

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### A. Kajian Pustaka

Penelitian ini bukanlah penelitian yang awal, terbukti dengan telah adanya penelitian yang lain yang sejenis dengan ini dalam materi yang berbeda. Dengan demikian penelitian ini bersifat meneruskan penelitian sebelumnya untuk bisa memberikan beberapa manfaat pada dunia pendidikan khususnya pada pembelajaran matematika. Diantara penelitian yang telah ada yaitu:

1. Analisis Kesalahan Siswa dengan Panduan Kriteria Watson dalam Menyelesaikan Soal Cerita Materi Segi Empat Kelas VII SMPN 1 RSBI Wiradesa Pekalongan, yang ditulis oleh Fitria Khoirunnisa. Pada penelitian ini jenis kesalahan yang dilakukan siswa adalah kesalahan konsep, kesalahan menggunakan data dan kurangnya masalah hierki ketrampilan dalam mengerjakan soal. Adapun kesalahan yang paling banyak dilakukan siswa sehingga hasilnya kurang dari KKM adalah kesalahan konsep dengan prosentase 30%.<sup>1</sup>
2. Analisis Kesalahan Peserta Didik dalam Menyelesaikan Soal-Soal pada Materi Pokok Suku Banyak Kelas XI IPA 2 MA NU Limpung Tahun Pelajaran 2010/2011, yang ditulis oleh Dian Lutfiana. Pada penelitian ini dihasilkan bahwa kesalahan yang dilakukan berupa kesalahan konsep dan kesalahan teknis karena kesalahan ini terjadi pada tiap butir soal pada peserta didik yang di teliti. Adapun penyebab kesalahan yang dilakukan peserta didik adalah kurangnya pemahaman konsep dan kurang terampil dalam menyelesaikan soal, terutama dalam perhitungannya.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Fitria Kurnia(4101406011), *Analisis Kesalahan Siswa Dengan Panduan Kriteria Watson Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Materi Segi Empat Kelas VII SMPN 1 RSBI Wiradesa Pekalongan*, Skripsi Strata 1 Fakultas MIPA Universitas Negeri Semarang (UNNES), (Semarang: Perpustakaan UNNES, 2008), hlm. 31.

<sup>2</sup> Dian Lutfiana(073511013), *Analisis Kesalahan Peserta Didik dalam Menyelesaikan Soal-Soal Pada Materi Pokok Suku Banyak Kelas XI IPA 2 MA NU Limpung Tahun Pelajaran 2010/2011*, Skripsi Strata 1 Tadris Matematika Fakultas Tarbiyah IAIN Walisongo Semarang, (Semarang: Perpustakaan IAIN Walisongo, 2011), hlm. 146.

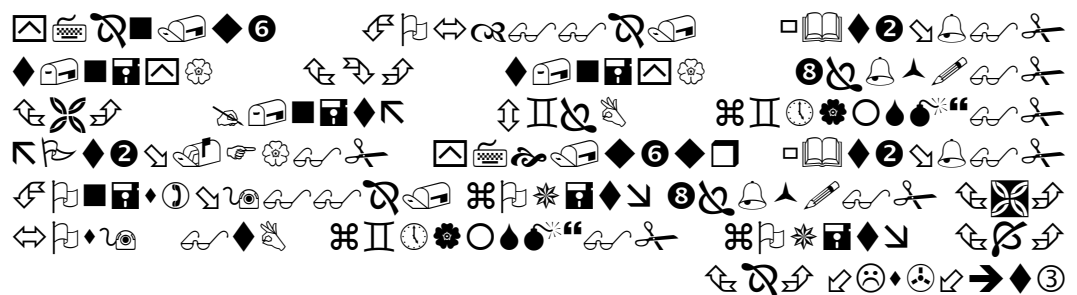
Letak perbedaan penelitian yang dilakukan ini dari skripsi sebelumnya adalah jika pada kedua penelitian di atas menggunakan Kriteria Watson maka pada penelitian ini menggunakan Kriteria Polya dan hanya meneliti pada suatu sub bab saja yaitu Identitas Trigonometri pada bab Trigonometri kelas X semester I.

Pada penelitian ini digunakan kriteria Polya, karena pada kriteria ini lebih melihat alur berpikir peserta didik. Kriteria Polya lebih tepat digunakan dalam menganalisis kesalahan dalam Pembuktian Identitas Trigonometri yang memerlukan alur berfikir yang logis dan sistematis, sedangkan kriteria Watson lebih pada teknis dalam memecahkan masalah. Hal ini sesuai dengan kriteria Watson, yaitu : kesalahan konsep, kesalahan menggunakan data, kesalahan interpretasi bahasa, kesalahan teknis dan kesalahan penarikan kesimpulan. Oleh karena itu untuk materi pembuktian identitas trigonometri, penggunaan kriteria Polya lebih tepat digunakan daripada kriteria Watson.

## B. Kerangka Teoritik

### 1. Pengertian Belajar dan Pembelajaran

Belajar merupakan salah satu hal yang diwajibkan dalam agama Islam. Hal ini dapat dilihat dari perintah Allah yang berupa wahyu pertama yang diturunkan kepada Nabi Muhammad SAW, yaitu surat Al-alaq ayat 1-5 :



1. Bacalah dengan (menyebut) nama Tuhanmu yang menciptakan,
2. Dia Telah menciptakan manusia dari segumpal darah.
3. Bacalah, dan Tuhanmulah yang Maha pemurah,
4. Yang mengajar (manusia) dengan perantaran kalam
5. Dia mengajar kepada manusia apa yang tidak diketahuinya.(Q.S. Al-alaq/ 96 : 1-5).<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Departemen Agama RI, *Al-Qur'an dan Terjemahnya*, (Surabaya: Mahkota, 2000), hlm. 598.

Belajar merupakan proses manusia untuk mencapai berbagai macam kompetensi, keterampilan, dan sikap. Dimulai dari membaca, memahami sampai menerapkan. Kemampuan manusia untuk belajar merupakan karakteristik penting yang membedakan manusia dengan makhluk lain. Seperti dalam firman Allah SWT surat At-Tīn ayat 4.



” Sesungguhnya kami Telah menciptakan manusia dalam bentuk yang sebaik-baiknya” . (Q.S. at-Tīn /95 : 4)<sup>4</sup>

Secara etimologis belajar memiliki arti ”berusaha memperoleh kepandaian atau ilmu”. Definisi ini memiliki pengertian bahwa belajar adalah sebuah kegiatan untuk mencapai kepandaian atau ilmu. Usaha untuk mencapai kepandaian atau ilmu merupakan usaha manusia untuk memenuhi kebutuhannya mendapatkan ilmu, sehingga dengan belajar manusia menjadi tahu, memahami, mengerti, dapat melaksanakan dan memiliki tentang sesuatu.<sup>5</sup>

Definisi belajar diatas secara tersirat menjelaskan bahwa dalam belajar selalu terjadi unsur perubahan dan pengalaman yang ditekankan dalam belajar. Unsur perubahan dan pengalaman itu hampir selalu ditekankan dalam definisi tentang belajar yang dikemukakan oleh beberapa pakar pendidikan, antara lain:

a. Howard L. Kingsleny

*“Learning is the process by which behavior (in the broader sense) is originated or changed trough practice or training, (Belajar adalah proses ketika tingkah laku (dalam arti luas) ditimbulkan atau diubah melalui praktik atau latihan).”<sup>6</sup>*

<sup>4</sup> Departemen Agama RI, *Al-Qur’an dan Terjemahnya*, hlm. 596.

<sup>5</sup> Baharuddin dan Esa Nur Wahyuni, *Teori Belajar dan Pembelajaran*, (Jogjakarta : Ar-Ruzz Media, 2007) hlm.13.

<sup>6</sup> Baharuddin, *Pendidikan & Psikologi Perkembangan*, (Jogjakarta : Ar-Ruzz Media, 2010), Cet. 2., hlm.162.

b. Cronbach

“*Learning is shown by a change in behavior as a result of experience,* (Belajar adalah perubahan perilaku sebagai hasil dari pengalaman).”<sup>7</sup>

c. Morgan

“*Learning is any relatively permanent change in behavior that is a result of past experience.* (Belajar adalah perubahan perilaku yang bersifat permanen sebagai hasil dari pengalaman).”<sup>8</sup>

d. Syekh Abdul Aziz dalam kitab *At-Tarbiyatul wa Thuruqut Tadris* mendefinisikan belajar sebagai berikut:

أَنَّ التَّعْلَمَ هُوَ تَغْيِيرٌ فِي ذَهْنِ الْمُتَعَلِّمِ يَطْرَأُ عَلَى خَبْرَةٍ سَابِقَةٍ فَيَحْدُثُ فِيهَا تَغْيِيرًا جَدِيدًا.<sup>9</sup>

“Belajar adalah suatu perubahan dalam pemikiran peserta didik yang dihasilkan atas pengalaman terdahulu kemudian menuju perubahan yang baru” .

Dengan demikian belajar merupakan proses usaha seseorang yang ditandai dengan perubahan tingkah laku akibat proses aktif dalam memperoleh pengetahuan baru yang merupakan hasil dari pengalaman dan latihan dalam interaksinya dengan lingkungan yang menyangkut kognitif, afektif, dan psikomotorik. Perubahan ini dapat ditunjukkan dalam berbagai bentuk seperti berubahnya penalaran, sikap, kecakapan, kebiasaan, dan sebagainya. Jadi seseorang dikatakan telah belajar jika melakukan aktivitas belajar dan dalam melakukan aktivitas itu terjadi suatu perubahan.

Pembelajaran menurut Dimiyati dan Mujiono adalah kegiatan guru secara terprogram dalam desain intruksional, untuk membuat siswa belajar secara aktif, yang menekankan pada penyediaan sumber belajar.<sup>10</sup> Pembelajaran menurut Corey adalah suatu proses dimana lingkungan seseorang secara sengaja dikelola

---

<sup>7</sup> Sumadi Suryabrata, *Psikologi Pendidikan*, (Jakarta : Raja Grafindo Persada, 2008), hlm. 231.

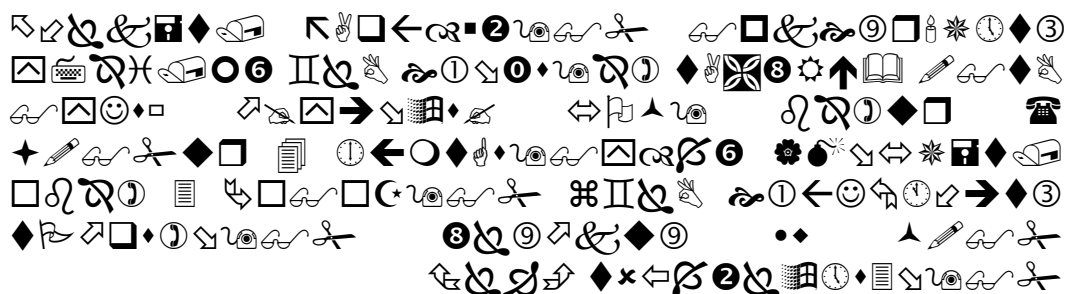
<sup>8</sup> Sumadi Suryabrata, *Psikologi Pendidikan*, hlm. 232.

<sup>9</sup> Sholeh Abdul Aziz, Abdul Aziz Abdul Majid, *At-Tarbiyah wa Turuqu al-Tadris*, Juz 1, (Mekkah: Darul Ma'arif, t.t.), hlm. 169

<sup>10</sup> Syaiful Sagala, *Konsep dan Makna Pembelajaran (untuk Membantu Memecahkan Problematika Belajar dan Mengajar)*, (Bandung: Alfabeta, 2003), hlm.62.

untuk memungkinkan ia turut serta dalam tingkah laku tertentu dalam kondisi-kondisi khusus atau menghasilkan respon terhadap situasi tertentu, pembelajaran merupakan subset khusus dari pendidikan.<sup>11</sup>

Dengan demikian, pembelajaran merupakan suatu peristiwa penyampaian atau proses transformasi. Seperti halnya dijelaskan dalam Al-Qur'an ketika Allah menyuruh Nabi Muhammad menyampaikan materinya kepada umatnya, yang terdapat dalam surat Al-Maidah ayat 67:



*Hai rasul, sampaikanlah apa yang diturunkan kepadamu dari Tuhanmu. dan jika tidak kamu kerjakan (apa yang diperintahkan itu, berarti) kamu tidak menyampaikan amanat-Nya. Allah memelihara kamu dari (gangguan) manusia[430]. Sesungguhnya Allah tidak memberi petunjuk kepada orang-orang yang kafir. (QS. Al- Maidah ayat 67)<sup>12</sup>*

Dalam proses transformasi itu terdapat faktor-faktor atau unsur-unsur pendidikan didalamnya, yaitu faktor tujuan pembelajaran, faktor pendidik, faktor peserta didik, faktor bahan/materi pendidikan, dan faktor metode, sehingga terjadi komunikasi pendidikan.

## 2. Hasil Belajar

Menurut Mulyono Abdurrahman, “hasil belajar adalah kemampuan yang diperoleh anak setelah melalui kegiatan belajar.”<sup>13</sup> Nana Syaodih Sukmadinata menyatakan, “hasil belajar adalah realisasi atau pemekaran dari kecakapan-kecakapan potensial atau kapasitas yang dimiliki seseorang.”<sup>14</sup>

<sup>11</sup> Syaiful Sagala, *Konsep dan Makna Pembelajaran*, hlm.61.

<sup>12</sup> Departemen Agama RI, *Al-Qur'an dan Terjemahnya*, hlm.95.

<sup>13</sup> Mulyono Abdurrahman, *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*, (Jakarta: PT. Rineka Cipta, 1999), hlm. 37.

<sup>14</sup> Nana Syaodih Sukmadinata, *Landasan Psikologi Proses Pendidikan*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2003), hlm. 102.

Berdasarkan kedua pendapat tersebut dapat disimpulkan bahwa hasil belajar merupakan suatu gambaran tingkat penguasaan peserta didik terhadap kompetensi pada materi yang disampaikan oleh guru di kelas.

Menurut Bloom dkk, mengkatagorikan hasil belajar ke dalam tiga ranah yaitu : ranah kognitif, terdiri dari enam jenis perilaku (pengetahuan, pemahaman, penerapan, analisis, sintesis, evaluasi), Ranah afektif terdiri dari lima jenis perilaku (penerimaan, sambutan, penilaian, organisasi, karakterisasi), dan ranah psikomotor terdiri dari tujuh perilaku atau kemampuan motorik (persepsi, kesiapan, gerakan terbimbing, gerakan terbiasa, gerakan kompleks, penyesuaian pola gerakan, kreativitas).<sup>15</sup>

Penilaian hasil belajar dapat dilakukan sekali setelah suatu kegiatan pembelajaran dilaksanakan. Penilaian hasil belajar ini merupakan kegiatan yang bertujuan untuk mengetahui sejauh mana proses pembelajaran telah berjalan dengan efektif. Pada suatu pembelajaran peserta didik yang hasil belajarnya lebih dari KKM (Kriteria Ketuntasan Minimal), maka peserta didik dikatakan telah mencapai hasil belajar yang telah ditentukan oleh pihak sekolahan.

### **3. Faktor - Faktor yang Mempengaruhi Hasil Belajar**

Secara umum faktor-faktor yang mempengaruhi hasil belajar dapat dibedakan menjadi dua kategori yaitu faktor internal, faktor eksternal dan faktor pendekatan peserta didik. Faktor-faktor tersebut saling mempengaruhi dalam proses belajar individu sehingga menentukan kualitas hasil belajar. Faktor internal meliputi keadaan jasmani/fisiologis dan rohani/psikologis peserta didik, sedangkan faktor eksternal meliputi faktor keluarga, sekolah, dan masyarakat, serta faktor pendekatan peserta didik yang dapat menunjang efektivitas dan efisiensi proses pembelajaran materi tertentu.<sup>16</sup>

---

<sup>15</sup> Oemar Hamalik, *Psikologi Belajar dan Mengajar*, (Bandung : Sinar Baru Algensindo, 2009), cet.6., hlm. 78.

<sup>16</sup> Muhibbin Syah, *Psikologi Pendidikan*, (Bandung: Remaja Rosda Karya, 1995), hlm. 132.

Sedangkan menurut Syaikh Ibrahim bin Isma'il, faktor-faktor yang mempengaruhi hasil belajar dalam kitab Ta'lim Muta'allim ada 6 yaitu:

أَلَا لَا تَنَالُ الْعِلْمَ إِلَّا بِسِتَّةٍ # سَأُنَبِّئُكَ عَنْ مَجْمُوعِهَا بَيَانٍ  
ذِكَاً وَحِرْصٍ وَاصْطِبَارٍ وَتُلَعَةٍ # وَارْتِشَادٍ أَسْتَاذٍ وَطُولِ زَمَانٍ<sup>17</sup>

“(Ingatlah, kamu tidak akan berhasil dalam memperoleh ilmu, kecuali dengan 6 perkara yang akan dijelaskan kepadamu secara ringkas, yaitu kecerdasan, cinta kepada ilmu, kesabaran, biaya cukup, petunjuk guru, dan waktu yang panjang / lama)”.<sup>18</sup>

Jadi dapat diketahui bahwa terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi hasil belajar seseorang. Antara lain adalah kesehatan jasmani, psikis, keluarga, lingkungan sekitar, sekolah, dan lain-lain.

#### 4. Hakekat Matematika

Menurut Johnson dan Myklebust matematika adalah bahasa simbolis yang fungsi praktiknya untuk mengekspresikan hubungan-hubungan kuantitatif dan keruangan sedangkan fungsi teoritisnya adalah untuk memudahkan berpikir.<sup>19</sup> Matematika juga didefinisikan sebagai cabang ilmu pengetahuan yang terorganisir secara logis yang membahas tentang bilangan, kalkulasi, penalaran logis, fakta kuantitatif, ruang dan aturan-aturan yang ketat.<sup>20</sup>

Matematika, menurut Ruseffendi (1991), adalah bahasa simbol, ilmu deduktif yang tidak menerima pembuktian secara induktif, ilmu tentang pola keteraturan, dan struktur yang terorganisasi, mulai dari unsur yang tidak didefinisikan, ke unsur yang didefinisikan, ke aksioma atau postulat, dan akhirnya ke dalil. Sedangkan hakikat matematika menurut Soedjadi (2000), yaitu

---

<sup>17</sup> Ibrahim bin Isma'il, *Syarah Ta'lim Muta'allim*, (Surabaya : Al Hidayah), hlm. 15.

<sup>18</sup> Az Zarnuji, *Pedoman Belajar Bagi Pelajar dan Santri*, (Surabaya : Al- Hidayah, 2000), hlm. 21.

<sup>19</sup> Mulyono, Abdurrahman, *Pendidikan Bagi anak Berkesulitan Belajar*, hlm. 252.

<sup>20</sup> R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, (Surabaya : Departemen Pendidikan Nasional 2000), hlm. 11.

memiliki objek kajian abstrak, bertumpu pada kesepakatan, dan pola pikir yang deduktif.<sup>21</sup>

Pembelajaran dan pemahaman konsep matematika dapat diawali secara induktif melalui pengalaman peristiwa nyata atau intuisi. Kegiatan dapat dimulai dengan beberapa contoh atau fakta yang teramati, membuat daftar sifat yang muncul (sebagai gejala), memperkirakan hasil baru yang diharapkan, yang kemudian dibuktikan secara deduktif. Dengan demikian, cara belajar induktif dan deduktif dapat digunakan dan sama-sama berperan penting dalam mempelajari matematika. Penerapan cara kerja matematika diharapkan dapat membentuk sikap kritis, kreatif, jujur, dan komunikatif pada peserta didik.

Dari sini dapat disimpulkan bahwa hakikat dari matematika merupakan salah satu cabang dari ilmu sains yang membahas tentang bilangan, ruang, kuantitatif dengan penalaran yang logis dan sistematis

Ada beberapa karakteristik matematika, yang di antaranya adalah:

- a. Memiliki objek kajian yang abstrak.

Dalam matematika objek dasar yang dipelajari adalah abstrak, yang sering juga disebut dengan objek mental. Objek itu merupakan objek pikiran, dimana objek dasar itu meliputi fakta, konsep, operasi ataupun relasi, dan prinsip.

- b. Bertumpu pada kesepakatan.

Kesepakatan sangat penting dalam matematika, hal ini diperlukan untuk menghindarkan berputar-putarnya dari suatu pembuktian. Adapun kesepakatan yang mendasar dalam matematika adalah aksioma (postulat) dan konsep primitif ( pengertian pangkal).

- c. Berpola pikir deduktif.

Pola pikir matematika dimulai dari hal-hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal-hal yang bersifat khusus, yang akhirnya didapatkan suatu kesimpulan.

---

<sup>21</sup> Heruman, *Model Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar*, (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2008), hlm.1.



- d. Memiliki simbol yang kosong dari arti.

Dalam matematika banyak simbol yang digunakan, simbol ini dapat digunakan sesuai dengan bahasa simbolnya dan sesuai dengan bahasa matematika yang dibutuhkan.

- e. Memperhatikan semesta pembicaraan.

Semesta pembicaraan dalam matematika diperlukan untuk membatasi masalah dan untuk menghindari pembahasan yang terlalu panjang dan lebar.

- f. Konsisten dalam sistemnya.

Konsisten dalam sistemnya dalam matematika diartikan dengan anti kontradiksi (tidak berlawanan).<sup>22</sup>

Dari penjelasan tentang hakikat matematika dan karakteristik matematika di atas, maka kita dapat mengetahui bahwa dengan belajar matematika dapat melatih peserta didik untuk dapat lebih berpikir dengan logis dan sistematis juga dapat lebih berfikir untuk hal yang lebih tinggi lagi, sesuai dengan karakteristik matematika.

## **5. Pemecahan Masalah dalam Matematika**

Pemecahan masalah adalah aplikasi dari konsep dan ketrampilan. Dalam pemecahan masalah biasanya melibatkan beberapa kombinasi konsep dan ketrampilan dalam situasi baru atau situasi yang berbeda. Pemecahan masalah juga terjadi dalam pembelajaran matematika, tak terkecuali pada pembuktian identitas trigonometri, dimana pada pembuktian identitas trigonometri di butuhkan pemecahan masalah yang mengutamakan penggunaan konsep dengan benar serta keterampilan pembuktian yang sistematis dan logis sehingga memerlukan ketelitian yang tinggi.

Dalam pembelajaran matematika peserta didik mempunyai tujuan khusus yang diantaranya adalah :

- a. Menggunakan algoritma (prosedur pekerjaan)
- b. Melakukan manipulasi secara matematika
- c. Mengorganisasi data

---

<sup>22</sup> R. Soedjadi, *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, hlm. 13.

- d. Memanfaatkan simbol, tabel, dan diagram
- e. Mengetahui dan menemukan pola
- f. Menarik kesimpulan
- g. Membuat kalimat atau model matematika
- h. Membuat interpretasi bangun dalam bidang dan ruang
- i. Memahami pengukuran dan satuannya
- j. Menggunakan alat hitung dan alat bantu matematika<sup>23</sup>

Dalam mencapai tujuan tersebut, belajar mengajar matematika tidak selalu berhasil dan berjalan lancar. Hal ini terlihat saat peserta didik menyelesaikan soal-soal matematika yang diberikan oleh guru. Banyak peserta didik yang masih mengalami kesulitan dan mempunyai kesalahan pada saat mengerjakan. Kendala yang muncul merupakan dampak dari kesalahan dalam proses belajar peserta didik maupun dalam pemahamannya terhadap materi yang diberikan.

Dalam memecahkan masalah dalam matematika banyak peserta didik yang masih mengalami kendala, kendala yang terjadi dalam pembelajaran matematika berkisar pada karakteristik matematika yang abstrak, masalah media, masalah peserta didik atau guru. Kendala tersebut melahirkan kegagalan pada peserta didik, kendala-kendala dalam memecahkan masalah dalam matematika terjadi karena:

- a. Peserta didik tidak dapat menangkap konsep dengan benar.
- b. Peserta didik tidak menangkap arti dari lambang-lambang.
- c. Peserta didik tidak memahami asal usulnya suatu prinsip.
- d. Peserta didik tidak dapat lancar menggunakan operasi dan prosedur.
- e. Pengetahuan peserta didik tidak lengkap.<sup>24</sup>

---

<sup>23</sup> Asep Jihad, *Pengembangan Kurikulum Matematika*, (Yogyakarta: Multi Pressindo, 2008), cet. 1, hlm.153.

<sup>24</sup> Asep Jihad, *Pengembangan Kurikulum Matematika*, hlm.154.

## 6. Kesalahan Menurut Kriteria Polya

Kesalahan adalah kekeliruan / keaapaan. Menurut Polya, kesalahan dalam mengerjakan soal dapat terjadi pada aspek :

- a. Pemahaman soal, apakah peserta didik dapat memahami soal dilihat dari bagaimana peserta didik menuangkan dari bahasa matematika yang ada pada soal.
- b. Penyusunan rencana, dilihat dari peserta didik yang menuliskan rumus apa saja yang akan digunakan dalam menyelesaikan soal tersebut.
- c. Pelaksanaan rencana, dilihat dari sistematika pengerjaan soalnya.
- d. Pemeriksaan kembali, apakah peserta didik memeriksa kembali hasil pekerjaannya sebelum dikumpulkan.

Hal ini sesuai dengan buku Goerge Polya, *How To Solve It* yaitu “*First you have to understand the problem, second find the connection between the data and the unknown, third carry out your plan, fourth examine the solution obtained.*”<sup>25</sup>

Adapun kriteria Polya dalam menyelesaikan soal antara lain :

- a. Pemahaman pada masalah (Identifikasi dari tujuan)

Langkah pertama adalah membaca soal dan yakin bahwa peserta didik memahami maksud dari soal tersebut secara benar. Untuk membantu peserta didik dalam memahami soal bisa dengan beberapa pertanyaan seperti : apa yang tidak diketahui, kuantitas apa yang diberikan pada soal serta bagaimana kondisinya.

- b. Membuat Rencana Pemecahan Masalah.

Rencana pemecahan masalah dilakukan dengan mencari hubungan antara informasi yang diberikan dengan yang tidak diketahui, serta menghubungkannya. Jika tidak ditemukan hubungan secara langsung, gagasan berikut ini mungkin dapat membantu dalam menyelesaikan masalah, antara lain :

---

<sup>25</sup> Polya G 1973 *How To Solve It A New Aspect Of Mathematical Method.*( New Jersery : Princeton University Press), hlm. xvi.

(1) Membuat sub masalah

Membagi masalah menjadi beberapa sub masalah.

(2) Mencoba untuk mengenali sesuatu yang sudah dikenali.

Menghubungkan masalah yang sudah ada dengan hal yang sebelumnya sudah diketahui.

(3) Mencoba untuk mengenali polanya.

Pola keteraturan atau pengulangan dalam soal dapat dijadikan acuan pola apa yang akan terjadi berikutnya.

(4) Menggunakan Analogi

Mencoba untuk memikirkan analogi dari masalah tersebut.

(5) Memasukkan sesuatu yang baru

Dalam pemecahan masalah, memasukan sesuatu yang baru dapat digunakan membuat hubungan antara data dengan hal yang tidak diketahui.

(6) Membuat Kasus

Peserta didik harus memecah sebuah masalah kedalam beberapa kasus dan memecahkan setiap kasus tersebut.

(7) Memulai dari akhir (Megasumsikan Jawaban)

Megasumsikan jawaban akan sangat berguna jika kita membuat pemisalan solusi masalah, tahap demi tahap mulai dari jawaban masalah sampai ke data yang diberikan.

c. Melaksanakan Rencana

Dalam melaksanakan rencana yang tertuang pada langkah kedua, peserta didik harus memeriksa tiap langkah dalam rencana dan menuliskannya secara detail untuk memastikan bahwa tiap langkah sudah benar.

d. Melihat kembali

Mengoreksi kembali hasil dari pekerjaan yang sudah dikerjakan (memvalidasi jawaban).<sup>26</sup>

---

<sup>26</sup> <http://www.kangguru.wordpress.com/2007/02/01/teknik-pemecahan-masalah-ala-g-polya>, diakses 25 oktober 2011.

## 7. Tinjauan Materi Identitas Trigonometri

Identitas merupakan keadaan khusus/ciri-ciri.<sup>27</sup> Adapun trigonometri merupakan ilmu ukur sudut yang melibatkan sin, cos dan tangen, serta yang lainnya.<sup>28</sup> Sehingga identitas trigonometri merupakan kalimat matematika yang membuktikan bahwa ruas kiri sama dengan ruas kanan yang melibatkan sudut/goniometri (sin, cos, tangen, cosecan, secan dan cotangen.)

Identitas trigonometri meliputi<sup>29</sup>:

a.  $\sin \alpha = \frac{1}{\csc \alpha}$

b.  $\cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha}$

c.  $\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}$

d.  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

e.  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

f.  $1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$

g.  $1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha$

Adapun contoh pembuktian dari identitas trigonometri antara lain :

(1) Buktikan  $\sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$

$$\begin{aligned} \text{Jawab : Ruas kiri : } \sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \\ &= \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha} \\ &= \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

Ruas kiri = Ruas Kanan, Terbukti.

---

<sup>27</sup> Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, hlm. 366.

<sup>28</sup> ST Nugroho, B Harahap, *Ensiklopedi matematika*, (Bogor: Ghalia Indonesia, 2010), hlm. 392.

<sup>29</sup> Sartono, Wirodikromo, *Matematika untuk SMA kelas X*, (Jakarta : Erlangga, 2001), hlm. 56-57.

(2) Sederhanakanlah  $(1 - \cos x)(\csc x + \cot x)$

$$\text{Jawab : } \csc x = \frac{1}{\sin x}, \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\begin{aligned}(1 - \cos x)(\csc x + \cot x) &= (1 - \cos x) \left( \frac{1}{\sin x} + \frac{\cos x}{\sin x} \right) \\ &= \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{\sin x} \\ &= \frac{1 - \cos^2 x}{\sin x} \\ &= \frac{\sin^2 x}{\sin x} \\ &= \sin x\end{aligned}$$

### 8. Analisis Kesalahan dalam Materi Identitas Trigonometri

Dalam pembelajaran yang terjadi di sekolah guru adalah pihak yang paling bertanggung jawab atas hasil yang dicapai peserta didik, tak terkecuali pada mata pelajaran matematika. Rendahnya prestasi belajar matematika yang diperoleh peserta didik, perlu mendapat perhatian terutama dari guru untuk mendapatkan informasi tentang penyebab rendahnya prestasi belajar matematika, sehingga diperlukan kegiatan evaluasi.

Evaluasi merupakan bagian dari kegiatan guru yang tidak bisa diabaikan, sebab evaluasi dapat memberikan petunjuk sampai dimana keberhasilan kegiatan belajar mengajar yang telah dilaksanakan. Dengan evaluasi dapat diketahui keberhasilan produk dan keberhasilan proses.<sup>30</sup> Adanya kesalahan yang dilakukan peserta didik dalam mengerjakan soal-soal materi identitas trigonometri perlu dilakukan evaluasi. Salah satu kegiatan evaluasi yang dapat dilakukan guru adalah dengan melakukan analisis kesalahan dalam mengerjakan soal-soal materi suku banyak.

---

<sup>30</sup> Syaiful Bahri Djamarah, *Psikologi Belajar*, hlm.113.

Contoh analisis yang dilakukan berdasarkan kriteria Polya, antara lain :

a. Buktikan  $5 + 4 \tan^2 \alpha = 1 + 4 \sec^2 \alpha$

Diketahui :  $5 + 4 \tan^2 \alpha = 1 + 4 \sec^2 \alpha$

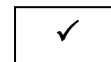
$$\tan^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \text{ (langkah merencanakan)}$$

Ditanya :  $5 + 4 \tan^2 \alpha = 1 + 4 \sec^2 \alpha \dots?$

Jawab : Ruas Kiri  $\rightarrow 5 + 4 \tan^2 \alpha = 5 + 4 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$

$$\begin{aligned} &= \frac{5 \cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \\ &= \frac{5 \cos^2 \alpha + 4(1 - \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha} \\ &= \frac{5 \cos^2 \alpha + 4 - 4 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \\ &= \frac{4 + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

Pengecekan kembali



Pada pengerjaan di atas menurut kriteria Polya termasuk kesalahan dalam membuat rencana pemecahan yang akhirnya juga mengakibatkan kesalahan dalam menyelesaikan soal. Data yang kurang tepat, seharusnya

$\tan^2 \alpha$  digantikan  $\sec^2 \alpha - 1$  bukan  $\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$ .

b. Buktikan  $3 + 5 \sin^2 \alpha = 8 - 5 \cos^2 \alpha$

Diketahui :  $3 + 5 \sin^2 \alpha = 8 - 5 \cos^2 \alpha$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \text{ (langkah merencanakan)}$$

Ditanya :  $3 + 5 \sin^2 \alpha = 8 - 5 \cos^2 \alpha \dots?$

Jawab : Ruas kiri  $\rightarrow 3 + 5 \sin^2 \alpha = 3 + 5(1 - \cos^2 \alpha)$

$$= 3 + 5 - 5 \cos^2 \alpha$$

$$= 8 - 5 \cos^2 \alpha$$

Pengecekan kembali



Pada pengerjaan di atas menurut kriteria Polya termasuk kesalahan dalam melaksanakan rencana yakni pada saat menyelesaikan soal, hal ini dapat dilihat pada baris terakhir. Pada baris terakhir ini perhitungan yang seharusnya ditambahkan justru dikalikan, sehingga hasilnya tidak terbukti, walaupun pada langkah rencana pemecahan data yang digunakan sudah tepat. Selain itu kesalahan juga terjadi pada langkah pengecekan kembali, dimana peserta didik tidak mengecek kembali. Hal ini terlihat pada kotak pengecekan kembali yang tidak dicentang.