

# **PENERAPAN KONTROL EDUKASI DAN HUKUM PIDANA PADA MODEL MATEMATIKA KEKERASAN SEKSUAL**

**SKRIPSI**

**Diajukan untuk Memenuhi Sebagian Syarat Guna Memperoleh  
Gelar Sarjana Matematika  
dalam Ilmu Matematika**



**Oleh : INTAN RAHMA SANDHIKA  
NIM : 2108046010**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO  
SEMARANG  
2025**

## **PERNYATAAN KEASLIAN**

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Intan Rahma Sandhika  
NIM : 2108046010  
Jurusan/Program Studi : Matematika/ Matematika

menyatakan bahwa skripsi yang berjudul :

### **PENERAPAN KONTROL EDUKASI DAN HUKUM PIDANA PADA MODEL MATEMATIKA KEKERASAN SEKSUAL**

secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri,  
kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.

Semarang, 26 Mei 2025  
Pembuat pernyataan,



Intan Rahma Sandhika  
NIM : 2108046010



KEMENTERIAN AGAMA R.I.  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Prof. Dr. Hamka (Kampus II) Ngaliyan Semarang  
Telp. 024-7601295 Fax. 7615387

### PENGESAHAN

Naskah skripsi berikut ini :

Judul : **PENERAPAN KONTROL EDUKASI DAN HUKUM  
PIDANA PADA MODEL MATEMATIKA KEKERASAN  
SEKSUAL**

Penulis : Intan Rahma Sandhika

NIM : 2108046010

Jurusan : Matematika

Telah diujikan dalam sidang *tugas akhir* oleh Dewan Penguji  
Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo dan dapat diterima  
sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu  
Matematika.

Semarang, 10 Juni 2025

### DEWAN PENGUJI

Penguji I,

**Yolanda Norasia, M.Si.**

NIP : 19940923 201903 2 010

Penguji II,

**Agus Wayan Yulianto, M.Sc.**

NIP : 19890716 201903 1 007

Penguji III,

**Yulia Romadiastri, S.Si., M.Sc.**

NIP : 19810715 200501 2 008

Penguji IV,

**Emy Siswanah, M.Sc.**

NIP : 19870202 201101 2 014

Pembimbing I,

**Zulaikha, M.Si.**

NIP : 19920409 201903 2 027

## **NOTA DINAS**

Semarang, 26 Mei 2025

Yth. Ketua Program Studi Matematika  
Fakultas Sains dan Teknologi  
UIN Walisongo Semarang

*Assalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan:

Judul : PENERAPAN KONTROL EDUKASI DAN HUKUM  
PIDANA PADA MODEL MATEMATIKA KEKERASAN  
SEKSUAL

Nama : Intan Rahma Sandhika

NIM : 2108046010

Jurusan : Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Walisongo untuk diujikan dalam Sidang Munaqasyah.

*Wassalamu'alaikum warahmatullahi wabarakatuh*

Pembimbing I,



**Zulaikha, M.Si.**

NIP : 19920409 201903 2 027

## ABSTRAK

Kekerasan seksual di Indonesia merupakan persoalan sosial yang semakin memprihatinkan dan membutuhkan penanganan yang serius. Penelitian ini mengembangkan model matematika berbasis sistem persamaan diferensial untuk menggambarkan dinamika kekerasan seksual, serta mengevaluasi efektivitas penerapan kontrol edukasi dan hukum pidana dalam mengendalikan kasus tersebut. Penyelesaian masalah kontrol optimal dilakukan menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin (PMP), sedangkan simulasi numerik diselesaikan dengan metode *Forward-Backward Sweep*. Hasil analisis menunjukkan bahwa penerapan kontrol edukasi dan hukum pidana secara bersamaan memberikan hasil yang lebih efektif dalam menurunkan populasi kekerasan seksual dibandingkan jika diterapkan secara terpisah. Penelitian ini menunjukkan bahwa pendekatan matematis dapat memberikan kontribusi dalam pengambilan keputusan kebijakan publik, khususnya dalam upaya pencegahan kekerasan seksual.

**Kata Kunci :** Kekerasan Seksual, Kontrol Optimal, Prinsip Minimum Pontryagin, Metode *Forward-Backward Sweep*

## KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim.

Puji syukur kehadirat Allah SWT. atas limpahan berkat, rahmat, dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul "Penerapan Kontrol Edukasi dan Hukum Pidana pada Model Matematika Kekerasan Seksual". Sholawat serta salam tidak henti-hentinya dipanjatkan kepada Nabi Muhammad SAW sebagai suri tauladan bagi penulis.

Skripsi ini disusun guna memenuhi persyaratan dalam memperoleh gelar Sarjana Matematika (S-1) Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang. Proses penyusunan skripsi ini tidak lepas dari doa, bantuan, bimbingan, motivasi dan peran dari banyak pihak. Sehingga penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Musahadi, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
2. Any Muanalifah, M.Si., Ph.D., selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.
3. Zulaikha, M.Si., selaku Dosen Pembimbing yang telah bersedia meluangkan waktu untuk melakukan bimbingan, arahan, serta motivasi kepada penulis agar tetap semangat dalam menyusun skripsi ini.
4. Hj. Emy Siswanah, M.Sc., selaku Dosen Wali yang telah memberikan arahan serta motivasi kepada penulis selama menjadi mahasiswa di Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang.

5. Segenap dosen Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang yang telah memberikan ilmu pengetahuan yang luar biasa kepada penulis dan semoga ilmu yang telah diberikan dapat menjadi berkah bagi dunia dan akhirat.
6. Segenap Staf Tata Usaha Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang yang telah membantu dalam penulis selama perkuliahan.
7. Intan Rahma Sandhika ialah diri sendiri. Apresiasi sebesar-besarnya pada diri sendiri karena telah berjuang selama ini dan selalu ikhtiar hingga mencapai tujuan yang diinginkan. Terima kasih telah bertahan dan tidak pernah putus asa akan berbagai hal yang telah dihadapi dalam mengerjakan penelitian skripsi ini.
8. Orang tua tercinta, Bapak Suwardjo dan Ibu Sunarti. Terima kasih telah memberikan do'a, kasih sayang, semangat, dan pengorbanan yang begitu besar kepada penulis. Karena tanpa restu orang tua, penulis tidak akan sampai pada titik ini.
9. Segenap keluarga tercinta, yaitu Rinanta Purwa Anggara dan Letterina Andan Dewi selaku kakak kandung dari penulis yang telah memberikan motivasi dan dukungan kepada penulis.
10. Sahabatku tercinta Sokhi Zuhrotunnisa dan Aulia Rosyida Kusumadewi, terima kasih telah menemani penulis selama berkuliah di Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang,

serta memberikan dukungan kepada penulis selama penyusunan skripsi ini.

11. Semua Pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah memberikan kontribusi hingga selesainya skripsi ini.

Semoga kebaikan semuanya menjadi amal ibadah yang diterima dan mendapat pahala yang berlimpah dari Allah SWT. Aamiin.

Atas segala kekurangan dan kelemahan dalam skripsi ini penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun. Semoga karya tulis yang sederhana ini dapat menjadi bacaan yang bermanfaat dan dapat dikembangkan bagi peneliti-peneliti selanjutnya.

Semarang, 26 Mei 2025

**Penulis,**

Intan Rahma Sandhika

NIM : 2108046010



## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	<b>i</b>
<b>PERNYATAAN KEASLIAN</b> .....	<b>ii</b>
<b>PENGESAHAN</b> .....	<b>iii</b>
<b>PERSETUJUAN PEMBIMBING</b> .....	<b>iv</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>v</b>
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>ix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xi</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	<b>xv</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
A. Latar Belakang Masalah .....	1
B. Rumusan Masalah .....	8
C. Tujuan Penelitian.....	8
D. Manfaat Penelitian.....	9
E. Batasan Masalah .....	9
<b>BAB II LANDASAN PUSTAKA</b> .....	<b>12</b>
A. Persamaan Diferensial .....	12
B. Sistem Persamaan Diferensial .....	16
1. Sistem Persamaan Diferensial Linier .....	17
2. Sistem Persamaan Diferensial Nonlinier .....	18
C. Teori Kontrol Optimal .....	19
1. Syarat Perlu Kontrol Optimal .....	20
2. Prinsip Minimum Pontryagin.....	24
3. Fungsi Hamiltonian.....	25
D. Teorema Eksistensi Kontrol Optimal.....	26
E. Contoh Masalah Kontrol Optimal .....	27
F. Model Matematika.....	29
G. Model Matematika Kekerasan Seksual.....	31
H. Metode Runge-Kutta .....	36
I. Metode <i>Forward-Backward Sweep</i> .....	38

J.	Kekerasan Seksual .....	40
1.	Program Edukasi Kekerasan Seksual . . . . .	42
2.	Hukum Pidana Pelaku Kekerasan Seksual . .	43
K.	Kajian Penelitian Terdahulu .....	44
	<b>BAB III METODE PENELITIAN .....</b>	<b>47</b>
	<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>50</b>
A.	Model Matematika Kekerasan Seksual dengan Kontrol berupa Program Edukasi dan Hukum Pidana .....	50
B.	Penyelesaian Kontrol Optimal .....	60
1.	Fungsi Hamiltonian . . . . .	60
2.	Kondisi Stasioner . . . . .	62
3.	Persamaan <i>State</i> . . . . .	64
4.	Persamaan <i>Costate</i> . . . . .	64
5.	Teorema Eksistensi Kontrol Optimal . . . . .	66
C.	Simulasi Numerik .....	75
	<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>108</b>
A.	Kesimpulan .....	108
B.	Saran .....	110
	<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>111</b>
	<b>Lampiran-lampiran .....</b>	<b>115</b>

## DAFTAR TABEL

<b>Tabel</b>	<b>Judul</b>	<b>Halaman</b>
Tabel 2.1	Variabel dan Parameter	32
Tabel 2.2	Variabel dan Parameter	34
Tabel 2.3	Variabel dan Parameter	36
Tabel 2.4	Kajian Penelitian Terdahulu	45
Tabel 4.1	Variabel Model Matematika Kekerasan Seksual	53
Tabel 4.2	Parameter Model Matematika Kekerasan Seksual	54
Tabel 4.3	Parameter Model Matematika Kekerasan Seksual	56
Tabel 4.4	Nilai Awal Subpopulasi Model Matematika SEVJQ	76
Tabel 4.5	Nilai Parameter Model Matematika SEVJQ	76

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar</b>	<b>Judul</b>	<b>Halaman</b>
Gambar 2.1	Diagram Alur Proses Pemodelan Matematika	29
Gambar 2.2	Diagram Model Matematika Kekerasan Seksual SVPR	31
Gambar 2.3	Diagram Model Matematika Kekerasan SEPHR	34
Gambar 3.1	Alur Metode Penelitian	49
Gambar 4.1	Diagram Model Matematika Kekerasan Seksual dengan Kontrol Edukasi dan Hukum Pidana	56
Gambar 4.2	Subpopulasi Susceptible Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	77
Gambar 4.3	Subpopulasi Exposed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	78
Gambar 4.4	Subpopulasi Violent Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	79
Gambar 4.5	Subpopulasi Jailed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	81
Gambar 4.6	Subpopulasi Quit Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	82
Gambar 4.7	Kontrol Edukasi $u_1$	83
Gambar 4.8	Kontrol Hukum Pidana $u_2$	84

Gambar 4.9	Subpopulasi Susceptible Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	85
Gambar 4.10	Subpopulasi Exposed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	86
Gambar 4.11	Subpopulasi Violent Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	87
Gambar 4.12	Subpopulasi Jailed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	89
Gambar 4.13	Subpopulasi Quit Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	90
Gambar 4.14	Kontrol Edukasi $u_1$	91
Gambar 4.15	Kontrol Hukum Pidana $u_2$	92
Gambar 4.16	Subpopulasi Susceptible Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	93
Gambar 4.17	Subpopulasi Exposed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	94
Gambar 4.18	Subpopulasi Violent Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	95
Gambar 4.19	Subpopulasi Jailed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	96
Gambar 4.20	Subpopulasi Quit Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	97
Gambar 4.21	Kontrol Edukasi $u_1$	98
Gambar 4.22	Kontrol Hukum Pidana $u_2$	99
Gambar 4.23	Subpopulasi Susceptible Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	100
Gambar 4.24	Subpopulasi Exposed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	101

Gambar 4.25	Subpopulasi Violent Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	102
Gambar 4.26	Subpopulasi Jailed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	103
Gambar 4.27	Subpopulasi Quit Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol	104
Gambar 4.28	Kontrol Edukasi $u_1$	105
Gambar 4.29	Kontrol Hukum Pidana $u_2$	106

## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1	Program Matlab R2013a Model Matematika Kekerasan Seksual dengan dan Tanpa Kontrol
Lampiran 2	Pengecekan Perhitungan Persamaan <i>State</i> , Persamaan <i>Costate</i> , dan Kontrol Edukasi $u_1$ dan Hukum Pidana $u_2$ Menggunakan Software Matlab R2013a
Lampiran 3	Riwayat Hidup

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **A. Latar Belakang Masalah**

Kejahatan yang dapat menimbulkan rasa traumatis bagi para korbannya salah satunya adalah kekerasan seksual. Di Indonesia, kasus kekerasan seksual tersebar di berbagai daerah dengan kasus tertinggi per 1 Januari 2024 adalah Provinsi Jawa Barat (Simfoni PPA, 2024). Kejadian seperti ini membuat berbagai masyarakat Indonesia merasa khawatir dengan keamanan dan keselamatan mereka. Kekerasan adalah tindakan yang melanggar hukum, baik dalam bentuk ancaman maupun tindakan yang dapat merusak properti, mengakibatkan luka fisik, atau bahkan menyebabkan kematian pada individu (Atmasasmitha, 1992).

Kekerasan secara terminologi didefinisikan sebagai suatu kondisi atau sifat yang merugikan kehidupan manusia. Manusia dapat terjerat dalam sifat kebinatangan meskipun merupakan makhluk yang mulia dan cerdas. Setiap perbuatan yang merusak dan menghancurkan martabat manusia sebagai makhluk ciptaan Tuhan, termasuk tindakan merusak, penekanan, pemerasan, pemerkosaan, teror, pencurian, pembunuhan, dan penghancuran, merupakan bagian dari hal ini (Saputro, 2018). Kekerasan seksual menurut Mashudi (2015) didefinisikan sebagai penyalahgunaan terhadap anak yang digunakan untuk menjadi objek pelampiasan kesenangan seksual. Anak itu sendiri tidak memahami perilaku tersebut, sehingga mereka tidak dapat menceritakannya kepada orang lain. Menurut Syahputra (2018), ada beberapa penyebab kekerasan seksual, yakni faktor internal termasuk kejiwaan,



biologis, serta moral, sedangkan faktor eksternal termasuk sosial budaya, ekonomi, media massa, dan keputusan hakim. Kekerasan diartikan sebagai segala tindakan terhadap anak yang menyebabkan penyiksaan fisik, batin, seksual, atau penelantaran, termasuk teror untuk melaksanakan tindakan, penekanan, atau mengambil alih kebebasan secara ilegal sebagaimana tercantum dalam Pasal 1 Ayat 16 UU Nomor 35 Tahun 2014 tentang Perlindungan Anak, perubahan atas UU Nomor 23 Tahun 2002.

Berdasarkan perspektif Islam, kekerasan seksual merupakan perbuatan tercela dan menyimpang terhadap ajaran Islam. Hal ini karena semua umat Islam diajarkan untuk menghargai satu sama lain, tidak peduli betapa berbedanya mereka satu sama lain. Islam mengharamkan segala bentuk kekerasan dan penindasan. Allah SWT. berfirman dalam Q.S. An-Nur ayat 33 yaitu:

وَلَيْسَتَعَفِيفِ الَّذِينَ لَا يَجِدُونَ نِكَاحًا حَتَّى يُعْزِيَهُمُ اللَّهُ مِنْ فَضْلِهِ وَالَّذِينَ يَبْتَغُونَ  
الْكِتَابَ مِمَّا مَلَكَتْ أَيْمَانُكُمْ فَكَاتِبُوهُمْ إِنْ عَلِمْتُمْ فِيهِمْ خَيْرًا وَآتُوهُمْ مِّنْ مَّالِ اللَّهِ  
الَّذِي أَنشَأَكُمْ وَلَا تُكْرِهُوا فَتَيَاتِكُمْ عَلَى الْبِغَاءِ إِنْ أَرَدْنَ تَحَصُّنًا لِّتَبْتَغُوا عَرَضَ  
الْحَيَاةِ الدُّنْيَا وَمَنْ يُكْرِهْنَهُنَّ فَإِنَّ اللَّهَ مِنْ بَعْدِ إِكْرَاهِهِنَّ غَفُورٌ رَّحِيمٌ ﴿٣٣﴾

Artinya: "Dan orang-orang yang tidak mampu menikah hendaklah menjaga kesucian (dirinya), sampai Allah memberi kemampuan kepada mereka dengan karunia-Nya. Dan jika hamba sahaya yang kamu miliki keinginan perjanjian (kebebasan), hendaklah kamu buat perjanjian kepada mereka, jika kamu mengetahui ada kebaikan kepada mereka, dan berikanlah kepada mereka sebagian dari harta Allah yang dikaruniakan-Nya kepadamu. Dan janganlah kamu paksa

*hamba sahaya perempuanmu untuk melakukan pelacuran, sedang mereka sendiri menginginkan kesucian, karena kamu hendak mencari keuntungan kehidupan duniawi. Barang siapa memaksa mereka, maka sungguh, Allah Maha Pengampun, Maha Penyayang (kepada mereka) setelah mereka dipaksa." (Q.S. An-Nur 24:33)*

Dalam tafsirnya tentang Al-Wajiz, Syekh Prof. Wahbah az-Zuhaili menyatakan bahwa ayat di atas menjelaskan jika seseorang belum mampu dalam menanggung biaya pernikahan seperti mahar dan nafkah, hendaklah berusaha keras menjaga dirinya agar terhindar dari perbuatan zina dan perbuatan haram lainnya sehingga Allah dapat memberikan rezeki kepada mereka. Selain itu, janganlah memaksa seorang wanita untuk berzina demi keuntungan haram. Apabila mereka dipaksa, maka dosa tersebut akan ditanggung oleh yang memaksanya. Ayat ini diturunkan terkait beberapa peristiwa di masa lalu mengenai permintaan pembebasan hamba dan pemaksaan seorang wanita untuk berbuat zina.

Tercatat sebanyak 15.120 kasus kekerasan terhadap anak di Indonesia dari bulan Januari sampai bulan November 2023, dengan korban perempuan sebanyak 12.158 dan korban laki-laki sebanyak 4.691, menurut statistik dari Simfoni PPA, sebuah sistem informasi online untuk perlindungan perempuan dan anak (Direktorat Pendidikan Anak Usia Dini, 2024). Sedangkan pelaku kekerasan seksual berdasarkan jenis kelamin tercatat sebanyak 19.610 pelaku laki-laki dan 2.637 pelaku perempuan, serta total keseluruhan korban kekerasan seksual sebanyak 29.883 per 1 Januari 2024 (Simfoni PPA, 2024). Menurut Kementerian PP dan PA RI (2024), peristiwa kekerasan seksual memiliki jumlah korban tertinggi pada tahun 2019 hingga 2023. Kementerian

PP dan PA RI, ECPAT Indonesia, dan UNICEF 2023 bekerja sama menyelenggarakan Survei Dasar OCSEA (Eksplorasi dan Pelecehan Seksual Anak Online), dan hasil survei menunjukkan bahwa sebagian besar anak-anak mengetahui cara menggunakan internet serta bermain game tanpa batasan waktu. Dengan adanya modus-modus kejahatan yang semakin beragam karena perkembangan teknologi digital. Beberapa bentuk kejahatan seksual berbasis digital antara lain, perawatan seksual untuk tujuan seksual, hubungan seksual, perdagangan seksual, dan *streaming* kekerasan seksual secara langsung (ECPAT Indonesia, 2023).

Anak-anak merupakan usia rentan terhadap berbagai hal salah satunya adalah perihal kekerasan. Anak masih memerlukan pendampingan orang tua karena lebih berisiko untuk mendapatkan pengaruh kekerasan baik secara fisik, psikologis maupun seksual. Anak-anak cenderung lebih aktif bertanya dan memiliki rasa ingin tahu yang tinggi terhadap reproduksi seksual serta asal usul keberadaannya, sehingga menjadikan anak sangat rentan terhadap perilaku kekerasan seksual. Oleh karena itu, upaya pencegahan dapat dilakukan salah satunya adalah program kampanye edukasi pencegahan kekerasan seksual dengan mengingat dampak yang dapat ditimbulkan dari kekerasan seksual itu sendiri (Sari, dkk., 2023).

Kekerasan seksual sangatlah meresahkan di kalangan masyarakat. Pelaku kekerasan seksual tidak hanya orang dewasa, bahkan juga anak di bawah umur. Oleh karena itu, sanksi atau hukuman harus ditetapkan secara adil bagi pelaku kekerasan seksual, Menurut Prof. Dr. Irwanto penjatuan hukuman pidana yang berat bagi pelaku kekerasan seksual

apalagi dengan menjatuhkan hukuman kebiri bukanlah solusi yang tepat, namun pelaku kejahatan seperti itu pantas dihukum seberat-beratnya apalagi sampai mengakibatkan korbannya meninggal dunia (Pengadilan Negeri Palopo, 2024). Ancaman pidana bagi pelaku kekerasan seksual telah diatur dalam Kitab Undang-Undang Hukum Pidana (KUHP) dan Undang-Undang Tindak Pidana Kekerasan Seksual (UU TPKS).

Permasalahan tentang kekerasan seksual cukup meresahkan masyarakat sehingga mendorong beberapa ahli matematika untuk membuat model matematika dinamika kekerasan seksual. Diantaranya yaitu oleh Islam dan Biswas (2020) yang membahas tentang dinamika model matematika kekerasan seksual pada wanita di Bangladesh. Dalam penelitiannya menggunakan enam subpopulasi yaitu  $S_1$  merupakan subpopulasi individu rentan berpotensi menjadi pelaku kekerasan seksual,  $V_1$  merupakan subpopulasi individu pelaku kekerasan seksual,  $R_1$  merupakan subpopulasi individu yang sembuh dalam melakukan kekerasan seksual,  $S_2$  merupakan subpopulasi individu rentan berpotensi menjadi korban kekerasan seksual,  $V_2$  merupakan subpopulasi individu yang menjadi korban kekerasan seksual, dan  $R_2$  merupakan subpopulasi individu sembuh dari perlakuan kekerasan seksual. Hasil penelitian Islam dan Biswas (2020) menunjukkan bahwa terjadinya pengurangan dalam subpopulasi pelaku maupun korban kekerasan seksual. Hal itu terjadi karena adanya perubahan perilaku dari pelaku kekerasan seksual menjadi individu yang lebih baik. Selanjutnya penelitian dilakukan oleh Terefe (2022) tentang model matematika penyebaran kekerasan. Dalam model ini, Terefe mengembangkan model (SEIR) dengan menambahkan subpopulasi  $H$  sebagai subpopulasi individu yang

bernegosiasi dengan sekelompok orang dengan diskusi formal yang dapat menghasilkan sebuah kesepakatan. Pada hasil simulasi menunjukkan bahwa terdapat pengurangan pada subpopulasi pelaku kekerasan seksual karena adanya negosiasi. Pada penelitiannya dapat disimpulkan bahwa untuk menghilangkan adanya perilaku kekerasan dari populasi yang diteliti, maka parameter yang paling mempengaruhi adanya perilaku kekerasan harus dikurangi. Penelitian lain dilakukan oleh Bahri, dkk. (2024) tentang stabilitas model dinamika kekerasan seksual SVPR. Dalam penelitian Bahri, dkk. melakukan pemodelan dengan empat subpopulasi yaitu subpopulasi rentan dilambangkan dengan  $S$ , subpopulasi pelaku kekerasan seksual dilambangkan dengan  $V$ , subpopulasi pelaku kekerasan seksual yang dijatuhi hukuman dilambangkan dengan  $P$ , dan subpopulasi yang telah berhenti melakukan kekerasan seksual dilambangkan dengan  $R$ . Berdasarkan hasil penelitiannya, disimpulkan bahwa kasus kekerasan seksual akan terus menyebar di dalam populasi, namun jika salah satu parameter penyebab menyebarnya kasus kekerasan seksual dikurangi maka kasus kekerasan seksual tidak akan menyebar dan perlahan akan memudar. Selain itu, Fantaye dan Birhanu (2022) mempelajari model matematika dinamika korupsi dengan kendali optimal berupa program edukasi dan hukum pidana bagi koruptor. Model ini menggunakan empat subpopulasi yaitu  $S$  merupakan individu rentan yang tidak mengenal korupsi dan tidak pernah dipenjara,  $C$  merupakan individu yang rentan melakukan korupsi,  $J$  merupakan individu yang telah melakukan korupsi dan akan dipenjara, serta  $H$  merupakan individu yang jujur dan tidak akan melakukan korupsi lagi. Pada hasil simulasi menunjukkan bahwa adanya kontrol berupa program edukasi

dan hukum pidana sangatlah efektif dalam mengurangi jumlah populasi koruptor yang beredar.

Berdasarkan penelitian sebelumnya, akan dikembangkan model matematika yang disusun oleh Bahri, dkk. (2024) tentang model dinamika kasus kekerasan seksual dengan model (SVPR) dan Terefe (2022) tentang analisis model matematika dinamika kekerasan dengan model (SEPHR). Dalam penelitian ini penulis menggunakan model (SEVJQ) dengan individu rentan terhadap perilaku kekerasan seksual  $S$ , individu yang memiliki kontak dekat dengan pelaku kekerasan seksual dan mengamati berbagai aktivitas kekerasan seksual serta memungkinkan telah melakukan kekerasan seksual namun belum menyebarkan perilaku kekerasan seksual  $E$ , individu yang terpengaruh perilaku kekerasan seksual, telah melakukan kekerasan seksual serta menyebarkan perilaku kekerasan seksual (pelaku aktif kekerasan seksual)  $V$ , individu yang mendapatkan hukuman penjara karena telah melakukan kekerasan seksual  $J$ , dan individu yang telah berhenti dari perilaku kekerasan seksual (baik sebagai pelaku aktif kekerasan seksual ( $V$ ) maupun yang baru terpengaruh perilaku kekerasan seksual ( $E$ )), namun telah berhasil keluar dari pengaruh perilaku tersebut karena kesadaran sendiri maupun intervensi hukum  $Q$ . Selanjutnya, pada penelitian ini penulis akan menggunakan dua jenis strategi kontrol yang ada pada model Fantaye dan Birhanu (2022) yaitu berupa program edukasi untuk populasi individu rentan terhadap perilaku kekerasan seksual dan hukum pidana bagi populasi pelaku kekerasan seksual. Alasannya adalah program edukasi sangatlah penting bagi individu rentan terhadap perilaku kekerasan seksual karena dapat memperkenalkan apa itu kekerasan seksual, apa saja dampak kekerasan seksual, serta faktor

apa saja yang dapat menjadi alasan terjadinya kekerasan seksual (Sari, dkk., 2023). Selain itu, hukuman pidana dapat menjadi salah satu tindakan tegas dalam mengurangi kasus kekerasan seksual yang terjadi saat ini (Kusumo, 2023). Oleh karena itu, pada skripsi ini akan mengusung judul "Penerapan Kontrol Berupa Edukasi dan Hukum Pidana pada Model Matematika Kekerasan Seksual."

## **B. Rumusan Masalah**

Berdasarkan uraian dari latar belakang di atas, maka rumusan malah yang akan dibahas dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana kontruksi model matematika kekerasan seksual dengan kontrol berupa program edukasi dan hukum pidana?
2. Bagaimana penyelesaian masalah kontrol optimal model matematika kekerasan seksual dengan kontrol berupa program edukasi dan hukum pidana?
3. Bagaimana interpretasi hasil simulasi numerik dari model matematika kekerasan seksual dengan dan tanpa kontrol program edukasi dan hukum pidana?

## **C. Tujuan Penelitian**

Berikut adalah tujuan penelitian yang akan dicapai dalam penelitian ini berdasarkan rumusan masalah diatas, yaitu:

1. Untuk mengkontruksi model matematika kekerasan seksual dengan kontrol berupa program edukasi dan hukum pidana.

2. Untuk mengetahui penyelesaian masalah kontrol optimal model matematika kekerasan seksual dengan kontrol berupa program edukasi dan hukum pidana.
3. Untuk mengetahui interpretasi hasil simulasi numerik dari model matematika kekerasan seksual dengan dan tanpa kontrol program edukasi dan hukum pidana.

#### **D. Manfaat Penelitian**

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Bagi Mahasiswa

Penelitian ini diharapkan mampu meningkatkan pemahaman mahasiswa tentang pemodelan matematika.

2. Bagi Penelitian Selanjutnya

Penelitian ini dimaksudkan agar menjadi panduan bagi para peneliti mendatang, khususnya yang berhubungan dengan bidang pemodelan matematika.

3. Bagi Pemerintah

Penelitian ini diharapkan agar menjadi pertimbangan dalam strategi penyusunan kebijakan dengan tujuan meningkatkan kesejahteraan dan meminimalkan jumlah pelaku kekerasan seksual.

#### **E. Batasan Masalah**

Adapun batasan masalah pada penelitian ini yaitu:



1. Penelitian ini menggunakan model *SEVJQ*, dengan *S* (*Susceptible*) adalah individu rentan terhadap perilaku kekerasan seksual, *E* (*Exposed*) adalah individu yang telah terpengaruh perilaku kekerasan seksual dan memungkinkan telah melakukan kekerasan seksual namun belum menyebarkan perilaku kekerasan seksual, *V* (*Violent*) individu yang telah melakukan kekerasan seksual dan menyebarkan perilaku kekerasan seksual (pelaku aktif kekerasan seksual), *J* (*Jailed*) adalah individu yang telah melakukan kekerasan seksual dan mendapatkan hukuman pidana, dan *Q* (*Quit*) adalah individu yang telah berhasil keluar dari pengaruh perilaku kekerasan seksual karena kesadaran sendiri maupun intervensi hukum, serta adanya kontrol berupa edukasi dan hukum pidana.
2. Populasi bersifat tertutup, sehingga tidak ada migrasi atau perpindahan populasi yang terjadi.
3. Subpopulasi *S* merupakan individu yang dapat berpotensi terpapar atau terpengaruh perilaku kekerasan seksual karena faktor keluarga maupun faktor lingkungan.
4. Subpopulasi *E* individu yang memiliki kontak dekat dengan pelaku kekerasan seksual dan mengamati berbagai aktivitas kekerasan seksual serta memungkinkan telah melakukan kekerasan seksual namun belum menyebarkan perilaku kekerasan seksual.
5. Subpopulasi *V* merupakan individu yang telah melakukan tindakan kekerasan seksual dengan keinginan tertentu atau untuk memenuhi hasrat seksualnya serta telah menyebarkan

perilaku kekerasan seksual dengan mengajak orang lain untuk berbuat kekerasan seksual secara bersama-sama (pelaku aktif kekerasan seksual).

6. Subpopulasi *J* merupakan individu yang telah melakukan tindak kekerasan seksual dan mendapatkan hukuman pidana berupa penjara.
7. Subpopulasi *Q* merupakan individu yang telah berhenti dari perilaku kekerasan seksual (baik sebagai pelaku aktif kekerasan seksual (*V*) maupun yang baru terpengaruh perilaku kekerasan seksual (*E*)), namun telah berhasil keluar dari pengaruh perilaku tersebut karena kesadaran sendiri maupun intervensi hukum dan memungkinkan untuk kembali menjadi individu rentan.
8. Kekerasan seksual yang dimaksud adalah setiap perbuatan yang dapat merusak dan menghancurkan termasuk tindakan penekanan, pemerkosaan, pelecehan seksual, penyiksaan seksual, pemaksaan untuk melakukan hubungan seksual, serta meninggalkan korban setelah tindakan tersebut.
9. Program edukasi kekerasan seksual dapat dilakukan mulai dari anak-anak usia dini yang rentan terhadap kekerasan seksual.
10. Hukuman pidana bagi pelaku kekerasan seksual diatur dalam KUHP Pasal 285 dengan hukuman maksimal 12 tahun penjara, serta Pasal 289 dengan hukuman selama-lamanya 9 tahun penjara.

## BAB II

### LANDASAN PUSTAKA

#### A. Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang memuat turunan dari suatu fungsi yang tidak diketahui (Munir, 2004). Secara umum, persamaan diferensial dapat dituliskan sebagai:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$$

dimana  $x$  merupakan variabel bebas,  $y = y(x)$  merupakan fungsi yang tidak diketahui,  $y', y'', \dots, y^{(n)}$  merupakan turunan pertama hingga turunan ke- $n$  dari  $y$  terhadap  $x$ , serta  $F$  merupakan suatu fungsi yang mendeskripsikan hubungan antara komponen-komponen tersebut (Zill, 2008).

Selanjutnya, menurut Ross (1994) persamaan diferensial dapat didefinisikan sebagai berikut.

##### **Definisi 2.1.1** (Ross, 1984)

*Persamaan yang mencakup turunan dari variabel dependen terhadap variabel independen disebut persamaan diferensial (PD).*

Sebelum mengkategorikan persamaan diferensial, diberikan definisi terkait orde persamaan diferensial yang didefinisikan sebagai berikut.

##### **Definisi 2.1.2** (Ross, 1984)

*Derajat tertinggi turunan yang terdapat dalam suatu PD dikenal dengan orde dari PD.*

Berdasarkan definisi (2.1.1) PD dikategorikan berdasarkan banyaknya variabel independennya, yakni persamaan diferensial biasa (PDB) dan persamaan diferensial parsial (PDP).

**Definisi 2.1.3** (Ross, 1984)

*Persamaan yang mencakup turunan dari variabel dependen terhadap satu variabel independen dinamakan persamaan diferensial biasa (PDB).*

**Contoh 2.1.4**

Berikut adalah contoh dari PDB.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + xy \frac{dy}{dx}^2 = 0 \quad (2.1)$$

Persamaan (2.1) dikatakan PDB karena persamaan tersebut mencakup turunan variabel dependen yaitu  $y$  terhadap satu variabel independen yaitu  $x$ . Persamaan (2.1) merupakan PDB orde 2 karena turunan tertingginya adalah turunan kedua.

$$\frac{d^4x}{dt^4} + 5 \frac{d^2x}{dt^2} + 3x = \sin(t) \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) dikatakan PDB karena persamaan tersebut mencakup turunan dari variabel dependen yaitu  $x$  terhadap satu variabel independen yaitu  $t$ . Persamaan (2.2) merupakan PDB orde 4 karena turunan tertingginya adalah turunan keempat.

Kemudian berdasarkan sifat kelinierannya, PDB dibagi menjadi dua jenis, yakni PDB Linier dan PDB Nonlinier.

**Definisi 2.1.5** (Ross, 1984)

*PDB linier dengan orde ke- $n$  pada variabel dependen dan variabel independen merupakan persamaan yang dapat dinyatakan*

sebagai:

$$b_0(x) \frac{d^n(y)}{dx^n} + b_1(x) \frac{d^{n-1}(y)}{dx^{n-1}} + \cdots + b_{n-1}(x) \frac{dy}{dx} + b_n(x)y = c(x), \quad (2.3)$$

dimana  $b_0 \neq 0$ .

### Contoh 2.1.6

Berikut ini adalah contoh PDB linier orde 2.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 5 \frac{dy}{dx} + 6y = 0 \quad (2.4)$$

Persamaan (2.4) merupakan PDB linier orde 2 dan dikatakan linier karena tidak ada perkalian antara variabel dependen yaitu  $y$  dengan turunannya. Persamaan (2.4) dikatakan PDB linier orde 2 karena turunan tertingginya adalah turunan kedua.

Berikut ini adalah contoh dari PDB linier orde 4.

$$\frac{d^4y}{dx^4} + x^2 \frac{d^3y}{dx^3} + x^3 \frac{dy}{dx} = xe^x \quad (2.5)$$

Persamaan (2.5) merupakan PDB linier orde 4 dan dikatakan linier karena tidak ada perkalian antara variabel dependen yaitu  $y$  dengan turunannya. Persamaan (2.5) dikatakan PDB linier orde 4 karena turunan tertingginya adalah turunan keempat.

**Definisi 2.1.7** *PDB nonlinier merupakan suatu PDB yang tidak linier.*

Secara umum, persamaan diferensial nonlinier dapat dituliskan sebagai:

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$$

dimana:

- $x$  merupakan variabel bebas,
- $y = y(x)$  merupakan fungsi yang tidak diketahui,
- dapat mengandung pangkat lebih dari satu, seperti  $(y')^2$ ,
- terdapat perkalian antar turunan dari fungsi, seperti  $y.y'$ ,
- terdapat fungsi eksponensial, fungsi logaritma, dan fungsi trigonometri,
- $F$  merupakan suatu fungsi nonlinier terhadap  $y, y', y'', \dots, y^{(n)}$ .

Menurut Zill (2008), jika variabel dependen dan turunannya hanya muncul dalam pangkat satu, tidak saling dikalikan, dan tidak berada di dalam fungsi nonlinier seperti sinus, kosinus, eksponensial, dan sebagainya, maka persamaan diferensial disebut linier. Sebaliknya, jika salah satu dari syarat tersebut tidak terpenuhi, maka persamaan diferensial tersebut disebut nonlinier.

### Contoh 2.1.8

Berikut ini adalah contoh PDB nonlinier.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx}^3 + 2y = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 5 \frac{dy}{dx}^2 + 6y^2 = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3y \frac{dy}{dx} + 2y = 0 \quad (2.8)$$

Persamaan (2.6) disebut PDB nonlinier karena adanya suku yaitu  $3 \frac{dy}{dx}^3$  yang memuat pangkat selain satu yaitu pangkat tiga dari turunan pertama. Selanjutnya, untuk persamaan (2.7) disebut PDB nonlinier karena terdapat variabel dependen yang berderajat dua yaitu  $6y \cdot y$  sehingga mengakibatkan persamaan tersebut bersifat nonlinier. Terakhir, untuk persamaan (2.8) bersifat nonlinier karena mencakup perkalian antara variabel dependen yaitu  $3y$  dengan turunan pertamanya yaitu  $\frac{dy}{dx}$  sehingga persamaan (2.8) disebut PDB nonlinier.

## B. Sistem Persamaan Diferensial

### Definisi 2.2.1 (Conte dan Boor, 1993)

*Sekumpulan persamaan diferensial dengan orde  $n$  yang didefinisikan sebagai sistem dari  $n$  persamaan dengan orde satu dinamakan sistem persamaan diferensial.*

Pada umumnya, sekumpulan sistem persamaan diferensial berorde  $n$  dapat dituliskan dalam bentuk:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \tag{2.9}$$

dimana  $x_1, x_2, \dots, x_n$  merupakan variabel dependen serta  $t$  merupakan variabel independen. Dalam persamaan (2.9), fungsi-fungsi yang diketahui pada variabel dependen dan variabel independen yaitu  $f_1, f_2, \dots, f_n$ .

Berdasarkan sifat kelinierannya, sistem persamaan diferensial dikelompokkan menjadi dua kategori, yakni sistem persamaan diferensial linier dan sistem persamaan diferensial nonlinier.

## 1. Sistem Persamaan Diferensial Linier

Suatu sistem persamaan diferensial linier yang melibatkan variabel dependen yaitu  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dan variabel independen yaitu  $t$  dapat dituliskan sebagai:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \dots + b_{1n}x_n + f_1(t) \\ \frac{dx_2}{dt} &= b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + \dots + b_{2n}x_n + f_2(t) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= b_{n1}x_1 + b_{n2}x_2 + \dots + b_{nn}x_n + f_n(t) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Apabila  $f_i(t)$  bernilai nol, dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  maka persamaan (2.10) dinamakan sistem persamaan diferensial linier homogen. dan apabila fungsi  $f_i(t)$  bernilai selain nol, maka persamaan (2.10) dinamakan sistem persamaan diferensial linier nonhomogen (Ross, 1984).

Persamaan (2.10) dapat diekspresikan dalam bentuk:

$$\frac{dx}{dt} = A_x + f(t) \quad (2.11)$$

dengan  $A$  merupakan matriks berordo  $n \times n$  yang mewakili matriks dari variabel  $x \in \mathbb{R}^n$ , dimana  $b_{ij} \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ . Untuk fungsi  $f(t)$  adalah matriks berordo  $n \times 1$  dan fungsi dari  $t$ .

Di bawah ini adalah representasi matriks dari persamaan



(2.10), yaitu:

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

(Ross, 1984).

### Contoh 2.2.2

Berikut ini merupakan contoh sistem persamaan diferensial linier.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= 4x_1 - 2x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= 3x_1 - x_2 \end{aligned}$$

Sistem persamaan diferensial diatas dikatakan sistem persamaan diferensial linier karena dapat dituliskan dalam bentuk matriks seperti pada persamaan (2.12), yaitu:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

## 2. Sistem Persamaan Diferensial Nonlinier

Sekumpulan dari beberapa persamaan diferensial nonlinier yang saling berkaitan, biasanya pangkat dari variabelnya lebih dari satu disebut dengan sistem persamaan diferensial nonlinier (Boyce dan DiPrima, 1997). Apabila masing-masing fungsi pada persamaan (2.9) adalah fungsi nonlinier dari variabel dependen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dan variabel independen  $t$ , maka sistem tersebut disebut sistem persamaan diferensial nonlinier.

### Contoh 2.2.3

Berikut ini merupakan contoh sistem persamaan diferensial nonlinier.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dx_2} &= x_1 x_2 - x_2^2 \\ \frac{dx_2}{dx_1} &= x_1 - x_2 \end{aligned}$$

Sistem persamaan diferensial diatas disebut sistem persamaan diferensial nonlinier karena adanya perkalian antara variabel yaitu  $x_1$  dengan  $x_2$  dan  $x_2$  dengan  $x_2$ .

## C. Teori Kontrol Optimal

Strategi dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal dengan mengidentifikasi kondisi yang tepat agar tujuan optimal mampu tercapai dapat menggunakan teori kontrol optimal. Pada masalah kontrol optimal, biasanya diterapkan variabel kontrol  $u(t)$  serta *state*  $x(t)$ , dengan  $x(t)$  memenuhi kriteria persamaan diferensial serta bergantung pada  $u(t)$ . Persamaan tersebut dapat ditulis dalam  $\frac{dx}{dt} = g(t, x(t), u(t))$ .

Berikut ini adalah formulasi masalah kontrol optimal dengan fungsi tujuan.

$$J(u) = \int_0^{t_1} f(t, x(t), u(t)) dt \quad (2.13)$$

dengan,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= g(t, x(t), u(t)), \\ x(0) &= x_0, x(t_1) = \text{bebas} \end{aligned} \quad (2.14)$$

dimana  $t_1$  merupakan waktu akhir. Dengan  $J$  merupakan fungsi tujuan yang digunakan untuk meminimumkan atau

memaksimalkan suatu persamaan dan  $f(t, x(t), u(t))$  merupakan fungsi biaya (*cost function*), serta kendala optimal dari *state* yang dilambangkan dengan  $x^*(t)$  yang didapatkan dengan melakukan substitusi variabel kontrol yaitu  $u^*(t)$  ke dalam persamaan (2.13) (Lenhart dan Workman, 2007).

## 1. Syarat Perlu Kontrol Optimal

Dalam penyelesaian masalah kontrol optimal, langkah utama yang dapat diambil adalah menetapkan syarat yang diperlukan untuk memenuhi kondisi optimal dan *state*. Pontryagin memperkenalkan syarat perlu yang disebut dengan fungsi *adjoint* pada tahun 1950. Fungsi ini berfungsi untuk menggabungkan persamaan diferensial ke dalam fungsi tujuan. Dalam masalah kontrol yang terbatas, syarat perlu sangatlah dibutuhkan. Kontrol optimal serta *state* yang sesuai dengan kontrol tersebut harus memenuhi syarat perlu yang telah ditetapkan.

Misalkan diberikan suatu kontrol  $u(t)$  yang dinyatakan sebagai  $u^*(t)$  dan persamaan  $x^*(t)$  merupakan persamaan *state* optimal untuk permasalahan (2.13) dan (2.14). Kemudian, diberikan variabel lain yaitu  $u^\epsilon(t) = u^*(t) + \epsilon h(t)$  yang merupakan variabel kontrol dimana  $h(t)$  merupakan fungsi kontinu bagian demi bagian dan  $\epsilon \in \mathbb{R}$ , dengan  $\epsilon$  merupakan parameter variasi dengan nilai sangat kecil (mendekati nol) yang digunakan untuk memodifikasi kontrol optimal. Misalnya diberikan  $x^\epsilon(t)$  merupakan variabel dari *state* yang berhubungan dengan kontrol  $u^\epsilon(t)$ , sehingga didapatkan persamaan *state* dengan bentuk:

$$\frac{d}{dt}x^\epsilon(t) = g(t, x^\epsilon(t), u^\epsilon(t)),$$

dimana  $u^\varepsilon$  merupakan fungsi kontinu. Saat  $x^\varepsilon(t)$  dan  $x(t)$  berawal dari lintasan pada posisi sejajar, diambil  $x^\varepsilon(t_0) = x_0$  akibatnya  $u^\varepsilon(t) \rightarrow u^*(t)$  untuk setiap  $t$  dimana  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Kemudian, akan berlaku pada setiap  $t$  dengan

$$\frac{\partial u^\varepsilon(t)}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0} = h(t).$$

Hal tersebut juga berlaku pada  $x^\varepsilon$ , sehingga dapat dinyatakan sebagai  $x^\varepsilon(t) \rightarrow x^*(t)$  pada setiap  $t$  tetap. Maka turunan dari

$$\frac{\partial x^\varepsilon(t)}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0}$$

ada pada setiap  $t$ . Nilai sebenarnya dari turunan  $x^\varepsilon(t)$  pada  $\varepsilon$  harus ada untuk setiap  $t$ . Oleh karena itu, fungsi tujuan yang relevan terhadap  $u^\varepsilon$  adalah

$$J(u^\varepsilon(t)) = \int_{t_0}^{t_1} f(t, x^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t)) dt. \quad (2.15)$$

Selanjutnya, diperkenalkan fungsi *adjoint* yang dinotasikan dengan variabel  $\lambda$ . Fungsi *adjoint* berperan sebagai variabel pembantu (*Lagrange multiplier*) yang digunakan untuk menggabungkan batasan dari dinamika sistem ke dalam fungsi tujuan agar dapat menerapkan kondisi optimalisasi. Misalkan  $\lambda(t)$  adalah fungsi yang dapat diferensialkan di  $[t_0, t_1]$ . Berdasarkan teorema dasar kalkulus,

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{d}{dt} [\lambda(t) x^\varepsilon(t)] dt = \lambda(t_1) x^\varepsilon(t_1) - \lambda(t_0) x^\varepsilon(t_0), \quad (2.16)$$

dapat dinyatakan dengan,

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{d}{dt} [\lambda(t)x^\varepsilon(t)] dt + \lambda(t_0)x_0 - \lambda(t_1)x^\varepsilon(t_1) = 0 \quad (2.17)$$

Substitusi persamaan (2.17) ke persamaan (2.15) akan didapatkan fungsi tujuan  $J(u^\varepsilon)$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} J(u^\varepsilon) &= \int_{t_0}^{t_1} f(t, x^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t)) dt + \frac{d}{dt} (\lambda(t)x^\varepsilon(t)) dt + \lambda(t_0)x_0 \\ &\quad - \lambda(t_1)x^\varepsilon(t_1), \\ J(u^\varepsilon) &= \int_{t_0}^{t_1} f(t, x^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t)) + \lambda'(t)x^\varepsilon(t) + \lambda(t)g(t, x^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t)) \\ &\quad dt + \lambda(t_0)x_0 - \lambda(t_1)x^\varepsilon(t_1) \end{aligned}$$

dimana dengan menggunakan aturan hasil kali dan karena  $g(t, x^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t)) = \frac{d}{dt} x^\varepsilon$ . Karena nilai maksimum  $J$  untuk kontrol  $u$  berlaku ketika  $u = u^*$ , maka turunan dari  $J(u^\varepsilon)$  terhadap  $\varepsilon$  adalah nol. Secara sistematis dapat dinyatakan dengan

$$0 = \frac{d}{d\varepsilon} J(u^\varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{J(u^\varepsilon) - J(u^*)}{\varepsilon}.$$

Dalam versi *Lebesgue Dominated Convergence Theorem* (Teorema Konvergensi Dominasi Lebesgue) memungkinkan limit

dan turunannya dipindahkan ke dalam integral. Sehingga,

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{d}{d\varepsilon} J(u^\varepsilon) \\
 0 &= \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} f(t, x^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t)) + \lambda'(t) x^\varepsilon(t) + \lambda(t) g(t, x^\varepsilon(t), u^\varepsilon(t)) dt \\
 &\quad - \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \lambda(t_1) x^\varepsilon(t_1) \quad \varepsilon=0
 \end{aligned}$$

Dengan menerapkan aturan rantai pada fungsi  $f$  dan  $g$  pada persamaan diatas, didapatkan

$$\begin{aligned}
 0 &= \int_{t_0}^{t_1} f_x \frac{\partial x^\varepsilon}{\partial \varepsilon} + f_u \frac{\partial u^\varepsilon}{\partial \varepsilon} + \lambda'(t) \frac{\partial x^\varepsilon}{\partial \varepsilon} + \lambda(t) \left( g_x \frac{\partial x^\varepsilon}{\partial \varepsilon} + g_u \frac{\partial u^\varepsilon}{\partial \varepsilon} \right) dt \\
 &\quad - \lambda(t_1) \frac{\partial x^\varepsilon}{\partial \varepsilon}(t_1) \quad \varepsilon=0,
 \end{aligned}$$

dimana  $f_x, f_u, g_x$  dan  $g_u$  dengan syarat  $(t, x^*(t), u^*(t))$ . Selanjutnya, persamaan diatas dapat disusun kembali dalam bentuk

$$\begin{aligned}
 0 &= \int_{t_0}^{t_1} (f_x + \lambda(t)g_x + \lambda'(t)) \frac{\partial x^\varepsilon}{\partial \varepsilon}(t) + (f_u + \lambda(t)g_u) \frac{\partial u^\varepsilon}{\partial \varepsilon}(t) dt \\
 &\quad - \lambda(t_1) \frac{\partial x^\varepsilon}{\partial \varepsilon}(t_1) \quad \varepsilon=0,
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Dipilih fungsi *adjoint* untuk menyederhanakan persamaan diatas dengan menghilangkan koefisien  $\frac{\partial x^\varepsilon}{\partial \varepsilon}(t) \quad \varepsilon=0$ . Sehingga, dipilih fungsi *adjoint*  $\lambda(t)$  yang memenuhi, yaitu:

$$\lambda'(t) = -[f_x(t, x^*(t), u^*(t)) + \lambda(t)g_x(t, x^*(t), u^*(t))] \tag{2.19}$$

Persamaan (2.19) dikenal sebagai persamaan *adjoint*. Selanjutnya,

kondisi batas

$$\lambda(t_1) = 0$$

disebut dengan kondisi transversal. Sehingga persamaan (2.18) dapat direduksi menjadi

$$0 = \int_{t_0}^{t_1} (f_u(t, x^*(t), u^*(t)) + \lambda(t)g_u(t, x^*(t), u^*(t))) h(t) dt. \quad (2.20)$$

Hal ini juga berlaku untuk fungsi  $h(t)$ , maka

$$h(t) = f_u(t, x^*(t), u^*(t)) + \lambda(t)g_u(t, x^*(t), u^*(t)).$$

Dalam kasus

$$0 = \int_{t_0}^{t_1} (f_u(t, x^*(t), u^*(t)) + \lambda(t)g_u(t, x^*(t), u^*(t)))^2 dt,$$

diperoleh kondisi optimal yaitu:

$$f_u(t, x^*(t), u^*(t)) + \lambda(t)g_u(t, x^*(t), u^*(t)) = 0$$

untuk setiap  $t_0 \leq t \leq t_1$ .

## 2. Prinsip Minimum Pontryagin

Prinsip Minimum Pontryagin (PMP) adalah konsep penting yang digunakan untuk memecahkan permasalahan kontrol optimal, di mana prinsip ini membantu menentukan solusi optimal dengan efisiensi maksimal atau biaya terendah. Agar dapat menemukan solusi yang optimal dengan menetapkan kontrol  $u(t)$  sehingga dapat meminimumkan fungsi tujuan dalam konteks masalah fungsi Hamiltonian pada waktu  $t$  merupakan

salah satu fungsi dari Prinsip Minimum Pontryagin (Lenhart dan Workman, 2007).

PMP yang diterapkan pada permasalahan kontrol optimal berdasarkan fungsi Hamiltonian dapat dijelaskan pada beberapa ketentuan, diantaranya:

1.  $H(t, x^*(t), u^*(t), \lambda(t)) \leq H(t, x^*(t), u(t), \lambda(t)) \forall t \in [t_0, t_1]$ ,
2.  $x'(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda}$  (persamaan state),
3.  $\lambda'(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}$  (persamaan costate),
4.  $\lambda(t_1) = 0$  (kondisi transversal),

Untuk meminimumkan fungsi Hamiltonian, dapat diperoleh dengan cara melakukan diferensiasi atau menurunkan fungsi Hamiltonian terhadap variabel  $u$  sehingga  $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$ . Apabila diberikan batas  $k \leq u \leq l$  untuk variabel kontrol  $u^*$ , sehingga kondisi stasioner  $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$  dapat berkembang dalam bentuk persamaan karakteristik:

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} \cdot & u = k, & \frac{\partial H}{\partial u} < 0, \\ \cdot & k \leq u \leq l, & \frac{\partial H}{\partial u} = 0, \\ \cdot & u = l, & \frac{\partial H}{\partial u} > 0 \end{cases} \quad (2.21)
 \end{aligned}$$

### 3. Fungsi Hamiltonian

Salah satu kegunaan fungsi Hamiltonian yaitu untuk menyelesaikan permasalahan kontrol optimal pada suatu sistem dinamik. Fungsi Hamiltonian dalam masalah kontrol optimal didefinisikan dengan

$$H(t, x(t), u(t), \lambda(t)) = f(t, x(t), u(t)) + \lambda g(t, x(t), (u)). \quad (2.22)$$



Fungsi Hamiltonian dilambangkan dengan  $H$  yang terdiri dari empat variabel, yakni  $(t, u(t), x(t), \lambda(t))$  dengan  $t$  adalah waktu,  $u(t)$  adalah kontrol,  $x(t)$  adalah *state*, serta  $\lambda(t)$  adalah *costate*. (Lenhart dan Workman, 2007)

#### D. Teorema Eksistensi Kontrol Optimal

Sebelum membahas mengenai teorema eksistensi kontrol optimal, ditentukan terlebih dahulu nilai optimal dari  $u_1$  dan  $u_2$  dengan menemukan nilai  $u_1^*$  dan  $u_2^*$ , sehingga berlaku

$$J(u_1^*, u_2^*) = \min\{J(u_1, u_2) | u_1, u_2 \in U\}$$

dengan  $U = \{u_i | 0 \leq u_i(t) \leq 1\}$  untuk  $i = 1, 2$  dan  $t \in [0, t_1]$ .

**Teorema 2.4.1** *Terdapat kontrol optimal  $u_1^*, u_2^* \in U$  sedemikian rupa sehingga  $J(u_1^*, u_2^*) = \min_{u_1, u_2 \in U} J(u_1, u_2)$  memenuhi sistem persamaan (4.1). Kontrol Optimal tersebut dikatakan eksis apabila memenuhi beberapa kondisi di bawah ini.*

1. *Himpunan kontrol  $U$  bukan merupakan himpunan kosong.*
2. *Himpunan kontrol  $U$  merupakan himpunan konveks dan tertutup. Himpunan  $U$  dikatakan konveks jika  $\forall a, b \in U$  maka  $xa + (1 - x)b \in U$  dimana  $0 \leq x \leq 1$  (Boyd dan Vandenberghe, 2004). Selanjutnya, himpunan  $U$  dikatakan tertutup jika setiap titik limitnya berada di  $U$  (Bartle dan Sherbert, 2011).*
3. *Persamaan ruas kanan dari sistem dinamik dibatasi oleh fungsi linier dalam variabel state dan variabel kontrol.*

4. *Integran dari fungsi tujuan dalam persamaan (4.2) konveks pada himpunan U.*

*Fungsi g dikatakan konveks pada himpunan U jika  $\forall a, b \in U$  maka berlaku  $g(xa + (1 - x)b) \leq xg(a) + (1 - x)g(b)$  dimana  $0 \leq x \leq 1$  (Boyd dan Vandenberghe, 2004).*

5. *Integran dari fungsi tujuan terbatas.*

(Fleming dan Rishel, 1975)

### E. Contoh Masalah Kontrol Optimal

Berikut adalah contoh sederhana dari permasalahan kontrol optimal.

$$\min_u \frac{1}{2} \int_0^1 3x(t)^2 + u(t)^2 dt$$

$$\text{dengan } x'(t) = x(t) + u(t), x(0) = 1$$

Penyelesaian:

Langkah pertama yaitu menentukan fungsi Hamiltonian dari permasalahan diatas, sehingga diperoleh:

$$H = \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}u^2 + x\lambda + u\lambda.$$

Diperoleh kondisi optimal sebagai:

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = u + \lambda \text{ di } u^*$$

dimana  $u^* = -\lambda$ . Langkah kedua yaitu meminimalkan masalah kontrol u, sehingga:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} = 1 > 0.$$

Langkah ketiga yaitu dengan menggunakan Hamiltonian untuk mencari persamaan diferensial dari *adjoint*  $\lambda$ , maka

$$\lambda'(t) = -\frac{\partial H}{\partial x} = -3x - \lambda,$$

dengan  $\lambda(1) = 0$ . Langkah keempat yaitu substitusi karakteristik turunan dari variabel kontrol  $u$  pada persamaan  $x'$ , sehingga diperoleh:

$$\begin{pmatrix} x' \\ \lambda' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix}.$$

Langkah kelima yaitu mencari nilai eigen dan vektor eigen.

Diperoleh nilai eigen dari matriks di atas yaitu 2 dan -2, serta

vektor eigen  $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  dan  $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Sehingga diperoleh solusi

umum untuk  $x$  dan  $\lambda$  yaitu:

$$\begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix}(t) = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{2t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} e^{-2t}$$

$$x(t) = c_1 e^{2t} + c_2 e^{-2t}$$

$$\lambda(t) = -c_1 e^{2t} + 3c_2 e^{-2t}$$

Substitusi  $x(0) = 1$  dan  $\lambda(1) = 0$  diperoleh:

$$\begin{aligned} c_1 &= 3c_2 e^{-4} \\ c_2 &= \frac{1}{3e^{-4} + 1}. \end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan yang optimal, maka diperoleh

solusi optimal sebagai berikut:

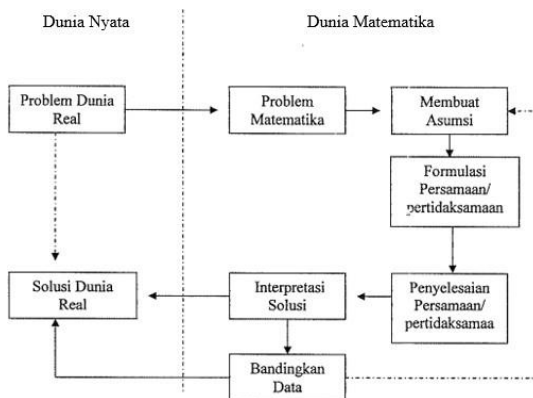
$$u^*(t) = \frac{3e^{-4}}{3e^{-4} + 1} e^{2t} - \frac{3}{3e^{-4} + 1} e^{-2t}$$

$$x^*(t) = \frac{3e^{-4}}{3e^{-4} + 1} e^{2t} + \frac{1}{3e^{-4} + 1} e^{-2t}$$

## F. Model Matematika

Model matematika merupakan hasil dari pemodelan matematika yang dinyatakan dalam bentuk matematis. Suatu langkah yang digunakan untuk menggambarkan dan menguraikan suatu masalah di dunia *real* atau dunia nyata menjadi bentuk ungkapan matematis disebut pemodelan matematika (Widowati dan Sutimin, 2007).

Tahapan pemodelan matematika dapat divisualisasikan menggunakan bagan alur seperti di bawah ini. (Widowati dan Sutimin, 2007)



Gambar 2.1. Diagram Alur Proses Pemodelan Matematika

Berikut adalah beberapa langkah pemodelan matematika, yaitu: (Widowati dan Sutimin, 2007)

1. Menyatakan permasalahan *real* ke dalam pernyataan matematis

Proses pemodelan matematika dimulai dengan mengubah permasalahan yang ada di dunia *real* ke bentuk pernyataan matematis. Proses ini meliputi pengenalan variabel yang relevan dalam masalah serta membangun interaksi diantara variabel-variabel tersebut.

2. Menyusun Asumsi

Langkah berikutnya yaitu menetapkan dugaan atau asumsi mengenai model matematika. Dugaan ini menggambarkan pemikiran yang mendasari supaya model berjalan dengan baik.

3. Formulasi persamaan/ pertidaksamaan

Dengan memahami keterkaitan antara variabel dan dugaan, langkah berikutnya adalah merumuskan persamaan atau pun suatu rangkaian atau sistem persamaan. Bagian ini sangatlah penting dan rumit, karena sering kali dibutuhkan pengujian ulang terhadap dugaan-dugaan agar pembentukan persamaan yang dihasilkan tepat dan realistis.

4. Menyelesaikan Persamaan

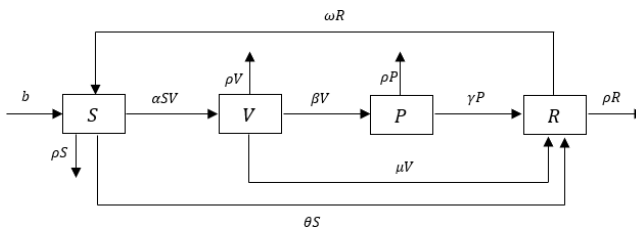
Langkah selanjutnya setelah melakukan formulasi model adalah menyelesaikan persamaan. Pada bagian ini dilakukan analisis terhadap sifat solusi, yaitu menganalisis kriteria solusi dalam sistem tersebut apakah solusi konsisten atau tidak konsisten.

## 5. Interpretasi Solusi

Langkah terakhir pada proses pemodelan matematika ialah interpretasi solusi atau interpretasi hasil. Langkah ini mengaitkan formulasi matematis agar dapat berkaitan dengan permasalahan di dunia *real*. Proses penafsiran ini dapat dilakukan dengan beberapa strategi, salah satu metodenya adalah menyajikan hasil dalam format grafik yang mencerminkan solusi yang telah dicapai.

## G. Model Matematika Kekerasan Seksual

Pada penelitian ini, menggunakan artikel jurnal acuan dari Bahri, dkk. (2024) tentang stabilitas dinamika kasus kekerasan seksual *SVPR* dengan 4 subpopulasi yaitu S merupakan subpopulasi individu rentan melakukan kekerasan seksual, V merupakan subpopulasi individu yang melakukan kekerasan seksual, P merupakan subpopulasi individu yang melakukan kekerasan seksual dan telah dijatuhi hukuman, serta R merupakan subpopulasi yang telah sembuh dari kekerasan seksual. Artikel ini digunakan sebagai acuan penulis dalam memformulasikan model. Di bawah ini adalah diagram model matematika kekerasan seksual *SVPR*.



Gambar 2.2. Diagram Model Matematika Kekerasan Seksual SVPR

Adapun variabel dan parameter yang ditetapkan untuk membentuk model matematika ini yaitu:

Tabel 2.1. Variabel dan Parameter

Variabel dan Parameter	Keterangan	Satuan
$S(t)$	Subpopulasi individu rentan terhadap kekerasan seksual	individu
$V(t)$	Subpopulasi individu yang melakukan kekerasan seksual (pelaku kekerasan seksual)	individu
$P(t)$	Subpopulasi individu yang melakukan kekerasan seksual dan telah dijatuhi hukuman	individu
$R(t)$	Subpopulasi individu yang sembuh dari kekerasan seksual	individu
$b$	laju kelahiran alami	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\alpha$	laju kontak yang menyebarkan kekerasan seksual	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\beta$	laju transisi dari subpopulasi V ke subpopulasi P	$\frac{1}{\text{tahun}}$

Variabel dan Parameter	Keterangan	Satuan
$\gamma$	laju transisi dari subpopulasi P ke subpopulasi R	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\mu$	laju transisi dari subpopulasi V ke subpopulasi R	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\omega$	laju transisi dari subpopulasi R ke subpopulasi S	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\theta$	laju transisi dari subpopulasi S ke subpopulasi R	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\rho$	laju kematian alami	$\frac{1}{\text{tahun}}$

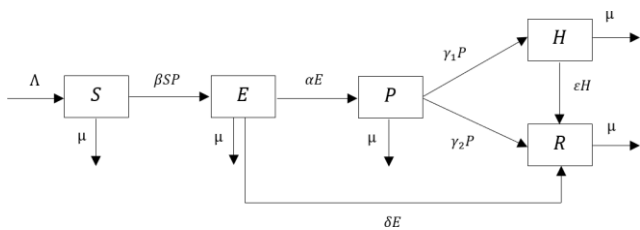
Sistem persamaan diferensial dari model matematika kekerasan seksual adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= b - \alpha SV - \rho S - \theta S + \omega R \\
 \frac{dV}{dt} &= \alpha SV - \rho V - \mu V - \beta V \\
 \frac{dP}{dt} &= \beta V - \rho P - \gamma P \\
 \frac{dR}{dt} &= \gamma P + \mu V + \theta S - \rho R - \omega R
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Selanjutnya artikel lain yang digunakan sebagai acuan adalah artikel dari Terefe (2022) tentang analisis model matematika dinamika kasus kekerasan. Model tersebut dibagi menjadi 5 subpopulasi yaitu S merupakan subpopulasi individu rentan, E merupakan subpopulasi *exposed*, P merupakan subpopulasi



individu yang melakukan kekerasan, H merupakan subpopulasi individu yang melakukan kekerasan kemudian melakukan negosiasi atau diskusi secara formal dengan pihak terkait, serta R merupakan subpopulasi yang telah berdamai serta menjadi individu yang ramah setelah melakukan kekerasan. Artikel ini digunakan sebagai acuan penulis dalam memformulasikan model. Di bawah ini adalah diagram model matematika kekerasan seksual *SEPHR*.



Gambar 2.3. Diagram Model Matematika Kekerasan SEPHR

Adapun variabel dan parameter yang ditetapkan dalam model matematika ini adalah:

Tabel 2.2. Variabel dan Parameter

Variabel dan Parameter	Keterangan	Satuan
$S(t)$	Subpopulasi individu rentan terhadap kekerasan	individu
$E(t)$	Subpopulasi individu terparar kekerasan	individu

Variabel dan Parameter	Keterangan	Satuan
$P(t)$	Subpopulasi individu yang melakukan kekerasan	individu
$H(t)$	Subpopulasi individu yang melakukan negosiasi atau diskusi formal dengan pihak terkait	individu
$R(t)$	Subpopulasi individu yang telah berdamai dan menjadi ramah setelah melakukan kekerasan	individu
$\kappa$	laju kelahiran alami	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\beta$	laju kontak antara subpopulasi S dengan subpopulasi P	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\mu$	laju kematian alami	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\alpha$	laju perpindahan dari subpopulasi E ke subpopulasi P	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\delta$	laju perpindahan dari subpopulasi E ke subpopulasi R	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\gamma_1$	laju perpindahan dari subpopulasi P ke subpopulasi H	$\frac{1}{\text{tahun}}$

Tabel 2.3. Variabel dan Parameter

Variabel dan Parameter	Keterangan	Satuan
$\gamma_2$	laju perpindahan dari subpopulasi P ke subpopulasi R	$\frac{1}{\text{tahun}}$
$\varepsilon$	laju perpindahan dari subpopulasi H ke subpopulasi R	$\frac{1}{\text{tahun}}$

Sistem persamaan diferensial dari model matematika dinamika kekerasan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 & \bullet \quad \frac{dS}{dt} = \Lambda - \beta SP - \mu S \\
 & \bullet \quad \frac{dE}{dt} = \beta SP - (\mu + \delta + \alpha)E \\
 & \bullet \quad \frac{dP}{dt} = \alpha E - (\mu + \gamma_1 + \gamma_2)P \\
 & \bullet \quad \frac{dH}{dt} = \gamma_1 P - (\mu + \epsilon)H \\
 & \bullet \quad \frac{dR}{dt} = \delta E + \gamma_2 P + \epsilon H - \mu R
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

## H. Metode Runge-Kutta

Metode numerik yang berfungsi dalam penyelesaian permasalahan nilai awal dari suatu persamaan diferensial dengan kondisi awal yang diselesaikan dengan menggunakan pemrograman komputer adalah metode Runge-Kutta. Metode ini dapat mencapai tingkat akurasi yang serupa dengan menggunakan pendekatan *Taylor series* atau ekspansi deret Taylor tanpa membutuhkan perhitungan turunan yang lebih tinggi dimana

deret Taylor memerlukan perhitungan turunan yang rumit dan memakan waktu, sedangkan metode Runge-Kutta tidak memerlukan turunan tingkat tinggi sehingga lebih sering digunakan dalam penyelesaian masalah numerik terutama masalah kontrol optimal. Berikut adalah formula dari metode Runge-Kutta:

$$y_{i+1} = y_i + \phi h \quad (2.25)$$

dimana  $y_{i+1}$  merupakan nilai solusi pada titik selanjutnya,  $y_i$  merupakan nilai solusi pada titik sebelumnya,  $h$  merupakan langkah atau step, dan  $\phi$  merupakan fungsi kenaikan. Dalam bentuk umum, fungsi kenaikan  $\phi$  dapat ditulis sebagai:

$$\phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n \quad (2.26)$$

dimana konstantanya adalah  $a_n$  dengan  $n = 1, 2, \dots$  serta  $k$  masing-masing dapat dihitung sebagai:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_i, y_i) \\ k_2 &= f(t_i + r_1 h, y_i + s_{11} k_1 h) \\ k_3 &= f(t_i + r_2 h, y_i + s_{21} k_1 h + s_{22} k_2 h) \\ &\vdots \\ k_n &= f(t_i + r_{n-1} h, y_i + s_{n-1,1} k_1 h + s_{n-1,2} k_2 h + \dots \\ &\quad + s_{n-1,n-1} k_{n-1} h) \end{aligned}$$

dimana  $r, s$  merupakan konstanta dan  $k$  merupakan hubungan berulang. Oleh karena itu, metode ini efisien untuk perhitungan menggunakan komputer.

(Chapra, 2012)

Metode numerik yang paling umum digunakan dalam penyelesaian PDB salah satunya adalah metode Runge-Kutta orde 4 (RK4). Metode tersebut dapat menghasilkan *output* yang paling tepat, dengan tingkat akurasi yang lebih tinggi dan kesalahan sebesar  $O(h^4)$ . Metode Runge-Kutta orde 4 dapat direpresentasikan sebagai:

$$x(t+h) \approx x(t) + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.27)$$

dimana,

$$k_1 = f(t, x(t))$$

$$k_2 = f\left(t + \frac{h}{2}, x(t) + \frac{h}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = f\left(t + \frac{h}{2}, x(t) + \frac{h}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = f(t+h, x(t) + hk_3)$$

(Lenhart dan Workman, 2007).

## I. Metode *Forward-Backward Sweep*

Metode *Forward-Backward Sweep* merupakan salah satu metode numerik yang berfungsi dalam penyelesaian masalah kontrol optimal dengan metode RK4 merupakan metode yang paling sering digunakan.

Perhatikan masalah kontrol optimal di bawah ini.

$$\max_u \int_{t_0}^{t_1} f(t, x(t), u(t)) dt$$

$$\text{dengan } x'(t) = g(t, x(t), u(t)), x(t_0) = a$$

Untuk menyelesaikan permasalahan diatas secara numerik, yaitu dengan menyusun algoritma yang dapat menghasilkan pendekatan

yang optimal berupa potongan kontinu kontrol  $u^*$ . Selanjutnya, membagi interval  $[t_0, t_1]$  menjadi beberapa bagian dengan titik-titik khusus yaitu  $t_0 = b_1, b_2, \dots, b_N, b_{N+1} = t_1$ , dengan susunan jarak yang sama. Pendekatan tersebut berupa vektor  $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_{N+1})$  dimana  $u_i \approx u(b_i)$ .

Selanjutnya, akan dimanfaatkan karakteristik tertentu dari sistem optimalisasi, yaitu: Pertama, diberikan kondisi awal untuk persamaan *state* ( $x$ ) dan kondisi akhir untuk *adjoint* ( $\lambda$ ). Kedua,  $g$  merupakan fungsi dari variabel  $t, x$  dan  $u$ . Nilai-nilai ( $\lambda$ ) tidak diperlukan untuk menyelesaikan persamaan diferensial  $x$  menggunakan penyelesaian PDB. Hal itu karena metode yang digunakan saat ini sangat intuitif, yang umumnya disebut sebagai metode *Forward-Backward Sweep*. Di sini  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_{N+1})$  dan  $\vec{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_{N+1})$  adalah pendekatan vektor untuk persamaan *state* dan *adjoint*.

Berikut adalah algoritma dalam metode *Forward-Backward Sweep*.

1. Tahap pertama yaitu membuat dugaan awal untuk setiap interval pada nilai  $\vec{u}$ .
2. Tahap kedua yaitu memanfaatkan nilai awal untuk  $\vec{u}$  dan kondisi awal  $x_1 = x(t_0) = a$  dengan tujuan agar persamaan *state*  $\vec{x}$  dapat diselesaikan menggunakan metode RK4 dengan langkah maju.
3. Tahap ketiga yaitu dengan memanfaatkan syarat kondisi transversal  $\lambda_{N+1} = \lambda(t_1) = 0$ , nilai  $\vec{x}$  dan nilai  $\vec{u}$ , sehingga  $\vec{\lambda}$  (persamaan *costate*) dapat diselesaikan menggunakan metode RK4 dengan langkah mundur.

4. Tahap keempat yaitu merevisi nilai  $\vec{u}$  dengan cara mensubstitusikan nilai  $\vec{x}$  dan  $\vec{\lambda}$  yang telah diperoleh pada tahap kedua dan ketiga ke dalam karakterisasi kontrol optimal. Yang dimaksud dengan karakterisasi kontrol optimal yaitu suatu cara atau rumus yang diperoleh untuk menentukan kontrol optimal  $u^*$  dalam masalah kontrol optimal. Biasanya merujuk pada variabel optimal yaitu persamaan *state* ( $x^*$ ) dan persamaan *adjoint* ( $\lambda$ ). Karakterisasi kontrol optimal penting karena dapat menghubungkan keadaan sistem, kendala, dan kondisi optimal dalam satu sistem yang terpadu, yang disebut sistem optimal.
5. Tahap terakhir adalah menguji konvergensi. Tahapan akan selesai apabila nilai kesalahan dari masing-masing variabel *state* dan *adjoint* pada pengulangan saat ini dan pengulangan sebelumnya sangat kecil. Kemudian dilanjutkan dengan menyetak nilai-nilai tersebut sebagai solusi. Namun, apabila nilai kesalahan tersebut masih besar, maka tahap kedua kembali diulang.

Metode Runge-Kutta orde 4 seringkali digunakan dalam penyelesaian masalah kontrol optimal karena kesalahan pemotongan keempat yang dimiliki mengakibatkan metode ini jauh lebih akurat dibandingkan metode numerik lainnya (Lenhart dan Workman, 2007).

## J. Kekerasan Seksual

Kekerasan dapat dikatakan membawa kekuatan karena diambil dari bahasa Latin yaitu “vis” yang bermakna kekuasaan

atau kekuatan, serta “lulus” yang bermakna membawa. Menurut KBBI, kekerasan ialah suatu perbuatan yang dapat menimbulkan cedera atau kematian pada seseorang, serta dapat mengakibatkan kerusakan fisik pada individu atau barang milik seseorang (Sari, dkk., 2022). Lebih lanjut kekerasan seksual didefinisikan sebagai setiap tindakan yang mencakup penyiksaan, tindakan yang bersifat sadis, ancaman atau pemaksaan untuk melakukan hubungan seksual, serta meninggalkan korban setelah tindakan seksual tersebut selesai (Suyetno dan Hariadi, 2002 sebagaimana dikutip dalam Sari, dkk., 2022).

Menurut Komisi Nasional Perempuan, mencantumkan prostitusi paksa, kawin paksa, perbudakan seksual, pelecehan seksual, penyalahgunaan seksual, pemerkosaan, penyiksaan seksual, dan kejahatan lainnya sebagai contoh kekerasan seksual. Terdapat beberapa faktor pendorong terjadinya kekerasan seksual. Beberapa faktor tersebut, yaitu: 1) faktor orang tua, seperti orang tuanya seorang pecandu minuman, suka kekerasan, dan narkoba, pengangguran, atau latar belakang ekonomi yang rendah; 2) faktor lingkungan; 3) faktor sosial; 4) faktor dari diri sendiri, seperti perilaku menyimpang (Manik, dkk., 2002 sebagaimana dikutip dalam Sari, dkk., 2022).

Kekerasan seksual dapat berdampak buruk terhadap masa depan korban. Dampak tersebut akan mengakibatkan seorang korban mengalami traumatis. Selain itu, dampak fisik yang meliputi gangguan terhadap organ intim dan cedera pada organ tubuh lainnya akibat kekerasan fisik dapat menjadi salah satu akibat dari kekerasan seksual. Secara mental, korban mungkin mengalami kemarahan, frustrasi, rasa bersalah, malu, merasa terhina, serta mengalami kehilangan nafsu makan dan gangguan



tidur (Sari, dkk., 2022).

## **1. Program Edukasi Kekerasan Seksual**

Memberikan anak program pendidikan atau pelatihan untuk menghindari kekerasan seksual sejak dini akan membantu mengatasi kejadian pelecehan seksual. Selain itu, pentingnya peran orang tua dalam pencegahan kasus kekerasan seksual diperlukan agar kekerasan seksual dapat dicegah sejak anak tumbuh remaja. Pelaku kekerasan seksual dapat berasal dari anak-anak yang sedang tumbuh remaja, sehingga tidak selalu berasal dari orang dewasa. Dengan demikian, peran orang tua serta guru di sekolah sangatlah penting dalam hal ini.

Menurut WHO (2017) terdapat berbagai strategi pencegahan kekerasan seksual, seperti: (Sari, dkk., 2022)

1. Salah satu cara untuk mengatasi kekerasan seksual secara individual adalah dengan membuat program bagi pelaku di mana pelaku bertanggung jawab atas tindakannya, seperti bekerja sama dengan penegak hukum. Selain itu, penting untuk menyebarkan pengetahuan tentang penyakit menular seksual, kesehatan reproduksi, dan pertahanan diri terhadap kekerasan bagi perempuan dalam upaya menghentikan kekerasan seksual.
2. Mendidik anak sejak dini merupakan bagian dari strategi perkembangan untuk mencegah kekerasan seksual. Hal ini mencakup pendidikan gender, mengenalkan anak pada konsep pelecehan dan penyerangan seksual, mengajari mereka cara menghindari kekerasan seksual, dan menetapkan batasan perilaku seksual.

3. Kampanye menentang kekerasan seksual, program pendidikan seksual di komunitas, dan inisiatif sosialisasi untuk menghentikan kekerasan seksual dapat digunakan untuk mendorong pencegahan sosial di komunitas.
4. Tenaga kesehatan profesional menangani kekerasan seksual dengan menawarkan layanan kesehatan kepada korban, mendidik masyarakat tentang dampak kekerasan seksual terhadap kesehatan, dan melindungi terhadap infeksi seperti HIV-AIDS yang dapat ditularkan melalui kekerasan seksual. Selain itu, penting untuk menawarkan tempat berlindung yang aman terhadap korban kekerasan seksual.

## **2. Hukum Pidana Pelaku Kekerasan Seksual**

Hukum Pidana adalah sekumpulan undang-undang yang menetapkan perbuatan apa saja yang tidak diperbolehkan dan merupakan tindakan pidana, serta akibat jika melanggar peraturan tersebut (Polri, 2022). Prof. Moeljatno S.H. mengungkapkan bahwa hukum pidana adalah salah satu komponen penting dari sistem hukum yang terdapat pada suatu negara dengan menetapkan prinsip serta ketentuan untuk mengidentifikasi tindakan yang dilarang, lengkap dengan sanksi pidana yang sesuai.

Kekerasan seksual merupakan kasus yang sangat memprihatinkan di Indonesia. Oleh karena itu, DPR bersama pemerintah telah menetapkan hukuman khusus untuk menangani kasus ini dengan disahkannya UU Nomor 12 Tahun 2022 tentang Pidana Kekerasan Seksual. Dalam Pasal 4 Undang-Undang tersebut, kategori kejahatan dalam kekerasan seksual antara lain, penyiksaan psikis, penyiksaan fisik secara seksual, pemaksaan

dalam perkawinan, pemaksaan kontrasepsi, pemaksaan sterilisasi, perbudakan seks, serta kekerasan melalui media digital (LPSK, 2023).

Selain itu, Pasal 285 dan 289 KUHP juga mendefinisikan kekerasan seksual. Menurut Pasal 285, akan ada hukuman maksimal 12 tahun penjara seksual bagi siapa saja yang menggunakan kekerasan atau mengancam untuk memaksa perempuan yang bukan istrinya untuk menjalin hubungan, misalnya dalam situasi penipuan. Di sisi lain, Pasal 289 mengatur hukuman penjara maksimal sembilan tahun dapat diberlakukan kepada siapa pun yang menggunakan kekerasan untuk mengancam seseorang atau memperbolehkan orang lain melakukan perilaku tidak senonoh yang merendahkan moral (Sari, dkk., 2022).

## **K. Kajian Penelitian Terdahulu**

Model dinamika kekerasan seksual telah banyak diteliti sebelumnya. Selain itu, beberapa model matematika selain model dinamika kekerasan seksual yang menggunakan kontrol optimal berupa program edukasi dan hukum pidana seperti pada model dinamika korupsi. Berikut rangkuman beberapa penelitian tentang model matematika yang dibahas dalam tabel 2.5.

Tabel 2.4. Kajian Penelitian Terdahulu

No.	Penelitian Terdahulu	Persamaan	Perbedaan
1	Artikel Bahri, S., dkk. (2024) dengan judul "Stability of the Dynamic Model of SVPR Sexual Violence Cases."	Pada penelitian ini memiliki kesamaan dalam memodelkan pemodelan matematika yaitu mengembangkan model SIR dengan menambahkan subpopulasi P (Punishment) bagi pelaku kekerasan seksual yang telah mendapatkan hukuman pidana.	Pada penelitian ini ditambahkan subpopulasi <i>Exposed</i> dan kontrol optimal berupa edukasi dan hukum pidana bagi pelaku kekerasan seksual.
2	Artikel Terefe (2022) dengan judul "Mathematical Model Analysis on the Dffusion of Violence."	Pada penelitian ini sama-sama membahas tentang model matematika kekerasan seksual dengan mengembangkan model SEIR.	Pada penelitian ini tidak terdapat subpopulasi individu yang bernegosiasi dengan kelompok masyarakat setempat.

No.	Penelitian Terdahulu	Persamaan	Perbedaan
3	Artikel Islam dan Biswas (2020) dengan judul <i>"Mathematical Assessment for the Dynamical Model of Sexual Violence of Women in Bangladesh."</i>	Pada penelitian ini juga membahas tentang kekerasan seksual yang sedang mewabah pada suatu negara.	Pada penelitian ini tidak hanya membahas tentang model matematika kekerasan seksual, namun juga menambahkan kontrol optimal berupa edukasi dan hukum pidana bagi pelaku kekerasan seksual.
4	Artikel Baba, dkk. (2021) dengan judul <i>"A Mathematical Model for Studying Rape and its Possible Mode of Control."</i>	Pada penelitian ini sama-sama membahas tentang kekerasan seksual yang terjadi di suatu wilayah tertentu.	Pada penelitian ini subpopulasi tidak dibedakan antara korban dan pelaku, melainkan hanya difokuskan pada pelaku saja.
5	Artikel Fantaye, dkk. (2022) dengan judul <i>"Mathematical Model and Analysis of Corruption Dynamics with Optimal Control."</i>	Pada penelitian ini memiliki kesamaan yaitu menggunakan kontrol optimal berupa edukasi dan hukum pidana.	Pada penelitian ini tidak membahas tentang dinamika korupsi melainkan membahas tentang kekerasan seksual yang terjadi di Indonesia.

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

Pada bab ini, akan dibahas beberapa langkah metode penelitian yang diterapkan guna mencapai tujuan penelitian. Berikut adalah langkah-langkah yang diambil, diantaranya:

#### **1. Studi Literatur**

Pada langkah pengetahuan konseptual tentang model dinamika kekerasan, pengendalian optimal, dan Prinsip Minimum Pontryagin (PMP) dilakukan melalui penelitian literatur dari berbagai sumber. Sebagian konten bersumber dari beberapa referensi pustaka, termasuk buku, publikasi jurnal, dan referensi online.

#### **2. Mengontruksi Model**

Pada langkah ini diterapkan kontruksi model dinamika kekerasan seksual dengan menambahkan kontrol berupa edukasi dan hukum pidana bagi pelaku kekerasan seksual.

#### **3. Menyelesaikan Masalah Kontrol Optimal**

Sebelum mencapai langkah ini, ditentukan formulasi masalah dari model matematika dinamika kekerasan seksual dengan adanya kontrol edukasi dan hukum pidana terlebih dahulu. Setelah melakukan formulasi masalah, dilanjutkan dengan menyelesaikan masalah kontrol optimal dengan metode yang digunakan adalah PMP. Pada PMP akan tercapai kondisi optimal apabila telah memenuhi syarat seperti kondisi stasioner, persamaan *state*, dan persamaan *costate*. Pada tahapan ini juga dicari persamaan sistem yang optimal sehingga dapat memperoleh solusi yang optimal.

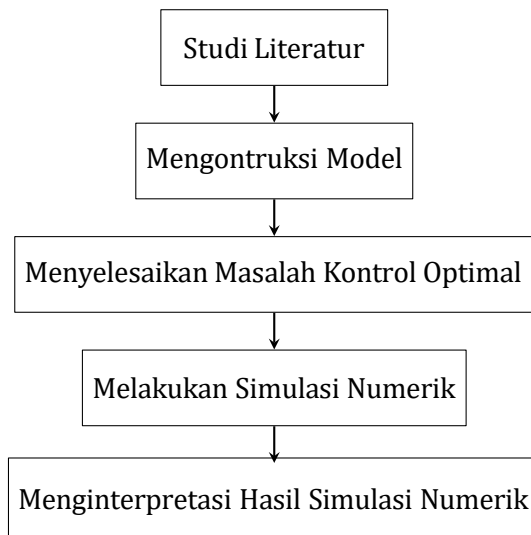
#### 4. Melakukan Simulasi Numerik

Pada langkah ini, akan dicari solusi yang optimal dari masalah kontrol optimal. Solusi yang optimal diperoleh dari sistem yang optimal yang telah diperoleh pada tahap sebelumnya. Oleh karena itu, disusun simulasi dengan menambahkan beberapa parameter yang berbeda dengan menggunakan *software* Matlab R2013a.

#### 5. Menginterpretasi Hasil Simulasi Numerik

Langkah terakhir yaitu melakukan identifikasi dan pembahasan pada hasil simulasi yang menghasilkan grafik dari setiap subpopulasi sebelum dan sesudah adanya kontrol edukasi dan hukum pidana serta grafik pengaruh kontrol edukasi dan hukum pidana, sehingga dapat dievaluasi apakah grafik tersebut mengalami perubahan atau tidak.

Berikut ini adalah diagram alir tahapan-tahapan dalam metode penelitian.



Gambar 3.1. Alur Metode Penelitian



## **BAB IV**

### **HASIL DAN PEMBAHASAN**

Pada bab ini, membahas mengenai kontruksi model matematika kekerasan seksual dengan kontrol berupa program edukasi ( $u_1$ ) dan hukum pidana ( $u_2$ ), tahapan dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal dengan menerapkan Prinsip Minimum Pontryagin (PMP), serta interpretasi hasil simulasi numerik menggunakan metode *Forward-Backward Sweep* dengan bantuan *software* Matlab R2013a.

#### **A. Model Matematika Kekerasan Seksual dengan Kontrol berupa Program Edukasi dan Hukum Pidana**

Pada bab sebelumnya telah dibahas mengenai model matematika kekerasan seksual tanpa adanya kontrol optimal, sedangkan pada skripsi ini akan dibahas lebih lanjut mengenai pengembangan serta modifikasi dari model matematika kekerasan seksual (SVPR) oleh Bahri, dkk. (2024) dan model matematika dinamika kekerasan model (SEPHR) oleh Terefe (2022) dengan menggunakan model (SEVJQ) dimana subpopulasi  $P$  diubah menjadi subpopulasi  $J$  dan subpopulasi  $R$  diubah menjadi subpopulasi  $Q$ , serta pemberian kontrol berupa program edukasi dan hukum pidana bagi pelaku kekerasan seksual yang bertujuan untuk meminimalisir penyebaran pelaku kekerasan seksual. Pada model matematika ini, populasi dibagi menjadi lima subpopulasi, yaitu individu rentan terhadap perilaku kekerasan seksual ( $S$ ), individu yang memiliki kontak dekat dengan pelaku kekerasan seksual dan mengamati berbagai aktivitas kekerasan seksual

serta memungkinkan telah melakukan kekerasan seksual namun belum menyebarkan perilaku kekerasan seksual ( $E$ ), individu yang terpengaruh perilaku kekerasan seksual, telah melakukan kekerasan seksual serta menyebarkan perilaku kekerasan seksual (pelaku aktif kekerasan seksual) ( $V$ ), individu yang mendapatkan hukuman penjara karena telah melakukan kekerasan seksual ( $J$ ), dan individu yang telah berhenti dari perilaku kekerasan seksual (baik sebagai pelaku aktif kekerasan seksual ( $V$ ) maupun yang baru terpengaruh perilaku kekerasan seksual ( $E$ )), namun telah berhasil keluar dari pengaruh perilaku tersebut karena kesadaran sendiri maupun intervensi hukum ( $Q$ ).

Berikut ini adalah asumsi-asumsi yang digunakan dalam membentuk model matematika kekerasan seksual yaitu:

1. Kekerasan seksual adalah setiap perbuatan yang dapat merusak dan menghancurkan termasuk tindakan penekanan, pemerkosaan, pelecehan seksual, penyiksaan seksual, pemaksaan untuk melakukan hubungan seksual.
2. Populasi bersifat tertutup, artinya tidak ada individu yang melakukan imigrasi atau emigrasi.
3. Laju pertumbuhan penduduk bersifat konstan, artinya jumlah penduduk dalam satu populasi dalam keadaan stabil.
4. Penularan perilaku kekerasan seksual terjadi karena interaksi antara pelaku kekerasan seksual dengan individu rentan yang berupa ajakan untuk melakukan kekerasan seksual secara bersama-sama.
5. Individu rentan dapat berpindah menjadi individu *exposed* karena memiliki kontak dekat dengan pelaku kekerasan

seksual.

6. Individu *exposed* dapat berpindah menjadi individu yang melakukan kekerasan seksual dan menyebarkan perilaku kekerasan seksual karena telah melakukan kekerasan seksual dan adanya keinginan untuk mengajak temannya melakukan kekerasan seksual secara bersama-sama (Harkins dan Dixon, 2010).
7. Individu *exposed* dapat berpindah menjadi individu yang telah keluar dari perilaku kekerasan seksual karena kesadaran sendiri.
8. Individu *violent* dapat berpindah menjadi individu yang mendapatkan hukuman pidana karena telah diadili oleh pihak yang berwenang.
9. Individu *violent* dapat berpindah menjadi individu yang berhenti dari perilaku kekerasan seksual sebelum mendapatkan hukuman pidana karena telah sadar akan kesalahannya.
10. Individu yang telah mendapatkan hukuman pidana dapat berpindah menjadi individu *quit* karena keberhasilan program rehabilitasi.
11. Individu *quit* dapat berpindah menjadi individu yang rentan karena adanya pengaruh lingkungan.

Total subpopulasi pada model matematika kekerasan seksual dengan penerapan kontrol edukasi dan hukum pidana adalah:

$$N(t) = S(t) + E(t) + V(t) + J(t) + Q(t)$$

Berikut ini akan disajikan tabel yang mendefinisikan variabel dan parameter yang digunakan dalam model matematika kekerasan seksual yang berbentuk sistem persamaan diferensial nonlinier yaitu:

Tabel 4.1. Variabel Model Matematika Kekerasan Seksual

Variabel	Keterangan	Satuan	Syarat
$S(t)$	Subpopulasi individu rentan atau berpotensi terpapar oleh perilaku kekerasan seksual ( <i>Susceptible</i> )	individu	$S \geq 0$
$E(t)$	Subpopulasi individu yang memiliki kontak dekat dengan pelaku kekerasan seksual dan mengamati berbagai aktivitas kekerasan seksual serta memungkinkan telah melakukan kekerasan seksual namun belum menyebarkan perilaku kekerasan seksual ( <i>Exposed</i> )	individu	$E \geq 0$
$V(t)$	Subpopulasi individu yang terpengaruh perilaku kekerasan seksual, telah melakukan kekerasan seksual serta menyebarkan perilaku kekerasan seksual (pelaku aktif kekerasan seksual) ( <i>Violent</i> )	individu	$V \geq 0$

Variabel	Keterangan	Satuan	Syarat
$J(t)$	Subpopulasi individu yang telah melakukan kekerasan seksual dan berhasil dimasukkan ke dalam penjara atau mendapat hukuman karena kasus kekerasan seksual ( <i>Jailed</i> )	individu	$J \geq 0$
$Q(t)$	Subpopulasi individu yang telah berhenti dari perilaku kekerasan seksual (baik sebagai pelaku aktif kekerasan seksual ( $V$ ) maupun yang baru terpengaruh perilaku kekerasan seksual ( $E$ )), namun telah berhasil keluar dari pengaruh perilaku tersebut karena kesadaran sendiri maupun intervensi hukum ( <i>Quit</i> )	individu	$Q \geq 0$

Tabel 4.2. Parameter Model Matematika Kekerasan Seksual

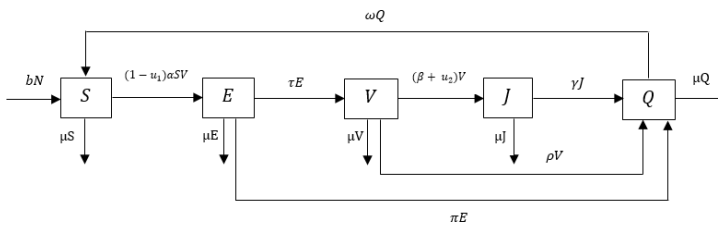
Parameter	Keterangan	Satuan	Syarat
$b$	laju kelahiran alami	$\frac{1}{\text{tahun}}$	$b \geq 0$
$\alpha$	laju kontak antara subpopulasi $S$ dengan subpopulasi $V$	$\frac{1}{\text{tahun}}$	$\alpha \geq 0$

Parameter	Keterangan	Satuan	Syarat
$\tau$	laju perpindahan individu dari subpopulasi E menuju subpopulasi V karena adanya pengaruh dari lingkungan maupun keinginan untuk menyebarkan perilaku kekerasan seksual	$\frac{1}{\text{tahun}}$	$\tau \geq 0$
$\beta$	laju perpindahan individu dari subpopulasi V menuju subpopulasi J karena adanya tingkat efektivitas hukuman pidana	$\frac{1}{\text{tahun}}$	$\beta \geq 0$
$\gamma$	laju individu pelaku kekerasan seksual yang telah keluar dari penjara dan menjadi individu yang telah berhenti dari perilaku kekerasan seksual	$\frac{1}{\text{tahun}}$	$\gamma \geq 0$
$\pi$	laju individu yang berhasil keluar dari perilaku kekerasan seksual karena adanya tingkat efektivitas program edukasi	$\frac{1}{\text{tahun}}$	$\pi \geq 0$
$\rho$	laju individu pelaku kekerasan seksual yang berhenti melakukan kekerasan seksual dan berhasil keluar dari perilaku kekerasan seksual	$\frac{1}{\text{tahun}}$	$\rho \geq 0$

Tabel 4.3. Parameter Model Matematika Kekerasan Seksual

Parameter	Keterangan	Satuan	Syarat
$\omega$	laju individu yang telah berhenti dari perilaku kekerasan seksual dapat kembali menjadi individu rentan	$\frac{1}{tahun}$	$\omega \geq 0$
$\mu$	laju kematian alami	$\frac{1}{tahun}$	$\mu \geq 0$

Berdasarkan asumsi, variabel, dan parameter diatas maka dibentuk diagram kompartemen dari model matematika kekerasan seksual sebagai berikut.



Gambar 4.1. Diagram Model Matematika Kekerasan Seksual dengan Kontrol Edukasi dan Hukum Pidana

Berdasarkan diagram model matematika di atas, akan didapatkan model matematika kekerasan seksual dengan penjelasan sebagai berikut.

Laju perubahan pada subpopulasi *Susceptible* per satuan waktu. Subpopulasi *Susceptible* akan bertambah dengan adanya laju individu rentan yang masuk dalam sistem dinamika perilaku kekerasan seksual sebesar  $b$  dan adanya perpindahan dari subpopulasi *Quit* yang berpotensi kembali menjadi individu rentan

sebesar  $\omega$ . Kemudian subpopulasi *Susceptible* akan berkurang karena adanya kematian alami sebesar  $\mu$  dan adanya kontak subpopulasi *Susceptible* dengan subpopulasi *Violent* sebesar  $\alpha$ . Untuk mengurangi laju kontak penularan dari keduanya, sehingga diberikan kontrol berupa edukasi  $(1 - u_1)$  dengan  $0 \leq u_1 \leq 1$  dimana ketika nilai kontrol  $u_1$  semakin besar, maka laju penularannya akan semakin kecil. Oleh karena itu, digunakan bentuk  $(1 - u_1)$  sebagai faktor pengurang. Sehingga menghasilkan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = bN - (1 - u_1)\alpha SV - \mu S + \omega Q$$

Laju perubahan pada subpopulasi *Exposed* per satuan waktu. Subpopulasi *Exposed* akan bertambah karena adanya kontak antara subpopulasi *Susceptible* dan subpopulasi *Violent* sebesar  $\alpha$ . Hal ini terjadi karena pada subpopulasi *Exposed* belum bisa menularkan perilaku kekerasan seksual, sehingga kontak yang terjadi yaitu antara subpopulasi *Susceptible* dengan subpopulasi *Violent* kemudian menghasilkan pertambahan pada subpopulasi *Exposed*. Selain itu, pertambahan ini juga terjadi ketika nilai kontrol  $u_1$  sangat kecil, sehingga mengakibatkan laju penularan yang semakin besar. Kemudian akan berkurang karena adanya kematian sebesar  $\mu$ , adanya kontak dengan subpopulasi *Violent* sebesar  $\tau$ , dan adanya perpindahan dari subpopulasi *Exposed* menjadi subpopulasi *Quit* karena faktor kesadaran diri sehingga memutuskan untuk berhenti dari perilaku kekerasan seksual sebesar  $\pi$  sehingga menghasilkan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dE}{dt} = (1 - u_1)\alpha SV - (\tau + \pi + \mu)E$$



Laju perubahan pada subpopulasi *Violent* per satuan waktu. Subpopulasi *Violent* akan bertambah karena adanya kontak dengan subpopulasi *Exposed* sebesar  $\tau$ . Kemudian akan berkurang karena adanya kematian sebesar  $\mu$ , adanya perpindahan dari subpopulasi *Violent* menjadi subpopulasi *Quit* karena faktor kesadaran diri sehingga memutuskan untuk berhenti dari perilaku kekerasan seksual sebesar  $\rho$ , dan adanya hukuman pidana bagi pelaku kekerasan seksual sehingga masuk ke dalam subpopulasi *Jailed* sebesar  $\beta$ . Untuk mengurangi laju penyebaran perilaku kekerasan seksual, maka diberikan kontrol berupa hukuman pidana bagi pelaku kekerasan seksual  $u_2$  dengan tujuan untuk meningkatkan laju perpindahan pelaku aktif (*Violent*) ke dalam subpopulasi *Jailed*. Bentuk  $u_2V$  mencerminkan bahwa semakin besar intervensi hukum, maka semakin besar pula peluang pelaku kekerasan seksual mendapatkan hukuman pidana. Sehingga menghasilkan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dV}{dt} = \tau E - (\beta + \rho + \mu + u_2)V$$

Laju perubahan pada subpopulasi *Jailed* per satuan waktu. Subpopulasi *Jailed* akan bertambah karena adanya efektivitas hukuman pidana pada pelaku kekerasan seksual sebesar  $\beta$  dan efektivitas kontrol hukum pidana  $u_2$  dalam mendorong pelaku kekerasan seksual untuk mendapatkan hukuman pidana. Kemudian akan berkurang karena adanya kematian sebesar  $\mu$  dan adanya perpindahan dari subpopulasi *Jailed* menjadi subpopulasi *Quit* karena setelah melakukan hukuman pidana pelaku memutuskan untuk berhenti dari perilaku kekerasan seksual sebesar  $\gamma$  sehingga menghasilkan persamaan sebagai

berikut:

$$\frac{dJ}{dt} = (\beta + u_2)V - (\gamma + \mu)J$$

Laju perubahan pada subpopulasi *Quit* per satuan waktu. Subpopulasi *Quit* akan bertambah karena adanya perpindahan dari subpopulasi *Jailed* menjadi subpopulasi *Quit* sebesar  $\gamma$ , adanya perpindahan dari subpopulasi *Exposed* menjadi subpopulasi *Quit* sebesar  $\pi$ , dan adanya perpindahan dari subpopulasi *Violent* menjadi subpopulasi *Quit* sebesar  $\rho$ . Kemudian akan berkurang karena adanya kematian sebesar  $\mu$  dan adanya perpindahan dari subpopulasi *Quit* yang berpotensi kembali menjadi individu rentan sebesar  $\omega$  sehingga menghasilkan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dQ}{dt} = \gamma J + \pi E + \rho V - (\omega + \mu)Q$$

Berdasarkan penjelasan diatas, berikut ini akan diberikan sistem persamaan diferensial non linier dari model matematika kekerasan seksual dengan kontrol berupa edukasi ( $u_1$ ) dan hukum pidana ( $u_2$ ), yaitu:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= bN - (1 - u_1)\alpha SV - \mu S + \omega Q \\ \dot{E} &= (1 - u_1)\alpha SV - (\tau + \pi + \mu)E \\ \dot{V} &= \tau E - (\beta + \rho + \mu + u_2)V \\ \dot{J} &= (\beta + u_2)V - (\gamma + \mu)J \\ \dot{Q} &= \gamma J + \rho V + \pi E - (\omega + \mu)Q \end{aligned} \quad (4.1)$$

dengan nilai awal  $S(0) = S_0, E(0) = E_0, V(0) = V_0, J(0) = J_0, Q(0) = Q_0$ .

## B. Penyelesaian Kontrol Optimal

Pada penelitian ini, kontrol optimal digunakan untuk meminimumkan subpopulasi E dan subpopulasi V, serta meminimumkan biaya kontrol edukasi ( $u_1$ ) dan hukum pidana ( $u_2$ ). Oleh karena itu, fungsi tujuan yang akan digunakan dalam penyelesaian permasalahan ini adalah sebagai berikut.

$$J(u_1, u_2) = \int_0^{t_1} E + V + \frac{1}{2} A u_1^2 + \frac{1}{2} B u_2^2 dt \quad (4.2)$$

dengan konstanta A dan B merupakan suatu bobot dari variabel kontrol  $u_1$  dan  $u_2$ . Bobot A mewakili biaya yang terkait dengan program edukasi kekerasan seksual yang diberikan kepada subpopulasi rentan (S). Bobot B mewakili biaya yang terkait dengan hukum pidana kekerasan seksual yang diberikan kepada subpopulasi *violent* (V). Selanjutnya untuk menentukan nilai yang optimal dari  $u_1$  dan  $u_2$  adalah menemukan nilai  $u_1^*$  dan  $u_2^*$  maka berlaku

$$J(u_1^*, u_2^*) = \min \{J(u_1, u_2) | u_1, u_2 \in U\}$$

dengan  $U = \{u_i | 0 \leq u_i(t) \leq 1\}$  untuk  $i = 1, 2$  dengan  $t \in [0, t_1]$ .

Dalam menyelesaikan permasalahan kontrol optimal, akan digunakan Prinsip Minimum Pontryagin dengan langkah-langkah sebagai berikut.

### 1. Fungsi Hamiltonian

Untuk memenuhi kontrol yang optimal, diperlukan penurunan beberapa kondisi yang berasal dari fungsi Hamilton dengan

menerapkan Prinsip Minimum Pontryagin (PMP). Fungsi Hamiltonian berdasarkan persamaan (4.1) dan (4.2) didefinisikan sebagai:

$$H = f + \sum_{i=1}^5 \lambda_i g_i$$

sehingga,

$$H = E + V + \frac{1}{2} A u_1^2 + \frac{1}{2} B u_2^2 + \sum_{i=1}^5 \lambda_i g_i \quad (4.3)$$

dengan  $g_i$  merupakan *state*, dimana

$$g_1 = bN - (1 - u_1)\alpha SV - \mu S + \omega Q$$

$$g_2 = (1 - u_1)\alpha SV - (\tau + \pi + \mu)E$$

$$g_3 = \tau E - (\beta + \rho + \mu + u_2)V$$

$$g_4 = (\beta + u_2)V - (\gamma + \mu)J$$

$$g_5 = \gamma J + \rho V + \pi E - (\omega + \mu)Q$$

dan variabel  $\lambda_i$  merupakan variabel *costate*. Sehingga apabila dijabarkan akan diperoleh,

$$\begin{aligned} H = & E + V + \frac{1}{2} A u_1^2 + \frac{1}{2} B u_2^2 \\ & + \lambda_1 (bN - (1 - u_1)\alpha SV - \mu S + \omega Q) \\ & + \lambda_2 ((1 - u_1)\alpha SV - (\tau + \pi + \mu)E) \\ & + \lambda_3 (\tau E - (\beta + \rho + \mu + u_2)V) \\ & + \lambda_4 ((\beta + u_2)V - (\gamma + \mu)J) \\ & + \lambda_5 (\gamma J + \rho V + \pi E - (\omega + \mu)Q) \end{aligned}$$

Selanjutnya, dari fungsi Hamiltonian akan diperoleh solusi optimal berdasarkan Prinsip Minimum Pontryagin (PMP) apabila memenuhi 3 syarat lainnya yaitu kondisi stasioner, persamaan *state*, dan persamaan *costate*.

## 2. Kondisi Stasioner

Kondisi dimana kontrol optimal  $u_1$  dan  $u_2$  dapat meminimumkan bentuk fungsi Hamiltonian untuk setiap waktu  $t$  disebut kondisi stasioner. Hal tersebut mengakibatkan bahwa kondisi yang harus terpenuhi yaitu turunan pertama dari fungsi Hamiltonian terhadap masing-masing kontrol  $u_1$  dan  $u_2$  harus sama dengan nol, sehingga

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial u_1} &= 0 \\ Au_1 + \alpha SV \lambda_1 - \alpha SV \lambda_2 &= 0 \\ Au_1 &= \alpha SV \lambda_2 - \alpha SV \lambda_1\end{aligned}$$

maka diperoleh,

$$u_1^* = \frac{\alpha SV (\lambda_2 - \lambda_1)}{A}$$

dan

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial u_2} &= 0 \\ Bu_2 - V \lambda_3 + V \lambda_4 &= 0 \\ Bu_2 &= V \lambda_3 - V \lambda_4\end{aligned}$$

maka diperoleh,

$$u_2^* = \frac{V(\lambda_3 - \lambda_4)}{B}.$$

Berdasarkan kondisi syarat batas pada kontrol  $u_1$  dan  $u_2$  yaitu  $0 \leq u_1 \leq 1$ ,  $0 \leq u_2 \leq 1$ , diperoleh solusi untuk  $u_1^*$  dan  $u_2^*$  adalah sebagai berikut:

$$u_1^* = \begin{cases} 0, & \text{jika } u_1 \leq 0 \\ u_1, & \text{jika } 0 < u_1 < 1 \\ 1, & \text{jika } u_1 \geq 1 \end{cases}$$

atau dapat ditulis dengan

$$u_1^* = \min \max \left( 0, \frac{\alpha S V (\lambda_2 - \lambda_1)}{A} \right), 1 \quad (4.4)$$

dan

$$u_2^* = \begin{cases} 0, & \text{jika } u_2 \leq 0 \\ u_2, & \text{jika } 0 < u_2 < 1 \\ 1, & \text{jika } u_2 \geq 1 \end{cases}$$

atau dapat ditulis dengan

$$u_2^* = \min \max \left( 0, \frac{V(\lambda_3 - \lambda_4)}{B} \right), 1 \quad (4.5)$$

### 3. Persamaan *State*

Persamaan *state* dalam penyelesaian permasalahan kontrol optimal disebut juga sebagai kendala yang didapatkan melalui turunan dari fungsi Hamiltonian pada persamaan (4.1) terhadap masing-masing  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ , dan  $\lambda_5$ , sehingga

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} &= \frac{dS}{dt} = bN - (1 - u_1)\alpha SV - \mu S + \omega Q \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} &= \frac{dE}{dt} = (1 - u_1)\alpha SV - (\tau + \pi + \mu)E \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} &= \frac{dV}{dt} = \tau E - (\beta + \rho + \mu + u_2)V \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} &= \frac{dJ}{dt} = (\beta + u_2)V - (\gamma + \mu)J \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_5} &= \frac{dQ}{dt} = \gamma J + \rho V + \pi E - (\omega + \mu)Q
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

dengan kondisi awal yaitu  $S(0) = S_0, E(0) = E_0, V(0) = V_0, J(0) = J_0, Q(0) = Q_0$ .

### 4. Persamaan *Costate*

Persamaan *costate* merupakan nilai negatif dari fungsi Hamiltonian yang kemudian diturunkan terhadap masing-masing variabel *state* ( $S, E, V, J, Q$ ), sehingga

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_1}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial S} = \lambda_1 ((1 - u_1)\alpha V + \mu) - \lambda_2 ((1 - u_1)\alpha V) \\
\frac{d\lambda_2}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial E} = \lambda (\tau + \pi + \mu) - \lambda \tau - \lambda \pi - 1 \\
\frac{d\lambda_3}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V} = \lambda_1 ((1 - u_1)\alpha S) - \lambda_2 ((1 - u_1)\alpha S) + \lambda_3 (\beta + \rho + \mu + u_2) \\
&\quad - \lambda_4 (\beta + u_2) - \lambda_5 \rho - 1 \\
\frac{d\lambda_4}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial J} = \lambda (\gamma + \mu) - \lambda \gamma \\
\frac{d\lambda_5}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial Q} = -\lambda \omega + \lambda (\omega + \mu)
\end{aligned}
\tag{4.7}$$

dengan kondisi transversal yaitu  $\lambda_1(t_1) = \lambda_2(t_1) = \lambda_3(t_1) = \lambda_4(t_1) = \lambda_5(t_1) = 0$ .

Selanjutnya, akan dicari solusi dari sistem yang optimal dengan cara mensubstitusikan nilai kontrol  $u_1^*$  dan  $u_2^*$  ke dalam sistem persamaan *state* dan persamaan *costate*, sehingga diperoleh sistem yang optimal yaitu:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial S} &= \frac{dS^*}{dt} = bN - (1 - u_1^*)\alpha S^*V^* - \mu S^* + \omega Q^* \\
\frac{\partial H}{\partial E} &= \frac{dE^*}{dt} = (1 - u_1^*)\alpha S^*V^* - (\tau + \pi + \mu)E^* \\
\frac{\partial H}{\partial V} &= \frac{dV^*}{dt} = \tau E^* - (\beta + \rho + \mu + u_2^*)V^* \\
\frac{\partial H}{\partial J} &= \frac{dJ^*}{dt} = (\beta + u_2^*)V^* - (\gamma + \mu)J^* \\
\frac{\partial H}{\partial Q} &= \frac{dQ^*}{dt} = \gamma J^* + \rho V^* + \pi E^* - (\omega + \mu)Q^* \\
\frac{d\lambda_1^*}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial S^*} = \lambda_1 ((1 - u_1^*)\alpha V^* + \mu) - \lambda_2 ((1 - u_1^*)\alpha V^*) \\
\frac{d\lambda_2^*}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial E^*} = \lambda (\tau + \pi + \mu) - \lambda \tau - \lambda \pi - 1
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_3^*}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V^*} = \lambda_1((1-u^*)\alpha S^*) - \lambda_2((1-u^*)\alpha S^*) \\
&\quad + \lambda_3(\beta + \rho + \mu + u_2^*) - \lambda_4(\beta + u_2^*) - \lambda_5\rho - 1 \\
\frac{d\lambda_4^*}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial J^*} = \lambda_4(\gamma + \mu) - \lambda_5\gamma \\
\frac{d\lambda_5^*}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial Q^*} = -\lambda_1\omega + \lambda_5(\omega + \mu) \\
u_1^* &= \min_n \max \left( 0, \frac{\alpha S V (\lambda_2 - \lambda_1)}{A} \right), 1 \\
u_2^* &= \min_n \max \left( 0, \frac{V(\lambda_3 - \lambda_4)}{B} \right), 1
\end{aligned} \tag{4.8}$$

dengan kondisi awal yaitu  $S^*(0) = S_0^*, E^*(0) = E_0^*, V^*(0) = V_0^*, J^*(0) = J_0^*, Q^*(0) = Q_0^*$ , serta kondisi transversal yaitu  $\lambda_1^*(t_1) = \lambda_2^*(t_1) = \lambda_3^*(t_1) = \lambda_4^*(t_1) = \lambda_5^*(t_1) = 0$ .

Selanjutnya akan dicari solusi dari sistem yang optimal dari persamaan (4.8) menggunakan metode *Forward-Backward Sweep* dengan salah satu metodenya yaitu metode Runge-Kutta orde 4.

## 5. Teorema Eksistensi Kontrol Optimal

**Teorema 4.2.1** Terdapat kontrol optimal  $u_1^*, u_2^* \in U$  sedemikian rupa sehingga  $J(u_1^*, u_2^*) = \min_{u_1, u_2 \in U} J(u_1, u_2)$  memenuhi sistem persamaan (4.1). Kontrol Optimal tersebut dikatakan eksis apabila memenuhi beberapa kondisi di bawah ini.

1. Himpunan kontrol  $U$  bukan merupakan himpunan kosong.
2. Himpunan kontrol  $U$  merupakan himpunan konveks dan tertutup.
3. Persamaan ruas kanan dari sistem dinamik dibatasi oleh fungsi linier dalam variabel state dan variabel kontrol.
4. Integral dari fungsi tujuan dalam persamaan (4.2) konveks pada himpunan  $U$ .

### 5. *Integran dari fungsi tujuan terbatas.*

**Bukti.** Untuk membuktikan teorema eksistensi kontrol optimal diatas, akan dibuktikan dengan mengadaptasi metode dari Fleming dan Rishel (1975) dengan membuktikan beberapa syarat berikut ini.

1. Himpunan kontrol  $U$  bukan merupakan himpunan kosong. Hal ini jelas bahwa  $U = \{u_i | 0 \leq u_i \leq 1\}$  dengan  $i = 1, 2$  untuk setiap  $t \in [0, t_1]$ .

2. Himpunan kontrol  $U$  merupakan himpunan konveks dan tertutup.

Karena akibat 1., dapat dijamin bahwa kontrol ada, sehingga dapat di analisis mengenai sifat bahwa kontrol tersebut konveks dan tertutup.

(a) Himpunan kontrol  $U$  merupakan himpunan konveks

Diambil sebarang  $a, b \in U$ , akan dibuktikan  $xa + (1 - x)b \in U$  untuk setiap  $x \in [0, 1]$ , Berdasarkan  $xa \leq x$  dan  $(1 - x)b \leq (1 - x)$  maka berlaku:

$$xa + (1 - x)b \leq x + (1 - x) = 1$$

Karena  $0 \leq xa + (1 - x)b \leq 1$  untuk setiap  $a, b \in U$  dan  $x \in [0, 1]$ , maka terbukti bahwa himpunan kontrol  $U$  merupakan himpunan konveks.

(b) Himpunan kontrol  $U$  merupakan himpunan tertutup

Diambil sebarang  $z \notin [a, b]$  sehingga  $z < a$  atau  $z > b$ . Jika  $z < a$  maka terdapat  $\varepsilon_z = |z - a|$  sehingga  $[a, b] \cap (z - \varepsilon_z, z + \varepsilon_z) = \emptyset$ . Jika  $z > b$  maka terdapat  $\varepsilon_z = |z - b|$  sehingga  $[a, b] \cap (z - \varepsilon_z, z + \varepsilon_z) = \emptyset$ .

Dengan demikian, dapat ditunjukkan bahwa  $a \leq u \leq b$  dengan  $0 \leq a \leq u \leq b \leq u_{max}$  untuk setiap  $u \in U$ . Sehingga terbukti bahwa himpunan kontrol  $U$  merupakan himpunan tertutup.

3. Persamaan ruas kanan dari sistem dinamik dibatasi oleh fungsi linier dalam variabel *state* dan variabel kontrol.

Berdasarkan sistem persamaan *state* pada persamaan (4.6), didapatkan persamaan ruas kanan dari sistem tersebut sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix} \frac{dS}{dS} & \frac{dS}{dE} & \frac{dS}{dV} & \frac{dS}{dJ} & \frac{dS}{dQ} \\ \frac{dE}{dS} & \frac{dE}{dE} & \frac{dE}{dV} & \frac{dE}{dJ} & \frac{dE}{dQ} \\ \frac{dV}{dS} & \frac{dV}{dE} & \frac{dV}{dV} & \frac{dV}{dJ} & \frac{dV}{dQ} \\ \frac{dJ}{dS} & \frac{dJ}{dE} & \frac{dJ}{dV} & \frac{dJ}{dJ} & \frac{dJ}{dQ} \\ \frac{dQ}{dS} & \frac{dQ}{dE} & \frac{dQ}{dV} & \frac{dQ}{dJ} & \frac{dQ}{dQ} \end{pmatrix} = \\
 & \begin{pmatrix} -(1-u_1)\alpha V - \mu & 0 & -(1-u_1)\alpha S & 0 & \omega \\ (1-u_1)\alpha V & -(\tau + \pi + \mu) & (1-u_1)\alpha S & 0 & 0 \\ 0 & \tau & -(\beta + \rho + \mu + u_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta + u_2 & -(\gamma + \mu) & 0 \\ 0 & \pi & \rho & \gamma & -(\omega + \mu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S \\ E \\ V \\ J \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} bN \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 & \begin{pmatrix} -\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(\tau + \pi + \mu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\beta + \rho + \mu + u_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(\gamma + \mu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(\omega + \mu) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S \\ E \\ V \\ J \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} bN \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -u_2V \\ u_2V \\ 0 \end{array} & + & \begin{array}{c} -(1-u_1)\alpha SV + \omega S \\ (1-u_1)\alpha SV \\ \tau E \\ \beta V \\ \pi E + \rho V + \gamma J \end{array} \\
 & = & \begin{array}{c} bN \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \\
 \begin{array}{c} -(1-u_1)\alpha SV - \mu S + \omega S \\ (1-u_1)\alpha SV - (\tau + \pi + \mu)E \\ \tau E - (\beta + \rho + \mu)V \\ \beta V - (\gamma + \mu)J \\ \gamma J + \pi E + \rho V - (\omega + \mu)Q \end{array} & & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

sehingga diperoleh,

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} -(1-u_1)\alpha SV + \omega S \\ (1-u_1)\alpha SV \\ \tau E \\ \beta V \\ \pi E + \rho V + \gamma J \end{array} & \begin{array}{c} \mu S \\ (\tau + \pi + \mu)E \\ -(\beta + \rho + \mu)V \\ (\gamma + \mu)J \\ (\omega + \mu)Q \end{array} & \begin{array}{c} bN \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \\
 & \leq & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

Karena nilai pada setiap parameter dan variabel selalu positif untuk setiap  $t$ , maka dapat dijamin bahwa ruas kiri sistem persamaan di atas selalu lebih kecil atau sama dengan ruas kanan. Berdasarkan definisi bahwa  $a = \frac{|a|}{b}$  merupakan nilai mutlak dari setiap elemen dalam matriks,

maka

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \dot{S} \\ \dot{E} \\ \dot{V} \\ \dot{J} \\ \dot{Q} \end{array} & \begin{array}{c} -(1 - u_1)\alpha SV + \omega S \\ (1 - u_1)\alpha SV \\ \tau E \\ \beta V \\ \pi E + \rho V + \gamma J \end{array} & \begin{array}{c} \dot{S} \\ \dot{E} \\ \dot{V} \\ \dot{J} \\ \dot{Q} \end{array} \\
 & & \begin{array}{c} bN \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \\
 & & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -u_2 V \\ u_2 V \\ 0 \end{array} \leq
 \end{array}$$

Sehingga didapatkan,

$$\begin{aligned}
 \dot{S} &\leq |-(1 - u_1)\alpha SV + \omega S + bN|, \\
 \dot{E} &\leq |(1 - u_1)\alpha SV|, \\
 \dot{V} &\leq |\tau E - u_2 V|, \\
 \dot{J} &\leq |\beta V + u_2 V|, \\
 \dot{Q} &\leq |\pi E + \rho V + \gamma J|,
 \end{aligned}$$

dengan batas  $u_1, u_2$  yaitu  $0 \leq u_i \leq 1, i = 1, 2$ .

Maka, terbukti bahwa persamaan ruas kanan dari sistem persamaan (4.6) dibatasi oleh fungsi linier dalam variabel *state* dan variabel kontrol.

4. Integran dari fungsi tujuan dalam persamaan (4.2) konveks pada himpunan  $U$ .

Ambil sebarang  $a, b \in [0, 1]$  untuk setiap  $x \in [0, 1]$  dengan

$$J(u_i^*) = E(t) + V(t) + \frac{A}{2} u_1^2(t) + \frac{B}{2} u_2^2(t).$$

Akan dibuktikan bahwa

$$J(xa + (1 - x)b) \leq (1 - x)J(b) + xJ(a),$$

untuk

$$J(xa + (1 - x)b) = E(t) + V(t) + \frac{A}{2} + \frac{B}{2} (xa + (1 - x)b)^2,$$

dan

$$(1 - \theta)J(b) + xJ(a) = E(t) + V(t) + \frac{A}{2} + \frac{B}{2} + xa^2 + (1 - x)b^2.$$

Sehingga dapat dibuktikan

$$E(t) + V(t) + \frac{A}{2} + \frac{B}{2} xa^2 + (1 - x)b^2 \geq$$

$$E(t) + V(t) + \frac{A}{2} + \frac{B}{2} (xa + (1 - x)b)^2$$

$$\frac{A}{2} xa^2 + (1 - x)b^2 - \frac{A}{2} (xa + (1 - x)b)^2 + \frac{B}{2} xa^2 + (1 - x)b^2$$

$$- \frac{B}{2} (xa + (1 - x)b)^2 \geq 0$$

$$\frac{A}{2} xa^2 - \frac{A}{2} (1 - x)b^2 - \frac{A}{2} (xa)^2 + 2xa(1 - x)b + (1 - x)^2 b^2$$

$$+ \frac{B}{2} xa^2 - \frac{B}{2} (1 - x)b^2 - \frac{B}{2} (xa)^2 + 2xa(1 - x)b + (1 - x)^2 b^2 \geq 0$$

$$\begin{aligned}
& \frac{A}{2}b^2(1-x) - (1-x)^2 + \frac{A}{2}a^2(x-x^2) - \frac{A}{2}(2xa(1-x)b) \\
& + \frac{B}{2}b^2(1-x) - (1-x)^2 + \frac{B}{2}a^2(x-x^2) - \frac{B}{2}(2xa(1-x)b) \geq 0 \\
& \frac{A}{2} + \frac{B}{2} \quad b^2(1-x) - (1-x)^2 + \frac{A}{2} + \frac{B}{2} \quad a^2(x-x^2) \\
& - \frac{A}{2} + \frac{B}{2} \quad (2xa((1-x)b)) \geq 0 \\
& \frac{A}{2} + \frac{B}{2} \quad b^2x((1-x)) + \frac{A}{2} + \frac{B}{2} \quad a^2x(1-x) \\
& - \frac{A}{2} + \frac{B}{2} \quad (2xab(1-x)) \geq 0 \\
& \frac{A}{2} + \frac{B}{2} \quad b^2x(1-x) - 2xab(1-x) + a^2x(1-x) \geq 0,
\end{aligned}$$

dan dapat dituliskan dalam bentuk

$$\frac{A}{2} + \frac{B}{2} \quad b \sqrt{x(1-x)} - a \sqrt{x(1-x)}^2 \geq 0$$

Jadi terbukti integran pada fungsi tujuan konveks pada U.

##### 5. Integran dari fungsi tujuan terbatas.

Terdapat konstanta  $k_1, k_2 > 0$  sehingga  $-k_2 + k_1u^{*2}$  dengan  $u^* = \{u_1, u_2\}$  yang membatasi batas bawah integran L dari fungsi tujuan. Misalkan terdapat  $k_1 > \frac{\alpha}{2}$  dan  $E(t), V(t)$  terbatas pada interval  $[0, t_1]$ . Sehingga,

$$L(E, V, u) = E(t) + V(t) + \frac{\alpha}{2}u^{*2} \geq \frac{\alpha}{2}u^{*2} \geq \frac{-k}{2} + \frac{\alpha}{2}u^{*2}$$

terbukti bahwa fungsi tujuan terbatas dengan  $-k_2 + \frac{\alpha}{2}u^{*2}$  merupakan batas bawah.

Berdasarkan hasil pembuktian kelima syarat diatas, terbukti bahwa kontrol optimal pada model kekerasan seksual dapat dijamin eksistensinya. Hal itu karena terdapat kontrol optimal

yang dapat meminimumkan fungsi tujuan yang diinginkan. ■

Dengan memanfaatkan Prinsip Maksimum Pontryagin dan teorema 4.2.1, dapat dirumuskan dan dibuktikan sebuah teorema baru berdasarkan dua konsep tersebut.

**Teorema 4.2.2** Untuk himpunan kontrol optimal  $u_1, u_2$  yang meminimumkan  $J$  atas  $U$ , terdapat variabel adjoint  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$  sedemikian sehingga,

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_1}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial S} = \lambda_1((1-u_1)\alpha V + \mu) - \lambda_2((1-u_1)\alpha V) \\ \frac{d\lambda_2}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial E} = \lambda_2(\tau + \pi + \mu) - \lambda_3\tau - \lambda_5\pi - 1 \\ \frac{d\lambda_3}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V} = \lambda_1((1-u_1)\alpha S) - \lambda_2((1-u_1)\alpha S) + \lambda_3(\beta + \rho + \mu + u_2) \\ &\quad - \lambda_4(\beta + u_2) - \lambda_5\rho - 1 \\ \frac{d\lambda_4}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial J} = \lambda_4(\gamma + \mu) - \lambda_5\gamma \\ \frac{d\lambda_5}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial Q} = -\lambda_1\omega + \lambda_5(\omega + \mu) \end{aligned}$$

dengan kondisi transversal yaitu  $\lambda_1(t_1) = \lambda_2(t_1) = \lambda_3(t_1) = \lambda_4(t_1) = \lambda_5(t_1) = 0$ . Selanjutnya, diperoleh himpunan kontrol  $(u_1^*, u_2^*)$  yang ditunjukkan oleh

$$\begin{aligned} u_1^* &= \max \quad 0, \min \quad 1, \frac{\alpha SV (\lambda_2 - \lambda_1)}{A} \\ u_2^* &= \max \quad 0, \min \quad 1, \frac{V (\lambda_3 - \lambda_4)}{B} \end{aligned}$$

**Bukti.** Diketahui bahwa persamaan *adjoint* dan kondisi transversal merupakan hasil dari Prinsip Maksimum Pontryagin (Pontryagin, 1987). Akan dibedakan Hamiltonian yang sehubungan dengan *state*  $S, E, V, J, Q$  masing-masing, sehingga



menghasilkan sistem persamaan *adjoint* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\lambda_1}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial S} = \lambda_1((1-u_1)\alpha V + \mu) - \lambda_2((1-u_1)\alpha V) \\
 \frac{d\lambda_2}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial E} = \lambda_2(\tau + \pi + \mu) - \lambda_3\tau - \lambda_5\pi - 1 \\
 \frac{d\lambda_3}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V} = \lambda_1((1-u_1)\alpha S) - \lambda_2((1-u_1)\alpha S) + \lambda_3(\beta + \rho + \mu + u_2) \\
 &\quad - \lambda_4(\beta + u_2) - \lambda_5\rho - 1 \\
 \frac{d\lambda_4}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial J} = \lambda_4(\gamma + \mu) - \lambda_5\gamma \\
 \frac{d\lambda_5}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial Q} = -\lambda_1\omega + \lambda_5(\omega + \mu)
 \end{aligned}$$

dengan kondisi transversal yaitu  $\lambda_1(t_1) = \lambda_2(t_1) = \lambda_3(t_1) = \lambda_4(t_1) = \lambda_5(t_1) = 0$ . Sehingga, dengan mengikuti Prinsip Maksimum Pontryagin, karakteristik kontrol optimal  $u_1^*$ ,  $u_2^*$  diperoleh berdasarkan kondisi berikut ini:

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = \frac{\partial H}{\partial u_2} = 0$$

Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial u_1} &= Au_1 + \alpha SV \lambda_1 - \alpha SV \lambda_2 \\
 \frac{\partial H}{\partial u_2} &= Bu_2 - V \lambda_3 + V \lambda_4
 \end{aligned}$$

dengan  $\frac{\partial H}{\partial u_i}$  dimana  $i = 1, 2$ , maka

$$\begin{aligned}
 u_1^* &= \frac{\alpha SV (\lambda_2 - \lambda_1)}{A} \\
 u_1^* &= \frac{\alpha SV (\lambda_2 - \lambda_1)}{A}
 \end{aligned}$$

Dengan melibatkan batasan pada kontrol, maka dapat disimpulkan,

$$u_1^* = \begin{cases} 0, & \text{jika } u_1 \leq 0 \\ u_1, & \text{jika } 0 < u_1 < 1 \\ 1, & \text{jika } u_1 \geq 1 \end{cases}$$

dan

$$u_2^* = \begin{cases} 0, & \text{jika } u_1 \leq 0 \\ u_2, & \text{jika } 0 < u_2 < 1 \\ 1, & \text{jika } u_2 \geq 1 \end{cases}$$

atau dapat ditulis dengan

$$u_1^* = \max \left( 0, \min \left( 1, \frac{\alpha SV (\lambda_2 - \lambda_1)}{A} \right) \right)$$

$$u_2^* = \max \left( 0, \min \left( 1, \frac{V (\lambda_3 - \lambda_4)}{B} \right) \right)$$

■

### C. Simulasi Numerik

Setelah melakukan analisis kontrol optimal, selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik untuk mengetahui model penyebaran perilaku kekerasan seksual. Pada model ini diberikan kontrol berupa edukasi ( $u_1$ ) pada subpopulasi *Susceptible* dan hukum pidana ( $u_2$ ) pada subpopulasi *Violent*. Dibawah ini akan disajikan nilai awal pada masing-masing subpopulasi dan parameter yang akan digunakan pada simulasi numerik pada tabel 4.3 dan tabel 4.4.

Tabel 4.4. Nilai Awal Subpopulasi Model Matematika SEVJQ

Subpopulasi	Nilai Awal	Sumber
S(0)	800	(Islam S Biswas, 2020)
E(0)	500	(asumsi)
V (0)	350	(Islam S Biswas, 2020)
J(0)	50	(asumsi)
Q(0)	100	(asumsi)

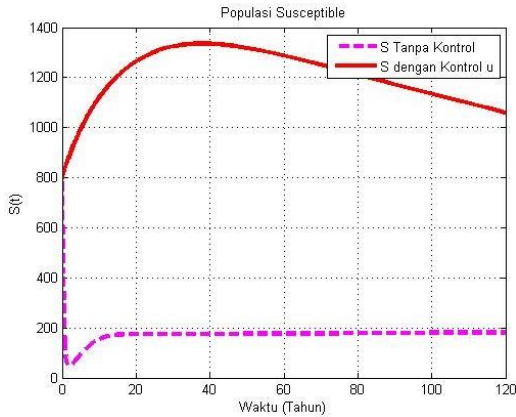
Tabel 4.5. Nilai Parameter Model Matematika SEVJQ

Parameter	Nilai Parameter	Sumber
b	0.0042	(Terefe, 2022)
$\alpha$	0.01	(asumsi)
$\beta$	0.442	(asumsi)
$\gamma$	0.053	(Bahri, dkk., 2024)
$\mu$	0.01	(Terefe, 2022)
$\omega$	0.465	(Bahri, dkk., 2024)
$\rho$	0.13	(Terefe, 2022)
$\tau$	0.017	(asumsi)
$\pi$	0.03	(Terefe, 2022)

Pengendalian untuk pelaku kekerasan seksual dilakukan dengan pemberian kontrol optimal. Berikut ini disajikan simulasi untuk model matematika kekerasan seksual dengan kontrol berupa edukasi dan hukum pidana dengan bantuan *software* Matlab R2013a dengan metode *Forward-Backward Sweep* dengan salah satu metodenya yaitu metode Runge-Kutta orde 4.

## 1. Simulasi Pertama

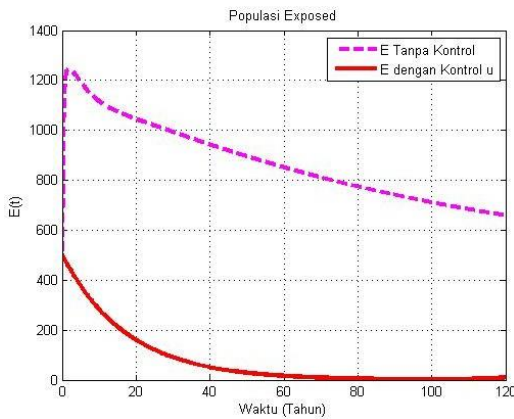
Pada simulasi pertama, digunakan bobot edukasi sebesar  $A = 30$  dan bobot hukum pidana sebesar  $B = 20$ , serta waktu sebesar  $t = 120$  tahun sehingga diperoleh hasil simulasi numerik yang disajikan dalam grafik sebagai berikut:



Gambar 4.2. Subpopulasi Susceptible Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.2 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Susceptible* sebelum adanya kontrol mengalami penurunan dari titik awal yaitu  $S(0) = 800$  pada  $t = 0$  kemudian mengalami sedikit kenaikan pada  $t = 3$  tahun sebelum akhirnya bergerak lurus mendekati suatu titik tertentu dari  $t = 15$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa individu sebesar 190 individu. Setelah adanya kontrol edukasi jumlah subpopulasi *Susceptible* mengalami kenaikan dari titik awal  $S(0) = 800$  menjadi  $S(30) = 1350$ , kemudian mengalami penurunan secara perlahan setelah  $t = 40$  tahun.

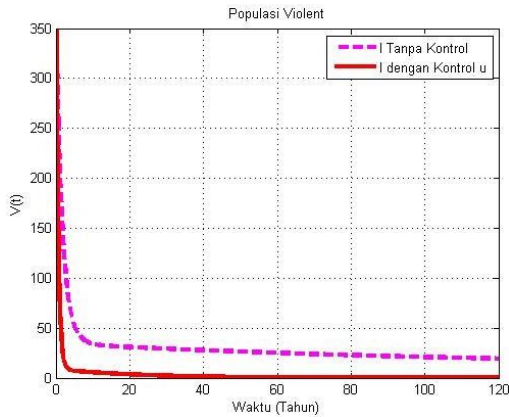
Subpopulasi *Susceptible* mengalami penurunan sebelum adanya kontrol dapat disebabkan karena banyaknya individu rentan yang terus terpengaruh dan berpindah ke subpopulasi *Exposed* (E) ke subpopulasi *Violent* (V). Kemudian setelah adanya kontrol edukasi, tingkat pengaruh perilaku tersebut berkurang sehingga lebih sedikit individu yang berada pada subpopulasi *Susceptible* yang terpengaruh.



Gambar 4.3. Subpopulasi Exposed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.3 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Exposed* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $E(0) = 500$  pada waktu  $t = 0$  kemudian mengalami penurunan secara berangsur mulai dari  $t = 2$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa 660 individu. Setelah adanya kontrol edukasi, jumlah subpopulasi mengalami penurunan dari  $E(0) = 500$  hingga  $t = 70$  tahun dan stabil hingga waktu  $t = 120$  tahun. Hal ini

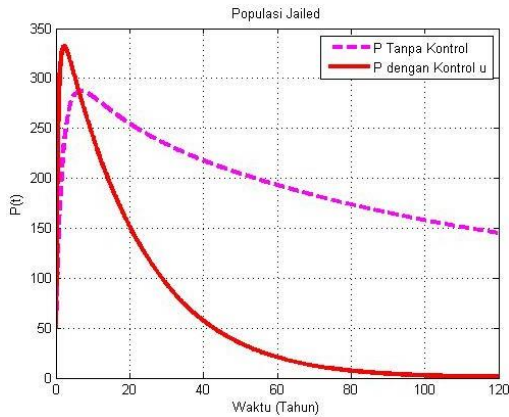
menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dapat bekerja optimal dalam menurunkan jumlah subpopulasi *Exposed* yang diperkuat dengan adanya penelitian terkait edukasi dan upaya pencegahan kekerasan seksual pada remaja oleh Sari, dkk. (2023). Dalam penelitiannya, Sari, dkk. (2023) menyimpulkan bahwa upaya pencegahan kekerasan seksual berupa edukasi kepada remaja dapat membuat peningkatan pengetahuan terkait pencegahan serta mengetahui bagaimana cara menangani kasus kekerasan seksual di lingkungan sekitarnya.



Gambar 4.4. Subpopulasi Violent Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.4 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Violent* sebelum adanya kontrol mengalami penurunan dari titik awal  $V(0) = 350$  pada waktu  $t = 0$  hingga pada  $t = 7$  tahun mengalami penurunan secara perlahan menuju suatu titik tertentu pada waktu  $t = 120$  tahun dengan sisa 20 individu. Setelah adanya kontrol jumlah

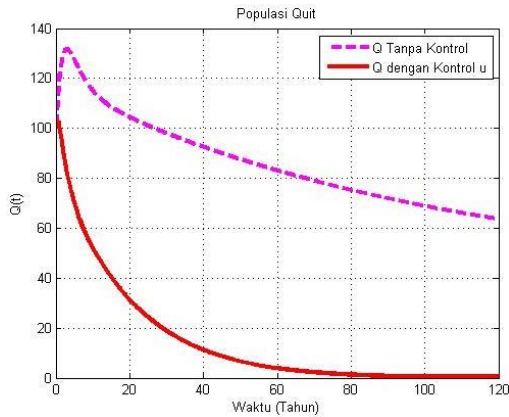
subpopulasi *Violent* mengalami penurunan lebih cepat hingga waktu  $t = 2$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dan hukum pidana dapat bekerja optimal dalam menurunkan jumlah subpopulasi *Violent* dengan waktu yang lebih cepat yaitu dari  $t = 0$  hingga  $t = 2$  tahun dengan sisa individu mendekati nol. Hal ini juga diperkuat dengan adanya penelitian terkait edukasi dan upaya pencegahan kekerasan seksual pada remaja oleh Sari, dkk. (2023) serta penelitian terkait optimalisasi sarana hukum dalam menanggulangi kekerasan seksual di lingkungan pendidikan oleh Kusumo, A. (2023). Dalam penelitiannya, Kusumo, A. (2023) menyimpulkan bahwa upaya optimalisasi sarana hukum dapat dilakukan melalui tindakan secara represif sebagai bentuk tindak hukuman pidana maupun tindakan preventif yang dilakukan oleh aparat penegak hukum sebagai upaya penanggulangan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa kedua upaya yaitu baik upaya edukasi maupun hukum pidana cukup efektif dalam menekan angka kekerasan seksual apabila diterapkan secara bersamaan.



Gambar 4.5. Subpopulasi Jailed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

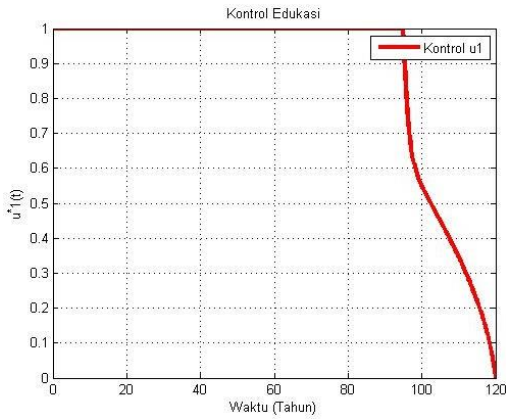
Pada gambar 4.5 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Jailed* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $J(0) = 50$  menjadi 290 pada kurun waktu 5 tahun, kemudian menurun secara berangsur pada waktu  $t = 5$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa 150 individu. Setelah adanya kontrol, jumlah subpopulasi *Jailed* mengalami kenaikan dari titik awal  $J(0) = 50$  hingga 330 individu pada waktu  $t = 2$  tahun, kemudian mengalami penurunan cukup signifikan setelah  $t = 2$  tahun hingga  $t = 100$  tahun sebelum akhirnya stabil menuju suatu titik tertentu hingga waktu  $t = 120$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dan hukum pidana dapat menaikkan subpopulasi *Jailed* dalam waktu singkat, kemudian menurun karena pengaruh dari penurunan subpopulasi *Exposed* (E) dan subpopulasi *Violent* (V).





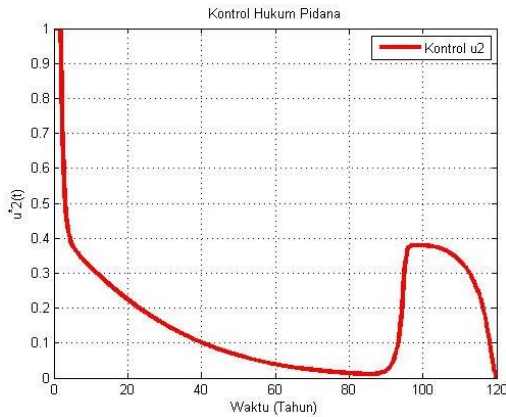
Gambar 4.6. Subpopulasi *Quit* Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.6 menunjukkan bahwa subpopulasi *Quit* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $Q(0) = 100$  menjadi  $Q(2) = 130$ , kemudian mengalami penurunan secara berangsur pada waktu  $t = 2$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa 65 individu. Setelah adanya kontrol mengalami penurunan lebih cepat hingga waktu  $t = 80$  tahun sebelum akhirnya stabil menuju suatu titik tertentu hingga  $t = 120$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dan hukum pidana dapat menurunkan subpopulasi *Quit* lebih cepat karena adanya pengaruh dari penurunan subpopulasi *Exposed* (E) dan subpopulasi *Violent* (V).



Gambar 4.7. Kontrol Edukasi  $u_1$

Pada gambar 4.7 menunjukkan bahwa grafik simulasi kontrol edukasi  $u_1$  untuk subpopulasi *Susceptible* dalam waktu 120 tahun. Berdasarkan grafik tersebut, dapat dilihat bahwa periode kontrol awal adalah 1 atau 100% penuh dalam pemberian bobot edukasi dalam kurun waktu  $t = 0$  hingga  $t = 95$  tahun. Kemudian bergerak menurun hingga  $t = 120$  tahun. Karena grafik kontrol sudah mencapai titik nol, maka pemberian kontrol edukasi  $u_1$  diberhentikan. Hal ini menunjukkan bahwa kontrol edukasi yang diberikan cukup efektif dengan ditandai oleh penurunan dari subpopulasi *Exposed* (E) pada gambar 4.3.

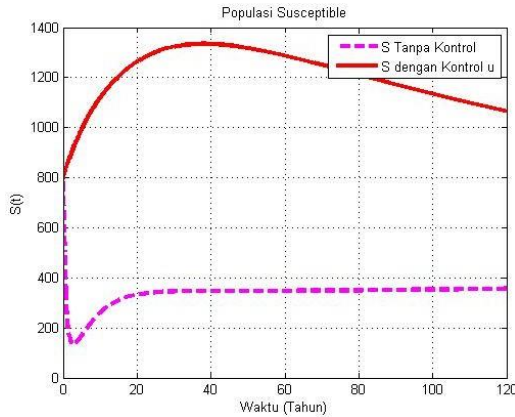


Gambar 4.8. Kontrol Hukum Pidana  $u_2$

Pada gambar 4.8 menunjukkan bahwa grafik simulasi kontrol hukum pidana  $u_2$  untuk subpopulasi *Violent* dalam waktu 120 tahun. Berdasarkan grafik tersebut, dapat dilihat bahwa periode kontrol awal adalah 1 atau 100% penuh dalam pemberian bobot hukum pidana bagi pelaku kekerasan seksual dalam kurun waktu  $t = 0$  hingga  $t = 2$  tahun. Kemudian bergerak menurun mulai dari nilai 0,4 hingga mendekati 0 sampai waktu  $t = 90$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa kontrol hukum pidana yang diberikan cukup efektif. Namun mengalami kenaikan pada waktu ke  $t = 90$  tahun yang kemungkinan disebabkan karena adanya relaksasi hukum yang tidak efektif. Selanjutnya diberikan kembali kontrol hukum pidana  $u_2$  sehingga grafik kontrol mengalami penurunan hingga waktu  $t = 120$  tahun. Karena grafik kontrol sudah mencapai titik nol, maka pemberian kontrol hukum pidana  $u_2$  dihentikan.

## 2. Simulasi Kedua

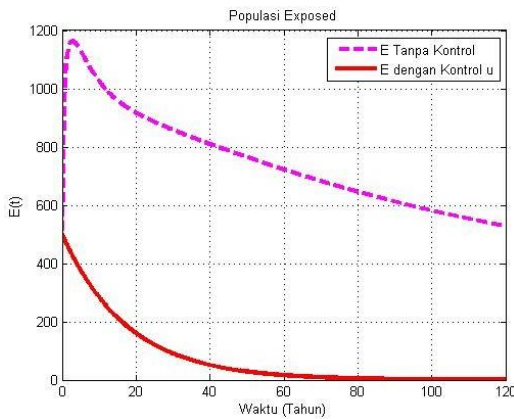
Pada simulasi kedua, digunakan bobot edukasi sebesar  $A = 10$  dan bobot hukum pidana sebesar  $B = 5$ , serta merubah parameter  $\alpha = 0,005$ , sehingga diperoleh hasil simulasi numerik yang disajikan dalam grafik sebagai berikut:



Gambar 4.9. Subpopulasi Susceptible Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.9 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Susceptible* sebelum adanya kontrol mengalami penurunan dari titik awal yaitu  $S(0) = 800$  pada  $t = 0$  kemudian mengalami sedikit kenaikan pada  $t = 3$  tahun sebelum akhirnya bergerak lurus mendekati suatu titik tertentu dari  $t = 15$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa individu sebesar 350 individu. Setelah adanya kontrol edukasi jumlah subpopulasi *Susceptible* mengalami kenaikan dari titik awal  $S(0) = 800$  menjadi  $S(30) = 1350$ , kemudian mengalami penurunan secara perlahan setelah  $t = 40$  tahun.

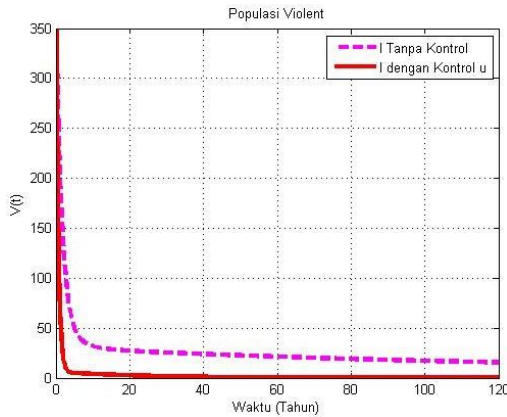
Subpopulasi *Susceptible* mengalami penurunan sebelum adanya kontrol dapat disebabkan karena banyaknya individu rentan yang terus terpengaruh dan berpindah ke subpopulasi *Exposed* (E) ke subpopulasi *Violent* (V). Kemudian setelah adanya kontrol edukasi, tingkat pengaruh perilaku tersebut berkurang sehingga lebih sedikit individu yang berada pada subpopulasi *Susceptible* yang terpengaruh.



Gambar 4.10. Subpopulasi Exposed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.10 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Exposed* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $E(0) = 500$  pada waktu  $t = 0$  kemudian mengalami penurunan secara berangsur mulai dari  $t = 2$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa sebesar 550 individu. Setelah adanya kontrol edukasi, jumlah subpopulasi mengalami penurunan dari  $E(0) = 500$  hingga  $t = 70$  tahun dan stabil hingga waktu  $t = 120$  tahun. Hal ini

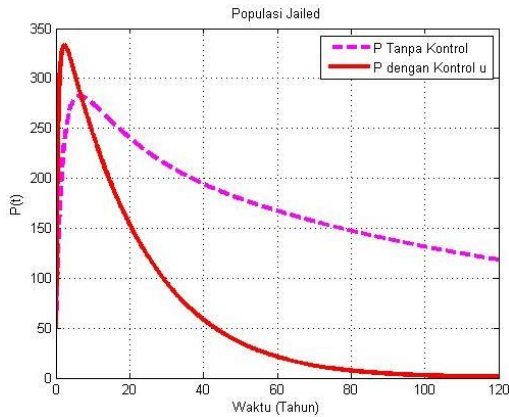
menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dapat bekerja optimal dalam menurunkan jumlah subpopulasi *Exposed* yang diperkuat dengan adanya penelitian terkait edukasi dan upaya pencegahan kekerasan seksual pada remaja oleh Sari, dkk. (2023). Dalam penelitiannya, Sari, dkk. (2023) menyimpulkan bahwa upaya pencegahan kekerasan seksual berupa edukasi kepada remaja dapat membuat peningkatan pengetahuan terkait pencegahan serta mengetahui bagaimana cara menangani kasus kekerasan seksual di lingkungan sekitarnya.



Gambar 4.11. Subpopulasi *Violent* Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.11 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Violent* sebelum adanya kontrol mengalami penurunan dari titik awal  $V(0) = 350$  pada waktu  $t = 0$  hingga pada  $t = 7$  tahun mengalami penurunan secara perlahan menuju suatu titik tertentu pada waktu  $t = 120$  tahun dengan sisa 20 individu. Setelah adanya kontrol jumlah

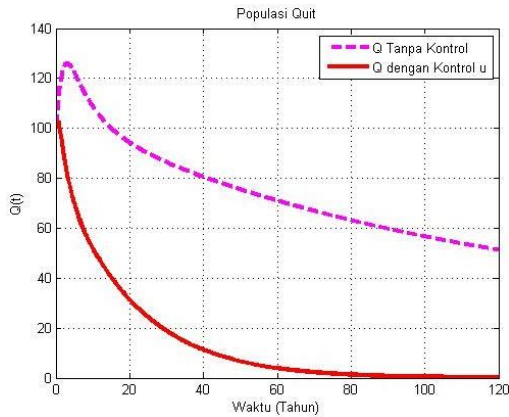
subpopulasi *Violent* mengalami penurunan lebih cepat hingga waktu  $t = 2$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dan hukum pidana dapat bekerja optimal dalam menurunkan jumlah subpopulasi *Violent*. Hal ini juga diperkuat dengan adanya penelitian terkait edukasi dan upaya pencegahan kekerasan seksual pada remaja oleh Sari, dkk. (2023) serta penelitian terkait optimalisasi sarana hukum dalam menanggulangi kekerasan seksual di lingkungan pendidikan oleh Kusumo, A. (2023). Dalam penelitiannya, Kusumo, A. (2023) menyimpulkan bahwa upaya optimalisasi sarana hukum dapat dilakukan melalui tindakan secara represif sebagai bentuk tindak hukuman pidana maupun tindakan preventif yang dilakukan oleh aparat penegak hukum sebagai upaya penanggulangan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa kedua upaya yaitu baik upaya edukasi maupun hukum pidana cukup efektif dalam menekan angka kekerasan seksual apabila diterapkan secara bersamaan.



Gambar 4.12. Subpopulasi Jailed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

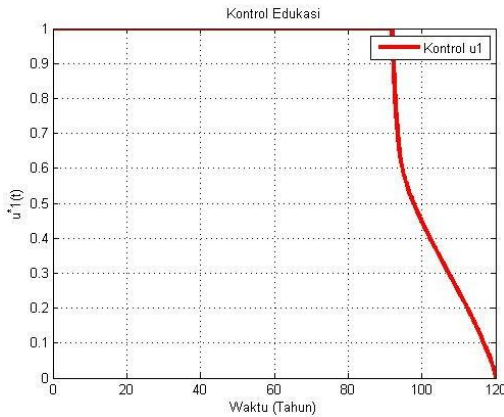
Pada gambar 4.12 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Jailed* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $J(0) = 50$  menjadi 280 pada kurun waktu 5 tahun, kemudian menurun secara berangsur pada waktu  $t = 5$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa 125 individu. Setelah adanya kontrol, jumlah subpopulasi *Jailed* mengalami kenaikan dari titik awal  $J(0) = 50$  hingga 330 individu pada waktu  $t = 2$  tahun, kemudian mengalami penurunan cukup signifikan setelah  $t = 2$  tahun hingga  $t = 100$  tahun sebelum akhirnya stabil menuju suatu titik tertentu hingga waktu  $t = 120$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dan hukum pidana dapat menaikkan subpopulasi *Jailed* dalam waktu singkat yaitu selama 2 tahun, kemudian menurun karena pengaruh dari penurunan subpopulasi *Exposed* (E) dan subpopulasi *Violent* (V).





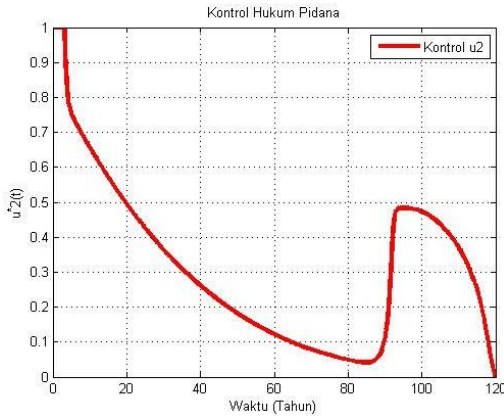
Gambar 4.13. Subpopulasi *Quit* Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.13 menunjukkan bahwa subpopulasi *Quit* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $Q(0) = 100$  menjadi  $Q(2) = 130$ , kemudian mengalami penurunan secara berangsur pada waktu  $t = 2$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa 50 individu. Setelah adanya kontrol mengalami penurunan lebih cepat hingga waktu  $t = 80$  tahun sebelum akhirnya stabil menuju suatu titik tertentu hingga  $t = 120$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dan hukum pidana dapat menurunkan subpopulasi *Quit* lebih cepat karena adanya pengaruh dari penurunan subpopulasi *Exposed* (E) dan subpopulasi *Violent* (V).



Gambar 4.14. Kontrol Edukasi  $u_1$

Pada gambar 4.14 menunjukkan bahwa grafik simulasi kontrol edukasi  $u_1$  untuk subpopulasi *Susceptible* dalam waktu 120 tahun. Berdasarkan grafik tersebut, dapat dilihat bahwa periode kontrol awal adalah 1 atau 100% penuh dalam pemberian bobot edukasi dalam kurun waktu  $t = 0$  hingga  $t = 95$  tahun. Kemudian bergerak menurun hingga  $t = 120$  tahun. Karena grafik kontrol sudah mencapai titik nol, maka pemberian kontrol edukasi  $u_1$  diberhentikan. Hal ini menunjukkan bahwa kontrol edukasi yang diberikan cukup efektif dengan ditandainya oleh penurunan dari subpopulasi *Exposed* (E) pada gambar 4.10.

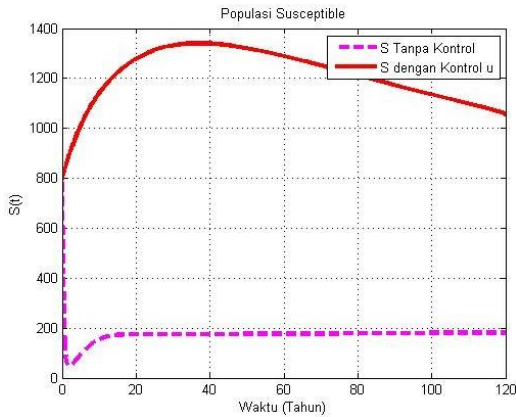


Gambar 4.15. Kontrol Hukum Pidana  $u_2$

Pada gambar 4.15 menunjukkan bahwa grafik simulasi kontrol hukum pidana  $u_2$  untuk subpopulasi *Violent* dalam waktu 120 tahun. Berdasarkan grafik tersebut, dapat dilihat bahwa periode kontrol awal adalah 1 atau 100% penuh dalam pemberian bobot hukum pidana bagi pelaku kekerasan seksual dalam kurun waktu  $t = 0$  hingga  $t = 2$  tahun. Kemudian bergerak menurun dari 0.8 hingga 0,005 sampai waktu  $t = 90$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa kontrol hukum pidana yang diberikan cukup efektif. Namun mengalami kenaikan pada waktu ke  $t = 90$  tahun yang kemungkinan disebabkan karena adanya relaksasi hukum yang tidak efektif. Selanjutnya diberikan kembali kontrol hukum pidana  $u_2$  sehingga grafik kontrol mengalami penurunan hingga waktu  $t = 120$  tahun. Karena grafik kontrol sudah mencapai titik nol, maka pemberian kontrol hukum pidana  $u_2$  dihentikan.

### 3. Simulasi Ketiga

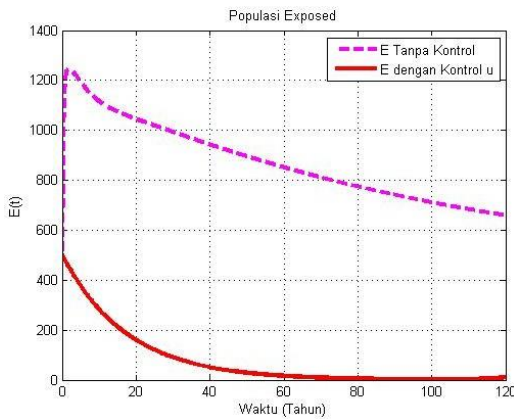
Pada simulasi ketiga, digunakan bobot edukasi sebesar  $A = 30$  dan bobot hukum pidana sebesar  $B = 20$ , serta kontrol yang digunakan hanya kontrol edukasi  $u_1$  saja atau  $u_2 = 0$  sehingga diperoleh hasil simulasi numerik yang disajikan dalam grafik sebagai berikut:



Gambar 4.16. Subpopulasi Susceptible Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.16 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Susceptible* sebelum adanya kontrol mengalami penurunan dari titik awal yaitu  $S(0) = 800$  pada  $t = 0$  kemudian mengalami sedikit kenaikan pada  $t = 3$  tahun sebelum akhirnya bergerak lurus mendekati suatu titik tertentu dari  $t = 15$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa individu sebesar 20 individu. Setelah adanya kontrol edukasi jumlah subpopulasi *Susceptible* mengalami kenaikan dari titik awal  $S(0) = 800$  menjadi  $S(30) = 1350$ , kemudian mengalami penurunan secara perlahan setelah  $t = 40$  tahun.

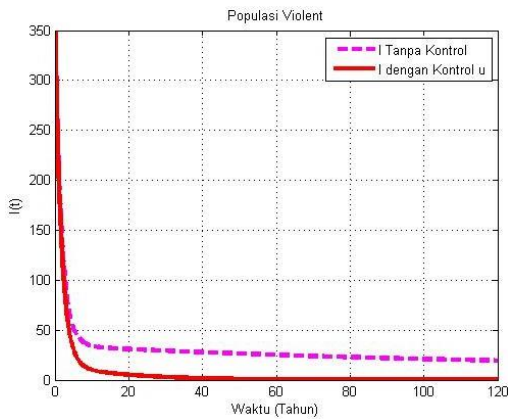
Subpopulasi *Susceptible* mengalami penurunan sebelum adanya kontrol dapat disebabkan karena banyaknya individu rentan yang terus terpengaruh dan berpindah ke subpopulasi *Exposed* (E) ke subpopulasi *Violent* (V). Kemudian setelah adanya kontrol edukasi, tingkat pengaruh perilaku tersebut berkurang sehingga lebih sedikit individu yang berada pada subpopulasi *Susceptible* yang terpengaruh.



Gambar 4.17. Subpopulasi Exposed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.17 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Exposed* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $E(0) = 500$  pada waktu  $t = 0$  kemudian mengalami penurunan secara berangsur mulai dari  $t = 2$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa 660 individu. Setelah adanya kontrol edukasi, jumlah subpopulasi mengalami penurunan dari  $E(0) = 500$  hingga  $t = 70$  tahun dan stabil hingga waktu  $t = 120$  tahun. Hal ini

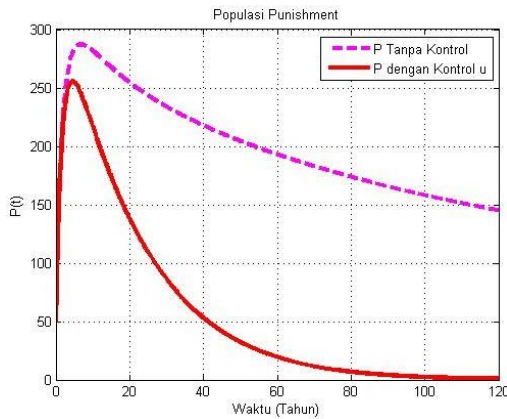
menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dapat bekerja optimal dalam menurunkan jumlah subpopulasi *Exposed* yang diperkuat dengan adanya penelitian terkait edukasi dan upaya pencegahan kekerasan seksual pada remaja oleh Sari, dkk. (2023). Dalam penelitiannya, Sari, dkk. (2023) menyimpulkan bahwa upaya pencegahan kekerasan seksual berupa edukasi kepada remaja dapat membuat peningkatan pengetahuan terkait pencegahan serta mengetahui bagaimana cara menangani kasus kekerasan seksual di lingkungan sekitarnya.



Gambar 4.18. Subpopulasi *Violent* Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.18 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Violent* sebelum adanya kontrol mengalami penurunan dari titik awal  $V(0) = 350$  pada waktu  $t = 0$  hingga pada  $t = 7$  tahun mengalami penurunan secara perlahan menuju suatu titik tertentu pada waktu  $t = 120$  tahun dengan sisa 20 individu. Setelah adanya kontrol jumlah subpopulasi *Violent*

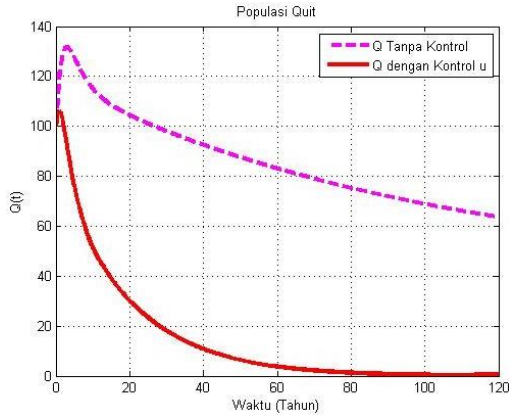
mengalami penurunan lebih cepat hingga waktu  $t = 2$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dapat bekerja optimal dalam menurunkan jumlah subpopulasi *Violent* dengan cepat yaitu dalam kurun waktu 2 tahun. Hal ini diperkuat dengan adanya penelitian terkait edukasi dan upaya pencegahan kekerasan seksual pada remaja oleh Sari, dkk. (2023).



Gambar 4.19. Subpopulasi Jailed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.19 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Jailed* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $J(0) = 50$  menjadi 290 pada kurun waktu 5 tahun, kemudian menurun secara berangsur pada waktu  $t = 5$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa 150 individu. Setelah adanya kontrol, jumlah subpopulasi *Jailed* mengalami kenaikan dari titik awal  $J(0) = 50$  hingga 330 individu pada waktu  $t = 2$  tahun, kemudian mengalami penurunan cukup signifikan setelah  $t = 2$  tahun hingga

$t = 100$  tahun sebelum akhirnya stabil menuju suatu titik tertentu hingga waktu  $t = 120$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dapat menaikkan subpopulasi *Jailed* dalam waktu singkat, kemudian menurun karena pengaruh dari penurunan subpopulasi *Exposed* (E) dan subpopulasi *Violent* (V).

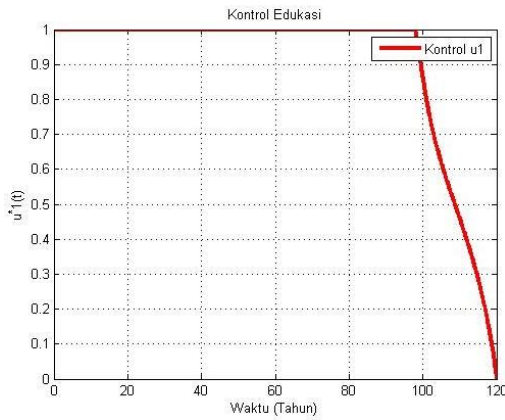


Gambar 4.20. Subpopulasi Quit Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.20 menunjukkan bahwa subpopulasi *Quit* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $Q(0) = 100$  menjadi  $Q(t) = 130$  pada waktu  $t = 2$  tahun, kemudian mengalami penurunan secara berangsur pada waktu  $t = 2$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa 65 individu. Setelah adanya kontrol mengalami penurunan lebih cepat hingga waktu  $t = 80$  tahun sebelum akhirnya stabil menuju suatu titik tertentu hingga  $t = 120$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol edukasi dapat menurunkan subpopulasi *Quit* lebih cepat karena adanya

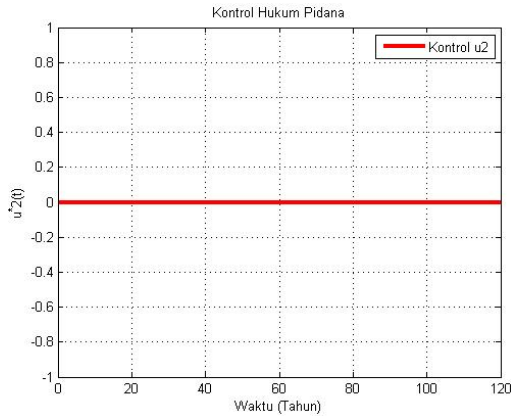


pengaruh dari penurunan subpopulasi *Exposed* (E) dan subpopulasi *Violent* (V).



Gambar 4.21. Kontrol Edukasi  $u_1$

Pada gambar 4.21 menunjukkan bahwa grafik simulasi kontrol edukasi  $u_1$  untuk subpopulasi *Susceptible* dalam waktu 120 tahun. Berdasarkan grafik tersebut, dapat dilihat bahwa periode kontrol awal adalah 1 atau 100% penuh dalam pemberian bobot edukasi dalam kurun waktu  $t = 0$  hingga  $t = 95$  tahun. Kemudian bergerak menurun hingga  $t = 120$  tahun. Karena grafik kontrol sudah mencapai titik nol, maka pemberian kontrol edukasi  $u_1$  dihentikan. Hal ini menunjukkan bahwa kontrol edukasi yang diberikan cukup efektif dengan ditandai oleh penurunan pada subpopulasi *Exposed* (E) pada gambar 4.17 dan subpopulasi *Violent* (V) pada gambar 4.18.

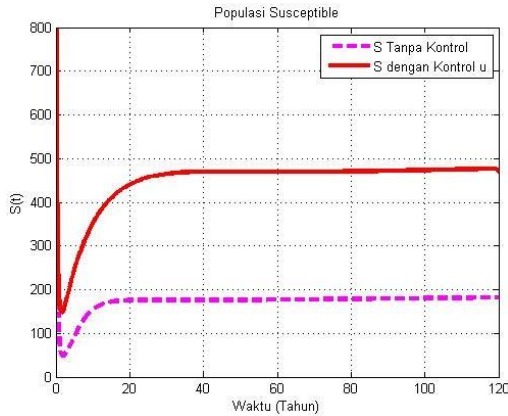


Gambar 4.22. Kontrol Hukum Pidana  $u_2$

Pada gambar 4.22 menunjukkan bahwa grafik simulasi kontrol hukum pidana  $u_2$  untuk subpopulasi *Violent* dalam waktu 120 tahun. Berdasarkan grafik tersebut, dapat dilihat bahwa nilai untuk kontrol hukum pidana sebesar nol. Hal ini disebabkan karena pada simulasi ini diasumsikan bahwa nilai kontrol hukum pidana  $u_2 = 0$ .

#### 4. Simulasi Keempat

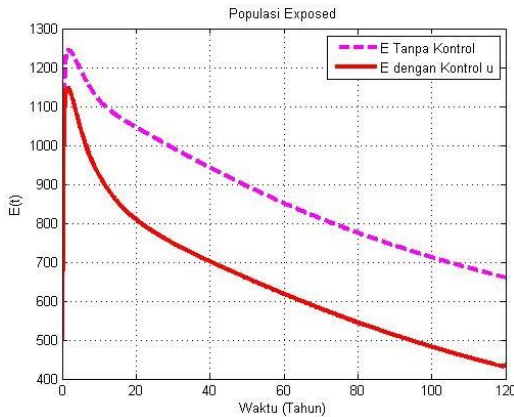
Pada simulasi keempat, digunakan bobot edukasi sebesar  $A = 30$  dan bobot hukum pidana sebesar  $B = 20$ , serta kontrol yang digunakan hanya kontrol hukum pidana  $u_2$  saja atau  $u_1 = 0$  sehingga diperoleh hasil simulasi numerik yang disajikan dalam grafik sebagai berikut:



Gambar 4.23. Subpopulasi Susceptible Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.23 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Susceptible* sebelum adanya kontrol mengalami penurunan dari titik awal yaitu  $S(0) = 800$  pada  $t = 0$  kemudian mengalami sedikit kenaikan pada  $t = 3$  tahun sebelum akhirnya bergerak lurus mendekati suatu titik tertentu dari  $t = 15$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa individu sebesar 20 individu. Setelah adanya kontrol edukasi jumlah subpopulasi *Susceptible* mengalami penurunan dari titik awal  $S(0) = 800$  menjadi 150 individu, kemudian mengalami kenaikan setelah waktu  $t = 2$  tahun hingga  $t = 25$  tahun sebelum akhirnya bergerak lurus mendekati suatu titik tertentu hingga waktu  $t = 120$  tahun dengan sisa individu sebesar 490 individu. Subpopulasi *Susceptible* mengalami penurunan yang cukup signifikan sebelum adanya kontrol dibandingkan dengan setelah adanya kontrol dapat disebabkan karena banyaknya individu rentan yang

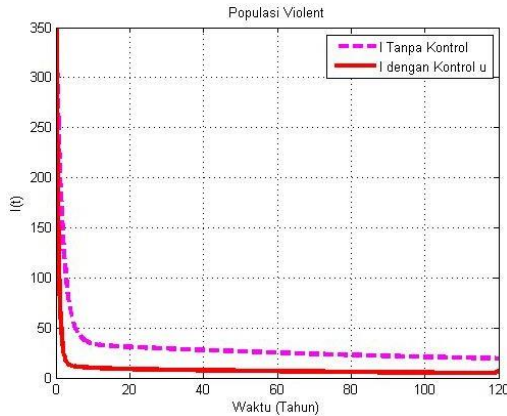
terus terpengaruh oleh perilaku kekerasan seksual dan berpindah ke subpopulasi *Exposed* (E) ke subpopulasi *Violent* (V).



Gambar 4.24. Subpopulasi Exposed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.24 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Exposed* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $E(0) = 500$  pada waktu  $t = 0$  kemudian mengalami penurunan secara berangsur mulai dari  $t = 2$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa 660 individu. Setelah adanya kontrol edukasi, jumlah subpopulasi mengalami kenaikan dari  $E(0) = 500$  hingga  $t = 2$  tahun kemudian menurun secara perlahan hingga waktu  $t = 120$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol hukum pidana kurang bekerja optimal dalam menurunkan jumlah subpopulasi *Exposed* yang ditandai dengan meningkatnya jumlah individu pada awal tahun meskipun pada akhirnya mengalami penurunan secara perlahan. Hal ini menunjukkan

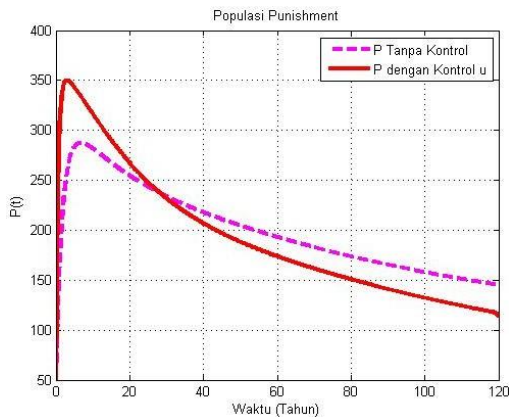
karena tidak adanya kontrol edukasi dalam mengontrol laju penyebaran pelaku kekerasan seksual, sehingga individu pada subpopulasi *Exposed* mengalami kenaikan.



Gambar 4.25. Subpopulasi *Violent* Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

Pada gambar 4.25 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Violent* sebelum adanya kontrol mengalami penurunan dari titik awal  $V(0) = 350$  pada waktu  $t = 0$  hingga pada  $t = 7$  tahun mengalami penurunan secara perlahan menuju suatu titik tertentu pada waktu  $t = 120$  tahun dengan sisa 20 individu. Setelah adanya kontrol jumlah subpopulasi *Violent* mengalami penurunan lebih cepat hingga waktu  $t = 2$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol hukum pidana dapat berpengaruh dalam menurunkan jumlah subpopulasi *Violent*, meskipun penurunannya terbilang masih belum signifikan. Pernyataan tersebut diperkuat dengan adanya penelitian terkait penegakan hukum tindak pidana kekerasan seksual terhadap anak oleh Mawardi dan

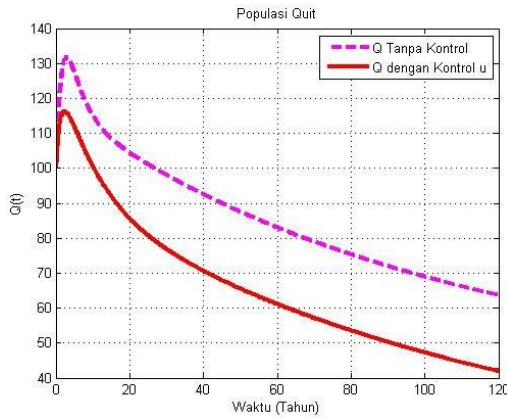
Nursiti (2020) yang menunjukkan bahwa penanggulangan kekerasan seksual melalui penegakan hukum belum cukup optimal dalam mengurangi jumlah pelaku kekerasan seksual.



Gambar 4.26. Subpopulasi Jailed Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

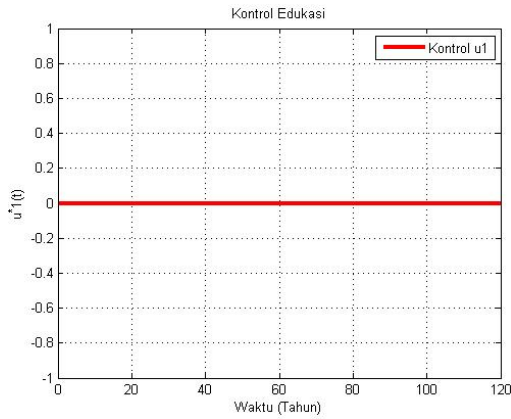
Pada gambar 4.26 menunjukkan bahwa grafik subpopulasi *Jailed* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $J(0) = 50$  menjadi 290 pada kurun waktu 5 tahun, kemudian menurun secara berangsur pada waktu  $t = 5$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa 150 individu. Setelah adanya kontrol, jumlah subpopulasi *Jailed* mengalami kenaikan dari titik awal  $J(0) = 50$  hingga 350 individu pada waktu  $t = 2$  tahun, kemudian mengalami penurunan secara perlahan setelah  $t = 2$  tahun hingga  $t = 120$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol hukum pidana dapat menaikkan subpopulasi *Jailed* dalam waktu singkat, kemudian menurun karena pengaruh dari

penurunan subpopulasi *Exposed* (E) dan subpopulasi *Violent* (V).



Gambar 4.27. Subpopulasi Quit Sebelum Kontrol dan Sesudah Kontrol

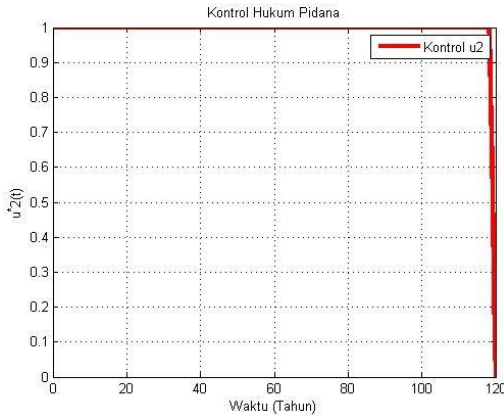
Pada gambar 4.27 menunjukkan bahwa subpopulasi *Quit* sebelum adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $Q(0) = 100$  menjadi  $Q(2) = 130$ , kemudian mengalami penurunan secara berangsur pada waktu  $t = 2$  tahun hingga  $t = 120$  tahun dengan sisa 65 individu. Setelah adanya kontrol mengalami kenaikan dari titik awal  $Q(0) = 100$  menjadi  $Q(2) = 115$ , kemudian mengalami penurunan hingga waktu  $t = 120$  tahun. Hal ini menunjukkan bahwa adanya kontrol hukum pidana dapat menaikkan subpopulasi *Quit* dalam waktu singkat, kemudian menurunkan subpopulasi *Quit* karena adanya pengaruh dari penurunan subpopulasi *Exposed* (E) dan subpopulasi *Violent* (V).



Gambar 4.28. Kontrol Edukasi  $u_1$

Pada gambar 4.28 menunjukkan bahwa grafik simulasi kontrol edukasi  $u_1$  untuk subpopulasi *Violent* dalam waktu 120 tahun. Berdasarkan grafik tersebut, dapat dilihat bahwa nilai untuk kontrol edukasi sebesar nol. Hal ini disebabkan karena pada simulasi ini diasumsikan bahwa nilai kontrol edukasi  $u_1 = 0$ .





Gambar 4.29. Kontrol Hukum Pidana  $u_2$

Pada gambar 4.29 menunjukkan bahwa grafik simulasi kontrol hukum pidana  $u_2$  untuk subpopulasi *Violent* dalam waktu 120 tahun. Berdasarkan grafik tersebut, dapat dilihat bahwa periode kontrol awal adalah 1 atau 100% penuh dalam pemberian bobot edukasi dalam kurun waktu  $t = 0$  hingga mendekati  $t = 120$  tahun. Kemudian bergerak menurun hingga  $t = 120$  tahun. Karena grafik kontrol sudah mencapai titik nol, maka pemberian kontrol hukum pidana  $u_2$  dihentikan. Hal ini menunjukkan bahwa kontrol hukum pidana yang diberikan cukup efektif dengan ditandainya oleh penurunan dari subpopulasi *Violent* (V).

Berdasarkan hasil dari empat simulasi di atas, dapat disimpulkan bahwa simulasi pertama dan simulasi kedua yang paling efektif digunakan berdasarkan hasil grafik pada masing-masing subpoulasi. Hal itu karena adanya kontrol berupa edukasi dan hukum pidana apabila diterapkan secara bersamaan

akan menghasilkan upaya yang lebih optimal dibandingkan dengan hanya diterapkannya salah satu kontrol saja sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Kusumo, A.(2023) mengenai optimalisasi sarana hukum dalam menanggulangi kekerasan seksual di lingkungan pendidikan.

## BAB V

### PENUTUP

#### A. Kesimpulan

1. Kontruksi model matematika kekerasan seksual dengan kontrol berupa program edukasi dan hukum pidana yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= bN - (1 - u_1)\alpha SV - \mu S + \omega Q \\ \frac{dE}{dt} &= (1 - u_1)\alpha SV - (\tau + \pi + \mu)E \\ \frac{dV}{dt} &= \tau E - (\beta + \rho + \mu + u_2)V \\ \frac{dJ}{dt} &= (\beta + u_2)V - (\gamma + \mu)J \\ \frac{dQ}{dt} &= \gamma J + \rho V + \pi E - (\omega + \mu)Q\end{aligned}$$

dengan nilai awal  $S(0) = S_0$ ,  $E(0) = E_0$ ,  $V(0) = V_0$ ,  $J(0) = J_0$ ,  $Q(0) = Q_0$ . Individu rentan terhadap perilaku kekerasan seksual ( $S$ ), individu yang telah terpengaruh perilaku kekerasan seksual dan memungkinkan telah melakukan kekerasan seksual namun belum menyebarkan perilaku kekerasan seksual ( $E$ ), individu yang telah melakukan kekerasan seksual serta menyebarkan perilaku kekerasan seksual (pelaku aktif kekerasan seksual) ( $V$ ), individu yang mendapatkan hukuman penjara karena telah melakukan kekerasan seksual ( $J$ ), dan individu yang telah berhenti dari perilaku kekerasan seksual (baik sebagai pelaku aktif kekerasan seksual ( $V$ ) maupun yang baru terpengaruh

perilaku kekerasan seksual ( $E$ )), namun telah berhasil keluar dari pengaruh perilaku tersebut karena kesadaran sendiri maupun intervensi hukum ( $Q$ ), serta kontrol edukasi ( $u_1$ ) dan kontrol hukum pidana ( $u_2$ ).

2. Penyelesaian masalah kontrol optimal pada model matematika kekerasan seksual dengan kontrol berupa edukasi dan hukum pidana dilakukan melalui pendekatan Prinsip Minimum Pontryagin (PMP). Selanjutnya, akan dicari solusi dari sistem yang optimal dengan cara mensubstitusikan nilai kontrol  $u_1^*$  dan  $u_2^*$  ke dalam sistem persamaan *state* dan persamaan *costate*, sehingga diperoleh sistem yang optimal yaitu:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_1^*} &= \frac{dS^*}{dt} = bN - (1 - u_1^*)\alpha S^*V^* - \mu S^* + \omega Q^* \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_2^*} &= \frac{dE^*}{dt} = (1 - u_1^*)\alpha S^*V^* - (\tau + \pi + \mu)E^* \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_3^*} &= \frac{dV^*}{dt} = \tau E^* - (\beta + \rho + \mu + u_2^*)V^* \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_4^*} &= \frac{dJ^*}{dt} = (\beta + u_2^*)V^* - (\gamma + \mu)J^* \\
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_5^*} &= \frac{dQ^*}{dt} = \gamma J^* + \rho V^* + \pi E^* - (\omega + \mu)Q^* \\
 \frac{\partial \lambda_1^*}{\partial t} &= -\frac{\partial H}{\partial S^*} = \lambda_1((1 - u_1^*)\alpha V^* + \mu) - \lambda_2((1 - u_1^*)\alpha V^*) \\
 \frac{d\lambda_1^*}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial E^*} = \lambda_1(\tau + \pi + \mu) - \lambda_3 - \lambda_4 - 1 \\
 \frac{d\lambda_3^*}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V^*} = \lambda_1((1 - u_1^*)\alpha S^*) - \lambda_2((1 - u_1^*)\alpha S^*) \\
 &\quad + \lambda_3(\beta + \rho + \mu + u_2^*) - \lambda_4(\beta + u_2^*) - \lambda_5\rho - 1 \\
 \frac{d\lambda_4^*}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial J^*} = \lambda_4(\gamma + \mu) - \lambda_5\gamma \\
 \frac{d\lambda_5^*}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial Q^*} = -\lambda_1\omega + \lambda_5(\omega + \mu) \\
 u_1^* &= \min_n \max_r \left( 0, \frac{\alpha S V (\lambda_2 - \lambda_1)}{A}, 1 \right) \\
 u_2^* &= \min_n \max_B \left( 0, \frac{V (\lambda_3 - \lambda_4)}{B}, 1 \right)
 \end{aligned}$$

dengan kondisi awal yaitu  $S^*(0) = S_0^*$ ,  $E^*(0) = E_0^*$ ,  $V^*(0) = V_0^*$ ,  $J^*(0) = J_0^*$ ,  $Q^*(0) = Q_0^*$ , serta kondisi transversal yaitu  $\lambda_1^*(t_1) = \lambda_2^*(t_1) = \lambda_3^*(t_1) = \lambda_4^*(t_1) = \lambda_5^*(t_1) = 0$ .

3. Berdasarkan hasil simulasi numerik yang telah dibahas pada bab sebelumnya, diperoleh hasil bahwa kontrol edukasi dan hukum pidana memberikan pengaruh terhadap penurunan pelaku kekerasan seksual. Hal tersebut menjadi pengaruh positif dari strategi kontrol yang telah diterapkan. Namun, pada hasil simulasi menunjukkan bahwa apabila salah satu kontrol saja yang diterapkan masih kurang optimal untuk menurunkan jumlah populasi pelaku kekerasan seksual, sehingga perlu dilakukan kombinasi antara kontrol edukasi dan hukum pidana untuk mengoptimalkan penurunan populasi pelaku kekerasan seksual. Hal ini mengindikasikan bahwa strategi pengendalian untuk kasus kekerasan seksual dapat berupa upaya preventif melalui program edukasi dan upaya represif melalui penegakan hukum dapat memberikan hasil yang lebih optimal dalam jangka waktu tertentu.

## B. Saran

Pada skripsi ini membahas tentang model matematika kekerasan seksual dengan menambahkan dua kontrol saja yaitu kontrol edukasi dan hukum pidana. Oleh karena itu, penulis menyarankan untuk penelitian selanjutnya diharapkan untuk menambahkan subpopulasi maupun kontrol optimal agar didapatkan hasil yang lebih efektif.

## DAFTAR PUSTAKA

- Atmasasmitha, R. 1992. *Teori dan Kapita Selekta: Kriminologi*. Bandung: Eresco.
- Az-Zuhaili, W. 1996. *Tafsir Al-Wajiz*(2th ed.). Lebanon: Darul Fikr.
- Baba, I.A., Yusuf, A., S Al-Shomrani, M. 2021. A Mathematical Model for Studying Rape and its Possible Mode of Control. *Result in Physics* 22, 2021(1):1-13.
- Bahri, S., Riyandi, H.R., S Rudianto, B. 2024. Stability of the Dynamic Model of SVPR Sexual Violence Cases. *BAREKENG: Journal of Mathematics and Its Applications*, 18(3):1719-1728.
- Bartle, R.G. S Sherbert, D.R. 2011. *Introduction to Real Analysis*(9th ed.). New York: John Wiley S Sons, Inc.
- Boyce, W.E. S Diprima, R.C. 1997. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*(6th ed.). New York: John Wiley S Sons, Inc.
- Boyd, S. S Lieven, V. 2004. *Convex Optimization*. New York: Cambridge University Press.
- Chapra, S.C. 2012. *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists*(3rd ed.). New York: CRC Press, Taylor S Francis Group.
- Conte, S.D. S Boor, C. 1993. *Dasar-dasar Analisis Numerik: Suatu pendekatan Algoritma*. Jakarta: Erlangga.

- Direktorat Pendidikan Anak Usia Dini. 2024. *Kasus Kekerasan Perempuan dan Anak tahun 2023*.
- ECPAT INDONESIA. 2023. *Kekerasan Seksual Berbasis Elektronik pada Anak*.
- Fantaye, A.K. S Birhanu, Z.K. 2022. Mathematical Model and Analysis of Corruption Dynamics with Optimal Control. *Journal of Applied Mathematics*, 2022(1):1-16.
- Fleming, W.H. S Rishel, R.W. 1975. *Deterministic and Stochastic Optimal Control*. New York: Springer.
- Harkins, L. S Dixon, L. 2010. Sexual Offending in Groups: An Evaluation. *Aggression and Violent Behavior*, 15(2):87-99.
- IJRS. 2022. *Refleksi Penanganan Kekerasan Seksual di Indonesia*. Jakarta: Indonesia Judicial Research Society.
- Islam, K.N. S Biswas, M.H.A. 2020. Mathematical Assessment for the Dynamical Model of Sexual Violence of Women in Bangladesh. *Proceedings of International Conference on Industrial & Mechanical Engineering and Operations Management*.
- KemenPP PA RI. 2024. *Data Sebaran Kasus Kekerasan Seksual di Indonesia*. SIMFONI-PPA.
- Lenhart, S. S Workman, J.T. 2007. *Optimal Control Applied to Biological Models*. London: McGraw-Hill.
- LPSK. 2023. *Hukum Pidana bagi Pelaku Kekerasan Seksual*.

- Mashudi, E.A., S Nur'aini. 2015. Pencegahan Kekerasan Seksual pada Anak Melalui Pengajaran Personal Safety Skills. *Metodik Didaktik*, 9(2): 60-71.
- Mawardi, A. S Nursiti. 2020. Penegakan Hukum Tindak Pidana Kekerasan Seksual Terhadap Anak (Suatu Penelitian di Wilayah Hukum Pengadilan Negeri Calang). *Jurnal Ilmiah Mahasiswa Bidang Hukum Pidana*, 4(4):663-672.
- Munir, R. 2013. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika.
- Pengadilan Negeri palopo Kelas 1B. 2024. *Hukuman Bagi Pelaku Kekerasan Seksual Terhadap Anak*.
- POLRI. 2022. *Pengertian Hukum Pidana*.
- Pontryagin, L.S. 1987. *The Mathematical Theory of Optimal Process*(4th ed.). CRS Press.
- Qur'an Kemenag. 2024. *Q.S. An-Nur ayat 33*.
- Kusumo, A.S. 2023. Optimalisasi Sarana Hukum dalam Menanggulangi Kekerasan Seksual di Lingkungan Pendidikan dengan Kajian Sosiologi Hukum. *Jurnal Hukum dan Pengembangan Ekonomi*, 11(1):1-13.
- Rohmah, I.A. S Anggraeni, M. 2021. Pencegahan dan Penanganan Kekerasan Seksual di Lingkungan Perguruan Tinggi. *Prosiding Seminar Nasional Hukum*, 1(1): 1108- 1121.
- Ross, S.L. 1984. *Differential Equation*(3rd ed.). Canada: John Wiley S Sons, Inc.



- Saputro. 2018. Dampak Kekerasan Seksual Terhadap Anak di kelurahan Sempaja Kecamatan Samarinda Utara. *Journal Sosiatri-Sosiologi*, 6(4): 15-29.
- Sari, D., dkk. 2023. Edukasi dan Upaya Pencegahan Kekerasan Seksual pada Remaja. *JP2M: Jurnal Pembelajaran Pemberdayaan Masyarakat*, 4(1):48-59.
- Sari, K.I.P., dkk. 2022. *Kekerasan Seksual*. Bandung: Media Sains Indonesia.
- Syahputra, dkk., 2018. Penanggulangan Terhadap Tindakan Kekerasan Seksual pada Anak Ditinjau dari Undang-Undang Perlindungan Anak. *Lex Crimen*, 7(4): 123-131.
- Terefe, B.B. 2022. Mathematical Model Analysis on the Diffusion of Violence. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2022(1):1-11.
- Widowati S Sutimin. 2007. *Buku Ajar Pemodelan Matematika*. Semarang: Universitas Diponegoro.
- Zill, D.G. 2008. *A First Course in Differential Equations with Modeling Applications*(9th ed.). USA: Brooks/Cole.

## Lampiran 1. Program Matlab R2013a Model Matematika Kekerasan Seksual dengan dan Tanpa Kontrol

### A. Program Utama

```

clc;
clear all;
close all;

%jumlah popopulasi pada t=0
S0=800;
E0=500; %asumsi
V0=350;
P0=50; %asumsi
Q0=100; %asumsi
N0=1800;

%Parameter2
b=0.0042;
alfa=0.01; %asumsi
beta=0.442; %asumsi
gamma= 0.053;
miu=0.01;
omega=0.465;
rho=0.13;
tau=0.017; %asumsi
phi=0.03;

A=30; %bobot u_1 edukasi
B=20; %bobot u_2 hukum pidana
u1max=1; %0<u1<1
u2max=1; %0<u2<1 %diubah menjadi lebih besar

```

```

h=0.1; %h=1/N misal: h=1/10=0.1
t=0:h:120; %selang dari 0 sampai 10 dipartisi dengan
jarak h=0.1
Z=length(t); %banyaknya t
%parameter e1

%membentuk matrik baris isinya nol dengan z baris,
u1=zeros(Z,1);
u1old=zeros(Z,1);
u2=zeros(Z,1);
u2old=zeros(Z,1);
S=zeros(Z,1);
E=zeros(Z,1);
V=zeros(Z,1);
P=zeros(Z,1);
Q=zeros(Z,1);
Sold=zeros(Z,1);
Eold=zeros(Z,1);
Vold=zeros(Z,1);
Pold=zeros(Z,1);
Qold=zeros(Z,1);

%p1 adalah lambda_1 dsb
p1=zeros(Z,1);
p2=zeros(Z,1);
p3=zeros(Z,1);
p4=zeros(Z,1);
p5=zeros(Z,1);
p1old=zeros(Z,1);
p2old=zeros(Z,1);
p3old=zeros(Z,1);
p4old=zeros(Z,1);
p5old=zeros(Z,1);

```

```

%kontrol ada 2 pada u_1 dan u_1old
tes=1;
it=0;
while tes >1e-3
u1old=u1;
u2old=u2;
Sold=S; Eold=E; Vold=V; Pold=P; Qold=Q;
p1o=p1; p2o=p2; p3o=p3; p4o=p4; p5o=p5;
S(1)=S0; E(1)=E0; V(1)=V0; P(1)=P0; Q(1)=Q0;

J(it+1)=0;
for i=1:Z-1
J(it+1)=J(it+1)+h*(V(i)+E(i)+1/2*A*u1old(i)^2+1/2*
B*u2old(i)^2);

y=[S(i) E(i) V(i) P(i) Q(i)];
%RungeKutta

%dy=PST(y,u1,u2,N0,b,alfa,omega, rho,phi, tau,beta,
miu,gamma)
k1=h*PST(y,u1old(i),u2old(i),N0,b,alfa,omega,rho,phi,
tau,beta,miu,gamma);
k2=h*PST(y+0.5*k1,u1old(i),u2old(i),N0,b,alfa,omega,
rho,phi,tau,beta,miu,gamma);
k3=h*PST(y+0.5*k2,u1old(i),u2old(i),N0,b,alfa,omega,
rho,phi,tau,beta,miu,gamma);
k4=h*PST(y+k3,u1old(i),u2old(i),N0,b,alfa,omega,rho,phi,
tau,beta,miu,gamma);
y=y+(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);

S(i+1)=y(1);
E(i+1)=y(2);
V(i+1)=y(3);
P(i+1)=y(4);

```

```

Q(i+1)=y(5);
end

J(it+1)=J(it+1)+h*(V(i)+E(i)+1/2*A*u1old(i)^2+1/2*
B*u2old(i)^2);

%Plot populasi tanpa kontrol
if it == 0

figure(1)
plot(t,S,'m--','LineWidth',3);
hold on;
figure(2)
plot(t,E,'m--','LineWidth',3);
hold on;
figure(3)
plot(t,V,'m--','LineWidth',3);
hold on;
figure(4)
plot(t,P,'m--','LineWidth',3);
hold on;
figure(5)
plot(t,Q,'m--','LineWidth',3);
hold on;
end

p1(Z)=0; p2(Z)=0; p3(Z)=0; p4(Z)=0; p5(Z)=0;

for i=1:Z-1
je=Z-i;
y=[p1(je+1) p2(je+1) p3(je+1) p4(je+1) p5(je+1)];

%dg=PCT(y,S,V,u1,u2,alfa,omega,rho,phi,tau,beta,
miu,gamma)

```

```

k1=h*PCT(y,S(je+1),V(je+1),u1old(je+1),u2old(je+1),
alfa,omega,rho,phi,tau,beta,miu,gamma);
k2=h*PCT(y+0.5*k1,S(je+1),V(je+1),u1old(je+1),u2old
(je+1),alfa,omega,rho,phi,tau,beta,miu,gamma);
k3=h*PCT(y+0.5*k2,S(je+1),V(je+1),u1old(je+1),u2old
(je+1),alfa,omega,rho,phi,tau,beta,miu,gamma);
k4=h*PCT(y+k3,S(je+1),V(je+1),u1old(je+1),u2old(je+1),
alfa,omega,rho,phi,tau,beta,miu,gamma);
y=y-(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);

p1(je)=y(1);
p2(je)=y(2);
p3(je)=y(3);
p4(je)=y(4);
p5(je)=y(5);

temp2=min([ (1/A)*(alfa*S(je)*V(je))*((p2(je)-p1(je)))
u1(je)=max([temp2 0]);
temp4=min([ (1/B)*((p3(je)-p4(je))*V(je)) u2max]);
u2(je)=max([temp4 0]);
end

eS=sum(abs(S-Sold));
eE=sum(abs(E-Eold));
eV=sum(abs(V-Vold));
eP=sum(abs(P-Pold));
eQ=sum(abs(Q-Qold));
ep1=sum(abs(p1-p1o));
ep2=sum(abs(p2-p2o));
ep3=sum(abs(p3-p3o));
ep4=sum(abs(p4-p4o));
ep5=sum(abs(p5-p5o));

```

```

eu1=sum(abs(u1-ulold));
eu2=sum(abs(u2-u2old));

%error = sum dari error yang lama dengan yang baru
tes=eS+eE+eV+eP+eQ+ep1+ep2+ep3+ep4+ep5+eu1+eu2;
it=it+1;
u1=(0.5*u1+0.5*ulold);
u2=(0.5*u2+0.5*u2old);
end

figure(1)
plot(t,S,'r-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu_(Tahun)');
ylabel('S(t)');
grid on;
legend('S_Tanpa_Kontrol','S_dengan_Kontrol_u');
title('Populasi_Susceptible');
hold on;

figure(2)
plot(t,E,'r-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu_(Tahun)');
ylabel('E(t)');
grid on;
legend('E_Tanpa_Kontrol','E_dengan_Kontrol_u');
title('Populasi_Exposed');
hold on;

figure(3)
plot(t,V,'r-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu_(Tahun)');
ylabel('V(t)');
grid on;
legend('V_Tanpa_Kontrol','V_dengan_Kontrol_u');

```

```

title('Populasi_Violent');
hold on;

figure(4)
plot(t,P,'r-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu_(Tahun)');
ylabel('J(t)');
grid on;
legend('J_Tanpa_Kontrol','J_dengan_Kontrol_u');
title('Populasi_Jailed');
hold on;

figure(5)
plot(t,Q,'r-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu_(Tahun)');
ylabel('Q(t)');
grid on;
legend('Q_Tanpa_Kontrol','Q_dengan_Kontrol_u');
title('Populasi_Quit');
hold on;

figure(6)
plot(t,u1,'r-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu_(Tahun)');
ylabel('u^*1(t)');
grid on;
legend('Kontrol_u1');
title('Kontrol_Edukasi');
hold on;

```



```

figure(7)
plot(t,u2,'r-','LineWidth',3);
xlabel('Waktu_(Tahun)');
ylabel('u^2(t)');
grid on;
legend('Kontrol_u2');
title('Kontrol_Hukum_Pidana');
hold on;

```

## B. Persamaan *State*

```

function dy=PST(y,u1,u2,N0,b,alfa,omega,rho,phi,tau,beta,
miu,gamma)
x(1) = b*N0-((1-u1)*(alfa*y(1)*y(3)))-(miu*y(1))+
omega*y(5);
x(2) = (1-u1)*(alfa*y(1)*y(3))-(miu+phi+tau)*y(2);
x(3) = tau*y(2)-(beta+miu+rho+u2)*y(3);
x(4) = (beta+u2)*y(3)-(gamma+miu)*y(4);
x(5) = gamma*y(4)+rho*y(3)+phi*y(2)-(omega+miu)*y(5);
dy=[x(1) x(2) x(3) x(4) x(5)];
end
%SEVJQ

```

### C. Persamaan *Costate*

```
function dg=PCT(y,S,V,u1,u2,alfa,omega,rho,phi,tau,beta,
miu,gamma)
p1=y(1);
p2=y(2);
p3=y(3);
p4=y(4);
p5=y(5);
%lambda1=p1,lambda2=p2
x(1) = (p1-p2)*((1-u1)*(alfa*V))+p1*miu;
x(2) = (p2*(miu+phi+tau))-p3*tau-p5*phi-1;
x(3) = (p1-p2)*((1-u1)*(alfa*S))+(p3*(beta+miu+rho+u2))-
(p4*(beta+u2))-p5*rho-1;
x(4) = (p4*(gamma+miu))-p5*gamma;
x(5) = -p1*omega+(p5*(omega+miu));
dg=[x(1) x(2) x(3) x(4) x(5)];
end
```

## Lampiran 2. Pengecekan Perhitungan Persamaan *State*, Persamaan *Costate*, dan Kontrol Edukasi $u_1$ dan Hukum Pidana $u_2$ Menggunakan Software Matlab R2013a

```

clc;
clear;

% Deklarasi simbol
syms u1 u2 A B N S V E Q J
syms alpha beta gamma miu phi rho tau omega
syms lambda1 lambda2 lambda3 lambda4 lambda5

% Fungsi Hamiltonian H
H = E + V + 1/2*A*u1^2 + 1/2*B*u2^2 +
lambda1*(N - (1 - u1)*alpha*S*V - miu*S + omega*Q) +
lambda2*((1 - u1)*alpha*S*V - (tau + phi + miu)*E) +
lambda3*(tau*E - (beta + rho + miu + u2)*V) +
lambda4*((beta + u2)*V - (gamma + miu)*J) +
lambda5*(gamma*J + rho*V + phi*E - (omega + miu)*Q);

% Vektor state dan costate
x = [S, E, V, J, Q]; % variabel state
lambda = [lambda1, lambda2, lambda3, lambda4, lambda5];
% variabel costate

% =====
% Persamaan STATE (dx/dt)
% =====
fprintf('--- Persamaan State (dx/dt) ---\n');
for i = 1:length(lambda)
    dstate = diff(H, lambda(i));
    fprintf('dx%d/dt = %s\n', i, char(dstate));
end

```

```

% =====
% Persamaan COSTATE (dl/dt)
% =====
fprintf('\n---_Persamaan_Costate_(dlambda/dt)_---\n');
for i = 1:length(x)
    dcostate = -diff(H, x(i));
    fprintf('dlambda%d/dt=_%s\n', i, char(dcostate));
end

% =====
% Persamaan kontrol u1,u2
% =====
fprintf('\n---_Nilai_Kontrol_Optimal_---\n');

dH_du1 = diff(H, u1);
dH_du2 = diff(H, u2);

fprintf('dH/du1=_%s\n', char(dH_du1));
fprintf('dH/du2=_%s\n', char(dH_du2));

% Selesaikan untuk u1 dan u2 (jika memungkinkan)
sol_u1 = solve(dH_du1 == 0, u1);
sol_u2 = solve(dH_du2 == 0, u2);

fprintf('\nKontrol_optimal_u1=_%s\n', char(sol_u1));
fprintf('Kontrol_optimal_u2=_%s\n', char(sol_u2));

```

### **Lampiran 3. Riwayat Hidup**

#### **RIWAYAT HIDUP**

##### **A. Identitas Diri**

1. Nama : Intan Rahma Sandhika
2. Tempat S Tgl. Lahir : Blora, 06 Juni 2002
3. Alamat Rumah : Desa Kamolan, RT. 002 / RW. 003,  
Kec. Blora, Kab. Blora  
Jawa Tengah
4. HP : 089675611415
5. Email : intanrahmaa5@gmail.com

##### **B. Riwayat Pendidikan**

1. SDN Kedungjenar : lulus tahun 2014
2. SMPN 2 Blora : lulus tahun 2017
3. SMAN 1 Blora : lulus tahun 2020

Semarang, 26 Mei 2025

**Intan Rahma Sandhika**

NIM : 2108046010