

**STUDI KOMPARASI HASIL BELAJAR DENGAN
MODEL PEMBELAJARAN *TIME TOKEN AREND*
1998 DAN MODEL PEMBELAJARAN *INDEX CARD*
MATCH KELAS VIII MATERI POKOK GARIS
SINGGUNG LINGKARAN DI SMP NEGERI 18
SEMARANG TAHUN PELAJARAN 2014/2015**

SKRIPSI

Disusun untuk Memenuhi Sebagian Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Pendidikan
dalam Ilmu Pendidikan Matematika



Oleh:

DEVITA N'MATUS SHOLIHAH

NIM : 113511041

**FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
SEMARANG
2015**

PERNYATAAN KEASLIAN

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Devita Ni'matus Sholihah
NIM : 113511041
Jurusan : Pendidikan Matematika
Program Studi : Pendidikan Matematika

Menyatakan bahwa skripsi yang berjudul:

**STUDI KOMPARASI HASIL BELAJAR DENGAN MODEL
PEMBELAJARAN *TIME TOKEN* AREND 1998 DAN MODEL
PEMBELAJARAN *INDEX CARD MATCH* KELAS VIII MATERI POKOK
GARIS SINGGUNG LINGKARAN DI SMP NEGERI 18 SEMARANG
TAHUN PELAJARAN 2014/2015**

secara keseluruhan adalah hasil penelitian/karya saya sendiri, kecuali bagian tertentu yang dirujuk sumbernya.





KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
Jl. Prof. Dr. Hamka (Kampus II) Ngaliyan Semarang
Telp. 024-7601295 Fax. 7615387

PENGESAHAN

Naskah skripsi ini dengan:

Judul : **Studi Komparasi Hasil Belajar dengan Model Pembelajaran Time Token Arend 1998 dan Model Pembelajaran Index Card Match Kelas VIII Materi Pokok Garis Singgung Lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang Tahun Pelajaran 2014/2015**

Nama : **Devita Ni'matus Sholihah**

NIM : 113511041

Jurusan : Pendidikan Matematika

Program studi: Pendidikan Matematika

Telah diujikan dalam sidang munaqosyah oleh Dewan Penguji Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Walisongo dan dapat diterima sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana dalam Ilmu Pendidikan Matematika.

Semarang, 12 Juni 2015



NOTA DINAS

Semarang, 29 Mei 2015

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan

UIN Walisongo

di Semarang

Assalamu'alaikum wr. wb.

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan :

Judul : **STUDI KOMPARASI HASIL BELAJAR DENGAN MODEL PEMBELAJARAN *TIME TOKEN* AREND 1998 DAN MODEL PEMBELAJARAN *INDEX CARD MATCH* KELAS VIII MATERI POKOK GARIS SINGGUNG LINGKARAN DI SMP NEGERI 18 SEMARANG TAHUN PELAJARAN 2014/2015**

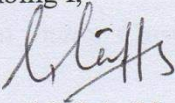
Nama : Devita Ni'matus Sholihah

NIM : 113511041

Jurusan : Pendidikan Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Walisongo untuk diujikan dalam sidang *Munaqasyah*.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Pembimbing I,

M. Hayati Saleh, M. Sc.
NIP.19760426 200604 2 001

NOTA DINAS

Semarang, 29 Mei 2015

Kepada

Yth. Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan

UIN Walisongo

di Semarang

Assalamu'alaikum wr. wb.

Dengan ini diberitahukan bahwa saya telah melakukan bimbingan, arahan dan koreksi naskah skripsi dengan :

Judul : **STUDI KOMPARASI HASIL BELAJAR DENGAN MODEL PEMBELAJARAN *TIME TOKEN* AREND 1998 DAN MODEL PEMBELAJARAN *INDEX CARD MATCH* KELAS VIII MATERI POKOK GARIS SINGGUNG LINGKARAN DI SMP NEGERI 18 SEMARANG TAHUN PELAJARAN 2014/2015**

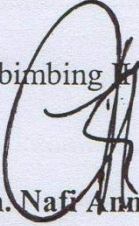
Nama : Devita Ni'matus Sholihah

NIM : 113511041

Jurusan : Pendidikan Matematika

Saya memandang bahwa naskah skripsi tersebut sudah dapat diajukan kepada Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Walisongo untuk diujikan dalam sidang *Munaqasyah*.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

Pembimbing I

Moh. Nafi Annury, M. Pd.
NIP.19780719 200501 1 007

ABSTRAK

Judul : Studi Komparasi Hasil Belajar dengan Model Pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan Model Pembelajaran *Index Card Match* Kelas VIII Materi Pokok Garis Singgung Lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang Tahun Pelajaran 2014/2015

Penulis: Devita Ni'matus Sholihah

NIM : 113511041

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui perbedaan perbedaan hasil belajar antara model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match* di SMP Negerin 18 Semarang.

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif dengan jenis penelitian komparatif. Komparasi yang dilakukan dalam penelitian ini adalah membandingkan hasil belajar materi garis singgung lingkaran antara peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match*. Sampel penelitian ini adalah kelas VIII-D sebagai sampel penelitian yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan kelas VIII-E sebagai sampel penelitian yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match*.

Data dikumpulkan dengan metode dokumentasi dan tes. Metode dokumentasi digunakan untuk memperoleh data nilai ulangan akhir semester gasal kelas VIII untuk analisis data awal sebelum mengambil sampel. Sedangkan metode tes digunakan untuk memperoleh data hasil belajar materi garis singgung lingkaran. Kemudian data tersebut dianalisis menggunakan uji statistik perbandingan rata-rata kelas yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan kelas yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match* dengan uji *t*.

Berdasarkan hasil penelitian, hasil belajar peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 pada pembelajaran Matematika kelas VIII SMP Negeri 18 Semarang materi garis singgung lingkaran diperoleh rata-rata kelas yaitu 81,594. Sedangkan hasil belajar peserta didik yang

menggunakan model pembelajaran *Index Card Match* pada pembelajaran Matematika kelas VIII SMP Negeri 18 Semarang materi garis singgung lingkaran diperoleh rata-rata kelas yaitu 75,844.

Dari kedua hasil belajar tersebut dilakukan uji perbandingan rata-rata pada tahap akhir menggunakan uji *t* diperoleh $t_{hitung} = 2,5576$ dan $t_{tabel} = 1,998972$ pada taraf signifikansi (α) 5% dan $dk = (n_1+n_2-2) = 62$. Diketahui bahwa $t_{hitung} > t_{tabel}$, maka dapat disimpulkan bahwa hasil belajar matematika peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* lebih baik dari hasil belajar matematika peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match*.

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

الْحَمْدُ لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah *arrahman arrahim* yang senantiasa melimpahkan rahmat, taufiq, hidayah dan inayah-Nya, akhirnya peneliti dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan lancar. Shalawat dan salam senantiasa tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, keluarga, sahabat dan para pengikutnya dengan harapan semoga mendapat syafaat di hari kiamat nanti.

Skripsi yang berjudul “Studi Komparasi Hasil Belajar dengan Model Pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan Model Pembelajaran *Index Card Match* Kelas VIII Materi Pokok Garis Singgung Lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang Tahun Pelajaran 2014/2015” ini disusun untuk memenuhi sebagian syarat dalam memperoleh gelar sarjana pendidikan dalam ilmu pendidikan matematika di Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Walisongo Semarang.

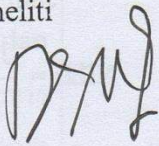
Skripsi ini tidak akan terselesaikan dengan baik dan lancar tanpa adanya bantuan dari berbagai pihak. Maka dari itu, dengan rasa hormat peneliti mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Darmu'in, M.Ag selaku dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang, yang telah mengesahkan skripsi ini.
2. Bapak Saminanto, S.Pd., M.Sc. selaku ketua Jurusan Pendidikan Matematika.
3. Ibu Minhayati Saleh, M. Sc., selaku dosen pembimbing yang telah memberikan pengarahan dan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Bapak Moh. Nafi Annury, M. Pd., selaku dosen pembimbing yang telah memberikan pengarahan dan bimbingan pada penyelesaian skripsi ini.
5. Bapak Aloysius Kristiyanto, S. Pd., M.Pd., selaku kepala SMP Negeri 18 Semarang serta Bapak Muhammad Yasro, S. Pd., selaku guru matematika SMP Negeri 18 Semarang yang telah membantu memberikan fasilitas berlangsungnya penelitian.

6. Ayahanda tercinta Supratmin dan Ibunda tercinta Masrufik yang senantiasa memberikan dorongan baik moril maupun materiil dengan ketulusan dan keikhlasan doa sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
7. Pendamping saya Ahmad Bukhori yang setia menemani apapun keadaannya, serta saudaraku Adek Irma Nurul Maulida dan Adek Beni Ainur Rozaq terima kasih atas inspirasi dan semangatnya.
8. Teman-teman Pendidikan Matematika Angkatan 2011 khususnya TM-B atas kerja sama, pelajaran, kebersamaan, dan motivasi yang selalu diberikan.
9. Keluarga besar Kos Al-Khudhori Perumahan Bank Niaga A4, khususnya teman-teman kamar Mbak Fitri, Dian, Nisya, Bunda Ervi, dan Etik yang telah menemani saya suka duka dan memberikan motivasi serta doa kepada penulis.
10. Dan semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, terima kasih atas dukungan baik moril maupun materiil demi terselesaikannya skripsi ini.

Semoga Allah SWT dapat meringankan urusan mereka seperti mereka meringankan beban penulis dalam menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih terdapat banyak kekurangan sehingga kritik dan saran sangat diharapkan demi perbaikan dan kesempurnaan hasil yang telah didapatkan. Akhirnya, penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat. *Amin yarabbal 'aalamiin.*

Semarang, 29 Mei 2015

Peneliti

Devita Ni'matus Sholihah
NIM. 113511041

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PERNYATAAN KEASLIAN	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
NOTA DINAS	iv
ABSTRAK	vi
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvi
DAFTAR SINGKATAN	xvii
BAB I : PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Rumusan Masalah	5
C. Tujuan dan Manfaat Penelitian	6
BAB II : LANDASAN TEORI	
A. Deskripsi Teori	8
1. Studi Komparasi	8
2. Belajar dan Faktor-faktor yang Mempengaruhi Belajar ...	8
a. Belajar	8
b. Teori Belajar.....	10
c. Hasil Belajar	12
d. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Belajar.....	14
3. Model Pembelajaran Kooperatif	15
4. Model Pembelajaran <i>Time Token</i> Arend 1998.....	16
a. Pengertian model pembelajaran <i>Time Token</i> Arend 1998	16

b. Implementasi model pembelajaran Time Token Arend 1998	17
c. Kelebihan model pembelajaran Time Token Arend 1998	17
d. Kekurangan model pembelajaran <i>Time Token Arend</i> 1998	18
5. Model Pembelajaran <i>Index Card Match</i>	18
a. Pengertian model pembelajaran <i>Index Card Match</i>	18
b. Implementasi model pembelajaran <i>Index Card Match</i>	18
c. Kelebihan model pembelajaran <i>Index Card Match</i>	19
d. Kekurangan model pembelajaran <i>Index Card Match</i> ...	20
6. Materi Pokok Garis Singgung Lingkaran	20
B. Kajian Pustaka.....	27
C. Rumusan Hipotesis	29

BAB III : METODE PENELITIAN

A. Jenis dan Pendekatan Penelitian.....	30
B. Tempat dan Waktu Penelitian	31
C. Populasi dan Sampel Penelitian	31
D. Variabel dan Indikator Penelitian.....	32
E. Teknik Pengumpulan Data.....	32
F. Teknik Analisis Data.....	33

BAB IV : DESKRIPSI DAN ANALISIS DATA

A. Deskripsi Data.....	44
1. Hasil Penilaian Model Pembelajaran Time Token Arend 1998.....	44
2. Hasil Penilaian Model Pembelajaran <i>Index Card Match</i> ...	47
B. Analisis Data	49
1. Analisis Data Tahap Awal	49
2. Analisis Butir Soal Uji Coba.....	53
3. Analisis Data Tahap Akhir.....	57

C. Pembahasan Hasil Penelitian	60
D. Keterbatasan Penelitian	64

BAB V : PENUTUP

A. Simpulan	65
B. Saran	65
C. Penutup.....	66

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	1	Hasil Wawancara Pra Penelitian
Lampiran	2	Daftar Nama Peserta Didik Kelas VIII
Lampiran	3	Daftar Nilai Uas Matematika SMP Kelas VIII
Lampiran	4	Uji Normalitas Tahap Awal Kelas VIII-A
Lampiran	5	Uji Normalitas Tahap Awal Kelas VIII-B
Lampiran	6	Uji Normalitas Tahap Awal Kelas VIII-C
Lampiran	7	Uji Normalitas Tahap Awal Kelas VIII-D
Lampiran	8	Uji Normalitas Tahap Awal Kelas VIII-E
Lampiran	9	Uji Normalitas Tahap Awal Kelas VIII-F
Lampiran	10	Uji Normalitas Tahap Awal Kelas VIII-G
Lampiran	11	Uji Normalitas Tahap Awal Kelas VIII-H
Lampiran	12	Uji Homogenitas Tahap Awal Ke-1
Lampiran	13	Uji Homogenitas Tahap Awal Ke-2
Lampiran	14	Uji Homogenitas Tahap Awal Ke-3
Lampiran	15	Uji Homogenitas Tahap Awal Ke-4
Lampiran	16	Uji Perbandingan Rata-rata Tahap Awal
Lampiran	17	RPP Model Pembelajaran <i>Time Token</i> Arend 1998 Pertemuan 1
Lampiran	18	RPP Model Pembelajaran <i>Time Token</i> Arend 1998 Pertemuan 2
Lampiran	19	RPP Model Pembelajaran <i>Time Token</i> Arend 1998 Pertemuan 3
Lampiran	20	RPP Model Pembelajaran <i>Index Card Match</i> Pertemuan 1
Lampiran	21	RPP Model Pembelajaran <i>Index Card Match</i> Pertemuan 2
Lampiran	22	RPP Model Pembelajaran <i>Index Card Match</i> Pertemuan 3
Lampiran	23	RPP Model Pembelajaran <i>Index Card Match</i> Pertemuan

Lampiran	24	Kisi-Kisi Soal Uji Coba
Lampiran	25	Soal Uji Coba Instrumen
Lampiran	26	Kunci Jawaban Soal Uji Coba Instrumen
Lampiran	27	Daftar Nama Peserta Didik Kelas Uji Coba
Lampiran	28	Analisis Butir Soal Instrumen Uji Coba Tahap 1
Lampiran	29	Analisis Butir Soal Instrumen Uji Coba Tahap 2
Lampiran	30	Contoh Perhitungan Validitas
Lampiran	31	Tabel Penolong Reliabilitas
Lampiran	32	Perhitungan Reliabilitas Instrumen
Lampiran	33	Contoh Perhitungan Tingkat Kesukaran
Lampiran	34	Contoh Perhitungan Daya Pembeda
Lampiran	35	Kisi-Kisi Soal Instrumen Penelitian
Lampiran	36	Soal Instrumen Penelitian
Lampiran	37	Kunci Jawaban Soal Instrumen Penelitian
Lampiran	38	Daftar Nama Peserta Didik Kelas Penelitian
Lampiran	39	Daftar Nilai Peserta Didik Kelas Penelitian
Lampiran	40	Uji Normalitas Tahap Akhir Kelas Penelitian Model Pembelajaran <i>Time Token</i> Arend 1998
Lampiran	41	Uji Normalitas Tahap Akhir Kelas Penelitian Model Pembelajaran <i>Index Card Match</i>
Lampiran	42	Uji Homogenitas Tahap Akhir
Lampiran	43	Uji Perbandingan Rata-rata Tahap Akhir (Uji Hipotesis Penelitian)
Lampiran	44	Jadwal Mengajar SMP Negeri 18 Semarang
Lampiran	45	Lembar Jawab Peserta Didik TTA
Lampiran	46	Lembar Jawab Peserta Didik ICM
Lampiran	47	Dokumentasi Penelitian
Lampiran	48	Surat-surat

DAFTAR TABEL

Tabel	4.1	Daftar Nilai Tes Peserta Didik Materi Garis Singgung Lingkaran yang Menggunakan Model Pembelajaran <i>Time Token</i> Arend 1998
Tabel	4.2	Distribusi Frekuensi Nilai Tes Peserta Didik yang Menggunakan Model Pembelajaran <i>Time Token</i> Arend 1998
Tabel	4.3	Daftar Nilai Tes Peserta Didik Materi Garis Singgung Lingkaran yang Menggunakan Model Pembelajaran <i>Index Card Match</i>
Tabel	4.4	Distribusi Frekuensi Peserta Didik Materi Garis Singgung Lingkaran yang Menggunakan Model Pembelajaran <i>Index Card Match</i>
Tabel	4.5	Hasil Uji Normalitas Tahap Awal
Tabel	4.6	Hasil Uji Coba Perbandingan Rata-rata Tahap Awal
Tabel	4.7	Hasil Uji Coba Instrumen
Tabel	4.8	Hasil Uji Validitas Instrumen Tahap 1
Tabel	4.9	Hasil Analisis Tingkat Kesukaran Instrumen
Tabel	4.10	Hasil Analisis Daya Pembeda Instrumen
Tabel	4.11	Hasil Uji Normalitas Tahap Akhir
Tabel	4.12	Hasil Uji Homogenitas Tahap Akhir
Tabel	4.13	Hasil Uji Hipotesis Penelitian

DAFTAR GAMBAR

Gambar	2.1	Garis Singgung Lingkaran
Gambar	2.2	Garis Singgung Melalui Suatu Titik Luar
Gambar	2.3	Layang-layang Garis Singgung
Gambar	2.4	Kedudukan Dua Lingkaran
Gambar	2.5	Garis Singgung Persekutuan Dalam Dua Lingkaran
Gambar	2.6	Garis Singgung Persekutuan Luar Dua Lingkaran

DAFTAR SINGKATAN

- TTA : *Time Token* Arend 1998
ICM : *Index Card Match*
RPP : Rencana Pelaksanaan Pembelajaran
UAS : Ulangan Akhir Semester

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Belajar merupakan suatu proses penting bagi dunia pendidikan. Negara Indonesia telah mencanangkan peraturan wajib belajar sembilan tahun. Hal ini berarti negara Indonesia berusaha untuk mencerdaskan rakyatnya sehingga negara Indonesia dapat mengikuti perkembangan zaman dengan baik. Salah satu lembaga pendidikan yang memiliki peran aktif untuk mencerdaskan rakyat adalah sekolah.

Sekolah merupakan suatu lembaga pendidikan yang melakukan kegiatan belajar yang biasa disebut dengan proses pembelajaran. Pembelajaran dijadikan kegiatan interaksi antara pendidik dengan peserta didik dalam dunia pendidikan. Proses ini membantu peserta didik dalam memperoleh suatu ilmu pengetahuan. Dalam hal ini, pendidik mempunyai tanggungjawab dalam memahami peserta didik agar terwujud pembelajaran yang baik.

Pembelajaran yang baik dapat dicapai dengan menerapkan berbagai macam cara, model dan metode pembelajaran sehingga pembelajaran menjadi mudah dan menyenangkan. Model pembelajaran merupakan langkah-langkah sistematis pendidik dalam pembelajaran untuk mencapai tujuan belajar. Terdapat berbagai macam model pembelajaran, akan tetapi semua model mempunyai kelebihan dan kekurangannya masing-masing. Oleh karena itu, seorang pendidik harus tepat dalam memilih model pembelajaran.

Salah satu model pembelajaran yang dapat digunakan adalah model pembelajaran kooperatif yaitu model pembelajaran aktif yang didalamnya terdapat diskusi kelompok kecil. Diskusi kelas dapat membantu memenuhi tiga tujuan belajar utama diantaranya: meningkatkan keterlibatan murid di dalam pembelajaran dengan melibatkan mereka untuk meyuarakan ide-idenya, membantu murid untuk mengembangkan pemahamannya dengan memberikan kesempatan mereka untuk berfikir keras tentang berbagai hal dan kemudian menverbalisasikan pemikiran mereka, dan membantu murid untuk mendapatkan keterampilan komunikasi (paling tidak rasa percaya diri untuk meyuarakan

pendapatnya sendiri di depan publik dan kemampuan untuk melakukan hal itu dengan jelas dan ringkas).¹

Adanya model pembelajaran memiliki pengaruh terhadap hasil belajar peserta didik. Maka, sebagai seorang pendidik harus memilih model pembelajaran yang tepat agar hasil belajar sesuai dengan yang diharapkan. Beberapa model pembelajaran kooperatif diantaranya model *Time Token Arend* 1998 dan model *Index Card Match*. Kedua model tersebut merupakan model yang menyenangkan, di mana keduanya terdapat permainan dalam pembelajaran.

Menurut Esmet untung Mardiyatmo, penggunaan games atau permainan sangat baik untuk meningkatkan efektivitas pembelajaran karena, dengan permainan, minimal peserta dapat merekam informasi dalam ingatannya lebih lama.² Dengan adanya permainan, peserta didik berperan aktif dalam proses pembelajaran sehingga pembelajaran yang berlangsung di kelas lebih bermakna dan peserta didik lebih memahami materi yang telah diajarkan.

Model *Time Token Arend* 1998 adalah model pembelajaran kooperatif *Time Token Arend* 1998 digunakan untuk melatih dan mengembangkan keterampilan sosial agar peserta didik tidak mendominasi pembicaraan atau diam sama sekali.³ Model pembelajaran ini menggunakan kartu yang memberi peluang sama kepada setiap peserta didik untuk mengeluarkan pendapat. Apabila peluang untuk mengeluarkan pendapatnya sudah habis, maka peserta didik tersebut sudah tidak boleh menjawab kembali. Hal ini bertujuan agar peserta didik dapat berfikir dan mengingat-ingat pelajaran yang telah diajarkan, semua peserta didik memiliki kesempatan untuk berpartisipasi aktif dengan cara mengeluarkan pendapat, bersosialisasi dengan peserta didik lain, dan menyenangkan sehingga diharapkan peserta didik dapat memahami materi yang diajarkan.

Sedangkan model *Index Card Match* adalah model *Time Token Arend* 1998 merupakan model pembelajaran kooperatif yang digunakan untuk melatih

¹ Daniel Muijs dan David Reynolds, *Effective Teaching Teori dan Aplikasi*, (Yogyakarta : Pustaka Pelajar, 2008), hlm. 75-76.

² Esmet Untung Mardiyatmo, *Kumpulan Permainan Seru – Tutorial untuk Para Fasilitator & Instruktur*, (Yogyakarta: Andi Offset, 2010), hlm. 2.

³ Miftahul Huda, *Model-model Pengajaran dan Pembelajaran: isu-isu metodis dan paradigmatik*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2014), hlm.239.

peserta didik agar lebih cermat dan lebih kuat pemahamannya terhadap suatu materi pokok.⁴ Model pembelajaran ini menggunakan kartu yang dijadikan dua bagian yaitu soal dan jawaban mengenai materi yang diajarkan. Soal dan jawaban itu di acak kemudian dibagikan kepada peserta didik. Peserta didik yang telah mendapatkan soal atau jawaban harus mencari pasangannya. Ini dimaksudkan agar dalam pembelajaran tersebut peserta didik dapat berfikir dan mengingat-ingat pelajaran yang telah diajarkan, berpartisipasi aktif, sosialisasi dengan peserta didik lain, dan menyenangkan.

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang diperlukan adanya sebuah model pembelajaran sehingga materi dapat tersampaikan dengan baik. Hal ini disebabkan karena matematika merupakan pelajaran yang mencakup pemahaman konsep, penalaran, dan pemecahan masalah. Selain itu, adanya anggapan masyarakat bahwa matematika disebut pelajaran yang sulit. Maka, diperlukan pembelajaran yang baik sehingga materi matematika dapat tersampaikan dengan baik.

Proses pembelajaran matematika di SMP Negeri 18 Semarang masih menggunakan metode ekspositori, guru hanya menerangkan materi kemudian memberikan soal latihan, dan tidak ada evaluasi setiap akhir pembelajaran. Berdasarkan informasi yang didapat pada tanggal 13 Januari 2015 dari Bapak Muhammad Yasro, S. Pd. yang merupakan salah satu guru matematika di SMP Negeri 18 Semarang, dalam pembelajaran beliau peserta didik di beri gambaran materi, setelah itu di beri soal kemudian di suruh mencarinya di buku. Hal ini menyebabkan tidak semua peserta didik menjawab pertanyaan dari guru sehingga dalam pembelajaran yang aktif hanya beberapa peserta didik saja. Pada materi garis singgung lingkaran, peserta didik terkadang dalam memasukkan rumus masih terbalik dengan rumus yang lain. Sehingga dalam menentukan hasilnya pun juga salah.⁵

⁴ Ismail SM, *Strategi pembelajaran Agama Islam Berbasis Paikem*, (Semarang: Rasail Media Group, 2008), hlm. 82.

⁵ Hasil wawancara dengan Bapak Muhammad Yasro, S. Pd. pada hari Selasa, 13 Januari 2015 di SMP Negeri 18 Semarang pada pukul 10.00 WIB.

Berdasarkan hasil observasi yang dilakukan pada tanggal 20 Januari 2015 di SMP Negeri 18 Semarang, diketahui bahwa saat peserta didik diberi kesempatan bertanya, sedikit sekali dari peserta didik yang bertanya, akibatnya peserta didik yang belum jelas tidak dapat terdeteksi oleh guru. Bahkan sebagian peserta didik hanya mencatat dan mendengarkan guru saja. Selain itu, jika disuruh mengerjakan soal di depan kelas hanya peserta didik tertentu yang mau maju dengan inisiatif sendiri, kebanyakan dari peserta didik baru mau maju mengerjakan soal di depan jika ditunjuk oleh guru dan bahkan ada yang harus dipaksa.

Materi garis singgung lingkaran, di dalamnya terdapat beberapa rumus di mana antara rumus satu dengan yang lain saling keterkaitan. Ketika peserta didik tidak terbiasa menggunakan rumus itu terkadang masih ada yang mengerjakan rumusnya terbalik dengan rumus lain. Untuk itu perlu adanya latihan-latihan agar peserta didik hafal dengan masing-masing rumus dalam garis singgung lingkaran.

Model *Time Token Arend* 1998 dan model *Index Card Match* memiliki kesamaan konsep. Konsep kedua model tersebut diantaranya guru mengadakan diskusi kelompok, mengadakan permainan dengan menggunakan bantuan media kartu, kemudian evaluasi. Yang membedakan kedua model ini adalah langkah dalam permainannya. Model *Time Token Arend* 1998 menggunakan kartu yang memberi peluang sama kepada setiap peserta didik untuk mengeluarkan pendapat. Apabila peluang untuk mengeluarkan pendapatnya sudah habis, maka peserta didik tersebut sudah tidak boleh menjawab kembali. Sedangkan model *Index Card Match* menggunakan kartu yang dijadikan dua bagian yaitu soal dan jawaban mengenai materi yang diajarkan

Kedua model tersebut merupakan model pembelajaran aktif berkelompok, terdapat permainan, mengembangkan keaktifan peserta didik dalam berpartisipasi. Model-model pembelajaran tersebut yang diharapkan dapat melatih peserta didik dalam berfikir dan mengingat-ingat pelajaran yang telah di ajarkan guru, lebih memperhatikan guru, dan bersosialisasi untuk mencapai hasil belajar yang maksimal. Model-model itu juga melatih kerjasama antar kelompok sehingga terjadi interaksi aktif antara peserta didik. Dengan demikian peserta didik

menganggap matematika itu mudah dan diharapkan dapat memahami materi dengan baik.

Dari dua model pembelajaran di atas peneliti bermaksud untuk melakukan komparasi terhadap kedua model tersebut pada materi garis singgung lingkaran. Berdasarkan uraian tersebut peneliti tertarik untuk mengadakan penelitian dengan judul “STUDI KOMPARASI HASIL BELAJAR DENGAN MODEL PEMBELAJARAN *TIME TOKEN AREND* 1998 DAN MODEL PEMBELAJARAN *INDEX CARD MATCH* KELAS VIII MATERI POKOK GARIS SINGGUNG LINGKARAN DI SMP NEGERI 18 SEMARANG TAHUN PELAJARAN 2014/2015”.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana hasil belajar dengan model pembelajaran *Time Token Arend* 1998 kelas VIII materi pokok garis singgung lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang tahun pelajaran 2014/2015?
2. Bagaimana hasil belajar dengan model pembelajaran *Index Card Match* kelas VIII materi pokok garis singgung lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang tahun pelajaran 2014/2015?
3. Adakah perbedaan hasil belajar antara model pembelajaran *Time Token Arend* 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match* kelas VIII materi pokok garis singgung lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang tahun pelajaran 2014/2015?

C. Tujuan dan Manfaat Penelitian

1. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka tujuan penelitian yang hendak dicapai adalah:

- a. Untuk mengetahui hasil belajar dengan model pembelajaran *Time Token Arend* 1998 kelas VIII materi pokok garis singgung lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang tahun pelajaran 2014/2015.
- b. Untuk mengetahui hasil belajar dengan model pembelajaran *Index Card Match* kelas VIII materi pokok garis singgung lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang tahun pelajaran 2014/2015.
- c. Untuk mengetahui perbedaan hasil belajar antara model pembelajaran *Time Token Arend* 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match* kelas VIII materi pokok garis singgung lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang tahun pelajaran 2014/2015.

2. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

- a. Bagi Guru
 - 1) Guru mendapatkan berbagai model pembelajaran aktif.
 - 2) Guru dapat meningkatkan kreatifitas dalam menerapkan model pembelajaran yang sesuai dan bervariasi.
 - 3) Membantu guru dalam mengatasi masalah dalam pembelajaran.
- b. Bagi Peserta Didik
 - 1) Menciptakan suasana pembelajaran yang aktif
 - 2) Menjadikan pelajaran matematika sebagai pelajaran yang menyenangkan.
 - 3) Membantu peserta didik menangkap materi yang diberikan.
 - 4) Meningkatkan motivasi dan daya tarik peserta didik terhadap mata pelajaran matematika sehingga peserta didik mudah memahami materi yang di sampaikan.
 - 5) Menjadikan peserta didik dapat berinteraksi dengan teman sebayanya.

- 6) Meningkatkan hasil belajar peserta didik kelas VIII di SMP Negeri 18 Semarang dalam mata pelajaran matematika.

c. Bagi Peneliti

- 1) Peneliti dapat membedakan hasil belajar antara model pembelajaran *Time Token Arend* 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match* mata pelajaran matematika kelas VIII materi pokok garis singgung lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang.
- 2) Sebagai pertimbangan bagi peneliti untuk melaksanakan pembelajaran matematika, sehingga pembelajaran yang dilakukan dapat menumbuhkan suasana yang aktif dan menyenangkan.
- 3) Peneliti memperoleh pengalaman langsung bagaimana memilih pembelajaran yang tepat, sehingga dimungkinkan kelak ketika terjun ke lapangan mempunyai wawasan dan pengalaman.
- 4) Peneliti akan mempunyai dasar-dasar kemampuan mengajar dan memperoleh pemecahan masalah dalam penelitian sehingga diperoleh suatu model pembelajaran yang dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah peserta didik.

d. Bagi Lembaga Pendidikan

- 1) Memberikan salah satu cara untuk meningkatkan hasil belajar peserta didik kelas VIII di SMP Negeri 18 Semarang dalam mata pelajaran matematika.
- 2) Penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi tentang memilih model pembelajaran yang dapat dijadikan sebagai bahan pertimbangan untuk meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di sekolah.

BAB II

LANDASAN TEORI

A. Deskripsi Teori

1. Studi Komparasi

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, studi dapat diartikan “penelitian ilmiah, kajian, telaahan”.⁶ Sedangkan komparasi dapat diartikan “perbandingan”.⁷

Mohammad Nazir mengemukakan bahwa studi komparatif adalah “sejenis penelitian yang ingin mencari jawaban secara mendasar tentang sebab akibat, dengan menganalisa faktor penyebab terjadinya maupun munculnya suatu fenomena tertentu”.⁸

Berdasarkan pendapat diatas maka dapat disimpulkan bahwa studi komparasi adalah suatu kegiatan untuk mencari jawaban secara mendasar tentang sebab akibat dengan membandingkan dua hal atau lebih dari suatu objek penelitian. Perbandingan ini dilakukan untuk pertimbangan antara dua hal sehingga mendapatkan satu hal yang terbaik.

Pada penelitian ini, yang akan dibandingkan adalah hasil belajar yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dengan model pembelajaran *Index Card Match*.

2. Belajar dan Faktor-faktor yang Mempengaruhi Belajar

a. Belajar

Belajar merupakan suatu proses perubahan yaitu perubahan tingkah laku sebagai hasil dari interaksi dengan lingkungan dalam memenuhi kebutuhan hidupnya.⁹ Selain itu belajar merupakan satu proses aktif. Yang di maksud aktif di sini ialah bukan hanya aktivitas

⁶ Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, (Jakarta: Balai Pustaka, 2008), hlm. 1093.

⁷ Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, hlm. 584.

⁸ Moh. Nazir, *Metode Penelitian*, (Bogor: Ghalia Indonesia, 2005), hlm. 58.

⁹ Indah Komsiyah, *Belajar dan Pembelajaran*, (Yogyakarta: Teras, 2012), hlm. 2.

yang nampak seperti gerakan badan, akan tetapi juga aktivitas-aktifitas mental seperti proses berfikir, mengingat, dan sebagainya. Pandangan ini pada umumnya dikemukakan oleh gestalt.¹⁰ Sehingga perlu adanya proses aktif untuk mencapai proses belajar.

Pencapaian proses aktif diperlukan adanya model pembelajaran yang merangsang peserta didik dalam pembelajaran. Akan tetapi pendidik harus memilih cara mengajar yang tepat untuk digunakan dalam pembelajaran. Pemilihan yang tepat tersebut diharapkan dapat menjadikan peserta didik lebih mudah untuk memahami suatu materi.

Menurut M. Muzammil Basyir dan M. Malik M. Sa'id mengemukakan:

كيفية التدريس وتحليف طريقة التدريس باختلاف المحتوى التعليمي الذي يتم اختياره والمواقف التعليمية ومنها طرق الألقاء , المناقشة , الحوار , حل المشكلات , طريقة , المشروع.¹¹
“Cara-cara mengajar itu berbeda satu sama lain tergantung apa yang diajarkan, diantaranya adalah dengan penyampaian diskusi, tanya jawab, pemecahan masalah, dan tematik.”

Diantaranya cara mengajar yang dapat digunakan yaitu dengan diskusi menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match* merupakan model pembelajaran aktif berkelompok menyenangkan yang diharapkan dapat melatih peserta didik dalam berfikir dan mengingat-ingat pelajaran yang telah di ajarkan guru, mengembangkan keaktifan peserta didik dalam berpartisipasi, lebih memperhatikan guru, dan bersosialisasi untuk mencapai hasil belajar yang maksimal.

Model-model itu juga melatih kerjasama antar kelompok sehingga terjadi interaksi aktif antara peserta didik. Dengan demikian

¹⁰ Mustaqim, dan Abdul Wahib, *Psikologi Pendidikan*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2010), hlm. 61.

¹¹ M. Muzammil Al Basyir dan M. Malik Muhammad Sa'id, *Ilal Manahij wa Thorqi Al Tadris*, (Riyadh: Darulliwaai Linnasyri Wattauzii'i, 1995), hlm. 24.

peserta didik menganggap matematika itu mudah dan diharapkan dapat memahami materi dengan baik.

b. Teori Belajar

1) Teori Edward Lee Thorndike

Menurut Thorndike belajar merupakan peristiwa terbentuknya asosiasi-asosiasi antara peristiwa yang disebut stimulus dan respons. Teori belajar ini disebut teori *connectionism*.

Thorndike menyusun hukum yang berkaitan dengan hubungan stimulus dan respon yaitu:

a) Hukum kesiapan atau *law of readiness*

Jika suatu organisme di dukung oleh kesiapan yang kuat untuk memperoleh stimulus, maka pelaksanaan tingkah laku akan menimbulkan kepuasan individu sehingga asosiasi cenderung diperkuat.

b) Hukum latihan atau *law of exercise*

Semakin sering suatu tingkah laku dilatih atau digunakan, maka asosiasinya tersebut semakin kuat.

c) Hukum hasil atau *law of effect*

Hubungan antara rangsangan dan perilaku akan semakin kukuh apabila terdapat kepuasan dan akan semakin diperlemah apabila tidak terdapat kepuasan.¹²

Relevansi teori Edward Lee Thorndike terhadap penelitian ini adalah belajar akan berhasil jika peserta didik sudah siap untuk belajar dan adanya pengulangan yang disajikan dengan cara yang menarik sehingga pembelajaran tidak membosankan dan peserta didik dapat memahami materi. Ini sesuai dengan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan *Index Card Match*.

¹² Agus Suprijono, *Cooperative Learning (Teori dan Aplikasi PAIKEM)*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2011), hlm. 7-8.

2) Teori Ausubel

Menurut Ausubel, belajar merupakan asimilasi yang bermakna bagi peserta didik.¹³ Peserta didik akan belajar dengan baik jika isi pelajaran (*instructional content*) sebelumnya didefinisikan dan kemudian dipresentasikan dengan baik dan tepat kepada peserta didik (*advance organizers*). Dengan demikian, akan mempengaruhi pengaturan kemajuan belajar peserta didik.¹⁴

Belajar bermakna pada teori ausubel dapat di aplikasi diantaranya dengan menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan *Index Card Match*. Kedua model tersebut merupakan model pembelajaran yang di dalamnya terdapat permainan dengan kartu yang di dalamnya berhubungan dengan materi yang di ajarkan. Penggunaan kartu ini di maksudkan agar peserta didik tidak bosan dengan materi yang di ajarkan dan lebih memaknai materi.

3) Teori Vygotsky

Menurut Vygotsky, belajar adalah sebuah proses yang melibatkan dua elemen penting. Pertama, belajar merupakan proses secara biologi sebagai proses dasar. Kedua, proses secara psikososial sebagai proses yang lebih tinggi dan esensinya berkaitan dengan lingkungan sosial budaya.¹⁵

Dalam membangun sendiri pengetahuannya, peserta didik dapat memperoleh pengetahuan melalui kegiatan dengan fasilitator, teman atau diskusi kecil, mengerjakan tugas dan sebagainya. Guru kiranya dapat memanfaatkan baik teori Piaget maupun teori

¹³ Asri Budiningsih, *Belajar dan Pembelajaran*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2005), hlm. 43.

¹⁴ Eveline Siregar dan Hartini Nara, *Teori Belajar dan Pembelajaran*, (Bogor: Ghalia Indonesia, 2011), hlm. 33.

¹⁵ Baharuddin dan Esa Nur Wahyuni, *Teori Belajar dan Pembelajaran*, (Jogjakarta: Ar-Ruzz media, 2010), hlm. 124.

Vygotsky dalam upaya untuk melakukan proses pembelajaran yang efektif.¹⁶

Model pembelajaran sesuai dengan teori Vygotsky dimana peserta didik diarahkan guru untuk melakukan diskusi. Dalam diskusi tersebut peserta didik diminta mengerjakan soal yang telah dibagikan. Dengan kedua model tersebut, diharapkan peserta didik SMP Negeri 18 Semarang dapat memperoleh pengetahuan melalui diskusi kecil dan mengerjakan tugas. Dalam diskusi kecil peserta didik dapat saling mengeluarkan pendapat dengan peserta didik lain sehingga mereka mendapatkan solusi terhadap permasalahan suatu materi. Sedangkan dengan mengerjakan tugas, peserta didik dapat mengukur seberapa kuat pemahaman mereka terhadap materi yang diajarkan.

c. Hasil Belajar

Hasil belajar adalah suatu kemampuan yang berupa ketrampilan dan perilaku baru sebagai akibat dari latihan atau pengalaman yang diperoleh.¹⁷ Ketika proses belajar baik, maka belajarnya juga baik. Untuk itu, perlu adanya perencanaan yang matang sebelum proses belajar dilakukan.

Dalam Qur'an Surat An-Nahl ayat 78 Allah berfirman:

وَاللَّهُ أَخْرَجَكُم مِّن بُطُونِ أُمَّهَاتِكُمْ لَا تَعْلَمُونَ شَيْئًا وَجَعَلَ لَكُمُ السَّمْعَ
وَالْأَبْصَرَ وَالْأَفْئِدَةَ لَعَلَّكُمْ تَشْكُرُونَ ﴿٧٨﴾

“Dan Allah mengeluarkan kamu dari perut ibumu dalam Keadaan tidak mengetahui sesuatupun, dan Dia memberi kamu pendengaran, penglihatan dan hati, agar kamu bersyukur.” (Q.S. An Nahl: 78)

¹⁶ Saminanto, *Ayo Praktik PTK*, (Semarang: Rasail, 2010), hlm. 20-21.

¹⁷ Rosma Hartiny Sam's, *Model Penelitian Tindakan Kelas*, (Yogyakarta: Sukses Offset, 2010), hlm. 33.

Dalam ayat ini, Allah SWT mengeluarkan manusia dari rahim ibunya dalam keadaan tidak mengetahui apa-apa. Tetapi sewaktu dalam rahim, Allah menganugerahkan potensi, bakat, dan kemampuan seperti berfikir, berbahagia, mengindra, dan lain sebagainya pada diri manusia. Setelah manusia lahir, dengan hidayah Allah segala potensi dan bakat itu berkembang. Akalnya dapat memikirkan tentang kebaikan dan kejahatan, kebenaran dan kesalahan, serta hak dan batil. Dengan pendengaran dan penglihatan yang telah berkembang itu, manusia mengenali dunia sekitarnya, mempertahankan hidupnya, dan mengadakan hubungan dengan sesama manusia. Dengan perantaraan akal dan indra, pengalaman dan pengetahuan manusia dari hari kehari semakin bertambah dan berkembang.¹⁸

Allah telah menganugerahkan potensi, bakat, dan kemampuan seperti berfikir, berbahagia, mengindra, dan lain sebagainya pada diri manusia. Untuk itu manusia harus memikirkan apa yang baik bagi dirinya, sehingga pengetahuan manusia yang semakin bertambah dan berkembang itu adalah kebbaikannya.

Berkaitan dengan hasil belajar tersebut, Bloom membagi ke dalam tiga kawasan yaitu:

1) Hasil belajar dalam ranah kognitif

Hasil belajar dalam ranah kognitif merupakan kemampuan mengingat dan memecahkan masalah berdasarkan apa yang telah dipelajari peserta didik. Dalam hal ini mencakup keterampilan intelektual yang merupakan salah satu tugas dan kegiatan pendidikan yang meliputi pengetahuan, pemahaman, penerapan, analisis, sintesis, dan evaluasi. Hasil belajar dalam ranah afektif

¹⁸ Kementerian Agama RI, *Al-Qur'an dan Tafsirnya (Edisi yang Disempurnakan)*, (Jakarta: Lentara Abadi, 2010), hlm. 358-360.

2) Hasil belajar dalam ranah afektif

Hasil belajar dalam ranah afektif menekankan pada perasaan, emosi, apresiasi, pertimbangan, dan tingkat penerimaan atau penolakan terhadap suatu nilai. Hasil belajar ranah afektif ini ditandai adanya penerimaan, pemberian respon, penilaian, mengkonseptualisasikan sesuatu dan mengkonversi nilai-nilai.

3) Hasil belajar pada ranah psikomotorik

Hasil belajar dalam ranah psikomotorik menekankan pada keterampilan motorik dan manipulasi bahan, maka peserta didik akan memperoleh pengetahuan antara lain dalam hal imitasi, manipulasi, presisi, artikulasi, dan adaptasi.¹⁹

Dalam penelitian ini, hasil belajar yang digunakan peneliti adalah hasil belajar pada ranah kognitif.

d. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Belajar

Diantaranya faktor-faktor yang mempengaruhi belajar adalah:²⁰

- a) Kemampuan bawaan
- b) Kondisi fisik orang yang belajar
- c) Kondisi psikis anak
- d) Kemauan belajar
- e) Sikap terhadap Guru, mata pelajaran dan pengertian mereka mengenai kemajuan mereka sendiri
- f) Bimbingan
- g) Ulangan

Dari faktor-faktor yang mempengaruhi belajar, terdapat faktor kemauan belajar dan mata pelajaran. Kemauan belajar peserta didik memegang peran penting dalam belajar. Ketika kemauan belajar sudah ada maka apapun pelajaran yang diberikan peserta didik akan tetap

¹⁹ Hartiny Sam's, *Model Penelitian Tindakan Kelas*, hlm. 35.

²⁰ Mustaqim, dan Abdul Wahib, "*Psikologi Pendidikan*", , hlm. 63-68.

senang.²¹ Dalam hal ini untuk peneliti memberikan sebuah model pembelajaran yang di dalamnya di beri sedikit permainan agar peserta didik tidak jenuh dan mau untuk belajar.

Penggunaan permainan akan membuat program belajar sukses. Salah satu kelebihan permainan adalah membuat peserta senang dan relaks, memotivasi peserta, dan melibatkan mereka. Hasilnya, proses belajar menjadi produktif dan menyenangkan.²²

Kemudian untuk faktor mata pelajaran merupakan faktor yang penting bagi peserta didik. Mata pelajaran yang di sukai akan lebih lancar dipelajari daripada pelajaran yang kurang di sukai. Mata pelajaran dapat disenangi atau dibenci tergantung dari banyak faktor. Mungkin karena guru menyajikan pertama kali kurang baik, mungkin disebabkan kegagalan-kegagalan peserta didik dalam pelajaran itu, dll.²³ Untuk itu dalam mengatasi masalah yang di alami oleh peserta didik dengan memberikan pembelajaran yang menyenangkan sehingga hasil belajar mereka dapat meningkat.

3. Model Pembelajaran Kooperatif

Model pembelajaran kooperatif adalah salah satu model pembelajaran kelompok yang memiliki aturan-aturan tertentu. Prinsip dasar pembelajaran kooperatif adalah peserta didik membentuk kelompok kecil dan saling mengajar sesamanya untuk mencapai tujuan bersama. Dalam pembelajaran kooperatif peserta didik pandai mengajar peserta didik yang kurang pandai tanpa merasa dirugikan.²⁴

Diskusi kelompok kecil sangat penting dalam proses pembelajaran. Ini dikarenakan dalam diskusi kelompok kecil semua peserta didik dapat terlibat

²¹ Mustaqim, dan Abdul Wahib, *Psikologi Pendidikan,* , hlm. 64.

²² Mardiyatmo, Esmet Untung, *Kumpulan Permainan Seru – Tutorial untuk Para Fasilitator & Instruktur*, (Yogyakarta: Andi Offset, 2010), hlm. 2.

²³ Mustaqim, dan Abdul Wahib, *Psikologi Pendidikan,* , hlm. 65.

²⁴ Made Wena, *Strategi Pembelajaran Inovatif Kontemporer: suatu konseptual operasional*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2011), hlm. 189.

aktif dalam proses pembelajaran. Menurut Dr. Ravi Ranga Rao mengatakan bahwa “*In small group instruction, group discussion form the core of all the strategies used. A discussion indicates an exchange of ideas accompanied by active learning with all the members of the group participating in it*”.²⁵ Dalam instruksi kelompok kecil, diskusi kelompok merupakan inti dari strategi yang digunakan. Diskusi mengindikasikan pertukaran ide yang disertai dengan pembelajaran aktif, di mana semua anggota kelompok berpartisipasi didalamnya.

Model kooperatif ini sangat baik dalam pembelajaran karena semua peserta didik berinteraksi satu sama lain mengenai suatu materi. Interaksi itulah yang peserta didik yang sudah faham mengajari temannya yang belum faham dan yang tidak faham menjadi faham.

4. Model Pembelajaran *Time Token* Arend 1998

a. Pengertian Model Pembelajaran *Time Token* Arend 1998

Model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 merupakan model pembelajaran kooperatif yang digunakan untuk melatih dan mengembangkan keterampilan sosial agar peserta didik tidak mendominasi pembicaraan atau diam sama sekali. Guru memberi sejumlah kupon berbicara dengan waktu \pm 30 detik per kupon pada tiap peserta didik. Sebelum berbicara, peserta didik menyerahkan kupon terlebih dahulu pada guru. Satu kupon adalah untuk satu kesempatan berbicara. Peserta didik dapat tampil lagi setelah bergiliran dengan peserta didik lainnya. Peserta didik yang telah habis kuponnya tidak boleh berbicara lagi. Peserta didik yang harus bicara sampai semua kuponnya habis.²⁶

²⁵ Ravi Ranga Rao, *Methods of Teacher Training*, (New Delhi: Mehra Offset Press, 2011), hlm. 320.

²⁶ Miftahul Huda, *Model-model Pengajaran dan Pembelajaran: isu-isu metodis dan paradigmatik*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2014), hlm.239-240.

b. Implementasi Model *Time Token* Arend 1998

Langkah-langkah pembelajaran dengan sebagai berikut:

- 1) Guru memberikan materi.
- 2) Kondisikan kelas untuk melaksanakan diskusi.
- 3) Guru membagi kelompok kecil 4-5 orang.
- 4) Setiap peserta didik diberikan kupon berbicara dengan waktu \pm 30 detik.
- 5) Jika telah selesai bicara, kupon yang dipegang peserta didik diserahkan dan setiap berbicara satu kupon
- 6) Peserta didik yang telah habis kuponnya tidak boleh bicara lagi, dan setiap peserta didik yang masih memegang kupon harus bicara sampai kuponnya habis.²⁷

c. Kelebihan Model *Time Token* Arend 1998

Strategi *Time Token* Arend 1998 memiliki beberapa kelebihan diantaranya:

- 1) Mendorong peserta didik untuk meningkatkan inisiatif dan partisipasi.
- 2) Menghindari dominasi peserta didik yang pandai berbicara atau yang tidak berbicara sama sekali.
- 3) Membantu peserta didik untuk aktif dalam kegiatan pembelajaran.
- 4) Meningkatkan kemampuan peserta didik dalam berkomunikasi.
- 5) Melatih peserta didik untuk mengungkapkan pendapat.
- 6) Menumbuhkan kebiasaan peserta didik untuk saling mendengarkan, berbagi, memberikan masukan, dan memiliki sikap keterbukaan terhadap kritik.
- 7) Mengajarkan peserta didik untuk menghargai pendapat orang lain.
- 8) Mengajak peserta didik mencari solusi bersama terhadap permasalahan yang di hadapi.

²⁷ Hanifah dan Cucu Suhana, *Konsep Strategi Pembelajaran*, (Bandung: PT. Refika Aditama, 2012), hlm. 55.

- 9) Tidak memerlukan banyak media pembelajaran.
- d. Kekurangan Model *Time Token Arend* 1998

Beberapa kekurangan dari model pembelajaran *Time Token Arend* 1998 yang harus jadi pertimbangan antaralain:

- 1) Hanya dapat digunakan untuk mata pelajaran tertentu saja.
- 2) Tidak bisa digunakan pada kelas yang jumlah kelasnya banyak.
- 3) Memerlukan banyak waktu untuk persiapan. Dalam proses pembelajaran, karena semua peserta didik harus berbicara satu persatu sesuai jumlah kupon yang dimilikinya.
- 4) Kecenderungan untuk sedikit menekan peserta didik pasif dan membiarkan peserta didik yang aktif untuk berpartisipasi lebih banyak di kelas.²⁸

5. Model Pembelajaran *Index Card Match*

a. Pengertian Model *Index Card Match*

Model *Index Card Match* merupakan model pembelajaran kooperatif yang digunakan untuk melatih peserta didik agar lebih cermat dan lebih kuat pemahamannya terhadap suatu materi pokok.²⁹ Model ini dikembangkan pertama kali pada 1994 oleh Lurna Curan.³⁰

b. Implementasi *Index Card Match*

Langkah-langkah pembelajaran dengan sebagai berikut:

- 1) Sebelum pembelajaran, guru menyiapkan beberapa kartu sejumlah peserta didik yang berisi setengah bagian kertas soal masing-masing berisi satu pertanyaan dan setengah bagian kertas jawaban soal dari pertanyaan yang dibuat.
- 2) Guru memberikan materi.

²⁸ Miftahul Huda, *Model-model Pengajaran dan Pembelajaran ...*, hlm. 241.

²⁹ Ismail SM, *Strategi pembelajaran Agama Islam Berbasis Paikem*, (Semarang: Rasail Media Group, 2008), hlm. 82.

³⁰ Miftahul Huda, *Model-model Pengajaran dan Pembelajaran ...*, hlm. 251.

- 3) Guru mengocok semua kertas sehingga akan tercampur antara soal dan jawaban.
 - 4) Beri setiap peserta didik satu kertas. Jelaskan bahwa ini adalah aktivitas yang dilakukan berpasangan. Setengah peserta didik akan mendapatkan soal dan setengah yang lain akan mendapatkan jawaban.
 - 5) Minta peserta didik untuk menemukan pasangan mereka. Jika ada yang sudah menemukan pasangan, minta mereka untuk duduk berdekatan. Terangkan juga agar mereka tidak memberitahu materi yang mereka dapatkan kepada teman lain.
 - 6) Setelah semua peserta didik menemukan pasangan dan duduk berdekatan, minta setiap pasangan secara bergantian untuk membacakan soal yang diperoleh dengan keras kepada teman-teman yang lain. Selanjutnya soal tersebut dijawab oleh pasangan-pasangan yang lain.
 - 7) Akhiri proses ini dengan membuat klarifikasi dan kesimpulan.³¹
- c. Kelebihan Model Pembelajaran *Index Card Match*

Kelebihan model pembelajaran *Index Card Match* ini antara lain:

- 1) Dapat meningkatkan aktivitas belajar peserta didik.
- 2) Karena ada unsur permainan, metode ini menyenangkan.
- 3) Meningkatkan pemahaman peserta didik terhadap materi yang dipelajari dan dapat meningkatkan motivasi belajar peserta didik.
- 4) Efektif sebagai sarana melatih keberanian peserta didik untuk tampil presentasi.
- 5) Efektif melatih kedisiplinan peserta didik menghargai waktu untuk belajar.

³¹ Hisyam Zaini, dkk., *Strategi Pembelajaran Aktif*, (Yogyakarta: Insan Madani, 2008), hlm. 67-68.

d. Kekurangan Model Pembelajaran *Index Card Match*

Adapun kelemahan dari model pembelajaran *Index Card Match* adalah:

- 1) Jika strategi ini tidak dipersiapkan dengan baik, akan banyak waktu yang terbuang.
- 2) Pada awal-awal penerapan metode, banyak peserta didik yang akan malu berpasangan dengan lawan jenisnya.
- 3) Jika guru tidak mengarahkan peserta didik dengan baik, akan banyak peserta didik yang kurang memperhatikan pada saat presentasi pasangan.
- 4) Guru harus hati-hati dan bijaksana saat memberi hukuman pada peserta didik yang tidak dapat pasangan, karena mereka bisa malu.
- 5) Menggunakan metode ini secara terus menerus akan menimbulkan kebosanan.³²

Kedua model pembelajaran tersebut dimaksudkan sebagai solusi peserta didik kelas VIII di SMP Negeri 18 Semarang dalam materi pokok garis singgung lingkaran. Dari kedua model pembelajaran tersebut akan dibandingkan untuk mengetahui model pembelajaran mana yang paling tepat untuk memecahkan masalah tersebut.

6. Materi pokok Garis Singgung Lingkaran

Garis singgung lingkaran merupakan materi pokok peserta didik kelas VIII SMP/ MTs semester genap pada kurikulum KTSP. Pada garis singgung lingkaran akan dipelajari tentang sifat-sifat, keliling, dan luas garis singgung lingkaran

Standar Kompetensi:

4. Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya

Kompetensi Dasar dan Indikator:

- 4.4. Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran

³² Miftahul Huda, *Model-model Pengajaran dan Pembelajaran ...*, hlm. 253-254.

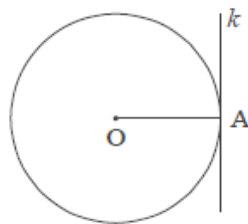
- 4.4.1. Menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran
- 4.4.2. Menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran
- 4.4.3. Menentukan layang-layang garis singgung
- 4.4.4. Menjelaskan kedudukan dua lingkaran
- 4.4.5. Menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran
- 4.4.6. Menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran
- 4.4.7. Menentukan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran

Materi:

GARIS SINGGUNG LINGKARAN

- a. Pengertian Garis Singgung Lingkaran

Garis singgung lingkaran adalah garis yang memotong suatu lingkaran di satu titik dan berpotongan tegak lurus dengan jari-jari di titik singgungnya.



Gambar 2. 1
Garis Singgung Lingkaran

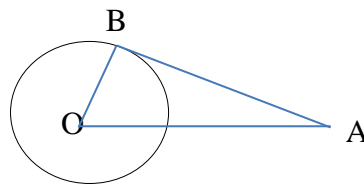
Pada Gambar 1, tampak bahwa garis *k* tegak lurus dengan jari-jari OA. Garis *k* adalah *garis singgung lingkaran* di titik A, sedangkan A disebut *titik singgung lingkaran*.

Karena garis $k \perp OA$, hal ini berarti sudut yang dibentuk kedua garis tersebut besarnya 90° . Dengan demikian secara umum dapat

dikatakan bahwa setiap sudut yang dibentuk oleh garis yang melalui titik pusat dan garis singgung lingkaran besarnya 90° .

- b. Menentukan Panjang Garis Singgung Lingkaran dari Satu Titik di Luar Lingkaran

Melalui *sebuah titik di luar lingkaran* dapat dibuat *dua garis singgung* pada lingkaran tersebut.



Gambar 2. 2
Garis Singgung Melalui Suatu Titik Luar

Pada Gambar di atas, lingkaran berpusat di titik O dengan jari-jari OB dan $OB \perp$ garis AB. Garis AB adalah garis singgung lingkaran melalui titik A di luar lingkaran. Perhatikan segitiga siku-siku ABO. Dengan teorema Pythagoras berlaku:

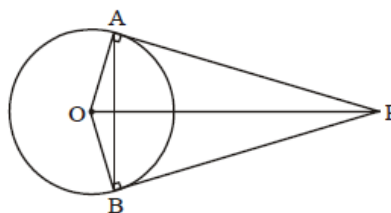
$$OB^2 + AB^2 = OA^2$$

$$AB^2 = OA^2 - OB^2$$

$$AB = \sqrt{OA^2 - OB^2}$$

Panjang garis singgung lingkaran = $AB = \sqrt{OA^2 - OB^2}$

- c. Layang-layang Garis Singgung



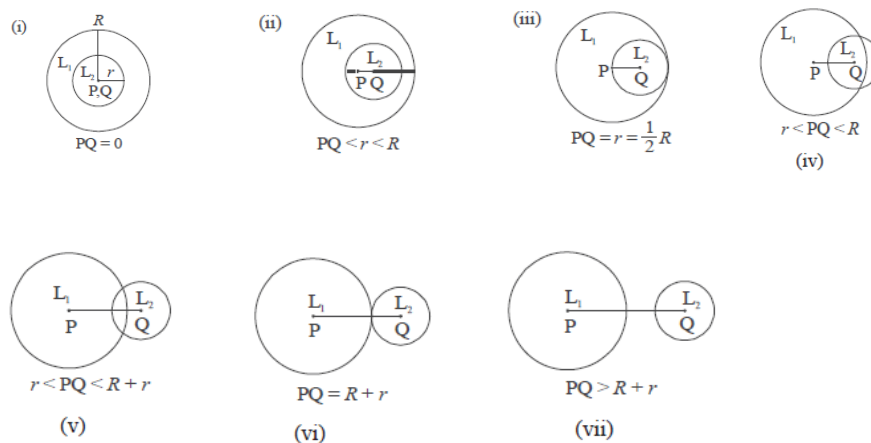
Gambar 2. 3
Layang-layang Garis Singgung

Segi empat OAPB terbentuk dari segitiga sama kaki OAB dan segitiga sama kaki ABP dengan alas AB yang saling berimpit. Oleh

karena itu, kita dapat mengatakan bahwa segi empat OAPB merupakan *layang-layang*. Karena sisi layang-layang OAPB terdiri dari *jari-jari lingkaran* dan *garis singgung lingkaran*, maka segi empat OAPB disebut *layang-layang garis singgung*.

d. Kedudukan Dua Lingkaran

Jika terdapat dua lingkaran masing-masing lingkaran L_1 berpusat di P dengan jari-jari R dan lingkaran L_2 berpusat di Q dengan jari-jari r di mana $R > r$ maka terdapat beberapa kedudukan lingkaran sebagai berikut.



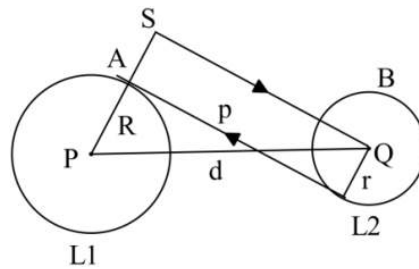
Gambar 2. 4
Kedudukan Dua Lingkaran

- (i) L_2 terletak di dalam L_1 dengan P dan Q berimpit, sehingga panjang $PQ = 0$. Dalam hal ini dikatakan L_2 terletak di dalam L_1 dan *konsentris* (setitik pusat).
- (ii) L_2 terletak di dalam L_1 dan $PQ < r < R$. Dalam hal ini dikatakan L_2 terletak di dalam L_1 dan *tidak konsentris*.
- (iii) L_2 terletak di dalam L_1 dan $PQ = r = 0,5 R$, sehingga L_1 dan L_2 *bersinggungan di dalam*.
- (iv) L_1 berpotongan dengan L_2 dan $r < PQ < R$.
- (v) L_1 berpotongan dengan L_2 dan $r < PQ < R + r$.

(vi) L1 terletak di luar L2 dan $PQ = R + r$, sehingga L1 dan L2 *bersinggungan di luar*.

(vii) L1 terletak di luar L2 dan $PQ > R + r$, sehingga L1 dan L2 *saling terpisah*.

e. Panjang Garis Singgung Dalam Persekutuan Dua Lingkaran



Gambar 2. 5
Garis Singgung Persekutuan Dalam Dua Lingkaran

Jari-jari lingkaran yang berpusat di P = R ;

Jari-jari lingkaran yang berpusat di Q = r ;

Panjang garis singgung persekutuan dalam adalah $AB = PGSPD = p$.

Jarak titik pusat kedua lingkaran adalah $PQ = d$.

Jika garis AB digeser sejajar ke atas sejauh BQ maka diperoleh garis SQ.

Garis SQ sejajar AB, sehingga $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$ (sehadap).

Perhatikan segi empat ABQS.

Garis $AB \parallel SQ$, $AS \parallel BQ$, dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$.

Jadi, segi empat ABQS merupakan persegi panjang dengan panjang $AB = PGSPD$ dan lebar $BQ = r$.

Perhatikan bahwa ΔPQS siku-siku di titik S. Dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh

$$QS^2 = PQ^2 - PS^2$$

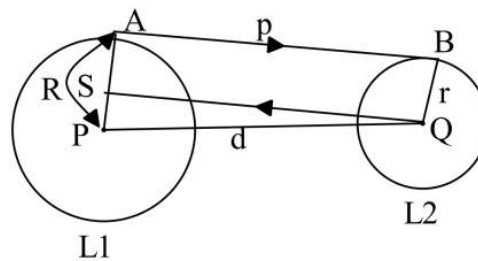
$$QS = \sqrt{PQ^2 - PS^2}$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - (R + r)^2}$$

Karena panjang $QS = AB$, maka rumus panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran (PGSPD) dengan jarak kedua titik pusat p , jari-jari lingkaran besar R , dan jari-jari lingkaran kecil r adalah

$$PGSPD = p = \sqrt{d^2 - (R+r)^2}$$

f. Panjang Garis Singgung Luar Persekutuan Luar Dua Lingkaran



Gambar 2. 6
Garis Singgung Persekutuan Luar Dua Lingkaran

Jari-jari lingkaran yang berpusat di $P = R$;

Jari-jari lingkaran yang berpusat di $Q = r$;

panjang garis singgung persekutuan luar adalah $AB = PG SPL = p$;

jarak titik pusat kedua lingkaran adalah $PQ = d$.

Jika garis AB kita geser sejajar ke bawah sejauh BQ maka diperoleh garis SQ .

Garis AB sejajar SQ , sehingga $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$ (sehadap).

Perhatikan segi empat $ABQS$.

Garis $AB \parallel SQ$, $AS \parallel BQ$, dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$.

ΔPQS siku-siku di S , sehingga berlaku

$$QS^2 = PQ^2 - PS^2$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - PS^2}$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - (R - r)^2}$$

Karena $QS = AB = p$, maka rumus panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran (PGSPL/ p) dengan jarak kedua titik pusat p , jari-jari lingkaran besar R , dan jari-jari lingkaran kecil r adalah

$$PGSPL = p = \sqrt{d^2 - (R - r)^2}$$

- g. Menentukan Panjang Sabuk Lilitan Minimal Yang Menghubungkan Dua Lingkaran

Untuk menghitung panjang lilitan, maka perlu diingat rumus panjang busur lingkaran yaitu = $\frac{\text{sudut pusat}}{360^\circ} \times \text{keliling lingkaran}$.³³

Hasil belajar merupakan kemampuan yang di miliki peserta didik setelah belajar. Dalam kegiatan belajar di sekolah, peserta didik harus melakukan suatu kegiatan interaksi antara pendidik dan peserta didik. Interaksi itulah yang dinamakan sebagai kegiatan pembelajaran.

Pendidik dalam mengajarkan pokok bahasan (materi) tertentu harus dipilih model pembelajaran yang paling sesuai dengan tujuan yang akan di capai. Oleh karena itu, dalam memilih suatu model pembelajaran harus memiliki pertimbangan-pertimbangan.³⁴ Model pembelajaran yang baik akan membuat peserta didik paham akan materi yang diajarkan. Ketika pendidik memberi soal yang berhubungan dengan materi tersebut maka peserta didik dapat mengerjakannya. Sehingga model pembelajaran merupakan salah cara untuk meningkatkan hasil belajar peserta didik.

Berdasarkan semua uraian di atas peneliti ingin mempertimbangkan model pembelajaran yang paling tepat untuk pembelajaran aritmatika sosial. Pada peserta didik kelas VIII di SMP Negeri 18 Semarang materi pokok garis singgung lingkaran di anggap pelajaran yang sulit. Kesulitan peserta didik pada materi itu di antaranya pada saat menyelesaikan soal yang diberikan. Peneliti bermaksud akan menggunakan model *Time Token* Arend 1998 dan model *Index Card Match* untuk pembelajaran pada materi tersebut.

³³ Dewi Nuharini dan Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya: untuk SMP/MTs Kelas VIII*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, 2008), hlm. 170-185.

³⁴ Trianto, *Mendesain Model Pembelajaran Inovatif-Progesif: Konsep Landasan, dan Implementasinya Pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP)*, (Jakarta: Kencana, 2010), hlm. 25.

B. Kajian Pustaka

Nurulita Mutiara (NIM: 053811330) Jurusan Tadris Kimia IAIN Walisongo Semarang, 2011 dengan judul skripsi “*Efektivitas Penggunaan Model Pembelajaran Time Token Terhadap Hasil Belajar Peserta Didik Kelas VIII Pada Materi Pokok Bahan Kimia di Rumah Tangga di MTs. Uswatun Hasanah Mangkang*”.

Berdasarkan hasil perhitungan analisis keefektifan menunjukkan bahwa model pembelajaran *Time Token* lebih efektif daripada metode ceramah dengan rata-rata hasil belajar peserta didik baik kognitif, dan ranah psikomotorik kelas eksperimen adalah 76% yang mempunyai kriteria efektif dibanding kelas kontrol yang menggunakan metode ceramah didapatkan 65% yang mempunyai kriteria cukup efektif. Berdasarkan hasil penelitian skripsi dengan judul “Efektivitas Penggunaan Model Pembelajaran *Time Token* Terhadap Hasil Belajar Peserta Didik Kelas VIII pada Materi Pokok Bahan Kimia di Rumah Tangga di MTs Uswatun Hasanah Mangkang”. Terdapat perbedaan rata-rata hasil belajar peserta didik yang signifikan antara kelas kontrol yang menggunakan metode ceramah dan kelas eksperimen yang menggunakan model pembelajaran *Time Token*. Hal ini dapat dilihat dari hasil test yang telah dilakukan diperoleh rata-rata hasil belajar kelompok eksperimen adalah 76.82 sedangkan pada kelompok kontrol adalah 67.09. Dari uji perbedaan rata-rata dengan menggunakan uji *t-test* dihasilkan t_{hitung} sebesar 3.94 dan t_{tabel} sebesar 1.68 dengan taraf signifikan 5%, berarti $t_{hitung} > t_{tabel}$, berarti H_0 ditolak. Maka dapat disimpulkan bahwa model pembelajaran *Time Token* lebih efektif daripada metode ceramah terhadap hasil belajar peserta didik pada mata pelajaran IPA.³⁵

Fitria Catur Wulandari (063511030) Jurusan Tadris Matematika IAIN Walisongo Semarang, 2010 dengan judul skripsi “*Efektivitas Metode Index Card*

³⁵ Nurulita Mutiara, Efektivitas Penggunaan Model Pembelajaran Time Token Terhadap Hasil Belajar Peserta Didik Kelas VIII Pada Materi Pokok Bahan Kimia di Rumah Tangga di MTs. Uswatun Hasanah Mangkang, *Skripsi Tadris Kimia*, (Semarang: IAIN Walisongo, 2011), hlm. 68-71.

Match Pada Materi Pokok Bilangan Pecahan Dalam Meningkatkan Hasil Belajar Peserta Didik Kelas VII Di MTs N I Pamotan Rembang”.

Berdasarkan Hasil Penghitungan menunjukkan bahwa data hasil belajar matematika peserta didik kelas VII C dan VII E berdistribusi normal dan homogen. Untuk menguji perbedaan dua rata-rata antara kelompok eksperimen dan kelompok kontrol digunakan uji t satu pihak yaitu uji pihak kanan. Dari penelitian diperoleh bahwa rata-rata kelompok eksperimen $x_1 = 76,7391$ dan rata-rata kelompok kontrol $x_2 = 67,9167$, dengan $n_1 = 23$ dan $n_2 = 24$ diperoleh $t_{hitung} = 2,550$. Dengan $\alpha = 5\%$ dan $dk = 45$ diperoleh $t_{tabel} = 2,0167$. Karena $t_{hitung} > t_{tabel}$, maka H_0 ditolak dan H_a diterima, berarti rata-rata hasil belajar matematika pada materi pokok bilangan pecahan dengan menggunakan metode *Index Card Match* lebih baik daripada rata-rata hasil belajar matematika dengan metode konvensional.³⁶

Kedua skripsi tersebut menyatakan bahwa model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match* peserta didik diajarkan untuk saling berinteraksi, berpartisipasi dan bersosialisasi dengan menggunakan media kartu sehingga pembelajaran tidak membosankan, dapat melatih rasa percaya diri peserta didik, melatih daya ingat peserta didik, serta lebih efektif dan lebih cepat dimengerti. Kedua model pembelajaran dinyatakan berpengaruh pada hasil belajar peserta didik dengan materi yang berbeda. Peneliti ingin mengkomparasikan kedua model tersebut untuk mengetahui model mana yang paling tepat digunakan dalam pembelajaran matematika kelas VIII materi pokok garis singgung lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang.

³⁶ Fitria Catur Wulandari, Efektivitas Metode *Index Card Match* Pada Materi Pokok Bilangan Pecahan Dalam Meningkatkan Hasil Belajar Peserta Didik Kelas VII Di MTs N I Pamotan Rembang, *Skripsi Tadris Matematika*, (Semarang: IAIN Walisongo, 2010), hlm. 59.

C. Rumusan Hipotesis

Dalam statistik, hipotesis dapat diartikan sebagai pernyataan statistik tentang parameter populasi.³⁷ Hipotesis memang berasal dari dua penggalan kata, “*hypo*” yang artinya “di bawah” dan “*thesa*” yang artinya “kebenaran”.³⁸ Jadi hipotesis merupakan pernyataan yang masih lemah kebenarannya.

Berdasarkan latar belakang, kajian pustaka dan kajian teori di atas, maka hipotesis dalam penelitian ini adalah ada perbedaan hasil belajar antara model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan hasil belajar model pembelajaran *Index Card Match* mata pelajaran matematika kelas VIII materi pokok garis singgung lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang tahun pelajaran 2014/2015.

³⁷Sugiyono, *Statistik untuk Penelitian*, (Bandung: CV Alva Beta, 2007), hlm. 84-85.

³⁸Suharsimi Arikunto, *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*, (Jakarta: PT Rineka Cipta, 2006), hlm. 110.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis dan Pendekatan Penelitian

Jenis penelitian ini termasuk jenis penelitian kuantitatif. *Quantitative research is means for testing objective theories by examining the relationship among variables.*³⁹ Penelitian kuantitatif merupakan sarana untuk menguji teori-teori objektif dengan memeriksa hubungan antara variabel. Variabel pada penelitian kuantitatif dapat diukur berdasarkan instrumen penelitian, analisis data sehingga data yang berbentuk angka dapat di analisis menggunakan prosedur statistik.

Pada definisi lain menyatakan penelitian kuantitatif merupakan metode penelitian yang berlandaskan pada filsafat positifisme, digunakan untuk meneliti pada populasi atau sampel tertentu, teknik pengambilan sampel umumnya dilakukan secara random, pengumpulan data menggunakan instrumen penelitian, analisis data bersifat kuantitatif/statistik dengan tujuan untuk menguji hipotesis yang telah ditetapkan.⁴⁰

Berdasarkan definisi tersebut maka dapat disimpulkan penelitian kuantitatif adalah metode penelitian yang digunakan sebagai sarana menguji teori-teori objektif, dengan memeriksa hubungan antara variabel yang dapat diukur dengan menggunakan instrumen penelitian, analisis data bersifat kuantitatif/statistik dengan tujuan untuk menguji hipotesis yang telah ditetapkan.

Jenis penelitian kuantitatif yang digunakan adalah penelitian komparatif. Tujuan penelitian komparatif dalam penelitian ini adalah untuk membandingkan atau mengetahui perbedaan hasil belajar antara model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan hasil belajar model pembelajaran *Index Card Match* mata pelajaran matematika kelas VIII materi pokok garis singgung lingkaran di SMP Negeri 18 Semarang tahun pelajaran 2014/2015. Sedangkan untuk

³⁹ John W. Creswell, *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*, (United States of Amerika: SAGE Publications, 2009), hlm. 4.

⁴⁰ Sugiono, *Metode Penelitian Pendidikan*, (Bandung: Alfabeta, 2013), hlm. 14.

membandingkan antara kedua variabel tersebut menggunakan analisis uji t, bertujuan untuk mengetahui adanya perbedaan atau tidak secara signifikan.

B. Tempat dan Waktu Penelitian

1. Tempat penelitian di SMP Negeri 18 Semarang, Jalan Purwoyoso 1 Kelurahan Purwoyoso Kecamatan Ngaliyan Semarang.
2. Waktu penelitian dilakukan pada tanggal 28 Januari 2015 sampai dengan 10 Februari 2015 semester genap tahun pelajaran 2014/2015.

C. Populasi dan Sampel Penelitian

1. Populasi

Populasi adalah wilayah generalisasi yang terdiri atas objek/ subjek yang ditetapkan oleh peneliti untuk dipelajari dan kemudian ditarik kesimpulannya.⁴¹ Populasi dalam penelitian ini adalah peserta didik yang sedang menerima materi pokok garis singgung lingkaran di semester gasal tahun pelajaran 2014/2015. Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh peserta didik kelas VIII yang terdiri dari delapan kelas di SMP Negeri 18 Semarang Tahun Pelajaran 2014/2015.

2. Sampel

Sampel adalah bagian dari jumlah dan karakteristik yang dimiliki oleh populasi tersebut.⁴² Pada penelitian ini akan diambil dua kelas sebagai kelas sampel yaitu kelas eksperimen I yang akan diterapkan pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan kelas eksperimen II yang akan diterapkan pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran *Index Card Match*. Pengambilan sampel didasarkan pada uji tahap awal yang meliputi uji normalitas, uji homogenitas dan uji perbandingan rata-rata.

⁴¹ Sugiono, *Metode Penelitian ...*, hlm. 117.

⁴² Sugiono, *Metode Penelitian ...*, hlm. 118.

D. Variabel dan Indikator Penelitian

1. Variabel bebas

Variabel bebas dalam penelitian ini adalah model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 (eksperimen I) dan model pembelajaran *Index Card Match* (eksperimen II).

2. Variabel terikat

Variabel terikat dalam penelitian ini adalah hasil belajar peserta didik pada materi garis singgung lingkaran.

E. Teknik Pengumpulan Data

Teknik Pengumpulan yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Metode Observasi

Metode observasi yaitu pengamatan dan pencatatan dengan sistematis fenomena-fenomena yang dijadikan sasaran pengamatan.⁴³ Dalam hal ini observasi yang dilakukan adalah untuk memperoleh data tentang situasi dan proses pembelajaran sebelum penelitian.

2. Metode Dokumentasi

Dokumentasi adalah teknik pengumpulan data dengan mempelajari catatan mengenai data pribadi responden.⁴⁴ Di dalam melaksanakan metode dokumentasi, peneliti menyelidiki benda-benda tertulis seperti buku-buku, majalah, dokumen, peraturan-peraturan, notulen rapat, catatan harian, dan sebagainya.⁴⁵

Metode ini digunakan untuk mendapatkan data nilai awal peserta didik kelas VIII sebelum menerima perlakuan, yang diperoleh dari data nilai ulangan akhir semester gasal.

⁴³ Anas Sudjiono, *Pengantar Evaluasi Pendidikan*, (Jakarta:PT Raja Grafindo Persada, 2006), hlm. 76.

⁴⁴ Abdurrahman Fathoni, *Metodologi dan Teknik Penyusunan Skripsi*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2006), hlm. 112.

⁴⁵ Suharsimi Arikunto, *Prosedur Penelitian*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2010), hlm. 201.

3. Metode Tes

Tes adalah suatu alat yang di dalamnya berisi sejumlah pertanyaan yang harus dijawab atau perintah-perintah yang harus dikerjakan, untuk mendapatkan gambaran tentang kejiwaan seseorang atau sekelompok orang.⁴⁶

Metode ini digunakan untuk mendapatkan data tentang hasil belajar peserta didik pada materi pokok garis singgung lingkaran setelah menerima perlakuan eksperimen yaitu penggunaan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match*.

4. Metode wawancara

Wawancara adalah suatu kegiatan yang dilakukan untuk mendapatkan informasi secara langsung dengan mengungkap pertanyaan-pertanyaan pada para responden.⁴⁷ Responden adalah pemberi informasi yang diharapkan dapat menjawab semua pertanyaan dengan jelas dan lengkap.⁴⁸ Metode ini digunakan untuk memperoleh dan melengkapi data-data sebelum pelaksanaan penelitian. Data yang diperoleh adalah metode guru dalam mengajar dan kesulitan yang dialami oleh peserta didik dalam materi garis singgung lingkaran.

F. Teknik Analisis Data

Langkah-langkah analisisnya sebagai berikut :

1. Analisis Instrumen Soal

Analisis instrumen soal dilakukan untuk mengetahui kualitas soal yang diujikan.

a. Validitas Butir Soal

Validitas adalah suatu ukuran yang menunjukkan tingkat-tingkat kevalidan atau suatu instrumen. Suatu instrumen yang valid mempunyai validitas tinggi. Sebaliknya, instrumen yang kurang valid berarti

⁴⁶ Syaiful Bahri Djamarah, *Psikologi Belajar*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2008), hlm. 8.

⁴⁷ Joko Subagyo, *Metode Penelitian dalam Teori Dan Praktek*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2011), hlm. 39.

⁴⁸ Riduwan, *Skala Pengukuran Variabel-variabel Penelitian*, (Bandung: Alfabeta, 2009), hlm. 29.

memiliki validitas rendah. Sebuah instrumen dikatakan valid apabila mampu mengukur apa yang diinginkan dan dapat mengungkap data dari variabel yang diteliti secara tepat.⁴⁹

Untuk menghitung validitas menggunakan rumus korelasi, rumus korelasi yang dikemukakan oleh Pearson, yang dikenal dengan sebutan rumus korelasi product moment, dengan rumus sebagai berikut :

50

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

Keterangan:

r_{xy} : koefisien korelasi tiap item

N : banyaknya subyek uji coba

$\sum X$: jumlah skor item

$\sum Y$: jumlah skor total

$\sum X^2$: jumlah kuadrat skor Item

$\sum Y^2$: jumlah kuadrat skor total

$\sum XY$: jumlah perkalian skor item dan skor total.

Kriteria validnya suatu soal ditentukan dari hasil korelasi masing-masing soal. Apabila jumlah $r_{xy} > r_{tabel}$ maka dikatakan “valid”, tetapi apabila $r_{xy} < r_{tabel}$ maka tergolong “tidak valid” dengan taraf signifikansi 5% .

b. Reliabilitas Soal

Reliabilitas dilakukan untuk menunjukkan bahwa suatu instrumen cukup dapat dipercaya untuk digunakan sebagai alat pengumpul data karena instrumen tersebut sudah baik. Instrumen yang dapat dipercaya, yang reliabel akan menghasilkan data yang dapat dipercaya juga. Apabila datanya memang sesuai kenyataannya, maka

⁴⁹ Arikunto, *Prosedur Penelitian*, hlm. 211-212.

⁵⁰ Suharsimi Arikunto, *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2002), hlm. 72.

berapa kali pun diambil, tetap akan sama.⁵¹ Untuk mengetahui reliabilitas perangkat tes berbentuk subyektif maka digunakan rumus *Alpha Cronbach*, yaitu:

$$r_{11} = \left(\frac{k}{k-1} \right) \left(1 - \frac{\sum \sigma_b^2}{\sigma_t^2} \right)$$

Keterangan:

- r_{11} : reliabilitas instrumen
- k : jumlah butir pertanyaan yang ada atau banyaknya soal
- σ_b^2 : jumlah *varians* butir
- σ_t^2 : *varians* total⁵²

Untuk menentukan reabilitas suatu soal maka, apabila $r_{11} > r_{\text{tabel}}$ dikatakan reabilitas atau soal tersebut dapat digunakan. Namun jika sebaliknya, maka soal tersebut tidak dapat digunakan.

c. Tingkat Kesukaran Soal

Soal yang baik adalah soal yang tidak terlalu mudah atau tidak terlalu sukar. Bilangan yang menunjukkan sukar dan mudahnya sesuatu soal adalah indeks kesukaran (*difficulty index*). Besarnya indeks kesukaran antara 0,00 sampai dengan 1,00. Indeks ini menunjukkan taraf kesukaran soal.

Dengan rumus sebagai berikut:

$$P = \frac{B}{JS}$$

Keterangan:

- P : indeks kesukaran
- B : banyaknya peserta didik yang menjawab soal itu dengan benar
- JS : jumlah seluruh peserta didik peserta tes

Untuk mengetahui sukar mudahnya suatu soal, dapat diklasifikasikan sebagai berikut :

$$P = 0,00 - 0,30 = \text{sukar}$$

⁵¹ Arikunto, *Prosedur Penelitian*, hlm. 221.

⁵² Arikunto, *Prosedur Penelitian*, hlm.239.

$$P = 0,30 - 0,70 = \text{sedang}$$

$$P = 0,70 - 1,00 = \text{mudah}^{53}$$

d. Daya Pembeda Soal

Daya pembeda adalah kemampuan sesuatu soal untuk membedakan antara peserta didik yang pandai (berkemampuan tinggi) dengan peserta didik yang bodoh (berkemampuan rendah). Angka yang menunjukkan besarnya daya beda disebut indeks diskriminasi, disingkat D (d besar). Indeks diskriminasi besarnya sama dengan indeks kesukaran berkisar antara 0,00 sampai 1,00.

Dengan rumus sebagai berikut:

$$D = \frac{B_A}{J_A} - \frac{B_B}{J_B} = P_A - P_B$$

Keterangan:

J : jumlah peserta tes

J_A : banyaknya peserta kelompok atas

J_B : banyaknya peserta kelompok bawah

B_A : banyaknya peserta kelompok atas yang menjawab soal dengan benar

B_B : banyaknya peserta kelompok bawah yang menjawab soal dengan benar

$P_A = \frac{B_A}{J_A}$: proporsi peserta kelompok atas yang menjawab benar (P = indeks kesukaran)

$P_B = \frac{B_B}{J_B}$: proporsi peserta kelompok bawah yang menjawab benar

Untuk menentukan kriteria pada daya pembeda, digunakan klasifikasi sebagai berikut :

$$D = 0,00 - 0,20 \quad = \text{jelek}$$

$$D = 0,20 - 0,40 \quad = \text{cukup}$$

$$D = 0,40 - 0,70 \quad = \text{baik}$$

$$D = 0,70 - 1,00 \quad = \text{baik sekali}$$

$$D = \text{negatif} \quad = \text{sangat jelek}^{54}$$

⁵³ Arikunto, *Dasar-Dasar Evaluasi ...*, hlm. 207 – 210.

⁵⁴ Arikunto, *Dasar-Dasar Evaluasi ...*, hlm. 211 – 218.

2. Analisis Tahap Awal

Analisis data tahap awal dilakukan untuk mengetahui semua kelas VIII berangkat dari kondisi awal yang sama. Data yang digunakan adalah nilai dari hasil belajar peserta didik pada ulangan akhir semester gasal.

a. Uji Normalitas

Semua data yang digunakan untuk pengujian hipotesis perlu dilakukan uji normalitas. Uji ini berfungsi untuk mengetahui apakah sampel yang digunakan dalam penelitian berdistribusi normal atau tidak. Hal ini dilakukan untuk menentukan metode statistik yang digunakan. Jika data berdistribusi normal dapat digunakan metode statistik parametrik, sedangkan jika data tidak berdistribusi tidak normal maka dapat digunakan metode nonparametrik.⁵⁵ Uji normalitas yang digunakan adalah uji Chi Kuadrat.

Hipotesis yang digunakan untuk uji normalitas:

H_0 = data berdistribusi normal

H_1 = data tidak berdistribusi normal

Langkah-langkah yang ditempuh dalam uji normalitas adalah sebagai berikut:

a) Menyusun data dalam tabel distribusi frekuensi.⁵⁶

Menentukan banyaknya kelas interval (k)

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

dengan n = banyaknya objek penelitian

$$\text{interval} \left[= \frac{\text{data terbesar} - \text{data terkecil}}{\text{banyak kelas interval}} \right]$$

b) Menghitung rata-rata (\bar{x}) dan varians (s)

Rumus rata-rata:⁵⁷

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} \quad \text{dan}$$

⁵⁵ Sugiyono, *Statistika...*, hlm. 75.

⁵⁶ Sudjana, *Metoda Statistika*, (Bandung: Tarsito, 2005), hlm. 47.

⁵⁷ Sudjana, *Metoda...*, hlm. 70.

Rumus varians:⁵⁸

$$s = \sqrt{\frac{n \sum F_i x_i - (\sum F_i x_i)^2}{n(n-1)}}$$

c) Mencari harga z , skor dari setiap batas kelas X dengan rumus:⁵⁹

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

d) Menghitung frekuensi yang diharapkan (O_i) dengan cara mengalikan besarnya ukuran sampel dengan peluang atau luas daerah dibawah kurva normal untuk interval yang bersangkutan.

e) Menghitung statistik Chi Kuadrat dengan rumus sebagai berikut:⁶⁰

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Keterangan:

- χ^2 : Chi-Kuadrat
- O_i : Frekuensi yang diperoleh dari data penelitian
- E_i : Frekuensi yang diharapkan
- k : Banyaknya kelas interval

Kriteria pengujian jika $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$ dengan derajat kebebasan $dk = k - 1$ dan taraf signifikan 5% maka akan berdistribusi normal.

b. Uji Homogenitas

Uji homogenitas dilakukan untuk menguji kesamaan dua varians sehingga diketahui populasi dengan varians yang homogen atau heterogen.⁶¹ Selanjutnya untuk menentukan statistik t yang akan digunakan dalam pengujian hipotesis.

Hipotesis yang dilakukan dalam uji homogenitas adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_8^2, \text{ artinya semua sampel mempunyai varians yang sama}$$

⁵⁸ Sudjana, *Metoda...*, hlm. 95.

⁵⁹ Sugiyono, *Statistika...*, hlm. 77.

⁶⁰ Sudjana, *Metoda...*, hlm. 273.

⁶¹ Sudjana, *Metoda...*, hlm. 249.

H_1 : minimal salah satu sampel mempunyai varians tidak sama

Keterangan:

H_0 : kelompok sampel homogen

H_1 : kelompok sampel tidak homogen

σ_1^2 : Varians nilai data awal kelas VII-A

σ_2^2 : Varians nilai data awal kelas VII-B

σ_3^2 : Varians nilai data awal kelas VII-C

σ_8^2 : Varians nilai data awal kelas VII-H

Homogenitas data awal dapat dianalisis dengan menggunakan uji *Bartlett*, dengan menggunakan rumus sebagai berikut :⁶²

- 1) Varians gabungan dari semua sampel

$$s^2 = \frac{\sum(n_i - 1)s_i}{\sum(n_i - 1)}$$

- 2) Harga satuan B

$$B = (\log s^2) \sum (n_i - 1)$$

- 3) Menentukan statistika χ^2

$$\chi^2 = (\ln 10) \left\{ B - \sum (n_i - 1) \log s_i^2 \right\} \text{ dengan } \ln 10 = 2,3026$$

Dengan derajat kebebasan (dk) = $k-1$ dan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ maka kriteria pengujiannya adalah jika $\chi^2 < \chi^2_{(1-\alpha)(k-1)}$ berarti H_0 diterima, dan dalam hal lainnya H_0 ditolak.

- c. Uji Perbandingan Rata-Rata

Uji perbandingan rata-rata pada tahap awal digunakan untuk menguji apakah ada perbedaan rata-rata antara kelas yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan model pembelajaran yang menggunakan *Index Card Match*.

Langkah-langkah uji perbandingan rata-rata adalah sebagai berikut:

H_0 : $\mu_1^2 = \mu_2^2 = \mu_3^2 = \mu_4 = \mu_5^2$, artinya semua sampel mempunyai rata-rata yang identik.

H_1 : salah satu μ tidak sama.

⁶² Sudjana, *Metoda...*, hlm. 263.

Kaidah pengujian yaitu apabila $F_{hitung} < F_{tabel}$ maka H_0 diterima. Karena sampel lebih dari dua dan semua sampel memiliki varians yang sama, maka uji perbandingan rata-rata tahap awal menggunakan rumus Anova satu arah. Langkah-langkahnya sebagai berikut:⁶³

1) Mencari jumlah kuadrat total (JK_{tot}) dengan rumus:

$$JK_{tot} = \sum X_{tot}^2 - \frac{(\sum X_{tot})^2}{N}$$

2) Mencari jumlah kuadrat antara (JK_{ant}) dengan rumus:

$$JK_{ant} = \left(\sum \frac{(\sum X_k)^2}{n_k} \right) - \frac{(\sum X_{tot})^2}{N}$$

3) Mencari JK dalam kelompok (JK_{dalam})

$$JK_{dalam} = JK_{tot} - JK_{ant}$$

4) Mencari mean kuadrat antar kelompok (MK_{antar}) dengan rumus:

$$MK_{antar} = \frac{JK_{ant}}{m - 1}$$

5) Mencari mean kuadrat dalam kelompok (MK_{dalam})

$$MK_{dalam} = \frac{JK_{dalam}}{N - m}$$

6) Mencari F_{hitung} dengan rumus:

$$F_{hitung} = \frac{MK_{ant}}{MK_{dalam}}$$

7) Membandingkan harga F_{hitung} dengan F_{tabel} dengan dk pembilang ($n-1$) dan dk penyebut ($n-1$).⁶⁴

⁶³Sugiyono, *Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D)*, (Bandung: CV. Alfabeta, 2012), hlm. 279-280.

⁶⁴ Sugiyono, *Metode Penelitian ...*, hlm. 280.

3. Analisis Tahap Akhir

Setelah kedua sampel diberi perlakuan yang berbeda, maka dilaksanakan tes akhir berupa tes subyektif. Dari tes akhir ini akan diperoleh data yang digunakan sebagai dasar perhitungan analisis data dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Uji Normalitas

Uji normalitas ini dilakukan untuk mengetahui apakah data nilai nilai dari hasil belajar peserta didik berdistribusi normal atau tidak. Langkah-langkah uji normalitas sama dengan langkah-langkah uji normalitas pada analisis data tahap awal.

b. Uji Homogenitas

Uji homogenitas dilakukan untuk memperoleh asumsi bahwa sampel penelitian berangkat dari kondisi yang sama atau homogen. Homogenitas data akhir dapat dianalisis dengan menggunakan statistik F. Rumus yang digunakan adalah:⁶⁵

$$F_{hitung} = \frac{\text{Varians terbesar}}{\text{Varians terkecil}}$$

Hipotesis yang dilakukan dalam uji homogenitas adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Keterangan :

H_0 : kedua kelompok sampel homogen

H_1 : kedua kelompok sampel tidak homogen

σ_1^2 : varians nilai kelas yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998

σ_2^2 : varians nilai kelas yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match*

Kedua kelompok mempunyai varians yang sama apabila $F_{hitung} \leq F_{(1/2.\alpha)(v_1, v_2)}$ dengan taraf signifikan 5%, $v_1 = n_1 - 1$ (*dk* pembilang) dan $v_2 = n_2 - 1$ (*dk* penyebut).

⁶⁵Sudjana, *Metoda...*, hlm. 250.

c. Uji Hipotesis Penelitian

Uji hipotesis dilakukan untuk menguji hipotesis yang menyatakan adanya perbedaan yang signifikan atau tidak antara hasil belajar model pembelajaran *Time Token Arend* 1998 dan hasil belajar model pembelajaran *Index Card Match*. Uji hipotesis ini merupakan uji perbandingan rata-rata. Apabila data tersebut normal dan homogen, maka rumus yang digunakan adalah:⁶⁶

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \text{ dengan}$$

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$s = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Keterangan:

\bar{x}_1 : mean kelas sampel yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend* 1998

\bar{x}_2 : mean kelas sampel yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match*

s_1^2 : varians kelas sampel yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend* 1998

s_2^2 : varians kelas sampel yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match*

n_1 : jumlah sampel peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend* 1998

n_2 : jumlah sampel peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match*

Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Keterangan:

μ_1 : rata-rata kelas sampel yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend* 1998

⁶⁶Sudjana, *Metoda...*, hlm. 239.

μ_2 : rata-rata kelas sampel yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match*

Data hasil perhitungan kemudian dikonsultasikan dengan t_{tabel} dengan taraf signifikan (α) yang dipakai dalam penelitian ini adalah 5% dengan peluang $(1 - \alpha)$ dk = $(n_1 + n_2 - 2)$, jika $-t_{tabel} < t_{hitung} < t_{tabel}$, maka H_0 diterima yang berarti tidak ada perbedaan rata-rata yang signifikan antara peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dengan model pembelajaran *Index Card Match* dan H_0 ditolak untuk harga t lainnya.

BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Deskripsi Data

Kegiatan penelitian ini dilakukan di SMP Negeri 18 Semarang yang terletak di Jalan Purwoyoso I Ngaliyan Kec. Ngaliyan Kota Semarang Provinsi Jawa Tengah, mulai tanggal 28 Januari 2015 sampai tanggal 10 Februari 2015. Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif dengan menggunakan jenis penelitian komparatif, yaitu membandingkan sebuah variabel penelitian antara dua sampel. Sampel pertama yaitu peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend* 1998 dan sampel kedua yaitu peserta didik yang model pembelajaran *Index Card Match*.

1. Hasil Penilaian Model Pembelajaran *Time Token Arend* 1998

Penelitian pada peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend* 1998 menggunakan sampel kelas VIII-D. Tes dilakukan pada tanggal 10 Februari 2015. Daftar nilai hasil tes dapat dilihat pada tabel berikut ini:

Tabel 4. 1

Daftar Nilai Tes Peserta Didik Materi Garis Singgung Lingkaran yang Menggunakan Model Pembelajaran *Time Token Arend* 1998

No.	KODE	NILAI
1	R-TTA-1	78
2	R-TTA-2	83
3	R-TTA-3	87
4	R-TTA-4	82
5	R-TTA-5	88
6	R-TTA-6	67
7	R-TTA-7	89
8	R-TTA-8	78
9	R-TTA-9	84
10	R-TTA-10	77
11	R-TTA-11	68
12	R-TTA-12	93
13	R-TTA-13	89
14	R-TTA-14	87

15	R-TTA-15	67
16	R-TTA-16	69
17	R-TTA-17	71
18	R-TTA-18	84
19	R-TTA-19	93
20	R-TTA-20	77
21	R-TTA-21	66
22	R-TTA-22	77
23	R-TTA-23	70
24	R-TTA-24	94
25	R-TTA-25	73
26	R-TTA-26	69
27	R-TTA-27	87
28	R-TTA-28	91
29	R-TTA-29	96
30	R-TTA-30	96
31	R-TTA-31	87
32	R-TTA-32	94

Dari tabel daftar nilai tes materi garis singgung lingkaran untuk kelas yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dengan kode R-TTA diperoleh bahwa:

Jumlah peserta didik adalah 32

Nilai maksimum adalah 96

Nilai minimum adalah 66

Selanjutnya data tersebut disajikan dalam tabel distribusi frekuensi. Adapun langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi frekuensi adalah sebagai berikut:

a. Menentukan Range

$$R = H - L$$

$$R = 96 - 66$$

$$R = 30$$

b. Menentukan Jumlah Kelas

$$M = 1 + 3,3 \log N$$

$$M = 1 + 3,3 (32)$$

$$M = 5,97 \approx 6 \text{ kelas}$$

c. Menentukan Panjang Kelas (Interval)

$$I = \frac{R}{M}$$

$$I = \frac{30}{5,97}$$

$$I = 5,03 \approx 6$$

d. Menentukan Nilai Mean

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{2611}{32}$$

$$\bar{X} = 81,594$$

Keterangan:

I = lebar interval

R = range (jarak pengukuran)

M = jumlah kelas

H = nilai tertinggi

L = nilai terendah

N = jumlah responden

Dengan demikian dapat diperoleh tabel distribusi frekuensi seperti berikut:

Tabel 4. 2

Distribusi Frekuensi Nilai Tes Peserta Didik yang Menggunakan Model Pembelajaran *Time Token* Arend 1998

No.	Interval	Frekuensi
1.	66 – 71	8
2.	72 – 77	4
3.	78 – 83	4
4.	84 – 89	9
5.	90 – 95	5
6.	96 - 101	2
	Σ	32

2. Hasil Penilaian Model Pembelajaran *Index Card Match*

Penelitian pada peserta didik yang menggunakan Kurikulum 2013 menggunakan model pembelajaran *Index Card Match*. Tes dilakukan pada tanggal 10 Februari 2015. Daftar nilai hasil tes dapat dilihat pada tabel berikut ini:

Tabel 4. 3

Daftar Nilai Tes Peserta Didik Materi Garis Singgung Lingkaran yang Menggunakan Model Pembelajaran *Index Card Match*

No.	KODE	NILAI
1	R-ICM-1	74
2	R-ICM-2	76
3	R-ICM-3	72
4	R-ICM-4	51
5	R-ICM-5	62
6	R-ICM-6	74
7	R-ICM-7	78
8	R-ICM-8	76
9	R-ICM-9	74
10	R-ICM-10	65
11	R-ICM-11	78
12	R-ICM-12	75
13	R-ICM-13	82
14	R-ICM-14	76
15	R-ICM-15	82
16	R-ICM-16	67
17	R-ICM-17	76
18	R-ICM-18	82
19	R-ICM-19	61
20	R-ICM-20	82
21	R-ICM-21	84
22	R-ICM-22	80
23	R-ICM-23	74
24	R-ICM-24	91
25	R-ICM-25	84
26	R-ICM-26	85
27	R-ICM-27	82
28	R-ICM-28	71
29	R-ICM-29	82
30	R-ICM-30	80

31	R-ICM-31	69
32	R-ICM-32	82

Dari tabel daftar nilai tes materi garis singgung lingkaran untuk kelas yang menggunakan model pembelajaran Index Card Match dengan kode R-ICM diperoleh bahwa:

Jumlah peserta didik adalah 32

Nilai maksimum adalah 51

Nilai minimum adalah 91

Selanjutnya data tersebut disajikan dalam tabel distribusi frekuensi. Adapun langkah-langkah untuk membuat tabel distribusi frekuensi adalah sebagai berikut:

a. Menentukan Range

$$R = H - L$$

$$R = 91 - 11$$

$$R = 40$$

b. Menentukan Jumlah Kelas

$$M = 1 + 3,3 \log N$$

$$M = 1 + 3,3 (32)$$

$$M = 5,97 \approx 6 \text{ kelas}$$

c. Menentukan Panjang Kelas (Interval)

$$I = \frac{R}{M}$$

$$I = \frac{40}{6}$$

$$I = 6,67 \approx 7$$

d. Menentukan Nilai Mean

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{2427}{32}$$

$$\bar{X} = 75,84$$

Keterangan:

- I = lebar interval
- R = range (jarak pengukuran)
- M = jumlah kelas
- H = nilai tertinggi
- L = nilai terendah
- N = jumlah responden

Dengan demikian dapat diperoleh tabel distribusi frekuensi seperti berikut:

Tabel 4. 4

Distribusi Frekuensi Peserta Didik Materi Garis Singgung Lingkaran yang Menggunakan Model Pembelajaran *Index Card Match*

No.	Interval	Frekuensi
1.	51 – 57	1
2.	58 – 64	2
3.	65 – 71	4
4.	72 – 78	12
5.	79 – 85	12
6.	86 - 92	1
	Σ	32

B. Analisis Data

1. Analisis Data Tahap Awal

Analisis data tahap awal dilakukan untuk mengetahui bahwa sampel berangkat dari kondisi awal yang sama. Data yang digunakan dalam analisis data tahap awal adalah nilai UAS matematika semester gasal. Data nilai UAS dapat dilihat pada lampiran 3. Dalam analisis data tahap awal ini dilakukan uji normalitas, uji homogenitas, dan uji perbandingan rata-rata. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

a. Uji Normalitas

Hipotesis yang digunakan untuk uji normalitas:

H_0 = data berdistribusi normal

H_1 = data tidak berdistribusi normal

Kriteria pengujian: jika $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$ dengan derajat kebebasan $dk = k-1$ serta taraf signifikan 5% maka H_0 diterima.

Berdasarkan perhitungan yang terdapat pada lampiran 4-11, diperoleh hasil uji normalitas tahap awal sebagai berikut:

Tabel 4.5

Hasil Uji Normalitas Tahap Awal

No.	Kelas	Rata-rata	χ^2_{hitung}	χ^2_{tabel}	Ket.
1.	VIII-A	77,063	6,375	11,070	Normal
2.	VIII-B	74,406	4,442	11,070	Normal
3.	VIII-C	73,719	1,753	11,070	Normal
4.	VIII-D	76,375	5,739	11,070	Normal
5.	VIII-E	77,313	6,315	11,070	Normal
6.	VIII-F	70,313	42,011	11,070	Tidak Normal
7.	VIII-G	71,281	6,508	11,070	Normal
8.	VIII-H	77,194	5,296	11,070	Normal

Berdasarkan tabel di atas, dapat diketahui bahwa terdapat 7 kelas yang berdistribusi normal yaitu kelas VIII-A, VIII-B, VIII-C, VIII-D, VIII-E, VIII-G, dan VIII-H.

b. Uji Homogenitas

Hipotesis yang digunakan untuk uji homogenitas:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma_5^2 = \sigma_6^2 = \sigma_7^2$$

H_1 : minimal salah satu varians tidak sama.

Kriteria pengujian: jika $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$ dengan taraf signifikan 5% maka H_0 diterima.

Berdasarkan perhitungan pada lampiran 12, diperoleh varians gabungan sebesar 29,74, dengan harga satuan B sebesar 318,24 sehingga diperoleh χ^2_{hitung} sebesar 42,965. Dengan taraf signifikan 5% dan $dk = 7-1$ diperoleh $\chi^2_{tabel} = 12,592$ sehingga $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{tabel}$. Maka H_0 ditolak artinya minimal salah satu varians tidak homogen (berbeda).

Karena varians tidak homogen maka dilakukan uji homogenitas tahap dua dengan membuang salah satu kelas sampel.

Hipotesis yang digunakan untuk uji homogenitas kedua:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma_5^2 = \sigma_6^2$$

H_1 : minimal salah satu varians tidak sama.

Kriteria pengujian: jika $\chi_{hitung}^2 < \chi_{tabel}^2$ dengan taraf signifikan 5% maka H_0 diterima.

Uji homogenitas kedua ini dilakukan dengan membuang data kelas VIII-C. Dengan kriteria pengujian yang sama, diperoleh varians gabungan sebesar 33,11 dengan harga satuan B sebesar 281,192 sehingga χ_{hitung}^2 diperoleh sebesar 27,862. Dengan taraf signifikan 5% dan dk = 6-1 diperoleh $\chi_{tabel}^2 = 11,07$ sehingga $\chi_{hitung}^2 > \chi_{tabel}^2$. Maka H_0 ditolak artinya minimal salah satu varians tidak homogen (berbeda).

Karena varians tidak homogen maka dilakukan uji homogenitas tahap tiga dengan membuang salah satu kelas sampel. Untuk melihat perhitungan secara lengkap dapat dilihat pada lampiran 13.

Hipotesis yang digunakan untuk uji homogenitas ketiga:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma_5^2$$

H_1 : minimal salah satu varians tidak sama.

Kriteria pengujian: jika $\chi_{hitung}^2 < \chi_{tabel}^2$ dengan taraf signifikan 5% maka H_0 diterima.

Uji homogenitas kedua ini dilakukan dengan membuang data kelas VIII-B. Dengan kriteria pengujian yang sama, diperoleh varians gabungan sebesar 37,153 dengan harga satuan B sebesar 241,779 sehingga χ_{hitung}^2 diperoleh sebesar 16,680. Dengan taraf signifikan 5% dan dk = 5-1 diperoleh $\chi_{tabel}^2 = 9,488$ sehingga $\chi_{hitung}^2 > \chi_{tabel}^2$. Maka H_0 ditolak artinya minimal salah satu varians tidak homogen (berbeda).

Karena varians tidak homogen maka dilakukan uji homogenitas tahap empat dengan membuang salah satu kelas sampel. Untuk melihat perhitungan secara lengkap dapat dilihat pada lampiran 14.

Hipotesis yang digunakan untuk uji homogenitas keempat:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2$$

H_1 : minimal salah satu varians tidak sama.

Kriteria pengujian: jika $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{tabel}$ dengan taraf signifikan 5% maka H_0 diterima.

Uji homogenitas kedua ini dilakukan dengan membuang data kelas VIII-A. Dengan kriteria pengujian yang sama, diperoleh varians gabungan sebesar 42,843 dengan harga satuan B sebesar 200,721 sehingga χ^2_{hitung} diperoleh sebesar 5,203. Dengan taraf signifikan 5% dan dk = 4-1 diperoleh $\chi^2_{tabel} = 7,815$ sehingga $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$. Maka H_0 diterima artinya empat kelas memiliki varians yang sama (homogen). Untuk melihat perhitungan secara lengkap dapat dilihat pada lampiran 15.

c. Uji Perbandingan Rata-rata

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

H_1 : terdapat rata-rata yang tidak identik

Kriteria pengujian: jika $F_{hitung} \leq F_{tabel}$ dengan taraf signifikan 5% maka H_0 diterima.

Dari hasil uji homogenitas di atas bahwa keenam kelas memiliki varians yang sama, maka rumus yang digunakan untuk uji perbandingan rata-rata tahap awal ini menggunakan rumus Anova satu arah.

Berdasarkan perhitungan yang terdapat pada lampiran 16, diperoleh:

Tabel 4.6

Hasil Uji Perbandingan Rata-rata Tahap Awal

Sumber Variasi	Dk	JK	MK	F_h	F_{tab}	Ket.
Total	128-1 = 95	21659 41,65	-	0,014921	2,677699	H_0 diterima
Antar Kelompok	4-1 =2	787,9 7	262,6 6			

Dalam Kelompo k	128-4 = 205	21651 53,68	17602 ,876			
-----------------------	----------------	----------------	---------------	--	--	--

Dengan taraf signifikan 5% dan dk pembilang = 4 - 1 = 3 dan dk penyebut = 128 - 4 = 124 diperoleh $F_{hitung} = 0.014921$ dan $F_{tabel} = 2,677699$ sehingga $F_{hitung} \leq F_{tabel}$. Maka H_0 diterima artinya keempat kelas memiliki rata-rata yang identik. Dapat dikatakan bahwa kelas VIII-D, VIII-E, VIII-G, dan VIII-H berada pada kondisi awal yang tidak jauh berbeda. Oleh karena itu, dapat dilakukan *cluster random sampling*.

2. Analisis Butir Soal Uji Coba

Untuk memperoleh data hasil belajar antara peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match* dilakukan tes. Instrumen tes yang akan digunakan harus dilakukan uji instrumen dengan tujuan agar diperoleh instrumen yang baik dan dapat digunakan untuk mengukur hasil belajar. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

- a. Mengadakan pembatasan materi yang diujikan.

Pembatasan materi instrumen tes ini adalah materi garis singgung lingkaran.

- b. Menyusun kisi-kisi instrumen. (*terlampir*)
- c. Menentukan waktu yang disediakan.

Dilakukan pada tanggal 3 Februari 2015 pada kelas IX-A.

- d. Analisis butir soal hasil uji coba instrumen.

Sebelum instrumen diujikan pada peserta didik kelas VIII-D dan VIII-E, terlebih dahulu dilakukan uji coba instrumen yang dilakukan di kelas IX-A.

Tabel 4.7

Hasil Uji Coba Instrumen

No	Kode Peserta	Nilai	No	Kode Peserta	Nilai
1	UC-IX-1	84,8	15	UC-IX-15	80
2	UC-IX-2	48,3	16	UC-IX-16	95,2

3	UC-IX-3	82,1	17	UC-IX-17	48,3
4	UC-IX-4	11,7	18	UC-IX-18	93,1
5	UC-IX-5	87,6	19	UC-IX-19	74,5
6	UC-IX-6	93,8	20	UC-IX-20	90,3
7	UC-IX-7	65,5	21	UC-IX-21	48,3
8	UC-IX-8	20	22	UC-IX-22	75,2
9	UC-IX-9	87,6	23	UC-IX-23	57,2
10	UC-IX-10	82,1	24	UC-IX-24	91,7
11	UC-IX-11	92,4	25	UC-IX-25	91,7
12	UC-XI-12	79,3	26	UC-IX-26	79,3
13	UC-XI-13	69	27	UC-IX-27	71,7
14	UC-XI-14	89,7	28	UC-IX-28	69

a. Analisis Validitas

Untuk mengetahui validitas soal maka digunakan rumus korelasi *product momen* (r_{xy}). Kemudian dibandingkan dengan r pada tabel *product momen* dengan taraf signifikan 5%. Soal dikatakan valid apabila $r_{hitung} > r_{tabel}$.

Tabel 4.8

Hasil Uji Validitas Instrumen Tahap 1

Butir Soal	r_{hitung}	r_{tabel}	Keterangan
1	0,581	0,361	Valid
2	0,742	0,361	Valid
3	0,436	0,361	Valid
4	0,65	0,361	Valid
5	0,87	0,361	Valid
6	0,746	0,361	Valid
7	0,72	0,361	Valid
8	0,603	0,361	Valid
9	0,661	0,361	Valid
10	0,848	0,361	Valid

11	0,701	0,361	Valid
12	0,858	0,361	Valid
13	0,506	0,361	Valid
14	0,787	0,361	Valid

Hasil analisis tersebut diperoleh bahwa semua soal dinyatakan valid. Untuk perhitungan secara lengkap dapat dilihat pada lampiran 28.

b. Analisis Reliabilitas

Selanjutnya dilakukan uji reliabilitas untuk mengetahui reliabilitas instrumen yang digunakan dengan menggunakan rumus *alpha cronbach* (r_{11}) karena instrumen tes ini merupakan tes subjektif. Butir soal dikatakan reliabel apabila $r_{11} > r_{tabel}$.

Berdasarkan tabel perhitungan reliabilitas dan hasil perhitungannya pada lampiran 31 dan 32, diperoleh $r_{11} = 0,907$ dengan $r_{tabel} = 0,361$. Dapat diketahui bahwa $r_{11} > r_{tabel}$ maka instrumen dikatakan reliabel. Kemudian karena r_{11} lebih besar dari 0.7 maka instrumen dikatakan memiliki reliabilitas yang tinggi.

c. Analisis Tingkat Kesukaran

Analisis tingkat kesukaran ini digunakan untuk mengetahui manakah butir-butir soal yang tergolong sukar, sedang, atau mudah. Interpretasi tingkat kesukaran diklasifikasikan sebagai berikut:

$$0.00 < P \leq 0.30 \quad (\text{Sukar})$$

$$0.30 < P \leq 0.70 \quad (\text{Sedang})$$

$$0.70 < P \leq 1.00 \quad (\text{Mudah})$$

Berdasarkan contoh perhitungan pada lampiran 33, diperoleh hasil tingkat kesukaran sebagai berikut:

Tabel 4.9

Hasil Analisis Tingkat Kesukaran Instrumen

Butir Soal	Besar P	Keterangan
1	0,52	Sedang
2	0,48	Sedang
3	0,84	Mudah

4	0,84	Mudah
5	0,82	Mudah
6	0,72	Mudah
7	0,81	Mudah
8	0,69	Sedang
9	0,7	Sedang
10	0,81	Mudah
11	0,7	Sedang
12	0,8	Mudah
13	0,77	Mudah
14	0,76	Mudah

d. Analisis Daya Pembeda

Analisis daya pembeda ini dilakukan untuk mengetahui perbedaan kemampuan peserta didik yang memiliki kemampuan tinggi dan kemampuan rendah. Interpretasi daya pembeda menggunakan klasifikasi sebagai berikut:

$$0.00 < D \leq 0.20 \quad (\text{Jelek})$$

$$0.20 < D \leq 0.40 \quad (\text{Cukup})$$

$$0.40 < D \leq 0.70 \quad (\text{Baik})$$

$$0.70 < D \leq 1.00 \quad (\text{Baik Sekali})$$

Berdasarkan contoh perhitungan pada lampiran 34, diperoleh hasil daya pembeda sebagai berikut:

Tabel 4.10

Hasil Analisis Daya Pembeda Instrumen

Butir Soal	Besar D	Keterangan
1	0,46	Baik
2	0,42	Baik
3	0,06	Jelek
4	0,16	Jelek
5	0,23	Cukup

6	0,27	Cukup
7	0,36	Cukup
8	0,3	Cukup
9	0,33	Cukup
10	0,29	Cukup
11	0,19	Jelek
12	0,28	Cukup
13	0,46	Baik
14	0,48	Baik

Berdasarkan hasil perhitungan daya beda, yang digunakan dalam soal tes penelitian adalah soal dengan daya beda mudah, sedang, dan sukar. Sedangkan soal dengan daya jelek dibuang. Sehingga soal yang digunakan tes adalah soal nomor 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, dan 14.

3. Analisis Data Tahap Akhir

Analisis data tahap akhir dilakukan untuk menganalisis hasil belajar. Data hasil belajar ini diperoleh dari hasil tes peserta didik menggunakan instrumen tes yang telah melewati uji kelayakan instrumen. Adapun langkah-langkah analisis data tahap akhir ini sebagai berikut:

a. Uji Normalitas

Hipotesis yang digunakan untuk uji normalitas:

H_0 = data berdistribusi normal

H_1 = data tidak berdistribusi normal

Kriteria pengujian: jika $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$ dengan derajat kebebasan $dk = k-1$ serta taraf signifikan 5% maka H_0 diterima.

Berdasarkan perhitungan yang terdapat pada lampiran 40 dan 41, diperoleh hasil uji normalitas tahap awal sebagai berikut:

Tabel 4.11

Hasil Uji Normalitas Tahap Akhir

Model	TTA	ICM
Jumlah nilai	2611	2427
N	32	32
Rata-rata (\bar{x})	81,594	75,844
Varians (s^2)	94,63609	67,10383
χ^2_{hitung}	10,367	5,826
χ^2_{tabel}	11,070	11,070

Dengan taraf signifikan 5% dan dk = 6-1 diperoleh χ^2_{hitung} pada kelas yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* = 10,367 dan χ^2_{hitung} kelas yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match* = 5,826 dengan $\chi^2_{tabel} = 11,070$.

Dari hasil tersebut terlihat bahwa pada kelas yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan kelas yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match* diperoleh $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$. Jadi H_0 diterima, maka kesimpulannya adalah data kedua kelas tersebut berdistribusi normal.

b. Uji Homogenitas

Hipotesis yang digunakan untuk uji homogenitas:

$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, artinya peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan model pembelajaran *Index Card Match* memiliki varians yang sama (homogen).

$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, artinya peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan model pembelajaran *Index Card Match* memiliki varians yang berbeda.

Kriteria pengujian: jika $F_{hitung} \leq F_{tabel}$ dengan taraf signifikan 5% maka H_0 diterima.

Berdasarkan perhitungan pada lampiran 42, diperoleh hasil uji homogenitas tahap akhir sebagai berikut:

Tabel 4.12

Hasil Uji Homogenitas Tahap Akhir

Model	TTA	ICM
Jumlah nilai	2611	2427
N	32	32
Rata-rata (\bar{x})	81,594	75,844
Varians (s^2)	94,63609	67,10383
F_{hitung}	1,41029	
F_{tabel}	1,8347	

Dengan taraf signifikan 5% diperoleh $F_{hitung} = 1,41029$ dan $F_{tabel} = 1,8347$ sehingga $F_{hitung} \leq F_{tabel}$. Maka H_0 diterima artinya kelas yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match* memiliki varians yang sama atau homogen.

c. Uji Hipotesis

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$, artinya rata-rata hasil belajar peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match* identik.

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$, artinya rata-rata hasil belajar peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match* berbeda.

Kriteria pengujian: jika $-t_{tabel} \leq t_{hitung} < t_{tabel}$ maka H_0 diterima.

Berdasarkan perhitungan pada lampiran 43, diperoleh hasil uji hipotesis tahap akhir sebagai berikut:

Tabel 4.13

Hasil Uji Hipotesis Tahap Akhir

Model	TTA	ICM
Jumlah nilai	2611	2427

N	32	32
Rata-rata (\bar{x})	81,594	75,844
Varians (s^2)	94,63609	67,10383
t_{hitung}	2,5576	
t_{tabel}	1.998972	

Dengan taraf signifikan 5% dan $dk = (n_1 + n_2 - 2) = 32 - 32 - 2 = 62$ diperoleh $t_{hitung} = 2,5576$ dan $t_{tabel} = 1.998972$ sehingga $t_{hitung} > t_{tabel}$. Maka H_0 ditolak artinya peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan model pembelajaran *Index Card Match* memiliki rata-rata yang tidak identik/ berbeda.

C. Pembahasan Hasil Penelitian

1. Pembahasan Data Tahap Awal

Analisis data tahap awal dilakukan untuk mengetahui kedudukan kedua sampel sebelum dilakukan penelitian studi komparasi. Penelitian ini dilakukan setelah mengetahui apakah kedua sampel berangkat dari kondisi yang sama atau tidak. Sedangkan bentuk penyebaran distribusi data juga penting untuk menentukan uji statistik yang akan digunakan pada penelitian. Data yang digunakan sebagai data awal peserta didik dalam penelitian ini adalah nilai ulangan semester genap.

Hasil analisis data tahap awal yang di lakukan pertama kali yaitu uji normalitas. Diketahui bahwa pada uji normalitas tersebut dari delapan kelas terdapat tujuh kelas yang berdistribusi normal.

Tujuh kelas tersebut, dilakukan uji homogen. Uji homogen yang pertama disimpulkan bahwa ke tujuh kelas yang berdistribusi normal tersebut dikatakan tidak homogen. Kemudian dilakukan uji homogenitas yang kedua dengan membuang data kelas VIII-C. Uji homogen yang kedua disimpulkan bahwa ke enam kelas tersebut tidak homogen. Kemudian dilakukan uji homogenitas yang ketiga dengan membuang data kelas VIII-B. Uji homogen yang kedua disimpulkan bahwa ke lima kelas tersebut tidak homogen. Kemudian dilakukan uji homogenitas yang keempat dengan membuang data

kelas VIII-A dan disimpulkan bahwa terdapat empat kelas yang memiliki varians yang sama (homogen). Dari empat kelas tersebut dilakukan uji perbandingan rata-rata menyatakan bahwa rata-rata empat kelas tersebut identik.

Dari hasil uji data tahap awal tersebut dapat disimpulkan bahwa terdapat empat kelas yang memiliki kondisi awal yang tidak jauh berbeda. Enam kelas tersebut adalah VIII-D, VIII-E, VIII-G, dan VIII-H. Kemudian pengambilan sampel dapat dilakukan dengan menggunakan teknik *cluster random sampling*. Dari hasil pengambilan sampel diperoleh kelas VIII-D dan VIII-E masing-masing sebagai kelas yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan model pembelajaran *Index Card Match*.

2. Pembahasan Data Tahap Akhir

Setelah diketahui kondisi awal populasi penelitian ini maka komparasi antara dua variabel dapat dilakukan. Kedua kelas yang diambil sebagai sampel penelitian ini diukur hasil belajarnya menggunakan instrumen yang telah diuji kelayakannya. Kemudian data nilai hasil belajar dianalisis hipotesis menggunakan uji normalitas, homogenitas, dan perbandingan rata-rata seperti halnya analisis data tahap awal.

Dari hasil uji normalitas diketahui bahwa data hasil belajar peserta yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan model pembelajaran *Index Card Match* berdistribusi normal. Selanjutnya dilakukan uji homogenitas. Dari hasil uji homogenitas disimpulkan bahwa nilai hasil belajar kelas yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan model pembelajaran *Index Card Match* bersifat homogen artinya memiliki varians yang sama.

Oleh karena itu, dilakukan uji perbandingan rata-rata menggunakan uji t. Dengan rata-rata 81,594 untuk kelas yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan 75,844 untuk kelas yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match*. diperoleh $t_{hitung} = 2,5576$ dan $t_{tabel} = 1,998972$. Dengan kriteria H_0 akan diterima apabila $-t_{tabel} < t_{hitung} < t_{tabel}$ maka hasil uji perbandingan rata-rata diperoleh kesimpulan

bahwa nilai rata-rata hasil belajar peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* lebih tinggi dari pada model pembelajaran *Index Card Match*. Dengan kata lain bahwa peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan model pembelajaran *Index Card Match* menghasilkan hasil belajar peserta didik yang berbeda.

Penelitian ini sesuai dengan teori belajar Edward Lee Thorndike, teori belajar Ausubel, dan teori belajar Vygotsky.

Menurut teori belajar Edward Lee Thorndike, belajar berkaitan dengan hubungan antara stimulus dan respons yang di dalamnya terdapat hukum kesiapan, hukum latihan, dan hukum hasil. Teori Edward Lee Thorndike yang berhubungan dengan penelitian ini adalah belajar akan berhasil jika peserta didik sudah siap untuk belajar dan adanya pengulangan yang disajikan dengan cara yang menarik sehingga pembelajaran tidak membosankan dan peserta didik dapat memahami materi.

Menurut teori belajar Ausubel, belajar merupakan asimilasi yang bermakna bagi peserta didik. Belajar bermakna pada teori Ausubel dapat di aplikasi diantaranya dengan menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan *Index Card Match*. Kedua model tersebut merupakan model pembelajaran yang di dalamnya terdapat permainan dengan kartu yang di dalamnya berhubungan dengan materi yang di ajarkan. Penggunaan kartu ini di maksudkan agar peserta didik tidak bosan dengan materi yang di ajarkan dan lebih memaknai materi.

Sedangkan menurut teori belajar Vygotsky, dalam membangun sendiri pengetahuannya, peserta didik dapat memperoleh pengetahuan melalui kegiatan dengan fasilitator, teman atau diskusi kecil, mengerjakan tugas dan sebagainya. Ini sesuai dengan model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan *Index Card Match*. Model pembelajaran sesuai dengan teori Vygotsky dimana peserta didik diarahkan guru untuk melakukan diskusi. Dalam diskusi tersebut peserta didik diminta mengerjakan soal yang telah di bagikan. Dengan kedua model tersebut, diharapkan peserta didik SMP Negeri 18

Semarang dapat memperoleh pengetahuan melalui diskusi kecil dan mengerjakan tugas. Dalam diskusi kecil peserta didik dapat saling mengeluarkan pendapat dengan peserta didik lain sehingga mereka mendapatkan solusi terhadap permasalahan suatu materi. Sedangkan dengan mengerjakan tugas, peserta didik dapat mengukur seberapa kuat pemahaman mereka terhadap materi yang diajarkan.

Pada pembelajaran terdapat faktor-faktor yang mempengaruhi belajar diantaranya: faktor kemauan belajar dan mata pelajaran. Kemauan belajar peserta didik memegang peran penting dalam belajar. Ketika kemauan belajar sudah ada maka apapun pelajaran yang diberikan peserta didik akan tetap senang. Dalam hal ini peneliti memberikan sebuah model pembelajaran yang di dalamnya di beri sedikit permainan agar peserta didik tidak jenuh dan mau untuk belajar.

Penggunaan permainan akan membuat program belajar sukses. Salah satu kelebihan permainan adalah membuat peserta senang dan rileks, memotivasi peserta, dan melibatkan mereka. Hasilnya, proses belajar menjadi produktif dan menyenangkan.

Kemudian untuk faktor mata pelajaran merupakan faktor yang penting bagi peserta didik. Mata pelajaran yang di sukai akan lebih lancar dipelajari daripada pelajaran yang kurang di sukai. Mata pelajaran dapat disenangi atau dibenci tergantung dari banyak faktor. Mungkin karena guru menyajikan pertama kali kurang baik, mungkin disebabkan kegagalan-kegagalan peserta didik dalam pelajaran itu, dll. Untuk itu dalam mengatasi masalah yang di alami oleh peserta didik dengan memberikan pembelajaran yang menyenangkan sehingga hasil belajar mereka dapat meningkat.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika dengan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 lebih baik daripada model *Index Card Match* pada materi garis singgung lingkaran dalam meningkatkan hasil belajar siswa. Dengan demikian, model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dapat dijadikan sebagai alternatif dalam pembelajaran matematika untuk menumbuhkan motivasi belajar dalam

meningkatkan hasil belajar dibandingkan dengan model pembelajaran *Index Card Match* pada mata pelajaran matematika materi pokok garis singgung lingkaran peserta didik kelas VIII SMP Negeri 18 Semarang.

D. Keterbatasan Penelitian

Penulis menyadari bahwa dalam penelitian ini terdapat banyak keterbatasan, antara lain:

1. Keterbatasan tempat penelitian

Penelitian ini dibatasi hanya pada satu sekolah. Oleh karena itu, terdapat kemungkinan hasil yang berbeda apabila penelitian ini dilakukan pada tempat yang berbeda.

2. Keterbatasan waktu penelitian

Waktu yang digunakan penelitian sangat terbatas karena peneliti hanya memiliki waktu sesuai keperluan (materi) yang berhubungan dengan penelitian. Akan tetapi dengan waktu yang singkat, penelitian ini telah memenuhi syarat-syarat penelitian ilmiah.

3. Keterbatasan kemampuan

Penelitian ini dilakukan dengan keterbatasan kemampuan yang dimiliki peneliti. Peneliti menyadari bahwa kemampuan yang dimiliki peneliti sangat terbatas. Oleh karena itu, bimbingan dari dosen pembimbing yang dilakukan sangat membantu mengoptimalkan hasil penelitian ini.

BAB V PENUTUP

A. Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian, hasil belajar peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 pada pembelajaran Matematika kelas VIII SMP Negeri 18 Semarang materi garis singgung lingkaran diperoleh rata-rata kelas yaitu 81,594.

Sedangkan hasil belajar peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match* pada pembelajaran Matematika kelas VIII SMP Negeri 18 Semarang materi garis singgung lingkaran diperoleh rata-rata kelas yaitu 75,844.

Dari kedua hasil belajar tersebut dilakukan uji perbandingan rata-rata pada tahap akhir menggunakan uji *t* diperoleh $t_{hitung} = 2,5576$ dan $t_{tabel} = 1,998972$ pada taraf signifikansi (α) 5% dan $dk = (n_1+n_2-2) = 62$. Diketahui bahwa $t_{hitung} > t_{tabel}$, maka dapat disimpulkan bahwa hasil belajar menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 lebih baik dari hasil belajar matematika peserta didik yang menggunakan model pembelajaran *Index Card Match*.

Dengan demikian dapat dikatakan bahwa model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 lebih baik apabila dijadikan sebagai alternatif dalam pembelajaran matematika untuk menumbuhkan motivasi belajar dalam meningkatkan hasil belajar dibandingkan dengan model pembelajaran *Index Card Match* pada mata pelajaran matematika materi pokok garis singgung lingkaran peserta didik kelas VIII SMP Negeri 18 Semarang.

B. Saran

Berdasarkan pembahasan hasil penelitian dan kesimpulan di atas maka saran yang dapat penulis sampaikan adalah sebagai berikut:

1. Bagi seorang peneliti, perlu penelitian lebih lanjut dalam aplikasi model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 dan model pembelajaran *Index Card*

Match apabila digunakan pada materi lain apakah mempunyai hasil yang sama atau tidak.

2. Bagi guru, sebaiknya dalam proses belajar mengajar pendidik hendaknya mampu menciptakan suasana belajar yang mampu membuat peserta didik menjadi lebih aktif dan menyenangkan.
3. Bagi peserta didik, dalam proses pembelajaran diharapkan peserta didik selalu bersikap aktif dan berusaha untuk meningkatkan hasil belajarnya semaksimal mungkin.

C. Penutup

Alhamdulillahirobbil'alamin puji syukur kehadiran Allah atas segala kekuatan, kesehatan, kenikmatan dan kemudahan yang telah berikan skripsi ini dapat terselesaikan.

Peneliti menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih banyak kekurangan, oleh karena itu saran dan kritik dari berbagai pihak tetap peneliti harapkan. Peneliti berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi peneliti khususnya dan pembaca pada umumnya. Aamiin.

DAFTAR PUSTAKA

- Al Basyir, M. Muzammil dan M. Malik Muhammad Sa'id, *Ilal Manahij wa Thorqi Al Tadris*,
- Arikunto, Suharsimi, *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan*, Jakarta: Bumi Aksara, 2002.
- , *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*, Jakarta: PT Rineka Cipta, 2006.
- Baharuddin dan Esa Nur Wahyuni, *Teori Belajar dan Pembelajaran*, Jogjakarta: Ar-Ruzz media, 2010.
- Budiningsih Asri, *Belajar dan Pembelajaran*, Jakarta: Rineka Cipta, 2005.
- Creswell, John W., *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*, United States of Amerika: SAGE Publications, 2009.
- Djamarah, Syaiful Bahri, *Psikologi Belajar*, Jakarta: Rineka Cipta, 2008.
- Fathoni, Abdurrahman, *Metodologi dan Teknik Penyusunan Skripsi*, Jakarta: Rineka Cipta, 2006.
- Hanifah dan Cucu Suhana, *Konsep Strategi Pembelajaran*, Bandung: PT. Refika Aditama, 2012.
- Hasil wawancara dengan Bapak Muhammad Yasro, S. Pd. pada hari Selasa, 13 Januari 2015 di SMP Negeri 18 Semarang pada pukul 10.00 WIB.
- Huda, Miftahul, *Model-model Pengajaran dan Pembelajaran: isu-isu metodis dan paradigmatis*, Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2014.
- Ismail SM, *Strategi pembelajaran Agama Islam Berbasis Paikem*, Semarang: Rasail Media Group, 2008.
- Kementrian Agama RI, *Al-Qur'an dan Tafsirnya Edisi yang Disempurnakan*), Jakarta: Lentara Abadi, 2010.
- Komsiyah, Indah, *Belajar dan Pembelajaran*, Yogyakarta: Teras, 2012.
- Mardiyatmo, Esmet Untung, *Kumpulan Permainan Seru – Tutorial untuk Para Fasilitator & Instruktur*, Yogyakarta: Andi Offset, 2010.
- Muijs, Daniel dan David Reynolds, *Effective Teaching Teori dan Aplikasi*, Yogyakarta : Pustaka Pelajar, 2008.

- Mustaqim, dan Abdul Wahib, *Psikologi Pendidikan*, Jakarta: Rineka Cipta, 2010.
- Nazir, Moh., *Metode Penelitian*, Bogor: Ghalia Indonesia, 2005.
- Nuharini, Dewi dan Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya: untuk SMP/MTs Kelas VIII*, Jakarta: Pusat Perbukuan, 2008.
- Mutiara, Nurulita, Efektivitas Penggunaan Model Pembelajaran Time Token Terhadap Hasil Belajar Peserta Didik Kelas VIII Pada Materi Pokok Bahan Kimia di Rumah Tangga di MTs. Uswatun Hasanah Mangkang, *Skripsi Tadris Kimia*, Semarang: IAIN Walisongo, 2011.
- Rao, Ravi Ranga, *Methods of Teacher Training*, New Delhi: Mehra Offset Press, 2011.
- Riduwan, *Skala Pengukuran Variabel-variabel Penelitian*, Bandung: Alfabeta, 2009.
- Sam's, Rosma Hartiny, *Model Penelitian Tindakan Kelas*, Yogyakarta: Sukses Offset, 2010.
- Saminanto, *Ayo Praktik PTK*, Semarang: Rasail, 2010.
- Siregar, Eveline dan Hartini Nara, *Teori Belajar dan Pembelajaran*, Bogor: Ghalia Indonesia, 2011.
- Subagyo, Joko, *Metode Penelitian dalam Teori Dan Praktek*, Jakarta: Rineka Cipta, 2011.
- Sudjiono, Anas, *Pengantar Evaluasi Pendidikan*, Jakarta:PT Raja Grafindo Persada, 2006.
- Sudjana, *Metoda Statistika*, Bandung: Tarsito, 2005.
- Sugiyono, *Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D)*, Bandung: CV. Alfabeta, 2012.
- , *Metode Penelitian Pendidikan*, Bandung: Alfabeta, 2013.
- , *Statistik untuk Penelitian*, Bandung: CV Alva Beta, 2007.
- Suprijono, Agus, *Cooperative Learning Teori dan Aplikasi PAIKEM*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2011.
- Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, Jakarta: Balai Pustaka, 2008.

- Trianto, *Mendesain Model Pembelajaran Inovatif-Progresif: Konsep Landasan, dan Implementasinya Pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP)*, Jakarta: Kencana, 2010.
- Wena, Made, *Strategi Pembelajaran Inovatif Kontemporer: suatu konseptual operasional*, Jakarta: Bumi Aksara, 2011.
- Wulandari, Fitria Catur, Efektivitas Metode *Index Card Match* Pada Materi Pokok Bilangan Pecahan Dalam Meningkatkan Hasil Belajar Peserta Didik Kelas VII Di MTs N I Pamotan Rembang, *Skripsi Tadris Matematika*, Semarang: IAIN Walisongo, 2010.
- Zaini, Hisyam, dkk., *Strategi Pembelajaran Aktif*, Yogyakarta: Insan Madani, 2008.

BERITA WAWANCARA TENTANG PROSES PEMBELAJARAN

Wawancara penelitian dilakukan di SMP Negeri 18 Semarang dengan bapak Yasro, S.Pd pada hari Selasa, 13 Januari 2015 pukul 10.00 WIB.

1. Ada berapa kelas untuk kelas VIII yang ada di SMP Negeri 18 Semarang ini?

Jawaban: Di sini ada delapan kelas untuk kelas VIIInya yaitu kelas A sampai dengan kelas H.

2. Kurikulum apa yang dipakai bapak selama mengajar?

Jawaban: kalau kurikulumnya kembali menggunakan KTSP.

3. Ketika kurikulum kembali ke KTSP, apakah untuk babnya akan meneruskan bab pada kurikulum 2013 atau kembali ke KTSP?

Jawaban: Untuk babnya juga kembali ke KTSP

4. Bagaimana bab yang ada pada kurikulum KTSP tetapi sudah di ajarkan pada semester 1 pada kurikulum 2013 pak?

Jawaban: Untuk bab yang sudah di ajarkan maka saya lewati pada bab selanjutnya karena biar tidak membuang waktu.

5. Untuk bab garis singgung lingkaran kira-kira di ajarkan kapan?

Jawaban: Setelah materi lingkaran. Kebetulan pada materi garis singgung lingkaran pada kurikulum 2013 juga belum ada.

6. Bagaimana metode pembelajaran yang terdapat pada RPP kelas XII?

7. Bagaimana pelaksanaan pembelajaran garis singgung lingkaran bapak saat mengajar di kelas VIII?

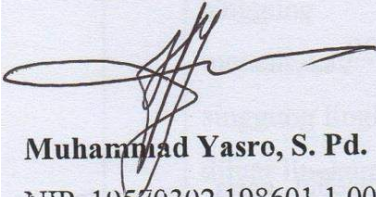
Jawaban: Pelaksanaan pembelajaran kelas, peserta didik diberi gambar di papan tulis , saya suruh mencarinya di buku, kemudian saya simpulkan. Setelah itu peserta didik diberi latihan soal.

8. Kesulitan apa yang di alami siswa dalam pembelajaran materi garis singgung lingkaran?

Jawaban: Dalam pembelajaran peserta didik terkadang dalam memasukkan rumus masih terbalik dengan rumus yang lain. Sehingga dalam menentukan hasilnya pun juga salah.

Semarang, 15 Januari 2015

Narasumber,



Muhammad Yasro, S. Pd.
NIP. 19570302 198601 1 003

Lampiran 2

DAFTAR NAMA PESERTA DIDIK KELAS VIII

Kelas : VIII-A

Kelas : VIII-B

No	Nama	No	Nama
1	ACHMAD CHASAN	1	ADE RAVI AMMARANDA
2	ADAM ANURSA RAMADHANI	2	ADINDA RIZQY ROSITAWATI
3	ALFINA PUTRI DARMANTO	3	AFIFAH FATIN NUR SYIYAM
4	ANGGITTHYA PUTRI HIDAYAH	4	AHMAD QOHHAR
5	ANISYA SHAFI CAHYANINGRUM	5	ALFIA FAATHIR FIRDAUS
6	ANNISA MULIANA EKA W	6	AMALIA UMMI NUR RAHMA
7	CHUSNUL KUSUMADEWI	7	AUDREY CLARISA FEBRIYANI
8	CYNTIA WAHYU AULIASARI	8	AULIA TRISNA AGUSTIN
9	DIAH AYU FEBRYANI	9	AURORA FARAH ISNA
10	DIAN NOVITA WULANSARI	10	AZFA AHMAD DZULVIKAR
11	DYAH AYU SHOFIATI	11	BAHTIAR DWI CAHYO
12	ERISKA ISTININGRUM	12	DALFA FATIHATTU ZACHRA
13	GHAZI DZULFIKAR PUTRA B	13	DANANG SETIAWAN JODI
14	GUNTUR RAMADHAN	14	DEFA RAHARDIANSYAH DWI
15	HERNINDYA REDITA AD	15	DIAZ AHMAD SHEVA
16	JOVITA ELLYSA	16	DICKY LUTHFINANDA SANTOSO
17	MUHAMMAD FARIZAL	17	EGAFTA MUHAMMAD NAUFAL D
18	NABILA FARAH ANJANI	18	FADHILAH RAMADHANTI
19	NABILA QURROTU AINI	19	FEBRY KOMALA PUTRI
20	NUR AZIZAH RAHAYU	20	FIOLA ADYANOVTI YUNDHARESTA
21	NUR FATIMAH NI'MATUL J	21	GALANG LISA ADITYA
22	RAFT' UDIN MUSTHOFA	22	HILWA SHA VIRA AZ ZAHWA
23	RIFDAH FARA MAURIZA P. S	23	IDFIA MIREDA
24	RIFKI RADITYA HIDAYAT	24	KONDHANG SARWO UTOMO
25	RIZKY AGUNG PRASETYA	25	MARTALUNA ADITYA HIMAWAN
26	RIZKY RAMADHANI	26	MUHAMMAD RIZAL AL-FAROQI
27	SALAHUDIN AL AYUBI	27	NADYA VINKA PUTRI ADIYANI
28	SALSA FADIRA YULIANTI	28	NOVITA EKA CAHYANINGRUM
29	SALSABILA RIZKY FADHILA	29	NURUL HIDAYATI
30	SITI HIDAYATUR ROFI'AH	30	ROSSYANA BERLIANTIKA DEWI
31	ULFA KHOIRUNNISA	31	SABRINA AZMI KAMILA
32	ULFAH HAMIDAH	32	WAHYU HIDAYAT

Kelas : VIII-C**Kelas : VIII-D**

No	Nama	No	Nama
1	AHMAD FAISAL H.	1	ACHMAD AL BASSITH PUTRA S.
2	ANI UZTADHIYAH	2	AKHMAD TAUFIKUL HADI ALWI
3	ARADEA DAFA PRAHARGI	3	AMAYRA DEWI NUR FAIZA
4	ARNETA AREZAINI	4	ANISA MEDITAMA ISTRIANA TYAS
5	DAVITA RAHMA HANDAYANI	5	ARVIANT DWI ANDHIKA GUNAWAN
6	DEDDI RIYAN ANDRIANSAH	6	AUREL PERFECTIANO FEBRIO
7	DEWI KARTIKASARI	7	AYU RIDHO FEBRIANTI
8	DEWI MUSTIKASARI	8	BAGUS DANA ARDITYA
9	DIAZ HAFIZHA RAHMAN	9	BAGUS INDRA SAPUTRA
10	DICKY SETIAWAN	10	BAHTIAR HENDRAWAN PRADIPTA
11	DINO ARTA CAHYONO	11	DEVINA RIZKY WIGUSTYA PUTRI
12	FIFIN APRILIANI	12	DHEA KHAIRUNNISA PUTRI
13	GARINDA AULIA	13	DIAN AMALIANA
14	HANA NUR FA'IZAH	14	EKA SURYANING DARENA
15	HARIANA NOVITA SARI	15	HUSEIN MULYA LUBIS
16	JULION RICKY SAPUTRA	16	I MADE KEVIN ADITYA PUTRA
17	JUNAIDI	17	ISHANA SANJAYA WARDHANI
18	KHOLIFA HAIDIRA	18	MUHAMMAD ABDUL AZIZ
19	MUCHAMAD BIMA PURNAMA	19	MUHAMMAD DAFA RIFQI
20	MUHAMMAD ISA AL FAUZY	20	MUHAMMAD NUR HANIF
21	MUHAMMAD RENGGA MAULANA	21	NIWANG
22	NOVA ADITYA PERDANA	22	NOVANDA PUTRA PRADANA
23	NOVIA DAMAYANTI	23	NOVIA RIZKY FADILAH
24	NUNNA BERLIANSYAH	24	NUR MAYA BADRIATUL JAMROH
25	RAGIL WIJAKSONO	25	RAHMA SHINA MAULIDA
26	RAIHAN PUTRA PRATAMA	26	RAYHAN PHIKA GIOBARI WIJAYA
27	RIA KUSUMA	27	REZA FITRI ASTUTI
28	RIZKI NUR ABDILLAH	28	RIVAL NUR IHSAN
29	SALSABILLA JOSI DANIA	29	SITI CHOTIJAH
30	TABRIZA FATIH ADILAH	30	SYAHWA HUSNUL AFIFAH
31	VINNA FADILLAH RAHAYU	31	WIDIASARI KHOIRUNNISA
32	WILDAN FEBRIAN	32	YASMIN ZAHRA TAUHID

Kelas : VIII-E**Kelas : VIII-F**

No	Nama	No	Nama
1	ADINDA NURHALIZA	1	AGUSTIN AYU WULAN SARI
2	ALVIN PERMATA FIRDAUS	2	AJI MUHAMMAD RYANTO
3	ANIS RIZKI FITRIADI	3	ALBERT IVAN GINTING
4	APRILIA MEGA ANJELINE	4	ALIFIA FIRMANDA FIRDAUS
5	AULIA ZAHWA AMORA	5	ALRICO RIZKI WIBOWO
6	AYU WIDAYANTI	6	ANDI SETIO NUR HIDAYANTO
7	CHARESTA VIDA RESWARA	7	ANGGRAENI CAHYANING WULAN
8	DEA AMBARWATI	8	ASLAM RIYADI
9	DEWI DESTINA RAHMAWATI	9	DINDA AYU FITRIA
10	FAUZAAN HIBATULLAH	10	DINDA PUTRI ANYA
11	FIRMAN AMIN AL SALEH	11	ELZA MONICA
12	GALIH PRASTYA JUANSAPUTRA	12	FARCHAN AFDHALLASH PRIDITYA M
13	HANIN ARIFATUL HANIFAH	13	FARHAN SUDARTO
14	HUDALLIL CHUSNAH	14	HAFIZ ADLAN KURNIANTO
15	ILMU LINDA FITRISIA	15	IKA ANNISA FITRI ASTUTI
16	INKA TRI MURTI	16	INTAN PRAMUDHITA SIWI
17	LUKMAN HAKIM	17	IZDIHAR RIZKI ZAHRA P
18	MUCHAMAD TEGAR SUSENO	18	MELLIANA PUTRI YODIANTI
19	MUHAMAD RAFLI ANANDA	19	MOHAMAD IQSAL THEDA
20	MUHAMMAD NURUL FAJAR IZZA F	20	MUHAMAD ANGGA NAUVAL R.
21	NABILA NUZHA ASHILA	21	MUHAMMAD RAFI' SETYAWAN
22	NURUL SHABRINA AWANIS	22	NINDA OKTAVIANI PATMA
23	ORLANDO YAFI INSYIRA K	23	NOVIA KUSUMA HERMAWAN
24	PANDU ADI PAMBUDI	24	PRAMAISHELLA NINDA KARISA
25	RAHMAT BAGUS PANGESTU	25	PRAMUDITA CAHYA EVELYN A
26	RIZAL HANAFI	26	RIDHOTUL IBRAHIM
27	SADDAM BAGAS VALENTINO	27	RINALDI DWI SEPTIAN
28	SANDRA DEWI ARINI	28	RIZAL ADITYA SYAHPUTRA
29	VENDIAMIR LUBIS	29	SYAH DAFFA ANWAR
30	YUDA ANDI PRASETYO	30	SYAHRUL RAMADHAN
31	YULAEKAH SITI AMINAH	31	VINNY FADILLAH LESTARI
32	ZAHRA RIZQI MAULIDTA	32	WAHYU AGUNG SAPUTRO

Kelas : VIII-G**Kelas : VIII-H**

No	Nama	No	Nama
1	AFI UTSULA MAWARID	1	AFIFAH MAULIDIA AZ ZAHRO'
2	AJENG SYAFA KAULIKA	2	AKBAR PRASETYO NUGROHO
3	AJI KARTIKA WENING	3	AMADEO DIAS ALVES DA SILVA
4	BAGUS SETYAWAN	4	ANANDA ZAIDAN SIDIQ AAQILAH
5	BAYU SADEWO	5	ANDITA ALZAINA HAJAR
6	BETHSAYDO VADESMA HIQMA R.	6	ATTIRA SURYA KUSUMA
7	DEVARA SULTHAN ADHAM	7	AUNISA MAHARANI
8	ELIZABETH SEKAR ARDELIANA	8	AZAHRA MICHELIA ALBA A
9	FARIS KHOIRUL HAKIM	9	CHAIRINA AINI
10	FATHIA HANIF TIARANINGRUM	10	DERRY RAMADHAN
11	FAUZAN FAKTUROHMAN	11	ELFIRA NUGRAHA
12	FEBRIANGGA ARGIANSYAH	12	FADHIIL RADINA ROMADHON
13	GALANG ADILANMAS	13	FAUZIYYAH ANNISA SUBAGYO
14	LAURENCIA CAPRISTA YULIANTI	14	FRIDA NURAENI
15	MAULANA LAZUARDI	15	HIZKIEL PUTRA PAKUBUMI
16	MEISTYA ALIF AZ-ZAHRA	16	HUSAIN SYAUQUI AHDINAJAYA
17	MOCH. BAGUS SAJIWO	17	JANUARIAN RAMADHANI K
18	MUHAMMAD IRFAN KURNIAWAN	18	JUNDULLAH HANIF ROBBANI
19	MUHAMMAD RIFQI NUGRAHANTO	19	MAHENDRATA ADWITYA PUTRA
20	NIA FAJAR FEBRIANI	20	NAJWA SYAFNI TSANI
21	NURRAHMAD INDRA PERMANA	21	NATASHA SHELLA PUTRI
22	PRISMA INDAH ADINDA PUTRI	22	PRISCILLA MIKI AISYAH
23	R. PINDIASTO SYAHRAM PRA	23	PUTERI ANITA LUDWINIA
24	RAHMA PUSPA WIGATI	24	RAVIDITYA RAYHAN
25	RR. DESKA INGGIT SULISTYOWATI	25	RIFA VINDA AULINA
26	RYZKY NUR ROCHIM	26	ROSA DIPTYA PUTRI
27	SANIA RAHMATIKA SORAYA	27	SADDAM RIZAL SUPRAPTO
28	TARISA MADYA WIDHITAMI	28	SHEVA ALBANI AJI PRATAMA
29	TIARA IKA SUMANTRI	29	VERONICA BELLA ANGGRAENI P
30	TITO WIJAYANTO	30	WANDA ALIFAH
31	UMMU HANNI AMALIA	31	ZHAFAR ARJUNA
32	VADILA FITRI WAHYUDI		

Lampiran 3

DAFTAR NILAI UAS MATEMATIKA SMP KELAS VIII

VIII-A	VIII-B	VIII-C	VIII-D	VIII-E	VIII-F	VIII-G	VIII-H
79	79	68	80	80	67	76	82
82	72	72	74	75	68	84	87
80	71	71	89	85	69	64	86
77	70	76	73	69	70	71	71
78	76	72	73	75	71	72	80
75	76	77	82	85	68	65	82
80	77	72	73	73	68	64	66
73	69	76	78	82	67	83	80
76	71	73	70	70	69	64	79
78	75	75	81	80	69	63	75
77	73	75	83	89	69	60	73
69	76	70	76	80	73	65	63
70	70	73	71	67	70	71	75
79	81	77	73	70	68	66	80
82	78	75	72	73	69	62	83
72	70	67	71	68	74	65	71
75	83	71	68	71	76	77	73
77	72	78	81	82	68	81	80
71	73	79	79	79	68	76	62
77	76	77	79	85	68	72	88
74	73	76	81	87	67	67	77
76	74	74	75	76	69	70	68
81	74	75	78	78	68	64	75
81	77	75	80	77	78	68	80
83	70	80	81	79	84	69	75
75	76	73	83	79	69	63	88
77	70	70	70	80	67	85	87
78	70	72	67	75	75	75	66
79	76	71	75	82	69	75	78
71	78	76	80	78	72	85	84
81	76	71	79	78	68	79	79
83	79	72	69	67	75	80	

Lampiran 4

UJI NORMALITAS TAHAP AWAL KELAS VIII-A

Hipotesis

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Pengujian Hipotesis

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$

Pengujian Hipotesis

Nilai maksimal = 83

Nilai minimal = 69

Rentang nilai (R) = 83 - 69 = 14

Banyaknya kelas (k) = $1 + 3,3 \log 32 = 5,966995 \approx 6$ kelas

Panjang kelas (P) = $14 / 6 = 2,33 \approx 3$

Tabel Penolong Mencari Rata-rata dan Standar Deviasi

No	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	79	1,9375	3,753906
2	82	4,9375	24,37891
3	80	2,9375	8,628906
4	77	-0,0625	0,003906
5	78	0,9375	0,878906
6	75	-2,0625	4,253906
7	80	2,9375	8,628906
8	73	-4,0625	16,50391
9	76	-1,0625	1,128906
10	78	0,9375	0,878906
11	77	-0,0625	0,003906
12	69	-8,0625	65,00391

13	70	-7,0625	49,87891
14	79	1,9375	3,753906
15	82	4,9375	24,37891
16	72	-5,0625	25,62891
17	75	-2,0625	4,253906
18	77	-0,0625	0,003906
19	71	-6,0625	36,75391
20	77	-0,0625	0,003906
21	74	-3,0625	9,378906
22	76	-1,0625	1,128906
23	81	3,9375	15,50391
24	81	3,9375	15,50391
25	83	5,9375	35,25391
26	75	-2,0625	4,253906
27	77	-0,0625	0,003906
28	78	0,9375	0,878906
29	79	1,9375	3,753906
30	71	-6,0625	36,75391
31	81	3,9375	15,50391
32	83	5,9375	35,25391
Σ	2466		451,875

$$\text{Rata-rata } (\bar{X}) = \frac{\Sigma \bar{X}}{N} = \frac{2466}{32} = 77,063$$

$$\begin{aligned} \text{Standar Deviasi } (S) : S^2 &= \frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \\ &= \frac{451,875}{31} \\ &= 14,57661 \\ S &= 3,817933 \end{aligned}$$

Daftar Frekuensi Nilai Awal Kelas VIII-A

No	Kelas	Bk	Z_i	$P(Z_i)$	Luas Daerah	O_i	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	69 - 71	68,5	-2,243	0,488	0,060	4	1,923	2,242
2	72 - 74	71,5	-1,457	0,427	0,178	3	5,712	1,287
3	75 - 77	74,5	-0,671	0,249	0,295	10	9,426	0,035
4	78 - 80	77,5	0,115	-0,046	0,270	8	8,653	0,049
5	81 - 83	80,5	0,900	-0,316	0,138	7	4,419	1,508
6	84 - 86	83,5	1,686	-0,454	0,039	0	1,253	1,253
		86,5	2,472	-0,493				
Jumlah						32		6,375

Keterangan:

Bk = batas kelas bawah - 0,5 atau batas kelas atas + 0,5

$$Z_i = \frac{Bk - \bar{X}}{S}$$

$$\frac{Bk - \bar{X}}{S}$$

$P(Z_i)$ = nilai Z_i pada tabel luas di bawah lengkung kurva normal standar dari O s/d Z

Luas Daerah = $P(Z_1) - P(Z_2)$

E_i = luas daerah x N

O_i = f_i

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 6 - 1 = 5$ diperoleh X^2 tabel = 11.070

Karena $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$ maka distribusi data awal di kelas VIII-A berdistribusi **normal**

Lampiran 5

UJI NORMALITAS TAHAP AWAL KELAS VIII-B

Hipotesis

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Pengujian Hipotesis

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$

Pengujian Hipotesis

Nilai maksimal = 83

Nilai minimal = 69

Rentang nilai (R) = 83 - 69 = 14

Banyaknya kelas (k) = $1 + 3,3 \log 32 = 5,966995 \approx 6$ kelas

Panjang kelas (P) = $14 / 6 = 2,33 \approx 3$

Tabel Penolong Mencari Rata-rata dan Standar Deviasi

No	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	79	4,59	21,10
2	72	-2,41	5,79
3	71	-3,41	11,60
4	70	-4,41	19,42
5	76	1,59	2,54
6	76	1,59	2,54
7	77	2,59	6,73
8	69	-5,41	29,23
9	71	-3,41	11,60
10	75	0,59	0,35
11	73	-1,41	1,98
12	76	1,59	2,54

13	70	-4,41	19,42
14	81	6,59	43,48
15	78	3,59	12,92
16	70	-4,41	19,42
17	83	8,59	73,85
18	72	-2,41	5,79
19	73	-1,41	1,98
20	76	1,59	2,54
21	73	-1,41	1,98
22	74	-0,41	0,17
23	74	-0,41	0,17
24	77	2,59	6,73
25	70	-4,41	19,42
26	76	1,59	2,54
27	70	-4,41	19,42
28	70	-4,41	19,42
29	76	1,59	2,54
30	78	3,59	12,92
31	76	1,59	2,54
32	79	4,59	21,10
Σ	2381		403,72

$$\text{Rata-rata } (\bar{X}) = \frac{\Sigma \bar{X}}{N} = \frac{2381}{32} = 74,406$$

$$\begin{aligned} \text{Standar Deviasi (S)} : \quad S^2 &= \frac{\Sigma (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \\ &= \frac{403,7188}{31} \\ &= 13,02319 \\ S &= 3,608765 \end{aligned}$$

Daftar Frekuensi Nilai Awal Kelas VIII-B

No	Kelas	Bk	Z_i	$P(Z_i)$	Luas Daerah	O_i	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	69 - 71	68,5	-1,637	0,4491	0,159	9	5,103	2,977
2	72 - 74	71,5	-0,805	0,2897	0,300	7	9,602	0,705
3	75 - 77	74,5	0,026	-0,0104	0,294	10	9,408	0,037
4	78 - 80	77,5	0,857	-0,3044	0,150	4	4,800	0,133
5	81 - 83	80,5	1,689	-0,4544	0,040	2	1,273	0,415
6	84 - 86	83,5	2,52	-0,4941	0,005	0	0,175	0,175
		86,5	3,351	-0,4996				
Jumlah						32		4,442

Keterangan:

Bk = batas kelas bawah - 0,5 atau batas kelas atas + 0,5

$$Z_i = \frac{Bk - \bar{X}}{S}$$

$P(Z_i)$ = nilai Z_i pada tabel luas di bawah lengkung kurva normal standar dari 0 s/d Z

Luas Daerah = $P(Z_1) - P(Z_2)$

E_i = luas daerah x N

O_i = f_i

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 6 - 1 = 5$ diperoleh X^2 tabel = 11.070

Karena $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$ maka distribusi data awal di kelas VIII-B berdistribusi **normal**

Lampiran 6

UJI NORMALITAS TAHAP AWAL KELAS VIII-C

Hipotesis

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Pengujian Hipotesis

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$

Pengujian Hipotesis

Nilai maksimal = 80

Nilai minimal = 67

Rentang nilai (R) = 80 - 67 = 13

Banyaknya kelas (k) = $1 + 3,3 \log 32 = 5,966995 \approx 6$ kelas

Panjang kelas (P) = $13 / 6 = 2,17 = 3$

Tabel Penolong Mencari Rata-rata dan Standar Deviasi

No	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	68	-5,72	32,70
2	72	-1,72	2,95
3	71	-2,72	7,39
4	76	2,28	5,20
5	72	-1,72	2,95
6	77	3,28	10,77
7	72	-1,72	2,95
8	76	2,28	5,20
9	73	-0,72	0,52
10	75	1,28	1,64
11	75	1,28	1,64
12	70	-3,72	13,83

13	73	-0,72	0,52
14	77	3,28	10,77
15	75	1,28	1,64
16	67	-6,72	45,14
17	71	-2,72	7,39
18	78	4,28	18,33
19	79	5,28	27,89
20	77	3,28	10,77
21	76	2,28	5,20
22	74	0,28	0,08
23	75	1,28	1,64
24	75	1,28	1,64
25	80	6,28	39,45
26	73	-0,72	0,52
27	70	-3,72	13,83
28	72	-1,72	2,95
29	71	-2,72	7,39
30	76	2,28	5,20
31	71	-2,72	7,39
32	72	-1,72	2,95
Σ	2359		298,47

$$\text{Rata-rata } (\bar{X}) = \frac{\Sigma \bar{X}}{N} = \frac{2359}{32} = 73,719$$

$$\begin{aligned} \text{Standar Deviasi } (S) : S^2 &= \frac{\Sigma (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \\ &= \frac{298,4688}{31} \\ &= 9,628024 \\ S &= 3,102906 \end{aligned}$$

Daftar Frekuensi Nilai Awal Kelas VIII-C

No	Kelas	Bk	Z_i	$P(Z_i)$	Luas Daerah	O_i	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	67 - 69	66,5	-2,326	0,49	0,077	4	2,617	0,730
2	70 - 72	69,5	-1,36	0,413	0,260	9	8,849	0,003
3	73 - 75	72,5	-0,393	0,1528	0,370	10	12,573	0,527
4	76 - 78	75,5	0,574	-0,217	0,221	9	7,524	0,290
5	79 - 81	78,5	1,541	-0,4383	0,056	2	1,890	0,006
6	82 - 84	81,5	2,508	-0,4939	0,006	0	0,198	0,198
		84,5	3,475	-0,4997				
Jumlah						34		1,753

Keterangan:

Bk = batas kelas bawah - 0,5 atau batas kelas atas + 0,5

$$Z_i = \frac{Bk - \bar{X}}{S}$$

$P(Z_i)$ = nilai Z_i pada tabel luas di bawah lengkung kurva normal standar dari 0 s/d Z

Luas Daerah = $P(Z_1) - P(Z_2)$

E_i = luas daerah x N

O_i = f_i

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 6 - 1 = 5$ diperoleh X^2 tabel = 11.070

Karena $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$ maka distribusi data awal di kelas VIII-C berdistribusi **normal**

Lampiran 7

UJI NORMALITAS TAHAP AWAL KELAS VIII-D

Hipotesis

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Pengujian Hipotesis

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$

Pengujian Hipotesis

Nilai maksimal = 89

Nilai minimal = 67

Rentang nilai (R) = 89 - 67 = 22

Banyaknya kelas (k) = $1 + 3,3 \log 32 = 5,966995 \approx 6$ kelas

Panjang kelas (P) = $22 / 6 = 3,67 = 4$

Tabel Penolong Mencari Rata-rata dan Standar Deviasi

No	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	80	3,63	13,14
2	74	-2,38	5,64
3	89	12,63	159,39
4	73	-3,38	11,39
5	73	-3,38	11,39
6	82	5,63	31,64
7	73	-3,38	11,39
8	78	1,63	2,64
9	70	-6,38	40,64
10	81	4,63	21,39
11	83	6,63	43,89
12	76	-0,38	0,14

13	71	-5,38	28,89
14	73	-3,38	11,39
15	72	-4,38	19,14
16	71	-5,38	28,89
17	68	-8,38	70,14
18	81	4,63	21,39
19	79	2,63	6,89
20	79	2,63	6,89
21	81	4,63	21,39
22	75	-1,38	1,89
23	78	1,63	2,64
24	80	3,63	13,14
25	81	4,63	21,39
26	83	6,63	43,89
27	70	-6,38	40,64
28	67	-9,38	87,89
29	75	-1,38	1,89
30	80	3,63	13,14
31	79	2,63	6,89
32	69	-7,38	54,39
Σ	2444		855,50

$$\text{Rata-rata } (\bar{X}) = \frac{\Sigma \bar{X}}{N} = \frac{2444}{32} = 76,375$$

$$\begin{aligned} \text{Standar Deviasi } (S) : S^2 &= \frac{\Sigma (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \\ &= \frac{855,5}{31} \\ &= 27,59677 \\ S &= 5,253263 \end{aligned}$$

Daftar Frekuensi Nilai Awal Kelas VIII-D

No	Kelas	Bk	Z_i	$P(Z_i)$	Luas Daerah	O_i	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	67 - 70	66,5	-1,88	0,4699	0,102	5	3,252	0,939
2	71 - 74	70,5	-1,118	0,3683	0,229	8	7,324	0,062
3	75 - 78	74,5	-0,357	0,1394	0,297	5	9,488	2,123
4	79 - 82	78,5	0,405	-0,1571	0,221	11	7,075	2,177
5	83 - 86	82,5	1,166	-0,3782	0,095	2	3,035	0,353
6	87 - 90	86,5	1,927	-0,473	0,023	1	0,748	0,085
		90,5	2,689	-0,4964				
Jumlah						32		5,739

Keterangan:

Bk = batas kelas bawah - 0,5 atau batas kelas atas + 0,5

$$Z_i = \frac{Bk - \bar{X}}{s}$$

$P(Z_i)$ = nilai Z_i pada tabel luas di bawah lengkung kurva normal standar dari O s/d Z

Luas Daerah = $P(Z_1) - P(Z_2)$

E_i = luas daerah x N

O_i = f_i

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 6 - 1 = 5$ diperoleh X^2 tabel = 11.070

Karena $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$ maka distribusi data awal di kelas VIII-D berdistribusi **normal**

Lampiran 8

UJI NORMALITAS TAHAP AWAL KELAS VIII-E

Hipotesis

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Pengujian Hipotesis

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$

Pengujian Hipotesis

Nilai maksimal = 89

Nilai minimal = 67

Rentang nilai (R) = 89 - 67 = 22

Banyaknya kelas (k) = $1 + 3,3 \log 32 = 5,966995 \approx 6$ kelas

Panjang kelas (P) = $22 / 6 = 3,67 = 4$

Tabel Penolong Mencari Rata-rata dan Standar Deviasi

No	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	80	2,69	7,22
2	75	-2,31	5,35
3	85	7,69	59,10
4	69	-8,31	69,10
5	75	-2,31	5,35
6	85	7,69	59,10
7	73	-4,31	18,60
8	82	4,69	21,97
9	70	-7,31	53,47
10	80	2,69	7,22
11	89	11,69	136,60
12	80	2,69	7,22

13	67	-10,31	106,35
14	70	-7,31	53,47
15	73	-4,31	18,60
16	68	-9,31	86,72
17	71	-6,31	39,85
18	82	4,69	21,97
19	79	1,69	2,85
20	85	7,69	59,10
21	87	9,69	93,85
22	76	-1,31	1,72
23	78	0,69	0,47
24	77	-0,31	0,10
25	79	1,69	2,85
26	79	1,69	2,85
27	80	2,69	7,22
28	75	-2,31	5,35
29	82	4,69	21,97
30	78	0,69	0,47
31	78	0,69	0,47
32	67	-10,31	106,35
Σ	2474		1082,88

$$\text{Rata-rata } (\bar{X}) = \frac{\Sigma \bar{X}}{N} = \frac{2474}{32} = 77,3125$$

$$\begin{aligned} \text{Standar Deviasi } (S) : S^2 &= \frac{\Sigma (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \\ &= \frac{1082,875}{31} \\ &= 34,931452 \\ S &= 5,9102835 \end{aligned}$$

Daftar Frekuensi Nilai Awal Kelas VIII-E

No	Kelas	Bk	Z_i	$P(Z_i)$	Luas Daerah	O_i	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	67 - 70	66,5	-1,829	0,46633	0,091	6	2,908	3,289
2	71 - 74	70,5	-1,153	0,37547	0,193	3	6,162	1,622
3	75 - 78	74,5	-0,476	0,18291	0,263	8	8,401	0,019
4	79 - 82	78,5	0,201	-0,0796	0,230	10	7,371	0,938
5	83 - 86	82,5	0,878	-0,3099	0,130	3	4,161	0,324
6	87 - 90	86,5	1,554	-0,44	0,047	2	1,510	0,159
		90,5	2,231	-0,4872				
Jumlah						32		6,351

Keterangan:

Bk = batas kelas bawah - 0,5 atau batas kelas atas + 0,5

$$Z_i = \frac{Bk - \bar{X}}{S}$$

$P(Z_i)$ = nilai Z_i pada tabel luas di bawah lengkung kurva normal standar dari 0 s/d Z

Luas Daerah = $P(Z_1) - P(Z_2)$

E_i = luas daerah x N

O_i = f_i

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 6 - 1 = 5$ diperoleh X^2 tabel = 11,070

Karena $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$ maka distribusi data awal di kelas VIII-E berdistribusi **normal**

Lampiran 9

UJI NORMALITAS TAHAP AWAL KELAS VIII-F

Hipotesis

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Pengujian Hipotesis

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$

Pengujian Hipotesis

Nilai maksimal = 84

Nilai minimal = 67

Rentang nilai (R) = 84 - 67 = 17

Banyaknya kelas (k) = $1 + 3,3 \log 32 = 5,966995 \approx 6$ kelas

Panjang kelas (P) = $17 / 6 = 2,83 = 3$

Tabel Penolong Mencari Rata-rata dan Standar Deviasi

No	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	67	-3,31	10,97
2	68	-2,31	5,35
3	69	-1,31	1,72
4	70	-0,31	0,10
5	71	0,69	0,47
6	68	-2,31	5,35
7	68	-2,31	5,35
8	67	-3,31	10,97
9	69	-1,31	1,72
10	69	-1,31	1,72
11	69	-1,31	1,72
12	73	2,69	7,22

13	70	-0,31	0,10
14	68	-2,31	5,35
15	69	-1,31	1,72
16	74	3,69	13,60
17	76	5,69	32,35
18	68	-2,31	5,35
19	68	-2,31	5,35
20	68	-2,31	5,35
21	67	-3,31	10,97
22	69	-1,31	1,72
23	68	-2,31	5,35
24	78	7,69	59,10
25	84	13,69	187,35
26	69	-1,31	1,72
27	67	-3,31	10,97
28	75	4,69	21,97
29	69	-1,31	1,72
30	72	1,69	2,85
31	68	-2,31	5,35
32	75	4,69	21,97
Σ	2250		452,88

$$\text{Rata-rata } (\bar{X}) = \frac{\Sigma \bar{X}}{N} = \frac{2250}{32} = 70,313$$

$$\begin{aligned} \text{Standar Deviasi } (S) : S^2 &= \frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \\ &= \frac{452,875}{31} \\ &= 14,60887 \\ S &= 3,822155 \end{aligned}$$

Daftar Frekuensi Nilai Awal Kelas VIII-F

No	Kelas	Bk	Z_i	$P(Z_i)$	Luas Daerah	O_i	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	67 - 69	66,5	-0,997	0,3407	0,257	21	8,210	19,925
2	70 - 72	69,5	-0,213	0,0842	0,301	4	9,620	3,283
3	73 - 75	72,5	0,572	-0,2164	0,196	4	6,278	0,827
4	76 - 78	75,5	1,357	-0,4126	0,071	2	2,280	0,034
5	79 - 81	78,5	2,142	-0,4839	0,014	0	0,460	0,460
6	82 - 84	81,5	2,927	-0,4983	0,002	1	0,051	17,482
		84,5	3,712	-0,4999				
Jumlah						32		42,011

Keterangan:

Bk = batas kelas bawah - 0,5 atau batas kelas atas + 0,5

$$Z_i = \frac{Bk - \bar{X}}{S}$$

$P(Z_i)$ = nilai Z_i pada tabel luas di bawah lengkung kurva normal standar dari O s/d Z

Luas Daerah = $P(Z_1) - P(Z_2)$

E_i = luas daerah x N

O_i = f_i

O_i = f_i

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 6 - 1 = 5$ diperoleh X^2 tabel = 11,070

Karena $X^2_{hitung} > X^2_{tabel}$ maka distribusi data awal di kelas VIII-F berdistribusi **tidak normal**

Lampiran 10

UJI NORMALITAS TAHAP AWAL KELAS VIII-G

Hipotesis

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Pengujian Hipotesis

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$

Pengujian Hipotesis

Nilai maksimal = 85

Nilai minimal = 60

Rentang nilai (R) = 85 - 60 = 25

Banyaknya kelas (k) = $1 + 3,3 \log 32 = 5,966995 \approx 6$ kelas

Panjang kelas (P) = $25 / 6 = 4,2 = 5$

Tabel Penolong Mencari Rata-rata dan Standar Deviasi

No	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	76	4,72	22,27
2	84	12,72	161,77
3	64	-7,28	53,02
4	71	-0,28	0,08
5	72	0,72	0,52
6	65	-6,28	39,45
7	64	-7,28	53,02
8	83	11,72	137,33
9	64	-7,28	53,02
10	63	-8,28	68,58
11	60	-11,28	127,27
12	65	-6,28	39,45

13	71	-0,28	0,08
14	66	-5,28	27,89
15	62	-9,28	86,14
16	65	-6,28	39,45
17	77	5,72	32,70
18	81	9,72	94,45
19	76	4,72	22,27
20	72	0,72	0,52
21	67	-4,28	18,33
22	70	-1,28	1,64
23	64	-7,28	53,02
24	68	-3,28	10,77
25	69	-2,28	5,20
26	63	-8,28	68,58
27	85	13,72	188,20
28	75	3,72	13,83
29	75	3,72	13,83
30	85	13,72	188,20
31	79	7,72	59,58
32	80	8,72	76,02
Σ	2281		1756,47

$$\text{Rata-rata } (\bar{X}) = \frac{\Sigma \bar{X}}{N} = \frac{2281}{32} = 71,2813$$

$$\begin{aligned} \text{Standar Deviasi } (S) : S^2 &= \frac{\Sigma (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \\ &= \frac{1756,4688}{31} \\ &= 56,660282 \\ S &= 7,5273025 \end{aligned}$$

Daftar Frekuensi Nilai Awal Kelas VIII-G

No	Kelas	Bk	Z_i	$P(Z_i)$	Luas Daerah	O_i	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	60 - 64	59,5	-1,57	0,44122	0,125	8	4,002	3,995
2	65 - 69	64,5	-0,9	0,31618	0,223	7	7,125	0,002
3	70 - 74	69,5	-0,24	0,09353	0,259	5	8,290	1,306
4	75 - 79	74,5	0,428	-0,1655	0,197	6	6,305	0,015
5	80 - 84	79,5	1,092	-0,3626	0,098	4	3,133	0,240
6	85 - 89	84,5	1,756	-0,4605	0,032	2	1,017	0,950
		89,5	2,42	-0,4922				
Jumlah						32		6,508

Keterangan:

Bk = batas kelas bawah - 0,5 atau batas kelas atas + 0,5

$$Z_i = \frac{Bk - \bar{X}}{S}$$

$P(Z_i)$ = nilai Z_i pada tabel luas di bawah lengkung kurva normal standar dari 0 s/d Z

Luas Daerah = $P(Z_1) - P(Z_2)$

E_i = luas daerah x N

O_i = f_i

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 6 - 1 = 5$ diperoleh X^2 tabel = 11,070

Karena $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$ maka distribusi data awal di kelas VIII-G berdistribusi **normal**

Lampiran 11

UJI NORMALITAS TAHAP AWAL KELAS VIII-H

Hipotesis

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Pengujian Hipotesis

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$

Pengujian Hipotesis

Nilai maksimal = 88

Nilai minimal = 62

Rentang nilai (R) = 88 - 62 = 26

Banyaknya kelas (k) = $1 + 3,3 \log 31 = 5,921494 \approx 6$ kelas

Panjang kelas (P) = $26 / 6 = 4,333 = 5$

Tabel Penolong Mencari Rata-rata dan Standar Deviasi

No	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	82	4,81	23,10
2	87	9,81	96,17
3	86	8,81	77,55
4	71	-6,19	38,36
5	80	2,81	7,88
6	82	4,81	23,10
7	66	-11,19	125,30
8	80	2,81	7,88
9	79	1,81	3,26
10	75	-2,19	4,81
11	73	-4,19	17,59
12	63	-14,19	201,46

13	75	-2,19	4,81
14	80	2,81	7,88
15	83	5,81	33,71
16	71	-6,19	38,36
17	73	-4,19	17,59
18	80	2,81	7,88
19	62	-15,19	230,84
20	88	10,81	116,78
21	77	-0,19	0,04
22	68	-9,19	84,52
23	75	-2,19	4,81
24	80	2,81	7,88
25	75	-2,19	4,81
26	88	10,81	116,78
27	87	9,81	96,17
28	66	-11,19	125,30
29	78	0,81	0,65
30	84	6,81	46,33
31	79	1,81	3,26
Σ	2393		1574,84

$$\text{Rata-rata } (\bar{X}) = \frac{\Sigma \bar{X}}{N} = \frac{2393}{31} = 77,194$$

$$\begin{aligned} \text{Standar Deviasi (S)} : \quad S^2 &= \frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \\ &= \frac{1574,839}{30} \\ &= 52,49462 \\ S &= 7,245317 \end{aligned}$$

Daftar Frekuensi Nilai Awal Kelas VIII-H

No	Kelas	Bk	Z_i	$P(Z_i)$	Luas Daerah	O_i	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	62 - 66	61,5	-2,166	0,48485	0,055	4	1,700	3,113
2	67 - 71	66,5	-1,476	0,43002	0,146	3	4,526	0,515
3	72 - 76	71,5	-0,786	0,28401	0,246	6	7,622	0,345
4	77 - 81	76,5	-0,096	0,03813	0,262	9	8,122	0,095
5	82 - 86	81,5	0,594	-0,22387	0,177	5	5,476	0,041
6	87 - 91	86,5	1,284	-0,40051	0,075	4	2,335	1,187
		91,5	1,975	-0,47584				
Jumlah						31		5,296

Keterangan:

Bk = batas kelas bawah - 0,5 atau batas kelas atas + 0,5

$$Z_i = \frac{Bk - \bar{X}}{S}$$

$P(Z_i)$ = nilai Z_i pada tabel luas di bawah lengkung kurva normal standar dari O s/d Z

Luas Daerah = $P(Z_1) - P(Z_2)$

E_i = luas daerah x N

O_i = f_i

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 6 - 1 = 5$ diperoleh X^2 tabel = 11,070

Karena $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$ maka distribusi data awal di kelas VIII-H berdistribusi **normal**

Lampiran 12

UJI HOMOGENITAS TAHAP AWAL KE-1

Hipotesis

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma_5^2 = \sigma_6^2 = \sigma_7^2$$

H_1 : minimal salah satu varians tidak sama

Pengujian Hipotesis

A. Varians gabungan dari semua sampel

$$s^2 = \frac{\sum(n_i - 1)s_i^2}{\sum(n_i - 1)}$$

B. Harga satuan B

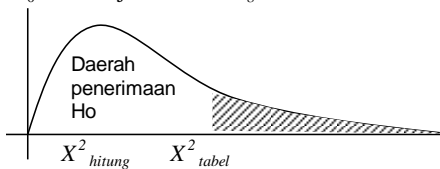
$$B = (\log s^2) \times \sum(n_i - 1)$$

Menggunakan Uji Barlett dengan rumus:

$$\chi^2 = (\ln 10) \times \left\{ B - \sum(n_i - 1) \log s_i^2 \right\}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$



Tabel Penolong Homogenitas

No.	KELAS						
	VIII-A	VIII-B	VIII-C	VIII-D	VIII-E	VIII-G	VIII-H
1	79	79	68	80	80	76	82
2	82	72	72	74	75	84	87
3	80	71	71	89	85	64	86
4	77	70	76	73	69	71	71
5	78	76	72	73	75	72	80
6	75	76	77	82	85	65	82
7	80	77	72	73	73	64	66
8	73	69	76	78	82	83	80
9	76	71	73	70	70	64	79
10	78	75	75	81	80	63	75
11	77	73	75	83	89	60	73
12	69	76	70	76	80	65	63

13	70	70	73	71	67	71	75
14	79	81	77	73	70	66	80
15	82	78	75	72	73	62	83
16	72	70	67	71	68	65	71
17	75	83	71	68	71	77	73
18	77	72	78	81	82	81	80
19	71	73	79	79	79	76	62
20	77	76	77	79	85	72	88
21	74	73	76	81	87	67	77
22	76	74	74	75	76	70	68
23	81	74	75	78	78	64	75
24	81	77	75	80	77	68	80
25	83	70	80	81	79	69	75
26	75	76	73	83	79	63	88
27	77	70	70	70	80	85	87
28	78	70	72	67	75	75	66
29	79	76	71	75	82	75	78
30	71	78	76	80	78	85	84
31	81	76	71	79	78	79	79
32	83	79	72	69	67	80	
n	32	32	32	32	32	32	31
n-1	31	31	31	31	31	31	30
s²	14,57661	13,02319	9,628024	27,59677	34,93145	56,66028	52,49462
(n-1) s²	451,875	403,7188	298,4688	855,5	1082,875	1756,469	1574,839
log s²	1,163657	1,114717	0,983537	1,440858	1,543217	1,753279	1,720115
(n-1) log s²	36,07336	34,55623	30,48965	44,66661	47,83972	54,35164	51,60344

A. Varians gabungan dari semua sampel

$$s^2 = \frac{\sum(n_i - 1)s_i^2}{\sum(n_i - 1)}$$

$$s^2 = \frac{6423,745}{216}$$

$$s^2 = 29,73956$$

B. Harga satuan B

$$B = (\log s^2) \times \sum (n_i - 1)$$

$$B = (\log 29,73956) \times 216$$

$$B = 1,473335 \times 216$$

$$B = 318,2403$$

Uji Barlett dengan statistik Chi-kuadrat

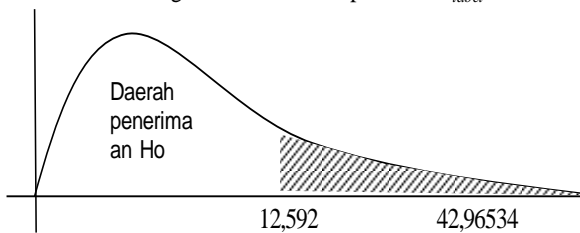
$$X^2 = (\ln 10) \times \left\{ B - \sum (n_i - 1) \log s_i^2 \right\}$$

$$X^2 = (\ln 10) \times \{ 318,2403 - 299,5807 \}$$

$$X^2 = 2,302585 \times 18,65961$$

$$X^2 = 42,96534$$

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 7-1 = 6$ diperoleh $X^2_{tabel} = 12,592$



Karena $X^2_{hitung} > X^2_{tabel}$ maka enam kelas ini memiliki varians yang **tidak homogen (berbeda)**.

Artinya terdapat salah satu kelas yang tidak homogen.

Lampiran 13

UJI HOMOGENITAS TAHAP AWAL KE-2

Hipotesis

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma_5^2 = \sigma_6^2$$

H_1 : minimal salah satu varians tidak sama

Pengujian Hipotesis

A. Varians gabungan dari semua sampel

$$s^2 = \frac{\sum(n_i - 1)s_i^2}{\sum(n_i - 1)}$$

B. Harga satuan B

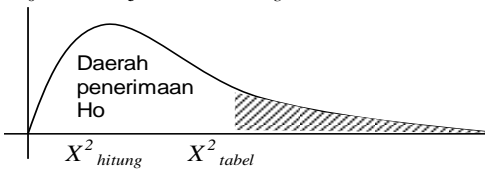
$$B = (\log s^2) \times \sum(n_i - 1)$$

Menggunakan Uji Barlett dengan rumus:

$$\chi^2 = (\ln 10) \times \left\{ B - \sum(n_i - 1) \log s_i^2 \right\}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$



Tabel Penolong Homogenitas

No.	KELAS					
	VIII-A	VIII-B	VIII-D	VIII-E	VIII-G	VIII-H
1	79	79	80	80	76	82
2	82	72	74	75	84	87
3	80	71	89	85	64	86
4	77	70	73	69	71	71
5	78	76	73	75	72	80
6	75	76	82	85	65	82
7	80	77	73	73	64	66
8	73	69	78	82	83	80
9	76	71	70	70	64	79
10	78	75	81	80	63	75
11	77	73	83	89	60	73
12	69	76	76	80	65	63

13	70	70	71	67	71	75
14	79	81	73	70	66	80
15	82	78	72	73	62	83
16	72	70	71	68	65	71
17	75	83	68	71	77	73
18	77	72	81	82	81	80
19	71	73	79	79	76	62
20	77	76	79	85	72	88
21	74	73	81	87	67	77
22	76	74	75	76	70	68
23	81	74	78	78	64	75
24	81	77	80	77	68	80
25	83	70	81	79	69	75
26	75	76	83	79	63	88
27	77	70	70	80	85	87
28	78	70	67	75	75	66
29	79	76	75	82	75	78
30	71	78	80	78	85	84
31	81	76	79	78	79	79
32	83	79	69	67	80	
n	32	32	32	32	32	31
n-1	31	31	31	31	31	30
s²	14,57661	13,02319	27,59677	34,93145	56,66028	52,49462
(n-1) s²	451,875	403,7188	855,5	1082,875	1756,469	1574,839
log s²	1,163657	1,114717	1,440858	1,543217	1,753279	1,720115
(n-1) log s²	36,07336	34,55623	44,66661	47,83972	54,35164	51,60344

A. Varians gabungan dari semua sampel

$$s^2 = \frac{\sum(n_i - 1)s_i^2}{\sum(n_i - 1)}$$

$$s^2 = \frac{6125,276}{185}$$

$$s^2 = 33,1096$$

B. Harga satuan B

$$B = (\log s^2) \times \sum(n_i - 1)$$

$$B = (\log 33,10960113) \times 185$$

$$B = 1,519954 \times 185$$

$$B = 281,1915$$

Uji Barlett dengan statistik Chi-kuadrat

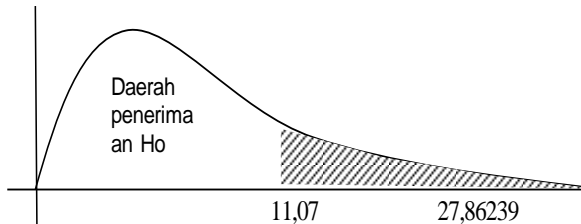
$$X^2 = (\ln 10) \times \left\{ B - \sum (n_i - 1) \log s_i^2 \right\}$$

$$X^2 = (\ln 10) \times \{ 281,1915 - 269,091 \}$$

$$X^2 = 2,302585 \times 12,10048$$

$$X^2 = 27,86239$$

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 6-1 = 5$ diperoleh $X^2_{tabel} = 11,070$



Karena $X^2_{hitung} > X^2_{tabel}$ maka enam kelas ini memiliki varians yang **tidak homogen (berbeda)**.

Artinya terdapat salah satu kelas yang tidak homogen.

Lampiran 14

UJI HOMOGENITAS TAHAP AWAL KE-3

Hipotesis

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma_5^2$$

H_1 : minimal salah satu varians tidak sama

Pengujian Hipotesis

A. Varians gabungan dari semua sampel

$$s^2 = \frac{\sum(n_i - 1)s_i^2}{\sum(n_i - 1)}$$

B. Harga satuan B

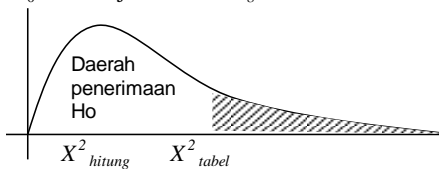
$$B = (\log s^2) \times \sum(n_i - 1)$$

Menggunakan Uji Barlett dengan rumus:

$$\chi^2 = (\ln 10) \times \left\{ B - \sum(n_i - 1) \log s_i^2 \right\}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$



Tabel Penolong Homogenitas

No.	KELAS				
	VIII-A	VIII-D	VIII-E	VIII-G	VIII-H
1	79	80	80	76	82
2	82	74	75	84	87
3	80	89	85	64	86
4	77	73	69	71	71
5	78	73	75	72	80
6	75	82	85	65	82
7	80	73	73	64	66
8	73	78	82	83	80
9	76	70	70	64	79
10	78	81	80	63	75
11	77	83	89	60	73
12	69	76	80	65	63

13	70	71	67	71	75
14	79	73	70	66	80
15	82	72	73	62	83
16	72	71	68	65	71
17	75	68	71	77	73
18	77	81	82	81	80
19	71	79	79	76	62
20	77	79	85	72	88
21	74	81	87	67	77
22	76	75	76	70	68
23	81	78	78	64	75
24	81	80	77	68	80
25	83	81	79	69	75
26	75	83	79	63	88
27	77	70	80	85	87
28	78	67	75	75	66
29	79	75	82	75	78
30	71	80	78	85	84
31	81	79	78	79	79
32	83	69	67	80	
n	32	32	32	32	31
n-1	31	31	31	31	30
s²	14,57661	27,59677	34,93145	56,66028	52,49462
(n-1) s²	451,875	855,5	1082,875	1756,469	1574,839
log s²	1,163657	1,440858	1,543217	1,753279	1,720115
(n-1) log s²	36,07336	44,66661	47,83972	54,35164	51,60344

A. Varians gabungan dari semua sampel

$$s^2 = \frac{\sum(n_i - 1)s_i^2}{\sum(n_i - 1)}$$

$$s^2 = \frac{5721,557}{154}$$

$$s^2 = 37,15297$$

B. Harga satuan B

$$B = (\log s^2) \times \sum (n_i - 1)$$

$$B = (\log 37,15297052) \times 154$$

$$B = 1,569994 \times 154$$

$$B = 241,779$$

Uji Barlett dengan statistik Chi-kuadrat

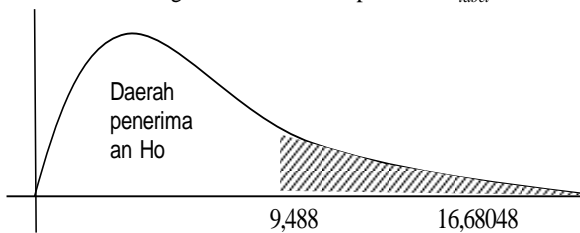
$$X^2 = (\ln 10) \times \left\{ B - \sum (n_i - 1) \log s_i^2 \right\}$$

$$X^2 = (\ln 10) \times \{ 241,779 - 234,5348 \}$$

$$X^2 = 2,302585 \times 7,244241$$

$$X^2 = 16,68048$$

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 5 - 1 = 4$ diperoleh $X^2_{tabel} = 9,488$



Karena $X^2_{hitung} > X^2_{tabel}$ maka enam kelas ini memiliki varians yang **tidak homogen (berbeda)**.

Artinya terdapat salah satu kelas yang tidak homogen.

Lampiran 15

UJI HOMOGENITAS TAHAP AWAL KE-4

Hipotesis

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2$$

H_1 : minimal salah satu varians tidak sama

Pengujian Hipotesis

A. Varians gabungan dari semua sampel

$$s^2 = \frac{\sum(n_i - 1)s_i^2}{\sum(n_i - 1)}$$

B. Harga satuan B

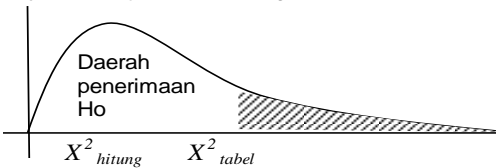
$$B = (\log s^2) \times \sum(n_i - 1)$$

Menggunakan Uji Barlett dengan rumus:

$$\chi^2 = (\ln 10) \times \left\{ B - \sum(n_i - 1) \log s_i^2 \right\}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$



Tabel Penolong Homogenitas

No.	KELAS			
	VIII-D	VIII-E	VIII-G	VIII-H
1	80	80	76	82
2	74	75	84	87
3	89	85	64	86
4	73	69	71	71
5	73	75	72	80
6	82	85	65	82
7	73	73	64	66
8	78	82	83	80
9	70	70	64	79
10	81	80	63	75
11	83	89	60	73
12	76	80	65	63

13	71	67	71	75
14	73	70	66	80
15	72	73	62	83
16	71	68	65	71
17	68	71	77	73
18	81	82	81	80
19	79	79	76	62
20	79	85	72	88
21	81	87	67	77
22	75	76	70	68
23	78	78	64	75
24	80	77	68	80
25	81	79	69	75
26	83	79	63	88
27	70	80	85	87
28	67	75	75	66
29	75	82	75	78
30	80	78	85	84
31	79	78	79	79
32	69	67	80	
n	32	32	32	31
n-1	31	31	31	30
s²	27,59677	34,931452	56,66028	52,49462
(n-1) s²	855,5	1082,875	1756,469	1574,839
log s²	1,440858	1,5432166	1,753279	1,720115
(n-1) log s²	44,66661	47,839716	54,35164	51,60344

A. Varians gabungan dari semua sampel

$$s^2 = \frac{\sum(n_i - 1)s_i^2}{\sum(n_i - 1)}$$

$$s^2 = \frac{5269,682}{123}$$

$$s^2 = 42,84295$$

B. Harga satuan B

$$B = (\log s^2) \times \sum (n_i - 1)$$

$$B = (\log 42,84294683) \times 123$$

$$B = 1,631879 \times 123$$

$$B = 200,7212$$

Uji Barlett dengan statistik Chi-kuadrat

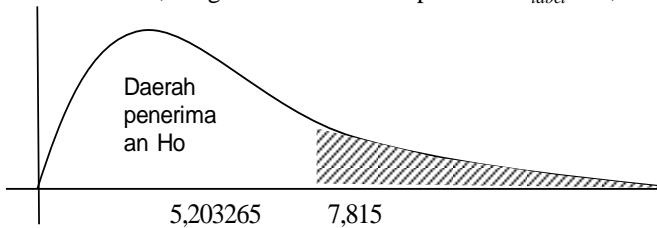
$$X^2 = (\ln 10) \times \left\{ B - \sum (n_i - 1) \log s_i^2 \right\}$$

$$X^2 = (\ln 10) \times \{ 200,72116 - 198,4614 \}$$

$$X^2 = 2,302585 \times 2,2597491$$

$$X^2 = 5,203265$$

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 4 - 1 = 3$ diperoleh $X^2_{tabel} = 7,815$



Karena $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$ maka enam kelas ini memiliki varians yang **homogen (sama)**

Lampiran 16

UJI PERBANDINGAN RATA-RATA TAHAP AWAL

Hipotesis

$$H_0 : \mu_1^2 = \mu_2^2 = \mu_3^2 = \mu_4^2$$

H_1 : minimal salah satu μ tidak sama

1) Mencari jumlah kuadrat total (JK_{tot})

$$Jk_{tot} = \sum X_{tot}^2 - \frac{(\sum X_{tot})^2}{N}$$

2) Mencari jumlah kuadrat antara (JK_{ant})

$$Jk_{ant} = \left(\sum \frac{(\sum X_k)^2}{n_k} \right) - \frac{(\sum X_{tot})^2}{N}$$

3) Mencari jumlah kuadrat dalam kelompok (JK_{dalam})

$$Jk_{dalam} = JK_{tot} - JK_{ant}$$

4) Mencari mean kuadrat antar kelompok (MK_{antar})

$$Mk_{antar} = \frac{JK_{ant}}{m - 1}$$

5) Mencari mean kuadrat dalam kelompok (MK_{dalam})

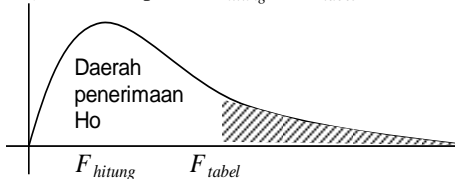
$$Mk_{dalam} = \frac{JK_{dalam}}{N - m}$$

6) Mencari F hitung (F_{hitung})

$$F_{hitung} = \frac{MK_{ant}}{MK_{dalam}}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima apabila $F_{hitung} \leq F_{tabel}$



Tabel Penolong Perbandingan Rata-rata: (dapat dilihat dibelakang)

No.	VIII-D		VIII-E		VIII-G		VIII-H		Jumlah	
	X_j	X_j^2	X_2	X_2^2	X_3	X_3^2	X_4	X_4^2	X_{tot}	X_{tot}^2
1	80	6400	80	6400	76	5776	82	6724	318	101124
2	74	5476	75	5625	84	7056	87	7569	320	102400
3	89	7921	85	7225	64	4096	86	7396	324	104976
4	73	5329	69	4761	71	5041	71	5041	284	80656
5	73	5329	75	5625	72	5184	80	6400	300	90000
6	82	6724	85	7225	65	4225	82	6724	314	98596
7	73	5329	73	5329	64	4096	66	4356	276	76176
8	78	6084	82	6724	83	6889	80	6400	323	104329
9	70	4900	70	4900	64	4096	79	6241	283	80089
10	81	6561	80	6400	63	3969	75	5625	299	89401
11	83	6889	89	7921	60	3600	73	5329	305	93025
12	76	5776	80	6400	65	4225	63	3969	284	80656
13	71	5041	67	4489	71	5041	75	5625	284	80656
14	73	5329	70	4900	66	4356	80	6400	289	83521
15	72	5184	73	5329	62	3844	83	6889	290	84100
16	71	5041	68	4624	65	4225	71	5041	275	75625
17	68	4624	71	5041	77	5929	73	5329	289	83521
18	81	6561	82	6724	81	6561	80	6400	324	104976
19	79	6241	79	6241	76	5776	62	3844	296	87616
20	79	6241	85	7225	72	5184	88	7744	324	104976
21	81	6561	87	7569	67	4489	77	5929	312	97344
22	75	5625	76	5776	70	4900	68	4624	289	83521
23	78	6084	78	6084	64	4096	75	5625	295	87025
24	80	6400	77	5929	68	4624	80	6400	305	93025
25	81	6561	79	6241	69	4761	75	5625	304	92416
26	83	6889	79	6241	63	3969	88	7744	313	97969
27	70	4900	80	6400	85	7225	87	7569	322	103684
28	67	4489	75	5625	75	5625	66	4356	283	80089
29	75	5625	82	6724	75	5625	78	6084	310	96100
30	80	6400	78	6084	85	7225	84	7056	327	106929
31	79	6241	78	6084	79	6241	79	6241	315	99225
32	69	4761	67	4489	80	6400			216	46656
N	32		32		32		31		127	
Jumlah \bar{X}_k	2444		2474		2281		2393		9592	2890402
$(\sum X_k)^2$	5973136		6120676		5202961		5726449		92006464	

1) Mencari jumlah kuadrat total (JK_{tot})

$$JK_{tot} = \sum X_{tot}^2 - \frac{(\sum X_{tot})^2}{N}$$

$$JK_{tot} = 2890402 - \frac{92006464}{127}$$

$$JK_{tot} = \sum X_{tot}^2 - \frac{(\sum X_{tot})^2}{N}$$

2) Mencari jumlah kuadrat antara (JK_{ant})

$$JK_{ant} = \left(\sum \frac{(\sum X_k)^2}{n_k} \right) - \frac{(\sum X_{tot})^2}{N}$$

$$JK_{ant} = \frac{5973136}{32} + \frac{6120676}{32} + \frac{5202961}{32} + \frac{5726449}{31} - \frac{92006464}{127}$$

$$JK_{ant} = 186660,5 + 191271,1 + 162592,5 + 184724,2 - 724460,3$$

$$JK_{ant} = 787,9711$$

3) Mencari jumlah kuadrat dalam kelompok (JK_{dalam})

$$JK_{dalam} = JK_{tot} - JK_{ant}$$

$$JK_{dalam} = 2165942 - 787,9711$$

$$JK_{dalam} = 2165154$$

4) Mencari mean kuadrat antar kelompok (MK_{antar})

$$MK_{antar} = \frac{JK_{ant} - JK_{ant}}{m - 1}$$

$$MK_{antar} = \frac{787,9710836}{4 - 1}$$

$$MK_{antar} = 262,657$$

5) Mencari mean kuadrat dalam kelompok (MK_{dalam})

$$MK_{dalam} = \frac{JK_{dalam}}{N - m}$$

$$MK_{dalam} = \frac{2165153,682}{127 - 4}$$

$$MK_{dalam} = \frac{2165154}{123}$$

$$MK_{dalam} = 17602,88$$

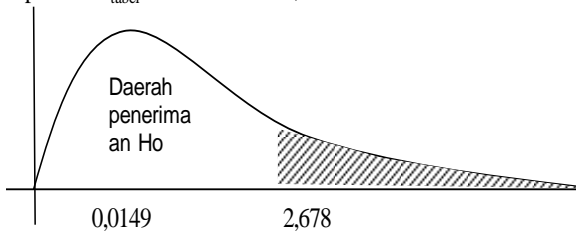
6) Mencari F hitung (F_{hitung})

$$F_{hitung} = \frac{MK_{ant}}{MK_{dalam}}$$

$$F_{hitung} = \frac{262,657}{17602,88}$$

$$F_{hitung} = 0,014921$$

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan dk pembilang = $4 - 1 = 3$ dan dk penyebut = $128 - 4 = 124$ diperoleh $F_{tabel} = 2,678$



Karena $F_{hitung} \leq F_{tabel}$ maka enam kelas ini memiliki rata-rata yang **homogen (identik)** dapat dikatakan bahwa tidak terdapat perbedaan rata-rata dari keempat kelas ini.

LAMPIRAN 17

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

- Nama Sekolah : SMP Negeri 18 Semarang
- Mata Pelajaran : Matematika
- Kelas/Semester : VIII/2
- Tahun Pelajaran : 2014/2015
- Alokasi Waktu : 8 JPL (4 x 40 menit)
- Standar Kompetensi : 4. Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya
- Kompetensi Dasar : 4.4 Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran
- Indikator :
- 4.4.1 Menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran (**kedisiplinan, peduli sosial, ingin tahu,kritis**)
 - 4.4.2 Menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran (**kreatif, inovatif dan ingin tahu**)
 - 4.4.3 Menentukan layang-layang garis singgung (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)
 - 4.4.4 Menjelaskan kedudukan dua lingkaran (**peduli sosial, kedisiplinan, ingin tahu, inovatif**)
 - 4.4.5 Menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran (**kreatif, inovatif,ingin tahu**)
 - 4.4.6 Menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)

- 4.4.7 Menentukan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran (**kerja sama, disiplin, kreatif dan ingin tahu**)

PERTEMUAN KE-1 (Alokasi waktu 2 x 40 menit)

Indikator 4.4.1 dan 4.4.2

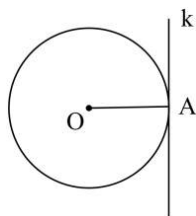
I. Tujuan Pembelajaran

1. Dengan model *time token arrend* 1998 peserta didik dapat menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran dengan tepat (**kedisiplinan, peduli sosial, ingin tahu, kritis**)
2. Dengan model *time token arrend* 1998 peserta didik dapat menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran dengan benar (**kreatif, inovatif dan ingin tahu**)

II. Materi Ajar:

a. Pengertian Garis Singgung Lingkaran

Garis singgung lingkaran adalah garis yang memotong suatu lingkaran di satu titik dan berpotongan tegak lurus dengan jari-jari di titik singgungnya.



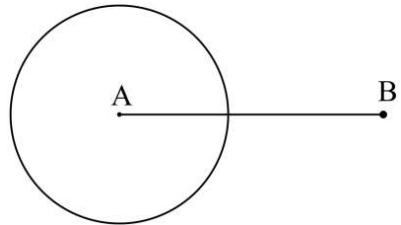
Pada Gambar di samping tampak bahwa garis *k* tegak lurus dengan jari-jari OA. Garis *k* adalah *garis singgung lingkaran* di titik A, sedangkan A disebut

titik singgung lingkaran.

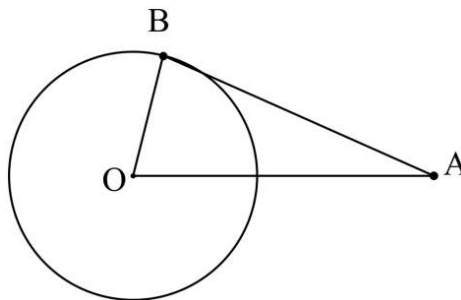
Karena garis $k \perp OA$, hal ini berarti sudut yang dibentuk kedua garis tersebut besarnya 90° . Dengan demikian secara umum dapat dikatakan bahwa setiap sudut yang dibentuk oleh garis yang melalui titik pusat dan garis singgung lingkaran besarnya 90° .

b. Menentukan Panjang Garis Singgung Lingkaran dari Satu Titik di Luar Lingkaran

Garis singgung melalui suatu titik di luar lingkaran:



Melalui *sebuah titik di luar lingkaran* dapat dibuat *dua garis singgung* pada lingkaran tersebut.



Pada Gambar di samping, lingkaran berpusat di titik O dengan jari-jari OB dan $OB \perp$ garis AB. Garis AB adalah garis

singgung lingkaran melalui titik A di luar lingkaran. Perhatikan segitiga siku-siku ABO. Dengan teorema Pythagoras berlaku:

$$OB^2 + AB^2 = OA^2$$

$$AB^2 = OA^2 - OB^2$$

$$AB = \sqrt{OA^2 - OB^2}$$

Panjang garis singgung lingkaran (AB) = $AB = \sqrt{OA^2 - OB^2}$ ¹

III. Metode Pembelajaran: *Time Token Arrend* 1998

IV. Langkah-langkah Pembelajaran

No.	Kegiatan Pembelajaran	Pengorganisasian	
		Peserta didik	Waktu
	Kegiatan Awal		
1.	Guru memasuki kelas tepat waktu dan mengucapkan salam. Kemudian peserta didik diminta berdoa sebelum pembelajaran dimulai (karakter religious dan disiplin).	K	2 menit
2.	Guru mengulas kembali pelajaran tentang bagian-bagian lingkaran dan menyebutkan nama-nama sudut dalam lingkaran.	K	5 menit

¹ Dewi Nuharini dan Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya: untuk SMP/MTs Kelas VIII*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, 2008), hlm. 170-174.

3.	Apabila materi ini dikuasai dengan baik, maka akan membantu siswa pada materi berikutnya.	K	2 menit
4.	Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yaitu agar siswa dapat menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran dan menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran.	K	1 menit
	Kegiatan inti		
	Eksplorasi:		
5.	Peserta didik membentuk kelompok 4 orang.	G	1 menit
6.	Guru membagikan lembar kerja yang telah disiapkan.	G	1 menit
7.	Guru menjelaskan tugas peserta didik dalam berdiskusi.	G	2 menit
	Elaborasi		
8.	Peserta didik bekerja dengan anggota yang lain untuk mengisi lembar kerja.	P	10 menit
9.	Guru mendorong siswa untuk aktif dalam mengerjakan lembar	G	

	kerja yang di berikan tentang menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran dan menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran.		
10.	Guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil yang diperoleh ketika berdiskusi	K	10 menit
11.	Kelompok yang lain memperhatikan dan diberi kesempatan untuk bertanya dan berpendapat terhadap hasil pekerjaan yang sedang dipresentasikan.	K	
12.	Guru sebagai moderator, fasilitator dalam pelaksanaan diskusi kelas agar tetap berjalan.	G	
13.	Guru mengonfirmasi jawaban dari peserta didik.	G	
14.	Guru memberi kartu yang memberi bicara kepada semua siswa. Dalam kartu tersebut guru menjelaskan bahwa setiap satu	G	1 menit

	kartu bicara dapat di gunakan untuk menjawab soal dari guru. Bagi yang kartu bicaranya habis maka mereka sudah tidak bisa menjawab soal guru.		
15.	Guru memberi soal kemudian nanti siswa yang akan menjawab angkat tangan.	G	21 menit
	Konfirmasi:		
16.	Peserta didik kembali ke tempat duduk masing-masing.	K	2 menit
17.	Guru bertanya kepada siswa secara acak tentang pengertian garis singgung lingkaran dan menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran.	K	4 menit
18.	Guru memberikan soal pada peserta didik. Saat mengerjakan kuis peserta didik tidak diperbolehkan bekerja sama dengan teman yang lain.	I	10 menit
19.	Lembar jawab dikumpulkan kepada guru untuk diberikan penilaian.	I	1 menit

	Kegiatan Akhir:		
20.	Guru berpesan kepada peserta didik untuk mempelajari tentang menentukan layang-layang garis singgung.	K	2 menit
21.	Guru memberi tugas rumah.	I	3 menit
22.	Guru bersama peserta didik mengucapkan syukur kepada Allah SWT atas segala karunia-Nya serta menyuruh peserta didiknya berdoa sebelum proses pembelajarannya ditutup.	K	1 menit
23.	Guru mengucapkan salam dan meninggalkan kelas tepat waktu.	K	1 menit
Jumlah Waktu			80 menit

Keterangan: G: Guru; K: Klasikal; I: Individu; P: Berpasangan.

V. Bahan Ajar: Buku paket MTK bse kelas VIII SMP dan lembar kerja (terlampir)

VI. Penilaian

1. Prosedur Tes

- Tes awal : -
- Tes proses : pengamatan

- Tes akhir : ada

2. Jenis Tes

- Tes awal : -
- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : tertulis

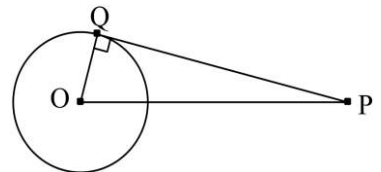
3. Alat Tes

- Tes awal : -
- Tes proses :

No.	Indikator	Nilai
1.	Kekompakan kelompok	
2.	Keaktifan mengemukakan pendapat	
3.	Keaktifan bertanya	
4.	Pemahaman	

- Tes akhir:

Perhatikan gambar disamping. Diketahui panjang $OP = 20$ cm dan $OQ = 12$ cm.



Maka:

- Garis manakah yang merupakan garis singgung lingkaran? Berikan alasanmu!
- Tentukan panjang PQ!

Jawaban dan Penskoran

Diketahui:

$OP = 20$ cm, $OQ = 12$ cm (Skor 1)

Ditanya:

- a. Garis singgung,
- b. $PQ = \dots?$
- c. Luas segitiga $OPQ = \dots?$

Jawab:

- a. PR dan PQ adalah garis singgung, (Skor 5)
PR dan PQ merupakan garis singgung karena menyinggung lingkaran di satu titik dan tegak lurus dengan jari-jari. Untuk garis PR menyinggung titik R sedangkan PQ menyinggung garis Q. (Skor 5)
- b. Panjang PQ

$$OP^2 = OQ^2 + PQ^2 \quad (\text{skor } 5)$$

$$20^2 = 12^2 + PQ^2$$

$$PQ^2 = 400 - 144$$

$$PQ = \sqrt{256}$$

$$PQ = 16 \quad (\text{Skor } 5)$$

Jadi panjang PQ adalah 16 cm

- c. $L \Delta OPQ = \frac{1}{2} \times a \times t$ (skor 5)

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 16$$

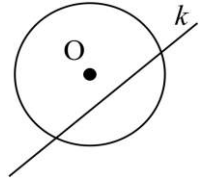
$$= 96 \quad (\text{Skor } 5)$$

Jadi luas segitiga OPQ adalah 96 cm^2

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Jumlah Skor}}{30} \times 100$$

4. Tugas Rumah

1. Mengapa garis k tidak disebut garis singgung lingkaran? Berikan alasanmu

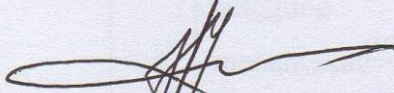


2. Diketahui lingkaran berpusat di titik O dengan jari-jari $OB = 5 \text{ cm}$. garis AB adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik A di luar lingkaran. Jika jarak $OA = 13 \text{ cm}$, Tentukan panjang garis singgung AB!

Semarang, 29 Januari 2015

Mengetahui,

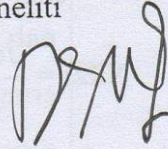
Guru Kelas VIII



Muhammad Yasro, S. Pd.

NIP. 19570302 198601 1 003

Peneliti



Devita Ni'matus Sholihah

NIM. 113511041

Kepala Sekolah

SMP Negeri 18 Semarang



Aloysius Kristiyanto, S. Pd., M.Pd.

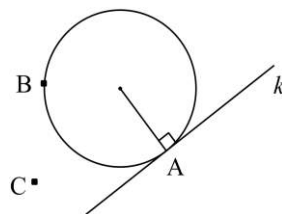
NIP. 19690516 199412 1 002

Lembar Kerja Siswa

Isilah titik berikut untuk menemukan pengertian, sifat dan panjang garis singgung linakaran.

1. Pengertian garis singgung

Garis singgung lingkaran adalah garis yang memotong suatu lingkaran di satu titik dan berpotongan tegak lurus dengan



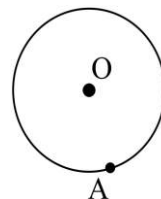
jari-jari dititik singgung. Perhatikanlah lingkaran disamping garis . . . menyinggung lingkaran di titik . . . dan OA tegak lurus dengan . . . Cobalah buat garis singgung baru yang melewati titik B dan C.

Dari kegiatan tersebut kita bisa menyimpulkan bahwa sifat-sifat garis singgung

- Garis singgung lingkaran melewati lingkaran di . . . titik
- Garis singgung tegak lurus dengan . . .

2. Menentukan panjang garis singgung lingkaran di suatu titik diluar lingkaran

- Perhatikan lingkaran, titik A dan B.
- Buatlah garis singgung lingkaran yang melewati titik A dan B.
- Hubungkanlah titik O dengan titik B dan titik A dengan titik O
- Perhatikan $\triangle AOB$
- Garis AB tegak lurus dengan . . .



f. Dalam $\triangle AOB$ berlaku teorema pythagoras, maka

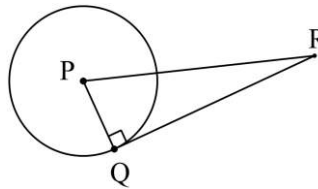
$$(\text{Sisi } 1)^2 + (\text{Sisi } 2)^2 = (\text{Sisi miring})^2$$

$$(AB)^2 + (\dots)^2 = (\dots)^2$$

$$(AB)^2 = (\dots)^2 - (\dots)^2$$

$$AB = \sqrt{(\dots)^2 - (\dots)^2} = \dots$$

Contoh



Perhatikan gambar disamping!

Diketahui panjang $PR = 5$ dan panjang $PQ = 3$, tentukan panjang QR !

Jawab.

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

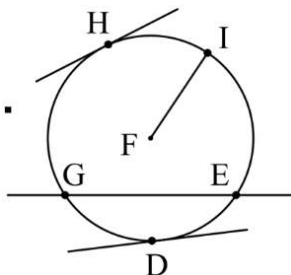
$$\dots^2 = \dots^2 + QR^2$$

$$QR^2 = \dots^2 - \dots^2$$

$$QR = \sqrt{\dots - \dots} =$$

Soal-soal

1.

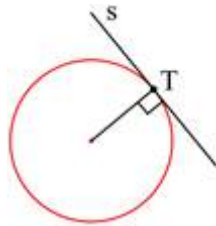


Perhatikan gambar di samping!

a. Manakah yang termasuk titik singgung lingkaran?

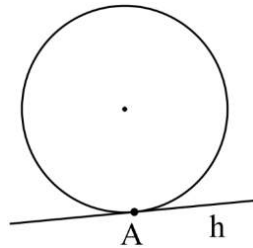
b. Manakah yang tidak termasuk titik singgung lingkaran?

2.



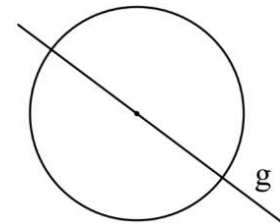
Pada gambar di samping, garis s merupakan garis singgung lingkaran. Mengapa?

3.



Apakah garis g termasuk garis singgung lingkaran?

4.



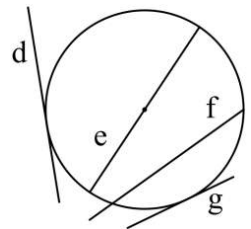
Dari gambar di samping maka dapat di simpulkan:

- a. Apakah garis g termasuk garis singgung lingkaran?
- b. Jelaskan mengapa bisa

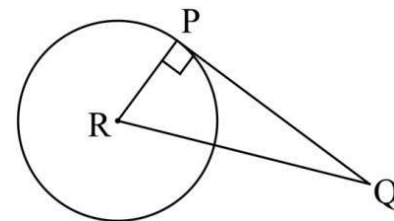
demikian!

5. Perhatikan gambar di samping!

- a. Manakah yang termasuk garis singgung lingkaran?
- b. Manakah yang tidak termasuk garis singgung lingkaran?



6.



Diketahui lingkaran berpusat di titik R dengan jari-jari $PR = 3$ cm. garis PQ adalah garis singgung lingkaran yang

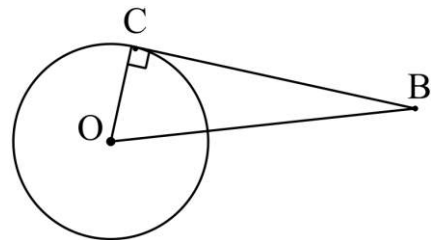
melalui titik P di luar lingkaran. Jika jarak $QR = 5$ cm, Tentukan panjang garis singgung PQ!

7. Diketahui lingkaran berpusat di titik A dengan jari-jari $AB = \sqrt{15}$ cm. garis BC adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik B di luar lingkaran. Jika jarak $AC = 8$ cm, Tentukan:
 - a. Panjang garis singgung BC
 - b. Luas segitiga ABC
8. Diketahui lingkaran berpusat di titik E dengan jari-jari $EF = 5$ cm. garis FG adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik F di luar lingkaran. Jika panjang garis singgung $FG = \sqrt{56}$ cm, Tentukan jarak EG!
9. Diketahui lingkaran berpusat di titik R dengan jari-jari $RS = 7$ cm. garis ST adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik S di luar lingkaran. Jika jarak $RT = \sqrt{245}$ cm, Tentukan Luas segitiga RST!

10. Perhatikan gambar disamping!

Diketahui panjang $OC = 4$ cm, dan $OB = 12$ cm, tentukan

- a. Panjang BC
- b. $L \Delta OBC$



LAMPIRAN 18

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

- Nama Sekolah : SMP Negeri 18 Semarang
- Mata Pelajaran : Matematika
- Kelas/Semester : VIII/2
- Tahun Pelajaran : 2014/2015
- Alokasi Waktu : 8 JPL (4 x 40 menit)
- Standar Kompetensi : 4. Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya
- Kompetensi Dasar : 4.4 Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran
- Indikator :
- 4.4.1 Menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran (**kedisiplinan, peduli sosial, ingin tahu,kritis**)
 - 4.4.2 Menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran (**kreatif, inovatif dan ingin tahu**)
 - 4.4.3 Menentukan layang-layang garis singgung (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)
 - 4.4.4 Menjelaskan kedudukan dua lingkaran (**peduli sosial, kedisiplinan, ingin tahu, inovatif**)
 - 4.4.5 Menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran (**kreatif, inovatif,ingin tahu**)
 - 4.4.6 Menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)

- 4.4.7 Menentukan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran (**kerja sama, disiplin, kreatif dan ingin tahu**)

PERTEMUAN KE-2 (Alokasi waktu 3 x 40 menit)

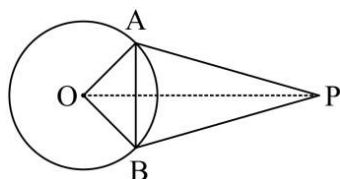
Indikator 4.4.3, 4.4.4 dan 4.4.5

I. Tujuan Pembelajaran

1. Dengan model *Time Token Arend* 1998 peserta didik dapat menentukan layang-layang garis singgung dengan benar (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)
2. Dengan menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend* 1998 peserta didik dapat membuktikan dan menjelaskan tentang materi kedudukan dua lingkaran dengan tepat (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)
3. Dengan menggunakan model pembelajaran *Time Token Arend* 1998 peserta didik dapat menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran dengan benar (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)

II. Materi Ajar:

a. Layang-layang Garis Singgung

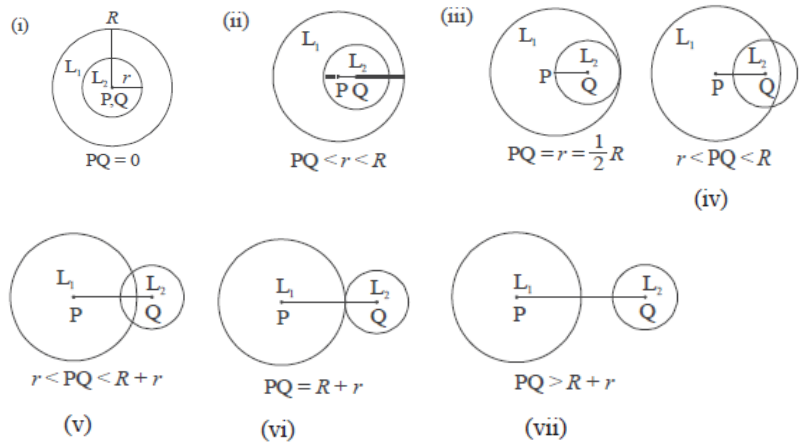


Segi empat OAPB terbentuk dari segitiga sama kaki OAB dan segitiga sama

kaki ABP dengan alas AB yang saling berimpit. Oleh karena itu, kita dapat mengatakan bahwa segi empat OAPB merupakan *layang-layang*. Karena sisi layanglayang OAPB terdiri dari *jari-jari lingkaran* dan *garis singgung lingkaran*, maka segi empat OAPB disebut *layang-layang garis singgung*.

b. Kedudukan Dua Lingkaran

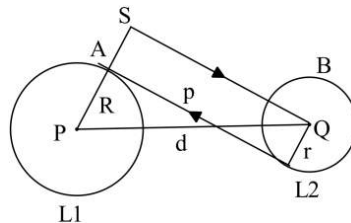
Jika terdapat dua lingkaran masing-masing lingkaran L_1 berpusat di P dengan jari-jari R dan lingkaran L_2 berpusat di Q dengan jari-jari r di mana $R > r$ maka terdapat beberapa kedudukan lingkaran sebagai berikut.



- (i). L_2 terletak di dalam L_1 dengan P dan Q berimpit, sehingga panjang $PQ = 0$. Dalam hal ini dikatakan L_2 terletak di dalam L_1 dan *konsentris* (setitik pusat).

- (ii). L2 terletak di dalam L1 dan $PQ < r < R$. Dalam hal ini dikatakan L2 terletak di dalam L1 dan *tidak konsentris*.
- (iii). L2 terletak di dalam L1 dan $PQ = r = 0,5 R$, sehingga L1 dan L2 *bersinggungan di dalam*.
- (iv). L1 *berpotongan* dengan L2 dan $r < PQ < R$.
- (v). L1 *berpotongan* dengan L2 dan $r < PQ < R + r$.
- (vi). L1 terletak di luar L2 dan $PQ = R + r$, sehingga L1 dan L2 *bersinggungan di luar*.
- (vii). L1 terletak di luar L2 dan $PQ > R + r$, sehingga L1 dan L2 *saling terpisah*.

c. Panjang Garis Singgung Dalam Persekutuan Dua Lingkaran



Jari-jari lingkaran yang berpusat di P = R ;

Jari-jari lingkaran yang berpusat di Q = r ;

Panjang garis singgung persekutuan dalam adalah $AB = PGSPD = p$.

Jarak titik pusat kedua lingkaran adalah $PQ = d$.

Jika garis AB digeser sejajar ke atas sejauh BQ maka diperoleh garis SQ.

Garis SQ sejajar AB, sehingga $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$ (sehadap).

Perhatikan segi empat ABQS.

Garis AB//SQ, AS//BQ, dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$.

Jadi, segi empat ABQS merupakan persegi panjang dengan panjang AB = PGSPD dan lebar BQ = r .

Perhatikan bahwa ΔPQS siku-siku di titik S. Dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh

$$QS^2 = PQ^2 - PS^2$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - PS^2}$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - (R + r)^2}$$

Karena panjang QS = AB, maka rumus panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran (PGSPD) dengan jarak kedua titik pusat p , jari-jari lingkaran besar R , dan jari-jari lingkaran kecil r adalah

$$PGSPD = p = \sqrt{d^2 - (R + r)^2} \quad 1$$

III. Metode Pembelajaran: *Time Token Arend* 1998

¹ Dewi Nuharini dan Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya: untuk SMP/MTs Kelas VIII*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, 2008), hlm. 174-180.

IV. Langkah-langkah Pembelajaran

No.	Kegiatan Pembelajaran	Pengorganisasian	
		Peserta didik	Waktu
	Kegiatan Awal		
1.	Guru memasuki kelas tepat waktu dan mengucapkan salam. Kemudian peserta didik diminta berdoa sebelum pembelajaran dimulai (karakter religious dan disiplin).	K	2 menit
2.	Membahas soal tugas rumah. Guru mengulas kembali pelajaran tentang pengertian garis singgung lingkaran dan menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran.	K	5 menit
3.	Apabila materi ini dikuasai dengan baik, maka akan membantu siswa pada materi berikutnya.	K	2 menit

4.	Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yaitu agar siswa dapat menentukan layang-layang garis singgung, dapat menentukan kedudukan dua lingkaran, dan dapat menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran.	K	2 menit
	Kegiatan inti		
	Eksplorasi:		
5.	Peserta didik membentuk kelompok 4 orang.	G	1 menit
6.	Guru membagikan lembar kerja yang telah disiapkan.	G	1 menit
7.	Guru menjelaskan tugas peserta didik dalam berdiskusi.	G	2 menit
	Elaborasi		
8.	Peserta didik bekerja dengan anggota yang lain untuk mengisi lembar kerja.	P	17 menit
9.	Guru mendorong siswa untuk aktif dalam mengerjakan lembar kerja yang di berikan tentang menentukan layang-layang garis	G	

	singgung, dapat menentukan kedudukan dua lingkaran, dan dapat menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran.		
10.	Guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil yang diperoleh ketika berdiskusi	K	15 menit
11.	Kelompok yang lain memperhatikan dan diberi kesempatan untuk bertanya dan berpendapat terhadap hasil pekerjaan yang sedang dipresentasikan.	K	
12.	Guru sebagai moderator, fasilitator dalam pelaksanaan diskusi kelas agar tetap berjalan.	G	
13.	Guru mengonfirmasi jawaban dari peserta didik.	G	
14.	Guru memberi kartu yang memberi bicara kepada semua siswa. Dalam kartu tersebut guru menjelaskan bahwa setiap satu kartu bicara dapat di	G	1 menit

	gunakan untuk menjawab soal dari guru. Bagi yang kartu bicaranya habis maka mereka sudah tidak bisa menjawab soal guru..		
15.	Guru memberi soal kemudian nanti siswa yang akan menjawab angkat tangan.	G	33 menit
	Konfirmasi:		
16.	Peserta didik kembali ke tempat duduk masing-masing.	K	2 menit
17.	Guru bertanya kepada siswa secara acak tentang menentukan layang-layang garis singgung, dapat menentukan kedudukan dua lingkaran, dan dapat menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran.	K	5 menit
18.	Guru memberikan soal pada peserta didik. Saat mengerjakan kuis peserta didik tidak diperbolehkan bekerja sama dengan teman yang lain.	I	20 menit
19.	Lembar jawab dikumpulkan	I	2 menit

	kepada guru untuk diberikan penilaian.		
	Kegiatan Akhir:		
20.	Guru berpesan kepada peserta didik untuk mempelajari cara menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dan menentukan panjang sabuk lilitan lingkaran.	K	3 menit
21.	Guru memberi tugas rumah.	I	5 menit
22.	Guru bersama peserta didik mengucapkan syukur kepada Allah SWT atas segala karunia-Nya serta menyuruh peserta didiknya berdoa sebelum proses pembelajarannya ditutup.	K	1 menit
23.	Guru mengucapkan salam dan meninggalkan kelas tepat waktu.	K	1 menit
Jumlah Waktu			120 menit

Keterangan : I: Individu ; G: Grup; K: klasikal

- V. **Bahan Ajar:** Buku paket MTK bse kelas VIII SMP, kartu soal-jawaban (terlampir), dan lembar kerja (terlampir)

VI. Penilaian

1. Prosedur Tes

- Tes awal : -
- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : ada

2. Jenis Tes

- Tes awal : -
- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : tertulis

3. Alat Tes

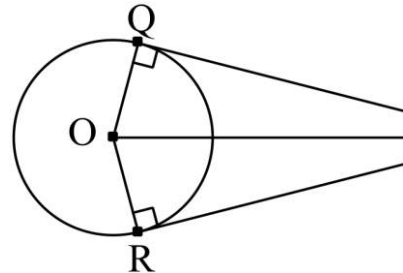
- Tes awal : -
- Tes proses :

No.	Indikator	
1.	Kekompakan kelompok	
2.	Keaktifan mengemukakan pendapat	
3.	Keaktifan bertanya	
4.	Pemahaman	

- Tes akhir:

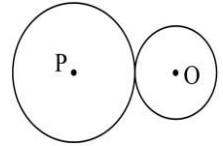
1. Perhatikan gambar disamping.

Diketahui panjang
 $OP = 20$ cm dan
 $OQ = 12$ cm.



Tentukan luas layang-layang OPQR!

2. Perhatikan gambar disamping, apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!



3. Diketahui dua buah lingkaran A dan B, panjang jari-jari lingkaran A = 5 cm sedangkan panjang jari-jari lingkaran B adalah 4. Jarak titik pusat kedua lingkaran tersebut adalah 15. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan dalamnya!

Jawaban dan Penskoran

1. Diketahui:

$$OP = 20 \text{ cm}, OQ = 12 \text{ cm}$$

Ditanya:

$$L \text{ OPQR} = \dots?$$

- a. Panjang PQ

$$OP^2 = OQ^2 + PQ^2 \quad (\text{skor } 5)$$

$$20^2 = 12^2 + PQ^2$$

$$PQ^2 = 400 - 144$$

$$PQ = \sqrt{256}$$

$$PQ = 16 \quad (\text{Skor } 5)$$

Jadi panjang PQ adalah 16 cm

b. L OPQR

$$L \text{ OPQR} = 2 \times L \triangle OPQ \quad (\text{skor } 5)$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times a \times t$$

$$= 12 \times 16$$

$$= 192 \quad (\text{Skor } 5)$$

Jadi luas layang-layang OPQR adalah 192 cm^2

2. Bersinggungan (skor 5)

Karena jumlah jari-jari kedua lingkaran sama dengan jarak kedua titik pusat lingkaran. (skor 5)

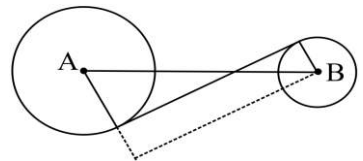
3. Diketahui:

$$R = 5 \text{ cm}, r = 4 \text{ cm}, d = 15 \text{ cm}$$

Ditanya:

$$\text{PGSPD} = \dots?$$

Jawab



$$\text{PGSPD} = \sqrt{d^2 - (R + r)^2} \quad (\text{skor } 5)$$

$$= \sqrt{15^2 - (5 + 4)^2}$$

$$= \sqrt{225 - 81}$$

$$= \sqrt{144}$$

$$= 12 \quad (\text{skor } 5)$$

Jadi panjang garis singgung persekutuan dalamnya adalah 12 cm

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Jumlah skor}}{40} \times 100$$

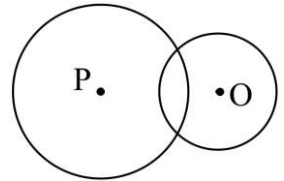
4. Tugas Rumah

- a. Diketahui lingkaran yang berpusat di titik O dan titik P di luar lingkaran. Titik A dan B terletak di keliling lingkaran. Garis PA dan PB adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $OA = 9$ cm dan $OP = 15$ cm, hitunglah:

a. Luas segitiga OAP

b. Luas layang-layang OAPB

- b. Perhatikan gambar disamping, apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!

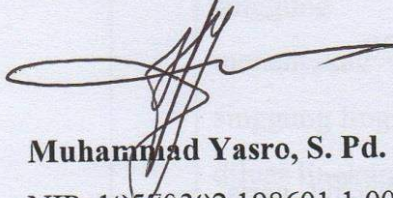


- c. Panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran adalah 24 cm dan jarak kedua pusatnya adalah 26 cm. Jika panjang salah satu jari-jari lingkaran 6 cm, hitunglah panjang jari-jari lingkaran yang lain!

Semarang, 3 Februari 2015

Mengetahui,

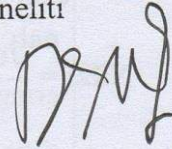
Guru Kelas VIII



Muhammad Yasro, S. Pd.

NIP. 19570302 198601 1 003

Peneliti



Devita Ni'matus Sholihah

NIM. 113511041

Kepala Sekolah

SMP Negeri 18 Semarang



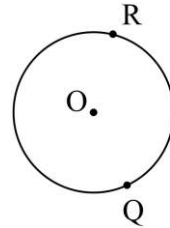
Aloysius Kristiyanto, S. Pd., M.Pd.

NIP. 19690516 199412 1 002

LEMBAR KERJA SISWA

A. Layang-layang garis singgung

- a. Perhatikan lingkaran dan titik P
- b. Buatlah garis singgung yang melewati garis PQ dan PR
- c. Hubungkan titik O dengan titik Q, Titik O dengan titik R dan titik O dengan P
- d. Segi empat OPQR merupakan layang-layang garis singgung.

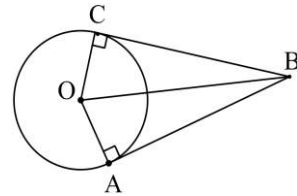


P.

Contoh soal.

Perhatikan gambar disamping! Diketahui panjang $OC = 5$ cm, dan $OB = 13$ cm, tentukan

- a. Panjang BC dan AB
- b. L $\triangle OBC$ dan L $\triangle OAB$
- c. L layang-layang $OABC$ dan
- d. Panjang busur AC



Penyelesaian

- a. Mencari BC

$$OB^2 = BC^2 + OC^2$$

$$BC^2 = \dots$$

$$BC = \dots$$

- Mencari AB

$$OB^2 = AO^2 + AB^2$$

$$AB^2 = \dots$$

- b. Mencari L $\triangle OBC$

$$L \triangle OBC = \frac{1}{2} \times a \times t$$

- Mencari L $\triangle OAB$

$$L \triangle OAB = \frac{1}{2} \times a \times t$$

$$L \Delta OBC = \frac{1}{2} \times CB \times OC$$

$$L \Delta OBC = \dots$$

$$L \Delta OBC = \dots$$

$$L \Delta OBC = \dots$$

$$L \Delta OBC = \dots$$

$$L \Delta OBC = \dots$$

c. Mencari Luas layang-layang $OABC$
busur AC

d. Mencari Panjang

$$L OABC = L \Delta OBC + L \Delta OBC$$

$$L OABC = \frac{d_1 \times \dots}{2}$$

$$L OABC = \dots$$

$$\dots = \frac{AC \times \dots}{2}$$

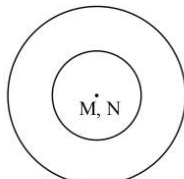
$$L OABC = \dots$$

$$AC = \dots$$

Ingatlah rumus luas

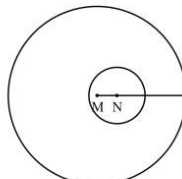
layang-layang!

B. Kedudukan Dua Lingkaran



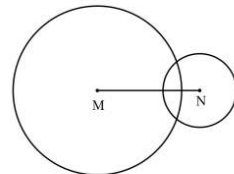
(i)

konsentris



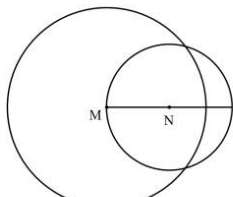
(ii)

tidak konsentris



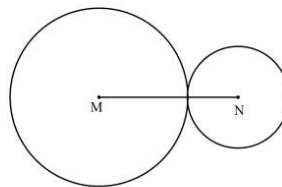
(iii)

berpotongan



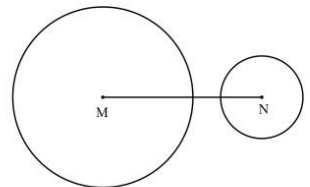
(iv)

berpotongan



(v)

bersinggungan



(vi)

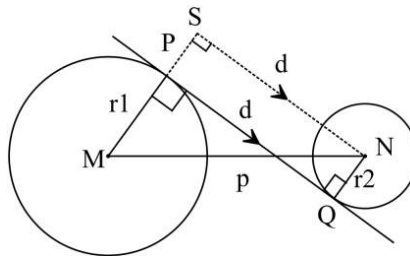
saling terpisah

Berdasarkan gambar di atas, tunjukkan gambar yang menyatakan kedudukan dua lingkaran berikut:

1. Tulislah hubungan antara panjang garis pusat (MN) dan jari-jari masing-masing lingkaran (r_1 dan r_2). Contoh: pada gambar (ii), $MN < r_1$ dan $MN < r_2$
2. Adakah bentuk kedudukan lain yang dapat kalian buat? Jika ada, gambarkan dan tuliskan hubungan MN dan jari-jarinya!

C. Panjang Garis Singgung Persekutuan Dalam Lingkaran

Pada gambar berikut, PQ merupakan *garis singgung lingkaran dalam* lingkaran yang berpusat di M dan di N.



Dari gambar di atas di peroleh:

Jari-jari lingkaran yang berpusat di M adalah $MP = r_1$,

Jari-jari lingkaran yang berpusat di N adalah $NQ = r_2$,

Panjang garis singgung persekutuan dalam adalah $PQ = d$, dan panjang garis pusat (sentral) adalah $MN = p$.

PQ sejajar dengan SN, maka:

$$\angle PSN = \angle \dots\dots\dots = \dots\dots\dots^\circ$$

Perhatikan segi empat PQNS!

PQ // SN, PS // QN, dan $\angle PSN = 90^\circ$, maka:

$$\angle SPQ = \angle \dots\dots\dots = \angle \dots\dots\dots = \dots\dots\dots^\circ$$

Jadi, segi empat PQNS merupakan bangun

Maka PQ = = d dan PS = = r_2 .

Segitiga MSN siku-siku di S.

Gunakan teorema pythagoras untuk menunjukkan bahwa:

$$PQ^2 = MN^2 - (MP + PS)^2 \text{ atau } d^2 = p^2 - (r_1 + r_2)^2$$

Berdasarkan hasil kegiatan di atas, dapat di simpulkan sebagai berikut:

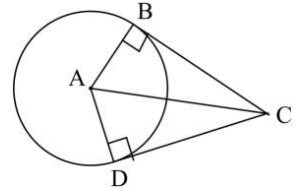
Panjang **garis singgung persekutuan dalam** dua lingkaran ditunjukkan dengan:

$$d^2 = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

- d = panjang garis singgung persekutuan dalam
- p = jarak pusat lingkaran pertama dan lingkaran kedua
- r_1, r_2 = jari-jari lingkaran pertama dan lingkaran kedua

Soal-Soal

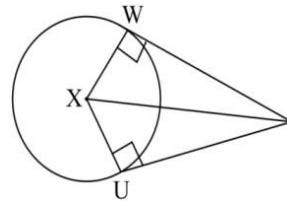
- Perhatikan gambar disamping. Diketahui panjang $AC = 13$ cm dan $AB = 5$ cm. Tentukan luas layang-layang $ABCD$!



- Diketahui lingkaran yang berpusat di titik O dan titik P di luar lingkaran. Titik A dan B terletak di keliling lingkaran. Garis PA dan PB adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $OA = 9$ cm dan $OP = 15$ cm, hitunglah:

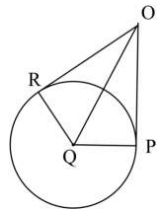
- Luas segitiga OAP
- Luas layang-layang $OAPB$

- Diketahui lingkaran yang berpusat di titik X dan titik V di luar lingkaran. Titik U dan W terletak di keliling lingkaran. Garis VW dan UV adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $UX = 2$ cm dan $VX = 7$ cm, hitunglah:



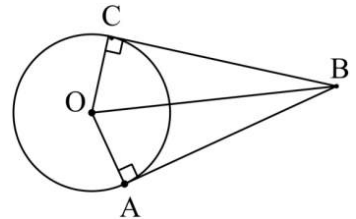
- Panjang UV
- Luas segitiga XUV
- Luas layang-layang $UVWX$

- Diketahui lingkaran yang berpusat di titik Q dan titik O di luar lingkaran. Titik P dan R terletak di keliling lingkaran. Garis OR dan OP adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $QR = 5$ cm dan $OQ = \sqrt{41}$ cm, hitunglah:

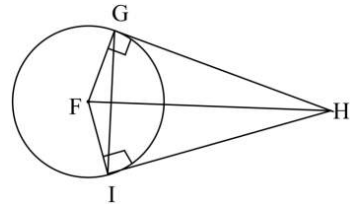


- Panjang OP

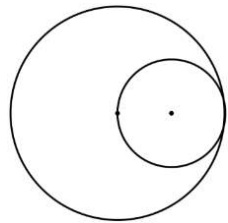
- b. Luas segitiga OPQ
 c. Luas layang-layang OPQR
5. Perhatikan gambar disamping!
 Diketahui panjang $OC = 4$ cm, dan
 $OB = 12$ cm, tentukan:



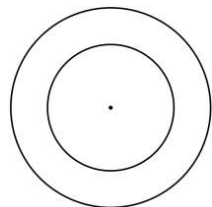
- a. Panjang BC
 b. $L \triangle OBC$
 c. L layang-layang $OABC$ dan
 d. Panjang busur AC
6. Diketahui lingkaran yang berpusat di titik F dan titik H di luar lingkaran. Titik G dan I terletak di keliling lingkaran. Garis GH dan HI adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $FG = 3$ cm dan $FH = 5$ cm, hitunglah:



- a. Panjang GH
 b. Luas segitiga FGH
 c. Luas layang-layang FGHI
7. Perhatikan gambar disamping, apakah kedua lingkaran tersebut konsentris, tidak konsentris, berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!



8. Perhatikan gambar disamping, apakah kedua lingkaran tersebut konsentris, tidak konsentris, berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!

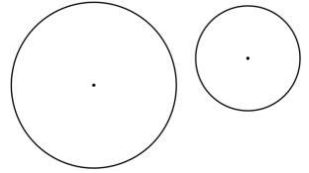


9. Diketahui dua buah lingkaran, lingkaran pertama mempunyai jari-jari $R = 5$ cm, dan dan lingkaran kedua mempunyai jari-jari $r = 3$ cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 10 cm. Apakah kedua lingkaran tersebut konsentris, tidak konsentris, berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!
10. Diketahui dua buah lingkaran, lingkaran pertama mempunyai jari-jari $R = 7$ cm, dan dan lingkaran kedua mempunyai jari-jari $r = 5$ cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 12 cm. Apakah kedua lingkaran tersebut konsentris, tidak konsentris, berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!
11. Diketahui dua buah lingkaran, lingkaran pertama mempunyai jari-jari $R = 10$ cm, dan dan lingkaran kedua mempunyai jari-jari $r = 5$ cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 5 cm. Apakah kedua lingkaran tersebut konsentris, tidak konsentris, berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!
12. Diketahui dua buah lingkaran A dan B, panjang jari-jari lingkaran A = 7 cm sedangkan panjang jari-jari lingkaran B adalah 3 cm. Jarak titik pusat kedua lingkaran tersebut adalah
14. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan dalamnya!
13. Diketahui lingkaran yang berpusat di titik O dan titik P di luar lingkaran. Titik A dan B terletak di keliling lingkaran Garis PA

dan PB adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $OA = 9$ cm dan $OP = 15$ cm, hitunglah:

- a. Luas segitiga OAP
- b. Luas layang-layang OAPB

14. Perhatikan gambar disamping, apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah?



Berikan alasanmu!

15. Panjang jari-jari dua lingkaran masing-masing adalah 12 cm dan 5 cm. Jarak kedua titik pusatnya adalah 24 cm. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan dalam!
16. Diketahui dua lingkaran dengan jari-jari 14 cm dan 4 cm. Tentukan panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut jika jarak antara kedua titik pusatnya adalah 30 cm!
17. Panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran adalah 15 cm dan kedua titik pusatnya terpisah sejauh 17 cm. Jika panjang jari-jari salah satu lingkaran adalah 3 cm, tentukan panjang jari-jari lingkaran yang lain!

LAMPIRAN 19

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

- Nama Sekolah : SMP Negeri 18 Semarang
- Mata Pelajaran : Matematika
- Kelas/Semester : VIII/2
- Tahun Pelajaran : 2014/2015
- Alokasi Waktu : 8 JPL (4 x 40 menit)
- Standar Kompetensi : 4. Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya
- Kompetensi Dasar : 4.4 Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran
- Indikator :
- 4.4.1 Menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran (**kedisiplinan, peduli sosial, ingin tahu,kritis**)
 - 4.4.2 Menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran (**kreatif, inovatif dan ingin tahu**)
 - 4.4.3 Menentukan layang-layang garis singgung (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)
 - 4.4.4 Menjelaskan kedudukan dua lingkaran (**peduli sosial, kedisiplinan, ingin tahu, inovatif**)
 - 4.4.5 Menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran (**kreatif, inovatif,ingin tahu**)
 - 4.4.6 Menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)

- 4.4.7 Menentukan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran (**kerja sama, disiplin, kreatif dan ingin tahu**)

PERTEMUAN KE-3 (Alokasi waktu 2 x 40 menit)

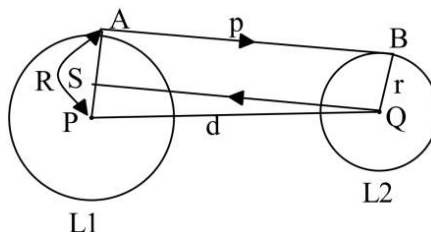
Indikator 4.4.6 dan 4.4.7

I. Tujuan Pembelajaran

1. Dengan menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 peserta didik dapat menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran dengan dengan tepat (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)
2. Dengan menggunakan model pembelajaran *Time Token* Arend 1998 peserta didik dapat menentukan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran (**kreatif dan ingin tahu**)

II. Materi Ajar

- a. Panjang Garis Singgung Luar Persekutuan Luar Dua Lingkaran



Jari-jari lingkaran yang berpusat di $P = R$;

Jari-jari lingkaran yang berpusat di Q = r ;

panjang garis singgung persekutuan luar adalah $AB =$
 $PGSPL = p$;

jarak titik pusat kedua lingkaran adalah $PQ = d$.

Jika garis AB kita geser sejajar ke bawah sejauh BQ
maka diperoleh garis SQ.

Garis AB sejajar SQ, sehingga $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$
(sehadap).

Perhatikan segi empat ABQS.

Garis $AB \parallel SQ$, $AS \parallel BQ$, dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$.

Δ PQS siku-siku di S, sehingga berlaku

$$QS^2 = PQ^2 - PS^2$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - PS^2}$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - (R - r)^2}$$

Karena $QS = AB = d$, maka rumus panjang garis
singgung persekutuan luar dua lingkaran ($PGSPL/p$)
dengan jarak kedua titik pusat p , jari-jari lingkaran besar
 R , dan jari-jari lingkaran kecil r adalah

$$PGSPL = p = \sqrt{d^2 - (R - r)^2}$$

b. Menentukan Panjang Sabuk Lilitan Minimal Yang Menghubungkan Dua Lingkaran

Untuk menghitung panjang lilitan, maka perlu
diingat rumus panjang busur lingkaran yaitu =
 $\frac{\text{sudut pusat}}{360^\circ} \times \text{keliling lingkaran}$

Dengan memahami materi ini siswa diharapkan mampu menghitung garis singgung persekutuan dua lingkaran dan dapat menghitung panjang lilitan.¹

III. Metode Pembelajaran: *Time Token* Arend 1998

IV. Langkah-langkah Pembelajaran

No.	Kegiatan Pembelajaran	Pengorganisasian	
		Peserta didik	Waktu
	Kegiatan Awal		
1.	Guru memasuki kelas tepat waktu dan mengucapkan salam. Kemudian peserta didik diminta berdoa sebelum pembelajaran dimulai (karakter religious dan disiplin).	K	2 menit
2.	Membahas soal tugas rumah. Guru mengulas kembali pelajaran tentang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran.	K	5 menit
3.	Apabila materi ini dikuasai	K	2 menit

¹ Dewi Nuharini dan Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya: untuk SMP/MTs Kelas VIII*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, 2008), hlm. 182-186.

	dengan baik, maka akan membantu siswa pada materi berikutnya.		
4.	Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yaitu agar siswa dapat menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dan menentukan panjang sabuk lilitan lingkaran.	K	1 menit
	Kegiatan inti		
	Eksplorasi:		
5.	Peserta didik membentuk kelompok 4 orang.		1 menit
6.	Guru membagikan lembar kerja yang telah disiapkan.	G	1 menit
7.	Guru menjelaskan tugas peserta didik dalam berdiskusi.	G	2 menit
	Elaborasi		
8.	Peserta didik bekerja dengan anggota yang lain untuk mengisi lembar kerja.	P	10 menit
9.	Guru mendorong siswa untuk aktif dalam mengerjakan lembar kerja yang di berikan tentang menentukan panjang garis	G	

	singgung persekutuan luar dan menentukan panjang sabuk lilitan lingkaran		
10.	Guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil yang diperoleh ketika berdiskusi	K	10 menit
11.	Kelompok yang lain memperhatikan dan diberi kesempatan untuk bertanya dan berpendapat terhadap hasil pekerjaan yang sedang dipresentasikan.	K	
12.	Guru sebagai moderator, fasilitator dalam pelaksanaan diskusi kelas agar tetap berjalan.	G	
13.	Guru mengonfirmasi jawaban dari peserta didik.	G	
14.	Guru memberi kartu yang memberi bicara kepada semua siswa. Dalam kartu tersebut guru menjelaskan bahwa setiap satu kartu bicara dapat di gunakan untuk menjawab soal dari guru. Bagi yang kartu bicaranya habis	G	1 menit

	maka mereka sudah tidak bisa menjawab soal guru..		
15.	Guru memberi soal kemudian nanti siswa yang akan menjawab angkat tangan.	G	8 menit
	Konfirmasi:		
16.	Peserta didik kembali ke tempat duduk masing-masing.	K	2 menit
17.	Guru bertanya kepada siswa secara acak tentang menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dan menentukan panjang sabuk lilitan lingkaran	K	4 menit
18.	Guru memberikan soal pada peserta didik. Saat mengerjakan kuis peserta didik tidak diperbolehkan bekerja sama dengan teman yang lain.	I	10 menit
19.	Lembar jawab dikumpulkan kepada guru untuk diberikan penilaian.	I	1 menit
	Kegiatan Akhir:		
20.	Guru berpesan kepada peserta didik untuk mempelajari materi tentang garis singgung karena	K	2 menit

	pertemuan selanjutnya akan diadakan ualangan harian.		
21.	Guru memberi tugas rumah.	I	3 menit
22.	Guru bersama peserta didik mengucapkan syukur kepada Allah SWT atas segala karunia-Nya serta menyuruh peserta didiknya berdoa sebelum proses pembelajarannya ditutup.	K	1 menit
23.	Guru mengucapkan salam dan meninggalkan kelas tepat waktu.	K	1 menit
Jumlah Waktu			80 menit

Keterangan : I: Individu ; G: Grup; K: klasikal

V. Bahan Ajar: Buku paket MTK bse kelas VIII SMP dan lembar kerja (terlampir)

VI. Penilaian

1. Prosedur Tes

- Tes awal : -
- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : ada

2. Jenis Tes

- Tes awal : -
- Tes proses : pengamatan

- Tes akhir : tertulis

3. Alat Tes

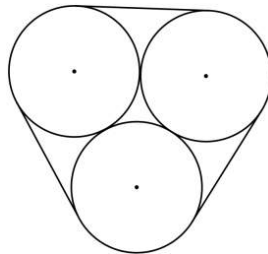
- Tes awal : -
- Tes proses :

No.	Indikator	Nilai
1.	Kekompakan kelompok	
2.	Keaktifan mengemukakan pendapat	
3.	Keaktifan bertanya	
4.	Pemahaman	

- Tes akhir:

1. Panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran adalah 12 cm. jarak kedua pusat lingkaran tersebut 13 cm. jika panjang salah satu jari-jari lingkaran 3,5 cm. hitunglah panjang jari-jari lingkaran yang lain!

2.



Di samping menunjukkan penampang tiga buah pipa air berbentuk lingkaran masing-masing

berjari-jari 7 cm dan diikat menjadi satu. Hitunglah panjang sabuk lilitan minimal yang diperlukan untuk mengikat tiga pipa tersebut!

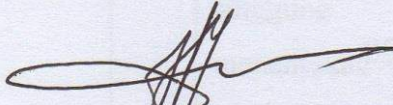
4. Tugas Rumah

Mempelajari semua materi tentang garis singgung lingkaran.

Semarang, 4 Februari 2015

Mengetahui,

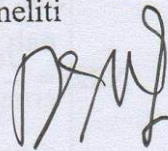
Guru Kelas VIII



Muhammad Yasro, S. Pd.

NIP. 19570302 198601 1 003

Peneliti



Devita Ni'matus Sholihah

NIM. 113511041

Kepala Sekolah

SMP Negeri 18 Semarang



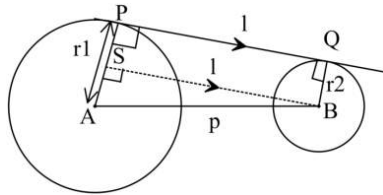
Aloysius Kristiyanto, S. Pd., M.Pd.

NIP. 19690516 199412 1 002

LEMBAR KERJA SISWA

A. Panjang Garis Singgung Persekutuan Luar Dua Lingkaran

Pada gambar berikut, PQ merupakan *garis singgung lingkaran luar* dari lingkaran yang berpusat di A dan di B.



Dari gambar di samping di peroleh:

Jari-jari lingkaran yang berpusat di A adalah $MP = r_1$,

Jari-jari lingkaran yang berpusat di B adalah $NQ = r_2$,

Panjang garis singgung persekutuan luar adalah $PQ = l$, dan panjang garis pusat (sentral) adalah $AB = p$.

SB sejajar dengan PQ, maka:

$$\angle ASB = \angle \dots\dots\dots = \dots\dots\dots^\circ$$

Perhatikan segi empat PQNS!

$PQ \parallel SB$, $SP \parallel BQ$, dan $\angle SPQ = 90^\circ$, maka:

$$\angle SPQ = \angle \dots\dots\dots = \angle \dots\dots\dots = \dots\dots\dots^\circ$$

Jadi, segi empat SBQP merupakan bangun

Sebagaimana sifat yang dimiliki persegi panjang, maka $SP = \dots\dots\dots = r_2$ dan

$$PQ = \dots\dots\dots = l.$$

Segitiga ASB siku-siku di S.

Gunakan teorema pythagoras untuk menunjukkan bahwa:

$$PQ^2 = MN^2 - (MP - PS)^2 \text{ atau } d^2 = p^2 - (r_1 - r_2)^2, \text{ untuk } r_1 > r_2$$

Berdasarkan hasil kegiatan di atas, dapat di simpulkan sebagai berikut:

Panjang **garis singgung persekutuan luar** dua lingkaran ditunjukkan dengan:

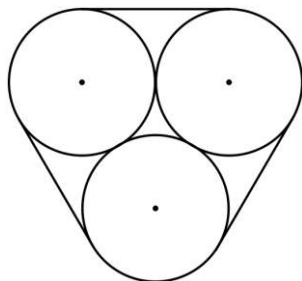
$$l^2 = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots \text{ di mana } r_1 > r_2$$

l = panjang garis singgung persekutuan luar

p = jarak pusat lingkaran pertama dan lingkaran kedua

r_1, r_2 = jari-jari lingkaran pertama dan lingkaran kedua

B. Menentukan Panjang Sabuk Lilitan Minimal pada Dua Lingkaran



Gambar di samping menunjukkan penampang tiga buah pipa air berbentuk lingkaran yang masing-masing berjari-jari 7 cm dan diikat menjadi satu. Hitunglah panjang sabuk lilitan minimal yang diperlukan untuk mengikat tiga

pipa tersebut!

Penyelesaian:

Hubungkan titik pusat ketiga lingkaran dan titik pusat dengan tali yang melingkarinya. Sehingga di peroleh:

Panjang DE = = = = = = 2 x jari-jari = cm

$$\angle ABC = \angle \dots\dots\dots = \angle \dots\dots\dots = 60^\circ$$

$$\angle CBF = \angle \dots\dots\dots = 90^\circ \text{ (siku-siku);}$$

$$\angle FBE = \angle \dots\dots\dots = \angle \dots\dots\dots = 360^\circ - (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots) = 120^\circ$$

Ingat kembali materi sebelumnya mengenai lingkaran, bahwa

$$\text{panjang busur lingkaran} = \frac{\text{sudut pusat}}{360^\circ} \times \text{keliling lingkaran},$$

sehingga di peroleh:

$$\text{Panjang EF} = \text{panjang} \dots\dots = \text{panjang} \dots\dots$$

$$= \frac{\dots\dots\dots}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times \dots\dots\dots$$

$$= \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$= \dots\dots\dots \text{ cm}$$

Panjang sabuk lilitan minimal

$$= \text{DE} + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \text{panjang EF} + \text{panjang} \dots\dots\dots + \text{panjang} \dots\dots\dots$$

$$= (3 \times \text{panjang} \dots\dots\dots) + (3 \times \text{panjang} \dots\dots\dots)$$

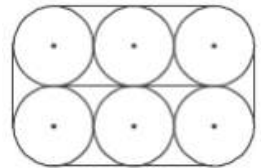
$$= (3 \times \dots\dots\dots) + (3 \times \dots\dots\dots)$$

$$= \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

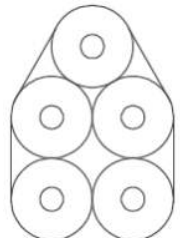
$$= \dots\dots\dots \text{ cm}$$

Soal-soal

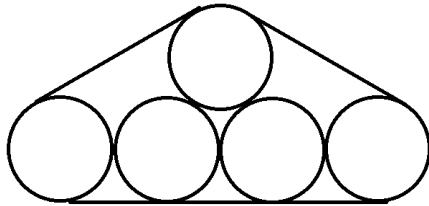
1. Panjang jari-jari dua lingkaran adalah 11 cm dan 2 cm. Jika panjang garis singgung persekutuan luarnya 12 cm maka tentukan jarak kedua pusat lingkaran!
2. Dua lingkaran masing-masing berjari-jari 15 cm dan 8 cm. Jarak terdekat kedua sisi lingkaran adalah 25 cm. Tentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran tersebut!
3. Panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran adalah 12 cm dan jarak kedua pusatnya 13 cm. Panjang salah satu jari-jari lingkaran 8 cm. Hitunglah panjang jari-jari yang lainnya!
4. Panjang jari-jari dua lingkaran adalah 29 cm dan 14 cm. Panjang garis singgung persekutuan luarnya 36 cm. Hitung jarak pusat kedua lingkarannya!
5. Diketahui dua lingkaran dengan pusat P dan Q, jarak $PQ = 26$ cm, panjang jari-jari lingkaran masing-masing 12 cm dan 2 cm. Hitung panjang garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran!
6. Perhatikan gambar di samping adalah penampang enam buah kaleng yang berbentuk tabung dengan jari-jari 10 cm. Hitunglah panjang tali minimal yang diperlukan untuk mengikat enam buah kaleng tersebut.



7. Lima buah pipa air disusun seperti pada gambar di samping. Hitunglah panjang tali yang digunakan untuk melilitkan pipa-pipa tersebut jika jari-jari pipa 3 cm!



8. Perhatikan gambar di bawah ini.



Jika diameter pipa 14 cm, hitung panjang tali minimal

LAMPIRAN 20

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Nama Sekolah	: SMP Negeri 18 Semarang
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: VIII/2
Tahun Pelajaran	: 2014/2015
Alokasi Waktu	: 8 JPL (4 x 40 menit)
Standar Kompetensi	: 4. Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya
Kompetensi Dasar	: 4.4 Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran
Indikator	:
4.4.1	Menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran (kedisiplinan, peduli sosial, ingin tahu,kritis)
4.4.2	Menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran (kreatif, inovatif dan ingin tahu)
4.4.3	Menentukan layang-layang garis singgung (kreatif, inovatif, ingin tahu)
4.4.4	Menjelaskan kedudukan dua lingkaran (peduli sosial, kedisiplinan, ingin tahu, inovatif)
4.4.5	Menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran (kreatif, inovatif,ingin tahu)
4.4.6	Menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran (kreatif, inovatif, ingin tahu)

- 4.4.7 Menentukan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran (**kerja sama, disiplin, kreatif dan ingin tahu**)

PERTEMUAN KE-1 (Alokasi waktu 2 x 40 menit)

Indikator 4.4.1 dan 4.4.2

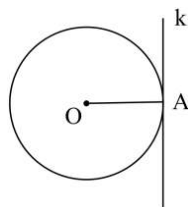
I. Tujuan Pembelajaran

1. Dengan model *Index Card Match* peserta didik dapat menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran dengan tepat (**kedisiplinan, peduli sosial, ingin tahu, kritis**)
2. Dengan model *Index Card Match* peserta didik dapat menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran dengan benar (**kreatif, inovatif dan ingin tahu**)

II. Materi Ajar:

a. Pengertian Garis Singgung Lingkaran

Garis singgung lingkaran adalah garis yang memotong suatu lingkaran di satu titik dan berpotongan tegak lurus dengan jari-jari di titik singgungnya.



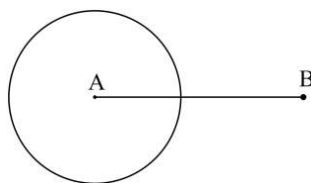
Pada Gambar di samping tampak bahwa garis *k* tegak lurus dengan jari-jari OA. Garis *k* adalah *garis singgung lingkaran* di titik A, sedangkan A disebut

titik singgung lingkaran.

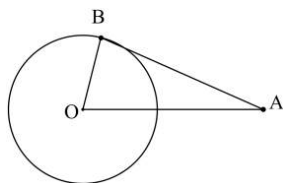
Karena garis $k \perp OA$, hal ini berarti sudut yang dibentuk kedua garis tersebut besarnya 90° . Dengan demikian secara umum dapat dikatakan bahwa setiap sudut yang dibentuk oleh garis yang melalui titik pusat dan garis singgung lingkaran besarnya 90° .

b. Menentukan Panjang Garis Singgung Lingkaran dari Satu Titik di Luar Lingkaran

Garis singgung melalui suatu titik di luar lingkaran:



Melalui *sebuah titik di luar lingkaran* dapat dibuat *dua garis singgung* pada lingkaran tersebut.



Pada Gambar di samping, lingkaran berpusat di titik O dengan jari-jari OB dan $OB \perp$ garis AB.

Garis AB adalah garis singgung lingkaran melalui titik A di luar lingkaran. Perhatikan segitiga siku-siku ABO. Dengan teorema Pythagoras berlaku:

$$OB^2 + AB^2 = OA^2$$

$$AB^2 = OA^2 - OB^2$$

$$AB = \sqrt{OA^2 - OB^2}$$

$$\text{Panjang garis singgung lingkaran (AB)} = AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} .^1$$

III. Metode Pembelajaran: *Index Card Match*

IV. Langkah-langkah Pembelajaran

No	Kegiatan Pembelajaran	Pengorganisasian	
		Peserta didik	Waktu
	Kegiatan Awal		
1.	Guru memasuki kelas tepat waktu dan mengucapkan salam. Kemudian peserta didik diminta berdoa sebelum pembelajaran dimulai (karakter religious dan disiplin).	K	2 menit
2.	Guru mengulas kembali pelajaran tentang bagian-bagian lingkaran dan menyebutkan nama-nama sudut dalam lingkaran.	K	5 menit

¹ Dewi Nuharini dan Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya: untuk SMP/MTs Kelas VIII*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, 2008), hlm. 170-174.

3.	Apabila materi ini dikuasai dengan baik, maka akan membantu siswa pada materi berikutnya.	K	2 menit
4.	Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yaitu agar siswa dapat menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran, dan menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran.	K	1 menit
	Kegiatan inti		
	Eksplorasi:		
5.	Peserta didik membentuk kelompok 4 orang.	G	1 menit
6.	Guru membagikan lembar kerja yang telah disiapkan.	G	1 menit
7.	Guru menjelaskan tugas peserta didik dalam berdiskusi.	G	2 menit
	Elaborasi		
8.	Peserta didik bekerja dengan anggota yang lain untuk mengisi lembar kerja.	G	10 menit
9.	Guru mendorong siswa untuk aktif dalam mengerjakan	G	

	lembar kerja yang di berikan tentang menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran dan menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran.		
10.	Guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil yang diperoleh ketika berdiskusi	G	10 menit
11.	Kelompok yang lain memperhatikan dan diberi kesempatan untuk bertanya dan berpendapat terhadap hasil pekerjaan yang sedang dipresentasikan.	G	
12.	Guru sebagai moderator, fasilitator dalam pelaksanaan diskusi kelas agar tetap berjalan.	G	
13.	Guru mengonfirmasi jawaban dari peserta didik.	G	
14.	Guru memberi kartu yang beri soal dan jawaban. Kemudian menjelaskan cara kerjanya.	G	1 menit

15.	Siswa mencari soal atau jawaban dari kartu yang di perolehnya. Kemudian untuk siswa yang sudah mendapatkan pasangannya langsung duduk bersebelahan.	P	8 menit
16.	Guru mencocokkan jawaban siswa	P	13 menit
	Konfirmasi:		
17.	Peserta didik kembali ke tempat duduk masing-masing.	K	2 menit
18.	Guru bertanya kepada siswa secara acak tentang pengertian garis singgung lingkaran dan menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran.	K	4 menit
19.	Guru memberikan soal pada peserta didik. Saat mengerjakan kuis peserta didik tidak diperbolehkan bekerja sama dengan teman yang lain.	I	10 menit
20.	Lembar jawab dikumpulkan kepada guru untuk diberikan penilaian.	I	1 menit

Kegiatan Akhir:			
21.	Guru berpesan kepada peserta didik untuk mempelajari tentang menentukan layang-layang garis singgung.	K	2 menit
22.	Guru memberi tugas rumah.	I	3 menit
23.	Guru bersama peserta didik mengucapkan syukur kepada Allah SWT atas segala karunia-Nya serta menyuruh peserta didiknya berdoa sebelum proses pembelajarannya ditutup.	K	1 menit
24.	Guru mengucapkan salam dan meninggalkan kelas tepat waktu.	K	1 menit
Jumlah Waktu			80 menit

Keterangan: G: Guru; K: Klasikal; I: Individu; P: Berpasangan.

V. Bahan Ajar: Buku paket MTK bse kelas VIII SMP dan lembar kerja (terlampir)

VI. Penilaian

1. Prosedur Tes

- Tes awal : -

- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : ada

2. Jenis Tes

- Tes awal : -
- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : tertulis

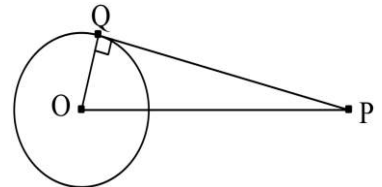
3. Alat Tes

- Tes awal : -
- Tes proses :

No.	Indikator	Nilai
1.	Kekompakan kelompok	
2.	Keaktifan mengemukakan pendapat	
3.	Keaktifan bertanya	
4.	Pemahaman	

- Tes akhir:

Perhatikan gambar disamping. Diketahui panjang $OP = 20$ cm dan $OQ = 12$ cm. Maka:



- a. Garis manakah yang merupakan garis singgung lingkaran? Berikan alasanmu!
- b. Tentukan panjang PQ!
- c. Luas segitiga OPQ!

Jawaban dan Penskoran

Diketahui:

$$OP = 20 \text{ cm}, OQ = 12 \text{ cm}$$

Ditanya:

- Garis singgung,
- $PQ = \dots?$
- $L \triangle OPQ = \dots?$

]Jawab:

- PR dan PQ adalah garis singgung, (Skor 5)
PR dan PQ merupakan garis singgung karena menyinggung lingkaran di satu titik dan tegak lurus dengan jari-jari. Untuk garis PR menyinggung titik R sedangkan PQ menyinggung garis Q. (Skor 5)

- Panjang PQ

$$OP^2 = OQ^2 + PQ^2 \quad (\text{Skor 5})$$

$$20^2 = 12^2 + PQ^2$$

$$PQ^2 = 400 - 144$$

$$PQ = \sqrt{256}$$

$$PQ = 16 \quad (\text{Skor 5})$$

Jadi panjang PQ adalah 16 cm

- $L \triangle OPQ = \frac{1}{2} \times a \times t$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 16$$

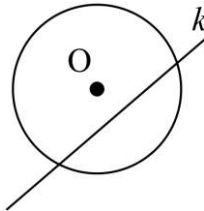
$$= 96 \quad (\text{Skor } 5)$$

Jadi luas segitiga OPQ adalah 96 cm^2

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Jumlah Skor}}{25} \times 100$$

4. Tugas Rumah

1. Mengapa garis k tidak disebut garis singgung lingkaran? Berikan alasanmu

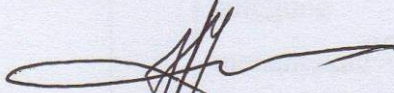


2. Diketahui lingkaran berpusat di titik O dengan jari-jari $OB = 5 \text{ cm}$. garis AB adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik A di luar lingkaran. Jika jarak $OA = 13 \text{ cm}$, Tentukan panjang garis singgung AB!

Semarang , 27 Januari 2015

Mengetahui,

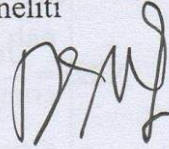
Guru Kelas VIII



Muhammad Yasro, S. Pd.

NIP. 19570302 198601 1 003

Peneliti



Devita Ni'matus Sholihah

NIM. 113511041

Kepala Sekolah

SMP Negeri 18 Semarang



Aloysius Kristiyanto, S. Pd., M.Pd.

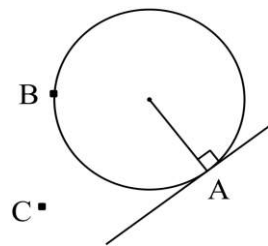
NIP. 19690516 199412 1 002

Lembar Kerja Siswa

Isilah titik berikut untuk menemukan pengertian, sifat dan panjang garis singgung linakaran.

1. Pengertian garis singgung

Garis singgung lingkaran adalah garis yang memotong suatu lingkaran di satu titik dan berpotongan tegak lurus dengan jari-jari di titik singgung.



Perhatikanlah lingkaran disamping garis . . . menyinggung lingkaran O di titik . . . dan OA tegak lurus dengan . . . Cobalah buat garis singgung baru yang melewati titik B dan C.

Dari kegiatan tersebut kita bisa menyimpulkan bahwa sifat-sifat garis singgung

- Garis singgung lingkaran melewati lingkaran di . . . titik
- Garis singgung tegak lurus dengan . . .

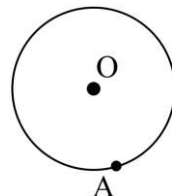
2. Menentukan panjang garis singgung lingkaran di suatu titik diluar lingkaran

a. Perhatikan lingkaran, titik A dan B.

b. Buatlah garis singgung lingkaran yang melewati titik A dan B.

c. Hubungkanlah titik O dengan titik B dan titik A dengan titik O

d. Perhatikan $\triangle AOB$



- e. Garis AB tegak lurus dengan . . .
- f. Dalam $\triangle AOB$ berlaku teorema pythagoras, maka

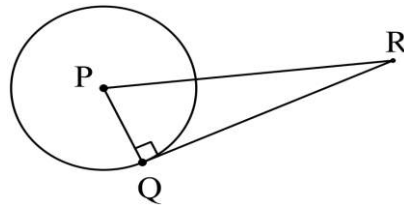
$$(\text{Sisi 1})^2 + (\text{Sisi 2})^2 = (\text{Sisi miring})^2$$

$$(AB)^2 + (\dots)^2 = (\dots)^2$$

$$(AB)^2 = (\dots)^2 - (\dots)^2$$

$$AB = \sqrt{(\dots)^2 - (\dots)^2} = \dots$$

Contoh



Perhatikan gambar disamping! Diketahui panjang $PR = 5$ dan panjang $PQ = 3$, tentukan panjang QR !

Jawab:

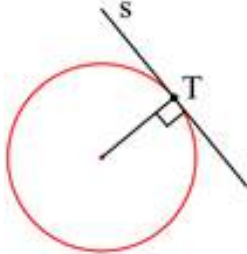
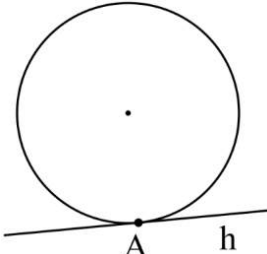
$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

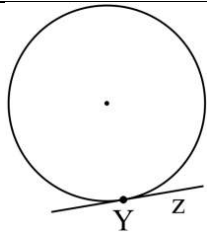
$$\dots^2 = \dots^2 + QR^2$$

$$QR^2 = \dots^2 - \dots^2$$

$$QR = \sqrt{\dots - \dots} =$$

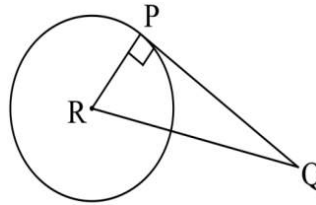
Kartu Soal:

 <p>Pada gambar di samping, garis s merupakan garis singgung lingkaran. Mengapa?</p>	 <p>Pada gambar di samping, garis h merupakan garis singgung lingkaran. Mengapa?</p>
<p>Diketahui lingkaran berpusat di titik E dengan jari-jari $EF = 5$ cm. garis FG adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik F di luar lingkaran. Jika panjang garis singgung $FG = \sqrt{56}$ cm, Tentukan jarak EG!</p>	<p>Diketahui lingkaran berpusat di titik O dengan jari-jari $OP = 3$ cm. garis PQ adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik F di luar lingkaran. Jika panjang garis singgung $PQ = 4$ cm, Tentukan jarak OQ!</p>
<p>Diketahui lingkaran berpusat di titik A dengan jari-jari $AB = \sqrt{15}$ cm. garis BC adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik B di luar lingkaran. Jika jarak $AC = 8$ cm, Tentukan:</p> <ol style="list-style-type: none"> Panjang garis singgung BC Luas segitiga ABC 	<p>Diketahui lingkaran berpusat di titik R dengan jari-jari $RS = 7$ cm. garis ST adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik S di luar lingkaran. Jika jarak $RT = \sqrt{245}$ cm, Tentukan Luas segitiga RST!</p>



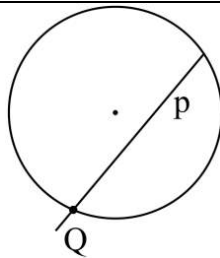
Pada gambar di samping, garis z merupakan garis singgung lingkaran atau bukan?

Mengapa?

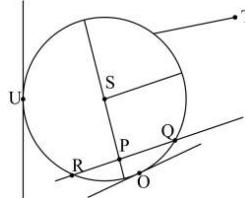


Diketahui lingkaran berpusat di titik R dengan jari-jari PR

= 3 m. garis PQ adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik P di luar lingkaran. Jika jarak QR = 5 m, Tentukan panjang garis singgung PQ!



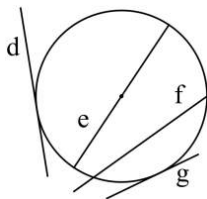
Apakah garis p merupakan garis singgung lingkaran?



Perhatikan gambar di samping!

- Manakah yang termasuk titik singgung lingkaran?
- Manakah yang tidak termasuk titik singgung lingkaran?

Perhatikan gambar di samping!



- Manakah yang termasuk garis singgung lingkaran?
- Manakah yang tidak termasuk garis singgung lingkaran?

Kartu Jawaban

Garis s memotong lingkaran pada titik T yang tegak lurus dengan jari jari lingkaran.	Garis d
Garis e	Garis f
Garis g	$\frac{7}{2}\sqrt{15} \text{ cm}^2$
49 cm^2	Titik O
Titik P	Titik Q
Titik R	Titik S
Titik T	Titik U
Garis h memotong lingkaran	Tidak merupakan garis singgung

pada titik A yang tidak tegak lurus dengan jari jari lingkaran.	lingkaran
4 cm	Merupakan garis singgung lingkaran, karena garis z memotong lingkaran pada titik Y yang tegak lurus dengan jari jari lingkaran.
7 cm	9 cm
5 cm	

LAMPIRAN 21

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Nama Sekolah : SMP Negeri 18 Semarang

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : VIII/2

Tahun Pelajaran: 2014/2015

Alokasi Waktu : 8 JPL (4 x 40 menit)

Standar Kompetensi : 4. Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya

Kompetensi Dasar : 4.4 Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran

Indikator :

- 4.4.1 Menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran (**kedisiplinan, peduli sosial, ingin tahu,kritis**)
- 4.4.2 Menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran (**kreatif, inovatif dan ingin tahu**)
- 4.4.3 Menentukan layang-layang garis singgung (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)
- 4.4.4 Menjelaskan kedudukan dua lingkaran (**peduli sosial, kedisiplinan, ingin tahu, inovatif**)
- 4.4.5 Menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran (**kreatif, inovatif,ingin tahu**)
- 4.4.6 Menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)

4.4.7 Menentukan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran (**kerja sama, disiplin, kreatif dan ingin tahu**)

PERTEMUAN KE-2 (Alokasi waktu 1 x 40 menit)

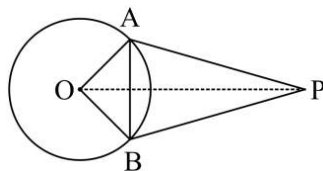
Indikator 4.4.3

I. Tujuan Pembelajaran

Dengan model *Index Card Match* peserta didik dapat menentukan layang-layang garis singgung dengan benar (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)

II. Materi Ajar:

a. Layang-layang Garis Singgung



Segi empat OAPB terbentuk dari segitiga sama kaki OAB dan segitiga sama kaki ABP dengan alas AB yang saling berimpit. Oleh karena itu, kita dapat mengatakan bahwa segi empat OAPB merupakan *layang-layang*. Karena sisi layanglayang OAPB terdiri dari *jari-jari lingkaran* dan *garis singgung lingkaran*, maka segi empat OAPB disebut *layang-layang garis singgung*.¹

¹ Dewi Nuharini dan Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya: untuk SMP/MTs Kelas VIII*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, 2008), hlm. 174-175.

III. Metode Pembelajaran: *Index Card Match*

IV. Langkah-langkah Pembelajaran

No.	Kegiatan Pembelajaran	Pengorganisasian	
		Peserta didik	Waktu
	Kegiatan Awal		
1.	Guru memasuki kelas tepat waktu dan mengucapkan salam. Kemudian peserta didik diminta berdoa sebelum pembelajaran dimulai (karakter religious dan disiplin).	K	1 menit
2.	Guru membahas tugas rumah. Guru mengulas kembali pelajaran tentang pengertian lingkaran dan menentukan panjang garis singgung lingkaran.	K	2 menit
3.	Apabila materi ini dikuasai dengan baik, maka akan membantu siswa pada materi berikutnya.	K	0,5 menit

4.	Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yaitu agar siswa dapat menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran, menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran, dan dapat menentukan layang-layang garis singgung.	K	0,5 menit
	Kegiatan inti		
	Eksplorasi:		
5.	Peserta didik membentuk kelompok 4 orang.		1 menit
6.	Guru membagikan lembar kerja yang telah disiapkan.	G	1 menit
7.	Guru menjelaskan tugas peserta didik dalam berdiskusi.	G	1 menit
	Elaborasi		
8.	Peserta didik bekerja dengan anggota yang lain untuk mengisi lembar kerja.	P	5 menit
9.	Guru mendorong siswa untuk aktif dalam mengerjakan lembar kerja yang di berikan tentang menjelaskan pengertian garis	G	

	singgung lingkaran, menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran, dan menentukan layang-layang garis singgung.		
10.	Guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil yang diperoleh ketika berdiskusi	K	2 menit
11.	Kelompok yang lain memperhatikan dan diberi kesempatan untuk bertanya dan berpendapat terhadap hasil pekerjaan yang sedang dipresentasikan.	K	
12.	Guru sebagai moderator, fasilitator dalam pelaksanaan diskusi kelas agar tetap berjalan.	G	
13.	Guru mengonfirmasi jawaban dari peserta didik.	G	
14.	Guru memberi kartu yang berisi soal dan jawaban. Kemudian menjelaskan cara kerjanya.	G	1 menit
15.	Siswa mencari soal atau jawaban dari kartu yang di	G	7 menit

	perolehnya. Kemudian untuk siswa yang sudah mendapatkan pasangannya langsung duduk bersebelahan.		
16.	Guru mencocokkan jawaban siswa	K	7 menit
	Konfirmasi:		
17.	Peserta didik kembali ke tempat duduk masing-masing.	K	1 menit
18.	Guru bertanya kepada siswa secara acak tentang pengertian garis singgung lingkaran, menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran, dan dapat menentukan layang-layang garis singgung.	K	1 menit
19.	Guru memberikan soal pada peserta didik. Saat mengerjakan kuis peserta didik tidak diperbolehkan bekerja sama dengan teman yang lain.	I	5 menit
20.	Lembar jawab dikumpulkan kepada guru untuk diberikan penilaian.	I	1 menit

	Kegiatan Akhir:		
21.	Guru berpesan kepada peserta didik untuk mempelajari tentang menentukan kedudukan dua lingkaran dan menentukan panjang garis persekutuan dalam dua lingkaran.	K	1 menit
22.	Guru memberi tugas rumah.	I	1 menit
23.	Guru bersama peserta didik mengucapkan syukur kepada Allah SWT atas segala karunia-Nya serta menyuruh peserta didiknya berdoa sebelum proses pembelajarannya ditutup.	K	0,5 menit
24.	Guru mengucapkan salam dan meninggalkan kelas tepat waktu.	K	0,5 menit
Jumlah Waktu			40 menit

Keterangan: G: Guru; K: Klasikal; I: Individu; P: Berpasangan.

V. Bahan Ajar: Buku paket MTK bse kelas VIII SMP dan lembar kerja (terlampir)

VI. Penilaian

1. Prosedur Tes

- Tes awal : -

- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : ada

2. Jenis Tes

- Tes awal : -
- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : tertulis

3. Alat Tes

- Tes awal : -
- Tes proses :

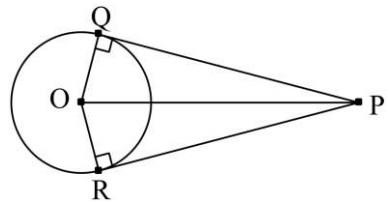
No.	Indikator	Nilai
1.	Kekompakan kelompok	
2.	Keaktifan mengemukakan pendapat	
3.	Keaktifan bertanya	
4.	Pemahaman	

- Tes akhir:

Perhatikan gambar disamping.

Diketahui panjang $OP = 5$ cm dan OQ

$= 3$ cm. Tentukan luas layang-layang $OPQR$!



Jawaban dan Penskoran

Diketahui:

$OP = 20$ cm, $OQ = 12$ cm

Ditanya:

a. $L\ OPQR = \dots?$

Jawab:

a. Panjang PQ

$$OP^2 = OQ^2 + PQ^2 \quad (\text{skor } 5)$$

$$5^2 = 3^2 + PQ^2$$

$$PQ^2 = 25 - 9$$

$$PQ = \sqrt{16}$$

$$PQ = 4 \quad (\text{Skor } 5)$$

Jadi panjang PQ adalah 16 cm

b. $L\ OPQR$

$$L\ OPQR = 2 \times L\ \Delta OPQ \quad (\text{skor } 5)$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times a \times t$$

$$= 12 \times 16$$

$$= 192 \quad (\text{Skor } 5)$$

Jadi luas layang-layang OPQR adalah $192\ \text{cm}^2$

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Jumlah Skor}}{20} \times 100$$

4. Tugas Rumah

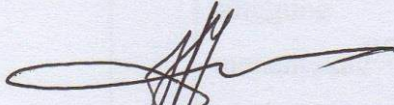
1. Diketahui lingkaran yang berpusat di titik O dan titik P di luar lingkaran. Titik A dan B terletak di keliling lingkaran. Garis PA dan PB adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $OA = 9\ \text{cm}$ dan $OP = 15\ \text{cm}$, hitunglah:

- a. Luas segitiga OAP
- b. Luas layang-layang OAPB

Semarang , 29 Januari 2015

Mengetahui,

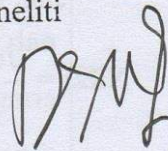
Guru Kelas VIII



Muhammad Yasro, S. Pd.

NIP. 19570302 198601 1 003

Peneliti



Devita Ni'matus Sholihah

NIM. 113511041

Kepala Sekolah

SMP Negeri 18 Semarang



Aloysius Kristiyanto, S. Pd., M.Pd.

NIP. 19690516 199412 1 002

Lembar Kerja Siswa

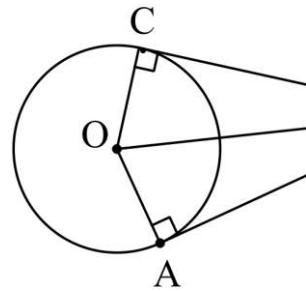
Isilah titik berikut untuk menemukan pengertian, sifat dan panjang garis singgung linakaran.

1. Layang-layang garis singgung
 - a. Perhatikan lingkaran dan titik P
 - b. Buatlah garis singgung yang melewati garis PQ dan PR
 - c. Hubungkan titik O dengan titik Q, Titik O dengan titik R dan titik O dengan P
 - d. Segi empat OPQR merupakan layang-layang garis singgung.

Contoh soal.

Perhatikan gambar disamping! Diketahui panjang $OC = 5$ cm, dan $OB = 13$ cm, tentukan

- a. Panjang BC dan AB
- b. L $\triangle OBC$ dan L $\triangle OAB$
- c. L layang-layang $OABC$ dan
- d. Panjang busur AC



Penyelesaian

- a. Mencari BC

$$OB^2 = BC^2 + OC^2$$

$$BC^2 = \dots$$

$$BC = \dots$$

- Mencari AB

$$OB^2 = AO^2 + AB^2$$

$$AB^2 = \dots$$

b. Mencari $L \Delta OBC$

Mencari L

ΔOAB

$$L \Delta OBC = \frac{1}{2} \times a \times t$$

$$L \Delta OBC = \frac{1}{2} \times a \times t$$

$$L \Delta OBC = \frac{1}{2} \times CB \times OC$$

$$L \Delta OBC = \dots$$

$$L \Delta OBC = \dots$$

$$L \Delta OBC = \dots$$

$$L \Delta OBC = \dots$$

$$L \Delta OBC = \dots$$

c. Mencari Luas layang-layang $OABC$
busur AC

$$L OABC = L \Delta OBC + L \Delta OBC$$

$$L OABC = \dots$$

$$L OABC = \dots$$

d. Mencari Panjang

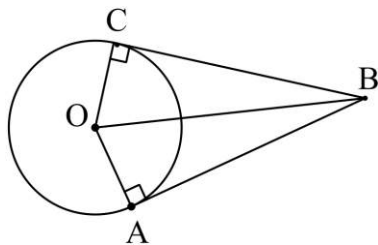
$$L OABC = \frac{d_1 \times \dots}{2}$$

$$\dots = \frac{AC \times \dots}{2}$$

$$AC = \dots$$

Ingatlah rumus luas
layang-layang!

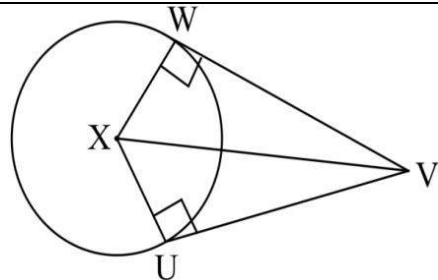
Kartu Soal



Diketahui lingkaran yang berpusat di

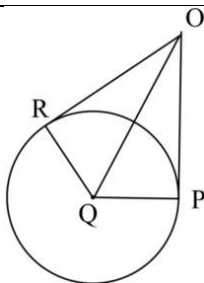
titik O dan titik P di luar lingkaran. Titik A dan B terletak di keliling lingkaran. Garis PA dan PB adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $OA = 9$ cm dan $OP = 15$ cm, hitunglah:

- Luas segitiga OAP
- Luas layang-layang OAP



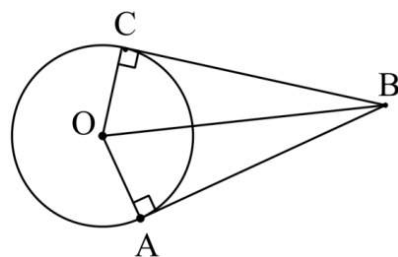
Diketahui lingkaran yang berpusat di titik X dan titik V di luar lingkaran. Titik U dan W terletak di keliling lingkaran. Garis VW dan UV adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $UX = 2$ cm dan $VX = 7$ cm, hitunglah:

- Panjang UV
- Luas segitiga XUV
- Luas layang-layang UVWX



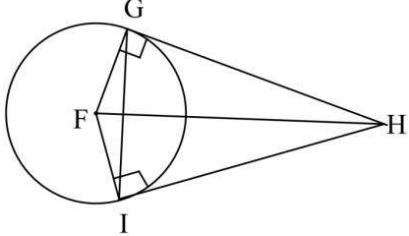
Diketahui lingkaran yang berpusat di titik Q dan titik O di luar lingkaran. Titik P dan R terletak di

keliling lingkaran. Garis OR dan OP adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $QR = 5$ cm dan $OQ = \sqrt{41}$ cm, hitunglah:



Perhatikan gambar disamping! Diketahui panjang $OC = 4$ cm, dan $OB = 12$ cm, tentukan:

- Panjang BC

<p>a. Panjang OP</p> <p>b. Luas segitiga OPQ</p> <p>c. Luas layang-layang OPQR</p>	<p>b. $L \triangle OBC$</p> <p>c. L layang-layang $OABC$ dan</p> <p>d. Panjang busur AC</p>
 <p>Diketahui lingkaran yang berpusat di titik F dan titik H di luar lingkaran. Titik G dan I terletak di keliling lingkaran. Garis GH dan HI adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $FG = 3$ cm dan $FH = 5$ cm, hitunglah:</p> <p>a. Panjang GH</p> <p>b. Luas segitiga FGH</p> <p>c. Luas layang-layang OPQR</p>	

Kartu Jawaban

12 cm	54 cm ²
108 cm ²	6 cm
$3\sqrt{13}$ cm ²	$6\sqrt{13}$ cm ²

4 cm	10 cm^2
20 cm^2	$6\sqrt{13} \text{ cm}^2$
12 cm	30 cm^2
60 cm^2	$\frac{120}{13} \text{ cm}$
4 cm	6 cm^2
12 cm^2	$6\sqrt{13} \text{ cm}^2$
12 cm	54 cm^2
108 cm^2	6 cm
$3\sqrt{13} \text{ cm}^2$	$6\sqrt{13} \text{ cm}^2$
4 cm	10 cm^2
20 cm^2	

LAMPIRAN 22

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Nama Sekolah : SMP Negeri 18 Semarang

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : VIII/2

Tahun Pelajaran: 2014/2015

Alokasi Waktu : 8 JPL (4 x 40 menit)

Standar Kompetensi : 4. Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya

Kompetensi Dasar : 4.4 Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran

Indikator :

- 4.4.1 Menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran (**kedisiplinan, peduli sosial, ingin tahu,kritis**)
- 4.4.2 Menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran (**kreatif, inovatif dan ingin tahu**)
- 4.4.3 Menentukan layang-layang garis singgung (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)
- 4.4.4 Menjelaskan kedudukan dua lingkaran (**peduli sosial, kedisiplinan, ingin tahu, inovatif**)
- 4.4.5 Menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran (**kreatif, inovatif,ingin tahu**)
- 4.4.6 Menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)

- 4.4.7 Menentukan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran (**kerja sama, disiplin, kreatif dan ingin tahu**)

PERTEMUAN KE-3 (Alokasi waktu 2 x 40 menit)

Indikator 4.4.4 dan 4.4.5

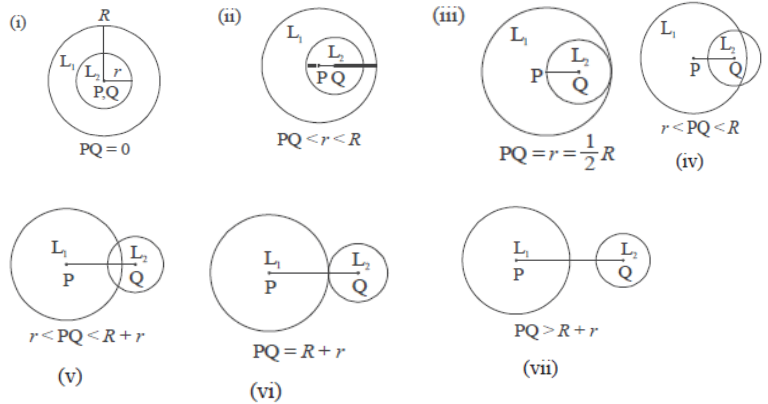
I. Tujuan Pembelajaran

1. Dengan menggunakan model pembelajaran *Index Card Match* peserta didik dapat membuktikan dan menjelaskan tentang materi kedudukan dua lingkaran dengan tepat (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)
2. Dengan menggunakan model pembelajaran *Index Card Match* peserta didik dapat menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran dengan benar (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)

II. Materi Ajar:

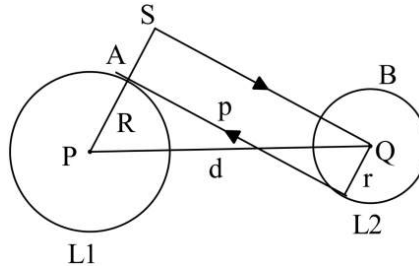
a. Kedudukan Dua Lingkaran

Jika terdapat dua lingkaran masing-masing lingkaran L_1 berpusat di P dengan jari-jari R dan lingkaran L_2 berpusat di Q dengan jari-jari r di mana $R > r$ maka terdapat beberapa kedudukan lingkaran sebagai berikut.



- (i). L2 terletak di dalam L1 dengan P dan Q berimpit, sehingga panjang $PQ = 0$. Dalam hal ini dikatakan L2 terletak di dalam L1 dan *konsentris* (setitik pusat).
- (ii). L2 terletak di dalam L1 dan $PQ < r < R$. Dalam hal ini dikatakan L2 terletak di dalam L1 dan *tidak konsentris*.
- (iii). L2 terletak di dalam L1 dan $PQ = r = 0,5 R$, sehingga L1 dan L2 *bersinggungan di dalam*.
- (iv). L1 *berpotongan* dengan L2 dan $r < PQ < R$.
- (v). L1 *berpotongan* dengan L2 dan $r < PQ < R + r$.
- (vi). L1 terletak di luar L2 dan $PQ = R + r$, sehingga L1 dan L2 *bersinggungan di luar*.
- (vii). L1 terletak di luar L2 dan $PQ > R + r$, sehingga L1 dan L2 *saling terpisah*.

b. Panjang Garis Singgung Dalam Persekutuan Dua Lingkaran



Jari-jari lingkaran yang berpusat di P = R;

Jari-jari lingkaran yang berpusat di Q = r;

Panjang garis singgung persekutuan dalam adalah $AB = PGSPD = p$.

Jarak titik pusat kedua lingkaran adalah $PQ = d$.

Jika garis AB digeser sejajar ke atas sejauh BQ maka diperoleh garis SQ.

Garis SQ sejajar AB, sehingga $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$ (sehadap).

Perhatikan segi empat ABQS.

Garis $AB \parallel SQ$, $AS \parallel BQ$, dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$.

Jadi, segi empat ABQS merupakan persegi panjang dengan panjang $AB = PGSPD$ dan lebar $BQ = r$.

Perhatikan bahwa ΔPQS siku-siku di titik S. Dengan menggunakan teorema Pythagoras diperoleh

$$QS^2 = PQ^2 - PS^2$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - PS^2}$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - (R + r)^2}$$

Karena panjang $QS = AB$, maka rumus panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran (PGSPD) dengan jarak kedua titik pusat p , jari-jari lingkaran besar R , dan jari-jari lingkaran kecil r adalah

$$PGSPD = p = \sqrt{d^2 - (R + r)^2}$$

III. Metode Pembelajaran: *Index Card Match*

IV. Langkah-langkah Pembelajaran

No.	Kegiatan Pembelajaran	Pengorganisasian	
		Peserta didik	Waktu
	Kegiatan Awal		
1.	Guru memasuki kelas tepat waktu dan mengucapkan salam. Kemudian peserta didik diminta berdoa sebelum pembelajaran dimulai (karakter religious dan disiplin).	K	2 menit
2.	Membahas soal tugas rumah. Guru mengulas kembali pelajaran tentang pengertian	K	5 menit

¹ Dewi Nuharini dan Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya: untuk SMP/MTs Kelas VIII*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, 2008), hlm. 177-180.

	garis singgung lingkaran.		
3.	Apabila materi ini dikuasai dengan baik, maka akan membantu siswa pada materi berikutnya.	K	2 menit
4.	Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yaitu agar siswa dapat menentukan kedudukan dua lingkaran, dan dapat menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran.	K	1 menit
	Kegiatan inti		
	Eksplorasi:		
5.	Peserta didik membentuk kelompok 4 orang.	G	1 menit
6.	Guru membagikan lembar kerja yang telah disiapkan.	G	1 menit
7.	Guru menjelaskan tugas peserta didik dalam berdiskusi.	G	2 menit
	Elaborasi		
8.	Peserta didik bekerja dengan anggota yang lain untuk mengisi lembar kerja.	P	10 menit
9.	Guru mendorong siswa untuk	G	

	aktif dalam mengerjakan lembar kerja yang di berikan tentang menentukan kedudukan dua lingkaran dan menentukan panjang garis persekutuan luar lingkaran.		
10.	Guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil yang diperoleh ketika berdiskusi	K	10 menit
11.	Kelompok yang lain memperhatikan dan diberi kesempatan untuk bertanya dan berpendapat terhadap hasil pekerjaan yang sedang dipresentasikan.	K	
12.	Guru sebagai moderator, fasilitator dalam pelaksanaan diskusi kelas agar tetap berjalan.	G	
13.	Guru mengonfirmasi jawaban dari peserta didik.	G	
14.	Guru memberi kartu yang beri soal dan jawaban. Kemudian menjelaskan cara kerjanya.	G	
15.	Siswa mencari soal atau	G	8 menit

	jawaban dari kartu yang di perolehnya. Kemudian untuk siswa yang sudah mendapatkan pasangannya langsung duduk bersebelahan.		
16.	Guru mencocokkan jawaban siswa	K	13 menit
	Konfirmasi:		
17.	Peserta didik kembali ke tempat duduk masing-masing.	K	2 menit
18.	Guru bertanya kepada siswa secara acak tentang menentukan kedudukan dua lingkaran dan menentukan panjang garis persekutuan luar lingkaran	K	4 menit
19.	Guru memberikan soal pada peserta didik. Saat mengerjakan kuis peserta didik tidak diperbolehkan bekerja sama dengan teman yang lain.	I	10 menit
20.	Lembar jawab dikumpulkan kepada guru untuk diberikan penilaian.	I	1 menit
	Kegiatan Akhir:		
21.	Guru berpesan kepada peserta	K	2 menit

	didik untuk mempelajari cara menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dan menentukan panjang sabuk lilitan lingkaran.		
22.	Guru memberi tugas rumah.	I	3 menit
23.	Guru bersama peserta didik mengucapkan syukur kepada Allah SWT atas segala karunia-Nya serta menyuruh peserta didiknya berdoa sebelum proses pembelajarannya ditutup.	K	1 menit
24.	Guru mengucapkan salam dan meninggalkan kelas tepat waktu.	K	1 menit
Jumlah Waktu			80 menit

Keterangan : I: Individu ; G: Grup; K: Klasikal

V. Bahan Ajar: Buku paket MTK BSE kelas VIII SMP dan lembar kerja (terlampir)

VI. Penilaian

1. Prosedur Tes

- Tes awal : -
- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : ada

2. Jenis Tes

- Tes awal : -
- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : tertulis

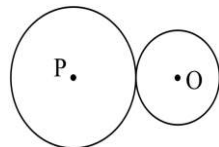
3. Alat Tes

- Tes awal : -
- Tes proses :

No.	Indikator	Nilai
1.	Kekompakan kelompok	
2.	Keaktifan mengemukakan pendapat	
3.	Keaktifan bertanya	
4.	Pemahaman	

- Tes akhir:

1. Perhatikan gambar disamping, apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!



2. Diketahui dua buah lingkaran A dan B, panjang jari-jari lingkaran A = 5 cm sedangkan panjang jari-jari lingkaran B adalah 4. Jarak titik pusat kedua lingkaran tersebut adalah 15. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan dalamnya!

Jawaban dan Penskoran

1. Bersinggungan (skor 5)

Karena jumlah jari-jari kedua lingkaran sama dengan jarak kedua titik pusat lingkaran. (skor 5)

2. Diketahui:

$$R = 5 \text{ cm}, r = 4 \text{ cm}, d = 15$$

Ditanya:

$$\text{PGSPD} = \dots?$$

Jawab

$$\text{PGSPD} = \sqrt{d^2 - (R + r)^2} \quad (\text{skor 5})$$

$$= \sqrt{15^2 - (5 + 4)^2}$$

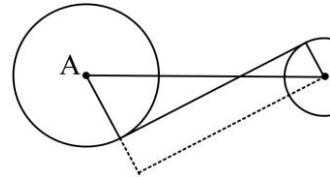
$$= \sqrt{225 - 81}$$

$$= \sqrt{144}$$

$$= 12 \quad (\text{skor 5})$$

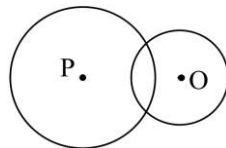
Jadi panjang garis singgung persekutuan dalamnya adalah 12 cm

$$\text{Nilai} = \frac{\text{Jumlah skor}}{20} \times 100$$



4. Tugas Rumah

- a. Perhatikan gambar disamping, apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!

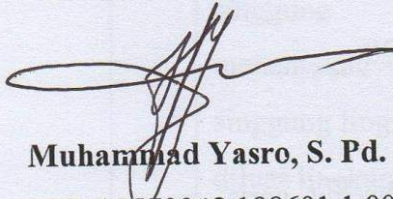


- b. Panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran adalah 24 cm dan jarak kedua pusatnya adalah 26 cm. Jika panjang salah satu jari-jari lingkaran 6 cm, hitunglah panjang jari-jari lingkaran yang lain!

Semarang, 3 Februari 2015

Mengetahui,

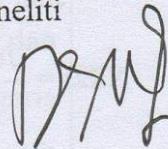
Guru Kelas VIII



Muhammad Yasro, S. Pd.

NIP. 19570302 198601 1 003

Peneliti



Devita Ni'matus Sholihah

NIM. 113511041

Kepala Sekolah

SMP Negeri 18 Semarang

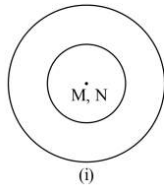


Aloysius Kristiyanto, S. Pd., M.Pd.

NIP. 19690516 199412 1 002

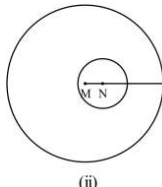
LEMBAR KERJA SISWA

A. Kedudukan Dua Lingkaran



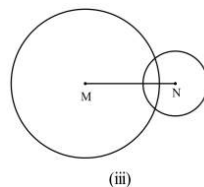
(i)

Konsentris



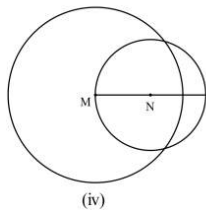
(ii)

tidak konsentris



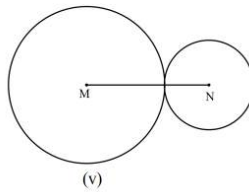
(iii)

berpotongan



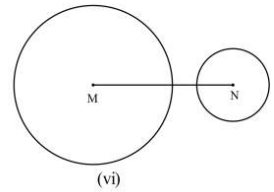
(iv)

berpotongan



(v)

bersinggungan



(vi)

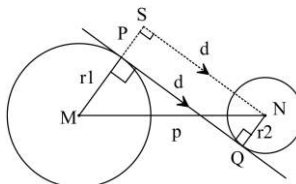
saling terpisah

Berdasarkan gambar di atas, tunjukkan gambar yang menyatakan kedudukan dua lingkaran berikut:

1. Tulislah hubungan antara panjang garis pusat (MN) dan jari-jari masing-masing lingkaran (r_1 dan r_2). Contoh: pada gambar (ii), $MN < r_1$ dan $MN < r_2$
2. Adakah bentuk kedudukan lain yang dapat kalian buat?
Jika ada, gambarkan dan tuliskan hubungan MN dan jari-jarinya!

B. Panjang Garis Singgung Persekutuan Dalam Lingkaran

Pada gambar berikut, PQ merupakan *garis singgung lingkaran dalam* lingkaran yang berpusat di M dan di N .



Dari gambar di atas di peroleh:

Jari-jari lingkaran yang berpusat di M adalah $MP = r_1$,

Jari-jari lingkaran yang berpusat di N adalah $NQ = r_2$,

Panjang garis singgung persekutuan dalam adalah $PQ = d$, dan panjang garis pusat (sentral) adalah $MN = p$.

PQ sejajar dengan SN, maka:

$$\angle PSN = \angle \dots\dots\dots = \dots\dots\dots^\circ$$

Perhatikan segi empat PQNS!

$PQ \parallel SN$, $PS \parallel QN$, dan $\angle PSN = 90^\circ$, maka:

$$\angle SPQ = \angle \dots\dots\dots = \angle \dots\dots\dots = \dots\dots\dots^\circ$$

Jadi, segi empat PQNS merupakan bangun

Maka $PQ = \dots\dots\dots = d$ dan $PS = \dots\dots\dots = r_2$.

Segitiga MSN siku-siku di S.

Gunakan teorema pythagoras untuk menunjukkan bahwa:

$$PQ^2 = MN^2 - (MP + PS)^2 \text{ atau } d^2 = p^2 - (r_1 + r_2)^2$$

Berdasarkan hasil kegiatan di atas, dapat di simpulkan sebagai berikut:

Panjang **garis singgung persekutuan dalam** dua lingkaran ditunjukkan dengan:

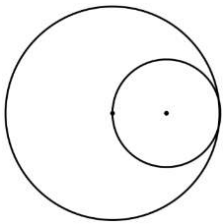
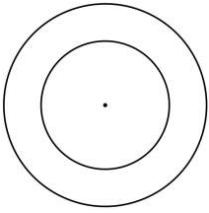
$$d^2 = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$$

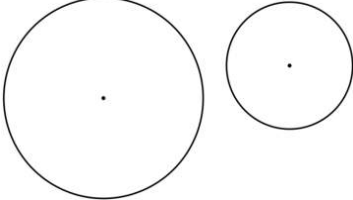
d = panjang garis singgung persekutuan dalam

p = jarak pusat lingkaran pertama dan lingkaran kedua

r_1, r_2 = jari-jari lingkaran pertama dan lingkaran kedua

Soal-soal

 <p>Perhatikan gambar disamping, apakah kedua lingkaran tersebut konsentris, tidak konsentris, berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!</p>	 <p>Perhatikan gambar disamping, apakah kedua lingkaran tersebut konsentris, tidak konsentris, berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!</p>
<p>Diketahui dua buah lingkaran, lingkaran pertama mempunyai jari-jari $R = 5$ cm, dan dan lingkaran kedua mempunyai jari-jari $r = 3$ cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 10 cm. Apakah kedua lingkaran tersebut konsentris, tidak konsentris, berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!</p>	<p>Diketahui dua buah lingkaran, lingkaran pertama mempunyai jari-jari $R = 7$ cm, dan dan lingkaran kedua mempunyai jari-jari $r = 5$ cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 12 cm. Apakah kedua lingkaran tersebut konsentris, tidak konsentris, berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!</p>
<p>Diketahui dua buah lingkaran, lingkaran pertama mempunyai jari-jari $R = 10$ cm, dan lingkaran kedua mempunyai jari-jari $r = 5$ cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 5 cm. Apakah kedua lingkaran</p>	<p>Diketahui dua buah lingkaran A dan B, panjang jari-jari lingkaran A = 7 cm sedangkan panjang jari-jari lingkaran B adalah 3 cm. Jarak titik pusat kedua lingkaran tersebut adalah 14. Hitunglah panjang garis</p>

<p>tersebut konsentris, tidak konsentris, berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!</p>	<p>singgung persekutuan dalamnya!</p>
<p>Diketahui lingkaran yang berpusat di titik O dan titik P di luar lingkaran. Titik A dan B terletak di keliling lingkaran. Garis PA dan PB adalah garis singgung lingkaran. Jika panjang $OA = 9$ cm dan $OP = 15$ cm, hitunglah:</p> <ol style="list-style-type: none"> Luas segitiga OAP Luas layang-layang OAPB 	<p>Perhatikan gambar disamping, apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!</p> 
<p>Panjang jari-jari dua lingkaran masing-masing adalah 12 cm dan 5 cm. Jarak kedua titik pusatnya adalah 24 cm. Hitunglah panjang garis singgung persekutuan dalam!</p>	<p>Diketahui dua lingkaran dengan jari-jari 14 cm dan 4 cm. Tentukan panjang garis singgung persekutuan dalam kedua lingkaran tersebut jika jarak antara kedua titik pusatnya adalah 30 cm!</p>
<p>Panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran adalah 15 cm dan kedua titik pusatnya terpisah sejauh 17 cm. Jika panjang jari-jari salah satu lingkaran adalah 3 cm, tentukan panjang jari-jari lingkaran yang lain!</p>	

Jawaban

Saling terpisah	Bersinggungan dalam, karena L2 terletak di dalam L1 dan $PQ = r = 0,5 R$
Konsentris, karena L2 terletak di dalam L1 dengan P dan Q berimpit, sehingga panjang $PQ = 0$	Saling terpisah, karena $(r_1+r_2) <$ jarak titik pusat
Bersinggungan, karena $(r_1+r_2) =$ jarak titik pusat	Berpotongan, karena $(r_1+r_2) >$ jarak titik pusat
$\sqrt{96}$ cm	5 cm
$\sqrt{287}$ cm	24 cm
2 cm	Bersinggungan dalam, karena L2 terletak di dalam L1 dan $PQ = r = 0,5 R$
Konsentris, karena L2 terletak di dalam L1 dengan P dan Q berimpit, sehingga panjang $PQ = 0$	Saling terpisah, karena $(r_1+r_2) <$ jarak titik pusat

Bersinggungan, karena $(r_1+r_2) =$ jarak titik pusat	Berpotongan, karena $(r_1+r_2) >$ jarak titik pusat
$\sqrt{96}$ cm	5 cm
$\sqrt{287}$ cm	24 cm
2 cm	

LAMPIRAN 23

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

- Nama Sekolah : SMP Negeri 18 Semarang
- Mata Pelajaran : Matematika
- Kelas/Semester : VIII/2
- Tahun Pelajaran : 2014/2015
- Alokasi Waktu : 8 JPL (4 x 40 menit)
- Standar Kompetensi : 4. Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya
- Kompetensi Dasar : 4.4 Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran
- Indikator :
- 4.4.1 Menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran (**kedisiplinan, peduli sosial, ingin tahu,kritis**)
 - 4.4.2 Menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran (**kreatif, inovatif dan ingin tahu**)
 - 4.4.3 Menentukan layang-layang garis singgung (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)
 - 4.4.4 Menjelaskan kedudukan dua lingkaran (**peduli sosial, kedisiplinan, ingin tahu, inovatif**)
 - 4.4.5 Menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran (**kreatif, inovatif,ingin tahu**)
 - 4.4.6 Menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)

- 4.4.7 Menentukan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran (**kerja sama, disiplin, kreatif dan ingin tahu**)

PERTEMUAN KE-4 (Alokasi waktu 2 x 40 menit)

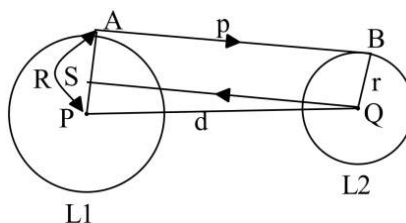
Indikator 4.4.6 dan 4.4.7

I. Tujuan Pembelajaran

1. Dengan menggunakan model pembelajaran *Index Card Match* peserta didik dapat menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran dengan dengan tepat (**kreatif, inovatif, ingin tahu**)
2. Dengan menggunakan model pembelajaran *Index Card Match* peserta didik dapat menentukan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran (**kreatif dan ingin tahu**)

II. Materi Ajar

- a. **Panjang Garis Singgung Luar Persekutuan Luar Dua Lingkaran**



Jari-jari lingkaran yang berpusat di $P = R$;

Jari-jari lingkaran yang berpusat di Q = r ;

panjang garis singgung persekutuan luar adalah $AB =$
 $PGSPL = p$;

jarak titik pusat kedua lingkaran adalah $PQ = d$.

Jika garis AB kita geser sejajar ke bawah sejauh BQ maka diperoleh garis SQ.

Garis AB sejajar SQ, sehingga $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$
(sehadap).

Perhatikan segi empat ABQS.

Garis $AB \parallel SQ$, $AS \parallel BQ$, dan $\angle PSQ = \angle PAB = 90^\circ$.

ΔPQS siku-siku di S, sehingga berlaku

$$QS^2 = PQ^2 - PS^2$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - PS^2}$$

$$QS = \sqrt{PQ^2 - (R - r)^2}$$

Karena $QS = AB = d$, maka rumus panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran ($PGSPL/p$) dengan jarak kedua titik pusat p , jari-jari lingkaran besar R , dan jari-jari lingkaran kecil r adalah

$$PGSPL = p = \sqrt{d^2 - (R - r)^2}$$

b. Menentukan Panjang Sabuk Lilitan Minimal Yang Menghubungkan Dua Lingkaran

Untuk menghitung panjang lilitan, maka perlu diingat rumus panjang busur lingkaran yaitu =
 $\frac{\text{sudut pusat}}{360^\circ} \times \text{keliling lingkaran}$

Dengan memahami materi ini siswa diharapkan mampu menghitung garis singgung persekutuan dua lingkaran dan dapat menghitung panjang lilitan.¹

III. Metode Pembelajaran: *Index Card Match*

IV. Langkah-langkah Pembelajaran

No.	Kegiatan Pembelajaran	Pengorganisasian	
		Peserta didik	Waktu
	Kegiatan Awal		
1.	Guru memasuki kelas tepat waktu dan mengucapkan salam. Kemudian peserta didik diminta berdoa sebelum pembelajaran dimulai (karakter religious dan disiplin).	K	2 menit
2.	Membahas soal tugas rumah. Guru mengulas kembali pelajaran tentang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran.	K	5 menit

¹ Dewi Nuharini dan Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya: untuk SMP/MTs Kelas VIII*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, 2008), hlm. 182-186.

3.	Apabila materi ini dikuasai dengan baik, maka akan membantu siswa pada materi berikutnya.	K	2 menit
4.	Guru menyampaikan tujuan pembelajaran yaitu agar siswa dapat menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dan menentukan panjang sabuk lilitan lingkaran.	K	1 menit
	Kegiatan inti		
	Eksplorasi:		
5.	Peserta didik membentuk kelompok 4 orang.		1 menit
6.	Guru membagikan lembar kerja yang telah disiapkan.	G	1 menit
7.	Guru menjelaskan tugas peserta didik dalam berdiskusi.	G	2 menit
	Elaborasi		
8.	Peserta didik bekerja dengan anggota yang lain untuk mengisi lembar kerja.	P	10 menit
9.	Guru mendorong siswa untuk aktif dalam mengerjakan lembar kerja yang di berikan tentang	G	

	menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dan menentukan panjang sabuk lilitan lingkaran		
10.	Guru meminta beberapa perwakilan kelompok untuk mempresentasikan hasil yang diperoleh ketika berdiskusi	K	10 menit
11.	Kelompok yang lain memperhatikan dan diberi kesempatan untuk bertanya dan berpendapat terhadap hasil pekerjaan yang sedang dipresentasikan.	K	
12.	Guru sebagai moderator, fasilitator dalam pelaksanaan diskusi kelas agar tetap berjalan.	G	
13.	Guru mengonfirmasi jawaban dari peserta didik.	G	
14.	Guru memberi kartu yang berisi soal dan jawaban. Kemudian menjelaskan cara kerjanya.	G	1 menit
15.	Siswa mencari soal atau jawaban dari kartu yang diperolehnya. Kemudian untuk	G	8 menit

	siswa yang sudah mendapatkan pasangannya langsung duduk bersebelahan.		
16.	Guru mencocokkan jawaban siswa	K	13 menit
	Konfirmasi:		
17.	Peserta didik kembali ke tempat duduk masing-masing.	K	2 menit
18.	Guru bertanya kepada siswa secara acak tentang menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dan menentukan panjang sabuk lilitan lingkaran	K	4 menit
19.	Guru memberikan soal pada peserta didik. Saat mengerjakan kuis peserta didik tidak diperbolehkan bekerja sama dengan teman yang lain.	I	10 menit
20.	Lembar jawab dikumpulkan kepada guru untuk diberikan penilaian.	I	1 menit
	Kegiatan Akhir:		
21.	Guru berpesan kepada peserta didik untuk mempelajari materi	K	2 menit

	tentang garis singgung karena pertemuan selanjutnya akan diadakan ulangan harian.		
22.	Guru memberi tugas rumah.	I	3 menit
23.	Guru bersama peserta didik mengucapkan syukur kepada Allah SWT atas segala karunia-Nya serta menyuruh peserta didiknya berdoa sebelum proses pembelajarannya ditutup.	K	1 menit
24.	Guru mengucapkan salam dan meninggalkan kelas tepat waktu.	K	1 menit
Jumlah Waktu			80 menit

Keterangan : I: Individu ; G: Grup; K: klasikal

V. Bahan Ajar: Buku paket MTK bse kelas VIII SMP dan lembar kerja (terlampir)

VI. Penilaian

1. Prosedur Tes

- Tes awal : -
- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : ada

2. Jenis Tes

- Tes awal : pengamatan

- Tes proses : pengamatan
- Tes akhir : tertulis

3. Alat Tes

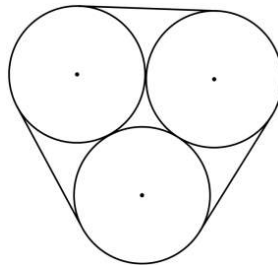
- Tes awal : -
- Tes proses :

No.	Indikator	Nilai
1.	Kekompakan kelompok	
2.	Keaktifan mengemukakan pendapat	
3.	Keaktifan bertanya	
4.	Pemahaman	

- Tes akhir:

1. Panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran adalah 12 cm. jarak kedua pusat lingkaran tersebut 13 cm. jika panjang salah satu jari-jari lingkaran 3,5 cm. hitunglah panjang jari-jari lingkaran yang lain!

2.



Di samping menunjukkan penampang tiga buah pipa air berbentuk lingkaran masing-

masing berjari-jari 7 cm dan diikat menjadi satu. Hitunglah panjang sabuk lilitan minimal yang diperlukan untuk mengikat tiga pipa tersebut!

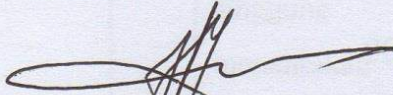
4. Tugas Rumah

Mempelajari semua materi tentang garis singgung lingkaran.

Semarang, 4 Februari 2015

Mengetahui,

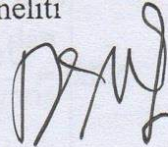
Guru Kelas VIII



Muhammad Yasro, S. Pd.

NIP. 19570302 198601 1 003

Peneliti



Devita Ni'matus Sholihah

NIM. 113511041

Kepala Sekolah

SMP Negeri 18 Semarang



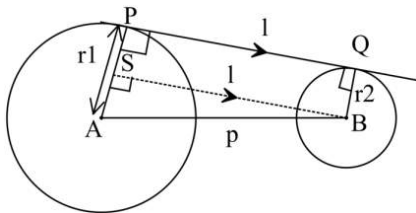
Aloysius Kristiyanto, S. Pd., M.Pd.

NIP. 19690516 199412 1 002

LEMBAR KERJA SISWA

A. Panjang Garis Singgung Persekutuan Luar Dua Lingkaran

Pada gambar berikut, PQ merupakan *garis singgung lingkaran luar* dari lingkaran yang berpusat di A dan di B.



Dari gambar di samping di peroleh:

Jari-jari lingkaran yang berpusat di A adalah $MP = r_1$,

Jari-jari lingkaran yang berpusat di B adalah $NQ = r_2$,

Panjang garis singgung persekutuan luar adalah $PQ = l$, dan panjang garis pusat (sentral) adalah $AB = p$.

SB sejajar dengan PQ, maka:

$$\angle ASB = \angle \dots\dots\dots = \dots\dots\dots^\circ$$

Perhatikan segi empat PQNS!

$PQ \parallel SB$, $SP \parallel BQ$, dan $\angle SPQ = 90^\circ$, maka:

$$\angle SPQ = \angle \dots\dots\dots = \angle \dots\dots\dots = \dots\dots\dots^\circ$$

Jadi, segi empat SBQP merupakan bangun

Sebagaimana sifat yang dimiliki persegi panjang, maka $SP = \dots\dots\dots = r_2$ dan

$$PQ = \dots\dots\dots = l.$$

Segitiga ASB siku-siku di S.

Gunakan teorema pythagoras untuk menunjukkan bahwa:

$$PQ^2 = MN^2 - (MP - PS)^2 \text{ atau } d^2 = p^2 - (r_1 - r_2)^2, \text{ untuk } r_1 > r_2$$

Berdasarkan hasil kegiatan di atas, dapat di simpulkan sebagai berikut:

Panjang **garis singgung persekutuan luar** dua lingkaran ditunjukkan dengan:

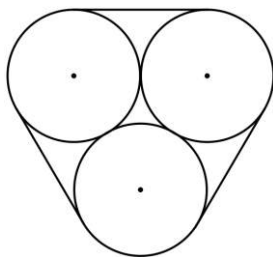
$$l^2 = \dots\dots\dots - \dots\dots\dots \text{ di mana } r_1 > r_2$$

l = panjang garis singgung persekutuan luar

p = jarak pusat lingkaran pertama dan lingkaran kedua

r_1, r_2 = jari-jari lingkaran pertama dan lingkaran kedua

B. Menentukan Panjang Sabuk Lilitan Minimal pada Dua Lingkaran



Gambar di samping menunjukkan penampang tiga buah pipa air berbentuk lingkaran yang masing-masing berjari-jari 7 cm dan diikat menjadi satu. Hitunglah panjang sabuk lilitan minimal yang

diperlukan untuk mengikat tiga pipa tersebut!

Penyelesaian:

Hubungkan titik pusat ketiga lingkaran dan titik pusat dengan tali yang melingkarinya. Sehingga di peroleh:

Panjang DE = = = = = = 2 x jari-jari = cm

$$\angle ABC = \angle \dots\dots = \angle \dots\dots = 60^\circ$$

$$\angle CBF = \angle \dots\dots = 90^\circ \text{ (siku-siku);}$$

$$\angle FBE = \angle \dots\dots = \angle \dots\dots = 360^\circ - (\dots\dots + \dots\dots + \dots\dots) = 120^\circ$$

Ingat kembali materi sebelumnya mengenai lingkaran, bahwa

$$\text{panjang busur lingkaran} = \frac{\text{sudut pusat}}{360^\circ} \times \text{keliling lingkaran},$$

sehingga di peroleh:

$$\text{Panjang EF} = \text{panjang} \dots\dots = \text{panjang} \dots\dots$$

$$= \frac{\dots\dots}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times \dots\dots$$

$$= \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$$

$$= \dots\dots \text{ cm}$$

Panjang sabuk lilitan minimal

$$= DE + \dots\dots + \dots\dots + \text{panjang EF} + \text{panjang} \dots\dots + \text{panjang} \dots\dots$$

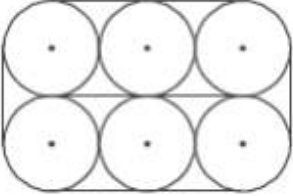
$$= (3 \times \text{panjang} \dots\dots) + (3 \times \text{panjang} \dots\dots)$$

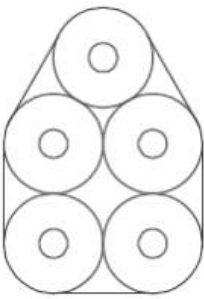
$$= (3 \times \dots\dots) + (3 \times \dots\dots)$$

$$= \dots\dots + \dots\dots$$

$$= \dots\dots \text{ cm}$$

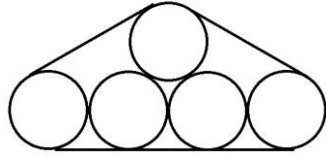
Soal-soal

<p>Panjang jari-jari dua lingkaran adalah 11 cm dan 2 cm. Jika panjang garis singgung persekutuan luarnya 12 cm maka tentukan jarak kedua pusat lingkaran!</p>	<p>Dua lingkaran masing-masing berjari-jari 15 cm dan 8 cm. Jarak terdekat kedua sisi lingkaran adalah 2 cm. Tentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran tersebut!</p>
<p>Panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran adalah 12 cm dan jarak kedua pusatnya 13 cm. Panjang salah satu jari-jari lingkaran 8 cm. Hitunglah panjang jari-jari yang lainnya!</p>	<p>Panjang jari-jari dua lingkaran adalah 29 cm dan 14 cm. Panjang garis singgung persekutuan luarnya 36 cm. Hitung jarak pusat kedua lingkarannya!</p>
<p>Diketahui dua lingkaran dengan pusat P dan Q, jarak $PQ = 26$ cm, panjang jari-jari lingkaran masing-masing 12 cm dan 2 cm. Hitung panjang garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran!</p>	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Gambar di bawah adalah penampang enam buah kaleng yang berbentuk tabung dengan jari-jari 10 cm. Hitunglah panjang tali minimal yang diperlukan untuk mengikat enam buah kaleng tersebut.</p> </div> </div>



Lima buah pipa air disusun seperti pada gambar di bawah.

Hitunglah panjang tali yang digunakan untuk melilitkan pipa-pipa tersebut jika jari-jari pipa 3 cm.



Perhatikan gambar di bawah ini. Jika diameter

pipa 14 cm, hitung panjang tali minimum untuk mengikat kelima pipa tersebut.

Jawaban

15 cm	13 cm
12 cm	11 cm
24 cm	23 cm
22 cm	21 cm
3 cm	4 cm
5 cm	6 cm
39 cm	38 cm
37 cm	36 cm
24 cm	25 cm

26 cm	27 cm
182,8 cm	183,5 cm
186,5 cm	184,8 cm
48,84 cm	49,4 cm
50,6 cm	51,84 cm
$\sqrt{588}$ cm	$\sqrt{589}$ cm
$\sqrt{590}$ cm	$\sqrt{592}$ cm

Lampiran 24

KISI-KISI SOAL UJI COBA INSTRUMEN

Nama Sekolah : SMP Negeri 18 Semarang

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/semester : IX/2

Alokasi Waktu : 2 x 40 menit

Materi : Garis Singgung lingkaran

Standar Kompetensi : 4. Menentukan unsur, bagian lingkaran serta ukurannya

Kompetensi Dasar	Materi Pokok	Indikator	Tingkat an Ranah Kognitif	Nomor Soal
Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran	Garis Singgung lingkaran	4.4.1 Menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran	C1	1
			C2	2
		4.4.2 Menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran	C3	3
			C3	4
4.4.3 Menentukan	C4	5		

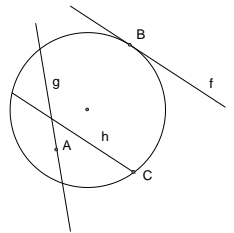
Kompetensi Dasar	Materi Pokok	Indikator	Tingkat an Ranah Kognitif	Nomor Soal
		layang-layang garis singgung	C4	6
		4.4.4 Menjelaskan kedudukan dua lingkaran	C5	7
			C5	8
		4.4.5 Menentukan panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran	C4	9
			C3	10
		4.4.6 Menentukan panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran	C4	11
			C3	12
		4.4.7 Menentukan panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan	C6	13
			C6	14

Kompetensi Dasar	Materi Pokok	Indikator	Tingkatan Ranah Kognitif	Nomor Soal
		dua lingkaran		

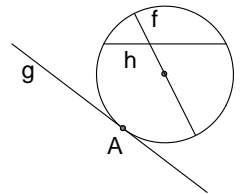
Lampiran 25

SOAL UJI COBA INSTRUMEN

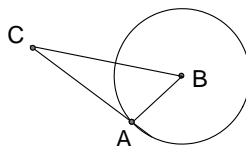
1. Dari gambar disamping, garis manakah yang termasuk dan tidak termasuk garis singgung lingkaran?



2. Dari gambar disamping, garis manakah yang merupakan garis singgung lingkaran? Berikan alasanmu!



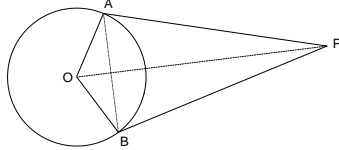
3. Perhatikan gambar dibawah ini!



Jika diketahui $CB = 10$ cm dan $AC = 8$ cm, berapakah panjang jari-jari lingkaran tersebut?

4. Diketahui sebuah lingkaran berpusat di titik O dengan jari-jari $OB = 5$ cm. Garis AB adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik A diluar lingkaran. Jika jarak $OA = 13$ cm, tentukan panjang garis singgung AB.

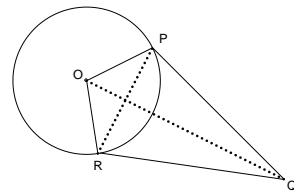
5.



Perhatikan gambar disamping. Dari titik P diluar lingkaran yang berpusat di titik O dibuat

garis singgung PA dan PB. Jika panjang $OA = 9$ cm dan $OP = 15$ cm, hitunglah:

- Panjang AP,
 - Luas ΔOAP dan
 - Luas layang-layang OAPB
6. Pada gambar diatas, garis PQ dan RQ adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik Q. Jika $OP = 10$ cm dan $OQ = 26$ cm. Tentukan luas layang-layang OPQR!

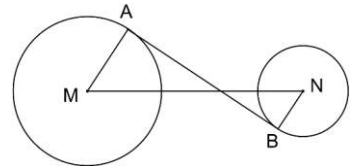


7. Diketahui dua buah lingkaran, lingkaran pertama mempunyai jari-jari $R = 5$ cm, dan dan lingkaran kedua mempunyai jari-jari $r = 3$ cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 10 cm. Apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!

8. Diketahui dua buah lingkaran, lingkaran pertama mempunyai jari-jari $R = 5$ cm, dan dan lingkaran kedua mempunyai jari-jari $r = 3$ cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 7 cm. Apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!
9. Panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran adalah 24 cm dan jarak kedua pusatnya adalah 26 cm. Jika panjang salah satu jari-jari lingkaran 6 cm, hitunglah panjang jari-jari lingkaran yang lain!

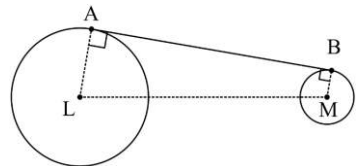
10. Perhatikan gambar disamping!

Diketahui panjang jari-jari $MA = 5$ cm, panjang jari-jari $NB = 4$ cm, dan panjang $MN = 15$ cm. Hitunglah panjang garis persekutuan dalamnya!

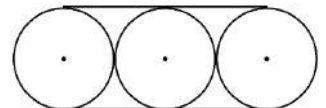


11. Panjang jari-jari dua lingkaran adalah 11 cm dan 2 cm. Jika panjang garis singgung persekutuan luarnya 12 cm maka tentukan jarak kedua pusat lingkaran!

12. Perhatikan gambar disamping! Jika diketahui $LM = 13$ cm, $MB = 3$ cm dan $AL = 8$ cm, tentukan panjang garis singgung AB .

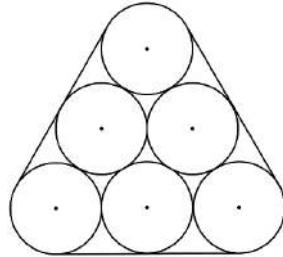


13. Gambar disamping adalah penampang tiga buah pipa air



yang berbentuk tabung dengan diameter 14 cm. Berapakah panjang tali minimal untuk mengikat tiga buah pipa dengan susunan tersebut?

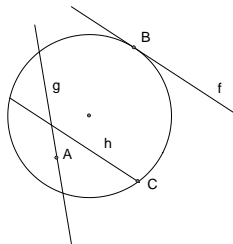
14. Gambar di samping adalah penampang enam buah drum yang berbentuk tabung dengan jari-jari 7 cm. Hitunglah panjang tali minimal yang diperlukan untuk mengikat enam buah drum tersebut!



Lampiran 26

KUNCI JAWABAN SOAL UJI COBA INSTRUMEN

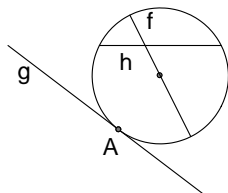
1. Diketahui gambar:



Yang merupakan garis singgung lingkaran adalah garis f. (skor 3)

Yang tidak merupakan garis singgung lingkaran adalah garis g dan h. (skor 7)

2. Diketahui gambar:



Yang merupakan garis singgung lingkaran adalah garis f. (skor 5)

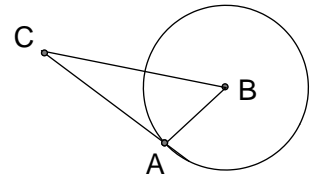
Karena garis tersebut memotong suatu lingkaran di titik A dan berpotongan tegak lurus dengan jari-jari di titik singgungnya. (skor 5)

3. Diketahui:

$$BC = 10 \text{ cm}$$

$$AC = 8 \text{ cm}$$

(skor 1)



Ditanya:

Berapakah panjang jari-jari lingkaran tersebut?

(skor 1)

Dijawab:

$$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$AB = \sqrt{10^2 - 8^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$AB = \sqrt{100 - 64}$$

$$AB = \sqrt{36}$$

$$AB = 6 \text{ cm} \quad (\text{skor 2})$$

Jadi panjang jari-jari lingkaran tersebut adalah 6 cm.

(skor 1)

4. Diketahui:

$$OB = 5 \text{ cm}$$

$$OA = 13 \text{ cm}$$

(skor 1)

Ditanya:

Berapa panjang garis singgung AB?

(skor 1)

Dijawab:

$$AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$AB = \sqrt{13^2 - 5^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$AB = \sqrt{169 - 25}$$

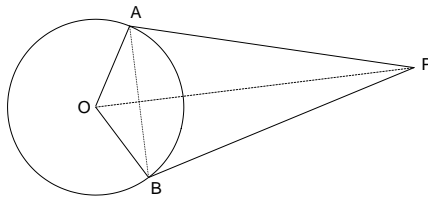
$$AB = \sqrt{144}$$

$$AB = 12 \text{ cm} \quad (\text{skor 2})$$

Jadi panjang garis singgung AB adalah 12 cm.
(skor 1)

5. Diketahui:

Titik P diluar
lingkaran yang
berpusat di titik O
dibuat garis singgung



PA dan PB

$$OA = 9 \text{ cm}$$

$$OP = 15 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

- Panjang AP,
- Luas Δ OAP dan
- Luas layang-layang OAPB (skor 1)

Dijawab:

- Panjang AP

Δ OAP siku-siku di titik A, sehingga:

$$AP = \sqrt{OP^2 - OA^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$AP = \sqrt{15^2 - 9^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$AP = \sqrt{225 - 81}$$

$$AP = \sqrt{144}$$

$$AP = 12 \text{ cm} \quad (\text{skor 2})$$

Jadi panjang $AP = 12$ cm. (skor 1)

b. Luas ΔOAP

$$\text{Luas } \Delta OAP = \frac{1}{2} \times OA \times AP \quad (\text{skor 2})$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 12$$

$$= 54 \text{ cm}^2 \quad (\text{skor 2})$$

Jadi Luas ΔOAP adalah 54 cm^2 . (skor 1)

c. Luas layang-layang $OAPB$

$$\text{Luas layang-layang } OAPB = 2 \times \text{Luas } \Delta OAP$$

(skor 2)

$$= 2 \times 54$$

$$= 108 \text{ cm}^2$$

(skor 2)

Jadi Luas layang-layang $OAPB$ adalah 108 cm^2

(skor 1)

6. Diketahui:

Garis PQ dan RQ adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik Q .

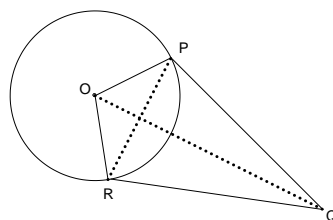
$$OP = 10 \text{ cm}$$

$$OQ = 26 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

Luas layang-layang $OPQR$? (skor 1)

Dijawab:



a. Panjang PQ

Δ OPQ siku-siku di titik P, sehingga:

$$PQ = \sqrt{OQ^2 - OP^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$PQ = \sqrt{26^2 - 10^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$PQ = \sqrt{676 - 100}$$

$$PQ = \sqrt{576}$$

$$PQ = 24 \text{ cm} \quad (\text{skor 2})$$

Jadi panjang PQ = 24 cm. (skor 1)

b. Luas Δ OPQ

$$\text{Luas } \Delta \text{ OPQ} = \frac{1}{2} \times OP \times PQ \quad (\text{skor 2})$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 24$$

$$= 120 \text{ cm}^2 \quad (\text{skor 2})$$

Jadi Luas Δ OPQ adalah 120 cm^2 (skor 1)

c. Luas layang-layang OAPB

$$\begin{aligned} \text{Luas layang-layang OAPB} &= 2 \times \text{Luas } \Delta \text{ OAP} \\ &(\text{skor 2}) \end{aligned}$$

$$= 2 \times 120$$

$$= 240 \text{ cm}^2$$

(skor 2)

Jadi Luas layang-layang OAPB adalah 108 cm^2

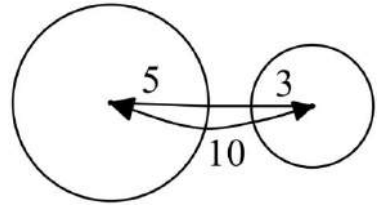
(skor 1)

7. Diketahui:

$$R = 5 \text{ cm}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 10 cm (skor 1)



Ditanya:

Apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!

(skor 1)

Dijawab:

Kedua lingkaran tersebut saling terpisah. (skor 3)

Karena antara jarak kedua pusat lingkaran lebih besar dari jumlah jari-jari lingkaran pertama dan lingkaran kedua.

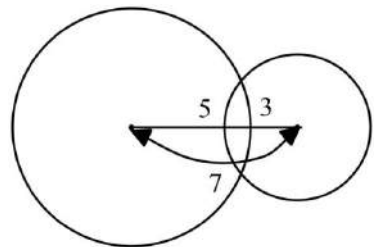
$$(\text{Jarak} > (r_1 + r_2)) \quad (\text{skor } 5)$$

8. Diketahui:

$$R = 5 \text{ cm}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 7 cm (skor 1)



Ditanya:

Apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!

(skor 1)

Dijawab:

Kedua lingkaran tersebut berpotongan. (skor 3)

Karena antara jarak kedua pusat lingkaran lebih kecil dari jumlah jari-jari lingkaran pertama dan lingkaran kedua.

(Jarak $< (r_1 + r_2)$) (skor 5)

9. Diketahui:

$$PGSPD = 24 \text{ cm}$$

$$d = 26 \text{ cm}$$

$$R = 6 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

$$r = \dots? \quad (\text{skor 1})$$

Dijawab:

$$PGSPD = \sqrt{d^2 - (R + r)^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$24 = \sqrt{26^2 - (6 + r)^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$576 = 676 - (6 + r)^2$$

$$(6 + r)^2 = 100$$

$$(6 + r) = 10$$

$$r = 4 \quad (\text{skor 2})$$

Jadi panjang jari-jari yang lain adalah 4 cm. (skor

1)

10. Diketahui:

$$MA = 5 \text{ cm}$$

$$NB = 4 \text{ cm}$$

$$MN = 15 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

$$AB = \dots? \quad (\text{skor 1})$$

Dijawab:

$$PGSPD = \sqrt{d^2 - (R+r)^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$AB = \sqrt{MN^2 - (MA + NB)^2}$$

$$AB = \sqrt{15^2 - (5+4)^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$AB = \sqrt{225 - 9^2}$$

$$AB = \sqrt{225 - 81}$$

$$AB = \sqrt{144}$$

$$AB = 12 \quad (\text{skor 2})$$

Jadi panjang garis singgung persekutuan dalam (AB) adalah 12 cm. (skor 1)

11. Diketahui:

$$R = 11 \text{ cm}$$

$$r = 2 \text{ cm}$$

$$PGSPL = 12 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

$$d = \dots? \quad (\text{skor 1})$$

Dijawab:

$$PGSPL = \sqrt{d^2 - (R-r)^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$12 = \sqrt{d^2 - (11 - 2)^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$144 = d^2 - 9^2$$

$$d^2 = 144 + 81$$

$$d^2 = 225$$

$$d = 15 \quad (\text{skor 2})$$

Jadi jarak kedua lingkaran adalah 15 cm. (skor 1)

12. Diketahui:

$$R = 8 \text{ cm}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$d = 13 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

$$\text{PGSPL} = \dots? \quad (\text{skor 1})$$

Dijawab:

$$\text{PGSPL} = \sqrt{13^2 - (8 - 3)^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$\text{PGSPL} = \sqrt{169 - 5^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$\text{PGSPL} = \sqrt{169 - 25}$$

$$\text{PGSPL} = \sqrt{144}$$

$$\text{PGSPL} = 12 \quad (\text{skor 2})$$

Jadi panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran tersebut (AB) adalah 12 cm. (skor 1)

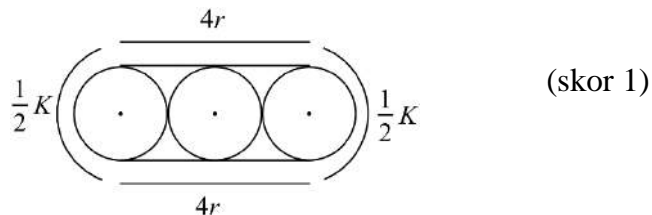
13. Diketahui:

$$r = 7 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

Panjang tali minimal = $x = \dots?$ (skor 1)

Dijawab:



$$x = 4r + 4r + \frac{1}{2}K + \frac{1}{2}K \quad (\text{skor 3})$$

$$x = 8r + K$$

$$x = 8r + 2 \times \pi \times r$$

$$x = 8 \times 7 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$x = 56 + 44$$

$$x = 100 \quad (\text{skor 3})$$

Jadi panjang tali yang dibutuhkan adalah 100 cm.

(skor 1)

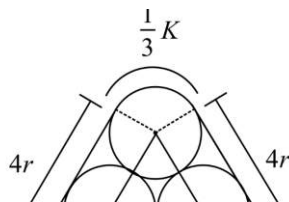
14. Diketahui:

$$r = 7 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

Panjang tali minimal = $x = \dots?$ (skor 1)

Dijawab:



(skor 1)

$$x = 4r + 4r + 4r + \frac{1}{3}K + \frac{1}{3}K + \frac{1}{3}K \quad (\text{skor 3})$$

$$x = 12r + K$$

$$x = 12 \times 7 + 2 \times \pi \times r$$

$$x = 84 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$x = 84 + 44$$

$$x = 128 \quad (\text{skor 3})$$

Jadi panjang tali yang dibutuhkan adalah 128 cm.

(skor 1)

Lampiran 27

DAFTAR NAMA PESERTA DIDIK KELAS UJI COBA

Kelas : IX-A

No.	NAMA	KODE
1	Achmad Rifqi Sampurna	UC-IX-1
2	Aditya Putra Baruna	UC-IX-2
3	Anita Salsabila Ichsanti Putri	UC-IX-3
4	Annisa Gracesyana	UC-IX-4
5	Annisa Nur Rahmawati	UC-IX-5
6	Bunga Dahlia	UC-IX-6
7	Diyah Ayu Setiyani	UC-IX-7
8	Dwiky Bintang Priyambodo	UC-IX-8
9	Elsya Rachma Maghriza	UC-IX-9
10	Elvira Anggraini Kusumaputri	UC-IX-10
11	Fariha Husna Zahra	UC-IX-11
12	Fika Zahrun Ni'mah	UC-IX-12
13	Ghani Setyadi Unggul Dorajatun	UC-IX-13
14	Haryo Aji Kurniawan	UC-IX-14
15	Intan Kusuma Ratnasari	UC-IX-15
16	Isandi Fatah Pradana	UC-IX-16
17	Istikhomah	UC-IX-17
18	Mila Khurotul Aini	UC-IX-18
19	Nazla Rizky Arrahma	UC-IX-19
20	Nurani Mutiara Hafizhah	UC-IX-20
21	Raditya Ari Prakoso	UC-IX-21
22	Reynaldi Dwiki Saputra	UC-IX-22
23	Rizki Amelia	UC-IX-23
24	Shalsabilla Rizky Rezatama	UC-IX-24
25	Sukma Putri Pertiwi	UC-IX-25
26	Tiara Ayu Raharjo	UC-IX-26
27	Vergia Ayunda Tiara M	UC-IX-27
28	Vira Ananda Zulfa	UC-IX-28

LAMPIRAN 29

ANALISIS BUTIR SOAL INSTRUMEN MATERI GARIS SINGGUNG LINGKARAN TAHAP 2

No.	Kode Peserta	Nomor Soal														Σ	NILAI	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			
		10	10	10	10	15	10	10	10	10	10	10	10	10	145	100		
1	UC-IX-16	10	7	10	8	15	10	10	10	10	8	10	10	10	138	95,17		
2	UC-IX-6	10	7	8	10	15	10	8	8	10	10	10	10	10	136	93,79		
3	UC-IX-18	10	10	8	10	15	7	10	5	10	10	10	10	10	135	93,10		
4	UC-IX-11	10	7	8	10	13	8	10	10	10	8	10	10	10	134	92,41		
5	UC-IX-25	10	7	8	10	15	10	10	5	10	10	8	10	10	133	91,72		
6	UC-IX-24	10	7	10	7	13	8	10	10	10	8	10	10	10	133	91,72		
7	UC-IX-20	10	7	8	7	12	7	10	10	10	10	10	10	10	131	90,34		
8	UC-IX-14	0	7	10	10	15	8	10	10	10	10	10	10	10	130	89,66		
9	UC-IX-5	10	7	10	10	13	8	10	5	10	8	8	8	10	127	87,59		
10	UC-IX-9	5	7	8	10	15	10	10	5	10	10	7	10	10	127	87,59		
11	UC-IX-1	10	7	10	8	13	8	10	10	8	8	3	8	10	123	84,83		
12	UC-IX-10	0	2	10	10	12	8	10	10	7	10	10	10	10	119	82,07		
13	UC-IX-3	0	7	6	8	15	10	10	10	0	10	3	10	10	119	82,07		
14	UC-IX-15	0	7	8	10	15	8	10	10	6	10	6	6	10	116	80		
15	UC-IX-26	0	2	10	10	15	8	10	10	8	6	8	8	10	115	79,31		
16	UC-IX-12	10	7	10	8	12	7	5	6	10	8	6	6	10	115	79,31		
17	UC-IX-22	10	7	4	10	13	6	10	10	0	8	8	10	3	109	75,17		
18	UC-IX-19	0	2	10	8	11	10	10	10	8	10	7	10	5	108	74,48		
19	UC-IX-27	0	2	10	8	13	8	10	5	5	10	7	8	8	104	71,72		
20	UC-IX-13	10	0	10	10	10	8	8	5	10	10	7	10	0	100	68,97		
21	UC-IX-28	0	2	10	10	12	8	0	5	3	10	10	10	10	100	68,97		
22	UC-IX-7	10	7	10	8	10	0	10	0	10	10	10	0	0	95	65,52		
23	UC-IX-23	0	6	6	6	8	7	10	10	8	8	7	7	0	83	57,24		
24	UC-IX-21	0	2	10	7	10	8	0	0	5	4	4	4	8	70	48,28		
25	UC-IX-2	0	0	8	7	9	6	5	5	8	7	8	7	0	70	48,28		
26	UC-IX-17	0	0	5	3	11	6	10	10	0	3	3	3	10	6	70	48,28	
27	UC-IX-8	0	0	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	5	0	29	20	
28	UC-IX-4	0	0	3	3	5	0	0	0	0	0	0	0	0	17	11,72		
Kesimpulan	Jumlah	145	133	236	234	343	202	226	194	196	228	196	225	215	213	2986	2059,31	
	korelasi	0,581	0,742	0,436	0,65	0,87	0,746	0,72	0,603	0,661	0,848	0,701	0,858	0,506	0,787	rata-rata =		
	r tabel	0,361														106,64	73,5468	
	validitas	valid	valid	valid	valid	valid	valid	valid	valid	valid	valid	valid	valid	valid	valid		Varians total =	
	variansi	24,97	9,75	4,032	3,942	7,009	7,952	13,11	13,18	14,52	8,794	8,741	8,999	13,78	16,03	979,4232804		
	alpha	0,907																
	reliabilitas	Reliabel																
	rata-rata	5,179	4,75	8,429	8,357	12,25	7,214	8,071	6,929	7	8,143	7	8,036	7,679	7,607			
	tingkat kesukaran	0,518	0,475	0,843	0,836	0,817	0,721	0,807	0,693	0,7	0,814	0,7	0,804	0,768	0,761	NILAI MAKS	95,17241	
	interpretasi	Sedang	Sedang	Mudah	Mudah	Mudah	Mudah	Mudah	Sedang	Sedang	Mudah	Sedang	Mudah	Mudah	Mudah			
	\bar{x} bawah	7,5	6,857	8,714	9,143	14	8,571	9,857	8,429	8,643	9,571	7,929	9,429	10	10	N	28	
	\bar{x} atas	2,857	2,643	8,143	7,571	10,5	5,857	6,286	5,429	5,357	6,714	6,071	6,643	5,357	5,214			
daya pembeda	0,464	0,421	0,057	0,157	0,233	0,271	0,357	0,3	0,329	0,286	0,186	0,279	0,464	0,479	NILAI MIN	11,72414		
interpretasi	Baik	Baik	Jelek	Jelek	Cukup	Cukup	Cukup	Cukup	Cukup	Cukup	Jelek	Cukup	Baik	Baik				

Lampiran 30

CONTOH PERHITUNGAN VALIDITAS

Rumus

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

Keterangan:

r_{xy} = koefisien korelasi tiap item butir soal

N = banyaknya responden uji coba

X = jumlah skor item

Y = jumlah skor total

Kriteria

Apabila $r_{xy} > r_{tabel}$ maka butir soal valid

Perhitungan

Ini contoh perhitungan validitas pada butir soal instrumen pemahaman konsep nomor 1, untuk butir selanjutnya dihitung dengan cara yang sama dengan diperoleh data dari tabel analisis butir soal.

No	Kode	Butir Soal no.1 (X)	Skor Total (Y)	X^2	Y^2	XY
1	UC-IX-16	10	138	100	19044	1380
2	UC-IX-6	10	136	100	18496	1360
3	UC-IX-18	10	135	100	18225	1350
4	UC-IX-11	10	134	100	17956	1340
5	UC-IX-25	10	133	100	17689	1330
6	UC-IX-24	10	133	100	17689	1330
7	UC-IX-20	10	131	100	17161	1310
8	UC-IX-14	0	130	0	16900	0
9	UC-IX-5	10	127	100	16129	1270
10	UC-IX-9	5	127	25	16129	635
11	UC-IX-1	10	123	100	15129	1230
12	UC-IX-10	0	119	0	14161	0

13	UC-IX-3	10	119	100	14161	1190
14	UC-IX-15	0	116	0	13456	0
15	UC-IX-26	0	115	0	13225	0
16	UC-IX-12	10	115	100	13225	1150
17	UC-IX-22	10	109	100	11881	1090
18	UC-IX-19	0	108	0	11664	0
19	UC-IX-27	0	104	0	10816	0
20	UC-IX-13	10	100	100	10000	1000
21	UC-IX-28	0	100	0	10000	0
22	UC-IX-7	10	95	100	9025	950
23	UC-IX-23	0	83	0	6889	0
24	UC-IX-21	0	70	0	4900	0
25	UC-IX-2	0	70	0	4900	0
26	UC-IX-17	0	70	0	4900	0
27	UC-IX-8	0	29	0	841	0
28	UC-IX-4	0	17	0	289	0
Jumlah		145	2986	1425	344880	17915

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

$$r_{xy} = \frac{28 \times 17915 - 145 \times 2986}{\sqrt{\{28 \times 1425 - 145\} \times \{28 \times 344880 - 2986\}}}$$

$$r_{xy} = \frac{501620 - 432970}{\sqrt{18875 \times 740444}}$$

$$r_{xy} = \frac{68650}{118219,63}$$

$$r_{xy} = 0,581$$

Pada taraf signifikansi 5%, dengan N = 70, diperoleh $r_{tabel} = 0,344$

Karena $r_{hitung} > r_{tabel}$, maka dapat disimpulkan bahwa butir item tersebut valid.

Lampiran 31

TABEL PENOLONG RELIABILITAS

No.	Kode Peserta	Nomor Soal														X	X-X	(X-X) ²
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			
		10	10	10	10	15	10	10	10	10	10	10	10	10	10			
1	UC-IX-16	10	7	10	8	15	10	10	10	10	10	8	10	10	10	138	31,36	983,4496
2	UC-IX-6	10	7	8	10	15	10	8	8	10	10	10	10	10	10	136	29,36	862,0096
3	UC-IX-18	10	10	8	10	15	7	10	5	10	10	10	10	10	10	135	28,36	804,2896
4	UC-IX-11	10	7	8	10	13	8	10	10	10	10	8	10	10	10	134	27,36	748,5696
5	UC-IX-25	10	7	8	10	15	10	10	5	10	10	8	10	10	10	133	26,36	694,8496
6	UC-IX-24	10	7	10	7	13	8	10	10	10	8	10	10	10	10	133	26,36	694,8496
7	UC-IX-20	10	7	8	7	12	7	10	10	10	10	10	10	10	10	131	24,36	593,4096
8	UC-IX-14	0	7	10	10	15	8	10	10	10	10	10	10	10	10	130	23,36	545,6896
9	UC-IX-5	10	7	10	10	13	8	10	5	10	8	8	8	10	10	127	20,36	414,5296
10	UC-IX-9	5	7	8	10	15	10	10	5	10	10	7	10	10	10	127	20,36	414,5296
11	UC-IX-1	10	7	10	8	13	8	10	10	8	8	3	8	10	10	123	16,36	267,6496
12	UC-IX-10	0	2	10	10	12	8	10	10	7	10	10	10	10	10	119	12,36	152,7696
13	UC-IX-3	10	7	6	8	15	10	10	10	0	10	3	10	10	10	119	12,36	152,7696
14	UC-IX-15	0	7	8	10	15	8	10	10	6	10	6	6	10	10	116	9,36	87,6096
15	UC-IX-26	0	2	10	10	15	8	10	10	8	6	8	8	10	10	115	8,36	69,8896
16	UC-IX-12	10	7	10	8	12	7	5	6	10	8	6	6	10	10	115	8,36	69,8896
17	UC-IX-22	10	7	4	10	13	6	10	10	0	8	8	10	3	10	109	2,36	5,5696
18	UC-IX-19	0	2	10	8	11	10	10	10	8	10	7	10	5	7	108	1,36	1,8496
19	UC-IX-27	0	2	10	8	13	8	10	5	5	10	7	8	8	10	104	-2,64	6,9696
20	UC-IX-13	10	0	10	10	10	8	8	5	10	10	7	10	0	2	100	-6,64	44,0896
21	UC-IX-28	0	2	10	10	12	8	0	5	3	10	10	10	10	10	100	-6,64	44,0896
22	UC-IX-7	10	7	10	8	10	0	10	0	10	10	10	10	0	0	95	-11,64	135,4896
23	UC-IX-23	0	6	6	6	8	7	10	10	8	8	7	7	0	0	83	-23,64	558,8496
24	UC-IX-21	0	2	10	7	10	8	0	0	5	4	4	4	8	8	70	-36,64	1342,49
25	UC-IX-2	0	0	8	7	9	6	5	5	8	7	8	7	0	0	70	-36,64	1342,49
26	UC-IX-17	0	0	5	3	11	6	10	10	0	3	3	3	10	6	70	-36,64	1342,49
27	UC-IX-8	0	0	8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	5	0	29	-77,64	6027,97
28	UC-IX-4	0	0	3	3	5	0	0	0	0	0	0	0	6	0	17	-89,64	8035,33
N=2	Jumlah	145	133	236	234	343	202	226	194	196	228	196	225	215	213	2986	0,08	26444,43
8	variansi	25,0	9,75	4,03	3,94	7,01	7,95	13,1	13,2	14,5	8,79	8,74	9,00	13,8	16,03			979,423

Lampiran 32

PERHITUNGAN RELIABILITAS INSTRUMEN

Rumus

$$r_{11} = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_i^2} \right)$$

Keterangan:

r_{11} = reliabilitas tes secara keseluruhan

$\sum S_i^2$ = jumlah varians skor dari tiap-tiap butir soal

S_i^2 = varians total

n = banyak soal yang valid

Kriteria

Apabila $r_{11} > r_{\text{tabel}}$ maka soal dikatakan reliabel. Jika $r_{11} > 0,7$ maka soal dikatakan memiliki reliabilitas tinggi

Perhitungan

Berdasarkan tabel awal pada lampiran sebelumnya, didapatkan data sebagai berikut:

$$S_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2}{n - 1}$$

$$S_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x - 106,64)^2}{28 - 1}$$

$$S_i^2 = \frac{26444,4288}{27}$$

$$S_i^2 = 979,423$$

Jumlah varians skor dari tiap butir soal:

$$\sum S_i^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2 + S_5^2 + S_6^2 + S_7^2 + S_8^2 + S_9^2 + S_{10}^2 + S_{11}^2 + S_{12}^2 + S_{13}^2 + S_{14}^2$$

$$\sum S_i^2 = 24,97 + 9,75 + 4,03 + 3,94 + 7,01 + 7,95 + 13,11 + 13,18 + 14,52 + 8,79 + 8,74 + 9,00 + 13,78 + 16,03$$

$$\sum S_i^2 = 154,7962963$$

Tingkat reliabilitas:

$$r_{11} = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_i^2} \right)$$

$$r_{11} = \left(\frac{14}{14-1} \right) \left(1 - \frac{154,7962963}{979,4232889} \right)$$

$$r_{11} = 0,91$$

Karena $r_{hitung} > 0.7$, maka butir item tersebut memiliki **tingkat reliabilitas yang tinggi**

Lampiran 33

CONTOH PERHITUNGAN TINGKAT KESUKARAN

Rumus

$$\text{Tingkat Kesukaran} = \frac{\text{rata - rata skor siswa suatu soal}}{\text{skor maksimum yang ditetapkan}}$$

Kriteria

Interval IK	Kriteria
0,00 ≤ P ≤ 0,30	Sukar
0,30 < P ≤ 0,70	Sedang
0,70 < P ≤ 1,00	Mudah

Perhitungan

Ini contoh perhitungan tingkat kesukaran pada butir soal instrumen pemahaman konsep nomor 1, untuk butir selanjutnya dihitung dengan cara yang sama dengan diperoleh data dari tabel analisis butir soal.

Skor maksimal = 10

No.	Kode	Skor
1	UC-IX-16	10
2	UC-IX-6	10
3	UC-IX-18	10
4	UC-IX-11	10
5	UC-IX-25	10
6	UC-IX-24	10
7	UC-IX-20	10
8	UC-IX-14	0
9	UC-IX-5	10
10	UC-IX-9	5
11	UC-IX-1	10
12	UC-IX-10	0
13	UC-IX-3	10
14	UC-IX-15	0
15	UC-IX-26	0
16	UC-IX-12	10

17	UC-IX-22	10
18	UC-IX-19	0
19	UC-IX-27	0
20	UC-IX-13	10
21	UC-IX-28	0
22	UC-IX-7	10
23	UC-IX-23	0
24	UC-IX-21	0
25	UC-IX-2	0
26	UC-IX-17	0
27	UC-IX-8	0
28	UC-IX-4	0
N=28	Rata-rata	5,17857

$$P = \frac{5,179}{10}$$

$$P = 0,518$$

Berdasarkan kriteria, maka soal no 1 mempunyai tingkat kesukaran yang **sedang**

Lampiran 34

CONTOH PERHITUNGAN DAYA PEMBEDA

Rumus

$$DP = \frac{\text{Mean kelompok atas} - \text{Mean kelompok bawah}}{\text{Skor maksimum soal}}$$

Keterangan:

DP : Daya Pembeda

Kriteria

Interval DP	Kriteria
0,00 < DP ≤ 0,20	jelek
0,20 < DP ≤ 0,40	cukup
0,40 < DP ≤ 0,70	baik
0,70 < DP ≤ 1,00	baik sekali

Perhitungan

Ini contoh perhitungan daya pembeda pada butir soal instrumen pemahaman konsep nomor 1, untuk butir selanjutnya dihitung dengan cara yang sama dengan diperoleh data dari tabel analisis butir soal.

Skor maksimal = 7

Kelompok Bawah			Kelompok Atas		
No.	Kode	Skor	No.	Kode	Skor
1	UC-IX-16	10	1	UC-IX-26	0
2	UC-IX-6	10	2	UC-IX-12	10
3	UC-IX-18	10	3	UC-IX-22	10
4	UC-IX-11	10	4	UC-IX-19	0
5	UC-IX-25	10	5	UC-IX-27	0
6	UC-IX-24	10	6	UC-IX-13	10
7	UC-IX-20	10	7	UC-IX-28	0
8	UC-IX-14	0	8	UC-IX-7	10
9	UC-IX-5	10	9	UC-IX-23	0
10	UC-IX-9	5	10	UC-IX-21	0
11	UC-IX-1	10	11	UC-IX-2	0
12	UC-IX-10	0	12	UC-IX-17	0
13	UC-IX-3	10	13	UC-IX-8	0
14	UC-IX-15	0	14	UC-IX-4	0
Rata-rata		7,5	Rata-rata		2,85714

$$\begin{aligned} DP &= \frac{\text{Mean kelompok atas} - \text{Mean kelompok bawah}}{\text{Skor maksimum soal}} \\ &= \frac{7,5 - 2,857}{10} \\ &= 0,464 \end{aligned}$$

Berdasarkan kriteria, maka soal no 1 mempunyai daya pembeda yang **baik**

Lampiran 35

KISI-KISI SOAL UJI COBA INSTRUMEN

Nama Sekolah : SMP Negeri 18 Semarang
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/semester : IX/2
Alokasi Waktu : 2 x 40 menit
Materi : Garis Singgung lingkaran
Standar Kompetensi : 4. Menentukan unsur,bagian lingkaran serta ukurannya

Kompetensi Dasar	Materi Pokok	Indikator	Tingkat an Ranah Kognitif	Nomor Soal
Menghitung panjang garis singgung persekutuan dua lingkaran	Garis Singgung lingkaran	4.4.1 Menjelaskan pengertian garis singgung lingkaran	C1	1
			C2	2
		4.4.2 Menentukan panjang garis singgung lingkaran dari suatu titik diluar lingkaran	C4	3

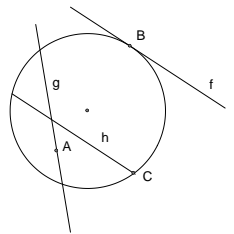
Kompetensi Dasar	Materi Pokok	Indikator	Tingkat an Ranah Kognitif	Nomor Soal
		4.4.4 Menjelaskan	C5	5
		kedudukan dua lingkaran	C5	6
		4.4.5 Menentukan	C4	7
		panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran	C3	8
		4.4.6 Menentukan	C3	9
		panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran		
		4.4.7 Menentukan	C6	10
		panjang sabuk lilitan minimal yang menghubungkan dua lingkaran	C6	11

Lampiran 36

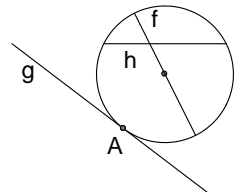
PETUNJUK UMUM

1. Berdoalah terlebih dahulu.
 2. Tersedia waktu 2 x 40 menit untuk mengerjakan tes tersebut.
 3. Jumlah soal 11 butir.
 4. Pada soal ke 3-11, setiap butir soal meliputi **diketahui, ditanya, dan dijawab.**
 5. Periksa kembali jawaban anda sebelum dikembalikan kepada guru.
 6. Selamat mengerjakan.
-

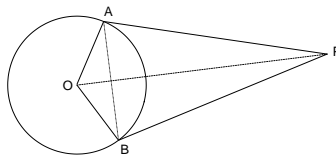
1. Dari gambar disamping, garis manakah yang termasuk dan tidak termasuk garis singgung lingkaran?



2. Dari gambar disamping, garis manakah yang merupakan garis singgung lingkaran? Berikan alasanmu!



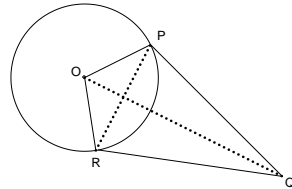
- 3.



Perhatikan gambar disamping. Dari titik P diluar lingkaran yang berpusat di titik O dibuat

garis singgung PA dan PB. Jika panjang $OA = 9$ cm dan $OP = 15$ cm, hitunglah:

- Panjang AP,
 - Luas ΔOAP dan
 - Luas layang-layang OAPB
4. Pada gambar diatas, garis PQ dan RQ adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik Q. Jika $OP = 10$ cm dan $OQ = 26$ cm.

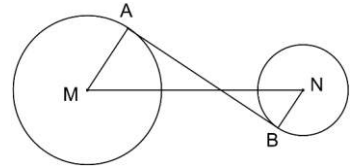


- Tentukan luas layang-layang OPQR!
- Diketahui dua buah lingkaran, lingkaran pertama mempunyai jari-jari $R = 5$ cm, dan dan lingkaran kedua mempunyai jari-jari $r = 3$ cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 10 cm. Apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!
 - Diketahui dua buah lingkaran, lingkaran pertama mempunyai jari-jari $R = 5$ cm, dan dan lingkaran kedua mempunyai jari-jari $r = 3$ cm. Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 7 cm. Apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!
 - Panjang garis singgung persekutuan dalam dua lingkaran adalah 24 cm dan jarak kedua pusatnya adalah 26 cm. Jika

panjang salah satu jari-jari lingkaran 6 cm, hitunglah panjang jari-jari lingkaran yang lain!

8. Perhatikan gambar disamping!

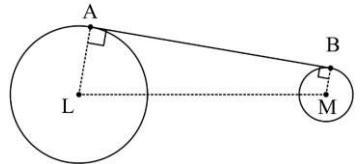
Diketahui panjang jari-jari $MA = 5$ cm, panjang jari-jari $NB = 4$ cm, dan panjang $MN = 15$ cm. Hitunglah



panjang garis persekutuan dalamnya!

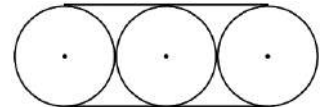
9. Perhatikan gambar

disamping! Jika diketahui $LM = 13$ cm, $MB = 3$ cm dan $AL = 8$ cm, tentukan panjang garis singgung AB .



10. Gambar disamping adalah

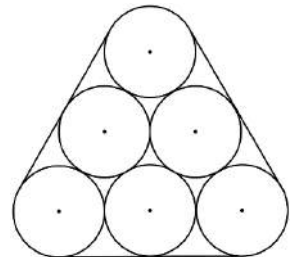
penampang tiga buah pipa air yang berbentuk tabung dengan



diameter 14 cm. Berapakah panjang tali minimal untuk mengikat tiga buah pipa dengan susunan tersebut?

11. Gambar di samping adalah

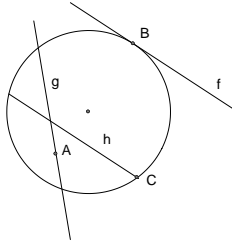
penampang enam buah drum yang berbentuk tabung dengan jari-jari 7 cm. Hitunglah panjang tali minimal yang diperlukan untuk mengikat enam buah drum tersebut!



Lampiran 37

KUNCI JAWABAN SOAL UJI COBA INSTRUMEN

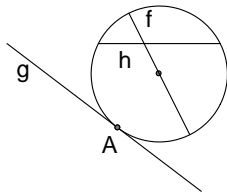
1. Diketahui gambar:



Yang merupakan garis singgung lingkaran adalah garis f. (skor 3)

Yang tidak merupakan garis singgung lingkaran adalah garis g dan h. (skor 7)

2. Diketahui gambar:

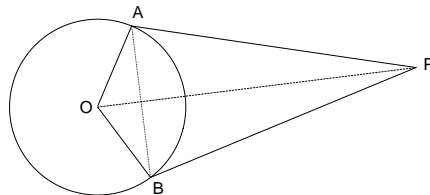


Yang merupakan garis singgung lingkaran adalah garis f. (skor 5)

Karena garis tersebut memotong suatu lingkaran di titik A dan berpotongan tegak lurus dengan jari-jari di titik singgungnya. (skor 5)

3. Diketahui:

Titik P diluar lingkaran yang berpusat di titik O dibuat garis singgung PA dan PB



$$OA = 9 \text{ cm}$$

$$OP = 15 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

- a. Panjang AP,
- b. Luas Δ OAP dan
- c. Luas layang-layang OAPB (skor 1)

Dijawab:

- a. Panjang AP

Δ OAP siku-siku di titik A, sehingga:

$$AP = \sqrt{OP^2 - OA^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$AP = \sqrt{15^2 - 9^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$AP = \sqrt{225 - 81}$$

$$AP = \sqrt{144}$$

$$AP = 12 \text{ cm} \quad (\text{skor 2})$$

Jadi panjang AP = 12 cm. (skor 1)

- b. Luas Δ OAP

$$\text{Luas } \Delta \text{ OAP} = \frac{1}{2} \times OA \times AP \quad (\text{skor 2})$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 12$$

$$= 54 \text{ cm}^2 \quad (\text{skor 2})$$

Jadi Luas Δ OAP adalah 54 cm^2 . (skor 1)

- c. Luas layang-layang OAPB

$$\text{Luas layang-layang OAPB} = 2 \times \text{Luas } \Delta \text{ OAP}$$

(skor 2)

$$= 2 \times 54$$

$$= 108 \text{ cm}^2$$

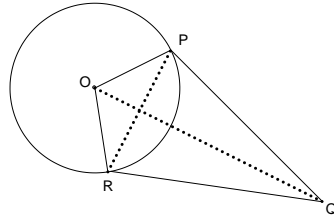
(skor 2)

Jadi Luas layang-layang OAPB adalah 108 cm^2

(skor 1)

4. Diketahui:

Garis PQ dan RQ adalah garis singgung lingkaran yang melalui titik Q.



$$OP = 10 \text{ cm}$$

$$OQ = 26 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

Luas layang-layang OPQR? (skor 1)

Dijawab:

a. Panjang PQ

ΔOPQ siku-siku di titik P, sehingga:

$$PQ = \sqrt{OQ^2 - OP^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$PQ = \sqrt{26^2 - 10^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$PQ = \sqrt{676 - 100}$$

$$PQ = \sqrt{576}$$

$$PQ = 24 \text{ cm} \quad (\text{skor 2})$$

$$\text{Jadi panjang PQ} = 24 \text{ cm.} \quad (\text{skor 1})$$

b. Luas ΔOPQ

$$\text{Luas } \Delta OPQ = \frac{1}{2} \times OP \times PQ \quad (\text{skor 2})$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 24$$

$$= 120 \text{ cm}^2 \quad (\text{skor 2})$$

Jadi Luas Δ OPQ adalah 120 cm^2 (skor 1)

c. Luas layang-layang OAPB

$$\text{Luas layang-layang OAPB} = 2 \times \text{Luas } \Delta \text{ OAP}$$

(skor 2)

$$= 2 \times 120$$

$$= 240 \text{ cm}^2$$

(skor 2)

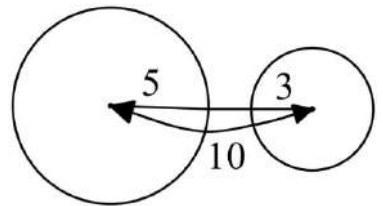
Jadi Luas layang-layang OAPB adalah 240 cm^2
(skor 1)

5. Diketahui:

$$R = 5 \text{ cm}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 10 cm (skor 1)



Ditanya:

Apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!

(skor 1)

Dijawab:

Kedua lingkaran tersebut saling terpisah. (skor 3)

Karena antara jarak kedua pusat lingkaran lebih besar dari jumlah jari-jari lingkaran pertama dan lingkaran kedua.

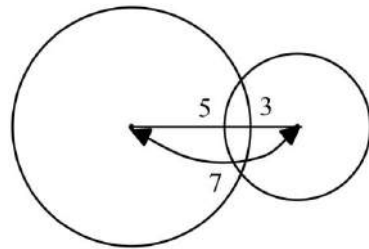
$$(\text{Jarak} > (r_1 + r_2)) \quad (\text{skor } 5)$$

6. Diketahui:

$$R = 5 \text{ cm}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

Jarak kedua pusat lingkaran tersebut adalah 7 cm (skor



1)

Ditanya:

Apakah kedua lingkaran tersebut berpotongan, bersinggungan atau saling terpisah? Berikan alasanmu!

(skor 1)

Dijawab:

Kedua lingkaran tersebut berpotongan. (skor 3)

Karena antara jarak kedua pusat lingkaran lebih kecil dari jumlah jari-jari lingkaran pertama dan lingkaran kedua.

$$(\text{Jarak} < (r_1 + r_2)) \quad (\text{skor } 5)$$

7. Diketahui:

$$\text{PGSPD} = 24 \text{ cm}$$

$$d = 26 \text{ cm}$$

$$R = 6 \text{ cm} \quad (\text{skor } 1)$$

Ditanya:

$$r = \dots? \quad (\text{skor } 1)$$

Dijawab:

$$PGSPD = \sqrt{d^2 - (R+r)^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$24 = \sqrt{26^2 - (6+r)^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$576 = 676 - (6+r)^2$$

$$(6+r)^2 = 100$$

$$(6+r) = 10$$

$$r = 4 \quad (\text{skor 2})$$

Jadi panjang jari-jari yang lain adalah 4 cm. (skor 1)

8. Diketahui:

$$MA = 5 \text{ cm}$$

$$NB = 4 \text{ cm}$$

$$MN = 15 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

$$AB = \dots? \quad (\text{skor 1})$$

Dijawab:

$$PGSPD = \sqrt{d^2 - (R+r)^2} \quad (\text{skor 3})$$

$$AB = \sqrt{MN^2 - (MA + NB)^2}$$

$$AB = \sqrt{15^2 - (5+4)^2} \quad (\text{skor 2})$$

$$AB = \sqrt{225 - 9^2}$$

$$AB = \sqrt{225 - 81}$$

$$AB = \sqrt{144}$$

$$AB = 12 \quad (\text{skor } 2)$$

Jadi panjang garis singgung persekutuan dalam (AB) adalah 12 cm. (skor 1)

9. Diketahui:

$$R = 8 \text{ cm}$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$d = 13 \text{ cm} \quad (\text{skor } 1)$$

Ditanya:

$$\text{PGSPL} = \dots? \quad (\text{skor } 1)$$

Dijawab:

$$\text{PGSPL} = \sqrt{13^2 - (8-3)^2} \quad (\text{skor } 3)$$

$$\text{PGSPL} = \sqrt{169 - 5^2} \quad (\text{skor } 2)$$

$$\text{PGSPL} = \sqrt{169 - 25}$$

$$\text{PGSPL} = \sqrt{144}$$

$$\text{PGSPL} = 12 \quad (\text{skor } 2)$$

Jadi panjang garis singgung persekutuan luar dua lingkaran tersebut (AB) adalah 12 cm. (skor 1)

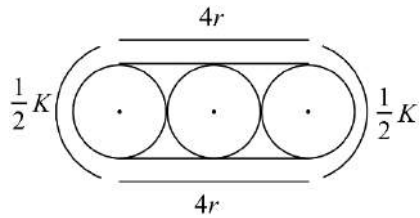
10. Diketahui:

$$r = 7 \text{ cm} \quad (\text{skor } 1)$$

Ditanya:

$$\text{Panjang tali minimal} = x = \dots? \quad (\text{skor } 1)$$

Dijawab:



(skor 1)

$$x = 4r + 4r + \frac{1}{2}K + \frac{1}{2}K \quad (\text{skor 3})$$

$$x = 8r + K$$

$$x = 8r + 2 \times \pi \times r$$

$$x = 8 \times 7 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$x = 56 + 44$$

$$x = 100 \quad (\text{skor 3})$$

Jadi panjang tali yang dibutuhkan adalah 100 cm.

(skor 1)

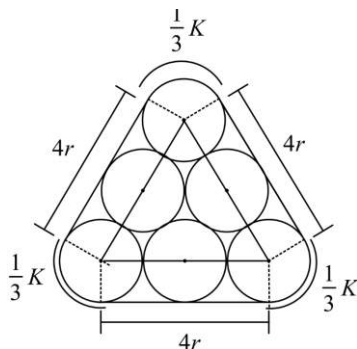
11. Diketahui:

$$r = 7 \text{ cm} \quad (\text{skor 1})$$

Ditanya:

Panjang tali minimal = $x = \dots?$ (skor 1)

Dijawab:



(skor 1)

$$x = 4r + 4r + 4r + \frac{1}{3}K + \frac{1}{3}K + \frac{1}{3}K \quad (\text{skor 3})$$

$$x = 12r + K$$

$$x = 12 \times 7 + 2 \times \pi \times r$$

$$x = 84 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$

$$x = 84 + 44$$

$$x = 128 \quad (\text{skor 3})$$

Jadi panjang tali yang dibutuhkan adalah 128 cm.

(skor 1)

Lampiran 38

DAFTAR NAMA PESERTA DIDIK KELAS PENELITIAN

Kelas : VIII-D

No.	NAMA	KODE
1	ACHMAD AL BASSITH PUTRA S.	R-TTA-1
2	AKHMAD TAUFIKUL HADI ALWI	R-TTA-2
3	AMAYRA DEWI NUR FAIZA	R-TTA-3
4	ANISA MEDITAMA ISTRIANA TYAS	R-TTA-4
5	ARVIANT DWI ANDHIKA GUNAWAN	R-TTA-5
6	AUREL PERFECTIANO FEBRIO	R-TTA-6
7	AYU RIDHO FEBRIANTI	R-TTA-7
8	BAGUS DANA ARDITYA	R-TTA-8
9	BAGUS INDRA SAPUTRA	R-TTA-9
10	BAHTIAR HENDRAWAN PRADIPTA	R-TTA-10
11	DEVINA RIZKY WIGUSTYA PUTRI	R-TTA-11
12	DHEA KHAIRUNNISA PUTRI	R-TTA-12
13	DIAN AMALIANA	R-TTA-13
14	EKA SURYANING DARENA	R-TTA-14
15	HUSEIN MULYA LUBIS	R-TTA-15
16	I MADE KEVIN ADITYA PUTRA	R-TTA-16
17	ISHANA SANJAYA WARDHANI	R-TTA-17
18	MUHAMMAD ABDUL AZIZ	R-TTA-18
19	MUHAMMAD DAFA RIFQI	R-TTA-19
20	MUHAMMAD NUR HANIF	R-TTA-20
21	NIWANG	R-TTA-21
22	NOVANDA PUTRA PRADANA	R-TTA-22
23	NOVIA RIZKY FADILAH	R-TTA-23
24	NUR MAYA BADRIATUL JAMROH	R-TTA-24
25	RAHMA SHINA MAULIDA	R-TTA-25
26	RAYHAN PHIKA GIOBARI WIJAYA	R-TTA-26
27	REZA FITRI ASTUTI	R-TTA-27
28	RIVAL NUR IHSAN	R-TTA-28
29	SITI CHOTIJAH	R-TTA-29
30	SYAHWA HUSNUL AFIFAH	R-TTA-30
31	WIDIASARI KHOIRUNNISA	R-TTA-31
32	YASMIN ZAHRA TAUHID	R-TTA-32

Kelas : VIII-E

No.	NAMA	KODE
1	ADINDA NURHALIZA	R-ICM-1
2	ALVIN PERMATA FIRDAUS	R-ICM-2
3	ANIS RIZKI FITRIADI	R-ICM-3
4	APRILIA MEGA ANJELINE	R-ICM-4
5	AULIA ZAHWA AMORA	R-ICM-5
6	AYU WIDAYANTI	R-ICM-6
7	CHARESTA VIDA RESWARA	R-ICM-7
8	DEA AMBARWATI	R-ICM-8
9	DEWI DESTINA RAHMAWATI	R-ICM-9
10	FAUZAAN HIBATULLAH	R-ICM-10
11	FIRMAN AMIN AL SALEH	R-ICM-11
12	GALIH PRASTYA JUANSAPUTRA	R-ICM-12
13	HANIN ARIFATUL HANIFAH	R-ICM-13
14	HUDALLIL CHUSNAH	R-ICM-14
15	ILMU LINDA FITRISIA	R-ICM-15
16	INKA TRI MURTI	R-ICM-16
17	LUKMAN HAKIM	R-ICM-17
18	MUCHAMAD TEGAR SUSENO	R-ICM-18
19	MUHAMAD RAFLI ANANDA	R-ICM-19
20	MUHAMMAD NURUL FAJAR IZZA R.	R-ICM-20
21	NABILA NUZHA ASHILA	R-ICM-21
22	NURUL SHABRINA AWANIS	R-ICM-22
23	ORLANDO YAFI INSYIRA K	R-ICM-23
24	PANDU ADI PAMBUDI	R-ICM-24
25	RAHMAT BAGUS PANGESTU	R-ICM-25
26	RIZAL HANAFI	R-ICM-26
27	SADDAM BAGAS VALENTINO	R-ICM-27
28	SANDRA DEWI ARINI	R-ICM-28
29	VENDIAMIR LUBIS	R-ICM-29
30	YUDA ANDI PRASETYO	R-ICM-30
31	YULAEKAH SITI AMINAH	R-ICM-31
32	ZAHRA RIZQI MAULIDTA	R-ICM-32

Lampiran 39

DAFTAR NILAI PESERTA DIDIK KELAS PENELITIAN

Kelas : VIII-D

No.	KODE	NILAI
1	R-TTA-1	78
2	R-TTA-2	83
3	R-TTA-3	87
4	R-TTA-4	82
5	R-TTA-5	88
6	R-TTA-6	67
7	R-TTA-7	89
8	R-TTA-8	78
9	R-TTA-9	84
10	R-TTA-10	77
11	R-TTA-11	68
12	R-TTA-12	93
13	R-TTA-13	89
14	R-TTA-14	87
15	R-TTA-15	67
16	R-TTA-16	69
17	R-TTA-17	71
18	R-TTA-18	84
19	R-TTA-19	93
20	R-TTA-20	77
21	R-TTA-21	66
22	R-TTA-22	77
23	R-TTA-23	70
24	R-TTA-24	94
25	R-TTA-25	73
26	R-TTA-26	69
27	R-TTA-27	87
28	R-TTA-28	91
29	R-TTA-29	96
30	R-TTA-30	96
31	R-TTA-31	87
32	R-TTA-32	94

Kelas : VIII-E

No.	KODE	NILAI
1	R-ICM-1	74
2	R-ICM-2	76
3	R-ICM-3	72
4	R-ICM-4	51
5	R-ICM-5	62
6	R-ICM-6	74
7	R-ICM-7	78
8	R-ICM-8	76
9	R-ICM-9	74
10	R-ICM-10	65
11	R-ICM-11	78
12	R-ICM-12	75
13	R-ICM-13	82
14	R-ICM-14	76
15	R-ICM-15	82
16	R-ICM-16	67
17	R-ICM-17	76
18	R-ICM-18	82
19	R-ICM-19	61
20	R-ICM-20	82
21	R-ICM-21	84
22	R-ICM-22	80
23	R-ICM-23	74
24	R-ICM-24	91
25	R-ICM-25	84
26	R-ICM-26	85
27	R-ICM-27	82
28	R-ICM-28	71
29	R-ICM-29	82
30	R-ICM-30	80
31	R-ICM-31	69
32	R-ICM-32	82

Lampiran 40

UJI NORMALITAS TAHAP AKHIR KELAS PENELITIAN TTA

Hipotesis

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Pengujian Hipotesis

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$

Pengujian Hipotesis

Nilai maksimal = 96

Nilai minimal = 66

Rentang nilai (R) = 96 - 66 = 30

Banyaknya kelas (k) = $1 + 3,3 \log 32 = 5,966995 \approx 6$ kelas

Panjang kelas (P) = $30 / 5,97 = 5,03 \approx 6$

Tabel Penolong Mencari Rata-rata dan Standar Deviasi

No	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	78	-3,59	12,92
2	83	1,41	1,98
3	87	5,41	29,23
4	82	0,41	0,17
5	88	6,41	41,04
6	67	-14,59	212,98
7	89	7,41	54,85
8	78	-3,59	12,92
9	84	2,41	5,79
10	77	-4,59	21,10
11	68	-13,59	184,79
12	93	11,41	130,10

13	89	7,41	54,85
14	87	5,41	29,23
15	67	-14,59	212,98
16	69	-12,59	158,60
17	71	-10,59	112,23
18	84	2,41	5,79
19	93	11,41	130,10
20	77	-4,59	21,10
21	66	-15,59	243,17
22	77	-4,59	21,10
23	70	-11,59	134,42
24	94	12,41	153,92
25	73	-8,59	73,85
26	69	-12,59	158,60
27	87	5,41	29,23
28	91	9,41	88,48
29	96	14,41	207,54
30	96	14,41	207,54
31	87	5,41	29,23
32	94	12,41	153,92
Σ	2611		2933,72

$$\text{Rata-rata } (\bar{X}) = \frac{\Sigma \bar{X}}{N} = \frac{2611}{32} = 81,594$$

$$\begin{aligned} \text{Standar Deviasi } (S) : S^2 &= \frac{\Sigma (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \\ &= \frac{2933,719}{31} \\ &= 94,63609 \\ S &= 9,728108 \end{aligned}$$

Daftar Frekuensi Nilai Awal Kelas VIII-D

No	Kelas	Bk	Z_i	$P(Z_i)$	Luas Daerah	O_i	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	66 - 71	65,5	-1,654	0,451	0,101	8	3,223	7,083
2	72 - 77	71,5	-1,038	0,3503	0,187	4	5,991	0,662
3	78 - 83	77,5	-0,421	0,1631	0,241	4	7,703	1,780
4	84 - 89	83,5	0,196	-0,0777	0,214	9	6,852	0,673
5	90 - 95	89,5	0,813	-0,2918	0,132	5	4,216	0,146
6	96 - 101	95,5	1,429	-0,4236	0,056	2	1,794	0,024
		101,5	2,046	-0,4796				
Jumlah						32		10,367

Keterangan:

Bk = batas kelas bawah - 0,5 atau batas kelas atas + 0,5

$$Z_i = \frac{Bk - \bar{X}}{S}$$

$P(Z_i)$ = nilai Z_i pada tabel luas di bawah lengkung kurva normal standar dari O s/d Z

Luas Daerah = $P(Z_1) - P(Z_2)$

E_i = luas daerah x N

O_i = f_i

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 6 - 1 = 5$ diperoleh X^2 tabel = 11.070

Karena $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$ maka distribusi data awal di kelas VIII-D berdistribusi **normal**

Lampiran 41

UJI NORMALITAS TAHAP AKHIR KELAS PENELITIAN

ICM

Hipotesis

H_0 : Data berdistribusi normal

H_1 : Data tidak berdistribusi normal

Pengujian Hipotesis

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima jika $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$

Pengujian Hipotesis

Nilai maksimal = 91

Nilai minimal = 51

Rentang nilai (R) = 91 - 51 = 40

Banyaknya kelas (k) = $1 + 3,3 \log 32 = 5,966995 \approx 6$ kelas

Panjang kelas (P) = $40 / 6 = 6,67 \approx 7$

Tabel Penolong Mencari Rata-rata dan Standar Deviasi

No	X	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$
1	74	-1,84	3,40
2	76	0,16	0,02
3	72	-3,84	14,77
4	51	-24,84	617,21
5	62	-13,84	191,65
6	74	-1,84	3,40
7	78	2,16	4,65
8	76	0,16	0,02
9	74	-1,84	3,40
10	65	-10,84	117,59
11	78	2,16	4,65
12	75	-0,84	0,71

13	82	6,16	37,90
14	76	0,16	0,02
15	82	6,16	37,90
16	67	-8,84	78,21
17	76	0,16	0,02
18	82	6,16	37,90
19	61	-14,84	220,34
20	82	6,16	37,90
21	84	8,16	66,52
22	80	4,16	17,27
23	74	-1,84	3,40
24	91	15,16	229,71
25	84	8,16	66,52
26	85	9,16	83,84
27	82	6,16	37,90
28	71	-4,84	23,46
29	82	6,16	37,90
30	80	4,16	17,27
31	69	-6,84	46,84
32	82	6,16	37,90
Σ	2427		2080,22

$$\text{Rata-rata } (\bar{X}) = \frac{\Sigma \bar{X}}{N} = \frac{2427}{32} = 75,844$$

$$\begin{aligned} \text{Standar Deviasi } (S) : \quad S^2 &= \frac{\Sigma (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \\ &= \frac{2080,2188}{31} \\ &= 67,103831 \\ S &= 8,1916928 \end{aligned}$$

Daftar Frekuensi Nilai Awal Kelas VIII-E

No	Kelas	Bk	Z_i	$P(Z_i)$	Luas Daerah	O_i	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	51 - 57	50,5	-3,094	0,49901	0,012	1	0,371	1,069
2	58 - 64	57,5	-2,239	0,48743	0,070	2	2,256	0,029
3	65 - 71	64,5	-1,385	0,41694	0,215	4	6,877	1,204
4	72 - 78	71,5	-0,53	0,20204	0,329	12	10,533	0,204
5	79 - 85	78,5	0,324	-0,1271	0,254	12	8,116	1,859
6	86 - 92	85,5	1,179	-0,3808	0,098	1	3,143	1,462
		92,5	2,033	-0,479				
Jumlah						32		5,826

Keterangan:

Bk = batas kelas bawah - 0,5 atau batas kelas atas + 0,5

$$Z_i = \frac{Bk - \bar{X}}{S}$$

$P(Z_i)$ = nilai Z_i pada tabel luas di bawah lengkung kurva normal standar dari 0 s/d Z

Luas Daerah = $P(Z_1) - P(Z_2)$

E_i = luas daerah x N

O_i = f_i

Untuk $\alpha = 5\%$, dengan $dk = 6 - 1 = 5$ diperoleh X^2 tabel = 11,070

Karena $X^2_{hitung} < X^2_{tabel}$ maka distribusi data awal di kelas VIII-E berdistribusi **normal**

Lampiran 42

UJI HOMOGENITAS TAHAP AKHIR

Hipotesis

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

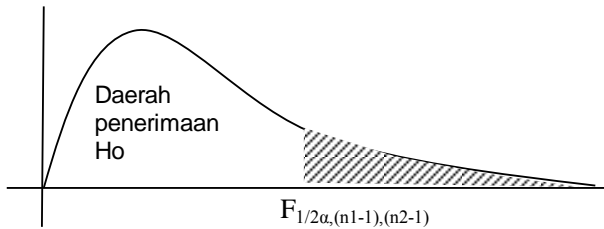
Pengujian Hipotesis

Untuk menguji hipotesisi menggunakan rumus:

$$F = \frac{\text{Varians terbesar}}{\text{Varians terkecil}}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima apabila $F_{hitung} \leq F_{1/2\alpha, (n1-1), (n2-1)}$



Tabel Penolong Homogenitas

No.	VIII-D	VIII-E
1	78	74
2	83	76
3	87	72
4	82	51
5	88	62
6	67	74
7	89	78
8	78	76
9	84	74
10	77	65
11	68	78
12	93	75
13	89	82

14	87	76
15	67	82
16	69	67
17	71	76
18	84	82
19	93	61
20	77	82
21	66	84
22	77	80
23	70	74
24	94	91
25	73	84
26	69	85
27	87	82
28	91	71
29	96	82
30	96	80
31	87	69
32	94	82
Jumlah	2611	2427
<i>n</i>	32	32
\bar{x}	81,594	75,844
Varians (s^2)	94,6360887	67,10383065
Standar deviasi (s)	9,72810818	8,191692783

Berdasarkan tabel di atas diperoleh:

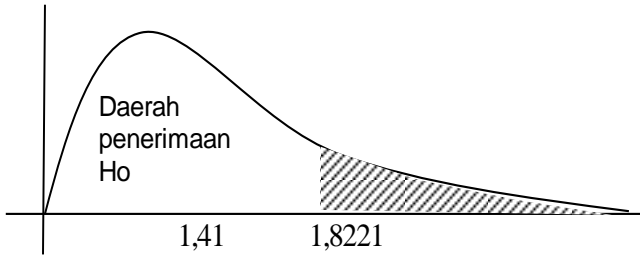
$$F = \frac{94,636}{67,104} = 1,41029$$

Pada $\alpha = 5\%$ dengan:

$$dk \text{ pembilang} = n_1 - 1 = 32 - 1 = 31$$

$$dk \text{ penyebut} = n_2 - 1 = 32 - 1 = 31$$

$$F_{(0,025),(32;32)} = 1,8221$$



Karena $F_{hitung} \leq F_{(0,025),(35;31)}$ maka dapat disimpulkan bahwa kedua kelas tersebut memiliki varians yang **homogen (sama)**

Lampiran 43

UJI PERBANDINGAN RATA-RATA TAHAP AKHIR (UJI HIPOTESIS PENELITIAN)

Hipotesis

$$H_0 : \mu_1^2 = \mu_2^2$$

$$H_1 : \mu_1^2 \neq \mu_2^2$$

Pengujian Hipotesis

Untuk menguji hipotesis menggunakan rumus:

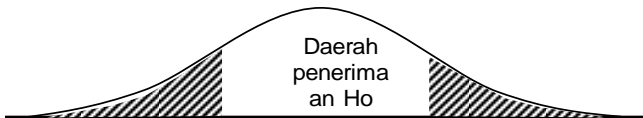
$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Dimana,

$$s = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Kriteria yang digunakan

H_0 diterima apabila $-t_{tabel} \leq t_{hitung} < t_{tabel}$



Tabel Penolong Perbandingan Rata-rata

No.	VIII-D	VIII-E
1	78	74
2	83	76
3	87	72
4	82	51
5	88	62
6	67	74
7	89	78
8	78	76
9	84	74
10	77	65
11	68	78

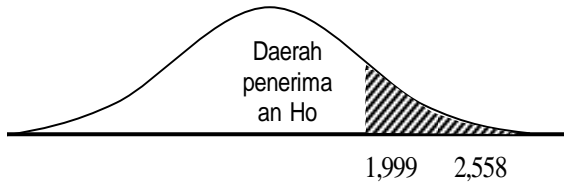
12	93	75
13	89	82
14	87	76
15	67	82
16	69	67
17	71	76
18	84	82
19	93	61
20	77	82
21	66	84
22	77	80
23	70	74
24	94	91
25	73	84
26	69	85
27	87	82
28	91	71
29	96	82
30	96	80
31	87	69
32	94	82
Jumlah	2611	2427
n	32	32
\bar{x}	81,594	75,844
Varians (s^2)	94,63609	67,10383
Standar deviasi (s)	9,728108	8,19169

Berdasarkan tabel di atas diperoleh:

$$s = \sqrt{\frac{(32-1) \cdot 94,636 + (32-1) \cdot 67,104}{32 + 32 - 2}} = 8,992773$$

$$t = \frac{81,5938 - 75,84375}{8,99277 \sqrt{\frac{1}{32} + \frac{1}{32}}} = 2,5576$$

Pada $\alpha = 5\%$ dengan $dk = 32 + 32 - 2 = 62$ diperoleh $t_{(0,95)(62)} = 1,998972$



Karena $t_{hitung} > t_{tabel}$ maka dapat disimpulkan bahwa kedua kelas tersebut memiliki rata-rata yang tidak **identik**, artinya **ada perbedaan antara model pembelajaran *Time Token Arend 1998* dan model pembelajaran *Index Card Match***

Lampiran 45

LEMBAR JAWAB PESERTA DIDIK TTA

10/15
02

96

Nama = Siti Chayyah
 Kelas = VIII D
 No = 29

1. Yang termasuk garis singgung lingkaran : $\frac{1}{2}$ ✓
 Yang bukan garis singgung lingkaran : $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{2}$ ✓

2. Garis A, karena garis A adalah garis yang memotong lingkaran dan tegak lurus dgn jari-jari lingkaran.

3. a. $a^2 = C^2 - B^2$ b. $L\Delta OAP = \frac{1}{2} \times a \times b$ c. $L\Delta OAPB = 2 \cdot L\Delta OAP$
 $AP^2 = OP^2 - AO^2$ $L\Delta OAP = \frac{1}{2} \times 12 \times 9$ $= 2 \cdot 54$
 $AP^2 = 15 \text{ cm}^2 - 9 \text{ cm}^2$ $= 54 \text{ cm}^2$ ✓ $= 108 \text{ cm}^2$
 $AP = \sqrt{15^2 - 9^2}$
 $= \sqrt{225 - 81}$
 $= \sqrt{144}$
 $= 12 \text{ cm}$ ✓

4. $a^2 = c^2 - b^2$ $L\Delta OPQ = \frac{1}{2} \times a \times b$
 $PO^2 = OQ^2 - OP^2$ $= \frac{1}{2} \times 24 \times 10$
 $PQ = \sqrt{26 \text{ cm}^2 - 10 \text{ cm}^2}$ $= 120 \text{ cm}^2$ ✓
 $= \sqrt{676 - 100}$
 $= \sqrt{576}$
 $= 24 \text{ cm}$ ✓

$L\Delta OPQR = 2 \cdot L\Delta OPQ$
 $= 2 \cdot 120 \text{ cm}^2$ ✓
 $= 240 \text{ cm}^2$ ✓

5. Saling Terpisah, karena $(r_1 + r_2) < d$ ✓
 6. Berpotongan, karena $(r_1 + r_2) > d$ ✓

7. $D_1 = P^2 = 26 \text{ cm}$ $r_1 = 6 \text{ cm}$ ⑧ $D_1 = r_1 = 5 \text{ cm}$ $P^2 = 15 \text{ cm}$
 W $PGSD = 24 \text{ cm}$ $r_2 = 9 \text{ cm}$ $D_2 = PGSD \dots?$
 $D_2 = r_2 \dots?$ $D_3 = PGSD = \sqrt{P^2 - (r_1 + r_2)}$
 $D_3 = PGSD = \sqrt{P^2 - (r_1 + r_2)}$
 $24 \text{ cm} = \sqrt{26^2 - (6 + 9)}$ $= \sqrt{15^2 - (5 + 9)}$
 $576 = 676 - (6 + 9)$ $= \sqrt{225 - 14}$
 $(6 + 9) = 676 - 576$ $= 225 - 81$
 $(6 + 9) = \sqrt{100}$ $= \sqrt{144}$
 $r_2 = 10 - 6$ $= 12 \text{ cm}$ ✓

Lampiran 46

LEMBAR JAWAB PESERTA DIDIK ICM

Nama: Pandu Adi Sembudi
 No = 24
 Kls = VIII E

(91)

1. Jang garis singgung abah garis s ✓
 2. Jang garis tak singgung abah garis h dan g ✓
 3. garis g berada diluar lingkaran dan tegk lurus dengan W jari-jari dan membentuk sudut siku-siku?

2. a) Panjang AP: $\sqrt{15^2 - 9^2}$ $D_1 = OA = 9 \text{ cm}$
 $= \sqrt{225 - 81}$ $OP = 15 \text{ cm}$
 $= \sqrt{144}$ $D_2 = AP = \dots ?$
 $= 12 \text{ cm}$ ✓ $D_3 = \dots ?$

b) Luas $\Delta OAP = \frac{a \times t}{2} = \frac{12 \times 9}{2} = 54 \text{ cm}^2$ $D_4 = 9 = 12$ $D_5 = L \Delta OAP = \dots ?$
 $D_6 = 54 \text{ cm}^2$ $D_7 = L \Delta \dots ?$ $D_8 = \dots ?$

c) Luas layang-layang CAPP itu x Luas segitiga OAP yaitu: $54 \text{ cm}^2 \times 2 = 108 \text{ cm}^2$ ✓
 $D_9 = L \Delta = 54 \text{ cm}^2$ $D_{10} = L \Delta \dots ?$ $D_{11} = \dots ?$

1. Men cari PQ: $\sqrt{OQ^2 - OP^2}$ Luas Δ adalah: $24 \times 10 = 120 \text{ cm}^2$
 $= \sqrt{26^2 - 10^2}$
 $= \sqrt{676 - 100}$ Luas Δ adalah: $L \times 2 = 10 \times 2$
 $= \sqrt{576}$ $= 240 \text{ cm}^2$ ✓
 $= 24 \text{ cm}$ ✓

$D_{12} = OP = 10 \text{ cm}$
 $OQ = 26 \text{ cm}$
 $D_{13} = L \Delta \dots ?$
 $D_{14} = \dots ?$

s. Saling berpisah karena kedua lingkaran tersebut terpisah $(R+r) < d$

6. Saling berpotongan karena kedua lingkaran saling berimpitan $(R+r) > d$

7. $D_{15} = PGSPD = 24 \text{ cm}$
 Jarak = 26 cm
 $r_1 = 6 \text{ cm}$
 $D_{16} = r_2 = \dots ?$
 $D_{17} = 24^2 = 26^2 - (6+r_2)^2$
 $576 = 676 - (6+r_2)^2$
 $(6+r_2)^2 = 676 - 576$
 $6+r_2 = \sqrt{100}$
 $r_2 = 10 - 6$
 $r_2 = 4 \text{ cm}$

Lampiran 47

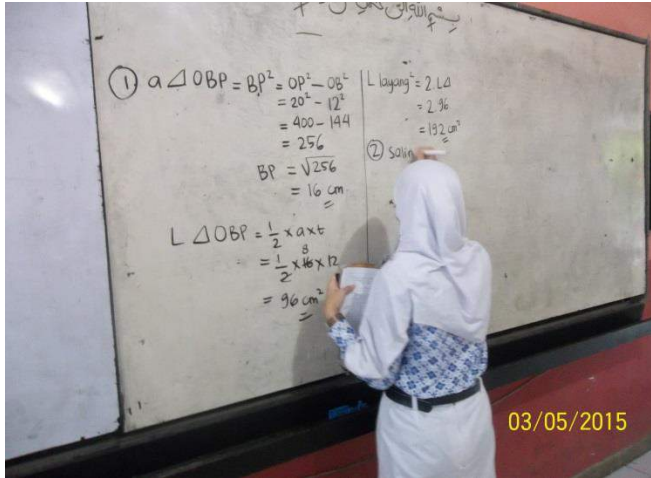
DOKUMENTASI PENELITIAN



Pembelajaran di kelas TTA: Siswa melakukan diskusi kelompok dalam materi garis singgung lingkaran



Pembelajaran di kelas TTA: Antusias siswa saat menerapkan model TTA



Pembelajaran di kelas TTA: Siswa yang maju mengerjakan soal saat penerapan model TTA



Pembelajaran di kelas ICM: Siswa melakukan diskusi kelompok dalam materi garis singgung lingkaran



Pembelajaran di kelas ICM: Antusias siswa saat menerapkan model ICM



Pembelajaran di kelas ICM: Siswa yang telah mendapat pasangan soal dan jawaban membacakan soal dan jawaban yang diperoleh

Lampiran 48



KEMENTERIAN AGAMA
INSTITUT AGAMA ISLAM NEGERI WALISONGO
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN
Jl. Prof. Dr. Hamka Kampus II Ngaliyan (024) 7601295 Fax. 7615387 Semarang 50185

No. : In.06.3/J.5/PP.00.9/3099/2014

Semarang, 16 Juni 2014

Lamp. :-

Hal : **Penunjukan Pembimbing Skripsi**

Kepada Yth.:

1. Minhayati Saleh, M. Sc.
2. Muhammad Nafi' Annury, M. Pd.

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Berdasarkan hasil pembahasan usulan judul penelitian pada Prodi Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, maka disetujui judul skripsi mahasiswa:

Nama : Devita Ni'matus Sholihah

NIM : 113511041

Judul : **STUDI KOMPARASI HASIL BELAJAR DENGAN MODEL PEMBELAJARAN TIME TOKEN AREND 1998 DAN MODEL PEMBELAJARAN INDEX CARD MATCH KELAS VIII MATERI POKOK GARIS SINGGUNG LINGKARAN DI SMP NEGERI 18 SEMARANG TAHUN PELAJARAN 2014/2015.**

Dan menunjuk:

1. Minhayati Saleh, M. Sc., Sebagai pembimbing I
2. Muhammad Nafi' Annury, M. Pd., Sebagai pembimbing II

Demikian penunjukan pembimbing skripsi ini disampaikan, atas perhatian yang diberikan kami ucapkan terimakasih.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.



Tembusan:

1. Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan UIN Walisongo Semarang (sebagai laporan)
2. Mahasiswa yang bersangkutan
3. Arsip



PEMERINTAH KOTA SEMARANG
DINAS PENDIDIKAN
SMP NEGERI 18 SEMARANG
SEKOLAH STANDAR NASIONAL

Jalan Purwoyoso I, Kel. Purwoyoso Kec. Ngaliyan Telepon (024) 7603798 Semarang
Web www.smpn18@jisdik.semarangkota.go.id Email : smp-18@yahoo.co.id
SEMARANG Kode Pos 50184

SURAT KETERANGAN

Nomor : 423.4/109/2015

Yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Aloysius Kristiyanto, S.Pd. M.Pd
NIP : 196905161994121002
Jabatan : Kepala Sekolah
Unit Kerja : SMP Negeri 18 Semarang
Alamat : Jalan Purwoyoso 1, Kel.Purwoyoso, Kec. Ngaliyan,
Semarang.

Dengan ini menerangkan bahwa yang tersebut di bawah ini :

Nama : Devita Ni'matus Sholihah
NIM : 113511041
Jurusan : Pendidikan Matematika
Pekerjaan : Mahasiswa Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang

Telah melaksanakan penelitian dengan judul "STUDI KOMPARASI HASIL BELAJAR DENGAN MODEL PEMBELAJARAN *TIME TOKEN AREND 1998* DAN MODEL PEMBELAJARAN *INDEX CARD MATCH* KELAS VIII MATERI POKOK GARIS SINGGUNG LINGKARAN" yang dilaksanakan di SMP Negeri 18 Semarang pada tanggal 28 Januari s.d 12 Februari 2015.

Demikian Surat Keterangan ini dibuat untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.



Aloysius Kristiyanto, S.Pd. M.Pd
NIP. 196905161994121002

DAFTAR RIWAYAT HIDUP


A. Identitas Diri

1. Nama : Devita Ni'matus Sholihah
2. TTL : Blora, 11 Desember 1993
3. NIM : 113511041
4. Alamat Rumah : Desa Sumber RT. 07 RW. 02 Kecamatan Kradenan
Kabupaten Blora
No HP : 085 600 287 644
E-mail : devitanimatussholihah@gmail.com

B. Riwayat Pendidikan

1. Pendidikan Formal
 - a. RA Sumber
 - b. MI Muhammadiyah Sumber
 - c. MTs Hasyim Asy'ari Kradenan
 - d. SMA Darul 'Ulum 1 Jombang
 - e. UIN Walisongo Semarang
2. Pendidikan Non Formal
 - a. PP Darul 'Ulum Jombang

Semarang, 29 Mei 2015



Devita Ni'matus Sholihah
NIM. 113511041