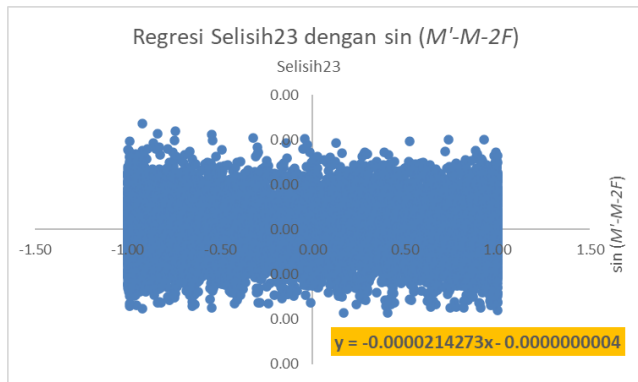
Gambar 4.72 Regresi Selisih22 dengan $\sin(M' - M + 2F)$.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000297182x + 0.0000000031 \quad \dots\dots\dots(4.72)$$

Plot data pada gambar 4.72 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.72). Persamaan (4.72) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.72 di atas. Gradien dari persamaan (4.72) di atas adalah 0.0000297182. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-22 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

w. Suku koreksi ke-23



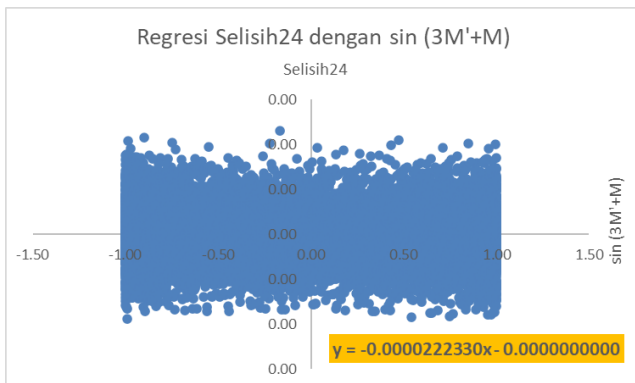
Gambar 4.73 Regresi Selisih23 dengan $\sin(M' - M - 2F)$.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000214273x - 0.0000000004 \quad \dots\dots\dots(4.73)$$

Plot data pada gambar 4.73 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.73). Persamaan (4.73) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.73 di atas. Gradien dari persamaan (4.73) di atas adalah -0.0000214273 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-23 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

x. Suku koreksi ke-24



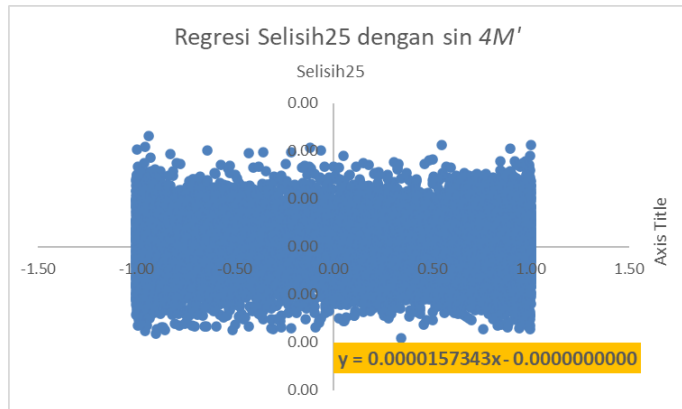
Gambar 4.74 Regresi Selisih24 dengan $\sin(3M' + M)$.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = -0.0000222330x - 0.0000000000 \dots\dots\dots(4.74)$$

Plot data pada gambar 4.74 di atas miring ke kiri, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kiri. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.74). Persamaan (4.74) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.74 di atas. Gradien dari persamaan (4.74) di atas adalah -0.0000222330 . Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-24 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kiri, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang negatif.

y. Suku koreksi ke-25



Gambar 4.75 Regresi Selisih25 dengan sin 4M'.

Berdasarkan hasil regresi didapatkan persamaan regresi sebagaimana berikut ini:

$$y = 0.0000157343x - 0.0000000000 \quad \dots\dots\dots(4.75)$$

Plot data pada gambar 4.75 di atas miring ke kanan, sehingga garis estimator terbaiknya juga miring ke kanan. Garis estimator terbaik yang meminimalkan jumlah kuadrat sisa sebagaimana pada pembahasan BAB III yaitu persamaan (4.75). Persamaan (4.75) ini adalah persamaan garis terbaik yang mewakili plot data pada gambar 4.75 di atas. Gradien dari persamaan (4.75) di atas adalah 0.0000157343. Berdasarkan pembahasan pada BAB III dan persamaan (3.15), maka gradien ini adalah nilai koefisien ke-25 suku koreksi untuk data 9.524 data. Arah garisnya miring ke kanan, hal ini sesuai dengan nilai gradiennya yang positif.

Rangkuman koefisien suku koreksi hasil metode regresi linier satu variabel adalah sebagai berikut:

Tabel 4.3 Rangkuman Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel Dengan 9.524 Data

Suku Koreksi Ke-	Dalam Satuan Hari	Dalam Satuan Detik
1	-0.4072005500	-35182.12752
2	0.1724037764	14895.68628
3	0.0160828690	1389.55988
4	0.0103957764	898.19508
5	0.0073905921	638.54716
6	-0.0051372877	-443.86166
7	0.0020809751	179.79625

8	-0.0011111538	-96.00369
9	-0.0005739782	-49.59172
10	0.0005547245	47.92820
11	-0.0004232138	-36.56567
12	0.0004194468	36.24020
13	0.0003878790	33.51275
14	-0.0002409181	-20.81532
15	-0.0001531764	-13.23444
16	-0.0000668156	-5.77287
17	0.0000367727	3.17716
18	0.0000356343	3.07880
19	0.0000298116	2.57572
20	0.0000322584	2.78713
21	-0.0000332116	-2.86948
22	0.0000297182	2.56765
23	-0.0000214273	-1.85132
24	-0.0000222330	-1.92093
25	0.0000157343	1.35944

Suku koreksi fase Bulan baru dalam satuan detik adalah suku koreksi yang ditemukan dalam penelitian disertasi ini sekaligus sebagai suku koreksi alternatif yang bisa menjadi pengganti dari suku koreksi milik Jean Meeus.

4. Koefisien Suku Koreksi yang Diperoleh Menggunakan Regresi Berganda

Pemilihan banyaknya data yang akan dihitung menggunakan metode regresi linier berganda sama dengan banyaknya data pada regresi linier yang menghasilkan selisih terbaik dengan Jean Meeus, yaitu 9.524 data. Setelah dilakukan proses perhitungan menggunakan SPSS 25 didapatkan hasil sebagai berikut:

Tabel 4.4 Koefisien Suku Koreksi Hasil Regresi Berganda

(Constant)	0.000		
C1	-0.4072019990	C14	-0.0002408588
C2	0.1724039096	C15	-0.0001532197
C3	0.0160762954	C16	-0.0000668132
C4	0.0103945382	C17	0.0000367729
C5	0.0073914059	C18	0.0000356845
C6	-0.0051368720	C19	0.0000298110
C7	0.0020817539	C20	0.0000322397
C8	-0.0011109850	C21	-0.0000331956
C9	-0.0005725192	C22	0.0000297316
C10	0.0005544599	C23	-0.0000214167
C11	-0.0004229700	C24	-0.0000222330
C12	0.0004194481	C25	0.0000157335
C13	0.0003877278		

Berdasarkan Tabel 4.4 di atas didapat koefisien $C_1 = -0.4072019990$ sampai dengan koefisien $C_{25} = 0.0000157335$. Jika Tabel 4.4 di atas ditulis ulang adalah sebagai berikut:

5.

Tabel 4.5 Koefisien Suku Koreksi Fase Ijtimak Hasil Metode Regresi Linier Berganda

Suku Koreksi Ke	Dalam Satuan Hari)	Dalam Satuan Detik
1	-0.4072019990	-35182.25271
2	0.1724039096	14895.69779
3	0.0160762954	1388.99192
4	0.0103945382	898.08810
5	0.0073914059	638.61747
6	-0.0051368720	-443.82574

7	0.0020817539	179.86354
8	-0.0011109850	-95.98910
9	-0.0005725192	-49.46566
10	0.0005544599	47.90534
11	-0.0004229700	-36.54461
12	0.0004194481	36.24032
13	0.0003877278	33.49968
14	-0.0002408588	-20.81020
15	-0.0001532197	-13.23818
16	-0.0000668132	-5.77266
17	0.0000367729	3.17718
18	0.0000356845	3.08314
19	0.0000298110	2.57567
20	0.0000322397	2.78551
21	-0.0000331956	-2.86810
22	0.0000297316	2.56881
23	-0.0000214167	-1.85040
24	-0.0000222330	-1.92093
25	0.0000157335	1.35937

B. Perbandingan Koefisien Suku Koreksi Hasil Regresi Satu Variabel, Regresi Berganda dan Suku Koreksi Jean Meeus

Suku koreksi hasil regresi telah dihitung menggunakan metode regresi linier satu variabel sebagaimana ada dalam pembahasan bab sebelumnya dan juga menggunakan metode regresi linier berganda. Data yang digunakan untuk mencari koefisien suku koreksi dengan metode regresi berganda ada 9.524 data, karena dibanding data yang lain ini lebih akurat. Pada BAB III untuk regresi linier satu variabel ada tiga pilihan, yaitu 3.520 data, 5.534 data dan 9.524 data.

1. Perbandingan Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Berganda dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus.

Tabel 4.6 Perbandingan Antara Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Berganda dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus

Suku Koreksi Ke	Suku Koreksi Jean Meeus	Suku Koreksi Hasil Regresi Berganda	Rata-rata Selisih Nilai Mutlak antara Jean Meeus dengan Regresi Berganda
1	-0.40720	-0.4072019990	0.0000019990
2	0.17241	0.1724039096	0.0000060904
3	0.01608	0.0160762954	0.0000037046
4	0.01039	0.0103945382	0.0000045382
5	0.00739	0.0073914059	0.0000014059
6	-0.00514	-0.0051368720	0.0000031280
7	0.00208	0.0020817539	0.0000017539
8	-0.00111	-0.0011109850	0.0000009850
9	-0.00057	-0.0005725192	0.0000025192
10	0.00056	0.0005544599	0.0000055401
11	-0.00042	-0.0004229700	0.0000029700
12	0.00042	0.0004194481	0.0000005519
13	0.00038	0.0003877278	0.0000077278
14	-0.00024	-0.0002408588	0.0000008588
15	-0.00017	-0.0001532197	0.0000167803
16	-0.00007	-0.0000668132	0.0000031868
17	0.00004	0.0000367729	0.0000032271
18	0.00004	0.0000356845	0.0000043155
19	0.00003	0.0000298110	0.0000001890
20	0.00003	0.0000322397	0.0000022397
21	-0.00003	-0.0000331956	0.0000031956
22	0.00003	0.0000297316	0.0000002684
23	-0.00002	-0.0000214167	0.0000014167
24	-0.00002	-0.0000222330	0.0000022330
25	0.00002	0.0000157335	0.0000042665
Rata-rata Selisih (Dalam Satuan Hari)			0.0000034037
Rata-rata Selisih (Dalam Satuan Detik)			0.2940758784

Jika dilihat Tabel 4.6 di atas, maka didapatkan rata-rata selisih nilai mutlak antara koefisien Jean Meeus dengan koefisien hasil regresi berganda sebesar 0,2940758784 detik, atau jika dibulatkan setara dengan 0,29 detik. Selisih yang sangat kecil. Hampir bisa dikatakan kedua koefisien sangat identik.

2. Perbandingan antara Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier 3.520 Data dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus.

Tabel 4.7 Perbandingan Antara Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel 3.520 Data dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus

Suku Koreksi Ke-	Koefisien Versi Jean Meeus	Koefisien Versi Hasil Regresi	Rata-rata Selisih Nilai Mutlak
1	-0.40720	-0.4079926268	0.0007926268
2	0.17241	0.1723952970	0.0000147030
3	0.01608	0.0161119951	0.0000319951
4	0.01039	0.0104166103	0.0000266103
5	0.00739	0.0073888861	0.0000011139
6	-0.00514	-0.0051472680	0.0000072680
7	0.00208	0.0020831340	0.0000031340
8	-0.00111	-0.0011120444	0.0000020444
9	-0.00057	-0.0005729738	0.0000029738
10	0.00056	0.0005571546	0.0000028454
11	-0.00042	-0.0004238954	0.0000038954
12	0.00042	0.0004195253	0.0000004747
13	0.00038	0.0003881251	0.0000081251
14	-0.00024	-0.0002436043	0.0000036043
15	-0.00017	-0.0002724991	0.0001024991
16	-0.00007	-0.0000678456	0.0000021544
17	0.00004	0.0000350673	0.0000049327

18	0.00004	0.0000363261	0.0000036739
19	0.00003	0.0000294993	0.0000005007
20	0.00003	0.0000323739	0.0000023739
21	-0.00003	-0.0000331780	0.0000031780
22	0.00003	0.0000310081	0.0000010081
23	-0.00002	-0.0000219249	0.0000019249
24	-0.00002	-0.0000225803	0.0000025803
25	0.00002	0.0000157814	0.0000042186
Rata-rata Selisih (Dalam Satuan Hari)			0.0000412184
Rata-rata Selisih (Dalam Satuan Detik)			3.5612656128

Jika dilihat Tabel 4.7 di atas, maka didapatkan rata-rata selisih nilai mutlak antara koefisien Jean Meeus dengan koefisien hasil regresi satu variabel 3.520 data sebesar 3.5612656128 detik, atau jika dibulatkan setara dengan 3,56 detik. Rata-rata selisih ini lebih besar dibandingkan dengan koefisien hasil regresi berganda pada subab1 di atas, artinya koefisien regresi satu variabel dengan 3.520 data tidak lebih baik.

- Perbandingan antara Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier 5.534 Data dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus.

Tabel 4.8 Perbandingan Antara Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel 5.534 Data dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus

Suku Koreksi Ke-	Koefisien Versi Jean Meeus	Koefisien Versi Hasil Regresi	Rata-rata Selisih Nilai Mutlak
1	-0.40720	-0.4075959089	0.0003959089
2	0.17241	0.1723987550	0.0000112450
3	0.01608	0.0160909369	0.0000109369

4	0.01039	0.0104125102	0.0000225102
5	0.00739	0.0073888541	0.0000011459
6	-0.00514	-0.0051422267	0.0000022267
7	0.00208	0.0020813313	0.0000013313
8	-0.00111	-0.0011121519	0.0000021519
9	-0.00057	-0.0005746605	0.0000046605
10	0.00056	0.0005559428	0.0000040572
11	-0.00042	-0.0004237998	0.0000037998
12	0.00042	0.0004195490	0.0000004510
13	0.00038	0.0003888081	0.0000088081
14	-0.00024	-0.0002406020	0.0000006020
15	-0.00017	-0.0002293146	0.0000593146
16	-0.00007	-0.0000676517	0.0000023483
17	0.00004	0.0000374476	0.0000025524
18	0.00004	0.0000359930	0.0000040070
19	0.00003	0.0000298734	0.0000001266
20	0.00003	0.0000323153	0.0000023153
21	-0.00003	-0.0000332659	0.0000032659
22	0.00003	0.0000307096	0.0000007096
23	-0.00002	-0.0000221166	0.0000021166
24	-0.00002	-0.0000222620	0.0000022620
25	0.00002	0.0000159769	0.0000040231
Rata-rata Selisih (Dalam Satuan Hari)			0.0000221151
Rata-rata Selisih (Dalam Satuan Detik)			1.9107422208

Jika dilihat selisih rata-rata dalam satuan hari hanya sebesar 0,0000221151, maka ini artinya tidak ada satu hari. Jika selisih rata-rata dalam satuan hari dikonversi menuju detik sebesar 1,9107422208 detik. Jika dibulatkan sebesar 2 detik. Koefisien dengan 5.534 data lebih baik daripada 3.520 data.

4. Perbandingan antara Koefisien Suku Koreksi Hasil Regresi Linier 9.524 Data dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus.

Tabel 4.9 Perbandingan Antara Koefisien Suku Koreksi Hasil Metode Regresi Linier Satu Variabel 9.524 Data dengan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus

Suku Koreksi	Versi Jean Meeus	Koefisien Versi Hasil Regresi	Rata-rata Selisih Nilai Mutlak
1	-0.40720	-0.4072005500	0,0000005500
2	0.17241	0.1724037764	0,0000062236
3	0.01608	0.0160828690	0,0000028690
4	0.01039	0.0103957764	0,0000057764
5	0.00739	0.0073905921	0,0000005921
6	-0.00514	-0.0051372877	0,0000027123
7	0.00208	0.0020809751	0,0000009751
8	-0.00111	-0.0011111538	0,0000011538
9	-0.00057	-0.0005739782	0,0000039782
10	0.00056	0.0005547245	0,0000052755
11	-0.00042	-0.0004232138	0,0000032138
12	0.00042	0.0004194468	0,0000005532
13	0.00038	0.0003878790	0,0000078790
14	-0.00024	-0.0002409181	0,0000009181
15	-0.00017	-0.0001531764	0,0000168236
16	-0.00007	-0.0000668156	0,0000031844
17	0.00004	0.0000367727	0,0000032273
18	0.00004	0.0000356343	0,0000043657
19	0.00003	0.0000298116	0,0000001884
20	0.00003	0.0000322584	0,0000022584
21	-0.00003	-0.0000332116	0,0000032116
22	0.00003	0.0000297182	0,0000002818
23	-0.00002	-0.0000214273	0,0000014273
24	-0.00002	-0.0000222330	0,0000022330
25	0.00002	0.0000157343	0,0000042657
Rata-rata Selisih (Dalam Satuan Hari)			0,0000033655
Rata-rata Selisih (Dalam Satuan Detik)			0.2907792000

Jika dilihat selisih rata-rata dalam satuan hari hanya sebesar 0,0000033655, maka ini artinya tidak ada satu hari. Jika selisih

rata-rata dalam satuan hari dikonversi menuju detik sebesar 0.29 detik. Selisih terendahnya 0,02 detik, sedangkan selisih tertingginya sebesar 1,45 detik. Ini artinya kedua koefisien memiliki nilai yang sangat mirip. Koefisien dengan 9.524 data lebih baik dibandingkan dengan 5.534 data dan 3.520 data.

Koefisien hasil regresi berganda dengan 9.524 data dan koefisien regresi linier satu variabel dengan 9.524 data memiliki kemiripan, dibuktikan dengan rata-rata selisih nilai mutlaknya 0,29 detik. Kedua koefisien memiliki kemiripan, namun sejauh mana perbedaan akurasi akan dibahas pada sub bab dibawah ini.

Jika dilihat perbandingan rata-rata selisih nilai mutlaknya dengan Jean Meeus, maka dari ketiga kelompok data yang terbaik adalah 9.524 data. Akan tetapi, untuk mengetahui sejauh mana tingkat akurasi, maka akan dibandingkan dengan fase Bulan baru atau *new Moon* (ijtimak) Jean Meeus, Accurate Time dan Moshier.

C. Akurasi Perhitungan Fase Ijtimak Menggunakan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus dan Komparasinya dengan Moshier

Data fase ijtimak atau Bulan baru Moshier adalah data bulan Baru (ijtimak) yang diambilkan dari *moshier.net* selanjutnya disebut data fase ijtimak Moshier.¹ Data fase Bulan baru (ijtimak) Moshier

¹ Data fase Bulan baru yang ada di Moshier.net diambilkan dari data JPL DE 406. JPL DE kepanjangannya *Jet Propulsion Laboratory Developmental Ephemeris*. JPL adalah pusat penelitian dan pengembangan yang didanai pemerintah federal yang dikelola oleh Caltech untuk NASA (diakses dari

dianggap paling akurat saat ini, karena data ini adalah data yang digunakan oleh NASA.² Tentang keakurasiannya sudah dibahas pada bab sebelumnya.

Komparasi hasil perhitungan dimulai dari menghitung waktu ijtimak dengan koefisien Jean Meeus. Perhitungan menggunakan data sampel 1.000 bulan dimulai dari 5 Februari 2000 sampai 11 November 2080. Data waktu ijtimak tersebut kemudian dicari selisihnya dengan waktu ijtimak yang ada di data Moshier. Selisihnya kemudian dinilai mutlakkan supaya semua data menjadi positif. Jumlah selisih tersebut kemudian dihitung rata-ratanya. Rata-rata selisih waktu ijtimak koefisien Jean Meeus dengan Moshier sebesar 4,22 detik.

D. Akurasi Perhitungan Fase Ijtimak Menggunakan Koefisien Suku Koreksi Hasil Regresi Linier serta Komparasinya dengan Moshier

Sama seperti langkah pada subbab C di atas, komparasi hasil perhitungan dimulai dari menghitung waktu ijtimak dengan koefisien hasil metode regresi linier. Koefisien hasil metode regresi linier

<https://www.jpl.nasa.gov/who-we-are> pada tanggal 25 Februari 2022 pukul 06.14 WIB), sedangkan 406 adalah kode nomor seri.

JPL DE 406 Dibuat Mei 1997, data fase Bulan baru yang ada di JPL DE 406 dimulai dari 4 Februari tahun -3001 sampai 6 Mei tahun 3000 (diakses dari https://ssd.jpl.nasa.gov/planets/eph_export.html pada tanggal 25 Februari 2022 pukul 06.25 WIB). Jadi data JPL DE 406 adalah data fase Bulan baru yang digunakan oleh NASA.

² Akurasi interpolasi DE406 tidak lebih buruk dari 25 meter untuk planet mana pun dan tidak lebih buruk dari 1 meter untuk Bulan (diakses dari <http://eclipsewise.com/solar/SEhelp/de406-predictions.html>)

selanjutnya disebut koefisien hasil regresi. Koefisien hasil regresi kemudian digunakan untuk mencari kapan terjadinya waktu ijtimak. Perhitungan menggunakan data sampel 1.000 bulan dimulai dari 5 Februari 2000 sampai 11 November 2080. Data waktu ijtimak menggunakan koefisien hasil regresi tersebut kemudian dicari selisihnya dengan data waktu ijtimak yang ada di data Moshier. Selisihnya kemudian dinilai mutlakkan supaya semua data menjadi positif. Jumlah selisih tersebut kemudian dihitung rata-ratanya. Rata-rata selisih waktu ijtimak koefisien hasil regresi dengan Moshier seperti tabel 4.10 di bawah ini:

Tabel 4.10 Perbandingan Perhitungan Waktu Ijtimak yang diperoleh dari Koefisien Hasil Regresi dengan Moshier.

Rata-Rata Selisih Waktu Ijtimak yang diperoleh dari Koefisien Hasil Regresi dengan Moshier			
Koefisien Hasil Regresi 3.520 Data	Koefisien Hasil Regresi 5.534 Data	Koefisien Hasil Regresi 9.524 Data	Koefisien Hasil Regresi Berganda 9.524 Data
43,81 detik	22,07 detik	3,95 detik	3,92 detik

Berdasarkan data Tabel 4.10 di atas, koefisien suku koreksi hasil regresi berganda 9.524 data memberikan hasil yang terbaik jika dibandingkan dengan Moshier.

E. Akurasi Perhitungan Fase Ijtimak Menggunakan Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus dan Komparasinya dengan Accurate Time

Sama seperti langkah pada subab C di atas, komparasi hasil perhitungan dimulai dari menghitung waktu ijtimak dengan koefisien

Jean Meeus. Perhitungan menggunakan data sampel 1.000 bulan dimulai dari 5 Februari 2000 sampai 11 November 2080. Data waktu ijtimak menggunakan koefisien Jean Meeus tersebut kemudian dicari selisihnya dengan data waktu ijtimak yang ada di Accurate Time³. Selisihnya kemudian dinilai mutlakkan supaya semua data menjadi positif. Jumlah selisih tersebut kemudian dihitung rata-ratanya. Rata-rata selisih waktu ijtimak koefisien Jean Meeus dengan Accurate Time sebesar 4,06 detik.

F. Akurasi Perhitungan Fase Ijtimak Menggunakan Koefisien Suku Koreksi Hasil Regresi Linier dan Komparasinya dengan Accurate Time

Sama seperti langkah pada subbab C di atas, komparasi hasil perhitungan dimulai dari menghitung waktu Ijtimak dengan koefisien hasil regresi. Perhitungan menggunakan data sampel 1.000 bulan dimulai dari 5 Februari 2000 sampai 11 November 2080. Data waktu ijtimak menggunakan koefisien hasil regresi tersebut kemudian dicari selisihnya dengan waktu ijtimak yang ada di Accurate Time. Selisihnya kemudian dinilai mutlakkan supaya semua data menjadi positif. Jumlah selisih tersebut kemudian dihitung rata-ratanya. Rata-

³Accurate Time adalah sebuah software yang bisa digunakan untuk menghitung waktu sholat, arah kiblat, fase Bulan serta perhitungan posisi Bulan dan Matahari. Aplikasi ini dibuat oleh Muhammad Odeh, beliau merupakan anggota dari Jordanian Astronomical Society (JAS) dan beliau juga merupakan pendiri organisasi nirlaba *Islamic Crescent Observation Project (ICOP)* yang berpusat di Yordania. Software ini memiliki akurasi yang tinggi karena sudah memasukkan suku koreksi dari algoritma VSOP dan ELP (Rinto Anugraha, *Mekanika Benda Langit*, Yogyakarta: FMIPA UGM, 2012, hal 156-165)

rata selisih waktu awal Bulan koefisien hasil regresi dengan Accurate Time adalah sebagai berikut:

Tabel 4.11 Perbandingan Perhitungan Waktu Ijtimak yang diperoleh dari Koefisien Hasil Regresi dengan Accurate Time.

Rata-Rata Selisih Waktu Ijtimak yang diperoleh dari Koefisien Hasil Regresi dengan Accurate Time			
Koefisien Hasil Regresi 3.520 Data	Koefisien Hasil Regresi 5.534 Data	Koefisien Hasil Regresi 9.524 Data	Koefisien Hasil Regresi Berganda 9.524 Data
43,75 detik	21,98 detik	3,96 detik	3,93 detik

Berdasarkan data Tabel 4.11 di atas, koefisien suku koreksi hasil regresi berganda 9.524 data memberikan hasil yang terbaik jika dibandingkan dengan Accurate Time.

G. Akurasi Perhitungan Fase Ijtimak Menggunakan Accurate Time dan Komparasinya dengan Moshier

Sama seperti langkah pada subbab C di atas, komparasi hasil perhitungan dimulai dari menghitung waktu ijtimak dengan Accurate Time. Perhitungan menggunakan data sampel 1.000 bulan dimulai dari 5 Februari 2000 sampai 11 November 2080. Data waktu ijtimak menggunakan Accurate Time tersebut kemudian dicari selisihnya dengan data waktu ijtimak yang ada di Moshier. Selisihnya kemudian dinilai mutlakkan supaya semua data menjadi positif. Jumlah selisih tersebut kemudian dihitung rata-ratanya. Rata-rata selisih waktu awal Bulan baru Accurate Time dengan Moshier sebesar 1,64 detik. Hal ini

menunjukkan bahwa Accurate Time lebih baik daripada Jean Meeus maupun perhitungan dengan koefisien hasil regresi, karena selisih jaraknya dengan Moshier lebih kecil dibandingkan dengan Jean Meeus maupun koefisien hasil regresi.

H. Rangkuman Komparasi Hasil Perhitungan Fase Ijtimak

Tabel 4.12 Komparasi hasil perhitungan fase Ijtimak

Rata-Rata Selisih Waktu Ijtimak yang diperoleh dari Koefisien Hasil Regresi dengan Moshier			
Koefisien Hasil Regresi 3.520 Data	Koefisien Hasil Regresi 5.534 Data	Koefisien Hasil Regresi 9.524 Data	Koefisien Hasil Regresi Berganda 9.524 Data
43,81 detik	22,07 detik	3,95 detik	3,92 detik

Rata-Rata Selisih Waktu Ijtimak yang diperoleh dari Koefisien Hasil Regresi dengan Accurate Time			
Koefisien Hasil Regresi 3.520 Data	Koefisien Hasil Regresi 5.534 Data	Koefisien Hasil Regresi 9.524 Data	Koefisien Hasil Regresi Berganda 9.524 Data
43,75 detik	21,98 detik	3,96 detik	3,93 detik

Rata-Rata Selisih Waktu Ijtimak yang diperoleh dari Koefisien Suku Koreksi Jean Meeus dengan Accurate Time dan Moshier	
Selisih Jean Meeus dengan Accurate Time	Selisih Jean Meeus dengan Moshier
4,06 detik	4,22 detik

Berdasarkan tabel 4.12 di atas terlihat bahwa perhitungan waktu ijtimak dengan metode regresi linier berganda menghasilkan hasil yang terbaik.

Berikut ini adalah tawaran koefisien suku koreksi yang bisa menjadi alternatif perhitungan fase fase ijtimak dalam satuan detik.

Tabel 4.13 Koefisien Suku Koreksi Fase Ijtimak Hasil Regresi Berganda sebagai Koefisien Alternatif Pengganti Koefisien Suku Koreksi Fase Ijtimak Jean Meeus

Suku Koreksi Ke	Koefisien Suku Koreksi (Dalam Satuan Detik)
1	-35182.25271
2	14895.69779
3	1388.99192
4	898.08810
5	638.61747
6	-443.82574
7	179.86354
8	-95.98910
9	-49.46566
10	47.90534
11	-36.54461
12	36.24032
13	33.49968
14	-20.81020
15	-13.23818
16	-5.77266
17	3.17718
18	3.08314
19	2.57567
20	2.78551
21	-2.86810
22	2.56881
23	-1.85040

24	-1.92093
25	1.35937

Suku koreksi di atas jika disusun dalam algoritma Jean Meeus menjadi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
C_1 &= -35182.25271 \sin M' \\
C_2 &= 14895.69779E \sin M \\
C_3 &= 1388.99192 \sin 2M' \\
C_4 &= 898.08810 \sin 2F \\
C_5 &= 638.61747E \sin (M' - M) \\
C_6 &= -443.82574E \sin (M' + M) \\
C_7 &= 179.86354 E^2 \sin 2M \\
C_8 &= -95.98910 \sin (M' - 2F) \\
C_9 &= -49.46566 \sin (M' + 2F) \\
C_{10} &= 47.90534E \sin (2M' + M) \\
C_{11} &= -36.54461 \sin 3M' \\
C_{12} &= 36.24032 E \sin (M + 2F) \\
C_{13} &= 33.49968 E \sin (M - 2F) \\
C_{14} &= -20.81020 E \sin (2M' - M) \\
C_{15} &= -13.23818 \sin \Omega \\
C_{16} &= -5.77266 \sin (M' + 2M) \\
C_{17} &= 3.17718 \sin (2M' - 2F) \\
C_{18} &= 3.08314 \sin 3M \\
C_{19} &= 2.57567 \sin (M' + M - 2F) \\
C_{20} &= 2.78551 \sin (2M' + 2F) \\
C_{21} &= -2.86810 \sin (M' + M + 2F)
\end{aligned}$$

$$C_{22} = 2.56881 \sin(M' - M + 2F)$$

$$C_{23} = -1.85040 \sin(M' - M - 2F)$$

$$C_{24} = -1.92093 \sin(3M' + M)$$

$$C_{25} = 1.35937 \sin 4M'$$

Daftar suku koreksi ini yang bisa menjadi alternatif pengganti suku koreksi Jean Meeus dalam perhitungan fase ijtimak atau *new Moon*.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya didapatkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Algoritma Jean Meeus membutuhkan beberapa variabel yang harus dihitung sebagaimana dijelaskan dalam BAB II. Pola perhitungan algoritma Jean Meeus yaitu suku rata-rata ditambah suku koreksi. Suku koreksi dalam algoritma perhitungan waktu ijtimak Jean Meeus lebih sedikit dibandingkan algoritma VSOP87 dan ELP-2000/82 yaitu berjumlah 25 suku koreksi. Suku koreksi VSOP87 ada 2.425 suku koreksi, sedangkan ELP-2000/82 memiliki 1.324 suku koreksi. Jumlah suku koreksi Jean Meeus jauh lebih sedikit dibandingkan dengan jumlah suku koreksi VSOP87 dan ELP-2000/82, tetapi tingkat akurasi tidak berbeda jauh dengan VSOP87 dan ELP-2000/82. Jean Meeus dalam menuliskan algoritma perhitungan terkait Bumi, Bulan, Matahari dan planet-planet selalu mencantumkan suku koreksi, hal ini karena garis edar Bulan dan Bumi terhadap Matahari dan juga planet-planet berbentuk ellips sebagaimana dijelaskan pada Hukum Kepler.
2. Metode regresi linier satu variabel bisa digunakan untuk mencari koefisien suku koreksi fase ijtimak dengan cara harus melakukan manipulasi terlebih dahulu. Jika dibandingkan dengan Jean Meeus, maka koefisien dengan metode regresi linier satu variabel

ini menghasilkan rata-rata perhitungan yang lebih baik. Jika Jean Meeus dibandingkan dengan Accurate Time rata-rata selisihnya 4,06 detik, sedangkan jika menggunakan koefisien suku koreksi hasil regresi 3,96 detik. Jika Jean Meeus dibandingkan dengan Moshier, maka rata-rata selisihnya 4,22 detik sedangkan jika menggunakan koefisien hasil regresi 3,95 detik. Berdasarkan hal ini bisa disimpulkan bahwa koefisien suku koreksi fase ijtimak milik Jean Meeus bukanlah satu-satunya suku koreksi yang bisa digunakan.

3. Metode regresi linier berganda penerapannya langsung menggunakan 25 variabel. Perhitungan menggunakan aplikasi SPSS 25 menghasilkan koefisien suku koreksi fase ijtimak yang lebih baik dibandingkan dengan Jean Meeus dan juga metode regresi linier satu variabel. Jika Jean Meeus dibandingkan dengan Accurate Time, maka rata-rata selisihnya 4,06 detik sedangkan jika menggunakan koefisien suku koreksi hasil regresi berganda rata-rata selisihnya 3,93 detik. Jika Jean Meeus dibandingkan dengan Moshier maka rata-rata selisihnya 4,22 detik, sedangkan jika menggunakan koefisien suku koreksi hasil regresi berganda dibandingkan dengan Moshier rata-rata selisihnya 3,92 detik. Berdasarkan metode regresi linier baik satu variabel maupun regresi linier berganda sama-sama menghasilkan suku koreksi yang lebih baik dibandingkan dengan suku koreksi milik Jean Meeus. Jika dilihat lebih detail maka suku koreksi dengan pendekatan regresi linier berganda lebih baik daripada dengan metode regresi satu variabel maupun Jean Meeus.

B. Saran

Sekalipun pada penelitian ini dihasilkan koefisien suku koreksi untuk perhitungan fase ijtimak yang lebih baik dari algoritma Jean Meeus, tetapi penelitian ini juga masih memiliki celah yaitu algoritma perhitungannya masih sama dengan Jean Meeus. Terbuka untuk penelitian lanjutan dengan memodifikasi tidak hanya koefisien suku koreksinya tetapi juga memodifikasi algoritmanya.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, penulis memiliki saran sebagai berikut:

1. Untuk Para Peneliti
 - a. Masih terbuka lebar penelitian lanjutan tentang dari mana asal mula rumus perhitungan fase Bulan baru Jean Meeus.
 - b. Penelitian tentang ilmu falak pada aspek matematis perlu kiranya untuk terus dikembangkan, sehingga tidak hanya terbatas pada aspek-aspek historis ataupun aplikasinya.

2. Untuk Para Pengguna Metode Jean Meeus

Koefisien suku koreksi hasil penelitian ini sangat layak untuk digunakan dalam perhitungan fase ijtimak menggunakan algoritma Jean Meeus, menggantikan koefisien suku koreksi yang sudah ada.

DAFTAR PUSTAKA

Buku

- Anton, Howard & Chris Rorres. *Elementary Linear Algebra 11th Edition*. United States of America: Wiley, 2014.
- Anugraha, Rinto. *Mekanika Benda Langit*. Yogyakarta: Jurusan Fisika Fakultas MIPA UGM, 2012.
- Anwar, Syamsul dkk. *Paham Hisab Muhammadiyah dan Tuntunan Ibadah Bulan Ramadhan*. Yogyakarta: Majelis Tarjih dan Tajdid PP Muhammadiyah, 2016.
- Anwar, Syamsul. "Kontroversi Hisab dan Rukyat." dalam *Hisab Bulan Kamariah Tinjauan Syar'i Tentang Penetapan Awal Ramadan, Syawal dan Zulhijah*. Yogyakarta: Suara Muhammadiyah, 2009. 6 – 7
- Hari Raya dan Problematika Hisab-Rukyat*. Yogyakarta: Suara Muhammadiyah. Cet. I, 2008. 120
- Azhari, Susiknan. *Ensiklopedi Hisab Rukyat*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2012.
- Kalender Islam Ke Arah Integrasi Muhammadiyah-NU*. Yogyakarta: Museum Astronomi Islam, 2012.
- Barbour, Ian G. *Religion in an Age of Science*. United States: HarperCollins Publishers Inc, 1990.
- When Science Meets Religion*. United States: HarperCollins Publishers Inc, 2000.
- Bellenir, Karen. *Religious Holidays and Calendars: An Encyclopedic Handbook 3rd Edition*. USA: Omnigraphics, Inc., 2004.
- Bukhari. *Shahih Bukhari*. Vol. III. Riyadh: Darussalam, 1997.
- Shahih al Bukhari*. Bab şaum. Beirut : Dar al Kitab al'Ilmiyyah, 1992.

- Butar-Butar, Arwin Juli Rakhmadi *Kalender: Sejarah dan Arti Pentingnya dalam Kehidupan*. Semarang: CV. Bisnis Mulia Konsultama, 2014.
- Chattopadhyay, Asis Kumar & Tanuka Chattopadhyay. *Statistical Methods for Astronomical Data Analysis*. New York: Springer, 2014.
- Darsono, Ruswa. *Penanggalan Islam: Tinjauan Sistem, Fiqih dan Hisab Penanggalan*. Yogyakarta: Labda Press, 2010.
- Feeney, Denis. *Caesars Calendar: Ancient Time and The Beginnings of History*. California: University of California Press, 2007.
- Fitzpatrick, Richard. *An Introduction To Celestial Mechanics*. USA: Cambridge University Press, 2012.
- Grego, Peter. *The Moon and How to Observe It*. Birmingham: Springer, 2005.
- Herman, Edwin Jed & Gilbert Strang. *Calculus Volume 1*. Houston: Rice University, 2018.
- Ilyas, Mohammad. *Sistem Kalender Islam Perspektif Astronomi*. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka, 1997.
- Iman, M. Ma'rifat. *Kalender Pemersatu Dunia Islam*. Jakarta: Gaung Persada Press, 2010.
- Jumsa, Uum. *Ilmu Falak: Panduan Praktis Menentukan Hilal*. Bandung: Humaniora, 2006.
- Juzairi, Abdurrahman. *Fikih Empat Mazhab Jilid II*. terj. Shofa'u Qolbi Djabir. Jakarta : Pustaka Al-Kautsar, 2017.
- Karttunen et al. *Fundamental Astronomy Fifth Edition*. New York: Springer, 2006.
- Khazin, Muhyiddin. *Ilmu Falak Dalam Teori dan Praktek*. Yogyakarta: Buana Pustaka, 2004.

- Kurniawan, Agung Widhi dan Zarah Puspitaningtyas. *Metode Penelitian Kuantitatif*. Yogyakarta: Pandiva Buku, 2016.
- Kutner et al. *Applied Linear Statistical Models Fifth Edition*. New York: McGraw-Hill/Irwin, 2005.
- Lang, Serge. *Linear Algebra*. New York: Addison-Wesley Columbia University, 1968.
- Lawrence, J.L. *Celestial Calculations: A Gentle Introduction to Computational Astronomy*. Cambridge: The MIT Press, 2018.
- Lohr, Sharon L. *Sampling Design and Analysis Third Edition*. United State of America: CRC Press, 2022.
- Meeus, Jean. *Astronomical Algorithm Second Edition*. Virginia: Willman-Bell, 1998.
- Meeus, Jean. *Mathematical Astronomy Morsel*. Virginia: Willmann-Bell, Inc, 1998.
- Montenbruck, Oliver. *Practical Ephemeris Calculations*. United States of America: Springer Verlag, 1989.
- Muhadjir, Noeng. *Filsafat Ilmu Edisi 5 Pengembangan 2015*. Yogyakarta: Rake Sarasin, 2015.
- Muhammad, Abu Ja'far bin Jarir Ath-Thabari. *Tafsir Ath-Thabari Jilid 12*. terj. Ahmad Abdurraziq Al Bakri dkk. Jakarta: Pustaka Azzam, 2007.
- Muzzakir, Muhammad Rofiq. "Tujuh Alasan Ulama Pra Modern Menolak Hisab dan Jawaban Terhadapnya." dalam *Argumentasi Hisab Muhammadiyah*. ed. Syamsul Anwar dkk. Yogyakarta: Majelis Tarjih dan Tajdid PP Muhammadiyah, 2014. 51-72.
- Nashirudin, M. *Kalender Hijriah Universal: Kajian atas Sistem dan Prospeknya di Indonesia*. Semarang: Rafi Sarana Perkasa, 2013.

- Proudfoot, Ian. *Old Muslim Calendars Of Southeast Asia*. Leiden: Brill, 2006.
- Purcell, Edwin J. & Dale Varberg. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1 Edisi ke-5*. terj. I Nyoman Susila, & Bana Kartasasmita. Jakarta: Erlangga, 1996.
- Reingold, Edward M dan Nachum Dershowitz. *Calendrical Calculations: The Ultimate Edition*. Cambridge : Cambridge University Press, 2017.
- Roy, A. E. *Orbital Motion Fourth Edition*. Bristol: Institute of Physics Publishing, 2005.
- Roy, A. E. dan De Clarke. *Astronomy: Principles and Practice Fourth Edition*. Bristol: Institute of Physics Publishing, 2003.
- Seeds, Michael A. & Dana E. Backman. *Astronomy: The Solar System and Beyond Sixth Edition*. USA: Brooks/Cole, 2010.
- Siregar, Suryadi. *Fisika Tata Surya*. Bandung: FMIPA ITB, 2017.
- Smart, W.M. *Text Book on Spherical Astronomy*. Cambridge: Cambridge University Press, 1986.
- Sudjana. *Metoda Statistika Edisi 6*. Bandung: Tarsito, 1996.
- Sugiyono. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta, 2013.
- Sugono dkk. *Kamus Bahasa Indonesia*. Jakarta: Pusat Bahasa Departemen Pendidikan Nasional, 2008.
- Suyono. *Analisis Regresi untuk Penelitian*. Yogyakarta: Deepublish, 2005.
- Tim Hisab Rukyat Kemenag RI. *Almanak Hisab Rukyat*. Jakarta: Proyek Pembinaan Badan Peradilan Agama Islam, Badan Hisab dan Rukyat Departemen Agama, 1981.

- Tim Perumus. *Panduan Penulisan Karya Tulis Ilmiah*. Semarang: Pascasarjana Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang, 2016.
- Tim Penyusun. *Pedoman Perhitungan Awal Bulan Qamariyah dengan Ilmu Ukur Bola*. Jakarta: Bagian Proyek Pembinaan Administrasi Hukum dan Peradilan Agama, 1983.
- Tim Majelis Tarjih dan Tajdid. *Pedoman Hisab Muhammadiyah*. Yogyakarta: Majelis Tarjih dan Tajdid PP Muhammadiyah, 2009.
- Tim Hisab Rukyat. *Almanak Hisab Rukyat*. Jakarta: Proyek Pembinaan Badan Peradilan Agama Islam, 1981.
- Tim Penulis. *Pedoman Perhitungan Awal Bulan Qamariyah dengan Ilmu Ukur Bola*. Jakarta: Bagian Proyek Pembinaan Administrasi Hukum dan Peradilan Agama, 1983.
- Weisberg, Sanford. *Applied Linier Regression Fourth Edition*. Minneapolis: John Wiley & Sons, 2014.
- Walpole, Ronald E & Raymond H Myers. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan Terbitan ke-2*. terj. R.K Sembiring. Bandung: Penerbit ITB Bandung, 1986.
- Yan, Xin & Xiao Gang Su. *Linear Regression Analysis: Theory and Computing*. Singapore: World Scientific Publishing, 2009.

Jurnal dan Disertasi

- Agus P dkk. "Pembuatan Aplikasi untuk Menentukan Fase dan Visibilitas Bulan dengan Menggunakan Algoritma Jean Meeus." *Physics Student Journal* Vol 1, No 1 Jurusan Fisika, Fakultas MIPA, Universitas Brawijaya (2013): 49 – 52, diakses 30 Maret 2019
- Akbar, Reza. "Perhitungan Data Ephemeris Koordinat Matahari Menggunakan Algoritma Jean Meeus Higher Accuracy dan Keterkaitannya dengan Pengembangan Ilmu Falak." *Jurnal Ilmiah*

ISLAM FUTURA Vol. 16. No. 2 (2017): 166-187, diakses 11 April 2019, DOI: <http://dx.doi.org/10.22373/jiif.v16i2.1509>

Akhyar, Andi Muh & Rinto Anugraha. “Optimasi Kriteria Hisab di Indonesia Berdasarkan Posisi Matahari dan Bulan Menggunakan Algoritma Meeus”. *Prosiding Pertemuan Ilmiah XXIX HFI Jateng & DIY*, Yogyakarta 25 April 2015.

Akritas, Michael G. & Matthew A. Bershady. “Linear Regression for Astronomical Data with Measurement Errors and Intrinsic Scatter.” diakses 15 Juni 2019, <http://adsabs.harvard.edu/abs/1996ApJ...470..706A>

Barmawi dkk. “Implementasi Algoritma Jean Meeus dalam Menentukan Waktu Shalat.” *Jurusan Teknik Informatika, Fakultas Teknologi Industri Institut Teknologi Nasional Bandung* Vol. 2 No.1(20017): 26 – 33, diakses 18 April 2019, doi : <https://doi.org/10.26760/mindjournal>

Basthoni, M. “Accuracy of Solar Eclipse Calculation Algorithm Based on Jet Propulsion Laboratory Data Nasa”. *Al Ahkam, Jurnal Pemikiran Hukum Islam*. Vol 30 No 1 (2020), 95 – 118. DOI: <http://dx.doi.org/10.21580/ahkam.2020.30.1.5036>

Feigelson, E.D & G.J Babu. “Statistical Challenge in Modern Astronomy.” *Makalah Seminar Internasional Statistical Problems in Particle Physics, Astrophysics and Cosmology*. California: Stanford University, 2003. 1-7

Howard, Sethanne “What Day Is It Anyway?”, *Journal of the Washington Academy of Sciences* , Vol. 96, No. 4 (Winter 2010), 13-34.

Jeon, Jihye. “The Strengths and Limitations of the Statistical Modeling of Complex Social Phenomenon: Focusing on SEM, Path Analysis, or Multiple Regression Models.” *International Journal of Social, Behavioral, Educational, Economic, Business and Industrial Engineering* Vol:9, No:5, (2015):1635.

- Long, James P. & Rafael S. de Souza. "Statistical Methods in Astronomy" *Wiley Online Library* (2018), diakses 11 Agustus 2021 pukul 01.00 dari <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9781118445112.stat07996>
- Musfiroh, Imas dan Hendri, "Analisis Regresi Non Linier (Polinomial) Dalam Pembentukan Kriteria Visibilitas Hilal di Indonesia", *Al-Marshad: Jurnal Astronomi Islam dan Ilmu-ilmu Berkaitan*, (2018), 46 – 66, diakses 31 Oktober 2022 DOI: <https://doi.org/10.30596/jam.v4i1.1935>
- Nursodik. "Kajian Kriteria Hisab Global Turki dan Usulan Kriteria Baru MABIMS dengan Menggunakan Algoritma Jean Meeus." *Al-Ahkam*, Vol 29 No. 1 (2018): 119-140, diakses 18 April 2019, doi: <http://dx.doi.org/10.21580/ahkam.2018.28.1.2353>
- Rashed, M.G. et al.. "Investigation the Arithmetical or Tabular Islamic calendar". *NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics, Volume 7, Issue 1*, (2018). 20 – 21, <https://doi.org/10.1016/j.nrjag.2017.12.005> diakses pada tanggal 22 September 2022 pukul 17.00 di <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2090997717300329>
- Richter, Christel dan Hans-Peter Piepho. "Chapter 6: Linear Regression Techniques." dalam *Applied Statistics in Agricultural, Biological, and Environmental Sciences*. Madison, WI: American Society of Agronomy, Crop Science Society of America, and Soil Science Society of America, Inc., (2018), 108, <https://doi.org/10.2134/appliedstatistics.2015.0080>.
- Sakirman. "Kriteria Ijtimak Dalam Penentuan Awal Bulan Hijriyah Di Indonesia". *Jurnal Al-Ahwal, Vol. 5, No. 1* (2013). 121 – 134.
- Sereno, Mauro. "A Bayesian Approach to Linear Regression in Astronomy". *Monthly Notices of The Royal Astronomical Society* 455 (2016). 2149 – 2162. Dari

<https://academic.oup.com/mnras/article/455/2/2149/1111686>
doi:10.1093/mnras/stv2374 diakses tanggal 13 Desember 2020.

Setyanto, H., & Hamdani, F. “Kriteria 29: Cara Pandang Baru Dalam Penyusunan Kalender Hijriyah”. *Jurnal Al-Ahkam, Volume 25 Nomor 2* (2015). 205-220. Diakses 17 Maret 2022
doi:<https://doi.org/10.21580/ahkam.2015.25.2.602>

Sopwan, N. dan Moedji Raharto. “Umur bulan sebagai parameter visibilitas hilal”. *Makalah pada Seminar Nasional Fisika*. Surabaya: Jurusan Fisika FMIPA UNESA, 2019. 26 – 29.

Utama, J.A et al. “The New Hilaal Visibility Criterion For Tropical Region”. *Journal of Physics: Conference Series Volume 1280, Issue 2* (2019). diakses dari <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1280/2/022073>

Website:

Ahmad Ghazalie Masroeri, “Penentuan Awal Bulan Syawal dalam Perspektif NU”, diakses 2 November 2022,
<http://falakiyah.nu.or.id/PedomanRukyatNU.aspx>

<https://openstax.org/books/university-physics-volume-1/pages/13-5-keplers-laws-of-planetary-motion>

<https://rasc.rocks/honorary-member-jean-meeus>

<https://www.jpl.nasa.gov/who-we-are>

https://ssd.jpl.nasa.gov/planets/eph_export.html

<http://eclipsewise.com/solar/SEhelp/de406-predictions.html>

<https://www.lapan.go.id/post/7913/upaya-menyseragamkan-awal-dan-akhir-bulan-puasa-bagaimana-caranya>

LAMPIRAN

Dikarenakan file lampiran sangat banyak halamannya melebihi 1000 halaman maka lampiran proses perhitungan akan dilampirkan dalam bentuk link yang bisa dibuka proses perhitungan di dalamnya. File lampiran berisi proses perhitungan dari BAB IV dalam format Excel. Berikut adalah link lampirannya:

bit.ly/lampiran-disertasi-maryanto

RIWAYAT HIDUP

A. IDENTITAS DIRI

1. Nama Lengkap : Maryanto
2. Tempat, tgl. Lahir : Kebumen, 14 Februari 1982
3. Alamat Rumah : Jl. Kusuma No 101 Kebumen
4. HP : 0895338437292
5. Email : yantotrust@gmail.com

B. RIWAYAT PENDIDIKAN

1. SDN 3 SAWANGAN
2. SMPN 3 KEBUMEN
3. SMAN 1 KEBUMEN
4. S1 MATEMATIKA UNNES
5. S2 MATEMATIKA UGM

C. RIWAYAT PEKERJAAN

1. Kepala Sekolah SDIT Baitussalam Prambanan Yogyakarta
2. Dosen IAINU Kebumen
3. Pengajar Diklat Penguatan Kepala Sekolah
4. Pengajar Diklat Calon Kepala Sekolah
5. Fasilitator Program Sekolah Penggerak